



LUND UNIVERSITY

Utvärdering av fukttransportkoefficienter från en svit kapillärsugningsförsök

Janz, Mårten

1996

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):

Janz, M. (1996). *Utvärdering av fukttransportkoefficienter från en svit kapillärsugningsförsök*. (Rapport TVBM; Vol. 3071). Avd Byggnadsmaterial, Lunds tekniska högskola.

Total number of authors:

1

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00



LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA

Byggnadsmaterial

UNIVERSITY OF LUND

LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Division of Building Materials

Utvärdering av fukttransportkoefficienter från en svit kapillärsugningsförsök

Mårten Janz

TVBM-3071

Lund, maj 1996



LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA

Byggnadsmaterial

UNIVERSITY OF LUND

LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Division of Building Materials

Utvärdering av fukttransportkoefficienter från en svit kapillärsugningsförsök

Mårten Janz

ISRN LUTVDG/TVBM--96/3071--SE(1-24)

ISSN 0348-7911 TVBM

Lunds tekniska högskola
Byggnadsmaterial
Box 118

221 00 LUND

Tel 046-2227415
Fax 046-2224427

Innehållsförteckning

	Sida
1 Inledning	2
2 Fuktflöde och fuktbalans	3
3 Mätdata	4
4 Metod 1: Utvärdering baserad på Boltzmann-transformation	7
4.1 Teori.....	7
4.1.1 Numerisk lösning.....	8
4.2 Resultat.....	10
4.2.1 Beräkningar utförd på Uddvide, en kalcitbunden sandsten.....	10
4.2.2 Beräkningar utförd på gasbetong och tegel.....	14
5 Metod 2: Utvärdering med två kapaciteter	17
5.1 Teori.....	17
5.1.1 Beräkningsgång.....	19
5.2 Resultat.....	20
6 Sammanfattning	22
7 Referenser	24

1 Inledning

Flera beständighetsproblem hos byggnadsmaterial är förknippade med höga fukthalter. Därför är det viktigt att kunna beräkna fuktfördelningen och fukttransporten i olika material. För att utföra sådana beräkningar behövs kännedom av sambandet mellan fukttransportkoefficienten och fuktinnehållet.

I det hygroskopiska området (upp till ca 97% relativ fuktighet) finns flera väl dokumenterade mätmetoder, t.ex. koppmetoden, för att mäta detta samband, se t.ex. [1]. För material med endast små porer med en porradie mindre än ca 50 nm, är dessa mätmetoder tillräckliga eftersom materialen är vattenmättade redan vid ca 97% relativ fuktighet. För andra material, som t.ex. sandsten, tegel, kalksandsten, etc., med ett grövre porsystem, är det superhygroskopiska området helt dominerande. Koppmetoden täcker då bara in ett mycket liten del av det totala fuktområdet. Som ett exempel når koppmetodens mätområde bara upp till en kapillärmättnadsgrad av 7.5% på den sandsten som utvärderas i denna rapport. Mätningarna med koppmetoden i det hygroskopiska området måste alltså kompletteras med någon annan metod i det superhygroskopiska området, d.v.s. i intervallet mellan 7.5-100% kapillärmättnadsgrad för den ovan nämnda sandstenen.

Från fuktprofiler uppmätta med t.ex. NMR (nuclear magnetic resonance) eller gamma strålning, kan fukttransportkoefficienterna beräknas i det superhygroskopiska området. Exempel på två beräkningsmetoder, Profilmotoden och Boltzmann transformation metoden ges i [2]. Utrustningen som behövs för att mäta fuktprofiler med NMR eller gamma strålning är dock mycket kostsam. Därför är det av intresse att utveckla enklare och mindre kostsamma metoder att mäta sambandet mellan transportkoefficient och fukthalt i det superhygroskopiska området.

Denna rapport presenterar två nya metoder att beräkna fukttransportkoefficienten, D_w [m^2/s] samt Kirchhoffs flödespotential, ψ [$\text{kg}/(\text{m s})$] vid höga fuktnivåer från en mätsvit av kapillaritetskoefficienter, A_1, A_2, \dots, A_N [$\text{kg}/(\text{m}^2 \text{s}^{1/2})$], korresponderande till olika initiala fukthalter $w_{in} = w_1, w_2, \dots, w_N$ [kg/m^3] och kapillärmättnadsfukthalten w_{kap} . Beräkningar av fukttransportkoefficienter respektive Kirchhoffs flödespotential har utförts med båda metoderna och resultaten från metoderna har jämförts. Till grund för beräkningarna ligger resultat från egna försök utförda på Uddvide, en gotländsk kalcitbunden sandsten [3], samt resultat från tyska försök utförda på gasbetong och tegel [4, 5]. Från den första metoden, fortsättningsvis kallad Metod 1, beräknas fukttransportkoefficienten exakt, under förutsättning av att den angivna matematiska formuleringen vid kapillärsugning gäller. Metoden baserar sig på Boltzmann-transformation [6]. Den andra metoden, Metod 2, bygger på en analytisk lösning av stegrespons med två kapaciteter [7]. Metoden ger en approximativ lösning av Kirchhoffs flödespotential. Vidare presenteras även fukttransportkoefficienter för kalcitbunden sandsten vid låga fuktnivåer, uppmätta med koppmetoden på [8].

2 Fuktflöde och fuktbalans

Fuktflöde och fuktbalans kan uttryckas med både fukttransportkoefficient, D_w [m^2/s] och Kirchhoffs flödespotential, ψ [$\text{kg}/(\text{m s})$]. Fuktflödet, q [$\text{kg}/(\text{m}^2 \text{s})$], uttryckt med en fukttransportkoefficient ges av Fick's lag:

$$q = -D_w \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.1)$$

Här beskrivs gradienten med fukthalten w [kg/m^3] över sträckan x [m]. Det är dock möjligt att använda andra fuktillståndsvariabler som t.ex. relativ fuktighet, ånghalt och porvattentryck. Vid en godtycklig tid t , kan fuktfördelningen beräknas med fuktbalansekvationen (här i ett endimensionellt fall):

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_w \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (2.2)$$

Kirchhoffs flödespotential definieras med följande integral [7]:

$$\psi = \int_{w_{ref}}^w D_w dw \quad (2.3)$$

derivering ger fukttransportkoefficienten:

$$D_w = \frac{\partial \psi}{\partial w} \quad (2.4)$$

Vid referensfukthalten w_{ref} , som kan väljas godtyckligt, sätts alltid flödespotentialen lika med noll. Med denna definition av Kirchhoffs flödespotential kan fuktflödet skrivas som:

$$q = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.5)$$

Fuktbalansekvationen kan skrivas:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (2.6)$$

eller

$$C_\psi \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (2.7)$$

där fuktkapaciteten C_ψ [s/m^2] beskrivs av:

$$C_\psi = \frac{dw}{d\psi} = \frac{1}{D_w} \quad (2.8)$$

3 Mätdata

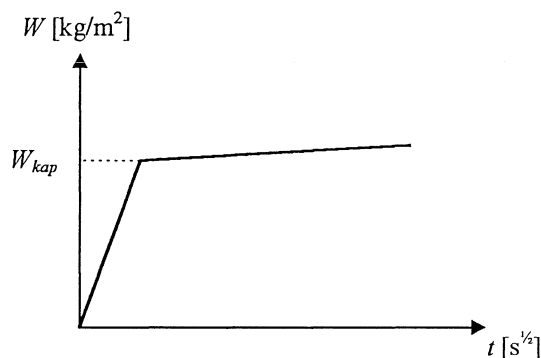
Fukttransportkoefficienten och Kirchhoffs flödespotential bestäms från ett samband mellan kapillaritetskoefficienten, A [$\text{kg}/(\text{m}^2 \text{s}^{1/2})$] och initial fukthalt, w_{in} [kg/m^3].

Kapillaritetskoefficienten definieras enligt följande,

$$W(t) = A \cdot \sqrt{t} \quad (3.1)$$

där $W(t)$ [kg/m^2] är mängden absorberat vatten.

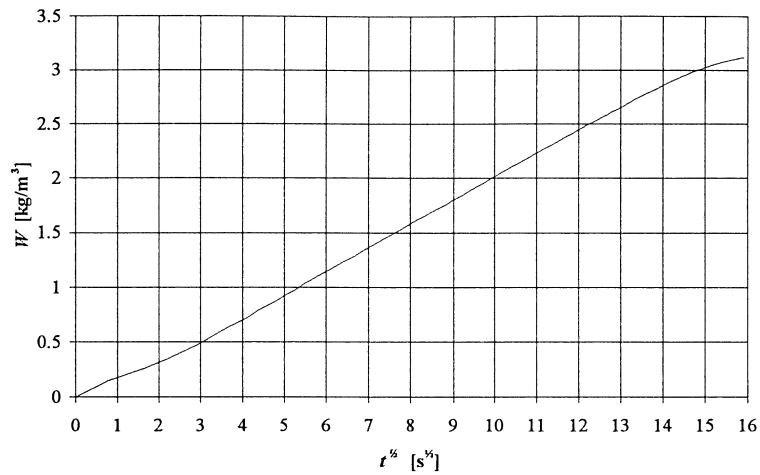
Prov av de material på vilka kapillaritetskoefficienten skall bestämmas konditioneras till önskad initial fukthalt. Kapillaritetskoefficienten mäts genom att låta de förkonditionerade proven suga vatten kapillärt och kontinuerligt mäta mängden absorberat vatten. Mängden absorberat vatten plottas mot roten ur tiden varvid lutningen upp till knickpunkten ger kapillaritetskoefficienten, se Figur 3.1.



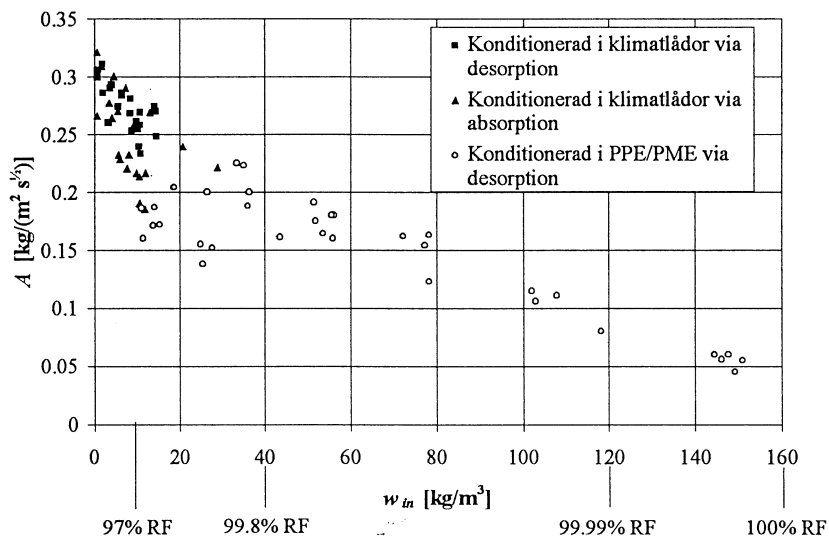
Figur 3.1. Kapillarsugningsförsök för bestämning av kapillaritetskoefficient. Kapillaritetskoefficienten bestäms av lutningen upp till knickpunkten. Då knickpunkten uppnås upphör kapillarsugningen. Fukthalten fortsätter att öka p.g.a. att luften i de porer som inte var aktiva vid kapillarsugningen löser sig i vattnet. Detta förlopp är mycket långsamt. Knickpunkten definierar kapillärmättnadsfukthalten w_{kap} .

Figur 3.3 visar kapillaritetskoefficienten, plottad mot aktuell initial fukthalt, uppmätt på en kalcitbunden sandsten av typen Uddvide. I [3] beskrivs det tillvägagångssätt som använts vid konditionering och kapillarsugning. Som framgår av Figur 3.2 är vattenabsorptionen i sandstenen det närmsta perfekt proportionell mot roten ur tiden, vilket den också bör vara i enlighet med ekvation 3.1.

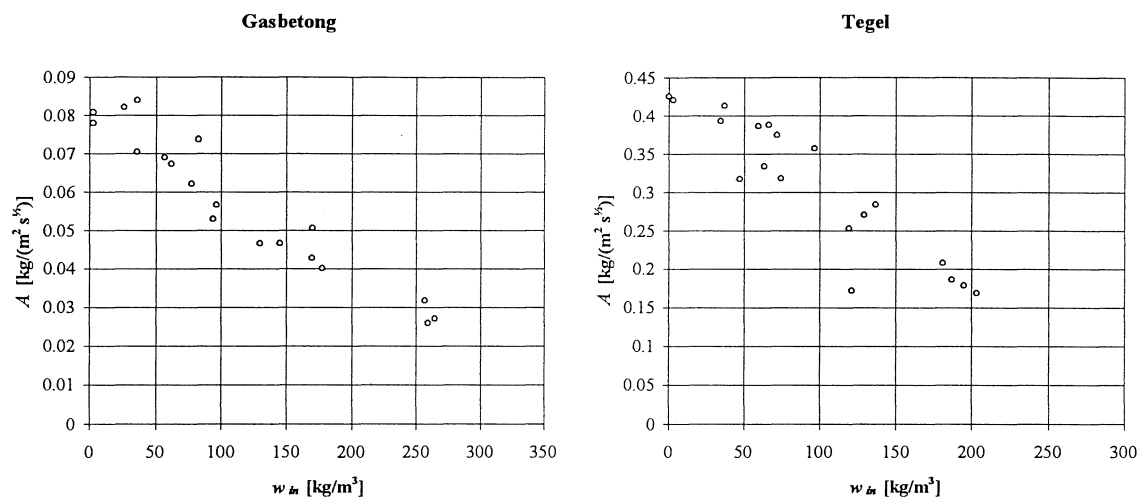
I [4, 5] rapporteras mätningar av kapillaritetskoefficienten som funktion av initial fukthalt utförda på tegel och gasbetong (se Figur 3.4). Proven konditionerades genom att låta dem suga vatten till önskad fukthalt varefter de förseglades och lagrades vid 50°C i flera månader. Metodiken vid kapillarsugningen anges ej i [4, 5].



Figur 3.2. Ett exempel på resultat vid kapillärsugning av Uddvide. Mängden absorberat vatten per kvadratmeter exponerad yta, $W(t)$ anges som en funktion av roten ur tiden [3].



Figur 3.3. Kapillaritetskoefficienten, A , för sandsten plottad mot aktuell initial fukthalt. Varje punkt motsvarar ett sugprovsningsförsök. PPE och PME står för "pressure plate extractor" respektive "pressure membrane extractor" och är två metoder att konditionera materialet med hjälp av ett pålagt tryck. $w_{kap} = 160 \text{ kg/m}^3$ [3].



Figur 3.4. Kapillaritetskoefficienten, A , för gasbetong och tegel som funktion av initial fukthalt, w_{in} . För gasbetongen är $w_{kap} = 340 \text{ kg/m}^3$ och för teglet är $w_{kap} = 260 \text{ kg/m}^3$ [4, 5].

4 Metod 1: Utvärdering baserad på Boltzmann-transformation

4.1 Teori

Om den i kapitel 2 angivna matematiska formuleringen gäller vid kapillärsugning, kan fukttransportkoefficienten, D_w beräknas exakt från ett samband mellan kapillaritetskoefficienten och initial fukthalt, $A(w_{in})$. Teorin, först presenterad i [6], baseras på Boltzmann-transformation som ger en analytisk lösning för stegrespons i en halvöändlig kropp. Fukttransportkoefficienten antas sträckvis konstant inom ett bestämt fukthaltsintervall:

$$D_w(w) = \begin{cases} D_1: w_{kap} > w > w_1 \\ D_2: w_1 > w > w_2 \\ \vdots \\ D_N: w_{N-1} > w > w_N \end{cases} \quad (4.1)$$

Ur ett experimentellt framtaget samband $A(w_{in})$ väljs N st värden på initiella fukthalter w_1, w_2, \dots, w_N med korresponderande värden på kapillaritetskoefficienten A_1, A_2, \dots, A_N . Med dessa experimentellt framtagna värden på initiella fukthalter och kapillaritetskoefficienter samt kapillärmättnadsfukthalten, w_{kap} , kan transportkoefficienterna D_1, D_2, \dots, D_N beräknas.

D_1 beräknas i ett steg:

$$1. \quad w_{kap} - w_1 = \frac{\sqrt{\pi} \cdot A_1}{2 \cdot \sqrt{D_1}} \quad (4.2)$$

D_2 beräknas i två steg. η_1 beräknas ur det första steget och D_2 ur det andra:

$$1. \quad w_{kap} - w_1 = \frac{\sqrt{\pi} \cdot A_2}{2 \cdot \sqrt{D_1}} \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\eta_1}{\sqrt{D_1}}\right) \quad (4.3a)$$

$$2. \quad w_1 - w_2 = \frac{\sqrt{\pi} \cdot A_2}{2 \cdot \sqrt{D_2}} \cdot e^{\left(-\eta_1^2 \left(\frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2}\right)\right)} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta_1}{\sqrt{D_2}}\right) \quad (4.3b)$$

Storheten η_1 anger hur nivån $w = w_1$ rör sig inåt i materialet [6, 9]:

$$w = w_1 \text{ för } x = 2 \cdot \eta_1 \cdot \sqrt{t} \quad (4.4)$$

På motsvarande sätt beräknas D_3 i tre steg. Denna procedur upprepas fram till dess att D_N beräknas i N steg. Steg 1 till $N-1$ ger η_1 till η_{N-1} (varje beräkning ger nya värden på η_i) och ur steg N beräknas slutligen D_N .

$$1. \quad w_{kap} - w_1 = \frac{\sqrt{\pi} \cdot A_N}{2 \cdot \sqrt{D_1}} \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\eta_1}{D_1}\right) \quad (4.5a)$$

$$2. \quad w_1 - w_2 = \frac{\sqrt{\pi} \cdot A_N}{2 \cdot \sqrt{D_2}} \cdot e^{\left(-\eta_1^2 \left(\frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2}\right)\right)} \cdot \left(\operatorname{erf}\left(\frac{\eta_2}{\sqrt{D_2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\eta_1}{\sqrt{D_2}}\right) \right) \quad (4.5b)$$

⋮

$$N-1. \quad w_{N-2} - w_{N-1} = \frac{\sqrt{\pi} \cdot A_N}{2 \cdot \sqrt{D_{N-1}}} \cdot e^{\left(-\eta_1^2 \left(\frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2}\right) - \dots - \eta_{N-2}^2 \left(\frac{1}{D_{N-2}} - \frac{1}{D_{N-1}}\right)\right)} \cdot \left(\operatorname{erf}\left(\frac{\eta_{N-1}}{\sqrt{D_{N-1}}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\eta_{N-2}}{\sqrt{D_{N-1}}}\right) \right) \quad (4.5N-1)$$

$$N. \quad w_{N-1} - w_N = \frac{\sqrt{\pi} \cdot A_N}{2 \cdot \sqrt{D_N}} \cdot e^{\left(-\eta_1^2 \left(\frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2}\right) - \dots - \eta_{N-1}^2 \left(\frac{1}{D_{N-1}} - \frac{1}{D_N}\right)\right)} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta_{N-1}}{\sqrt{D_N}}\right) \quad (4.5N)$$

4.1.1 Numerisk lösning

För att lösa ekvation 4.2 till 4.5 har ett datorprogram utvecklats [10]. Datorprogrammet använder följande numeriska beräkningsgång [6, 10]. D_1 beräknas ur ekvation 4.2:

$$D_1 = \frac{\pi \cdot A_1^2}{4(w_{kap} - w_1)^2} \quad (4.6)$$

Som framgår av ekvation 4.3 beräknas D_2 i två steg. Genom att invertera $\operatorname{erf}(x)$ beräknas först η_1 . Ekvation 4.3a ger:

$$\eta_1 = \sqrt{D_1} \cdot \operatorname{erf}^{-1}\left(\frac{2 \cdot \sqrt{D_1} \cdot (w_{kap} - w_1)}{\sqrt{\pi} \cdot A_2}\right) \quad (4.7)$$

I det andra steget beräknas D_2 från ekvation 4.3b. Ekvationen skrivs om så att ett vänsterled erhålls där allt är känt och lika med K :

$$K = \frac{2(w_1 - w_2)}{A_2} \cdot e^{\frac{\eta_1^2}{D_1}} \cdot \eta_1 = \sqrt{\pi} \cdot \frac{\eta_1}{\sqrt{D_2}} \cdot e^{\frac{\eta_1^2}{D_2}} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta_1}{\sqrt{D_2}}\right) \quad (4.8)$$

För att kunna lösa denna ekvation införs en funktion $e_1(x)$. Ekvation 4.8 kan med hjälp av $e_1(x)$ skrivas:

$$K = e_1\left(\frac{\eta_1}{\sqrt{D_2}}\right) \Rightarrow D_2 = \left(\frac{\eta_1}{e_1^{-1}(K)}\right)^2 \quad (4.9)$$

$e_1^{-1}(y)$ är inversen av $e_1(x)$. $e_1(x)$ definieras av (se Figur 4.1):

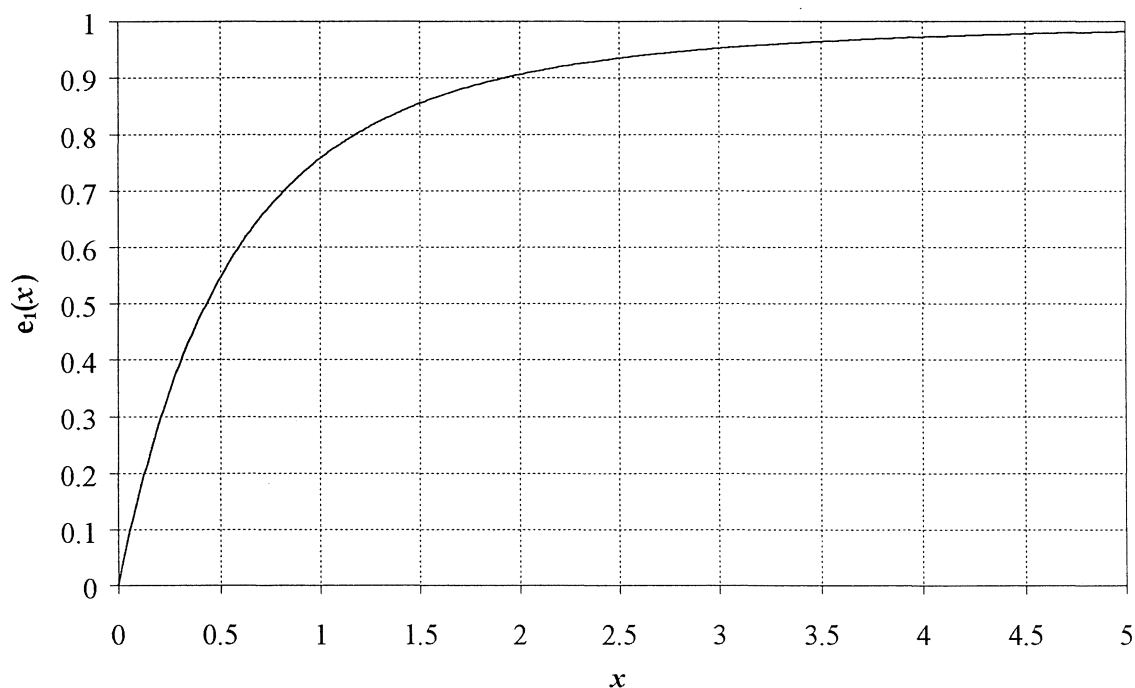
$$e_1(x) = \sqrt{\pi} \cdot x \cdot e^{x^2} \cdot \operatorname{erfc}(x) \quad (4.10)$$

I det allmänna fallet med N steg beräknas D_N ur ekvation 4.5. På samma sätt som för två nivåer skrivs ekvation 4.5 om så att ett känt vänsterled, K erhålls:

$$K = \frac{2(w_{N-1} - w_N)}{A_N} \cdot e^{\left(\eta^2\left(\frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2}\right) + \dots + \eta_{N-1}^2 \frac{1}{D_{N-1}}\right)} \cdot \eta_{N-1} = e_1\left(\frac{\eta_{N-1}}{\sqrt{D_N}}\right) \quad (4.11)$$

Med hjälp av inversen till funktionen $e_1(x)$ kan sedan D_N beräknas:

$$D_N = \left(\frac{\eta_{N-1}}{e_1^{-1}(K)}\right)^2 \quad (4.12)$$

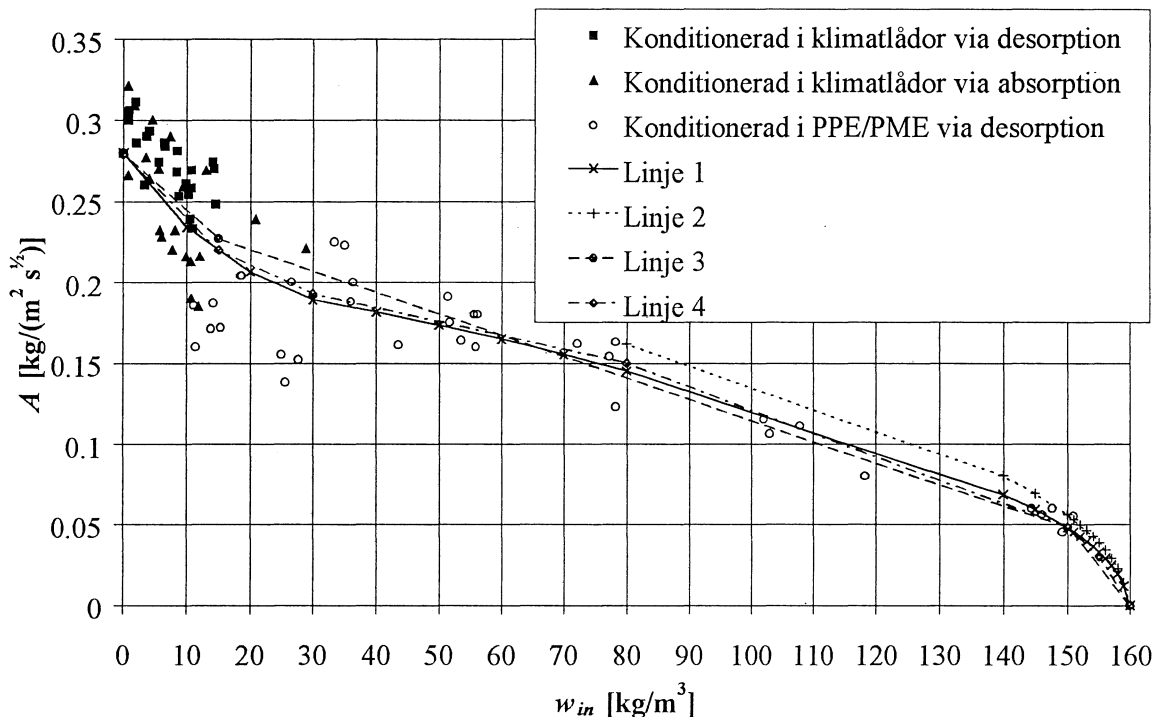


Figur 4.1. Funktionen $e_1(x)$.

4.2 Resultat

4.2.1 Beräkningar utförd på Uddvide, en kalcitbunden sandsten

Från sambandet $A(w_{in})$ (se Figur 3.3) väljs N st värden på initiala fukthalter w_1, w_2, \dots, w_N med korresponderande värden på kapillaritetskoefficienten A_1, A_2, \dots, A_N . Från dessa värden på initiala fukthalter och kapillaritetskoefficienter samt kapillärmättnadsfukthalten, w_{kap} , beräknas transportkoefficienterna $D(w)$. Olika val av sambandet $A(w_{in})$ ger olika resultat på de beräknade transportkoefficienterna. Figur 4.2 visar de olika "linjeval" som har använts som indata vid beräkning av transportkoefficienterna.



Figur 4.2. Olika val av indata. PPE och PME står för "pressure plate extractor" respektive "pressure membrane extractor" och är två metoder att konditionera materialet med hjälp av ett pålagt tryck, se [3].

Vid beräkning av transportkoefficienterna används i ekvation 4.7 en invers till funktionen $\text{erf}(x)$ och i ekvation 4.9 samt 4.12 en invers till funktionen $e_1(x)$. Dessa två inverser begränsar den indata som är möjlig att använda till Metod 1 och resulterar i två indata villkor då $-1 < \text{erf}(x) < 1$ och $e_1(x) < 1$ (se Figur 4.1). Om den experimentellt framtagna indatan inte uppfyller de villkor inverserna ger, beror detta antingen på att den matematiska formuleringen i kapitel 2 inte gäller vid kapillärsugning, vilket är en förutsättning för Metod 1, eller att den experimentella metod som använts vid framtagandet av mätdatan ($A(w_{in})$) inte är tillräckligt noggrann. Från ekvation 4.7 fås villkoret

$$-1 < \left(\frac{2 \cdot \sqrt{D_1} \cdot (w_{kap} - w_1)}{\sqrt{\pi} \cdot A_2} \right) < 1 \quad (4.13)$$

och från ekvation 4.12 villkoret

$$K = \frac{2(w_{N-1} - w_N)}{A_N} \cdot e^{\left(\eta^2 \left(\frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2} \right) + \dots + \eta_{N-1}^2 \frac{1}{D_{N-1}} \right)} \cdot \eta_{N-1} < 1 \quad (4.14)$$

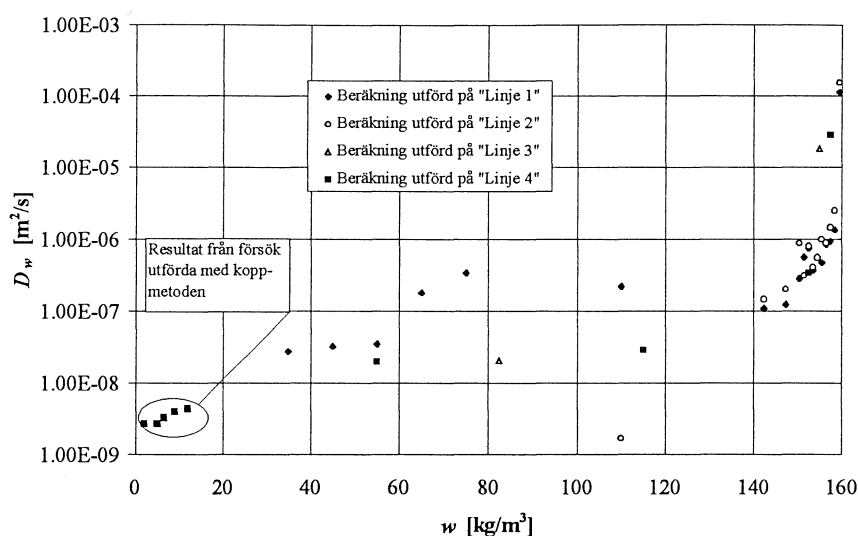
Som framgår kapitel 4.1 så börjar beräkningen av transportkoefficienterna $D(w)$ från kapillärmättnad och stegar sig mot allt lägre fukthalter. Detta medför att valet av första indatapunkt, (w_1, A_1) , styr vilka övriga indata som är möjliga i enlighet med Metod 1. För "Linje 2" valdes $w_1 = 159 \text{ kg/m}^3$ och $A_1 = 0.014 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s}^{1/2})$ som första indatapunkt. Därefter valdes de lägsta möjliga värdena på A_2 till A_{13} som villkoren 4.13 och 4.14 medgav, dvs maximal "böj" på linjen. Trots detta hamnar linjen över uppmätta data, se Figur 4.2. För Linje 1 valdes samma fukthalter som för Linje 2 men den första kapillaritetskoefficienten valdes lägre, $A_1 = 0.012 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s}^{1/2})$. Därefter valdes lägsta möjliga värden på A (158) ner till A (140). Dessa indatapunkter satisfierar uppmätt data bättre än då A_1 valdes till $0.014 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s}^{1/2})$.

Förutom för Linje 1 och Linje 2 (som ligger utanför uppmätt data) har $D(w)$ beräknats för ytterligare två möjliga val av indata (Linje 3 och 4). Dessa två val har färre indatapunkter än Linje 1 och 2, se Figur 4.2. Resultaten från beräkningarna presenteras i Figur 4.3. De beräknade transportkoefficienterna blir vid en jämförelse med resultat uppmätta med koppmetoden orimligt stora för $w < 20 \text{ kg/m}^3$ varför dessa inte redovisas. Resultat från koppförsök utförda på Uddvide [8] redovisas istället vid dessa låga fukthalter.

I [11] presenteras transportkoefficienter för tre olika tyska sandstenar som beräknats från fuktprofiler, uppmätta vid olika tidpunkter med NMR. Beräkningen är utförd med profilmotoden med följande samband:

$$D_w = -\frac{1}{dt} \cdot \frac{\int_{x-x_0}^{x=L} (w_{t+dt}(x) - w_t(x)) dx}{\frac{\partial w_0}{\partial x_0}} \quad (4.15)$$

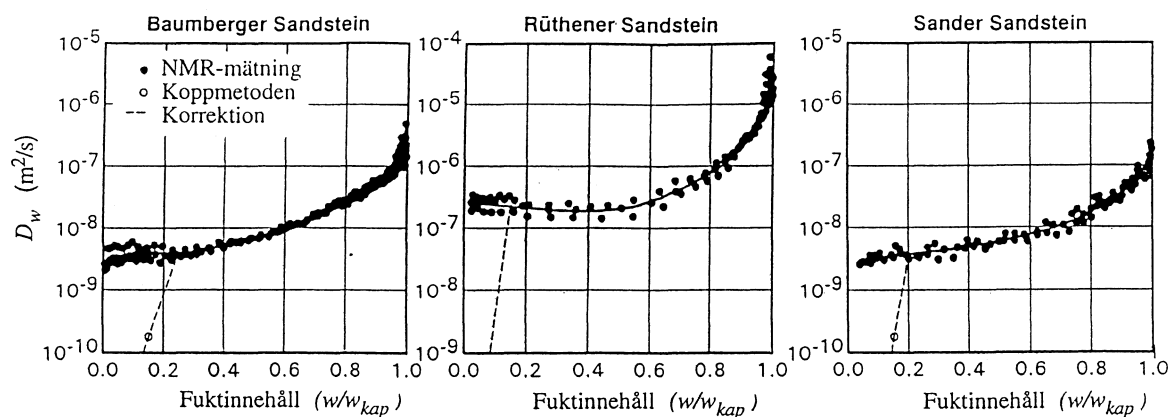
Storleken på transportkoefficienten hos 'Rüthener Sandstein' ligger i samma storleksordning som de på Uddvide beräknade transportkoefficienterna. 'Rüthener Sandstein' är den av de tre tyska sandstenarna som liknar Uddvide mest med avseende på densitet, porositet kapillärkoefficient för lufttorrt prov samt kapillärmättnadsfukthalt, se Tabell 4.1. De från fuktprofiler, uppmätta med NMR, beräknade transportkoefficienterna visas i Figur 4.4.



Figur 4.3. Resultat från beräkningar av transportkoefficienten D_w [m^2/s] utförda på Linje 1-4, se Figur 4.2. Resultaten för $w < 20 \text{ kg/m}^3$ är ej medtagna utan ersatta av resultat från koppförsök [8].

Tabell 4.1. Sammanställning av densitet, porositet, kapillaritetskoefficient samt kapillärmättnadsfukthalt hos fyra sandstenar.

Sandsten	Densitet [kg/m^3]	Porositet [%]	A-värde för lufttorrt prov [$kg/(m^2 s^{1/2})$]	Kapillärmättnadsfukthalt [kg/m^3]
Baumberger [11]	1980	23	0.044	210
Rüthener [11]	1950	24	0.30	200
Sander [11]	2120	17	0.02	130
Uddvide [3]	2060	23	0.28	160



Figur 4.4. Transportkoefficienter för tre olika tyska sandstenar som beräknats från fuktprofiler, uppmätta vid olika tidpunkter med NMR [11].

Kirchhoffs flödespotential, ψ [kg/(m s)] har vidare beräknats från erhållna värden på transportkoefficienterna, se Figur 4.6. Som framgår av ekvation 2.3 beräknas Kirchhoffs flödespotential som:

$$\psi = \int_{w_{ref}}^w D_w dw$$

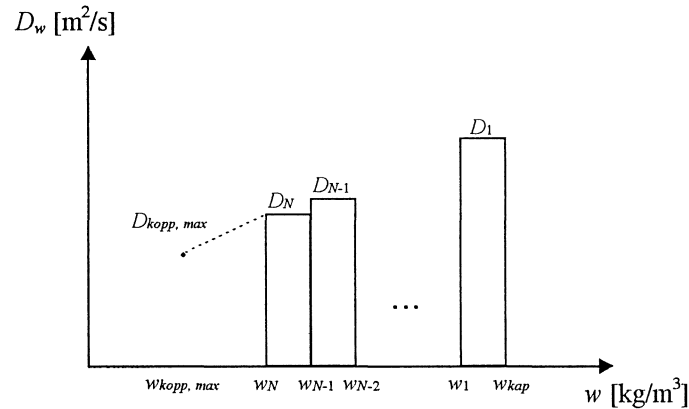
Dvs ψ beräknas som arean under funktionen $D(w)$. För låga fuktnivåer (upp till $w = 12 \text{ kg/m}^3$, vilket motsvarar en kapillärmättnadsgrad på 7.5%) finns ett givet samband $\psi(w)$, framtaget med 12 koppförsök [8]. För att beräkna ψ -värden från fukttransportkoefficienterna, erhållna från beräkningarna utförda med Metod 1, samt koppla samman dessa med det från koppförsöken givna sambandet $\psi(w)$, har följande ekvationer använts (se Figur 4.5).

$$\psi(w_N) = (w_N - w_{kopp, max}) \cdot \frac{D_N + D_{kopp, max}}{2} + \psi_{kopp, max} \quad (4.16a)$$

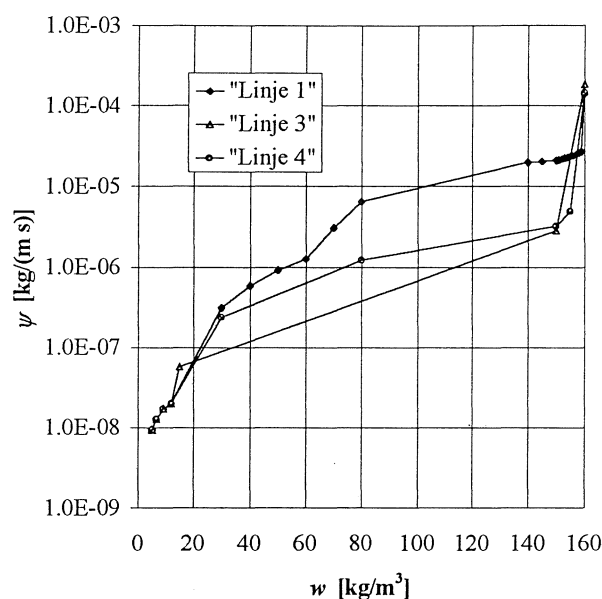
$$\psi(w_{N-1}) = (w_{N-1} - w_N) \cdot D_N + \psi(w_N) \quad (4.16b)$$

⋮

$$\psi(w_{kap}) = (w_{kap} - w_1) \cdot D_1 + \psi(w_1) \quad (4.16c)$$



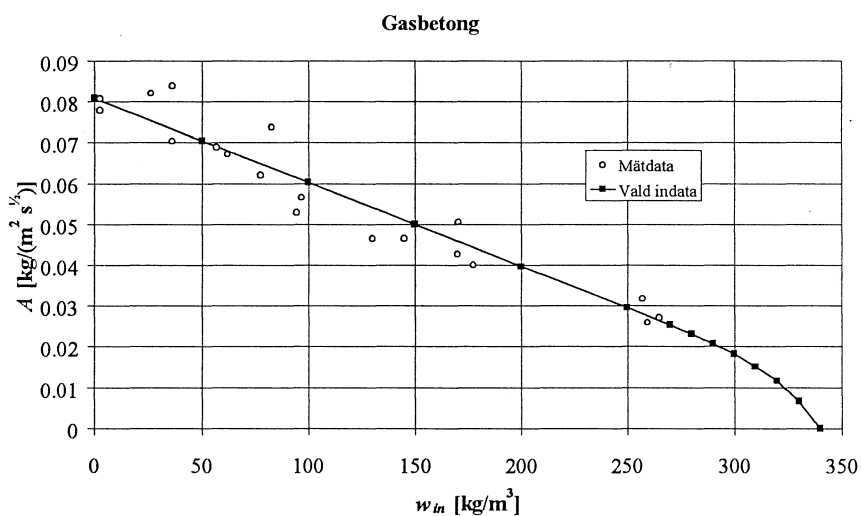
Figur 4.5. Princip för att beräkna ψ -värden från fukttransportkoefficienterna erhållna från beräkningarna baserade på Boltzmann-transformation, samt koppla samman dessa med det från koppförsöken givna sambandet $\psi(w)$.



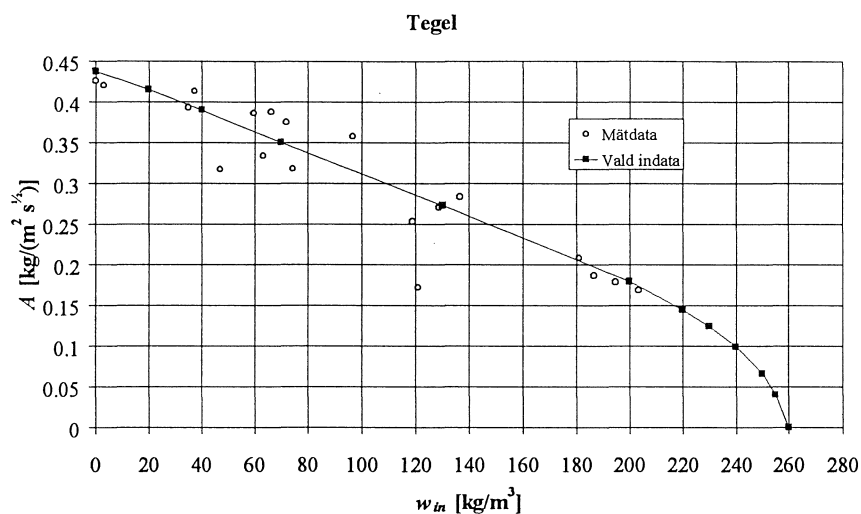
Figur 4.6. Resultat från beräkningar av $\psi(w)$. Beräkningarna har utgått från Linje 1, 3 och 4, se Figur 4.2.

4.2.2 Beräkningar utförd på gasbetong och tegel

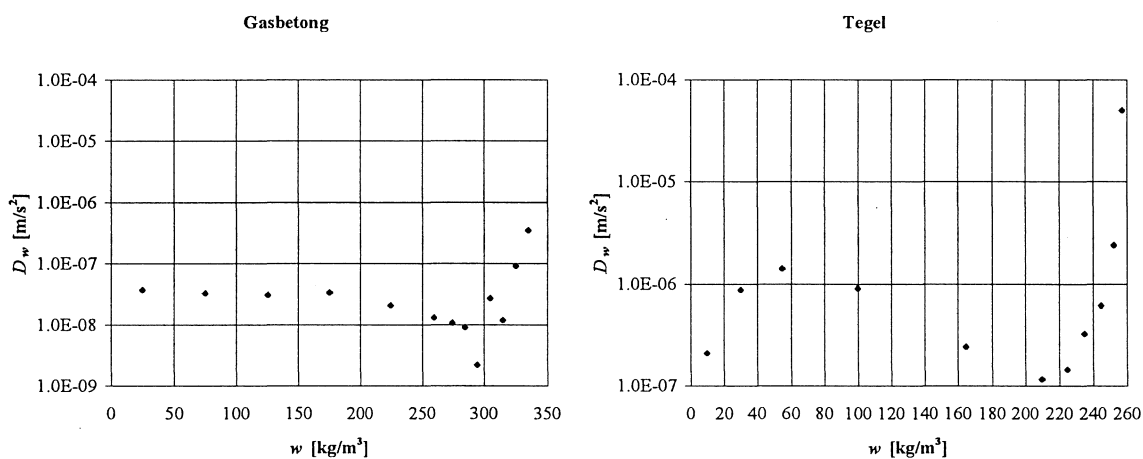
I [4, 5] redovisas mätningar av kapillaritetskoefficienten vid olika initial fukthalt på gasbetong och tegel, se Figur 3.4. Exakt mätmetod vid försöken är dock ej känd. Som framgår av figuren saknas mätningar av kapillaritetskoefficienter för de högsta initiella fukthalterna ($w_{in} > 265 \text{ kg/m}^3$ för gasbetongen och $w_{in} > 200 \text{ kg/m}^3$ för teglet). Kapillärmättnadsfukthalten, w_{kap} , är dock känd för de båda materialen och är 340 kg/m^3 för gasbetongen respektive 260 kg/m^3 för teglet. Med utgångspunkt från de uppmätta sambanden för gasbetong och tegel samt w_{kap} har indatapunkter valts i enlighet med Figur 4.7 och Figur 4.8. Mellan kapillaritetskoefficienten som är uppmätt vid den högsta fukthalten och kapillärmättnad har sambandet $A(w_{in})$ gissats, se Figur 4.7. Resultatet av beräkningarna visas i Figur 4.9.



Figur 4.7. Mätdata samt indatapunkter som använts vid beräkning av transportkoefficienter för gasbetong.

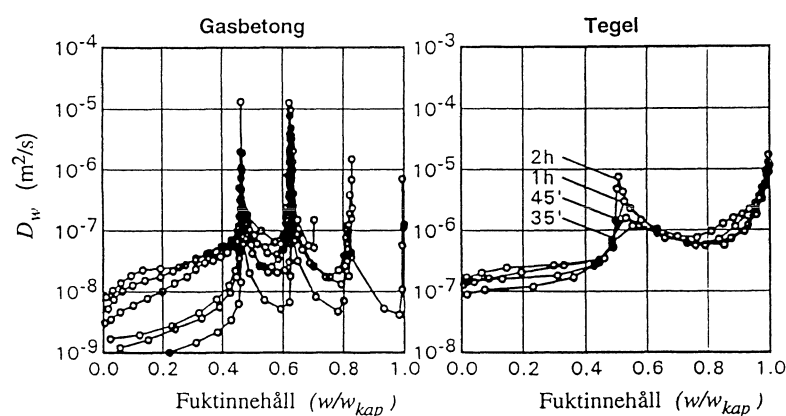


Figur 4.8. Mätdata samt indatapunkter som använts vid beräkning av transportkoefficienter för tegel.



Figur 4.9. Resultat från beräkningar av transportkoefficienten $D(w)$ [m^2/s] utförda på indatapunkter enligt Figur 4.7 och Figur 4.8.

I [11] presenteras transportkoefficienter beräknade från fuktprofiler uppmätta med NMR för gasbetong och tegel (observera att det ej är samma gasbetong och tegel som använts i Figur 4.7, Figur 4.8 och Figur 4.9). Resultatet visas i Figur 4.10. Storleken på transportkoefficienterna är av samma storleksordning som de i Figur 4.9 beräknade. De från fuktprofiler, uppmätta med NMR, beräknade transportkoefficienterna har flera toppar och ändras dessutom med tiden. Även de i Figur 4.9 beräknade transportkoefficienterna visar en tendens till toppar, dock ej lika utpräglat.

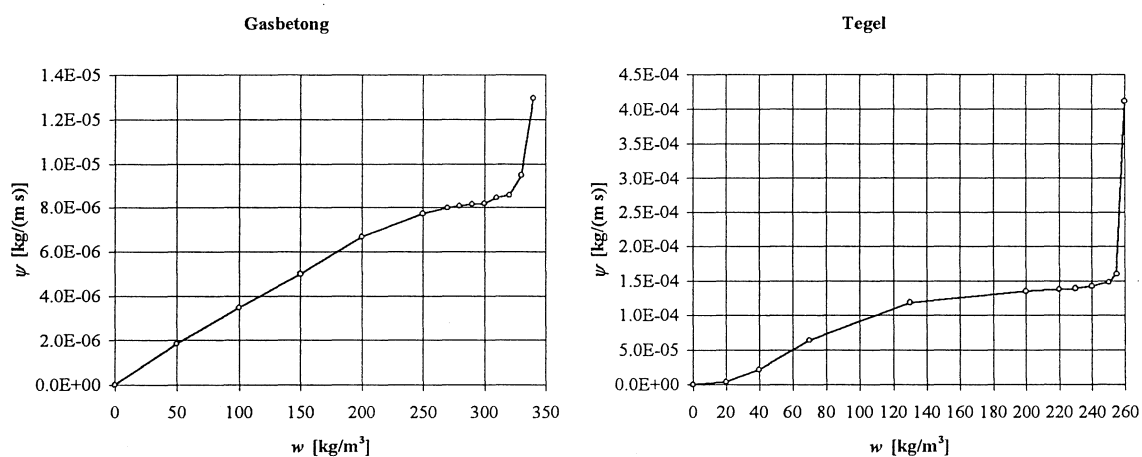


Figur 4.10. Transportkoefficienter för gasbetong och tegel som beräknats från fuktprofiler, uppmätta vid olika tidpunkter från sugningens start ger utvärderingen av fuktprofilerna olika resultat [11].

På samma sätt som i Kapitel 4.2.1 har Kirchhoffs flödespotential, ψ [kg/(m s)], beräknats från de i Figur 4.9 beräknade transportkoefficienterna. Inget samband $\psi(w)$ vid låga fukthalter, bestämda t.ex. med koppmetoden, har använts. Detta medför att ψ sätts till noll vid den lägsta fukthalten:

$$\psi_{ref} = \psi(w_{min}) = 0 \quad (4.17)$$

Ekvation 4.16b - 4.16c har använts för att beräkna ψ -värdena. Ekvation 4.16a har inte behövts användas då inga kända ψ -värden har använts. Resultatet från beräkningen framgår av Figur 4.11.



Figur 4.11. Resultat från beräkningar av $\psi(w)$ för gasbetong och tegel. Försöksdata enligt Figur 4.7 och Figur 4.8.

5 Metod 2: Utvärdering med två kapaciteter

5.1 Teori

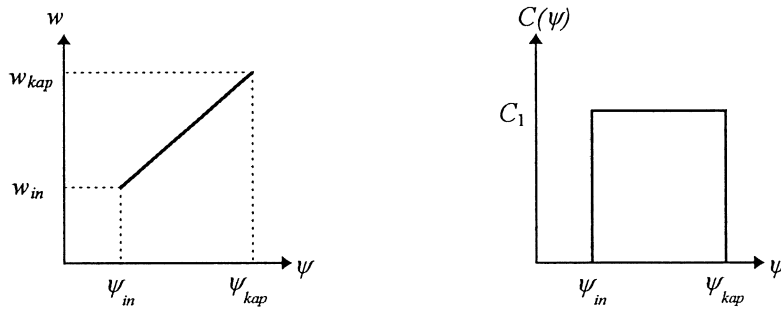
För specialfallet då fuktkapaciteten C_ψ är konstant och fukthalten $w(\psi)$ är linjär (se Figur 5.1) kan enligt [7] fuktkapaciteten och kapillaritetskoefficienten A [$\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{1/2})$] skrivas som:

$$C = C_1 = \frac{w_{kap} - w_{in}}{\psi_{kap} - \psi_{in}} \quad (5.1)$$

$$A_1 = (\psi_{kap} - \psi_{in}) \frac{2\sqrt{C_1}}{\sqrt{\pi}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{(w_{kap} - w_{in})(\psi_{kap} - \psi_{in})} \quad (5.2)$$

ψ_{kap} Kirchhoffs flödespotential vid kapillärmättnad [$\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$]

ψ_{in} Kirchhoffs flödespotential vid fukthalten w_{in} [$\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$]



Figur 5.1. Linjär fukthalt $w(\psi)$ och konstant fuktkapaciteten $C(\psi)$.

I det allmänna fallet kan ekvation 5.2 skrivas med hjälp av en dimensionslös kapillaritetskoefficient A'_i [7]:

$$A_i = \sqrt{(w_{kap} - w_{in})(\psi_{kap} - \psi_{in})} \cdot A'_i \quad (5.3)$$

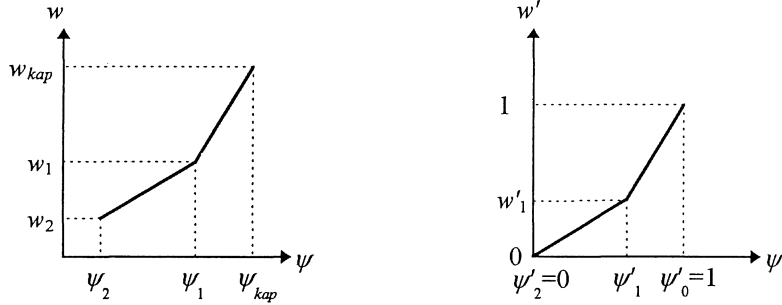
För specialfallet med två kapaciteter (se Figur 5.2) och med $A_i = A_2$ kan ekvation 5.2 skrivas som:

$$A_2 = \sqrt{(w_{kap} - w_2)(\psi_{kap} - \psi_2)} \cdot A'_2(\psi'_1, w'_1) \quad (5.4)$$

där

$$\psi'_1 = \frac{\psi_{kap} - \psi_1}{\psi_{kap} - \psi_2} \quad (5.5)$$

$$w_1' = \frac{w_{kap} - w_1}{w_{kap} - w_2} \quad (5.6)$$



Figur 5.2. Linjär fukthalt $w(\psi)$ i fallet med två kapaciteter samt motsvarande dimensionslösa samband $w'(\psi')$.

Approximativt kan A_2' skrivas som [7]:

$$A_2' = \frac{2}{\sqrt{\pi}} + \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) (\psi_1' - w_1') \quad \text{för} \quad w_1' < 0.5 \text{ samt } \psi_1' > 0.5 \quad (5.7)$$

Med ekvation 5.5 och 5.6 insatta i ekvation 5.7 erhålls:

$$A_2' = \frac{2}{\sqrt{\pi}} + \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) \left(\frac{\psi_{kap} - \psi_1}{\psi_{kap} - \psi_2} - \frac{w_{kap} - w_1}{w_{kap} - w_2} \right) \quad (5.8)$$

Ekvation 5.4 kan med ekvation 5.8 insatt skrivas på formen:

$$a(\psi_{kap} - \psi_2)^2 + b(\psi_{kap} - \psi_2) + c = 0 \quad (5.9)$$

med lösningen:

$$(\psi_{kap} - \psi_2) = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{c}{a}} \quad (5.10a)$$

α , b och c är kända:

$$\alpha = \left(\frac{4}{\pi} - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) \cdot \frac{w_{kap} - w_1}{w_{kap} - w_2} + \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right)^2 \cdot \left(\frac{w_{kap} - w_1}{w_{kap} - w_2} \right)^2 \right) \cdot (w_{kap} - w_2) \quad (5.10b)$$

$$b = \left(\psi_{kap} - \psi_1 \right) \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}} (w_{kap} - w_2) \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) - 2(w_{kap} - w_1) \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right)^2 \right) - A_2^2 \quad (5.10c)$$

$$c = \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right)^2 \cdot (w_{kap} - w_2) (\psi_{kap} - \psi_1)^2 \quad (5.10d)$$

5.1.1 Beräkningsgång

1: $\psi_{kap} - \psi_1$:

$\psi_{kap} - \psi_1$ beräknas exakt ur ekvation 5.2 med $w_{in} = w_1$ (jämför med ekvation 4.6):

$$\left(\psi_{kap} - \psi_1 \right) = \frac{A_1^2 \cdot \pi}{4(w_{kap} - w_1)} \quad (5.11)$$

2: $\psi_{kap} - \psi_2$:

$\psi_{kap} - \psi_2$ beräknas ur ekvation 5.10.

3: $\psi_{kap} - \psi_i$:

För $\psi_{kap} - \psi_i$ med $i = 3, \dots, N$ approximeras $\psi(w)$ linjärt för $w_{kap} > w > w_{i-1}$. $\psi_{kap} - \psi_i$ kan då beräknas på samma sätt som specialfallet med två kapaciteter, det vill säga med ekvation 5.10 med $w_2 = w_i$ och $A_2 = A_i$:

$$\left(\psi_{kap} - \psi_i \right) = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{c}{a}} \quad (5.12a)$$

$$a = \left(\frac{4}{\pi} - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) \cdot \frac{w_{kap} - w_{i-1}}{w_{kap} - w_i} + \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right)^2 \left(\frac{w_{kap} - w_{i-1}}{w_{kap} - w_i} \right)^2 \right) (w_{kap} - w_i) \quad (5.12b)$$

$$b = \left(\psi_{kap} - \psi_{i-1} \right) \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}} (w_{kap} - w_i) \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) - 2(w_{kap} - w_{i-1}) \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right)^2 \right) - A_i^2 \quad (5.12c)$$

$$c = \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right)^2 \cdot (w_{kap} - w_i) (\psi_{kap} - \psi_{i-1})^2 \quad (5.12d)$$

ψ' och w' blir:

6 Sammanfattning

De med Metod 1 beräknade sambanden mellan fukttransportkoefficient respektive Kirchhoffs flödespotential och fukthalt, $D(w)$ och $\psi(w)$, beräknas exakt, under förutsättning att den i kapitel 2 angivna matematiska formuleringen gäller vid kapillärsugning. De med Metod 2 beräknade sambanden ger approximativa lösningar för alla beräknade punkter utom för den första, $\psi_{Metod2}(w_{max})$. Den först beräknade punkten beräknas lika för de båda metoderna, jämför ekvation 4.6 och ekvation 5.11. Punkten beräknas således exakt även för Metod 2, se Figur 6.1 och Figur 6.2:

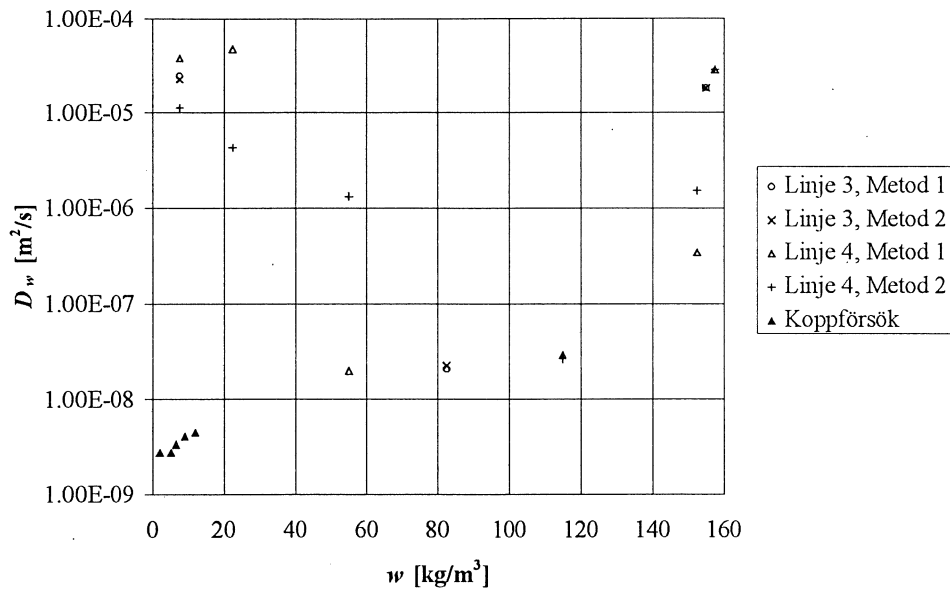
$$\psi_{Metod2}(w_{max}) = \psi_{Metod1}(w_{max}) \quad (6.1)$$

Fördelen med Metod 2 är att beräkningarna är enkla och snabba att utföra. Matematiken i metoden är ”ren” och det är lätt att finna lösningar till valda indata. Det är betydligt svårare att finna lösningar med Metod 1. Som beskrivs i kapitel 4.2.1 så begränsas möjliga indata av att inversen till funktionen erf(x) och inversen till funktionen $e_1(x)$ ingår i lösningen, se ekvation 4.13 och 4.14. Detta medför att utvärderingen blir betydligt mer tidskrävande då man söker möjlig indata i ett iterativt förfarande.

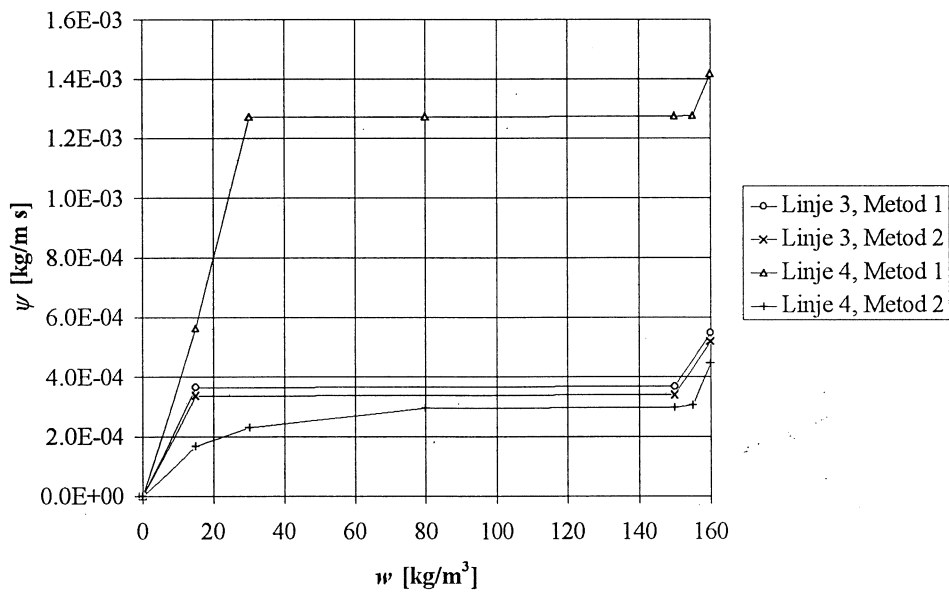
I Figur 6.1 och Figur 6.2 visas resultat från beräkningar utförda med både Metod 1 och Metod 2 på Linje 3 och 4 enligt Figur 4.2. Till skillnad från beräkningarna redovisade i kapitel 4.2.1 har lösningen med Metod 1 här ej kopplats samman med resultat från koppmetoden. Framräckande data redovisas således även för $w < 20 \text{ kg/m}^3$. Resultaten från koppmetoden finns dock inritade i Figur 6.1. Som framgår av Figur 6.1 och Figur 6.2 så ger ingen av metoderna rätt transportkoefficient vid låga fukthalter. Båda metoderna bör kompletteras med mätningar med t.ex. koppmetoden i enlighet med förfarandet i kapitel 4.2.1. Felet som metoderna ger vid de låga fukthalterna påverkar dock inte resultatet vid höga fukthalter, då beräkningarna för båda metoderna påbörjas vid kapillärmättnad och stegar sig ner till allt lägre fukthalter.

Vidare kan man konstatera att metoderna ger relativt likartade resultat, speciellt vid höga fukthalter. Valet av indata tycks inte ha någon signifikant inverkan på lösningen.

Det kan alltså noteras att både metod 1 och Metod 2 ger trovärdiga resultat vid höga fukthalter, där det tidigare inte funnits några enkla metoder till låg kostnad att tillgå. Vid låga fukthalter sjunker trovärdigheten på de beräknade transportkoefficienterna. Detta är dock inte något större problem då det för låga fuktnivåer finns flera väldokumenterade mätmetoder att tillgå. Kombinerar Metod 1 eller Metod 2 med t.ex. koppmetoden kan transportkoefficienter för hela fuktintervallet upp till kapillärmättnad tas fram.



Figur 6.1. Resultat från beräkningar av transportkoefficienten utförda med både Metod 1 och Metod 2 på Linje 3 och 4 enligt Figur 4.2.



Figur 6.2. Resultat från beräkningar av Kirchhoffs flödespotential utförda med både Metod 1 och Metod 2 på Linje 3 och 4 enligt Figur 4.2.

7 Referenser

- [1] Hedenblad, G., 'Moisture Permeability of Mature Concrete, Cement Mortar and Cement paste', Report TVBM-1014, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, 1993.
- [2] Freitas, V. P. De, Krus, M., Künzel, H. and Quenard, D., 'Determination of the water diffusivity of porous materials by gamma-ray attenuation and NMR', Proceeding of the International symposium on Moisture problems in building walls, Porto, 11-13 Sept 1995.
- [3] Janz, M., 'Kapillaritetsprovning av kalcitbunden sandsten - Metodbeskrivning och resultatredovisning', Rapport TVBM-7097, Avdelningen för Byggnadsmaterial, Lunds Tekniska Högskola, 1995.
- [4] Schwarz, B., 'Die kapillare Wasseraufnahme von Baustoffen', Gesundheits Ingenieur, Heft 7, Nr. 93, 1972.
- [5] Gösele, K., Künzel, H., Schwarz, B., 'Die kapillare Wasseraufnahme von Baustoffen', Az.: I6-800169-18, Institut für technische Physik, Stuttgart/Holzkirchen, 1971.
- [6] Claesson, J., 'Bestämning av fukttransportkoefficienter vid höga fukthalter med hjälp av en svit kapillarsugningsförsök', Avdelningen för Byggnadsfysik, Lunds Tekniska Högskola, 1994.
- [7] Arfvidsson, J., 'Isoterma fuktförlopp i porösa material - Beräkningar och utvärdering av mätdata', Rapport TVBH-1007, Avdelningen för Byggnadsfysik, Lunds Tekniska Högskola, 1994.
- [8] Hedenblad, G., 'Materialdata för fukttransportberäkningar - En katalog', Manuskript till en rapport i serien 'Fuktsäkerhet i byggnader' (ges ut hösten 1996), Byggnadsforskningsrådet, Stockholm, 1996.
- [9] Crank, J., 'The Mathematics of Diffusion', Oxford University Press, 1975.
- [10] Arfvidsson, J., Janz, M., 'Bestämning av fukttransportkoefficienter vid höga fukthalter med hjälp av en svit kapillarsugningsförsök', Kap. i 'Grundläggande byggnadsfysik - Nordisk doktorandkurs sommaren 1994, Redovisning av uppgifter', Rapport TVBH-7180, Avdelningen för Byggnadsfysik, Lunds Tekniska Högskola, 1994.
- [11] Krus, M., 'Feuchtetransport- und Speicherkoeffizienten poröser mineralischer Baustoffe. Theoretische Grundlagen und neue Meßtechniken.', Fakultät Bauingenieur- und Vermessungswesen, der Universität Stuttgart, 1995.