



EKONOMIHÖGSKOLAN
Lunds universitet

Nationalekonomiska institutionen
Magisteruppsats

Volatilitetsmodeller - En utvärdering av prestation enligt Model Confidence Set

Författare:
Tomas Johansson
Arvid Letzén

SAMMANFATTNING

Uppsatsens titel: Volatilitetsmodeller- En utvärdering av prestation enligt Model Confidence Set

Seminariedatum: 2008-01-30

Ämne/ kurs: NEKM01 Magisteruppsats, 10 poäng

Författare: Tomas Johansson
Arvid Letzén

Handledare: Hans Byström

Fem nyckelord: Volatilitetsmodeller, Model Confidence Set, Implicit volatilitet, Realized volatilitet, Räntederivat

Syfte: I denna uppsats ämnar vi att undersöka med hjälp av metoden Model Confidence Set (MCS) vilka modeller som kan anses prognostisera volatilitet på ett räntederivat bättre än andra modeller, samt ranka dessa inbördes

Resultat: Vår studie visar att EGARCH (1,1) inte ska ingå i ett Model Confidence Set med övriga av de undersökta modellerna oberoende om implicit eller realized volatilitet används som benchmark. Våra ARCH-modeller i Model Confidence Set får en lägre ranking än de övriga modellerna i studien

ABSRACT

- Title:** Volatilitymodels- An evaluation of the performance according to Model Confidence Set
- Seminar date:** 2008-01-30
- Course:** NEKM01, Economics: Master Essay I
- Authors:** Tomas Johansson
Arvid Letzén
- Advisor:** Hans Byström
- Key Words:** Volatilitymodels, Model Confidence Set, Implicit Volatility, Realized Volatility, Interest Derivatives
- Purpose:** This paper aims to examine volatility models ability to forecast volatility on an Interest rate derivatives with help of Model Confidence Set
- Methodology:** Our study shows that EGARCH (1,1) not should be part of the Model Confidence Set with the other models of the study independent by which benchmark we use, implied or realized volatility. Our ARCH- models in the Model Confidence Set gets a lower ranking than the other models in our paper

Innehållsförteckning

SAMMANFATTNING	2
ABSTRACT	3
INNEHÅLLSFÖRTECKNING	4
1 INLEDNING	5
1.1 BAKGRUND.....	5
1.2 PROBLEMFÖRMULERING	6
1.3 SYFTE	7
1.4 AVGRÄNSNINGAR	7
1.5 MÅLGRUPP	7
1.6 DISPOSITION	8
2 TEORETISK REFERENSRAM	9
2.1 TIDIGARE STUDIER.....	9
2.2 MODEL CONFIDENCE SET (MCS)	10
2.2.1 METOD FÖR ATT FINNA MODEL CONFIDENCE SET (MCS)	12
2.3 VOLATILITETSMODELLER	14
2.3.1 VALET AV MODELLER	14
2.3.2 MOVING AVERAGE MODEL	14
2.3.3 HISTORICAL MEAN MODEL.....	15
2.3.4 EXPONENTIAL WEIGHTED MOVING AVERAGE MODEL (EWMA)	15
2.3.5 ARCH	16
2.3.6 GARCH	18
2.3.7 EGARCH	19
2.4 ESTIMERING AV TIDSSERIER	20
2.5 VOLATILITET	20
2.5.1 IMPLICIT VOLATILITET	20
2.5.2 REALIZED VOLATILITET	21
3 METOD	22
3.1 ÖVERSIKTLIG ARBETSGÅNG.....	22
4 RESULTAT	24
4.1 BESKRIVANDE STATISTIK.....	24
4.2 RESULTAT.....	25
5 ANALYS OCH DISKUSSION AV RESULTAT	30
5.1 INLEDNING.....	30
5.1.2 MODELLER I MODEL CONFIDENCE SET (MCS).....	30
5.1.3 RANKING	32
5.1.4 UTVÄRDERING AV MODEL CONFIDENCE SET (MCS) OCH EN SLUTDISKUSSION	34
6 SLUTSATS	36
REFERENSER	38
APPENDIX	42

1 Inledning

I det inledande kapitlet redogörs för uppsatsens bakgrund och problematisering som mynnar ut i ett syfte. Avslutningsvis förklaras avgränsningar, disposition och uppsatsens målgrupp.

1.1 Bakgrund

Det har länge funnits ett intresse bland människor verksamma inom olika delar av finansbranschen att försöka hitta ett tillfredsställande sätt att prognostisera volatiliteter på tillgångars avkastning. De som kan anses ha mest intresse i detta är t ex fondförvaltare som med sina olika tradingstrategier är beroende av volatiliteter, optionshandlare vars portföljsfluktuationer beror på tillgångars volatilitet. Även Market makers vars vinst vilar på förmågan att sätta en bid-ask spread tillräckligt stor för att förebygga förluster beror på volatiliteter. (Guillermo och Bradely, 2005) Detta är bara några exempel på aktörer och situationer där volatiliteten spelar en avgörande roll. Eftersom mycket pengar och ansvar står på spel är behovet av noggranna prognostiseringar av volatiliteter mycket viktigt. Som ovan nämnts är detta betydande för handlare och investerare men även för forskare som försöker förstå dynamiken och fluktueringarna i marknaden. Estimeringar om framtida volatiliteter är inte bara nödvändigt för prissättningen på derivat utan prognostiseringar är också viktiga för att bestämma delta och med detta korrekta vägningar i hedgade derivatportföljer. Volatilitet är också en betydelsefull input i value-at-risk- modeller där korrekta beräkningar för om portföljens värde kommer att sjunka är viktig.(Ederington och Guan, 2005) Självklart finns det risker som vi väljer att ta eftersom fördelarna med dem överstiger kostnaderna. Detta är en av grundpelarna inom finans: vi måste ta risk för att uppnå belöningar. Men då alla risker inte är lika belönade att ta bör risktagande bygga på goda estimeringar.

Prognostisering av volatilitet är som nämnts viktig i prissättning av olika derivat. Ränte caps och swaps tillhör de mest handlade räntederivaten i världen idag. Enligt,

Bank for International Settlements, har det kombinerade symbolvärdet varit över 10 trillioner dollar de senaste åren vilket är många gånger större än optionsmarknaden. (Haitao och Feng, 2006) På grund av storleken på denna marknad är en korrekt prissättning och hedgning med dessa instrument mycket viktig. Priser på räntederivat kan ge ledande information om term structure av obligation och swapräntor vilket gör prissättning än mer intressant (Ibid). På grund av vikten av en korrekt prissättning och volatilitetens betydande inverkan på denna prissättning har vi valt att studera olika modeller som finns för att prognostisera den så viktiga volatiliteten. Modeller och metoder är många vilket gör att deras träffsäkerhet är intressant att studera.

Även om många olika modeller finns att tillgå och rekommenderas av ekonometrikunniga, läroböcker och människor verksamma inom finansbranschen kan det ändå gå att urskilja tre dominerade: (1) variansen eller standardavvikelsen av avkastningen under en viss period (2) Exponentially Weighted Moving Average-modellen och (3) GARCH (1,1). (Ederington och Guan, 2005)

1.2 Problemformulering

Med inledningen och bakgrunden som utgångspunkt inriktar vi oss här mer på en problemdiskussion kring vår studie.

Som beskrivits i bakgrunden finns ett stort intresse hos aktörer inom den finansiella sektorn att finna satisfierade modeller för att prognostisera volatilitet. Studier och metoder för att finna de bästa modellerna är många och vida diskuterat. Då modeller som finns för att prognostisera volatilitet har ökat i antal, dels på grund av helt nya modeller men främst genom modifieringar av befintliga modeller, har ett behov av rationella jämförelsemetoder uppkommit. (Hansen och Lunde, 2005)

Många jämförelsemetoder är idag oerhört tidskrävande då urvalet av antalet volatilitetsmodeller är stort och varje modell behöver ansevärd informationsmängder. Ett flertal metoder kräver dessutom att bakomliggande information finns om en "rätt" modell som sedan ska fungera som ett benchmark åt de modeller som testas. Vi ämnar därför i denna studie att utifrån en alternativ metod, Model Confidence Set, försöka finna de modeller som är bättre presterande än andra bland de mest "kända" och

undervisade modellerna idag. Med hjälp av Model Confidence Set rankar vi också dessa inbördes för att se vilken modell som kan anses vara bäst presterande.

Metoden Model Confidence Set skiljer sig från andra tillvägagångssätt på många punkter och ovanstående kritik som diskuterats kring de traditionella metoderna undgår Model Confidence Set. Vi anser det därför intressant, som ett alternativ till de traditionella metoderna, att studera olika modellers prestation utifrån denna mer nutidsanpassad metod.

1.3 Syfte

I denna uppsats ämnar vi att undersöka med hjälp av metoden Model Confidence Set (MCS) vilka modeller som kan anses prognostisera volatilitet för ett räntederivat bättre än andra modeller, samt ranka dessa inbördes.

1.4 Avgränsningar

Då de finns många publicerade modeller och modifieringar av dessa modeller har vi valt att begränsa oss mot de mest "kända" och undervisade modellerna inom volatilitetsprognostisering. Motiven till val av modeller återkommer i en senare del av studien.

1.5 Målgrupp

Uppsatsen riktar sig till personer med kunskap om de finansiella områdena. Personer bör ha vissa förkunskaper för att på bästa sätt ta till sig vår undersökning. Detta gör att målgruppen främst riktar sig mot studenter och lärare vid Ekonomihögskolor, både i Lund samt andra universitet. Uppsatsen problematik och resultat bör även intressera människor verksamma inom den finansiella sektorn.

1.6 Disposition

Uppsatsen har inletts med presentation och problemformulering kring vårt ämne. Vidare följer den teori som ligger till grund för vår studie och som sedan används för analyser av vårt resultat. I kapitlet redogörs även för våra modeller samt motivet till valet av dessa. Därefter följer ett metodavsnitt där arbetsgången i vår studie förklaras mer ingående. Vidare följer resultatet av vår studie samt en diskussion kring detta. Uppsatsen avslutas med en kortfattad slutsats.

2 Teoretisk referensram

Kapitlet beskriver tidigare forskning inom ämnet. En genomgående presentation av Model Confidence Set som är en viktig del i denna studie. För att på bästa sätt förklara metoden ger vi exempel hur den kan appliceras på vår studie. Vidare förklaras även motivet till val av volatilitetsmodeller som ingår i studien samt en förklaring och härledning av dessa. Vi avslutar kapitlet med en förklaring av realized och implicit volatilitet.

2.1 Tidigare studier

Om olika sätt att prognostisera volatilitet och tillvägagångssätten för att utvärdera dessa estimeringar finns många internationella studier gjorda. Gjorda studier visar dock ofta skilda resultat.

Många olika tillgångar har använts i studierna inom ämnet dock har sällan volatilitet i ränteinstrument studerats. Studierna har utvecklats i takt med nya modeller. Mer komplexa modeller har utvecklats för att ge en bättre träffsäkerhet. Efter Engle (1982), som utvecklade Autoregressive Conditional Heteroscedastic (ARCH) processen, kom Bollerslev (1986) med Generalized Autoregressive Conditional Heterskedastic (GARCH) processen. Dessa två processer tar hänsyn till volatilitetskluster. Modellerna tillåter betingad varians att förändra sig över tiden som en funktion av tidigare fel vilket lämnar obetingad varians konstant (Ibid). Sedan har fler varianter av modellerna utvecklats. Naturligt har sedan studier inriktats sig på att försöka studera precisionen hos dessa olika modeller. Ederington och Guan (2005) studerade förmågan hos de vanligaste modellerna att prognostisera volatiliteten. Intressant är att dem för neutralitetens skull undersökte förmågan på olika marknader, bland annat S&P 500 index, Japanska yen/dollar kursen, tre månaders eurodollar räntan och 10 åriga *treasurybondräntan*. Modellerna jämfördes sedan utifrån fyra attribut där bland annat riktningen mellan senaste och äldre observationer, skillnaden i prognostiseringsfel mellan enkla och komplexa modeller ingick som attribut. Författarna fann här att den så vanliga GARCH(1,1) lägger en allt för stor vikt på de senaste observationerna i relation till de äldre vilket medför fel i estimeringarna. Torben, Andersen och Bollerslev (1998) menar i sina studier att det går att lita på de vanligaste modellerna för volatilitetsestimeringar. De menar att den kritik som länge

funnits mot olika modellers duglighet inte är befogad om en väl specificerad modell används i prognostiseringen. Deras studie visar att volatilitetsprognostiseringar som ARCH och andra stokastiska modeller har hög korrelation med framtida latent volatilitetsfaktorn. Hansen, Lunde och Nason (2003) studie utgår från att det är svårt att finna en enda modell som är den "bästa". De utvecklade istället en metod, Model Confidence Set (MCS), som väljer ut och rankar de bäst presterande volatilitetsmodellerna. De fann i sin studie om aktieavkastningar på New York Stock Exchange (NYSE), American Stock Exchange och National Association of Securities Dealers Automated Quotation (NASDAQ) att av de modeller som ingår i MCS är V-Garch den som står över de andra.

2.2 Model Confidence Set (MCS)

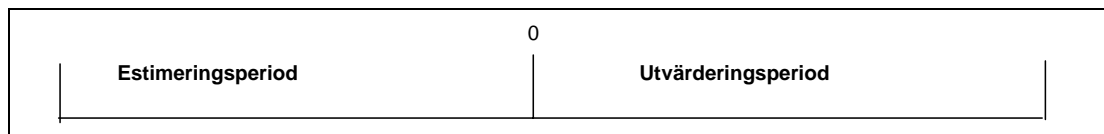
För att utvärdera våra olika volatilitetsmodeller har vi valt att följa Hansen, Lunde och Nason (2003) som i sina studier utvecklade Model Confidence Set (MCS) för att med ett visst konfidensintervall hitta modeller som kan kallas de "bästa" i ett set av modeller.

Författarna menar att det är svårt att svara på vilken som är "den bästa" modellen eftersom avkastningarna som studeras inte innehåller tillräckligt med information för att kunna identifiera en enskild modell (Ibid).

I vår uppsats har vi valt att studera olika volatilitetsmodeller utifrån ett Model Confidence Set där vi alltså försöker finna de bättre och sämre presterande modellerna. Detta är en generell metod för att välja bästa modell/modeller. De två största skillnaderna mot de traditionella metoderna är att vi inte antas ha en korrekt specifikation eller att det finns en "sann" modell. En annan fördel är att MCS inte förkastar en modell om det inte har funnits att den är signifikant underlägsen de andra modellerna. Det är ofta också mer tilltalande att arbeta med ett set av modeller eftersom det i praktiken ofta kan vara svårt att bortse från att två eller flera modeller är lika bra. (Ibid) Detta gör att MCS- metoden kan anses vara bättre än andra metoder som försöker finna en enda "bästa" modell.

Vidare beaktar MCS begränsningarna i informationen som kan finnas i den data som används då ett set av modeller väljs istället för en enda modell. Detta minskar risken för att felspecificerad data kan leda till ett felaktigt val av modell.

I vår studie har vi delat upp tiden i en estimeringsperiod, $t = -n, \dots, 0$, och en prognostisering och utvärderingsperiod, $t = 1, \dots, n$.



Då vår studie bygger på att bestämma de främsta modellerna att prognostisera volatilitet jämförs varje estimation med vår implicita/realized variation. Detta görs i en *Loss* funktion där varje modells estimation $h_{i,t}^2$ jämförs med vår implicita/realized σ_t^2 enligt *Mean Square Error* (MSE). Varje modell och estimation jämförs enligt följande:

$$(MSE)_i = L\left(h_{i,t}^2, \sigma_t^2\right) = L\left(h_{i,t}^2 - \sigma_t^2\right)^2 \quad \text{Formel 2,1}$$

Skillnaden mellan modell i och j förklaras genom:

$$d_{ij,t} = L\left(h_{i,t}^2, \hat{\sigma}_t^2\right) - L\left(h_{j,t}^2, \hat{\sigma}_t^2\right) \quad \text{Formel 2,2}$$

$i, j = 1, \dots, m, t = 1, \dots, n$.

I detta görs antagandet att $E|d_{ij,t}| < \infty$ och att $\{d_{ij,t}\}$ är stationär för alla $i, j = 1, \dots, m$.

Antagandet ovan gäller dock inte $L\left(h_{i,t}^2, \sigma_t^2\right)$. Antagandet vi gjort gör det möjligt att

definiera den bästa eller de bästa modellerna, enligt $M_0 = \{1, \dots, m\}$ ur ett större urval av modeller.

Vår definition av de bättre modellerna som ska ingå i vår MCS är:

$$M^* \equiv \{i \in M_0 : E(d_{i,j,t}) \leq 0 \text{ för alla } i, j \in M_0\}$$

Vårt empiriska problem är således att finna vilka modeller som ska ingå i M^* , alltså de bättre presterande modellerna, och vilka som vi inte anser ska ingå där. Vår

skattade MCS \hat{M}_α^* innehåller de bättre modellerna, M^* , med en viss sannolikhet, i vårt fall 95%.

2.2.1 Metod för att finna Model Confidence Set (MCS)

Efter uteslutande av de ursprungliga modellerna i M_0 som inte kan fastställas ingå i M^* finner vi våra kandidater till MCS. För varje test studerar vi modellerna enligt hypotesen:

$$H_0 : E(d_{i,j,t}) = 0 \text{ för alla } i, j \in M$$

Detta gör vi för alla våra modeller $M \subset M_0$.

För att undersöka om vi har signifikans för våra modeller använder vi oss av ett t-test enligt:

$$t = \frac{\bar{d}_{ij,t}}{\sqrt{\text{Var}(\bar{d}_{ij,t})}} \quad \text{Formel 2,3}$$

där $\sqrt{\text{Var}(\bar{d}_{ij,t})}$ definieras som $\frac{1}{n} * \text{Var}(d_{ij,t})$ och $\bar{d}_{ij,t}$ medelvärdet av våra $d_{ij,t}$. I

beräkningen VAR vid vårt t-test väljer vi att inte göra den bootsrapping som Lunde, Hansen gör. Istället görs en modifikation av denna VAR vilket inte ger ett fullt korrekt värde. Dock använts denna förenkling vid samtliga test och "felmarginalen" blir således lika för alla.

Vi börjar således vårt första test med alla utvalda modeller $M = M_0$ och om H_0 förkastas plockar vi bort den sämst presterande modellen från M. Detta upprepas således till vi kan acceptera vår hypotes och de modeller som då finns kvar är då MCS, \hat{M}_α^* . Då vi håller vår signifikansnivå konstant under testen har vi ett 95 % konfidensintervall för att vår skattning, \hat{M}_α^* , innehåller de bästa modellerna i M_0 . Måste vi förkasta vår nollhypotes och således utesluta någon av modellerna beräknar

vi följande. Vi definierar $\bar{d}_{ij} \equiv \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n d_{ij,t}$, vilket betyder att vi summerar våra Loss funktioner mellan våra modeller. Våra ursprungliga 11 modeller jämförs med varandra, dock endast en gång. Detta innebär att modell i jämför mot j, \dots, m och sedan j mot k, \dots, m dock utan att jämföras mot i denna gång. Detta ger oss sammanlagt 55 $d_{ij,t}$. Vår $d_{ij,t}$ förklarar sålunda den relativa prestationen mellan modell i och j vid tiden t . Vidare beräknar vi modell i 's prestation i förhållande till ett medel av de övriga modellerna. Detta för att utesluta den sämst presterande modellen. Varje modells prestation beräknas enligt:

$$\bar{d}_i \equiv \frac{1}{m-1} \sum_{j \in m} \bar{d}_{ij} \quad \text{Formel 2,4}$$

Den modell som visar sämst prestation utesluts och vår nollhypotes testas om, denna gång utan vår uteslutna modell. Uteslutning av den modell som presterar sämst sker enligt samma sätt som rankingen av modellerna, se nästa avsnitt.

När vår nollhypotes accepteras består MCS av de kvarvarande modellerna som anses vara de bäst presterande, i vårt fall med 95 % sannolikhet, $\hat{M}_\alpha^* = M$.

De kvarvarande modellerna kan sedan inbördes rankas för att finna den, enligt vår studie, bästa modellen för att prognostisera volatiliteten.

Rankingen av modellerna sker på följande sätt. Differensen mellan modell i 's prognostisering och realized/implicita volatilitet kvadreras, detta då vi inte vill att differenserna ska "ta ut" varandra. Modell i 's differens jämförs sedan mot modell j, \dots, m differenser i de så kallade Lossfunktionerna, beskrivna ovan. För varje tidpunkt, t , finns en skillnad mellan modellernas prestation i förhållande till varandra. Genomsnittet av dessa skillnader summeras sedan ihop för varje modell enligt formell 2,4. Således bör den modell som visar det lägsta talet vara den bäst presterande och den modell med högsta talet vara den sämst presterande modellen.

2.3 Volatilitetsmodeller

2.3.1 Valet av modeller

Valet av våra modeller som används för våra prognostiseringar grundar sig på tidigare studier i ämnet samt de mest omtalade modellerna i studentlitteraturen. Som beskrevs i inledningen finns olika modeller att tillgå både inom vetenskapen och bland aktörer i finansbranschen, men det går urskilja tre dominerade: (1) variansen eller standardavvikelsen av avkastningen under en viss period (2) Exponentially Weighted Moving Average- modellen och (3) GARCH (1,1) (Ederington and Guan, 2005).

Moving Average och Historical Mean- modeller är vida använda modeller där tyngdpunkten ligger på att försöka se mönster bakåt i tiden. Det känns därför naturligt att dessa ska ingå i våra test. Detta gäller även modellen Exponential Weighed Moving Average.

Studier av Mandelbrot (1963) och Fama (1965) visade att vissa finansiella tillgångars avkastning uppvisade volatilitetsklustering. Detta leder till idén att dagens och gårdagens volatilitet kan prognostisera framtidens volatilitet. (Ulu, 2007). Den mest använda modellen för att fånga volatilitetsklustering i finansiella tillgångars avkastning är GARCH. Forskare så som Christie (1982) och Black (1976) hävdar att GARCH är en alldeles för restriktiv modell att använda. Detta ledde i sin tur att det framtogs olika modifierade volatilitetsmodeller. (Pagan och Schwert, 1990). 1991 utvecklade Nelson en mer avancerad GARCH modell, exponential GARCH, som tar hänsyn till asymmetrin i volatiliteten vid tillkomsten av ny information. GARCH och EGARCH är de mest använda och erkända modellerna. För att sedan ta fram hur många eftersläpande perioder GARCH ska använda undersöker vi vad liknande tidigare forskning har använt. Vi diskuterade även ämnet med ämneskunniga på Lunds Universitet.

2.3.2 Moving Average model

Moving Average är en vida använd modell. Modellen är ett oviktat genomsnitt av tidigare observationer och används vid tidserieprognostiseringar. (Sadorsky, 2006) Valet av perioden för Moving Average- beräkningen sker godtyckligt. (Brailsford, Faff 1996). I vår studie har vi valt rörliga 50 veckorsintervaller som grund för vår data i Moving Average estimeringen. Ur vår data beräkningar vi volatiliteten enligt:

$$\hat{\sigma} = s \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} \quad \text{Formel 2,5 (Körner, Wahlgren)}$$

Helt enkelt roten ur variansen för varje period där x är varje observation, \bar{x} genomsnittet av samtliga observationer i perioden och n antalet observationer.

Vår modell använder således 50 veckors volatilitet för prognostiseringen vilket beskrivs av den högra sidan av formeln 2,5. De senaste 50 observationerna under vår estimeringsperiod ligger alltså till grund för vår första prognos, detta upprepas sedan igen med 50 nya observationer till nästa prognos.

2.3.3 Historical mean model

I enlighet med den historiska modellen är den bästa prognostiseringen av framtida volatiliteter ett genomsnitt av tidigare volatiliteter. Tillvägagångssättet antar stationära volatilitetsserier. (Brailsford och Faff, 1996) Vi använder även här formel 2.5

Här bygger våra prognoser om framtida volatilitet på ett genomsnitt av alla tidigare observationer av volatiliteten. Således bygger vår första prognos på genomsnittet av alla tidigare observationer och därefter fylls modellen på för varje ny observation. Märk skillnaden med Moving Average där vi använt 50 veckor bakåt vid vår prognostisering medan vi här använder samtliga veckors observationer, inklusive de prognostiserade.

2.3.4 Exponential weighted moving average model (EWMA)

I EWMA läggs mer vikt på senaste observationerna för att estimeras volatiliteter vilket kan kännas relevant då vi vill arbeta med en så aktuell data som möjligt. Enligt följande ekvation viktar vi tidigare observationer:

$$\sigma_n^2 = \lambda \sigma_{n-1}^2 + (1-\lambda) u_{n-1}^2 \quad \text{Formel 2,6 (Hull)}$$

En estimation av volatiliteten, σ_n , gjord i perioden $n-1$ estimeras utifrån σ_{n-1} och u_{n-1} som är den senaste procentuella förändringen i vår räntevariabel. Vikterna för

observationerna minskar exponentiellt ju längre bak i tiden observationerna kommer. Ekvationen 2,6 kan skrivas om enligt följande genom att ersätta σ_{n-1}^2 och då skriva:

$$\sigma_n^2 = \lambda[\lambda\sigma_{n-2}^2 + (1-\lambda)\sigma_{n-2}^2] + (1-\lambda)u_{n-1}^2 \quad \text{Formel 2,7}$$

eller

$$\sigma_n^2 = (1-\lambda)(u_{n-1}^2 + \lambda u_{n-2}^2) + \lambda^2 \sigma_{n-2}^2 \quad \text{Formel 2,8}$$

Lika för σ_{n-2}^2 ger

$$\sigma_n^2 = (1-\lambda)(u_{n-1}^2 + \lambda u_{n-2}^2 + \lambda^2 u_{n-3}^2) + \lambda^3 \sigma_{n-3}^2 \quad \text{Formel 2,9}$$

Som om vi fortsätter ger:

$$\sigma_n^2 = (1-\lambda) \sum_{i=1}^m \lambda^{i-1} u_{n-i}^2 + \lambda^m \sigma_{n-m}^2 \quad \text{Formel 2,10}$$

Som vi ser när observationer (m) blir stor är sista delen i ekvationen 2,10 ($\lambda^m \sigma_{n-m}^2$) tillräckligt liten för att ignoreras. $(1-\lambda)\lambda^{i-1}$ gör att vikterna för u_i minskar med λ ju längre bak i tiden som går. Varje vikt är λ gånger tidigare vikt. Denna estimering kräver enbart den senaste variansen i observationerna och värdet på den senaste observationen. EWMA modellen kan sägas vara en typ av GARCH (1,1), som förklaras i nästa avsnitt, där $\gamma=0$, $\alpha=(1-\lambda)$ och $\beta=\lambda$. (Hull)

2.3.5 ARCH

Empiriska studier av olika finansmarknader visar att varians inte är konstant över tiden. Detta leder till att det inte går att göra rättvisande prognoser på exempelvis prisutvecklingen eller inflationen. Mandelbrot (1972) kunde peka på att modellering av finansiella variabler visade tecken på hopbuntning av stora och små fel (Mandelbrot,1972) Perioder med hög volatilitet följt av perioder med låg volatilitet kallade han volatilitetskluster. Detta volatilitetskluster uppkommer när en modellering

av finansiella variabler har en varierande felterm η^2 . En tidsserie som lider av varierande feltermer brukar betecknas som en heteroskedastisk tidsserie.

År 1982 konstruerade nobelpristagaren Robert Engle modellen AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) för att kunna estimeras tidsserier som uppvisar volatilitetskluster (Engle, 2001). Robert Engle beskrev hur det uppkommer kortsiktiga svängningar, volatilitet, på finansmarknaderna när de tillförs ny information. Modellen bygger på antagandet att slumptermerna inte är oberoende av varandra, utan att slumptermens varians beror systematiskt på tidigare realiserade slumpstermer. (Engle, 2004) Med andra ord varierar slumptermens betingade varians över tiden, medan den obetingade variansen är konstant.

ARCH modeller är

- autoregressiva då de baserar sig på en återkoppling av tidigare värden för att kunna estimeras ett oregelbundet periodiskt förlopp.
- betingade då framtida förväntat värde av variansen har sitt ursprung från tidigare perioders varians.
- heteroskedastiska då de slumpmässiga feltermerna η^2 har skiftande varians.

Modellen har kommit att bli vida använt vid arbete med tidsserier som uppvisar heteroskedasticitet och användes första gången av Engle för att modellera volatiliteten på Storbritanniens inflation (Engle, 1982) ARCH(p) antar att det finns ett långsiktigt variansmedel V_L och p antal eftersläpande η^2 som definierar variansen σ_t^2 . När det används gammal information för att prognostisera variansen en period framåt kallas σ_t^2 för betingad varians. (Feike, Nijman, 1993) Modellen skrivs:

$$\sigma_t^2 = \gamma V_L + \sum_{i=1}^m \alpha_i \eta_{n-t}^2 \quad \text{Formel 2,11}$$

där V_L är långsiktig variansen och γ är vikten som är kopplade till V_L . α är vikten som anknutits till feltermen η^2 . Om man definierar $\omega = \gamma V_L$ kan man skriva om formel (2,11) till:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^m \alpha_i \eta_{n-t}^2 \quad \text{Formel 2,12}$$

Målet med modellen är att erbjuda ett mått på volatiliteten, i term av standaravvikelse. Måttet används vid analyser av marknader och prissättning av finansiella verktyg. (Engle, 2001)

2.3.6 GARCH

Bollerslev (1986) utvecklade en annan typ av ARCH modellen, General- ARCH (GARCH). Denna modell tillkom för att det konstaterats att variansen beror på tre komponenter. Dessa komponenter är feltermen η^2 och variansen σ_{t-1}^2 samt en konstant ω . (Bollerslev, 1987). Den mest använda GARCH- modellen för att beräkna betingad varians är GARCH (1,1)

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\eta_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \quad \text{Formel 2,13}$$

Om restriktionen $\alpha + \beta < 1$ är uppfylld är obetingad varians för en Garch(1,1)

$$\sigma^2 = \frac{\omega}{1 - \alpha - \beta}$$

GARCH(p,q) beräknar betingad varians från de p senaste observationerna av η^2 och de senaste q estimaten av variansen. Formeln skrivs:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^p \alpha_k \eta_{t-k}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad \text{Formel 2,14}$$

I formel är α vikten som hör ihop med feltermen i prognosen och β är den vikt som tillhör σ_{t-j}^2 .

Vi valde fyra olika specifikationer för variansekvationen.

GARCH(1,1)

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\eta_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \quad \text{Formel 2,15}$$

GARCH(2,1)

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\eta_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2 + \beta_2\sigma_{t-2}^2 \quad \text{Formel 2,16}$$

GARCH(1,2)

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1\eta_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 + \alpha_2\eta_{t-2}^2 \quad \text{Formel 2,17}$$

GARCH(2,2)

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1\eta_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2 + \beta_2\sigma_{t-2}^2 + \alpha_2\eta_{t-2}^2 \quad \text{Formel 2,18}$$

2.3.7 EGARCH

Modellen EGARCH, som utvecklades av Nelson (1991), tar hänsyn till skevheten i variansspecifikationen och förekomsten av volatilitetskluster. Specifikationen av betingad varians ser ut enligt:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{j=1}^q \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left| \frac{\eta_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{\eta_{t-k}}{\sigma_{t-k}} \quad \text{Formel 2,19}$$

Notera att på vänstra sidan är betingad varians loggad. Formeln skrivs på följande sätt EGARCH(q,p). Bokstaven q är antalet tidpunkter tillbaka som variansen beror på sig själv. Information om hur många tidpunkter tillbaka som använder feltermen går att finna i p. Orsaken till att denna modell uppstod var att tillkomsten av negativ information ökar volatiliteten mer än vad positiv information gör. Koefficienten γ bestämmer vilken information (positiv eller negativ) som har mest påverkan på betingad varians.

Om $\gamma = 0$ Asymmetri

Om $\gamma > 0$ Negativa chocker ökar volatiliteten mer än positiva chocker.

Om $\gamma < 0$ Positiva chocker ökar volatiliteten mer än negativa chocker.

Vi valde fyra olika specifikationer för variansekvationen

EGARCH(1,1)

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \beta \log \sigma_{t-1}^2 + \alpha \left| \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \quad \text{Formel 2,20}$$

EGARCH(1,2)

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \beta \log \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 \left| \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \alpha_2 \left| \frac{\eta_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \right| + \gamma_2 \frac{\eta_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \quad \text{Formel 2,21}$$

EGARCH(2,1)

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \beta \log \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \log \sigma_{t-2}^2 + \alpha \left| \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \quad \text{Formel 2,22}$$

EGARCH(2,2)

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \beta \log \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \log \sigma_{t-2}^2 + \alpha_1 \left| \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \alpha_2 \left| \frac{\eta_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \right| + \gamma_2 \frac{\eta_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \quad \text{Formel 2,23}$$

2.4 Estimering av tidsserier

Fram till 1980-talet antogs makroekonomiska tidsserier var stationära. Det vill säga att värdena fluktuerade kring en linjär trend eller ett konstant värde. När detta antagande applicerades på statistik som är icke-stationär ger detta en oriktig bild av resultatet. I verkligheten tenderar många makroekonomiska variabler att växa över tiden och inte återvända till ett förväntat värde eller trend. (Englund, Persson och Teräsvirta, 2003). När en tidsseries riktning och storlek bestäms av slumpen kan det inte dras några slutsatser angående utvecklingen i framtiden.

För att lösa problemet med icke-stationär tidsserie formateras serien om till en logaritmerad- differentierad tidsserie. Den nya tidsserien har samma egenskaper som originalserien men visar nu stationäritet. En differentiering och logaritmering ger då:

$$y_t = \ln r_t - \ln r_{t-1} = \ln\left(\frac{r_t}{r_{t-1}}\right)$$

Där y_t är den relativa förändringen mellan period t och $t-1$.

2.5 Volatilitet

2.5.1 Implicit volatilitet

Då volatilitet av underliggande tillgångars pris är en viktig input i prismodeller skapar detta ett behov, hos exempelvis handlare på finansmarknaden, att försöka prognostisera volatiliteten när olika derivat ska värderas. Den volatilitet som implicit kan räknas fram från derivatens marknadspriser borde representera marknaden bästa prognos om den framtida volatiliteten. (Becker, Clements, White, 2007). Hansen och Christiansen (2001) menar att givet rationella förväntningar använder marknaden all tillgänglig information för att forma sina förväntningar om framtida volatiliteter. Författarna menar även att marknads estimation, reflekterad i derivatpriserna implicit volatilitet, är den absolut bästa prognosen givet nuvarande tillgänglig information.

Det finns olika sätt att prissätta derivat, exempelvis Black-Scholes för aktieoptioner och LIBOR market model för räntederivat (Hansen, Christiansen 2002). Priser, strikepris, ränta, tid till förfall och volatilitet är variabler som ingår i dessa modeller. Fördelen med detta är att alla parametrar förutom volatilitet är observerbara på

marknaden. Detta möjliggör en marknadsbaserad estimation av ett derivats volatilitet. (Li, 2005). Latande och Rendleman, (1976) menar att implicita volatiliteter är vida använt av den finansiella marknaden i deras undersökningar. Den implicita volatiliteten är värdet av volatiliteten som ger ett pris lika med marknadspris i de olika modellerna som finns för att prissätta derivat.

2.5.2 Realized volatilitet

Den ökade tillgången på information om marknadsdata ger möjligheten att observera intra priser på finansiella tillgångar (aktier, aktieindex, obligationer, valutor,...). En utveckling inom ekonometri och kvantitativ finans uppstod när antagandet om realized volatilitet introducerades av Anderson och Bollerslev, (1998). Intressanta egenskaper med realized volatilitet är att den ger, under vissa förhållanden, en konsistent icke parametrisk estimat av tillgångens prisvariabilitet. (Giot, Laoren, 2007). Realized volatilitet kan beskrivas som:

$$\sigma_{h,t} = \sqrt{\frac{252}{T_t - 1} \sum_{k=1}^{T_t} \left(R_{t,k} - \bar{R}_t \right)^2} \quad \text{Formel 2,24}$$

Där \bar{R}_t är medelvärdet av den logaritmerade avkastningen. För att volatiliteten ska uttryckas i årlig volatilitet multipliceras det med roten ur 252 som är det ungefärliga antalet handelsdagar under ett år. (Hansen, 2001)

De olika intrapriserna kan variera beroende på vilken volatilitet som undersöks. Exempelvis är en månads realized volatilitet standardavvikelsen av indexet dagliga avkastning under perioden (Ibit).

3 Metod

I Metodkapitlet redogör vi för undersökningens tillvägagångssätt. Vi förklarar även djupare valet av räntederivat samt hur dessa hänger ihop.

3.1 Översiktlig arbetsgång

Den ökande volatiliteten på räntor har ökat intresset för hedgning av olika slag. Bland de vanligaste instrumenten för att hedga räntan finns cap, floors och collars. En cap kan beskrivas som en överenskommelse mellan en utställare av en cap (vanligtvis en bank) och en låntagare att begränsa räntan från att stiga över en förbestämd nivå. Låntagaren väljer en speciell referensränta som han eller hon vill hedga, exempelvis STIBOR i Sverige. Därefter kommer parterna överens om under vilken tid och önskad marginal över referensräntan som önskas som tak, exempelvis STIBOR+200 räntepunkter. Om sedan STIBOR skulle stiga så att räntan hamnar över det överenskomna taket kompenseras låntagaren av utställaren för denna mellanskillnad. Skulle räntan inte stiga över denna nivå händer inget mellan parterna. För att tydlig visa hur en cap fungerar följer ett enkelt exempel. En låntagare har sina räntekostnader som beror av en marginal över 3-månads STIBOR de kommande 5 åren. För att minska ränterisken i denna situation köper låntagaren en 5-årig, 10% cap på 3-månaders STIBOR räntan. Om sedan den, vid ett överenskommet 3-månaders intervall, t , aktuella 3-månaders STIBOR, r , skulle överstiga den 10 procentiga cap kompenseras låntagaren. Om exempelvis räntan skulle överstiga capen med 2% kompenseras låntagare för detta intervall, $\nabla t = \frac{3}{12}$, med $\text{SEK}(0,12-0,10)*0,25=0,005$ för varje lånad krona. Så har låntagaren lånad 1 miljon SEK kompenseras denna med 5000 SEK. (Briys, Crouhy och Schöbel, 1991).

På liknande sätt finns det så kallade *floors* som fungerar som en cap fast precis tvärtom, en garanterad minsta ränta. Genom att kombinera dessa två uppnås en räntekorridor mellan en högsta och lägsta ränta, vilket kallas collar. På detta viset har köparen av en collar maximerat och minimerat sina ränteinkomster och kostnader.

På caps finns en serie av IRGs (interest rate guarantee) vilket kan förklaras som en OTC- option på FRA (Forward rate agreements) eller ”fraser” som det i daglig mun kallas av räntehandlare.

Vi har i denna uppsats valt att studera olika volatilietsmodellens förmåga att prognostisera volatilitet då det är en viktig del i prissättningen av räntederivat. (Ben-Ameur, Breton, Lotfi, 2007) Vi har därför valt att försöka prognostisera volatiliteten som används vid prissättningen av ovanstående derivat på 3-månaders STIBOR-räntan. Detta för att sedan studera vilken modell/modeller som kan anses ge de bästa estimeringarna.

För att göra detta har vi valt 3 perioder där vi prognostiserat volatiliteten 15 veckor framåt. Prognostiseringarna bygger på 50 veckoobservationer bakåt i tiden. Första perioden innefattas av observationer mellan 2004-10-24 fram till 2005-10-09 för att sedan prognostisera volatiliteten 15 veckor framåt. Andra perioden innefattas av observationer mellan 2005-10-16 fram till 2006-10-01 för att sedan prognostisera volatiliteten de kommande 15 veckorna. Tredje perioden innefattas av observationer mellan 2006-09-03 fram till 2007-08-05 för att prognostisera volatiliteten nästkommande 15 veckorna. Varje modell ger sålunda en estimering av volatiliteten vid varje tidpunkt och benämns $h_{t,m}^2$ som nämndes tidigare.

Prognoserna om volatiliteten, $h_{t,m}^2$, jämförs först med realized volatilitet. Kanske är mer intressant för vår undersökning är att vi valt att jämföra våra resultat mot den implicita volatiliteten under de tre perioderna. Under uppsatsen har vi hållit kontakt med en välkänd svensk bank och deras största räntehandelsavdelning placerad i Köpenhamn. Denna kontakt har resulterat i data över den implicita volatiliteten vilket är intressant då detta kan uppfattas som marknadens skattning av volatiliteten.

Då vi vill ha vår data på årsbasis har vi justerat vår dags och veckovolatiliteter till årsbasis genom att multiplicera vår data enligt följande (Dr A.A Kotzé):

$$\sigma_{\text{år}}^* = \sigma_{\text{dag}} \sqrt{252} \text{ och } \sigma_{\text{år}}^* = \sigma_{\text{vecka}} \sqrt{52} .$$

4 Resultat

I kapitlet presenteras resultaten från våra tester. Inledningsvis presenteras lite beskrivande statistik.

4.1 Beskrivande statistik

Våra modellers prognoser från period 1 och 2 visas i diagrammen nedan. På de högre nivåerna med större prognostiserade svängningar ligger samtliga av ARCH-modellerna. Exponential Weighted Moving Average- modellen, Moving Average- modellen och Historical Average- modellen visar mindre svängningar och mer stabil och "snäll" prognostisering. I appendix ser vi även räntans utveckling under de valda prognosperioderna vilket visar tydliga trender i varje period. Detta borde rimligtvis även reflekterats i derivatens prissättning.

Diagram 4,1

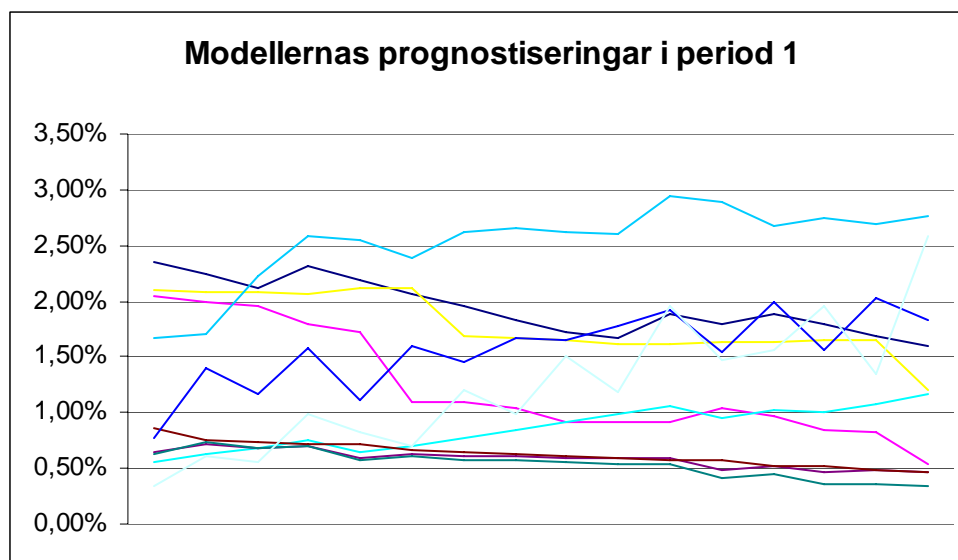
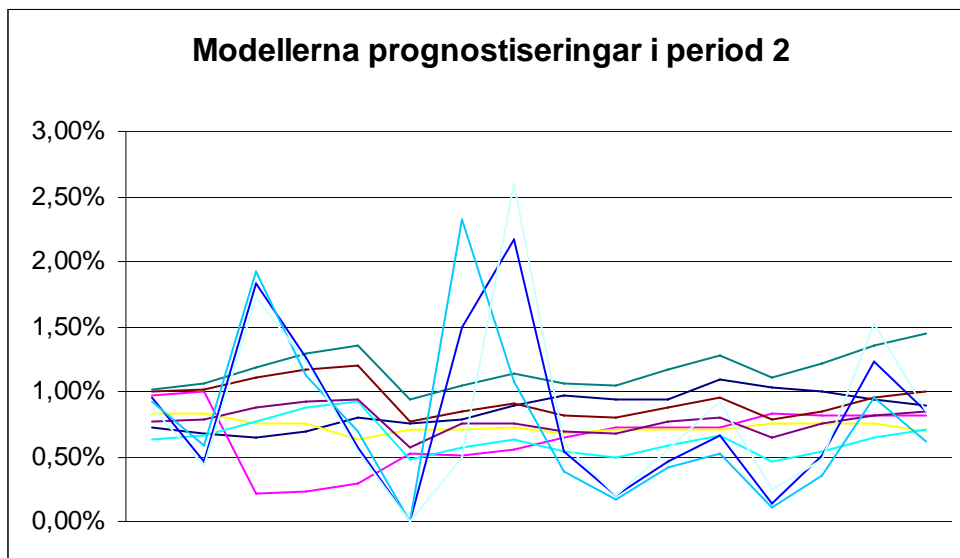


Diagram 4,2



4.2 Resultat

Våra resultat grundar sig på prognostiserade volatiliteter från våra modeller under tre tidsperioder. I varje tidsperiod har vi en 15 veckors prognostiserad volatilitet estimerad utifrån 50 veckor observerade volatiliteter. De prognostiserade estimeringarna jämförs sedan med realized volatilitet som vi beräknat genom att undersöka dagsvolatiliteten under samma 15 veckors period. Jämförelse görs även med implicita volatiliteten som vi fått från en svensk bank. I tabellen nedan sammanfattas våra ursprungliga modeller som vi använt för våra prognostiseringar.

- **Moving Average**

$$\hat{\sigma} = s \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

- **Exponential Weighted Moving Average**

$$\sigma_n^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^m \lambda^{i-1} u_{n-i}^2 + \lambda^m \sigma_{n-m}^2$$

- **Historical Average**

$$\hat{\sigma} = s \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}}$$

- **GARCH (1,1)**

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \eta_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

- **GARCH(2,1)**

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \eta_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2$$

- **GARCH(1,2)**

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \eta_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \alpha_2 \eta_{t-2}^2$$

- **GARCH(2,2)**

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \eta_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \alpha_2 \eta_{t-2}^2$$

- **EGARCH(1,1)**

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \beta \log \sigma_{t-1}^2 + \alpha \left| \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$$

- **EGARCH(1,2)**

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \beta \log \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 \left| \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \alpha_2 \left| \frac{\eta_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \right| + \gamma_2 \frac{\eta_{t-2}}{\sigma_{t-2}}$$

- **EGARCH(2,1)**

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \beta \log \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \log \sigma_{t-2}^2 + \alpha \left| \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$$

- **EGARCH(2,2)**

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \beta_1 \log \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \log \sigma_{t-2}^2 + \alpha_1 \left| \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \frac{\eta_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \alpha_2 \left| \frac{\eta_{t-2}}{\sigma_{t-2}} \right| + \gamma_2 \frac{\eta_{t-2}}{\sigma_{t-2}}$$

Som ovan förklarats jämfördes sedan dessa estimat med realized och implicit volatilitet. För att bestämma vilka modeller som ska vara med i vårt Model Confidence Set gör vi ett t-test för att se om vi ska acceptera eller förkasta vår H_0 .

H_0 definierades enligt:

$$H_0 : E(d_{i,j,t}) = 0 \text{ för alla } i, j \in M$$

Och vår mothypotes:

$$H_1 : E(d_{i,j,t}) \neq 0 \text{ för alla } i, j \in M$$

Vi börjar med att bestämma vilka av modellerna som ska vara med i vårt MCS när realized volatilitet är vårt benchmark. I vårt första test förkastar vi nollhypotesen vilket gör att vi måste skatta om vår MCS men då utan den sämst presterande modellen. Som vi förklarat tidigare letar vi upp den modell med största positiva tal på

\bar{d}_i :

$$\bar{d}_i \equiv \frac{1}{m-1} \sum_{j \in m} \bar{d}_{ij}$$

Efter funnit att EGARCH (1,1) presterat sämst skattas vår MCS igen.

Efter en ny specificering av testet, nu utan EGARCH (1,1), förkastas inte vår nollhypotes och accepteras således. De modeller som med 95 % sannolikhet ska ingå i vår MCS kan nu fastställas och rankas inbördes.

För att inbördes ranka våra modeller i vår MCS är tillvägagångssättet samma som ovan när vi uteslöt den sämst presterande modellen och som vi förklarat i tidigare

avsnitt. Vi letar den modell vars \bar{d}_i har det lägsta talet eftersom det är den modell som kan anses presterats bäst i förhållande till de andra. Vår modell i MCS och en ranking av modellerna med realized volatilitet som benchmark är enligt följande:

Tabell 4,1

Modell	di	Ranking
Exponential Weighted Moving Average	-1,2197	1
Moving Average	-1,2037	3
Historical Average	-1,2067	2
GARCH (1,1)	-0,7891	6
GARCH (1,2)	-0,1787	7
GARCH (2,1)	-1,045	5
GARCH (2,2)	-1,0532	4
EGARCH (1,2)	5,5383	10
EGARCH (2,1)	0,6082	9
EGARCH (2,2)	0,5495	8

Som vi ser i tabell 1 ger modellen Exponential Weighted Moving Average det bästa volatilitetsprognosen med realized volatilitet som benchmark. EGARCH (1,2) är den som enligt testet har den sämsta prestationen av modellerna som ingår i vår MCS.

Nu görs samma procedur fast denna gång med den implicita volatiliteten som vårt benchmark. Vi förkastar även här vår nollhypotes med samtliga modeller i vår test.

Efter test två utan EGARCH (1,1), som tagits bort då den hade högst \bar{d}_i , förkastar vi inte vår nollhypotes och vi har funnit de modeller som ska vara med i vår MCS när implicita volatiliteten är vårt benchmark. Modellerna och dess inbördes ranking är följande:

Tabell 4,2

Modell	di	Ranking
Exponential Weighted Moving Average	-1,3441	3
Moving Average	-1,3639	1
Historical Average	-1,3526	2
GARCH (1,1)	-0,9207	6
GARCH (1,2)	-0,2848	7
GARCH (2,1)	-1,1810	4
GARCH (2,2)	-1,1433	5
EGARCH (1,2)	5,5474	10
EGARCH (2,1)	1,0585	9
EGARCH (2,2)	0,9845	8

Som vi ser i tabell 2 innehåller vår MCS samma modeller men nu har ranking ändrats något. Med implicit volatilitet som vårt benchmark ger modellen Moving Average det bästa resultat medan EGARCH (1,2) visar det sämsta resultatet.

5 Analys och diskussion av resultat

I detta kapitel analyseras våra resultat. Kapitlet inleds med en kort sammanfattning av resultaten. Senare analyseras och diskuteras våra resultat utifrån teorier och tidigare forskning. Kapitlet avslutas med en utvärdering och slutdiskussion om Model Confidence Set.

5.1 Inledning

Utifrån våra resultat ser vi att modellen EGARCH (1,1) ska uteslutas innan vi finner vårt Model Confidence Set. Detta gäller oavsett om realized eller implicit volatilitet fungerar som benchmark. Vi ser också att alla ARCH-modeller, som innefattar alla GARCH och kvarvarande EGARCH- modeller, under båda våra benchmark presterar sämre än Exponential Weighted Moving Average- modellen, Moving Average- modellen och Historical Average- modellen. Våra resultat visar många likheter oavsett om vi använder realized eller den implicita volatiliteten som benchmark dock får vi en förändring i den inbördes rankingen mellan modellerna. Vårt analysavsnitt kommer att utgå från ovan beskrivna situationer och resultat.

5.1.2 Modeller i Model Confidence Set (MCS)

Vårt första steg i studien är att med hjälp av Model Confidence Set försöka dela in våra modeller utifrån dess förmåga att prognostisera volatilitet, alltså försöka skilja de bättre presterande modellerna från de sämre. Det bör här påpekas att med "bättre" modeller menar vi att de ingår i vår MCS med en viss sannolikhet, i vårt fall 95 %. Då vi har signifikans i vår MCS när EGARCH (1,1) inte ingår kan vi med 95 % sannolikhet säga att de kvarvarande 10 modellerna bör ingå i vår MCS. Med detta resultat bör slutsatsen således vara att dessa 10 modeller (se tabell 4,1 och 4,2) är de bäst presterande modellerna.

Vi förkastar alltså EGARCH (1,1)- modellen. Vad kan då vara förklaringen till att denna modell anses vara underlägsen de övriga i denna studie? Modellerna i MCS ingår där eftersom deras MSE (Mean Square Error), av respektive prognostisering, är

i genomsnitt likartade. Detta beräknade vi utifrån *Lossfunktionerna*. Således bör en modell, i detta fall EGARCH (1,1), som inte ingår i MCS ha en MSE som signifikant skiljer sig från de övriga modellernas MSE. Då definitionen av MSE är:

$$(MSE) = L\left(h_{i,t}^2, \sigma_i^2\right) = L\left(h_{i,t}^2 - \sigma_i^2\right)^2$$

, alltså skillnaden mellan prognosen och utfallet av vårt benchmark, presterar således modellen i genomsnitt ”sämre” än de övriga modellerna. I diagrammet nedan ser vi tydligen hur EGARCH (1,1)-modellens MSE skiljer sig från de övriga modellerna i MCS. Detta för våra båda benchmarks. I diagram 5,1 visas varje modells MSE med realized volatilitet som benchmark. Diagram 5,2 redovisar varje modells MSE när implicit volatilitet används som benchmark.

MSE-sammanställning

Diagram 5,1

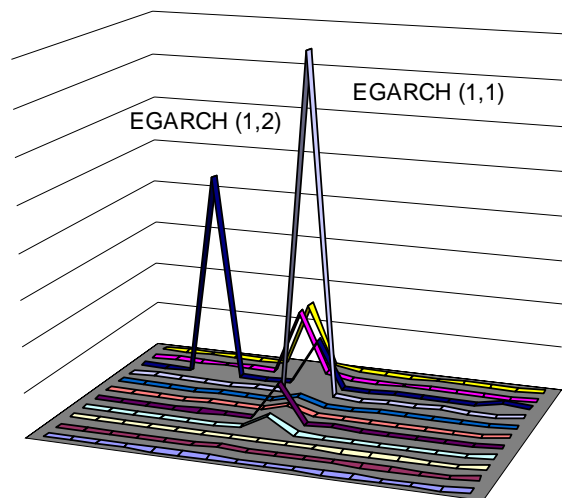
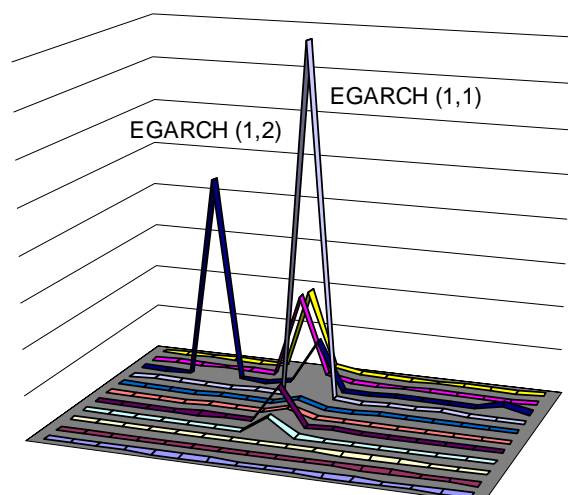


Diagram 5,2



Som ovan visas ser vi att EGARCH (1,1) innehåller några höga MSE- värden vilket troligen kan förklara modellens insignifikans då MSE kriteriet är känsligt för extremvärden (Lunde, Hansen, 2005). EGARCH (1,1) används ursprungligen (Nelson, 1991) för att ta hänsyn till den asymmetriska relationen mellan aktieavkastningen och dess volatilitetsförändring. Möjligtvis skulle detta kunna påverka resultatet när modellen implementeras på räntevolatiliteter och dess förändringar. Räntor och aktier har inte samma rörelsemönster vid tillkomst av ny information.

Vidare kan en viss försämring av prognostiseringarna ske i EGARCH (1,1) eftersom prognoser en bit längre fram i tiden i sin tur baseras på prognoser, ett problem vi återkommer till och förklarar mer ingående längre fram.

5.1.3 Ranking

Som vi ser i tabellerna nedan visar våra modellers ranking ett liknande mönster oavsett om det är realized eller implicit volatilitet som används som benchmark. Vi

rankar modellerna enligt: $\bar{d}_i \equiv \frac{1}{m-1} \sum_{j \in m} \bar{d}_{ij}$ och som vi förklarat tidigare är

modeller med lägre \bar{d}_i bättre presterande i relation till de andra modellerna. Den sämst rankade modellen är, som vi ser i tabellen, EGARCH (1,2). Genom att studera diagram 5,1 och 5,2 ser vi tydligt hur denna modells MSE avviker från de övrigas, dock ej tillräckligt för att kunna förkasta modellen. Intressant är att ARCH-modellerna presterar sämre i båda fallen. Detta kan ha många orsaker men en av dessa

kan vara att estimeringarna i en ARCH-modell delvis bygger på egna prognostiseringar. Alltså, den första prognosen i en ARCH-modell bygger på tidigare verkliga värden medan nästkommande estimeringar bygger på den första prognosen osv. Detta leder troligen till en viss försämring i den prognostiserade volatiliteten vilket skulle kunna förklara nedanstående mönster. För att hindra denna försämring skulle Drost och Nijman (1993) frekvenstransformation kunna användas för att justera denna felprognostisering vilket möjligen skulle kunna förändra resultatet i rankingen. Dock tror vi att vår tidsperiod är så pass kort så detta inte skulle ha någon inverkan på vårt resultat då denna transformering behövs i studier med längre tidsperioder. Orsaker till att modellerna Moving Average, Historical Average och Exponential weighted Moving Average får en högre ranking i vår studie kan vara att dessa ger mer "snälla" prognostiseringar. I modellerna Historical och Moving Average vikts tidigare data lika vilket gör att ingen hänsyn tas till den senaste perioden vilket kan leda till en mer snäll prognos då det inte ger några extremvärden. Rimligtvis skulle det kunna vara förklaringen till att dessa modeller trots allt inte används i samma utsträckning som ARCH-modellerna. I praktiken är det viktigt att en modell även prognostiserar de större svängningar som kan tänkas uppkomma. Den ränterisk som finns och påverkar främst finansiella institutioner, räntemarknaden samt fastighetsmarknaden är viktig att uppskatta korrekt. Förbättrade sätt att modellera dessa förändringar i räntan ger investerare bättre möjligheter att använda derivat på ett effektivt sätt i sin strävan att minska sin riskexponering. (Guillermo, Ewing, Hein, Thompson, 2005) En modell som i genomsnitt presterar bättre än andra men missar större kommande svängningar kan bli kostsam då en felprissättning av dessa derivatet kan uppstå.

Modell	di	Ranking
Exponential Weighted Moving Average	-1,220	1
Historical Average	-1,207	2
Moving Average	-1,204	3
GARCH (2,2)	-1,053	4
GARCH (2,1)	-1,045	5
GARCH (1,1)	-0,789	6
GARCH (1,2)	-0,179	7
EGARCH (2,2)	-0,550	8
EGARCH (2,1)	-0,608	9
EGARCH (1,2)	5,538	10

Tabell 5,2

Modell	di	Ranking
Moving Average	-1,3639	1
Historical Average	-1,3526	2
Exponential Weighted Moving Average	-1,3441	3
GARCH (2,1)	-1,1810	4
GARCH (2,2)	-1,1433	5
GARCH (1,1)	-0,9207	6
GARCH (1,2)	-0,2848	7
EGARCH (2,2)	0,9845	8
EGARCH (2,1)	1,0585	9
EGARCH (1,2)	5,5474	10

5.1.4 Utvärdering av Model Confidence Set (MCS) och en slutdiskussion

I denna uppsats har vi använt MCS för att finna de volatilitetsmodeller som enligt vår studie är överlägsna andra. Med hjälp av MCS har vi sedan rankat dessa modeller inbördes. MCS är ett användbart verktyg vid val av överlägsna prognostiseringsmodeller från ett urval. (Lunde, Hansen, 2003) Fördelarna med MCS är att det inte behövs samma informationsmängd som vid andra metoder för att finna överlägsna modeller. Kunskap om dataninsamlingsprocessen och en optimal prognosmodell behövs inte heller i samma utsträckning som i andra metoder. Orsaken är att MCS tar hänsyn till den ibland begränsade datainformationen som ligger till grund för olika modeller. En annan orsak är att MCS inte försöker finna en enda överlägsen modell utan ett set av bättre presterande modeller. (Ibid) Dessa fördelar är både tidssparande och minskar risken för val av fel modell vilket kan vara förödande i

många situationer. För en analytiker idag är valet av volatilitetsmodeller ett viktigt beslut. Detta gör det betydelsefullt att på ett relativt effektivt sätt få en överblick över vilka modeller som kan anses vara bättre presterande. Tiden för informationsinsamling kan vara omfattande hos många metoder då urvalet av modeller är mycket stort. Att då använda MCS som metod för att finna dessa modeller anser vi borde vara ett bra hjälpmedel då fördelarna är som beskrivits många. MCS är en metod som ger all den information som behövs då den dels delar in urvalet i bättre och sämre presterande modeller samt rankar dessa inbördes.

6 Slutsats

Kapitlet redogör på ett kortfattat sätt studiens syfte samt resultat. Avslutningsvis sammanfattas även kort vår analys av resultatet.

Syftet med vår uppsats var att med hjälp av Model Confidence Set (MCS) finna de bättre presterande modellerna bland de mest ”kända” och undervisade volatilitetsmodellerna. Vidare har vi även rankat dessa modeller inbördes.

Eftersom prognoser om volatiliteten är mycket viktigt vid prissättningen på derivat, i detta fall ett räntederivat, är ämnet ständigt intressant. Med Model Confidence Set fann vi ett set av bättre presterande modeller utifrån vårt urval av ursprungliga modeller. Av de 11 modellerna som ingick i studien förkastades endast EGARCH (1,1) vilket innebär att denna inte anses ska ingå i Model Confidence Set. Denna modell förkastades under båda våra benchmarks, realized samt implicit volatilitet. I vårt resultat diskuterade vi orsaken till att EGARCH (1,1) inte ska ingå i MSC. En möjlig förklaring kan vara att MCS är känslig för extremvärden på MSE (Mean Square Error) vilket vi kan se tendenser till hos EGARCH (1,1)-modellen.

Vidare gjordes även en inbördes ranking mellan modellerna. Denna ranking gjordes med båda våra benchmarks och gav relativt lika resultat. Nedan visas denna ranking. Tabell 6,1 med Realized volatilitet som benchmark och tabell 6,2 med den implicita volatiliteten som benchmark.

Tabell 6,1

Modell	di	Ranking
Exponential Weighted Moving Average	-1,2197	1
Moving Average	-1,2037	3
Historical Average	-1,2067	2
GARCH (1,1)	-0,7891	6
GARCH (1,2)	-0,1787	7
GARCH (2,1)	-1,045	5
GARCH (2,2)	-1,0532	4
EGARCH (1,2)	5,5383	10
EGARCH (2,1)	0,6082	9
EGARCH (2,2)	0,5495	8

Tabell 6,2

Modell	di	Ranking
Moving Average	-1,3639	1
Historical Average	-1,3526	2
Exponential Weighted Moving Average	-1,3441	3
GARCH (2,1)	-1,1810	4
GARCH (2,2)	-1,1433	5
GARCH (1,1)	-0,9207	6
GARCH (1,2)	-0,2848	7
EGARCH (2,2)	0,9845	8
EGARCH (2,1)	1,0585	9
EGARCH (1,2)	5,5474	10

Som vi ser presterar i båda fallen EGARCH (1,2) sämst i förhållande till de övriga modellerna i Model Confidence Set. Som visades i resultatet uppvisar EGARCH (1,2)-modellen några extremvärden i sin MSE vilket förklarar denna sämre prestation. Generellt presterade våra ARCH-modeller sämre än de övriga. Detta analyserades utifrån att ARCH-modellernas prognos bygger egna prognoser. Alltså, den första prognosen i en ARCH-modell bygger på tidigare verkliga värden medan nästkommande estimeringar bygger på den första prognosen osv. En av orsakerna till att modellerna Moving Average, Historical Average och Exponential weighted Moving Average får en högre ranking i vår studie diskuterades utifrån möjligheten att dessa modeller ger mer "snälla" prognostiseringar än ARCH-modellerna.

Referenser

Andersen, G. Torben., Bollerslev, Tim., *Answering the sceptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts*. International Economic Review, Vol. 39, No. 4, (Nov., 1998), pp. 885-905.

Becker Ralf., Clements Adam E., White Scott I., *Does implied volatility provide any information beyond that captured in model-based volatility forecasts?* Journal of Banking & Finance, 31, (2007), 2535-2549.

Ben-Ameur, Hatem., Breton Michele, Karoui Lotfi, L Ecuyer, Pierre. *A dynamic programming approach for pricing options embedded in bonds*. Journal of Economic Dynamics & Control 31 (2007) 2212-2233.

Bollerslev Tim., *A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return*. The Review of Economics and Statistics, Vol. 69, No. 3, (1987), pp. 542-548.

Bollerslev, Tim., 1986. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. Journal of Econometrics 31 (1986) 301-327. North-Holland

Brailsford Timothy , T.J., Faff R,W., *An evaluation of volatility forecasting techniques*. Journal of Banking & Finance, vol. 20, No. 3, (1996), pp. 419-439.

Briys Eric, Crouhy Michel, Schöbel Rainer., *The Pricing of Default-Free Interest Rate Cap, Floor, and Collar Agreements*. Journal of Finance vol. 46, No. 5, (1991), pp. 1879-1892.

Drost Feike C., Nijman Thoe E., *Temporal Aggregation of Garch Processes*. Econometrica: Journal of the Econometric Society vol. 61, No. 4, (1993), pp. 909-927.

Ederington, Louis H., Guan, Wei. 2005. *Forecasting Volatility*. The Journal of Futures Markets, Vol. 25, No. 5, 465-490.

Engle Robert., *GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics*. Journal of Economic Perspectives. Vol. 15, No. 4, (2001), pp. 157-168.

Engle, Robert., *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance United Kingdom Inflation*. Econometrica, Vol. 50, No. 4, (Jul., 1982), pp. 987-1007.

Engle, Robert., Patton, Andrew, J. *What is a good volatility model?* Quantitative Finance. Vol. 1, No. 2, (2001), pp. 237-245.

Engle, Robert., *Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practise*. The American Economic Review, Vol. 94, No. 3, (2004), pp. 405-420.

Enlgund Peter, Persson Torsten, Teräsvirta Timo, *Statistiska metoder för ekonomiska tidsserier*. Ekonomisk Debatt (2003) årg.31, nr 8.

Feike C., Nijman Theo E., *Temporal Aggregation of GARCH Processes*. Econometrica, Vol. 61, No. 4. (Jul., 1993), pp. 909-927.

Giot Pierre., Lauren Sebastian., *The Information content of implied volatility in light of the jump/continuous decomposition of realized volatility*. Journal of Futures Markets, Vol. 27, No.4, (2007), 337-359.

Guillermo Covarrubias, Bradley T. Ewing, Scott E. Hein, Mark A. Thompson (2005). *Modeling volatility changes in the 10-year Treasury*. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 369, No. 2, (2006) 737-744.

Haitao, Li., Feng, Zhao., 2006. *Unspanned Stochastic Volatility Evidence from Hedging Interest Rate Derivatives*. Journal of Finance, VOL 1.

Hansen Charlotte, Christiansen Charlotte, *Implied Volatility of Interest Rate Options: An Empirical Investigation of the Market Model*. Review of Derivatives Research vol. 5, No. 1, (2002), pp. 51-80.

Hansen Reinhard Peter., Lunde Asger., *A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)?*. Journal of Applied Econometrics. Vol. 20, No. 7, (2005), pp. 873-889.

Hansen Reinhard Peter., Lunde Asger., Nason M. James., *Choosing the Best Volatility Models: The Model Confidence Set Approach*. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, Vol. 5, No. 1, (2003), pp. 839-861.

Hull John., White Alan., Rotman Joseph L., *Forward rate volatilities, swap rate volatilities, and implementation of the LIBOR market model*. The Journal of Fixed Income, Vol. 10, No. 2, (2000), pp. 46-62.

Latane H.A., Rendleman R J., *Standard deviation of stock price ratios implied by option premia*. Journal of Finance 31, (1976), 369-382.

Li Steven., *A new formula for computing implied volatility*. Applied Mathematics and Computation. , Vol. 170, No. . (2005), pp. 611-625.

Mandelbrot Benoit B., *Correction of an Error in "The Variation of Certain Speculative Prices"*. Journal of Business vol. 45, No. 4, (1972), pp. 542-543.

Nelson Daniel B., *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*. Econometrica, Vol. 59, No. 2, (1991), pp. 347-370.

Pagan Adrian R., Schwert G. William., *Alternative models for conditional stock volatility*. Journal of Econometrics vol. 45, No. 1-2, (1990), pp. 267-291.

Sadorsky Perry, *Modeling and forecasting petroleum futures volatility*. Energy Economics, vol. 28, No. 4, (2006), pp. 467.

Ulu Yasemin., *Sampling properties of criteria for evaluating GARCH volatility forecasts*. Applied Financial Economics vol. 17, No. 8, (2007), pp. 1.

Böcker

Hull John C. (2003) Options, Futures, and Other Derivatives. Prentive Hall, New Jersey.

Körner Svante, Wahlgren Lars. Statistisk Dataanalys. Lund. Studentlitteratur.

.

Appendix

Appendix 1

STIBOR 3 månaders	
2005-10-30 2006-02-05	
Mean	1,66206665
Standard Error	0,034237723
Median	1,684000015
Standard Deviation	0,132602131
Sample Variance	0,017583325
Kurtosis	-0,103156146
Skewness	0,285035116

STIBOR 3 månaders	
2006-10-22 2007-01-28	
Mean	2,971066666
Standard Error	0,039240346
Median	2,914999962
Standard Deviation	0,151977208
Sample Variance	0,023097072
Kurtosis	-1,217891576
Skewness	0,203452924

STIBOR 3 månaders	
2007-08-26 2007-12-02	
Mean	3,748344437
Standard Error	0,046274508
Median	3,749166965
Standard Deviation	0,1792204
Sample Variance	0,032119952
Kurtosis	-1,810259857
Skewness	0,108566351

Appendix 2

