

# Modellreduktion

En populärvetenskaplig beskrivning till doktorsavhandling

*"Model Order Reduction Based on Semidefinite Programming"*

Avhandlingen kan laddas ner från <http://www.control.lth.se/publications>

Aivar Sootla

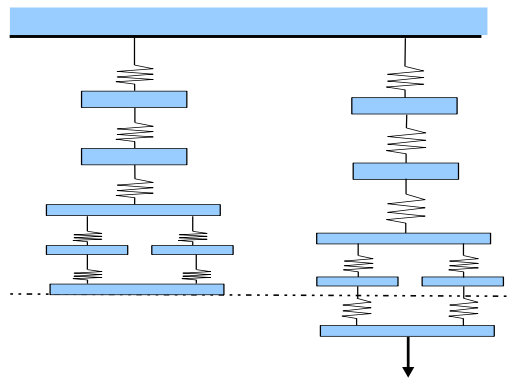
Inom reglerteknik beaktas förutom ekvationer som beskriver naturlagarnas inverkan på systemet, två ytterligare objekt: in- och utsignaler. Utsignaler är mätningar som vi observerar eller mäter och insignaler är styrsignaler som kan påverka ett system. Uppgiften för en reglertekniker är att bestämma/beräkna styrsignaler baserat på de mottagna mätningarna. För att få bättre grepp om dessa termer, låt oss ta bilkörning som exempel, som många ägnar sig åt regelbundet. När vi kör på en motorväg, är en av uppgifterna att hålla hastigheten på fordonet konstant. För att göra det, vi får mätningar på den aktuella hastigheten genom hastighetsmätaren. Om hastigheten är för låg gasar vi, om är den för hög släpper vi gaspedalen. Gaspedalen är vår styrsignal, medan hastigheten är vår mätning. Dessa uppgifter kan utföras av en farthållare som finns i många moderna bilar. För att behålla fordonshastigheten är det inte nödvändigt att känna till exakt hur en motor fungerar, men det behövs en förståelse för hur hastigheten (utsignal) ändras beroende på gaspådrag (insignal). Mer allmänt vi kan säga, att en enkel modell av insignal-utsignalbeteende behövs för att bygga ett farthållarsystem.

Denna avhandling handlar om funktionell modellering av ett system för reglering och simulering. Ett av de viktigaste modelleringsverktygen är modellreduktion, vilket är ett approximationsverktyg som används inom olika teknikområden. Approximering är ett sätt att förenkla en modell. Varje modell är en approximation av verkligheten genom naturlagar. Ofta är det rimligt att offra en viss approximationskvalitet för att få en enklare representation.

För att beskriva hur modellreduktion skiljer sig från allmän approximation ges ett konkret exempel från teknikutbildningar genom det servosystem som avbildas i Figur 1. Ett servosystem består av laster kopplade till varandra med hjälp av fjädrar. Antag att vi kan mäta och styra endast läget av den lägst hängade lasten. Om lasten dras ner (systemet flyttas ur viloläget), är målet att styra hela systemet så fort vi kan tillbaka till viloläget. Detta problem kallas ett stabiliseringsproblem, vilket är ett av de viktigaste inom reglerteknik. Problemet verkar ganska enkelt vid en första anblick, men i närvaro av störningar (exempelvis yttre kraft som påverkar lasternas lägen), tids- och styrsignalsbegränsningar (till exempel en gräns för kraften, som man använder för att styra den lägsta lasten) är problemet synnerligen komplicerat, särskilt om antalet laster är tusentals. Om man kan minska antalet laster i modellen, kan man avsevärt påskynda simulering eller regulatordesign. Inom reglerteknik kan sådan approximation utföras med

---

avseende på in- och utsignaler. Om vi endast kan mäta och styra den lägsta lastens läge, står det klart att den översta lasten inte heller påverkar styr- eller mätsignaler betydligt. Det är möjligt att den lasten kan kastas bort eller reduceras. Det är också möjligt att någon last inte påverkar systemet alls, om massan av den lasten är väldigt låg. Det är enkelt att uppskatta vilka laster som påverkar systemet för ett dussin eller två laster, men inte för tusentals, eftersom det leder till omfattande beräkningar. Modellreduktion är ett verktyg, som systematiskt kan reducera sådana modeller (minska antalet laster).



**Figur 1** Ett typiskt servosystem. Till vänster servosystemet i viloläget, till höger har systemet dragits neråt

Sådana modeller och problem förekommer i verkliga tillämpningar, till exempel i strukturmekanik där det är vanligt att modellera olika objekt med ett servosystem. Ett objekt är uppdelat i en stor mängd segment och varje segment antas vara en last ansluten till andra segment med styva fjädrar. Denna metod kallas finit elementmodellering, och förenklar avsevärt analysen av de skapade modellerna. Dessa är ofta väldigt stora, därför stor antal av laster måste användas för exakt modellering. Modeller kräver därför också betydande beräkningsansträngning för simulering, och av den anledningen behövs modellreduktion för att förenkla simulering eller reglerdesign.

Finit elementmodellering kan också tillämpas för elektriska kretsar. Där istället av laster och fjädrar, man använder resistorer, kondensatorer och spolar för att modellera komplicerade kretsar. Matematisk kretsmodellen liknar servomodellen, och modellreduktion kan bli uppfört på samma sätt.

En av de viktigaste uppgifterna för den aktuella avhandlingen har varit att utveckla en systematisk metod, som var beräkningsmässigt effektiv. Utgångspunkten var att en funktion som beskriver insignal-utsignalbeteende är beräknad, vilket går att göra med välkända metoder inom regler teknik. Denna funktionen därefter är approximerad med en enklare funktion. Sådan approximering utförs med hjälp av ett matematiskt verktyg kallat optimering. Optimeringsproblem är allmänt svårt att lösa, men i denna avhandlingen har problemet uttryckts på en bekväm form. Denna formen kallas semidefinite programmering. Semidefinite problem går att lösa snabbt med hjälp av datorn och open-source software.