



LUND UNIVERSITY

Materialbrott

Hillerborg, Arne

1977

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):

Hillerborg, A. (1977). *Materialbrott*. (Rapport TVBM; Vol. 3004). Avd Byggnadsmaterial, Lunds tekniska högskola.

Total number of authors:

1

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

AVDELNINGEN FÖR BYGGNADSMATERIALLÄRA
TEKNISKA HÖGSKOLAN I LUND
DEPARTMENT OF BUILDING MATERIALS
THE LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY

MATERIALBROTT

ARNE HILLERBORG

MATERIALBROTT

ARNE HILLERBORG

Förord

Den här rapporten utgör samtidigt ett kapitel i kompendiet till Fortsättningskurs I i Byggnadsmateriallära vid LTH. Texten är därför av lärobokskaraktär och det förekommer hänvisningar till andra kapitel i kompendiet. Den speciella sidnumreringen sammanhänger också med detta.

Jag tror att kunskaper om brottmekanik är väsentliga för att förstå byggnadsmaterials och byggnadskonstruktioners beteende. Hittills har brottmekaniken varit ett försummat ämne inom byggnadstekniken, varför flertalet verksamma väg- och vattenbyggare helt saknar kunskaper om brottmekanik. Det är för att söka bidra till att avhjälpa denna brist som jag publicerar kompendiekapitlet även i form av en rapport, som sprids till en större krets än kompendiet.

Arne Hillerborg

Materialbrott

1	Dragprovet	1
2	Linjär brottmekanik	9
2.1	Spänningsbetraktelser	9
2.2	Energibetraktelser	14
3	Icke-linjär brottmekanik	19
4	Brottenergin	22
4.1	Mjuka metaller (skjuvflytande material)	22
4.2	Betong m m (icke skjuvflytande material)	24
4.3	Fiberarmerade material	25
4.4	Mätmetoder	26
5	Tillämpningar	28
5.1	Böjning	28
5.2	Storleksinverkan	29
5.3	Exempel på numeriska resultat	32
5.4	Betong	33
5.5	Fiberarmerade material	33
5.6	Sektionsändringar	38
5.7	Lim- och svetsförband. Armeringsförankring	38
6	Mikrobrott	40
7	Krypbrott	42
8	Utmattning	46

Arne Hillerborg, november 1977

Materialbrott

1. Dragprovet

Vi tänker oss att vi utför dragprov på en jämntjock stång av t ex stål enl. fig. 1 och samtidigt mäter förlängningarna på två ställen A och B, vardera med en mätlängd l .

Vi tänker oss vidare att brottet uppstår inom mätområde A.

Typiska resultat av sådana mätningar återges i fig 1 i form av kraft-deformationskurvor för mätområdena A och B.

Så länge lasten befinner sig på uppåtgående uppträder alla delar av stången lika, dvs kurvorna A och B är identiska (om vi bortser från oundvikliga variationer i tvärsnittsarea och egenskaper längs stången). I detta stadium har man en entydigt definierad jämnt fördelad töjning ϵ (förlängning/mätlängd), som är giltig längs hela stången.

Vid en viss töjning ϵ_g , gränstöjningen uppnås stångens maximallast eller bärförmåga F_{max} . Vid ytterligare förlängning av stången sjunker kraften. Orsaken till detta är att något tvärsnitt i stången inte förstår uppta högre last. Istället börjar kraften sjunka samtidigt som deformationen ökar i anslutning till detta tvärsnitt. Området där ökande deformation leder till minskande kraft kallas brottområdet. Brottområdets utsträckning i stångens längdriktning varierar för olika material. För sega material, som vanligt konstruktionsstål, är brottområdets slutliga längd några multipler av godstjockleken, för spröda material betydligt mindre.

Så snart brottområdet börjar utvecklas sjunker kraften och därmed möjligheten för andra tvärsnitt att också ge upphov till brottområden. I stången uppkommer alltså brottområde på ett enda ställe efter det att gränstöjningen uppnåtts. Vid den fortsatta provningen sjunker kraften och alla delar av stången utanför brottområdet får en elastisk återgång av deformationen enligt kurva B. Fortfarande har man alltså inom dessa delar en jämnt fördelad töjning.

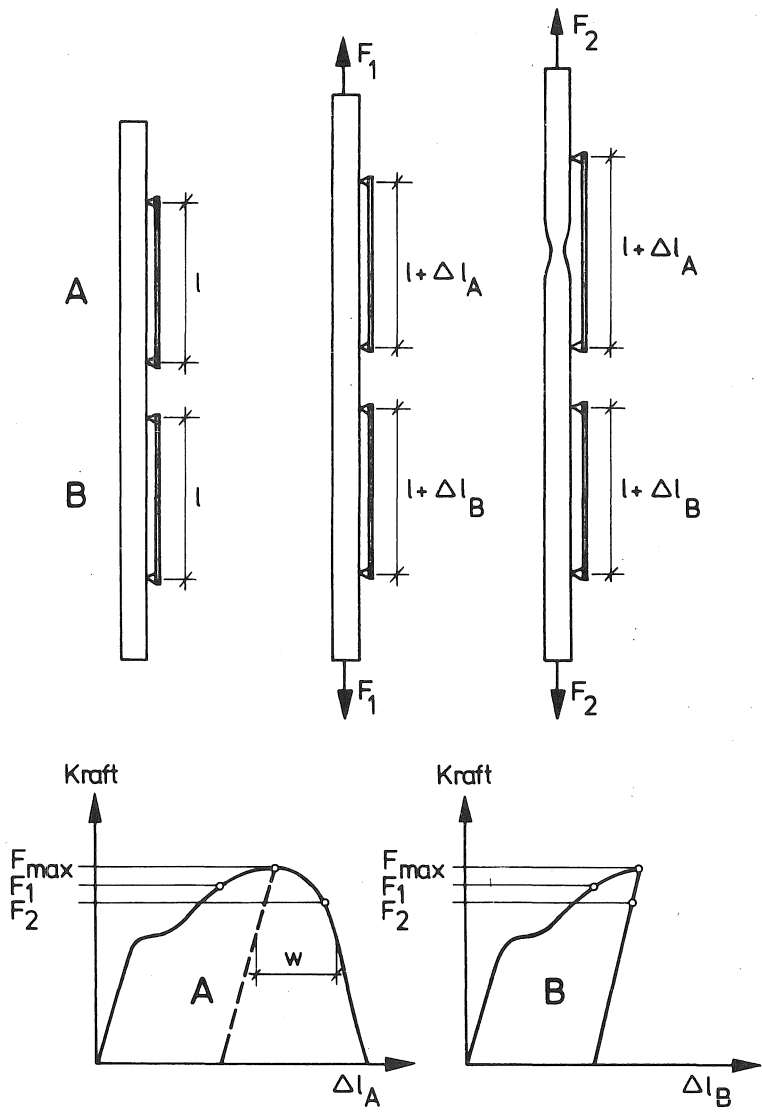


Fig 1 Dragprov med stålstång samt deformationer mätta på olika ställen.

Vid mätningen över mätsträcka A erhålles en fortsatt förlängning vid sjunkande kraft (dvs man påtvingar stängen en större totalförlängning och i samband därmed sjunker kraften). Skillnaden mellan kurvorna för områdena A och B kan helt hänföras till brottområdets deformation. Det är lämpligt att införa följande definition:

Brottområdets deformation är skillnaden i deformation mellan en mätsträcka som inkluderar brottområdet och en lika lång mätsträcka utanför brottområdet.

I fortsättningen används beteckningen

w = brottområdets deformation

Med denna definition och beteckning kan w avläsas ur kurva A, där den streckade linjen anger elastisk återgång enligt kurva B.

Vi kan nu beskriva stängens deformation såsom bestående av två delar

1. En jämnt fördelad töjning ϵ
2. Brottområdets deformation w

I fig 2 visas en schematisk modell som åskådliggör den angivna beskrivningen. I denna modell antas stängen delad i två delar av en fiktiv "spricka", som har den egenskapen att den kan överföra viss kraft trots att sprickans kanter avlägsnas från varandra en sträcka w . Hela brottområdets deformation antas alltså koncentrerad till denna "spricka", medan hela stängen i övrigt har fördelade töjningar ϵ .

En sådan schematisk modell ger en korrekt beskrivning av deformationerna för stängen som helhet samt för alla mätsträckor som antingen ligger helt utanför det verkliga brottområdet eller innehåller hela brottområdet. Endast för mätsträckor vars ändpunkter ligger inom brottområdet erhålles avvikelser.

Den angivna schematiska modellen med en fiktiv spricka som överför krafter utgör ett praktiskt hjälpmedel för behandling av mera komplicerade typer av brott, såsom skall visas längre fram.

I fig 3 finns deformationens två delar uppritade, varvid påkänningen $\sigma = F/A$ (A = arean) avsatts på vertikalaxeln. Maximipunkten F_{\max}/A

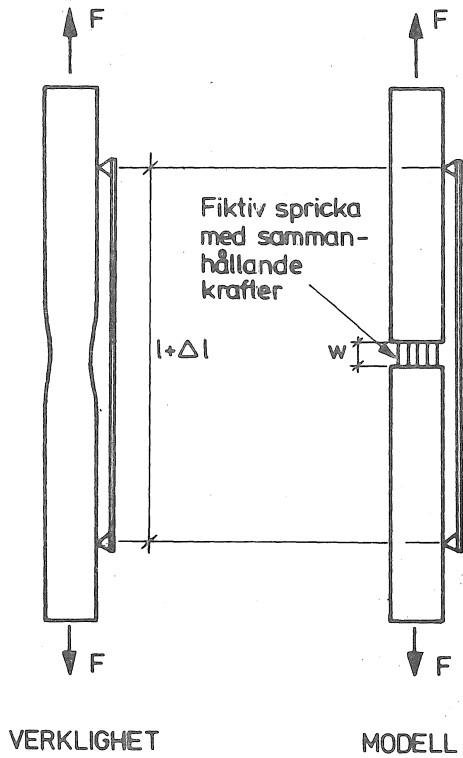


Fig 2 Jämförelse mellan verklighet och schematisk modell vid dragprov.

utgör materialets draghållfasthet och betecknas med f_t .

Det är att märka att värdena på horisontalaxlarna har olika dimension. Töjningen ϵ är ett talvärde (ofta givet som o/o eller o/oo), medan deformationen w är en längd.

Förlängningen på en mätsträcka l , som inte innefattar brottområdet, är

$$\Delta l = l \cdot \epsilon \quad (1)$$

medan förlängningen på en mätsträcka l , som innefattar brottområdet, är

$$\Delta l = l \cdot \epsilon + w \quad (2)$$

Därvid måste observeras att $w \neq 0$ först sedan gränstöjningen passerats samt att ϵ -värdet avser den stigande delen då $w = 0$, men den fallande delen då $w \neq 0$.

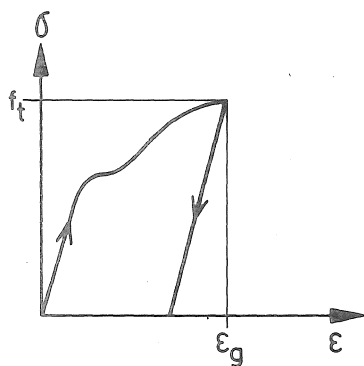
Ofta redovisar man samband mellan påkänning σ och en genomsnittstöjning ϵ_l på en mätlängd l som innehåller brottområdet. Ur (2) finner man

$$\epsilon_l = \frac{\Delta l}{l} = \epsilon + \frac{w}{l} \quad (3)$$

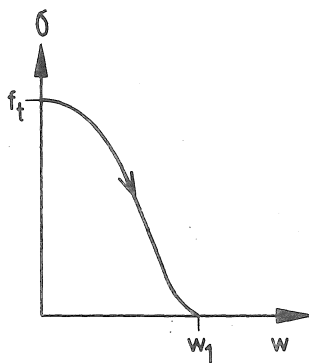
Detta innebär att den nedåtgående delen blir beroende på mätlängden l så som illustreras av fig 4. En konsekvens av detta är att en uppgift om brotttöjning utan samtidigt angivande av mätlängd är meningslös. Däremot kan man ange gränstöjning utan att ange mätlängd.

Den nedåtgående delen av kurvan är av föga intresse i en statiskt bestämd konstruktion, t ex en stång i vilken en tyngd hänger. Om tyngden är mindre än F_{\max} passerar man aldrig ϵ_g . Om F_{\max} uppnås och något överskrids sker omedelbart brott, eftersom bärförmågan sjunker.

I en statiskt obestämd konstruktion är däremot den nedåtgående delen ibland av stort intresse därför att brottområdets deformationer kan medge kraft- eller spänningsomlagringar. Den statiska obestämdheten kan därvid vara yttre - t ex ett statiskt obestämt fackverk - men i praktiken är oftare en inre statisk obestämdhet av större intresse i detta sammanhang. Med inre statisk obestämdhet menas att spänningarna i t ex ett tvärsnitt är statiskt obestämda. Exempelvis är spän-



FÖRDELAD TÖJNING



BROTTRÖMOMRÅDETS
TILLSKOTTSDIFORMATION

Fig 3 Den totala deformationen kan beskrivas som en fördelad töjning ϵ samt därutöver tillskottsdeformationer w inom brottrömdet.

ningsfördelningen i ett tvärsnitt av en böjd balk statistiskt obeständ. Om gränstöjningen passeras i en del av tvärsnittet kan denna del fungera enligt den nedåtgående delen i σ - ϵ - (egentligen σ - w -) diagrammet samtidigt som övriga delar, som fortfarande är på den uppåtgående delen, övertar en ökande andel av momentet. Momentet kan därför ökas i viss utsträckning trots att gränstöjningen passerats i vissa partier. I sådana fall är utseendet hos den nedåtgående delen av fundamental betydelse. En brant fallande kurva ger snabbt avtagande spänningar inom brottnområdet och därmed små möjligheter till momentökningar. Brottet får då spröd karaktär.

Vid provning i en vanlig dragprovningmaskin ingår provstången i ett statistiskt obestämt system, eftersom provningmaskinen primärt påtvingar stången en deformation. Kraften i stången uppstår då på grund av motståndet mot deformationen. Av denna anledning kan man vid provning följa även den nedåtgående delen av last-deformationsdiagrammet. För att detta skall vara möjligt måste dock vissa villkor vara uppfyllda, såsom visas nedan.

Varje provningmaskin uppvisar en viss elasticitet som innebär att den deformeras något i samband med att kraften ändras. Detta är givetvis ofrånkomligt, eftersom kraften ger upphov till påkänningar och töjningar i maskinens delar.

Provningmaskinens elasticitet kan schematiskt representeras av en fjäder med fjäderkonstant k = kraft/deformation. Ett högt värde på k betyder en styv fjäder. Man talar då om en provningmaskin med hög styvhet.

Fig 5 återger schematiskt det statistiskt obestämda systemet. Maskinens skruvar och tvärstycken är ritade såsom helt stela, medan hela elasticiteten är samlad i tänkta fjädrar med sammanlagda fjäderkonstanten k . Vid dragprovet förs det nedre tvärstycket nedåt med hjälp av skruvarna. Tvärstyckets förflyttning betecknas λ_m .

Vi betraktar det stadium då gränstöjningen passerats och ett brottnområde börjat utbildas. Då gäller enligt ekv (2)

$$\Delta \lambda = \lambda \cdot \epsilon + w \quad (4)$$

med ϵ och w enligt fig 2, varvid observeras att ϵ avser den nedåtgå-

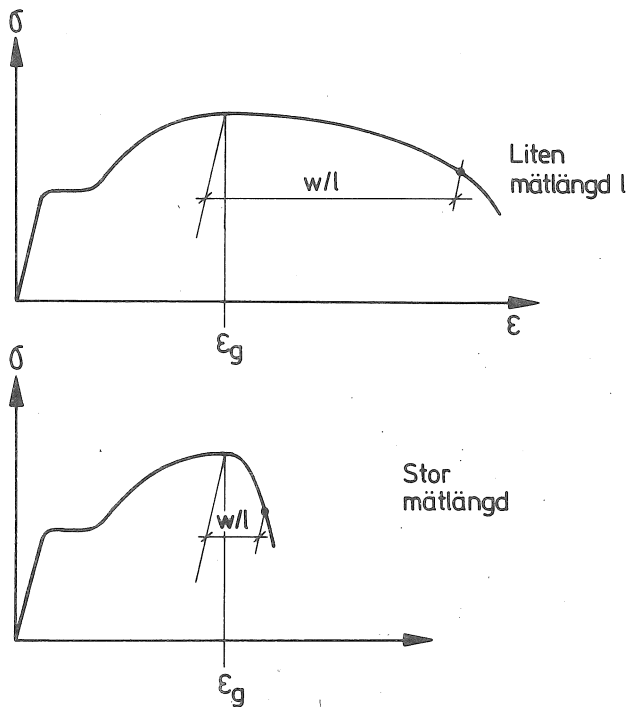


Fig 4 Inverkan av mätlängden på registrerad σ - ϵ -kurva. Mätlängden i den undre figuren är 5 gånger så stor som i den övre.

ende delen, som normalt är en rät linje karakteriserad av att

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E \quad (5)$$

med E = elasticitetsmodulen

Av fig 5 framgår att

$$\Delta l = l_m - \frac{F}{K} \quad (6)$$

Kombination av (4) och (6) ger

$$l_m = l \cdot \varepsilon + \frac{F}{K} + w \quad (7)$$

Vi skall nu studera hur l_m måste ändras för att åstadkomma en viss ändring av F . Detta gör vi enklast genom att studera derivatan av l_m m.a.p. F

$$\frac{d l_m}{dF} = l \frac{d\varepsilon}{dF} + \frac{1}{K} + \frac{dw}{dF} \quad (8)$$

Kraften F kan skrivas $F = A \cdot \sigma$, där A är tvärsnittsytan och σ är påkänningen. Därmed erhåller vi direkt koppling till fig 3. Vidare utnyttjar vi ekv (5). Ekv (8) kan då skrivas om

$$\frac{d l_m}{dF} = \frac{l}{AE} + \frac{1}{K} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\sigma} \quad (9)$$

Vi befinner oss inom brottområdet, dvs F skall minska. Om förloppet skall vara stabilt måste minskningen av F ske samtidigt med att l_m ökar dvs dF är negativ då $d l_m$ är positiv. Vi får alltså ett villkor för stabilitet

$$\frac{d l_m}{dF} < 0$$

som insatt i (9) ger

$$\frac{l}{AE} + \frac{1}{K} + \frac{1}{A} \frac{dw}{d\sigma} < 0$$

$$\frac{dw}{d\sigma} < -\left(\frac{l}{E} + \frac{A}{K}\right)$$

$$\frac{d\sigma}{dw} > - \frac{1}{\left(\frac{\ell}{E} + \frac{A}{K}\right)} \quad (10)$$

Om inte detta villkor är uppfyllt inträder plötsligt brott utan att man kan mäta förloppet. Förhållandena liknar då dem som gäller i statistiskt bestämda system.

Man kan alltså vid provningen följa förloppet endast så länge (10) är uppfyllt. Med den form på σ - w -kurvan som anges i fig 3 minskar $d\sigma/dw$ med ökande w (observera att σ är avtagande och $d\sigma/dw$ negativt). Man kan då följa förloppet längre ju lägre värdet i nämnaren i (10) är. Om man vill öka möjligheten att följa brottförloppet vid provningen skall man alltså öka maskinens styvhet k och minska provkroppsdimensionerna ℓ och A .

Ett annat sätt att beskriva förloppet är att i ett diagram rita upp sambandet mellan F och $\Delta\ell$ för provstaven och i samma diagram lägga in sambandet mellan F och $\Delta\ell$ för maskinen enligt ekv (6), se fig 5. Det senare sambandet representeras av en serie parallella linjer för olika maskinrörelser ℓ_m . Jämvikten i ett visst läge representeras av skärningspunkten mellan kurvan och den räta linjen. Så länge ökande deformation $\Delta\ell$ kräver ökande ℓ_m är jämvikten stabil. Gränsen för möjlig stabil jämvikt uppnås när den räta linjen tangerar kurvan. Man kan därur härleda samma villkor som ovan.

Ett tredje sätt att studera stabilitetsvillkoret är att utgå från energibetraktelser (virtuella arbetets princip). Även detta sätt skall visas här, då det har anknytning till avsnitt längre fram i kapitlet.

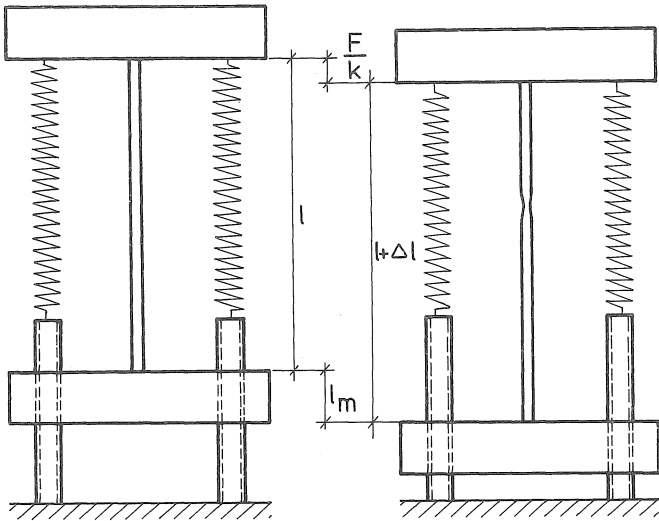
Allmänt gäller att elastiskt lagrad energi kan tecknas

$$W_{el} = \frac{F \cdot \Delta\ell_{el}}{2}$$

där $\Delta\ell_{el}$ är den mot kraften F svarande elastiska deformationen.

Tillämpat på det aktuella systemet är den totala elastiska deformationen

$$\Delta\ell_{el} = \frac{F}{K} + \frac{F \cdot \ell}{AE} = F \left(\frac{1}{K} + \frac{\ell}{AE} \right)$$



FÖRE PÅLASTNING

PROVSTAVEN I BROTTSTADIET
MED KRAFT F

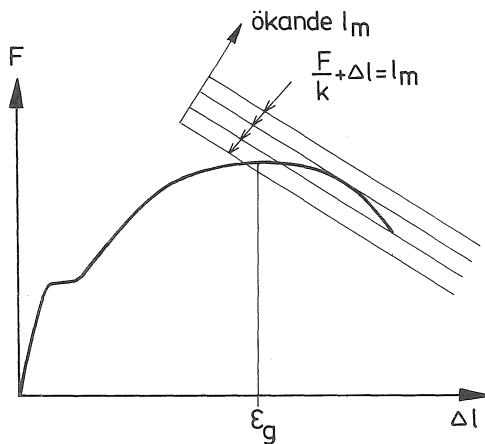


Fig 5 Provningsmaskin med fjäderkonstant k , schematiskt markerad med sammantryckta fjädrar. Därunder diagram över samband mellan F och Δl . Kurvan visar sambandet för provstaven, medan varje linje visar sambandet för provningsmaskinen för ett läge $\Delta l_m = \text{konstant}$, dvs stillastående maskin.

Brott-7

och alltså den elastiskt lagrade energin

$$W_{el} = \frac{F^2}{2} \left(\frac{1}{k} + \frac{l}{AE} \right)$$

En liten ändring dF av F ger en ändring av W_{el} med

$$dW_{el} = \frac{\partial W_{el}}{\partial F} \cdot dF = F \left(\frac{1}{k} + \frac{l}{AE} \right) dF \quad (11)$$

Vi skall nu undersöka vad som händer om maskinen står stilla, dvs l_m är konstant, men w ökar med ett litet tillskott dw .

För att öka w med dw åtgår arbete (energi) därför att kraften F måste övervinnas vid förflyttningen dw . Den absorberade energin är

$$dW_w = F \cdot dw = F \frac{dw}{dF} dF = \frac{F}{A} \frac{dw}{d\sigma} dF \quad (12)$$

Därvid är dF den kraftförändring som uppstår i samband med förflyttningen dw .

Ändringen av systemets totala energi är $dW_{el} + dW_w$. Om denna ändring är positiv, dvs systemet tillförts energi, är förflyttningen dw inte möjlig utan energitillskott utifrån, dvs systemet är stabilt. I motsatt fall är det instabilt. Stabilitetsvillkoret blir alltså

$$dW_w + dW_{el} > 0$$

vilket leder till ekv (10) ovan.

En viktig slutsats av ovanstående är att man måste ha en tillräckligt styv provningsmaskin för att kunna registrera den nedåtgående delen av kraft-deformationskurvan. Ju styvare maskinen är, desto längre kan man följa kurvan.

När stabilitetsvillkoret inte längre är uppfyllt erhålles plötsligt brott, vilket praktiskt uppfattas som sprött brott. Ett och samma material kan därför uppfattas som sprött i en provningsmaskin med låg styvhet men segt i en maskin med hög styvhet. Ett välkänt praktiskt exempel på detta är att betongkuber erhåller ett sprött explosionsartat brott vid provning i för veka maskiner men ett lugnt och till synes ganska segt brott vid provning i styva maskiner.

Det framgår av ekv (10) att kravet på provningsmaskinens styvhet bestäms framförallt av $dw/d\sigma$, dvs av brottområdets deformationsförmåga. Om brottområdet kan deformeras mycket vid måttlig sänkning av σ behöver inte provningsmaskinen vara så styv.

Metaller har i regel så god deformationsförmåga i brottområdet att vanliga provningsmaskiner har tillräcklig styvhet.

Vid dragprov på "spröda" material som betong och tegel är däremot brottområdets deformationsförmåga mycket liten, dvs σ sjunker snabbt då w ökar. Vanliga provningsmaskiner har inte tillräcklig styvhet för att uppfylla stabilitetsvillkoret nämnvärt bortom gränstöjningen för sådana material. Vid provning upplevs de därför som helt spröda, dvs brottet sker plötsligt så snart maximilasten uppnåtts.

Fig 6 visar en metodik som använts för att studera den nedåtgående delen av last-deformationskurvan för betong vid dragprovning. Metoden innebär i princip att man sätter in extrafjädrar i form av stålstänger mellan dragbackarna i fig 5. Därigenom höjs fjäderkonstanten k till erforderlig nivå.

Fig 7 visar några uppnådda resultat och fig 8 några därifrån framtagna σ - w -kurvor.

Ekv (12) kan även skrivas

$$dW_w = A\sigma dw$$

Integrering ger den totalt absorberade energin i brottområdet fram till slutligt brott vid $w=w_1$

$$W_w = A \int_0^{w_1} \sigma dw \quad (13)$$

Integralen anger mängd absorberad brottenergi per (ursprunglig) ytenhet av stängen. Längre fram skall vi införa en beteckning G_c för denna storhet, dock främst kopplad till brott i form av spricktillväxt.

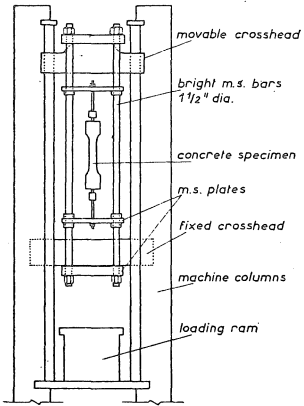


Fig 6 Dragförsök med betong enligt Evans and Marathe /1/.

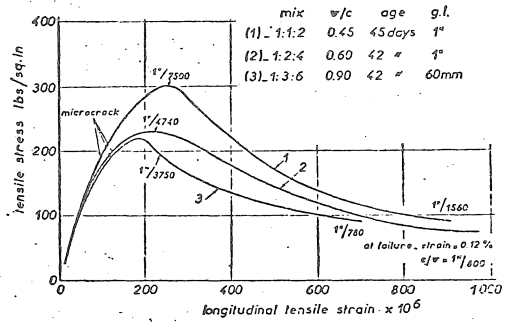


Fig 7 Resultat från försök enligt fig 6 enligt Evans and Marathe /1/.

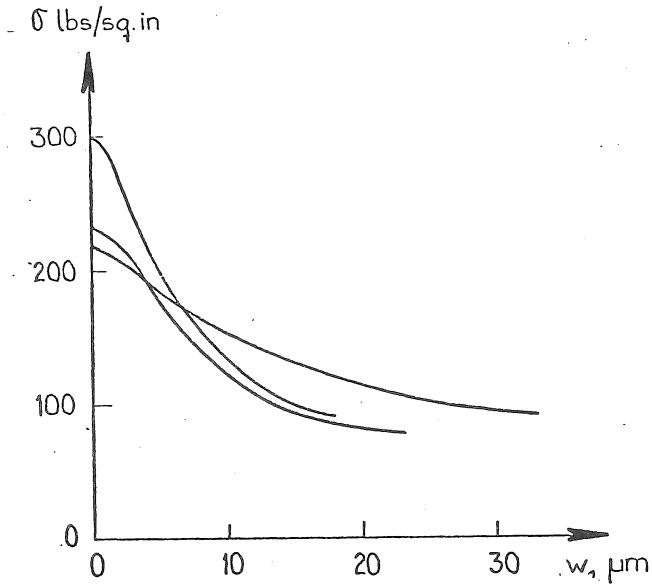


Fig 8 Samband mellan formell sprickbredd och påkänning för försöken i fig 6-7.

2. Linjär brottmekanik

2.1 Spänningsbetraktelser

Föregående avsnitt behandlade brottfenomenen i en jämtjock stång, där ett brottområde utbildas på något slumpmässigt ställe utefter stångens längd.

Vi skall nu övergå till att studera brottområden som utgår från en brottanvisning. Den brottanvisning som i första hand skall studeras utgörs av en spricka med skarp spets.

Den vetenskapsgren som studerar brott som utgår från sprickspetsar brukar kallas brottmekanik.

I samband med brott sker alltid vissa icke-elastiska deformationer i brottområdet. Vid teoretisk behandling bortser man emellertid ofta (för enkelhets skull) från dessa icke-elastiska deformationer och antar att varje punkt i materialet uppträder elastiskt ända upp till brott. Detta sätt att behandla brottmekaniken kallas linjär brottmekanik. Som vi skall se längre fram är grundförutsättningen om fullständig elasticitet orimlig, men trots detta kan den i många fall ge rimliga resultat. En fördel med den linjära brottmekaniken är att den leder till enkla slutna formler som gör att den är lätt att tillämpa. Man måste dock ha klart för sig att den utgör en approximation och att approximationen ibland kan vara alltför grov.

Vi tänker oss en kantspricka med längd a enligt fig 9. Sprickan går vinkelrätt mot kanten och är liten i förhållande till provkroppens övriga dimensioner. Vi förutsätter vidare att provkroppen är utsatt för krafter som skulle ge dragspänningar σ parallellt med kanten om sprickan inte funnes.

Man kan med användning av elasticitetsteorien beräkna spänningsfördelningen i området intill en sådan sprickspets. Av störst intresse är dragspänningarna vinkelrätt mot sprickans tänkta fortsättning, eftersom det är dessa spänningar som eventuellt kan få sprickan att utvecklas och förlängas. Med origo i sprickspetsen och x -axeln i sprickans riktning enligt fig 10 erhålles

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} + \dots \dots \dots \quad (14)$$

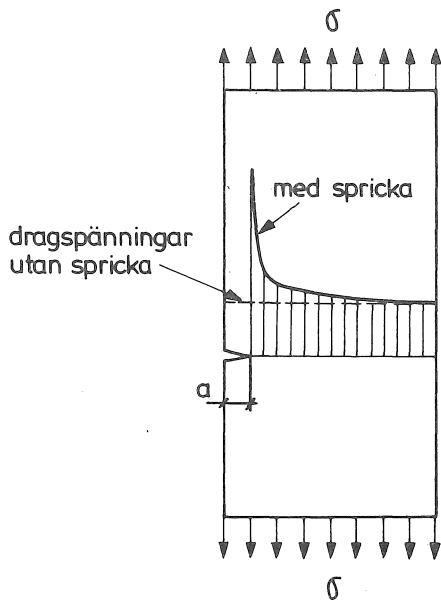


Fig 9 Spänningskoncentration vid en kantspricka.

Som synes går σ_y mot oändligheten vid sprickspetsen ($x=0$). Punkterna i (14) symboliserar ändliga termer, som alltså just vid sprickspetsen är små i förhållande till den första, och därför försummas i den fortsatta behandlingen. I många fall är de i själva verket inte försumbara.

Faktorn K kallas spänningsintensitetsfaktorn. Dess värde kan allmänt skrivas

$$K = \alpha \cdot \sigma \sqrt{a} \quad (15)$$

dvs den är proportionell mot spänningen σ och mot roten ur spricklängden.

Koefficienten α har något olika värden beroende på olika belastningsfall (ren dragning, böjning etc) och olika förhållande mellan sprickdjup och tvärmått. För våra ändamål kan vi dock nöja oss med ett approximativt värde $\alpha = 2$, som i regel ligger inom $\pm 10\%$ från det teoretiskt riktiga värdet. Vi räknar alltså i fortsättningen med

$$K = 2 \sigma \sqrt{a} \quad (16)$$

K har dimensionen $N/m^{3/2}$ eller motsvarande i andra enheter.

En spricka med längden $2a$ inne i ett material ger samma spänningskoncentration som en kantspricka med längden a . Ekv (16) kan därför tillämpas för en inre spricka med längden $2a$.

Av ekv (14) och (16) framgår att spänningen vid sprickspetsen formellt går mot oändligheten även om σ , och därmed K , är litet. Om man skulle erhålla materialbrott vid sprickspetsen vid en viss spänning σ_y skulle detta innebära att sprickan skulle förlängas så fort någon spänning σ överhuvudtaget verkade. Så fungerar som tur är inga material, utan sprickan kan vara stabil även om σ_y enligt elasticitetsteorien går mot oändligheten.

Ju högre K är, desto större blir dock påfrestningen på materialet och vid ett visst kritiskt värde $K = K_c$ börjar sprickan förlängas. K_c kallas brottseghet och kan betraktas som en materialegenskap. Dess värde kan dock variera med provkroppens form, jfr 4.1 nedan.

Den har samma dimension som K .

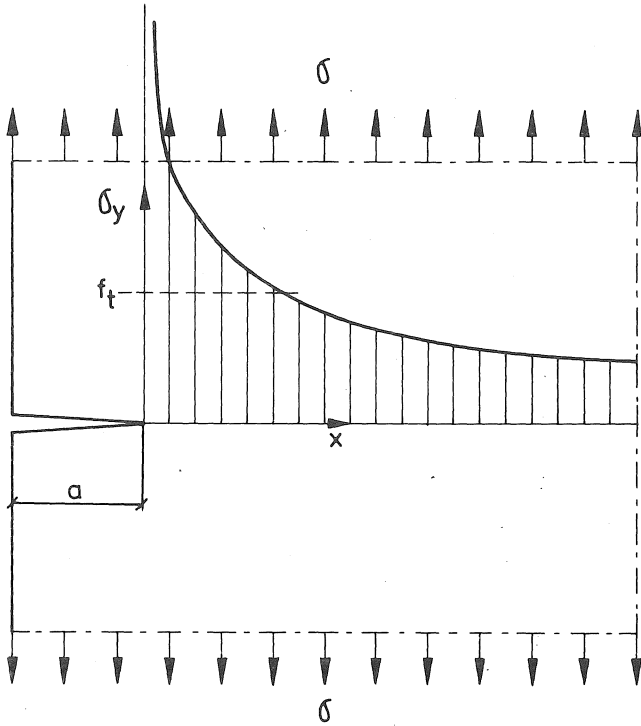


Fig 10 Dragspänningar enligt elasticitetsteorien framför en sprickspets.

I litteraturen finner man ofta beteckningarna K_I resp K_{IC} istället för K resp K_C . Index I anger därvid att värdena hänförs till det fall vi studerar, en spricka som öppnar sig under inverkan av en dragspänning vinkelrätt mot sprickan. Detta belastningsfall kallas nämligen "mode I". Man kan också tänka sig att skjvspänningar i olika riktningar leder till förlängning av sprickan. Man har därvid två skilda fall att ta hänsyn till, kallade "mode II" och "mode III".

I praktiken är det dock bara mode I som är av väsentligt intresse, åtminstone för oss. Därför har index I slopats i framställningen.

K och K_C kan vid dimensionering etc jämföras med beräknad spänning resp hållfasthet vid vanlig dimensionering. Om man känner eller kan anta värden på a (spricklängd) och σ , kan aktuell spänningsintensitetsfaktor K beräknas ur (16). För att brott inte skall uppstå måste K vara mindre än K_C .

En praktisk svårighet är att man ofta saknar uppgift om K_C för det material man använder.

För att ge ett begrepp om storleksordningen på K_C visas i fig 11 ett diagram för stål och i tabell 1 ges en del ungefärliga uppgifter för några andra material. Tyvärr innehåller inte fig 11 uppgifter för de vanliga konstruktionsstålen med $f_t \approx 250 - 400 \text{ MN/m}^2$ (f_t står som allmän beteckning för draghållfasthet, i detta fall sträckgräns), men man kan se att K_C stiger då f_t minskar, vilket antyder att vanliga konstruktionsstål har betydligt högre K_C -värden än de i figuren redovisade.

En jämförelse mellan fig 11 och tabell 1 visar att K_C -värdet för betong är flera 10-potenser lägre än för stål.

Ofta kan det vara av intresse att veta hur stor spänning σ som erfordras för att sprickan skall förlängas. Denna spänning, den kritiska spänningen σ_c , erhålles genom att i (16) sätta in $K = K_C$

$$\sigma_c = \frac{K_C}{2\sqrt{a}} \quad (17)$$

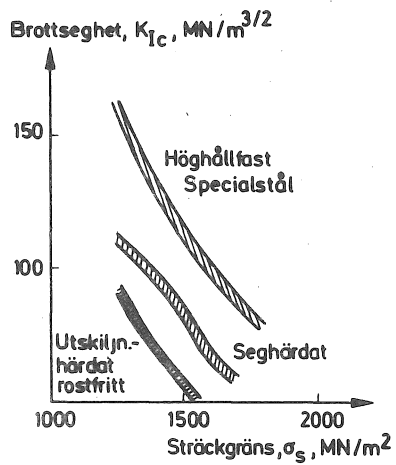


Fig 11 Ungefärliga samband mellan brottseghet K_C och sträckgräns σ_s för olika typer av härdade stål. (Enligt Pellini et al).

Sprickan är alltså stabil så länge $\sigma < \sigma_c$. När σ uppnår värdet σ_c börjar sprickan förlängas. Detta innebär att a ökar, varigenom σ_c minskar. Vid konstant σ blir skillnaden mellan σ och σ_c allt större när sprickan växer, vilket innebär att sprickan växer allt snabbare tills brott uppstår.

Praktiskt innebär detta att man erhåller ett mycket snabbt och plötsligt totalbrott genom att sprickan förlängs tvärs över konstruktionen då σ uppnår σ_c . Brottet är sprött, dvs det är inte förbundet med några väsentliga plastiska deformationer.

Det är angeläget att undvika sådana spröda brott i konstruktioner, eftersom de kan leda till svåra katastrofer. Ett material som kan råka ut för sprödbrott saknar också förmåga att medverka i gynnsamma spänningsomlagringar i statiskt obestämda system och att klara parasitspänningar av temperatur, krympning etc. Man brukar därför kräva av konstruktioner att de inte har benägenhet för sprödbrott.

Ett sätt att gardera sig mot sprödbrott genom spricktillväxt är att kräva att

$$f_t < \sigma_c \quad (18)$$

dvs att draghållfastheten (för stål sträckgränsen) f_t skall uppnås innan sprickan börjar förlängas. Därigenom får man ett segt brott i form av flytning i materialet istället för ett sprött brott genom sprickförlängning.

Med utnyttjande av (17) och (18) finner vi

$$f_t < \frac{K_c}{2\sqrt{a}} \quad (19)$$

eller

$$a < a_c \quad (20)$$

där

$$a_c = \left(\frac{K_c}{2f_t}\right)^2 \quad (21)$$

kan betecknas kritisk spricklängd. Om ingen spricka i materialet är

MATERIAL	E MN/m ²	G _C N/m	$K_C = \sqrt{EG_C}$ MN/m ^{3/2}	f _t MN/m ²	$w_1 = \frac{2G_C}{f_t}$ mm	$l_C = \frac{EG_C}{f_t^2}$ m
Cementpasta, vct ≈ 0,35	7000	20	0,4	4	0,01	0,01
Betong K 300	30000	60	1,3	3	0,04	0,2
Gasbetong γ = 400 kg/m ³	1000	2	0,04	0,6	0,01	0,006
" γ = 600 kg/m ³	2000	5	0,1	1,3	0,01	0,006
Stålfiberbetong ca 2 % fibrer	30000	10000	20	4	5	20
Glasfiberarmerat bruk, nytt	20000	10000	15	8	2,5	3
" bruk, åldrat	20000	1000	5	6	0,3	0,5

TABELL 1. Storleksordning på brottmekaniska parametrar för några material. Siffervärdena måste betraktas som tämligen osäkra. Värdet w_1 är beräknat för en rätlinjig σ - w -kurva enligt fig 15a, vilket knappast är realistiskt för vissa av materialen, men dock visar skillnaden i storleksordning.

längre än a_c bör man kunna räkna med att slippa sprödbrott.

Härledningen ovan och förutsättningarna är starkt schematiska och man skall inte tro att värdet på a_c markerar en skarp gräns mellan spröda och sega brott. Man bör snarare se det som en storleksordning. För att säkert undvika sprödbrott bör verklig spricklängd ligga på en bråkdel av a_c .

Värdet på a_c ger emellertid en god indikation på ett materials sprickkänslighet, t ex vid jämförelse mellan olika material.

Om vi t ex jämför två höghållfasta specialstål med värden enligt fig 11, finner vi för

$$f_t = 1300 \text{ MN/m}^2$$

$$K_c = 150 \text{ MN/m}^{3/2}$$

$$a_c = \left(\frac{150}{2 \cdot 1300} \right)^2 = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3,3 \text{ mm}$$

$$f_t = 1800 \text{ MN/m}^2$$

$$K_c = 80 \text{ MN/m}^{3/2}$$

$$a_c = \left(\frac{80}{2 \cdot 1800} \right)^2 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,5 \text{ mm}$$

Vi ser här att teoretisk kritisk spricklängd är 6-7 ggr så hög för stålet med den lägre sträckgränsen. Man måste alltså vara mera observant på sprickor ju höghållfastare stål man använder.

Det bör påpekas att kritisk spricklängd är en materialegenskap (jfr dock avsnitt 4.1 nedan), och alltså oberoende av konstruktionens dimensioner. En spricka med viss längd är alltså lika farlig i en stor brobalk eller ett tankfartyg som i t ex en liten I-balk. Risken för att en spricka med viss längd skall finnas är däremot betydligt större i de stora konstruktionerna, liksom även risken för stora parasit-spänningar. Den verkliga risken för sprödbrott är därför betydligt större i de stora konstruktionerna och när det gäller stål är det framförallt stora brobalkar, tankfartyg etc som riskerar sprödbrott genom sprickförlängning.

Istället för kritisk spricklängd kan man använda materialegenskapen

$$l_c = \frac{K_c}{f_t} = \frac{EG_c}{f_t^2} = 4 a_c \quad (22)$$

som kan kallas karaktéristisk längd.

Beträffande G_c hänvisas till nästa avsnitt.

2.2 Energibetraktelser

På samma sätt som diskuterades ovan beträffande dragprovet kan man även för studiet av förutsättningarna för sprickförlängning utgå från energibetraktelser.

Precis analogt med förhållandena vid dragprovet antar man att det sker en viss tänkt rörelse i brottzonen och jämför den därvid frigjorda elastiska energin med den i brottzonen absorberade energin.

Den tänkta rörelsen i brottzonen utgörs i detta fall av en tänkt förlängning av sprickan med da . Om provstyckets bredd är b (se fig 12), blir den nybildade sprickytans storlek $b \cdot da$. Om da är liten bör minskningen i elastiskt lagrad energi W_{el} vara proportionell mot da . Vi kan skriva (med minustecken därför att dW_{el} i sig själv är negativ)

$$dW_{el} = -G b da \quad (23)$$

där G är en faktor som anger hur mycket elastiskt lagrad energi som frigörs per ytenhet nybildad spricka. G beror på verkande belastningar, sprickans storlek mm.

På samma sätt kan vi teckna ett uttryck för den energi som åtgår för att förlänga sprickan. Vi betecknar denna dW_{spr} och skriver

$$dW_{spr} = G_c b da \quad (24)$$

där $G_c =$ den energi som åtgår för att bilda en ytenhet ny spricka. Sorten för G_c är energi/yta, t ex Nm/m^2 , dvs formellt N/m .

G_c kan betraktas som en materialegenskap, men i vissa fall är den starkt beroende på provkroppens form, jämför avsnitt 4.1 nedan.

Villkoret för att sprickan skall vara stabil är att systemets energi inte får minska vid den tänkta förlängningen da , dvs

$$dW_{el} + dW_{spr} > 0$$

dvs

$$G < G_c \quad (25)$$

Detta sätt att studera om en spricka är stabil är äldre än metoden med spänningsbetraktelser. Pionjären inom området var Griffith. Det är för att hedra honom som man infört beteckningarna G och G_c .

Man kan visa att följande samband gäller mellan K och G resp K_c och G_c (med för oss tillräcklig noggrannhet)

$$K = \sqrt{EG} \quad (26a)$$

$$K_c = \sqrt{EG_c} \quad (26b)$$

med E = elasticitetsmodulen

Insättning i (17) ger kritisk spänning

$$\sigma_c = \frac{\sqrt{EG_c}}{2\sqrt{a}} \quad (27)$$

De elasticitetsteoretiska beräkningar som ligger bakom bestämningen av K och G (t ex av α i ekv (15)) är komplicerade och faller utanför ramen för denna framställning. För att emellertid illustrera funktionssättet vid sprickutbredning skall här en beräkning genomföras med en enkel approximativ modell.

Fig 12 visar en rektangulär stång med en spricka. Stångens tjocklek är b . I den ospruckna delen av stången är spänningen

$$\sigma = \frac{F}{bh}$$

och töjningen

$$\epsilon = \frac{F}{bhE} \quad (28)$$

Mitt för sprickan är medelspänningen

$$\sigma_a = \frac{F}{b(h-a)}$$

och medeltöjningen

$$\varepsilon_a = \frac{F}{b(h-a)E} \quad (29)$$

Töjningsfördelningen blir alltså den i fig 12 skisserade. Som approximation kan vi räkna med att töjningen sjunker rätlinigt från ε_a till ε på en sträcka som är proportionell mot a . Vi kallar denna sträcka βa .

På grund av den större töjningen närmast sprickan får stängens en tillskotts förlängning utöver den förlängning som motsvarar ε . Vi kallar denna tillskotts förlängning för Δl_a . Med approximationen i fig 12 kan den tecknas

$$\Delta l_a = \frac{\varepsilon_a - \varepsilon}{2} \cdot 2 \beta a$$

dvs genomsnittstillskottet i töjning gånger berörd längd. Med (28) och (29) insatta blir

$$\Delta l_a = \frac{F}{bE} \left(\frac{1}{h-a} - \frac{1}{h} \right) \cdot \beta a = \frac{F \beta a^2}{bE(h-a)h} \approx \frac{F \beta a^2}{bh^2E}$$

varvid förutsatts att $a < h$.

Stångens totala förlängning är

$$\Delta l = \varepsilon \cdot l + \Delta l_a = \frac{F}{bE} \left(l + \frac{\beta a^2}{h} \right) \quad (30)$$

Vi tänker oss nu att stängen är fasthållen i en provningsmaskin så att Δl är konstant och vi skall studera förutsättningarna för sprickans stabilitet. För detta ändamål skall vi först undersöka hur kraften F ändras då spricklängden ändras, vilket sker genom att derivera (30) m.a.p. a och observera att Δl är konstant, dvs dess derivata noll

$$0 = \frac{1}{bE} \left(l + \frac{\beta a^2}{h} \right) \frac{dF}{da} + \frac{F}{bE} \cdot \frac{2\beta a}{h} \quad (31)$$

varur vi kan beräkna dF/da .

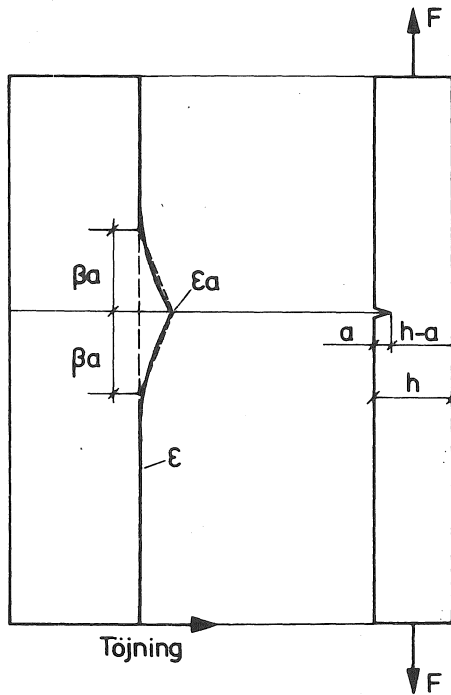


Fig 12 Dragen rektangulär stång med en liten kantspricka.
Till vänster visas töjningsfördelningen längs stången.

Den elastiskt lagrade energin kan tecknas

$$W_{el} = \frac{F\Delta l}{2}$$

Med hänsyn till att vi förutsett konstant Δl , dvs $d\Delta l/da = 0$ erhålls med Δl enligt ekv (30)

$$\frac{d W_{el}}{da} = \frac{\Delta l}{2} \frac{dF}{da} = \frac{F}{2bhE} \left(l + \frac{\beta a^2}{h} \right) \frac{dF}{da}$$

Utnyttjande av (31) ger

$$\frac{d W_{el}}{da} = - \frac{F^2 \beta a}{bh^2 E}$$

Av (23) framgår att

$$G = - \frac{1}{b} \frac{d W_{el}}{da}$$

dvs

$$G = \frac{F^2 \beta a}{b^2 h^2 E} = \sigma^2 \frac{\beta a}{E}$$

Detta uttryck kan vi sätta in i (26), vilket ger spänningsintensitetsfaktorn

$$K = \sigma \sqrt{\beta a} \quad (32)$$

En jämförelse med (15) resp (16) visar att de är identiska med (32) om $\beta = \alpha^2$ resp $\beta = 4$.

Enligt ekv (25) är sprickan stabil om $G < G_c$, dvs om

$$\sigma < \sigma_c = \sqrt{\frac{EG_c}{\beta a}}$$

Kritisk spänning σ_c beror alltså på materialegenskaperna E och G_c samt sprickans längd, men är oberoende av provstångens dimensioner. Den är även oberoende av provningsmaskinens styvhet, eftersom

elasticitet hos provningsmaskin och hos provstavar har samma principiella inverkan.

Om brott sker genom spricktillväxt är det alltså enligt dessa teorier alltid sprött och någon möjlighet till långsam stabil spricktillväxt synes inte finnas.

I avsnittet om spänningsbetraktelser påpekades att de baserades på en orimlig förutsättning, nämligen att spänningen fick gå mot oändligheten vid sprickspetsen.

Även den linjära brottmekanik som baseras på energibetraktelser lider av samma svaghet, eftersom man även här utgår från att allt material är elastiskt ända intill sprickspetsen. Ett annat sätt att uttrycka samma sak är att påpeka att vi förutsätter att energi absorberas vid sprickspetsen då sprickan förlängs men samtidigt bortser från den plastiska deformation som är nödvändig för absorption av energi.

3. Icke-linjär brottmekanik

Som framhållits ovan bygger den linjära brottmekaniken på orimliga förutsättningar. Trots detta leder den i många fall till praktiskt användbara resultat och dessutom till enkla slutna formler. Man måste emellertid dels ha klart för sig dess begränsningar, dels ha någon-ting mera realistiskt att ta till vid behov.

Rimliga och realistiska förutsättningar måste innebära att påkänningarna överallt har ändliga värden. Det förefaller därvid logiskt att förutsätta att dragspänningen inte i någon punkt får överskrida draghållfastheten f_t . För att inte komplicera framställningen bortser vi från att draghållfastheten f_t i en riktning beror av spänningar i andra riktningar vid två- och treaxliga spänningstillstånd. Vi behandlar alltså f_t som en enkel materialegenskap.

Liksom ifråga om dragprovet kan vi anta att påkänningen σ uppnår draghållfastheten vid en töjning ϵ_g samt att en ökning av deformationerna medför att ett brottområde börjar utbildas. För brottområdet gäller inte längre σ - ϵ -kurvan, utan istället en σ - w -kurva, där w är brottområdets deformation i påkänningsriktningen, jfr fig 1-3.

När vi diskuterar sprickors förlängning utgörs givetvis brottområdet av den förlängda sprickan och deformationen w är den deformation i anslutning till sprickspetsen som leder till att sprickan öppnar sig.

Helt i analogi med dragprovet kan vi alltså betrakta provkroppens deformationer såsom sammansatta av fördelade töjningar enligt en σ - ϵ -kurva samt tillskottsdeformationer inom brottområdet enligt en σ - w -kurva.

Brottområdet har givetvis en viss utsträckning vinkelrätt mot sprickan. Som schematisk förenklad modell kan man emellertid här liksom vid dragprovet tänka sig att hela brottområdets deformation är koncentrerad till en från början oändligt kort mätsträcka, som antar längden w , se fig 13. Formellt kan man då betrakta brottzonen som en del av en fiktiv spricka, som har den egenskapen att dragspänningar kan överföras tvärs över sprickan så länge dess bredd är mindre än w_1 . Sambandet mellan dragspänningen och w ges av ett σ - w -diagram, t ex enl fig 3 eller fig 14.

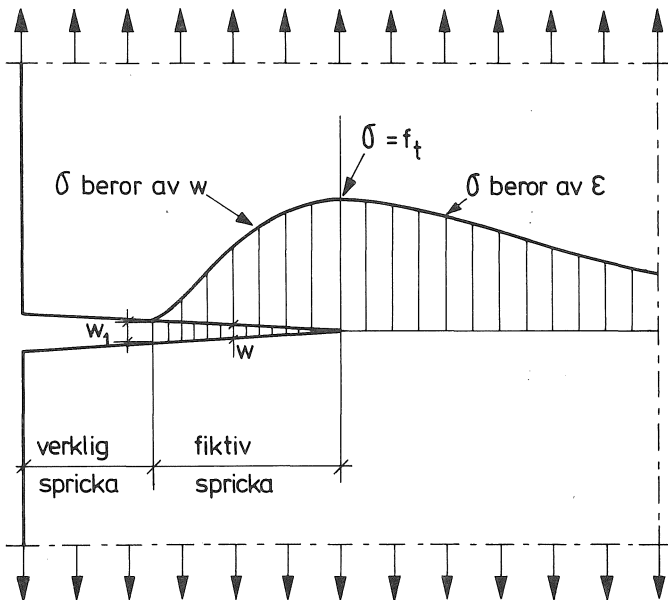
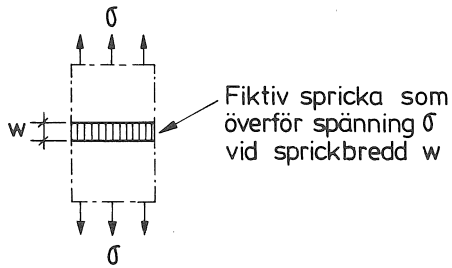


Fig 13 Överst visas en allmän modell för brottområde i material, t ex lokalt, uppbyggd på samma sätt som modellen för dragprov i fig 2. Underst visas modellens tillämpning på studiet av sprickors tillväxt (brottmekanik).

För att vidga den fiktiva sprickan i fig 13 med ett tillskott dw åtgår per ytenhet ett arbete σdw , se fig 14. För den totala energimängd som erfordras för att skapa en ytenhet verklig spricka har vi förut infört beteckningen G_c . Med vår modell blir

$$G_c = \int_0^{w_1} \sigma dw \quad (33)$$

dvs ytan mellan kurvan och koordinataxlarna i σ - w -diagrammet, se fig 14.

Genom detta samband erhålles en koppling mellan den icke-linjära brottmekaniken och den linjära brottmekanikens begrepp.

Inom den linjära brottmekaniken ger G_c eller K_c (tillsammans med vanliga hållfasthetsvärden f_t och E) en tillräcklig information om ett materials brottmekaniska egenskaper. Med ovanstående modell erfordras dessutom uppgift om σ - w -kurvans form. Exempel på tänkbara förenklade antaganden om kurvform ges i fig 15.

Genom möjligheten att välja olika form på σ - w -kurvan kan man bättre anpassa de antagna brottmekaniska egenskaperna vid en beräkning till verkliga egenskaper. Detta skall närmare kommenteras längre fram.

Till skillnad från den linjära brottmekaniken bygger ovanstående modell på rimliga förutsättningar i form av ändliga spänningar och ett klart redovisande av hur energin absorberas då sprickan utvecklas. Den bör därför ge en mera realistisk och nyanserad bild av sprickors utveckling och av brottförloppet. Å andra sidan kan modellen inte ligga till grund för enkla analytiska lösningar och slutna formler. För praktiskt utnyttjande av modellen krävs numeriska beräkningar med hjälp av t ex finita element. Exempel på resultat från sådana beräkningar visas längre fram.

En stor fördel med den beskrivna modellen är att man har samma behandling av brottet oberoende av om man har vanligt drag- eller böjbrott eller om man har brott genom sprickutbredning. I båda fallen antar man att en brottzon börjar utvecklas då töjningen överskrider gränstöjningen och i båda fallen karakteriserar man brottzonens egenskaper med ett σ - w -diagram. Därigenom har man kopplat samman den vanliga hållfasthetsläran med brottmekaniken. Man kan t ex räkna på en

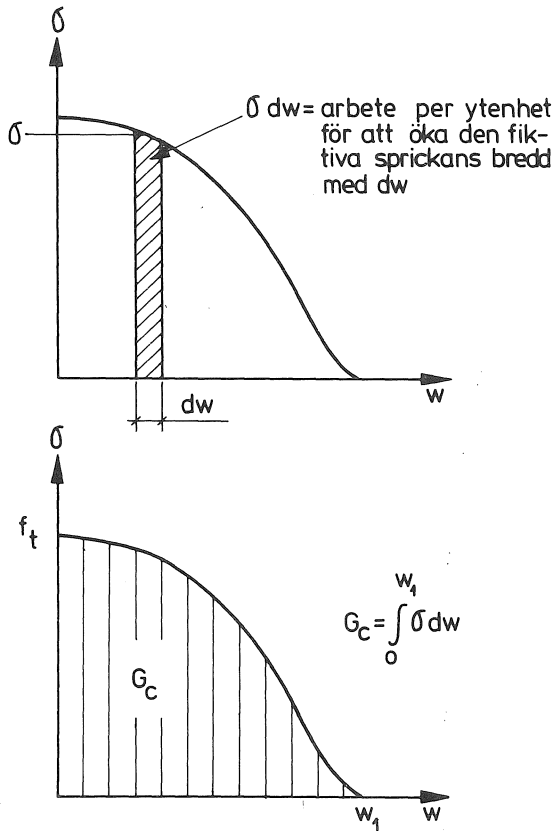
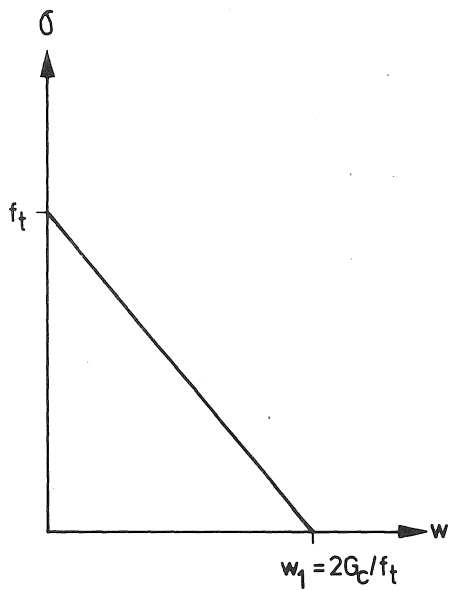


Fig 14 Brottenergien G_c per ytenhet nybildad verklig spricka \u00e4r lika med ytan av σ - w -diagrammet.

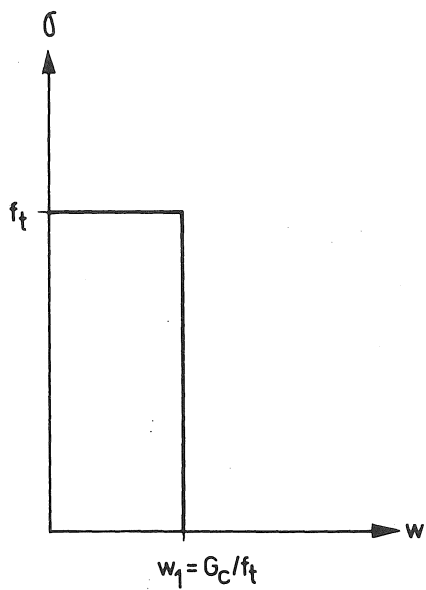
från början osprucken balk och studera hur en brottzon börjar utvecklas och övergår till en spricka. Tidigare har man med brottmekanik endast kunnat behandla det fall då en spricka funnits i materialet från början.

Den beskrivna modellen har framtagits och utvecklats vid Byggnads-materiallära, LTH. Modeller med likartade förutsättningar har emellertid begagnats även tidigare. Speciellt kan nämnas Dugdale, som arbetade med specialfallet enligt det högra diagrammet i fig 15, dvs $\sigma = f_t$ tills w_1 uppnåddes, därefter noll. Hans angreppssätt är dock i övrigt analytiskt och kopplat till den klassiska brottmekaniken.

Vid praktisk tillämpning av modellen ovan väljer man först en lämplig form på σ - w -kurvan. Detta val baseras antingen på försök eller på en bedömning av sannolikt verkningssätt. Därefter beräknar man w_1 så att ekv (33) är uppfylld, dvs så att man får rätt G_c -värde, jfr fig 15.



a)



b)

Fig 15 Exempel på enkla σ - w -kurvor.

4. Brottenergin

4.1 Mjuka metaller (skjuvflytande material)

Hos mjuka metaller, t ex vanligt konstruktionsstål, föregås brott ofta av en större eller mindre plastisk deformation, flytning, inom brottområdet. En sådan deformation kräver en stor mängd energi. Brottområdets energiupptagande förmåga, uttryckt t ex genom G_c , är därför starkt beroende av materialets möjlighet att flytdeformeras.

Den typiska flytningen består av skjuvdeformationer vid oförändrad volym, jämför kapitlet "Struktur". Sådana deformationer förutsätter materialrörelser vinkelrätt mot dragspänningsriktningen. Detta är vad som t ex åter rum inom kontraktionsområdet vid ett dragprov.

Hur skjuvdeformationerna utvecklas beror förutom på materialegenskaperna även på föremålets (provkroppens etc) geometri. Vid rena dragprov med olika stora provkroppar av ett och samma material uppnås ungefär samma relativa töjningar och skjuv-vinklar före brott. Detta innebär att totaldeformationerna är proportionella mot provkroppens storlek. Detta gäller även brottområdets deformation w . Absorberad energi per ytenhet är proportionell mot storleken på w . Alltså är den del av brottenergin som beror på skjuvdeformationer proportionell mot provkroppsstorleken vid rent dragprov.

Exempelvis är brottenergin hos en ställina sammansatt av många tunna trådar lägre än hos en homogen stång med samma area och av samma material, eftersom linans brottenergi bestäms av brottområdets deformation hos varje tråd.

Brottenergin vid rent dragprov är sällan av betydelse. Den har endast nämnts som inledning till diskussion om den betydelsefulla brottenergin G_c vid sprickutbredning.

Brottenergin G_c i ett visst givet fall beror i hög grad av materialets möjligheter att genomgå skjuvflytning vid sprickspetsen. Skjuvflytning innebär materialrörelser vinkelrätt mot dragspänningsriktningen. Med hänsyn till möjligheterna till sådana materialrörelser och därmed skjuvflytning har man definierat de två gränstillstånden plant töjningstillstånd och plant spänningstillstånd.

Plant töjningstillstånd innebär att alla töjningsrörelser sker enbart i ett plan medan rörelser vinkelrätt mot detta plan är förhindrade. I en plåt med spricka från kanten är det aktuella planet parallellt med plåtens plan. Den praktiska innebörden av plant töjningstillstånd vid sprickutbredning är att ingen skjuvflytning äger rum, varför G_c blir lågt och härrör från ett rent "klyvningsarbete" när sprickan bildas. Å andra sidan innebär den förhindrade skjuvflytningen att man har treaxlig dragning vid sprickspetsen och en draghållfasthet f_t , som ligger långt över hållfastheten vid vanligt dragprov, vilket ger en gynnsam effekt.

Plant spänningstillstånd är motsatsen mot plant töjningstillstånd. Det betyder att alla spänningar ligger i ett plan och inga vinkelrätt däremot. Dess praktiska konsekvens för G_c är att skjuvflytning inte förhindras utan kan medverka vid energiupptagningen. Samtidigt blir draghållfastheten f_t ungefär densamma som vid dragprov. Det bör observeras att plant spänningstillstånd förutsätter små deformationer. Så snart flytningen sätter in uppstår avvikelser från det ideella plana spänningstillståndet.

I praktiken har man en blandning mellan de två spänningstillstånden. Vid sprickutbredning i en tunn plåt har man nära plant spänningstillstånd eftersom rörelser vinkelrätt mot plåtens plan knappast förhindras. I en tjock plåt däremot kan dessa vinkelräta rörelser endast ske fritt nära plåtens yta, medan de är mer eller mindre förhindrade i plåtens inre. Med "tunn" resp "tjock" plåt avses därmed måtten i förhållande till aktuella sprickors längd, i första hand till kritisk spricklängd $a_c = 0,25(K_c/f_t)^2$. Exakta gränser är givetvis svåra att ge, men om t ex plåttjockleken är $10 a_c$ är den så tjock att det plana töjningstillståndet dominerar. Om tjockleken är mindre än $0,5 a_c$ dominerar det plana spänningstillståndet och skjuvflytningen bidrar kraftigt till energiupptagningen. Uppmätta G_c -värden blir därför betydligt högre vid plåttjockleken $0,5 a_c$ än vid $10 a_c$.

Om plåttjockleken minskar ytterligare till t ex $0,1 a_c$ minskar åter G_c beroende på att brottområdets längd minskar p.s.s. som vid rent dragprov.

G_c -värdet kommer alltså att variera med plåttjockleken i princip enligt fig 16.

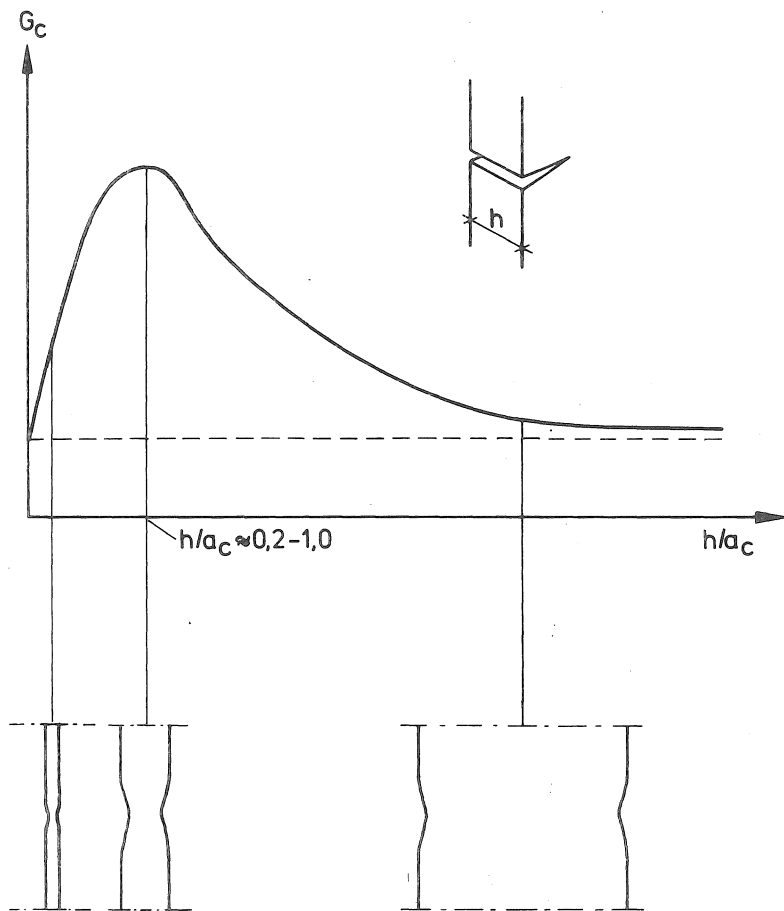


Fig 16 G_c -värdets principiella variation med plättjockleken h vid sprickutbredning i skjuvflytande material. a_c är kritisk spricklängd. Vid tunn plåt blir brottområdet kort och därför arbetet litet. Vid tjock plåt sker skjuvflytningen bara nära yttorna, varför arbetet blir litet. Vid ett mellanliggande värde nås maximum.

När ett G_c - eller K_c -värde anges för ett material avser detta normalt värdet vid plant töjningstillstånd, eftersom det är det enda väldefinierade värdet. Detta värde är dessutom "på säkra sidan" i förhållande till verkliga värden vid aktuella godstjocklekar.

Man bör dock observera att G_c kan vara betydligt lägre för extremt tunna och extremt tjocka plåtar än för mellanliggande dimensioner. Lågt G_c -värde betyder liten kritisk spricklängd $a_c = 0,25 EG_c/f_t^2$ och därmed större risk för sprödbrott. Risken för sprödbrott i extrema tunnplåtskonstruktioner, t ex takplåt utnyttjad som vindavstyvning, är högre än i konstruktioner av samma material i t ex valsade I-balkar. Likaså kan risken för sprödbrott öka vid extremt stora godstjocklekar i t ex stora brobalkar, speciellt om höghållfast stål med lågt a_c begagnas. Dessa förhållanden måste beaktas då man avviker från normala godstjocklekar. Ett material som erfarenhetsmässigt är "segt" vid normala godstjocklekar kan visa sig "sprött" vid användning med extremt små eller stora godstjocklekar.

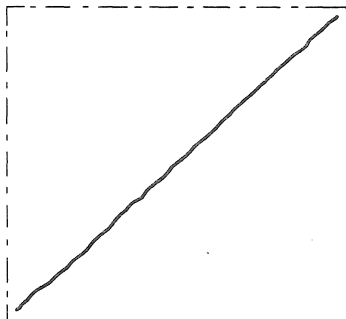
4.2 Betong mm (icke skjuvflytande material)

För icke skjuvflytande material, t ex betong, tegel, glas, spelar skillnaden mellan plant töjningstillstånd och plant spänningstillstånd ingen roll. För sådana material spelar därför inte heller godstjockleken någon väsentlig roll för storleken av G_c och K_c . G_c och K_c får därför mera karaktären av entydiga materialegenskaper.

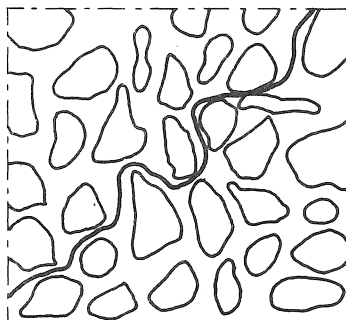
Om brottsprickan tvingas ta omvägar kring ballastkorn ökar brottenergin, dels därför att verklig sprickyta blir större än den teoretiska plana ytan, dels därför att rörelsen i vissa delar av sprickan sker i annan riktning än vinkelrätt mot lokal sprickriktning. Därför är G_c för betong flerdubbelt större än för cementpasta, trots att sprickan i betong går i pasta-fasen, se fig 17.

Om ballastkornen är så svaga, att sprickan kan gå genom ballasten, blir sprickan mera plan och G_c sjunker. Därför är G_c lägre för lättballastbetong än för vanlig betong. Samma fenomen kan uppträda i höghållfast betong, där pastans hållfasthet närmar sig ballastens.

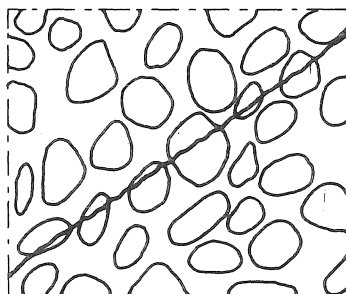
Uppmätta σ -w-diagram för betong har redovisats i fig 8. För beräkningar kan t ex det förenklade diagrammet i fig 15 a användas.



CEMENTPASTA



BETONG



LÄTTBALLASTBETONG

Fig 17 Sprickutbredning i cementpasta, betong och lättballastbetong, principiellt. I betong går sprickan vid sidan om stenarna, som är betydligt starkare än cementpastan.

4.3 Fiberarmerade material

Vi skall här diskutera fiberarmerade material som består av en kontinuerlig fas (kallas också matris), t ex cementpasta, betong, gips eller hårdplast, med däri fördelade fibrer av t ex stål, glas eller cellulosa.

Den kontinuerliga fasen antas bestå av icke skjuvflytande material.

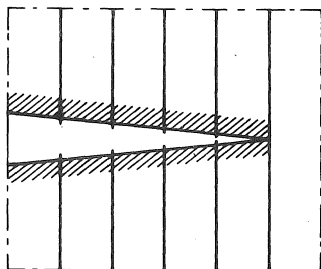
Vi tänker oss att en spricka när den förlängs träffar på fibrer vinkelrätt mot sprickan enligt fig 18.

Om fiberns vidhäftning är mycket god kommer den att helt samverka med matrisen och sprickan fortsätter genom fibern, som slits av. Fiberns bidrag till brottenenergin blir den energi som absorberas i fiberns brottområde vid avslitningen. Detta bidrag är obetydligt, varför en mycket väl vidhäftande fiber inte förmår väsentligt påverka G_c -värdet.

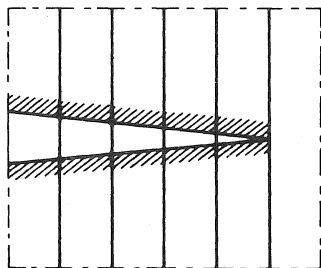
Om fiberns vidhäftning är måttlig kommer inte kraften i fibern att bli tillräckligt hög för att slita av fibern då sprickan bildas och börjar vidgas. Istället sker en glidning mellan fiber och matris. Fibrerna fortsätter att föra över krafter - vilka kan uppfattas som en medelspänning σ över sprickans yta - även sedan sprickbredden w uppnått stora värden. Man erhåller alltså ett σ - w -diagram som kan se ut t ex som någon av kurvorna i fig 19. P.g.a. energiåtgången när fibrerna glider i matrisen kan G_c -värdet öka mångfalt i förhållande till den oarmerade matrisen redan vid små inblandningar av fibrer. Genom lämplig fiberinblandning kan därför segheten hos ett material förbättras mycket påtagligt. För att uppnå detta behöver inte fibrerna i sig själva vara sega, eftersom energiabsorptionen kan äga rum i form av glidning mellan fibrer och matris.

Exempelvis kan man av de relativt spröda materialen glasfiber och hårdplast framställa det utomordentligt sega materialet glasfiberarmerad plast.

När man fiberarmerar material är det huvudsakligen för att öka segheten (G_c). Ofta arbetar man med så små fiberandelar som 1-5 volymprocent. Därvid förändras draghållfasthet och elasticitetsmodul obetydligt och den enda väsentliga primära effekten blir förbättrad seghet.



Mycket väl vidhäftande
fibrer slits av då sprickan
uppstår



Mindre väl vidhäftande
fibrer glider i matrisen
utan att gå av

Fig 18 Principen för fibrers funktion för ökning av
brottenergin G_c .

Sekundärt erhålles en ökad böjhållfasthet när segheten ökar, såsom skall visas längre fram.

Fundamentelt för användning av fiberarmering är att fibrernas förankring måste vara lagom stark, så att de kan absorbera maximal energi vid glidning. Alltför god förankring leder till avslitning istället för glidning, dvs små w -värden. För dålig förankring leder till små krafter (σ i σ - w -diagrammet) och därför dålig energiupptagning. En viktig faktor kan vara förhållandet mellan fiberns längd och diameter. Större längd betyder ökad förankring. För ett visst fibermaterial i en viss matris finns alltså en optimal fiberlängd.

I princip kan energiabsorptionen alternativt ske i form av flytning vid sträckgränsområdet i en fiber av mjukt stål. Flytningen innebär diameterminskning så att fibern släpper från matrisen varefter flytningen sprider sig, i princip enl fig 20. Med sådana fibrer kan förankringen inte bli alltför god, eftersom vidhäftningen släpper successivt. Denna typ av fiberarmering har hittills inte varit aktuell, eftersom tillverkningsmetodiken leder till "hårda" stålfibrer utan flytområde vid sträckgränsen. Ny tillverkningsteknik kan emellertid ändra detta förhållande. Man kan för övrigt observera att vanlig armering i betong kan uppfattas som extremt grova fibrer med just detta funktionssätt i brottstadiet. Som bekant har också armerad betong en seghet som är mycket överlägsen den hos oarmerad betong.

4.4 Mätmetoder

För att kunna utnyttja brottmekanik måste man givetvis kunna bestämma materialens brottmekaniska egenskaper, i första hand uttryckta som ett K_C - eller G_C -värde, i andra hand som en σ - w -kurva.

Inom den klassiska brottmekaniken är det vanligt att bestämma K_C -värden med böjprov på skårade balkar enligt fig 21, där man beräknar K_C ur brottlasten enligt den linjära brottmekanikens formler. I verkligheten gäller i regel inte den linjära brottmekanikens förutsättningar. För att den linjära brottmekaniken skall utgöra en godtagbar approximation måste provkroppens dimensioner vara stora i förhållande till materialets karakteristiska längd l_C . Sålunda anges ibland att balkhöjden måste vara ca $5 l_C$ för att provet skall ge riktiga K_C -värden. För många material ger detta orimligt stora balkar, t ex 0,5-1,5 m

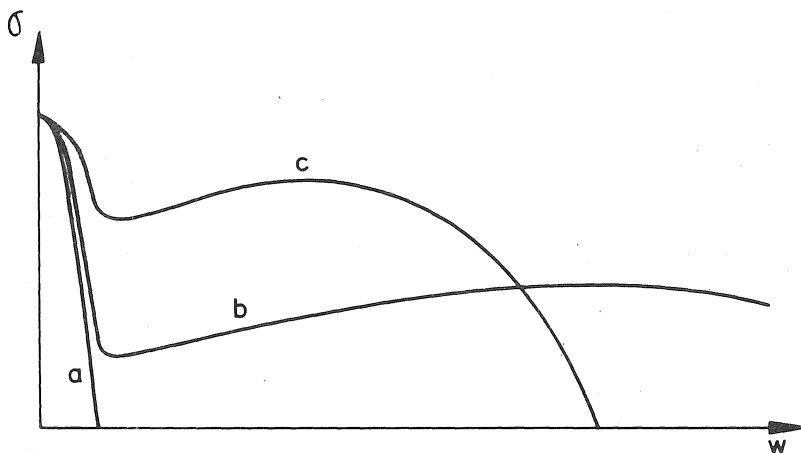


Fig 19 Princip-kurvor för fibrers inverkan på σ - w -kurvan

a utan fibrer

b dåligt vidhäftande eller veka fibrer

c relativt väl vidhäftande fibrer

höga för oarmerad betong.

Användning av för låga balkar har i många fall lett till alldeles för låga K_C -värden.

Försökstekniskt bättre, åtminstone för betong och besläktade material, är att bestämma energiåtgången G_C . Detta kan ske med samma typ av skårade balkar. Man registrerar kraft-deformationskurvan för provningsmaskinen. Ytan under denna kurva fram till slutligt brott utgör den tillförda energin. Den förbrukade energin utgör G_C gånger brottytans storlek. Dessa två energier kan sättas lika om man antar att resten av balken fungerar helt elastiskt.

För att denna provning skall ge riktiga värden fordras att hela förloppet är stabilt. Man kan härleda stabilitetsvillkor som tar hänsyn till materialets egenskaper, balkens dimensioner och provningsmaskinens styvhet, se /5/.

Sedan G_C och E bestämts kan K_C beräknas.

Direkt uppmätning av σ - w -kurvor är svårt, framförallt med hänsyn till stabilitetsvillkor. Tills vidare är vår kunskap om σ - w -kurvornas form för olika material mycket begränsad.

Ett relativt primitivt men enkelt sätt att mäta G_C vid snabb pålastning utgör slagseghetsprovet, t ex enligt Charpy. Det används främst för att mäta den minskning av segheten som uppstår vid sänkning av temperaturen. Slagseghetsvärdena kan inte praktiskt utnyttjas som G_C -värden trots att de formellt är G_C -värden, beroende på metodens speciella utformning.

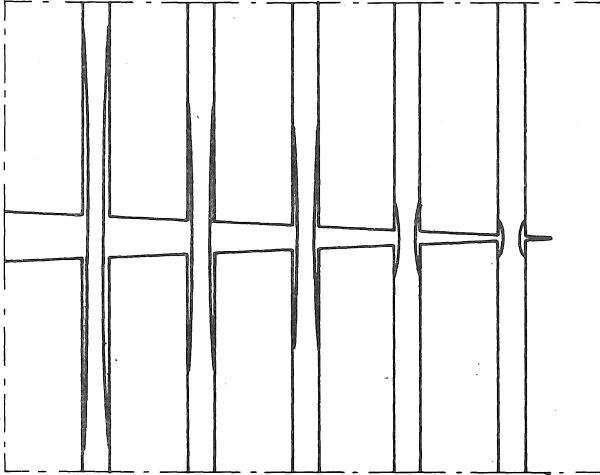


Fig 20 Principiellt verkningssätt hos mjuk stålfiber med god vidhäftning. När sträckgränsen uppnås sker flytning med diameternskning och därför lokal förlust av vidhäftning.

5. Tillämpningar

5.1 Bøjning

Vid bøjning kan man anta att tøjningsfördelningen är rätlinig över tvärsnittet så länge inte gränstøjningen uppnåtts i någon punkt, se övre delen av fig 22.

Vid ett visst moment M_g uppnås gränstøjningen ϵ_g på dragsidan. En ytterligare ökning av momentet medför att ϵ_g överskrids i någon punkt, varvid ett brottområde börjar utbildas. Vi kan med vår modell återge brottområdet som en fiktiv spricka.

När ett brottområde utvecklas sjunker spänningen vinkelrätt mot den fiktiva sprickan. Därmed sjunker också spänningen och tøjningen närmast intill den fiktiva sprickan, varför inget ytterligare brottområde kan utvecklas där.

Eftersom tøjningen sjunker intill brottområdet upphör tøjningsfördelningen att vara rätlinig och får istället en form som antyds i den nedre delen av fig 22. I brottstadiet är tøjningsfördelningen inte rätlinig.

Den icke rätliniga tøjningsfördelningen motsvaras av en spänningsfördelning med ökad volym på dragsidan (vid elastiskt material samma kurva som för tøjningsfördelning). Balken kan därför i brottstadiet ta större moment än momentet M_g , som motsvarade att draghållfastheten uppnåddes. Detta är en av förklaringarna till att betongens böjdraghållfasthet är 50 à 100% högre än dess draghållfasthet.

I och med att momentet ökas över M_g kommer draghållfastheten att kunna överskridas i andra snitt på ett visst avstånd från det första brottområdet, varför flera brottområden kan utbildas, dock inte alltför nära varandra enligt ovan.

Före brott kommer balken alltså att på dragsidan ha flera brottområden med ökande lokala deformationer, dvs mycket stora tøjningar (enligt modellen oändligt stora eftersom vi förutsätter ändliga deformationer w på en från början oändligt kort sträcka) och däremellan sjunkande tøjningar. Tøjningsfördelningen har antytts i den nedre de-

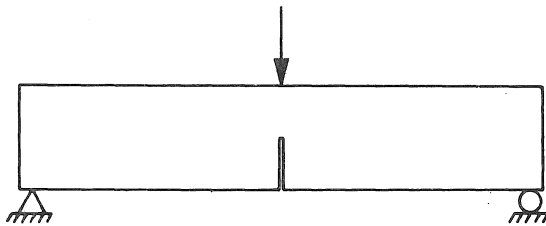


Fig 21 Vanlig typ av balkprov för bestämning av K_C och G_C . Skåran skall helst sluta med en skarp spets. För metaller åstadkoms detta ofta genom föregående utmattningsbelastning, vilken ger en utmattningsspricka i skårans förlängning.

len av fig 22.

Vi ser att den böjda balken före brott uppträder helt amorfunda än den dragna stången, dels så att balken tar större krafter än den som förorsakade det första brottområdet, dels så att flera brottområden kan utvecklas.

Brottområdena ligger tätare ju segare balken är, varvid som mått på seghet kan tas ℓ_c/h , där ℓ_c är materialets karakteristiska längd enligt ekv (22) och h är balkhöjden, jfr även avsnitt 5.2 och 5.3 nedan.

5.2 Storleksinverkan

Vid vanliga hållfasthetsberäkningar, där man inte tar hänsyn till brottmekaniken, bestämmer man spänningar eller töjningar genom beräkningar och anser att brott uppstår då spänningen eller töjningen uppnår ett visst värde. Vid oförändrade materialegenskaper kan man då ställa upp enkla skalfaktorer som anger bärförmågans förändring om man ökar alla mått med en viss skalfaktor γ . För en balk finner man t ex att brottmomentet är proportionellt mot γ^3 , tvärkraften vid brott mot γ^2 och fördelad last vid brott mot γ . Giltigheten av dessa samband är en grundförutsättning för alla dimensioneringsberäkningar som vi utför i enlighet med gällande normer.

I enlighet med dessa tankegångar kan man basera beräkningsregler på försök med konstruktioner i liten skala (t ex betongbalk med tvärmått $0,15 \times 0,20 \text{ m}^2$) men tillämpa dem på grova konstruktioner (t ex betongbalk $1,5 \times 2 \text{ m}^2$) genom utnyttjande av skalfaktor, ofta uttryckt såsom en halvempirisk formel.

Nedan skall påvisas hur detta leder till felaktiga slutsatser i de fall sprickutbredning har väsentlig betydelse för brottets uppkomst.

Först skall vi se på villkoren för att modell-lagarna skall äga giltighet vid jämförelse mellan två likformiga konstruktioner med skalfaktorn γ .

Fig 23 visar två balkar a och b som är likformiga med skalfaktor γ .

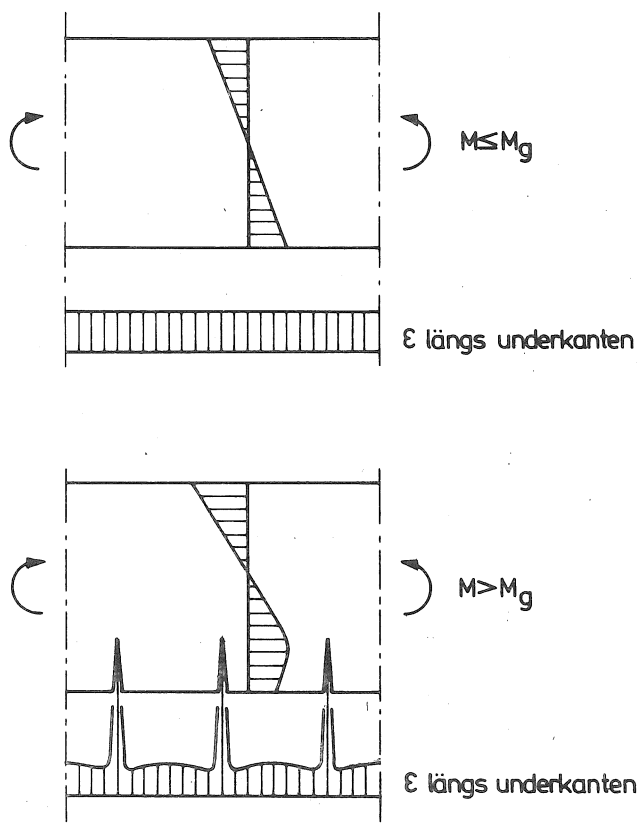


Fig 22 Töjningsfördelningar före och efter det att bottenråden börjat uppstå i den dragna kanten.

För att en beräkning eller ett försök på balk a och balk b skall kunna ge exakt likformiga resultat fordras att följande villkor är uppfyllda

1. σ - ϵ -diagrammen är likformiga. Om så inte är fallet kan man inte ha både likformig spännings- och töjningsfördelning i balkarna.
2. σ - w -diagrammen är likformiga. Om så inte är fallet kan man inte ha både likformig spänning- och deformationsfördelning i balkarnas brottområden och sprickor.
3. För att balkarna vid viss belastning skall vara helt likformiga skall i motsvarande punkter i balkarna gälla

$$\frac{\sigma_a}{f_{ta}} = \frac{\sigma_b}{f_{tb}} \quad (34)$$

dvs spänningarna skall ha nått upp till motsvarande punkter i σ - ϵ - och σ - w -diagrammen.

4. Sprickbredderna skall i motsvarande punkter stämma överens med σ - w -diagrammen samtidigt som villkor 3 är uppfyllt. Det tillkommande villkoret kan skrivas

$$\frac{w_a}{w_{1a}} = \frac{w_b}{w_{1b}} \quad (35)$$

Om deformationerna är helt likformiga är w -värdena i motsvarande punkter proportionella dels mot töjningarna, dels mot skalfaktorn, dvs

$$\frac{w_a}{w_b} = \frac{\epsilon_a}{\epsilon_b \gamma} \quad (36)$$

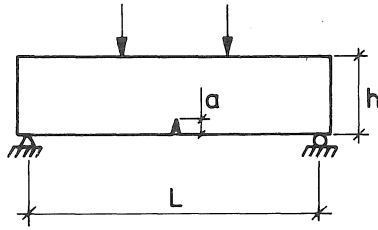
Vi kan vidare skriva

$$\frac{\epsilon_a}{\epsilon_b} = \frac{\sigma_a}{E_a} \cdot \frac{E_b}{\sigma_b} \quad (37)$$

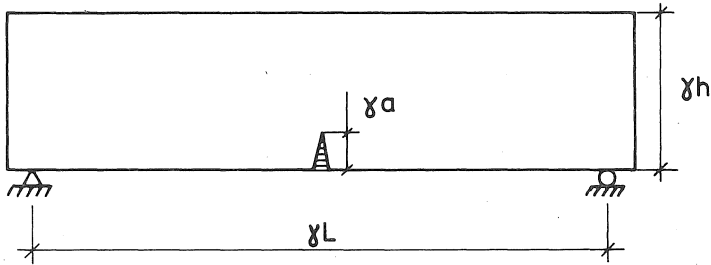
där E_a och E_b är respektive materials elasticitetsmoduler. Detta samband gäller även vid krökta σ - ϵ -kurvor så länge kurvorna är likformiga och σ -värdena gäller motsvarande punkter.

Med utnyttjande av (34), (36) och (37) kan vi skriva om (35)

$$\frac{w_{1a}}{w_{1b}} = \frac{f_{ta} E_b}{f_{tb} E_a \gamma} \quad (38)$$



a



b

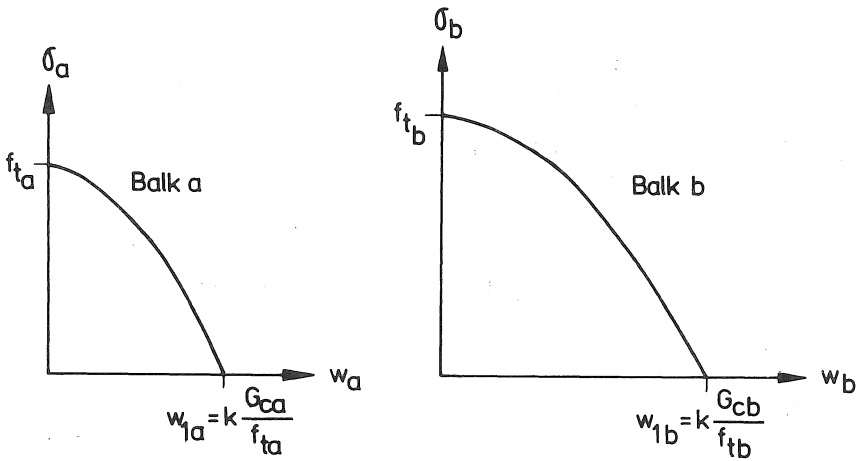


Fig 23 Två likformiga balkar a och b med skalfaktor γ samt deras σ -w-kurvor.

Ytterligare gäller, jfr fig 23

$$\frac{w_{1a}}{w_{1b}} = \frac{G_{ca} f_{tb}}{G_{cb} f_{ta}} \quad (39)$$

varav slutligen

$$\gamma = \frac{\frac{G_c E}{f_t^2} b}{\frac{G_c E}{f_t^2} a} = \frac{\lambda_{cb}}{\lambda_{ca}} \quad (40)$$

med λ_c = karakteristisk längd, jfr 2.1, ekv (22).

Sammanfattningsvis gäller alltså att vid försök där sprickutbredning (eller, mera generellt uttryckt, brottområdets egenskaper) är väsentlig för brottbeteendet kan skalfaktorer (dvs vanliga hållfasthetsformler) tillämpas endast om σ - ϵ -diagrammen och σ - w -diagrammen är likformiga samt skalfaktorn överensstämmer med förhållandet mellan λ_c -värdena.

För att vanliga hållfasthetsformler skall vara tillämpbara i här aktuella fall måste alltså materialets egenskaper (λ_c) ändras med skalan. Därav följer att försök på t ex en liten betongbalk inte kan läggas till grund för dimensionering av en stor betongbalk om båda har ungefär samma λ_c -värde, dvs är gjorda av samma typ av betong.

Detta förhållande illustreras ytterligare i fig 24, där två oarmerade betongbalkar av samma material men olika storlek jämförs vid samma djup på brottområdet. I den större balken blir den fiktiva sprickbredden w större i motsvarande punkt och därmed σ lägre. Dragzonen blir alltså i detta stadium svagare i den större balken, vilket gör att dess brottlast relativt sett blir lägre (i förhållande till förväntat värde enligt hållfasthetsläran) och dess brott blir sprödare.

På samma sätt kan man konstatera att förhållandena vid en skjvspricka blir ogynnsammare för en stor än för en liten betongbalk vid i övrigt likformiga förhållanden, se fig 25. Ett relativt sett mindre område intill den fiktiva sprickspetsen medverkar i spänningsöverföringen i den större balken. Sprickan kommer därför att förlängas lättare, vilket leder till brott vid relativt sett lägre last.

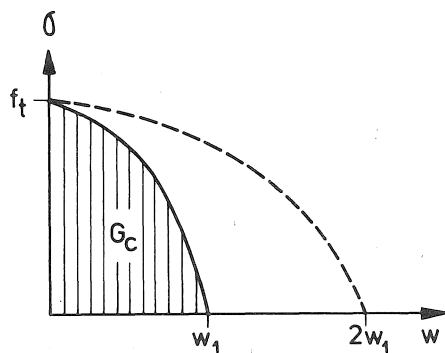
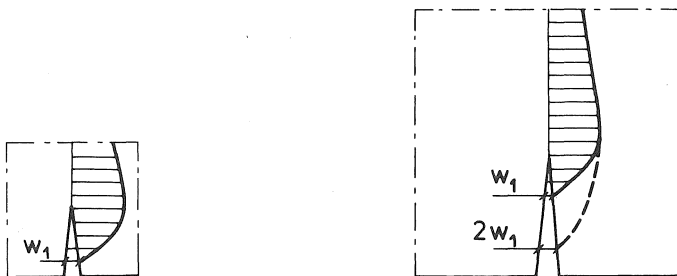
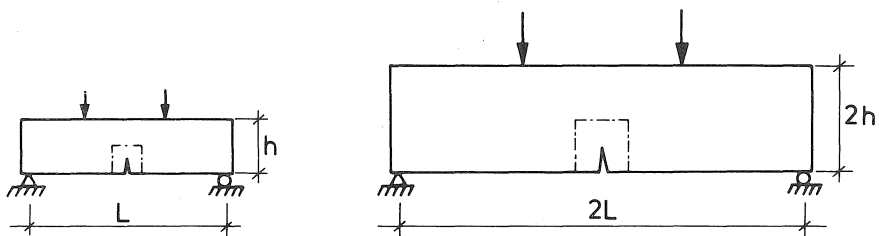


Fig 24 Två likformiga balkar med skalfaktor 2 och proportionell längd på verklig + fiktiv böjspricka.

De här påtalade förhållandena är i viss mån kända genom försök, men deras teoretiska förklaring är mindre välkänd. Man har i vissa fall försökt ta hänsyn till dem genom att ange lägre tillåtna skjuvspänningar vid grova konstruktioner. Likaså är det välkänt och beaktat i normer att lättballastbetong har relativt sett sämre skjuvhållfasthet än vanlig betong, vilket sammanhänger med dess lägre G_c och ℓ_c .

Av fig 23-25 framgår att brottområdets hållfasthet relativt sett blir sämre ju lägre ℓ_c -värdet är i förhållande till balkdimensionen. Krökningen vid maximilast blir lägre ju lägre ℓ_c -värdet är, vilket gör att brottet verkar sprödare. Brottet blir alltså sprödare ju större balkdimensionen är vid konstant ℓ_c eller ju lägre ℓ_c är vid konstant balkdimension.

5.3 Exempel på numeriska resultat

Kvantitativa beräkningar med den mest realistiska brottmekaniska modellen-dvs med ett brottområde karakteriserat av ett σ - w -diagram där w kan betraktas som bredden hos en tänkt spricka i brottområdet - fordrar numeriska beräkningar via t ex finita element. Sådana beräkningar har utförts vid Byggnadsmateriallära vid LTH av Matz Modéer och Per Erik Petersson /2, 3/. Av beräkningstekniska skäl har t v σ - ϵ -diagrammet därvid antagits helt rätlinigt medan σ - w -diagrammet antingen antagits rätlinigt (fig 26a) eller bestående av två räta linjer (t ex enl fig 26b).

Ett av de första fall som behandlats med modellen gäller böjning av en rektangulär balk. Fig 27 återger erhållna resultat med σ - w -diagram enligt fig 26a, varvid den övre kurvan gäller enbart inverkan av böjning och de övriga den kombinerade inverkan av böjning och parabelformigt fördelade krympdeformationer. Om vanliga hållfasthetsformler hade gällt, skulle samtliga kurvor ersatts av horisontella linjer, dvs storleksinverkan hade inte funnits. Man ser att storleksinverkan i detta fall är mycket markerad, särskilt när krympning medverkar. Beräkningsresultaten har verifierats genom försök på betongbalkar.

Om σ - w -kurvans form förändras medför det förändringar av resultaten såsom visas i fig 28.

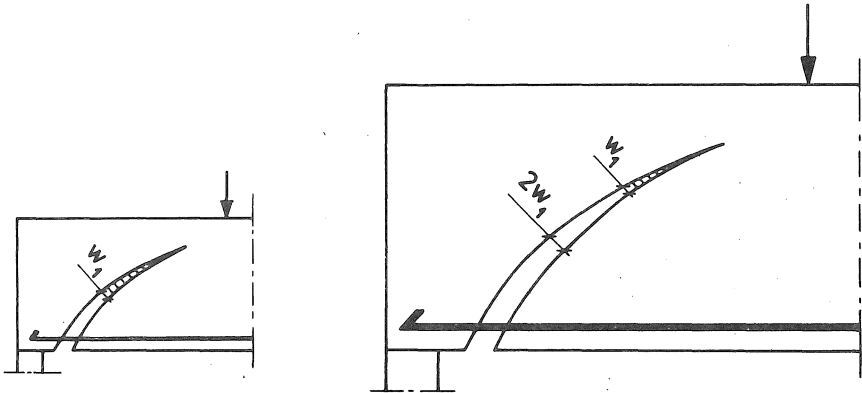


Fig 25 Två likformiga armerade betongbalkar med skalfaktor 2 och proportionell längd på verklig + fiktiv skjvspricka.

5.4 Betong

Betong är ett mycket intressant och speciellt material ur brottmekanisk synpunkt eftersom armerad betong normalt förutsätts spricka redan i bruksstadiet. För alla andra konstruktionsmaterial används brottmekaniken främst för att kontrollera att inte eventuella sprickor börjar förlängas. För betong kan brottmekaniken utnyttjas för att finna lagar för sprickors bildande och utveckling, sprickmönster, sprickbredder samt brottbeteenden där sprickor är av väsentlig betydelse, t ex skjuvbrott.

Utvecklingen av brottmekanikens tillämpning på betong står ännu endast i sin början, beroende på att en ändamålsenlig praktisk beräkningsmodell först nyligen tagits fram. Då de numeriska beräkningarna är relativt komplicerade kommer det att dröja flera år innan mera omfattande praktiska resultat föreligger.

För normal betong är karakteristisk längd l_c av storleksordning 200 mm och en σ - w -kurva enligt kurva b i fig 26 rimlig. Därav kan man från fig 28 se att betongens böjdraghållfasthet, mätt på 100 mm höga balkar, bör vara ca 50% högre än draghållfastheten, vilket stämmer med praktisk erfarenhet.

5.5 Fiberarmerade material

Fiberarmerade material kan uppvisa mycket varierande egenskaper, beroende på bl a följande faktorer

1. Matrisens egenskaper
2. Fibrernas egenskaper
3. Vidhäftningen fibrer-matris
4. Fibrernas längd
5. Andelen fibrer

Vi förutsätter till en början att matrisen är ett relativt sprött material, t ex betong eller gips. Vid en viss spänning börjar ett lokalt brottområde att utvecklas i form av en spricka i matrisen. Fibreerna går dock till en början obrutna över sprickan.

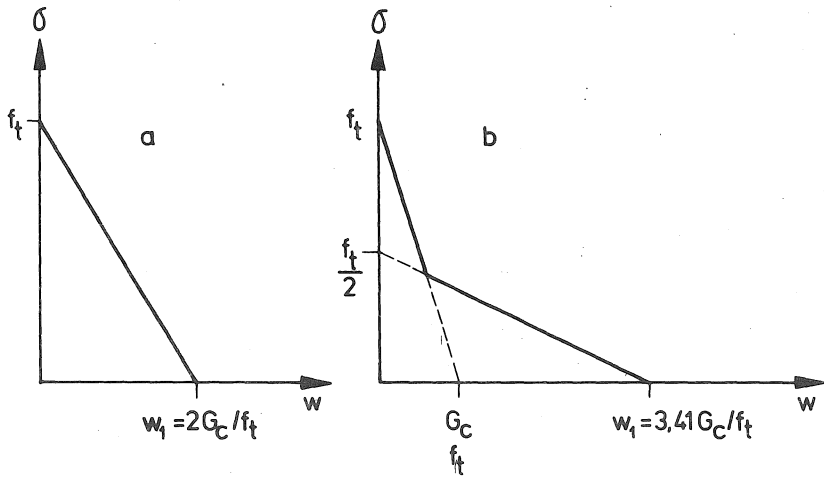
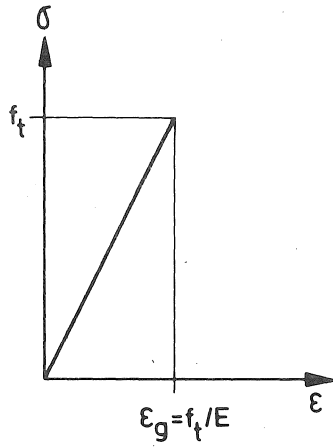


Fig 26 Antaganden rörande σ - ϵ -kurva och σ - w -kurvor, begagnade vid numeriska beräkningar.

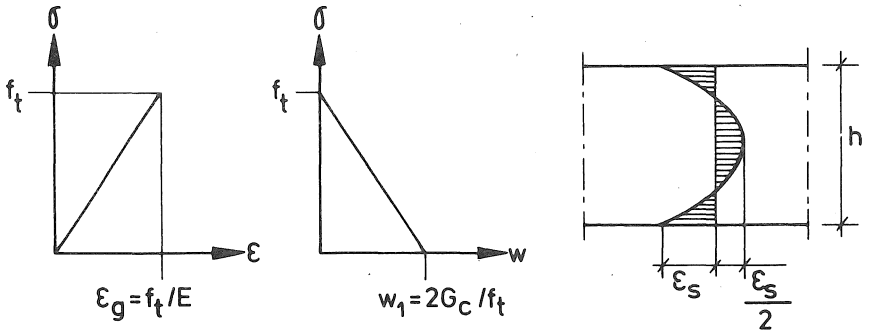
Denna första lokala spricka bildas vid en spänning som i regel nästan helt beror av matrisens draghållfasthet, eftersom motsvarande töjning inte ger upphov till några stora spänningar i fibermaterialet och fibrerna endast upptar storleksordningen 1-3% av tvärsnittet.

När sprickan vidgas sjunker spänningen i matrisen (σ - w -kurvan) medan spänningen i fibrerna ökar. Man kan nu särskilja två skilda fall då materialet är utsatt för ren dragning.

1. Kraften i fibrerna blir så stor, att medelspänningen över sprickan blir högre än den spänning som gav upphov till sprickan. Genom sprickan fortplantas då en medelspänning som är tillräckligt stor för att skapa en ny spricka parallell med den första. Vi kan på detta sätt få en serie tätt liggande sprickor och deformationerna i dessa sprickor ger en sorts fördelad förlängning, som vi kan återge i form av en σ - ϵ -kurva enligt fig 29 a. Först där denna kurvas maxipunkt ligger har vi gränstöjningen, varefter det slutliga brottområdet börjar utbildas genom att en av sprickorna ensam växer. I detta fall ger fibrerna alltså en mycket stark inverkan på σ - ϵ -kurvan, så att framförallt gränstöjningen ökar. För att detta beteende skall erhållas fordras relativt höga andelar fibrer.

2. Kraften i fibrerna förmår inte överföra en medelspänning som är lika stor som draghållfastheten före sprickbildning. Medelspänningen sjunker därför då sprickan bildas. Därmed försvinner också förutsättningen för att flera sprickor skall uppstå. Den först bildade sprickan utgör brottområde och resten av materialet närmast sprickan är osprucket, varför σ - ϵ -kurvan i stort sett är densamma som för matrisen, fig 29 b. Fibrerna inverkar alltså knappast alls på σ - ϵ -kurvan. Deras inverkan inskränker sig till att de förbättrar själva brottområdets (sprickans) seghet, dvs höjer G_c - och K_c -värdet. Materialet bibehåller alltså i stort sett matrisens σ - ϵ -egenskaper men får genom fibrerna en markant bättre brottseghet.

För att uppnå den första typen av effekt fordras relativt stora mängder fibrer och helst även en lämplig orientering av fibrerna. Typiska material av denna sort byggs därför upp genom att fibermattor impregneras med matrismaterial eller genom att fibrer och matrismaterial sprutas på en yta. Sådana tillämpningar förekommer med glasfiberarmering i cementpasta. I princip hör ferrocement (hårt rutarmerat



KRYMPNINGS-
FÖRDELNING

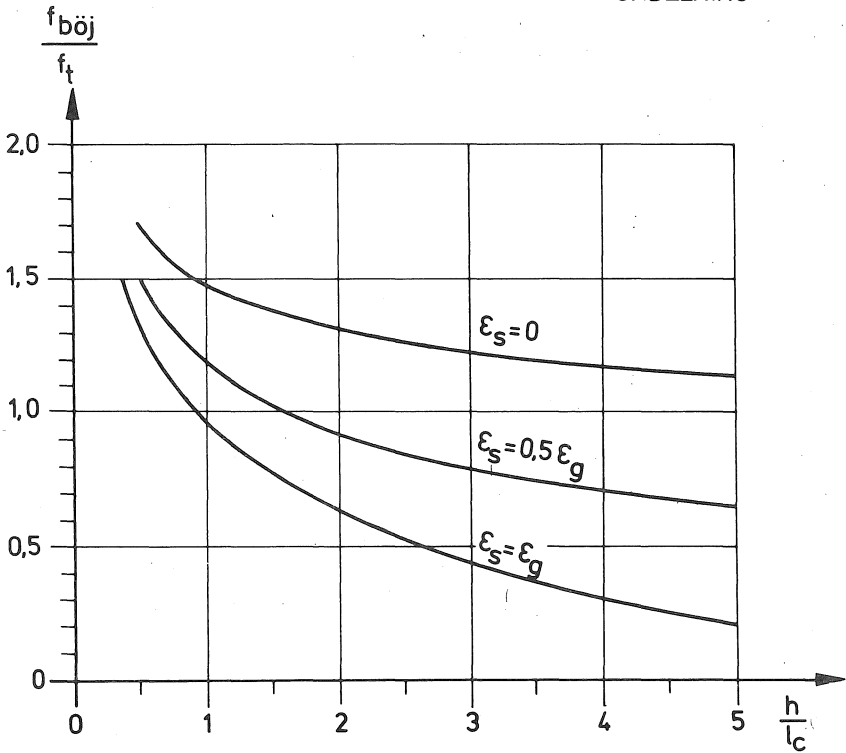


Fig 27 Teoretiskt beräknat förhållande mellan böj- och draghållfasthet med angivna förutsättningar

$$l_c = \frac{E G_C}{f_t^2}$$

ca 10-30 mm tjockt cementbruk) och vanlig armerad betong till denna grupp, men eftersom armeringen är så grov räknas dessa material inte som fiberarmerade.

Om man framställer ett fiberarmerat material genom att blanda in fibrer i ett matrismaterial innan detta hårdnar är det ofta svårt att få in tillräckligt stor volymandel fibrer för att uppnå den första typen av effekt. För sådana material är det alltså i regel endast en förbättrad brottseghet som uppnås, dvs en mera utdragen σ - w -kurva. Fiberarmerad betong tillhör i regel denna grupp.

Ovanstående beskrivning gäller renodlat endast vid ren dragning. Vid böjning kan, såsom tidigare påvisats, flera brottområden uppstå. När man har fiberarmering kan dessa brottområden uppkomma tätt intill varandra även om fibermängden inte är tillräcklig för att åstadkomma en σ - ϵ -kurva enligt a i fig 29 vid ren dragning. Med många brottområden nära varann kan dragzonens beteende närma sig det som anges av σ - ϵ -kurvan i fig 29 a. En låg fibermängd påverkar därför beteendet vid böjning betydligt mer än beteendet vid dragning. Därvid är, såsom tidigare framhållits, förhållandet mellan balkhöjden h och materialets karakteristiska längd l_c av stor betydelse. Vid böjprov med små provkroppar av fiberarmerad betong uppnår man höga l_c/h (låga h/l_c) vilket ger tätt liggande brottområden, som syns i form av tätt liggande sprickor, eftersom sprickorna i betongen syns tydligt då fibrerna fortfarande tar kraft.

Den ökade brottsegheten med fiberarmering kan kvantifieras i form av ett högre G_c -värde. Detta ger emellertid en mycket onyanserad bild av brottområdets (sprickans) egenskaper. För en bättre beskrivning fordras även uppgift om σ - w -kurvans form. Som framgår av fig 27-28 erhålles exempelvis en mindre gynnsam effekt på böjhållfastheten om σ - w -kurvan sjunker brant i början än om den sjunker långsammare.

Brottområdets beteende beror bl a på om fibrerna är starkare eller svagare än matrisen, dvs om det övre eller det undre σ - ϵ -diagrammet i fig 29 gäller.

Om fibrerna är starkare än matrisen är matrisen helt sprucken och spänningslös då brottområdet börjar bildas. Då beror σ - w -kurvans form helt på att kraften i fibrerna börjar sjunka. Man får då ett σ - w -

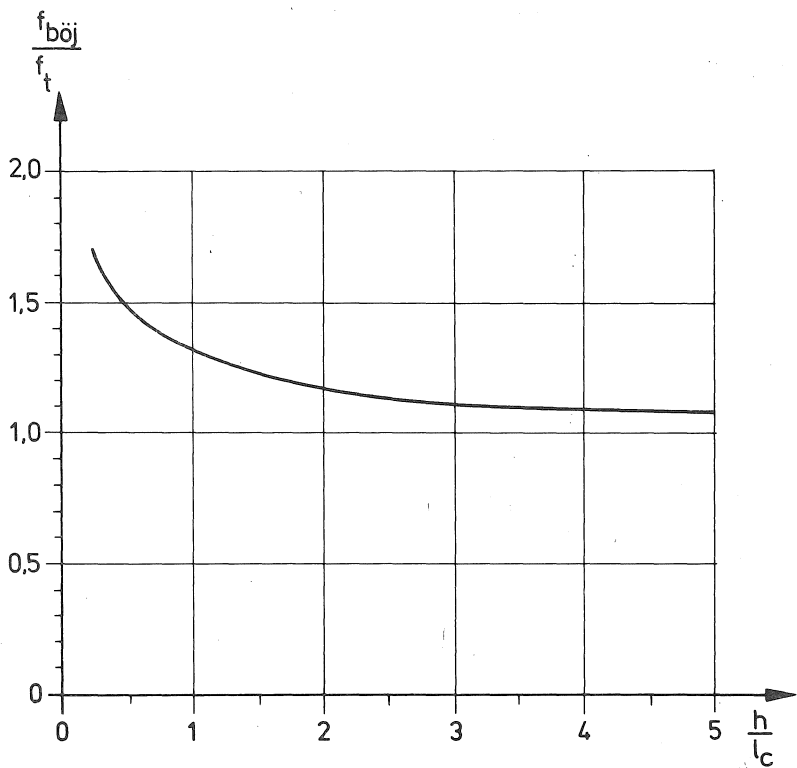
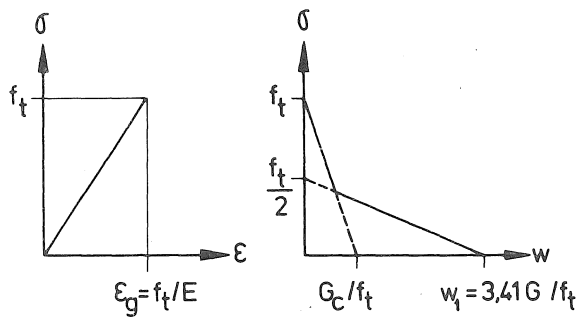


Fig 28 Teoretiskt beräknat förhållande mellan böj- och draghållfasthet med angivna förutsättningar, dvs en annan σ - w -kurva än i fig 27.

diagram t ex enligt kurva a i fig 30.

När brottrådet börjar utvecklas i ett material, där fibrerna är svagare än matrisen tas först huvuddelen av dragspänningarna av matrisen. Med en styv och spröd matris sjunker emellertid dessa spänningar snabbt och det blir istället fibrerna som övertar kraftöverföringen. Formen på σ - w -diagrammet blir därvid starkt beroende på fibermaterialets elasticitetsmodul, fibrernas vidhäftning och fibrernas hållfasthet.

Om fibrerna har hög elasticitetsmodul och god vidhäftning erhåller de höga påkänningar redan vid låga sprickbredder w . Vid ökande sprickbredd lossnar fibrerna eller går av och kraften sjunker. Man kan då få σ - w -kurvor enligt b i fig 30. Om fibrerna istället har låg elasticitetsmodul och dålig vidhäftning (lång förankringslängd) erfordras stora sprickbredder w för att bygga upp väsentliga krafter i fibrerna. Istället kan w uppnå höga värden innan kraften sjunker. Typiska σ - w -kurvor kan då se ut som c eller d i fig 30. Med mjuka stålfibrer som lokalt lossnar vartefter sträckgränsen passeras enligt fig 20 erhålles i princip konstant σ när w ökar enligt kurva e.

Om man armerar betong, cementbruk eller cementpasta med stålfibrer (hög E-modul, relativt god vidhäftning) eller glasfibrer (relativt hög E-modul, god vidhäftning) erhålles σ - w -kurvor i princip enligt fig 30 b eller e. Om man istället armerar med plastfibrer, t ex polypropylen, erhålles σ - w -kurvor i princip enligt fig 30 d.

För de flesta ändamål är σ - w -kurvor med höga σ -värden vid låga w -värden att föredra, se t ex fig 27-28. Därför är armering av betong med stål- eller glasfibrer betydligt intressantare än armering med plastfibrer.

För att fibrer skall göra maximal nytta måste de alltså få stor kraft redan vid liten rörelse w , vilket kräver god vidhäftning. Å andra sidan får inte förankringen vara så god, att fibrerna brister redan vid en liten rörelse, utan sedan en viss kraft - helst strax under hållfastheten - uppnåtts skall denna hållas nära konstant vid ökande deformation så att energiupptagningen blir stor. För de flesta fibrer åstadkommes detta genom att vidhäftningen släpper och fibern glider i matrisen under friktionsmotstånd. Därav framgår att det finns en viss optimal förankring.

Vid sämre förankring utnyttjas inte fiberns hållfasthet. Vid bättre förankring går fibern av utan att absorbera mycket energi. Optimal förank-

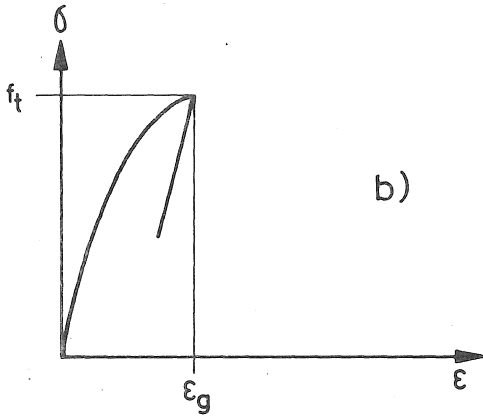
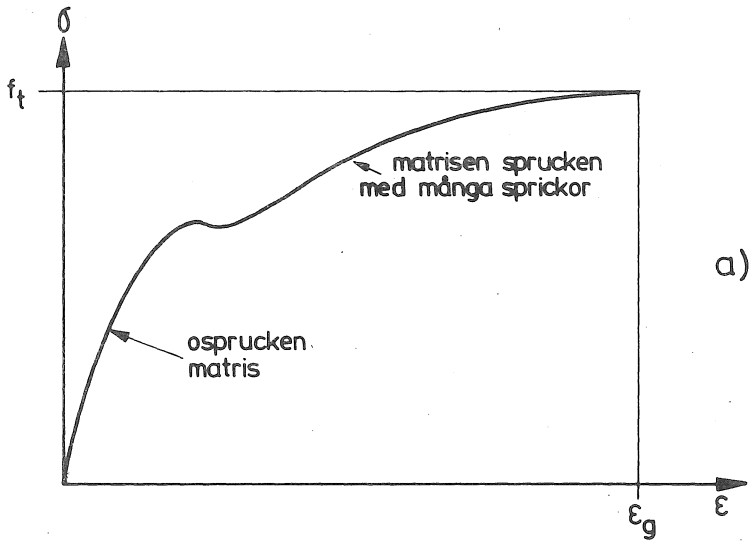


Fig 29 Fibernägens principiella inverkan på σ - ϵ -kurvan. I den övre kurvan förutsätts att fibrerna är starkare än matrisen, dvs i kurvans övre del är matrisen helt sprucken och fibrerna tar hela kraften. I den undre kurvan förutsätts att fibrerna är svagare än matrisen.

ring kan i princip erhållas genom lämpligt vald fiberlängd. Varje enskild fiber kan dock aldrig förankras optimalt iförhållande till varje tänkbar spricka. Därför blir genomsnittseffektiviteten av fibrerna betydligt lägre än teoretiskt optimal funktion för en fiber.

Glasfiberarmering av cementbaserade material innebär speciella långtidsproblem av två skäl. Det första är att glas inte är helt resistent i den alkaliska miljön. De vanligaste glassorterna (A och E-glas) har så dålig resistens att de för de flesta ändamål är otänkbara som fiberarmering i betong. Även de speciella glaskvaliteter som anges vara mer eller mindre resistent förefaller att skadas i längden och bli svagare. Det andra skälet att glasfiber i cementprodukter kan ge långtidsproblem är att vidhäftningen kan öka markant med tiden, så att fibrerna slits av istället för att glida. Orsaken till den ökande vidhäftningen kan tänkas vara följande. Glasfibrerna används i form av knippen ("strands") om ca 200 fibrer. Endast de yttre fibrerna i knippet vidhäftar till en början effektivt mot cementpastan. Med tiden kan kalciumsilikater diffundera in i knippet och ge vidhäftning även mot de inre fibrerna. Effekten av den ökade vidhäftningen i kombination med alkliangrepp kan bli en avsevärd försprödning av kompositer.

En sänkning av G_c till en tiondel har uppmätts /6/.

Ovanstående gäller spröda matriser med relativt hög elasticitetsmodul, t ex betong. Vid armering av plast (vanligen polyester) med glasfibrer ställer sig förhållandena annorlunda, eftersom plasten har lägre elasticitetsmodul och högre gränstöjning.

Med vanliga tillverkningsmetoder blir också fiberandelen hög och fibrerna orienterade. Glasfibrerna får därför relativt stora krafter redan innan plastens gränstöjning uppnåtts, vilket betyder att kompositens draghållfasthet blir betydligt större än plastens.

I brottstadiet gäller i princip de ovan framförda synpunkterna på fibrers gynnsamma inverkan på brottsegheten även för glasfiberarmerad plast.

Vid armering av hårdplast med cellulosa-fibrer till plåstlaminat av typ "Perstorpsplatta" är fibrernas deformationsmöjligheter (t ex glidning) för små för att de skall ge väsentligt bidrag till G_c . Materialet blir därför relativt sprött trots fiberarmeringen. Fibrernas effekt är där i första hand hållfasthetshöjande och inte seghetshöjande.

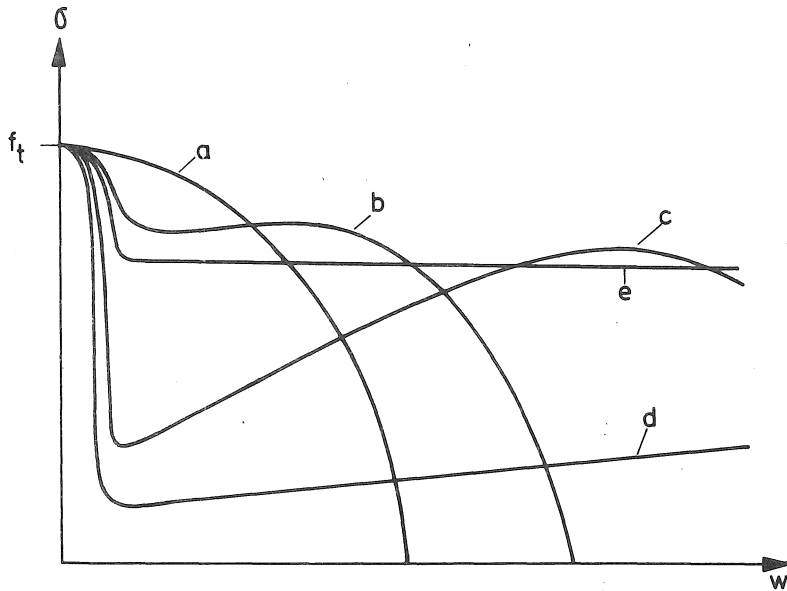


Fig 30 Principiellt utseende hos σ - w -kurvor för fiber-
 armerade material med relativt spröd matris,
 t ex betong

- a Fibrer starkare än matrisen
- b Fibrer med hög E-modul och god vidhäftning
- c Fibrer med relativt låg E-modul och/eller
relativt dålig vidhäftning
- d Fibrer med mycket låg E-modul och/eller
mycket dålig vidhäftning
- e Fibrer av mjukt stål med god vidhäftning.

5.6 Sektionsändringar

Tvåra sektionsförändringar, speciellt i form av inåtgående hörn som i fig 31, ger upphov till spänningskoncentrationer. Dessa spänningskoncentrationer kan för spröda material lätt bli så stora, att materialets draghållfasthet och gränstöjning överskrids. Man får då ett litet lokalt brottområde, där materialet fungerar enligt σ -wkurvan. I och med detta inträder den inverkan av konstruktionens absolutstorlek, som tidigare diskuterats.

Det är alltså möjligt att en liten balk med utförande enligt fig 31 fungerar bra, t ex så att den får böjbrott i mitten innan brott vid det inåtgående hörnet uppstår, medan en stor balk av samma material får lokalt brott vid det inåtgående hörnet vid relativt sett lägre last.

Dessa förhållanden bör beaktas exempelvis för träbalkar, Betongbalkar med form enligt fig 31 bör alltid armeras med tanke på sprickor från hörnet.

5.7 Lim- och svetsförband. Armeringsförankring

I ett limförband enligt fig 32 uppstår stora spänningskoncentrationer vid förbandets ändar. Vid en viss last övergår dessa partier till att fungera som brottområden, samtidigt som en stor del av fogens mittparti har låga påkänningar. När lasten höjs utvidgas borttområdet och dess deformationer w ökar. Fogens funktionssätt blir nu starkt beroende av τ -w-kurvans form (varvid τ =skjuvspänning i fogen, w =glidning). Om τ -w-kurvan lutar brant nedåt, dvs om brottenergin G_c är låg, kommer påkänningen att sjunka snabbt i de först utbildade brottområdena vid lastökning och man får ett beteende enligt fig 33 a med instabilitet och totalbrott vid relativt låg last. I motsatt fall, med högt G_c -värde, kan påkänningen fördelas mera jämnt över foglängden enligt fig 33 b och man får högre brottlast.

Det framgår av fig 33 att medelspänningen i fogen sjunker vid ökande foglängd, särskilt vid låga G_c . Vid låga G_c är brottlasten nära konstant oberoende av foglängd, eftersom fogens mittparti är nästan verkningslöst.

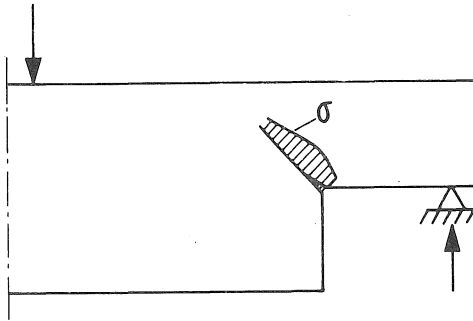


Fig 31 Vid en sektionsförändring uppstår stora spänningskoncentrationer som leder till att lokala brottområden utbildas.

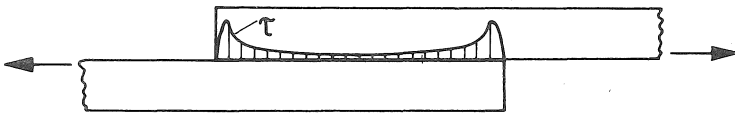


Fig 32 Limförband med ungefärlig elasticitetsteoretisk skjuvspänningsfördelning.

Vi har här återigen ett exempel på fall där vanliga modellagar inte går att använda. Man kan inte räkna med samma tillåtna skjuvspänning på en lång och en kort fog.

För att undvika spänningskoncentrationer av detta slag bör delar som skall sammanfogas med limning fasas av, t ex enligt fig 34, jämför finger-skarvning av virke.

Vad som sagts om limfogar gäller även svetsfogar.

Vidare gäller samma resonemang om förankring och skarvning av armering genom vidhäftning. Den förankrade kraften vid brott är inte proportionell mot förankringslängden, särskilt inte för släta stänger, vars τ - w -kurva sjunker snabbt (lågt G_c). Vid ökning av förankringslängden sjunker medelvidhäftningsspänningen vid brott. Detta gäller även då förankringslängden görs proportionell mot armeringsdiametern. Därför är det svårare att förankra grova armeringsstänger genom vidhäftning.

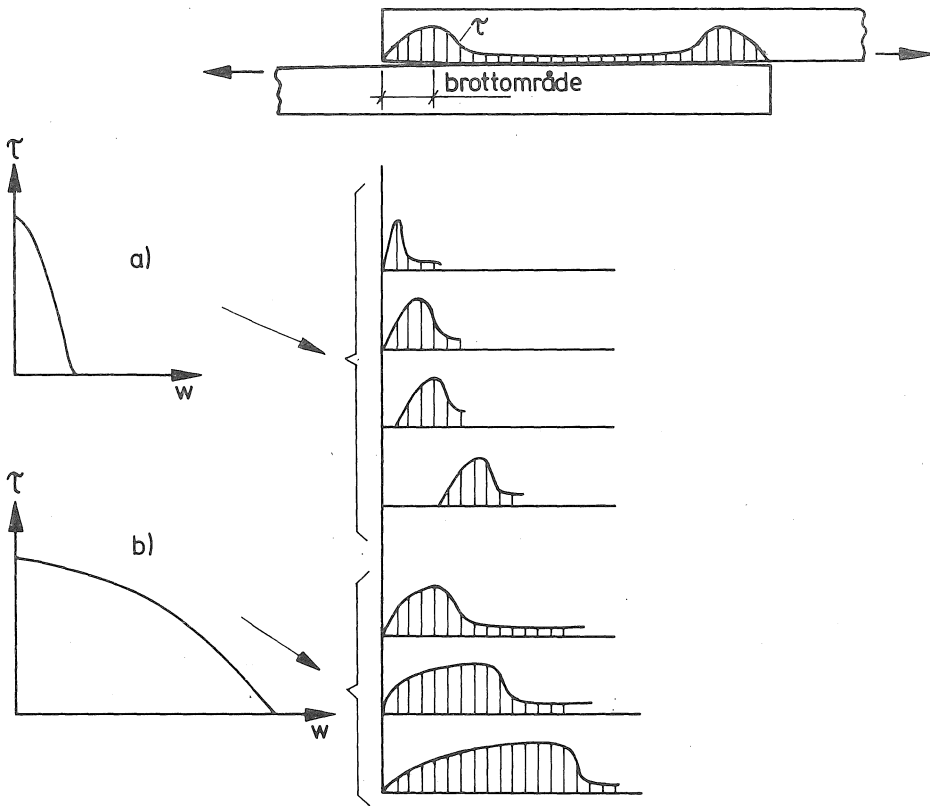


Fig 33 Inverkan av σ - w -kurvans form på brottbeteendet hos ett limförband. Överförd kraft är proportionell mot ytan under σ -diagrammet längs fogen.

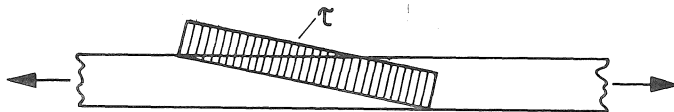


Fig 34 Vid en limfog mellan två avfasade delar slipper man spänningskoncentrationer (åtminstone teoretiskt!).

6. Mikrobrottet

Det slutliga dragbrottet karakteriseras av att en spricka uppstår, så att ytorna på båda sidor om sprickan, brottytorna, förlorar kontakten med varandra. Brottförloppet när dessa brottytor säras kallar vi för mikrobrottet, eftersom det berör ett brottnråde med mycket liten utsträckning i spänningsriktningen, storleksordning som kristallstorleken hos metaller eller kornstorleken i betong.

Teoretiskt kan man tänka sig att mikrobrottet hos en metall kan ske genom att två atomplan i en kristall dras isär från varandra. Teoretiska överväganden visar att detta kräver en påkänning som ligger mellan $0,05 E$ och $0,10 E$, där E är elasticitetsmodulen. För exempelvis vanliga stålkvalliteter ligger emellertid brotthållfastheten bara vid ca $0,002 E$ - $0,004 E$. I extremfall kan uppnås drygt $0,01 E$. Man uppnår alltså bara en bråkdel av det teoretiska värdet.

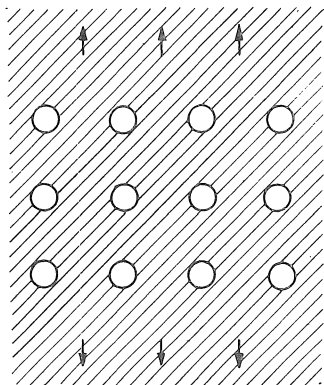
Förklaringen till detta är att inga material har perfekt uppbyggnad, utan att inhomogeniteter och mikrosprickor initierar brott vid lägre påkänningar än den teoretiska hållfastheten. Man har vid experiment med tunna glasfibrer kunnat visa att det är möjligt att närma sig den teoretiska hållfastheten om man kan undvika inhomogeniteter och mikrosprickor.

Mikrobrottet kan ha en mer eller mindre seg eller spröd karaktär, med åtföljande större eller mindre brottenergi.

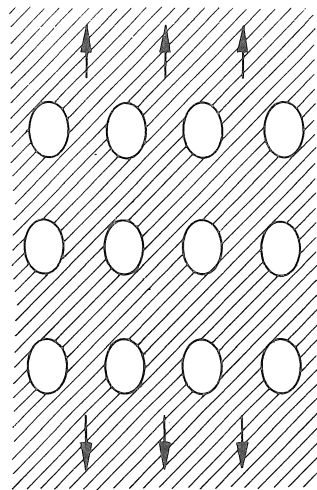
En seg karaktär hos mikrobrottet kan erhållas om det initieras av inhomogeniteter i form av blåsor eller löst inlagrade partiklar. Mycket schematiskt kan man därvid tänka sig ett brottförlopp enligt fig 35, där vägarna mellan hålligheterna får ett brott liknande segt makrobrott, Brottytan blir då relativt grov och "toppig".

En spröd karaktär hos mikrobrottet erhålles om det sammanhänger med utbredning av mikrosprickor. Mikrosprickorna kan i sin tur uppstå t ex genom anhopning av en mängd dislokationer vid en korngräns, såsom schematiskt visas i fig 36. I detta fall uppstår alltså mikrosprickorna som resultat av en plastisk deformation. Sprödbrott ger slätare brottyta än segbrott.

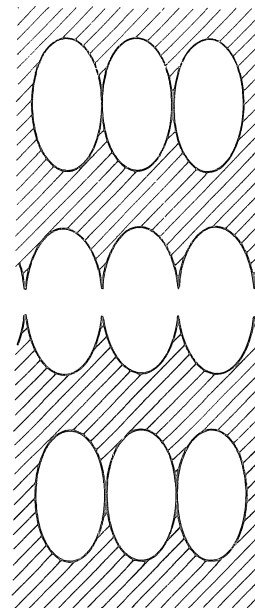
Om brottet blir segt eller sprött beror för den del material, t ex stål, på temperaturen. Lägre temperatur ökar tendensen till sprödbrott. Ett sätt att mäta detta är slagseghetsprovet enligt Charpy.



a) före plasticering



b) under plasticering



c) efter brott

Fig 35 Modell för segt brott i mikroskala.

Villkoren för mikrosprickornas stabilitet är desamma som för makrosprickorna. Dock kan värdena på G_c och K_c vara av helt skilda storleksordningar för makro- och mikrosprickor. För makrosprickor inkluderar G_c energiupptagningen i hela makrobrottområdet. Speciellt för skjuvflytande metaller kan G_c i makroskalan få mycket höga värden p g a energiupptagningen vid flytning i brottområdet. Samtidigt kan emellertid G_c för mikrosprickutbredningen vara lågt.

För betong föreligger också en skillnad mellan G_c för makro- och mikrosprickor, därför att makrosprickors fortskridande spärras av ballastkorn, som tvingar sprickan att ta omvägar. G_c för mikrosprickor motsvarar ungefär G_c för cementpasta.

För homogena spröda material som glas bestäms draghållfastheten helt av förekomsten av sprickor och andra inhomogeniteter. Enligt brottmekanikens lagar avgör den största sprickans längd hållfastheten i stort sett oberoende av övriga dimensioner. Sannolikheten för en stor spricka är större i en grov än i en smal stång. I extremt smala stänger i form av fibrer med t ex 0,01 mm diameter är sannolikheten låg för stora sprickor, bl a därför att de helt enkelt inte får plats. Därför har glasfibrer mycket högre hållfasthet än glasrutor av samma material.

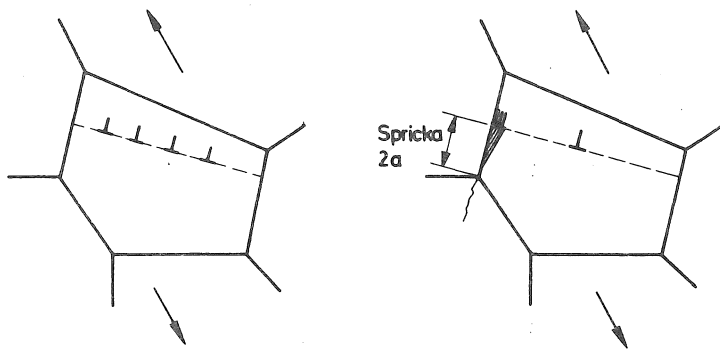


Fig 36 Uppkomst av spricka vid korngräns.

7. Krypbrott

Många material uppvisar lägre långtids- än korttidshållfasthet. Detta kan ha flera anledningar, t ex åldring hos materialet, kemisk nedbrytning mm. I många sådana fall beror alltså den lägre långtidshållfastheten på att materialet förändras.

Här skall behandlas en annan principiellt viktig orsak till skillnad mellan långtids- och korttidshållfasthet, nämligen krypbrott. Krypbrottet förutsätter ingen förändring av materialets egenskaper utan endast att kraften verkar lång tid och att krypning förekommer hos materialet vid aktuell spänningsnivå.

För många byggnadsmaterial är krypningens storlek approximativt proportionell mot påkänningens storlek, så kallad linjär krypning. Kryptöjningen ϵ_{kr} kan då uttryckas med sambanden

$$\epsilon_{kr} = \phi(t)\epsilon_{el} \quad (41)$$

där ϵ_{el} är den elastiska momentantöjningen och $\phi(t)$ är kryptalet, vilket är tidsberoende. Totaltöjningen blir

$$\epsilon_{tot} = \epsilon_{el} + \epsilon_{kr} = (1 + \phi(t))\epsilon_{el} \quad (42)$$

Definitionsmässigt är $\epsilon_{el} = \sigma/E$ och alltså

$$\epsilon_{tot} = \frac{1 + \phi(t)}{E} \sigma \quad (43)$$

Den totala töjningen vid tiden t kan alltså beräknas ur σ med en formell elasticitetsmodul

$$E(t) = \frac{E}{1 + \phi(t)} \quad (44)$$

Om sprickor finns i materialet - makrosprickor eller mikrosprickor - ger dragspänningen upphov till brottområden (fiktiva sprickor). Då materialets deformationer ökar p g a krypning, kommer även brottområdets deformation w att öka. Ökande w betyder att man förflyttar sig längre till höger i σ - w -diagrammet, dvs den sammanhållande spänningen i brottområdet minskar och risken för att sprickan skall börja växa ökar.

En approximativ beräkning av krypningens inverkan på brott genom spricktillväxt kan utföras på följande sätt.

När brottet sker genom spricktillväxt är draghållfastheten f_t lika med kritisk påkänning σ_c , dvs enligt ekv (27) vid korttidslast, $t=0$

$$f_t(0) = \frac{\sqrt{EG_c}}{2\sqrt{a}} \quad (45)$$

Vid långtidslast kan vi anta att brottenergin G_c är oförändrad samt att spricklängd a är oförändrad. Som formell elasticitetsmodul kan vi sätta in $E(t)$ enligt (44) och erhåller då

$$f_t(t) = \frac{\sqrt{EG_c}}{2\sqrt{a}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\phi(t)}} = \frac{f_t(0)}{\sqrt{1+\phi(t)}} \quad (46)$$

För material med sprödbrott (=brott genom spricktillväxt) ger (46) ett approximativt samband mellan långtids- och korttidshållfasthet. Det går att tillämpa även vid spröda tryckbrott, t ex för betong, eftersom dessa beror på sekundära dragspänningar.

Fig 37 återger ekv (46).

Vid krypta 1 resp 3 blir långtidshållfastheten 70 resp 50 % av korttidshållfastheten.

För många material kan kryptalets variation med tiden approximativt antas följa sambandet

$$\phi(t) = a t^b \quad (47)$$

där t är tiden och a och b konstanter, varvid b i allmänhet är av storleksordning 0,2-0,3. Konstanten a anger kryptalet vid tiden 1, varvid a beror på vilken tidsenhet som väljs (år, dygn etc).

Logaritmering av (47) ger

$$\log \phi(t) = \log a + b \log t \quad (48)$$

Tidsskalor enligt detta samband med $a=1$ och $b=0,2$ resp $0,3$ har lagts in i fig 37. Annat a -värde innebär förskjutning av skalorna så att $t=1$ ligger vid $\phi(t)=a$.

För betong motverkas sänkningen enligt (46) av att betonghållfastheten stiger med åldern. Därför är betongens långtidshållfasthet 80-90 % av korttidshållfastheten trots att kryptalet ofta är 1-2.

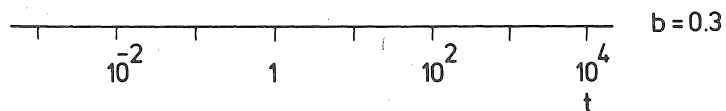
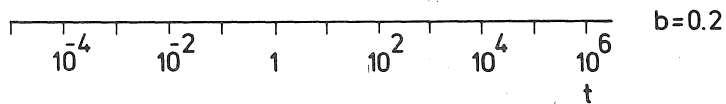
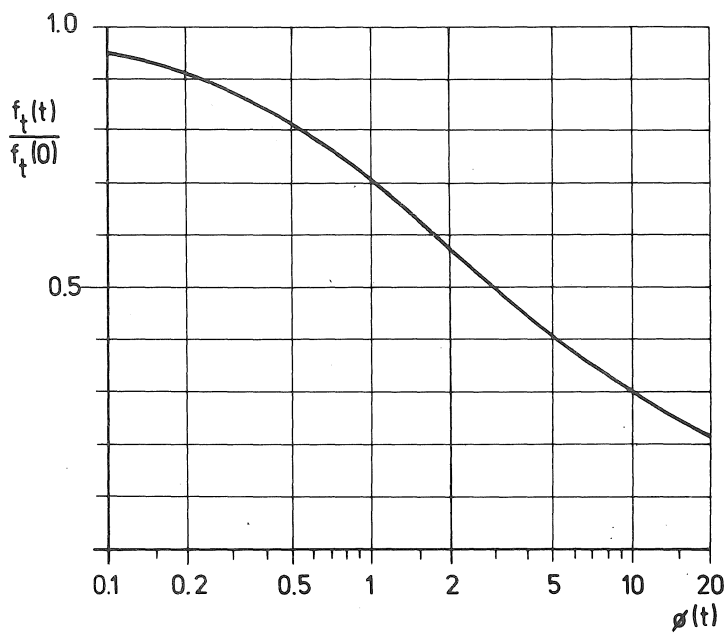


Fig 37 Teoretiskt förhållande mellan långtids- och korttidshållfasthet som funktion av kryptal. De nedre skalorna är graderade i tid med förutsättningen $\phi(t) = at^b$ och med $a = 1$. Annat a -värde innebär förskjutning av skalan till $\phi(t) = a$ för $t = 1$.

För material utan krypning finns ingen skillnad mellan långtids- och korttidshållfasthet. Till sådana material brukar vanligt konstruktionsstål räknas.

Ovan angivna orsak till krypbrott är den mest väsentliga. Även ett par andra bör dock nämnas.

När en dragen stång utsätts för krypning ökar dess längd. Dess volym kan dock anses konstant. Alltså minskar tvärsnittsytan och vid oförändrad kraft ökar påkänningen. Om t ex krypförlängningen är 1 % minskar arean med 1 %, varvid påkänningen stiger med 1 %. Man får då brott om påkänningen från början utgjorde 99 % av hållfastheten. Eftersom krypdeformationerna för våra vanliga byggnadsmaterial snarast ligger i storleksordningen $0/100$ är denna effekt helt utan intresse. För vissa användningar av plastmaterial samt för stål vid höga temperaturer kan dock effekten vara märkbar. Effekten förutsätter segbrott, dvs att reduktionen för sprödbrott enligt ovan inte är aktuell.

En annan typ av långtidseffekt inträder när bärförmågan vid tryck begränsas av risken för knäckning. Vid elastisk knäckning är bärförmågan proportionell mot elasticitetsmodulen. Med tillämpning av (44) blir förhållandet mellan bärförmåga vid långtids- och korttidslast därför

$$\frac{1}{1 + \phi(t)} \quad (49)$$

Eftersom $\phi(t)$ för betong och trä kan anta värden på 2 à 3 blir reduktionen avsevärd. Här rör man sig dock mera inom statikens än inom materiallärans område.

Till ren materiallära hör det dock om knäckningen avser en del av materialets inre struktur. Detta kan vara fallet för fibrer i tryckzonen i trä i böjda balkar. Där kan man tänka sig att en hållfasthetsreduktion enligt (49) kan vara aktuell. Den motverkas dock i praktiken av spänningsomlagringar, varför sänkningen i böjhållfasthet inte blir så stor som (49) anger.

Man kan tänka sig det fall att ett material vid korttidslast uppvisar segt brott vid en viss spänning f_0 men att det innehåller mikrosprickor av en sådan längd, att de skulle gett sprödbrott vid en högre spänning f_1 . Det existerar då en fiktiv sprödbrottsspänning, som skulle ha utlöst brott om segbrottsspänningen legat högre. Vid långtidslast sjunker seg-

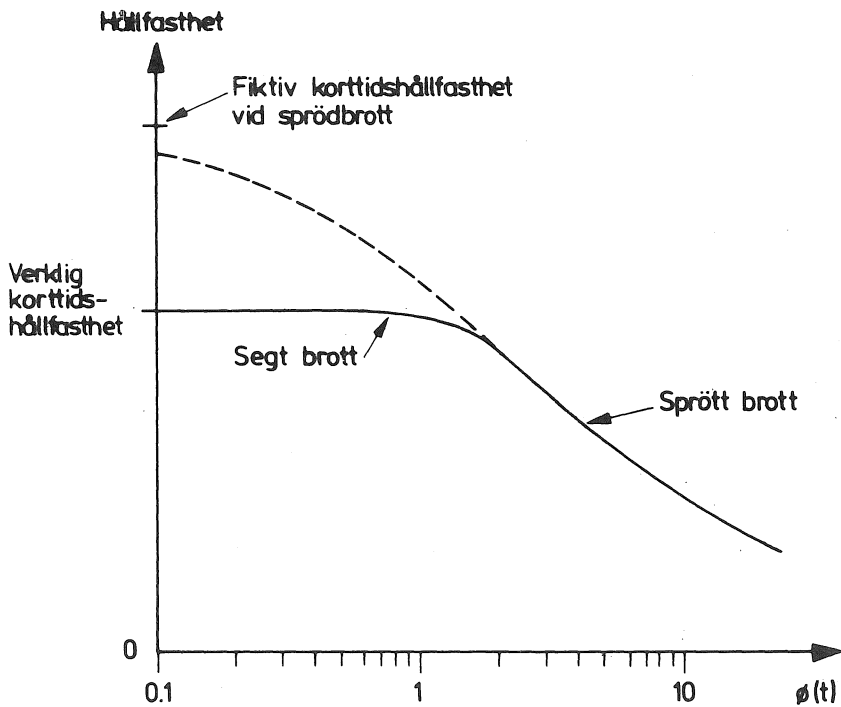


Fig 38 Långtidshållfasthet för material med fiktiv sprödbrottlast vid korttid. Vid korta belastningstider segt brott utan hållfasthetsnedsättning, vid långa sprött brott med betydlig hållfasthetsnedsättning.

brottlasten obetydligt, men sprödbrottlasten kan sjunka väsentligt. På detta sätt kan hållfasthetens variation med tiden får förlopp enligt fig 38, dvs sprödbrott-kurvan skär segbrottkurvan. Vid belastningstider under skärningspunkten erhålls segbrott vid spänning ungefär lika med korttidshållfastheten. Vid längre belastningstider erhålles sprödbrott vid betydligt lägre spänning.

I fig 39 och fig 40 visas exempel på uppmätta kurvor av det slag som teoretiskt visats i fig 38.

Det beteende som illustreras av fig 38-40 är mycket allvarligt ur säkerhetssynpunkt, eftersom det omöjliggör extrapolering av försöksresultat. Även om man vid försök med några års varaktighet inte finner någon nedgång i hållfastheten kan en allvarlig nedgång inträffa under en byggnads livslängd. Detta gäller dock endast material med större krypning än vad våra vanliga byggnadsmaterial uppvisar vid vanlig temperatur. För vattenledningar av plast (t ex polyeten) är fenomenet av betydelse.

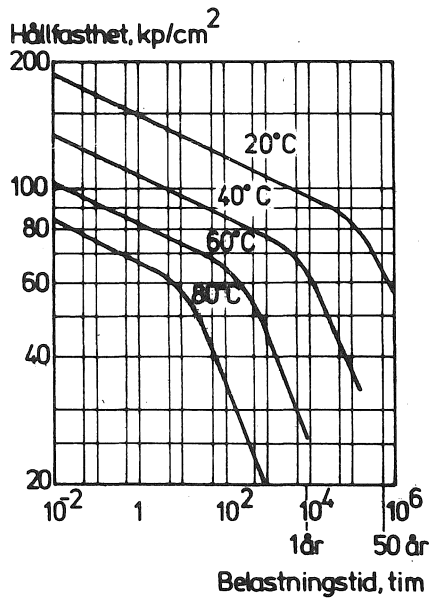


Fig 39 Långtidshållfasthet hos polyetenrör för vattenledningar enligt tillverkarens uppgifter (Hostalen GM 5010 från Hoechst)

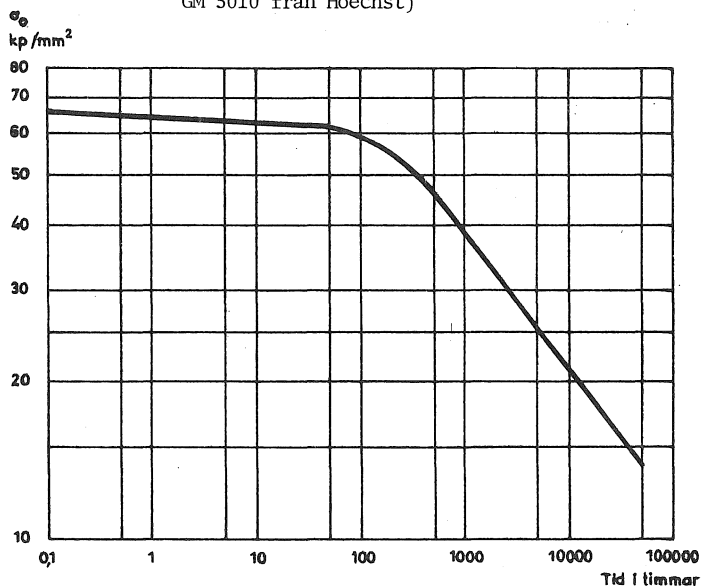


Fig 40 Krypbrottkurva för ett låglegerat stål vid 500°C enligt /4/.

8. Utmattning

Utmattningsbrottet är ett sprödbrott som beror på att en spricka tillväxer under inverkan av en växlande spänning tills den blir instabil.

Av vad som framgått tidigare går för ett elastiskt material spänningen teoretiskt mot oändligheten vid en skarp sprickspets. Vid engångsbelastning sker en viss flytning vid spetsen, som gör att spänningen i verkligheten blir ändlig. Flytningen berör ett större område ju högre spänningsintensitetsfaktorn är, dvs ju längre sprickan är.

Om spänningen varierar, kommer också den elasticitetsteoretiska spänningsvariationen att gå mot oändligheten vid sprickspetsen, vilket betyder att det sker en liten plastisk deformation närmast sprickspetsen varje gång spänningen varierar. Vid växlande spänning sker alltså fram- och återgående plastiska deformationer. Sådana deformationer bryter så småningom ned materialet så att det brister och sprickan förlängs.

Så länge sprickan är kort påverkas endast en kort sträcka vid sprickspetsen av denna nedbrytande process, men vartefter sprickan växer tilltar även den påverkade zonen framför sprickspetsen. Sprickans tillväxt per lastcykel blir därför allt större. Så småningom blir spricklängden så stor att sprickan blir instabil och brott inträder.

Spricktillväxten är i början mycket långsam, medan den i slutet blir snabb. Det helt dominerande antalet lastcykler till brott sker innan sprickan blir synlig och innan den blir så stor att den påverkar den statiska hållfastheten. Storleksordningen 99% eller t o m 99,9 % av totalantalet lastcykler till brott kan äga rum utan att den statiska hållfastheten påverkas. Om man avbryter ett utmattningsprov i förtid och mäter den statiska hållfastheten finner man därför nästan alltid att denna är opåverkad av utmattningsbelastningen, detta även om utmattningsbrott skulle erhållits vid ett relativt begränsat antal ytterligare cykler.

Ibland delar man upp förloppet vid utmattning i ett initieringsskede och ett propageringsskede. Initieringsskedet är då stadiet innan någon egentlig spricka börjat bildas. I detta stadium sker vissa deformationer inom kristallerna, t ex dislokationsrörelser. Dessa deformationer leder så småningom fram till en liten spricka ("kärna"), som därefter utvecklas, propagerar.

Om materialet redan från början innehåller sprickor eller inneslutningar med anvisningseffekt hoppas initieringsskedet över.

På en brottyta från ett utmattningsbrott kan man ofta se var sprickan har initierats, inom vilket område den har propagerat och vilket det slutliga brottsnittet är. Schematiskt visas detta i fig 41. I punkten a har initieringen skett. Inom område b kan man se hur sprickan utvecklats vid varje cykel i slutfasen. Område c är det slutliga brottet vid den sista lastcykeln.

Utmattningsbrottlasten är mycket känslig för förekommande spänningskoncentrationer. Dessa kan härröra från sektionförändringar, vilka man tar hänsyn till genom formfaktorer, eller från ofrivilliga ytdefekter, slagginneslutningar i svetsar etc.

Regler för praktiskt hänsynstagande till utmattning ges i konstruktionsämnena.

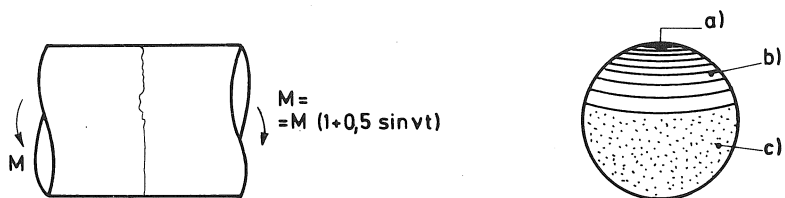


Fig 41 Utmattningsbrott i axel som utsatts för varierande belastning.

LITTERATUR

För ytterligare studier av klassisk brottmekanik hänvisas till

Carlsson, Janne: Brottmekanik, Ingenjörskörlaget, Stockholm 1976

Knott, John: Fundamentals of fracture mechanics, Butterworth 1973.

I texten har hänvisats till följande litteratur

- /1/ Evans, PH and Marathe, MS: Microcracking and stress-strain curves for concrete in tension. RILEM, Materials and Structures No 1, 1968.
- /2/ Pettersson, P-E,
Modéer, M: Brottmekanisk modell för beräkning av sprick-
utbredning i betong. Inst f byggnadsteknik,
LTH, Lund, Rapport 70, 1976.
- /3/ Hillerborg, A, Modéer, M,
Pettersson, P-E: Analysis of crack formation and crack
growth in concrete by means of fracture
mechanics and finite elements. Cement and
Concrete Research, 6(1976), p 773.
- /4/ Odqvist: Hvad er reologi? Ingeniören nr 23, 1965.
- /5/ Modéer, M: Brottmekaniska beräkningar och försök för
för betong. Seminarium Ålborg, 1977.
- /6/ Gustafsson, P J: Brottmekaniska studier; lättbetong och
fiberarmerad betong. Byggnadsmateriallära,
LTH, Rapport TVBM-5001, 1977.