



LUND UNIVERSITY

Samband mellan porositet och materials mekaniska egenskaper

Fagerlund, Göran

1972

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):

Fagerlund, G. (1972). *Samband mellan porositet och materials mekaniska egenskaper*. (Rapport 26). Tid. Institutionen för byggnadsteknik, Tekniska högskolan i Lund.

Total number of authors:

1

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

INSTITUTIONEN FÖR BYGGNADSTEKNIK
TEKNISKA HÖGSKOLAN I LUND

DIVISION OF BUILDING TECHNOLOGY
THE LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY
LUND, SWEDEN

SAMBAND MELLAN POROSITET OCH MATERIALS MEKANISKA EGENSKAPER

CONNECTIONS BETWEEN POROSITY AND MECHANICAL
PROPERTIES OF MATERIALS

GÖRAN FAGERLUND

RAPPORT / REPORT 26

LUND 1972

INSTITUTIONEN FÖR BYGGNADSTEKNIK
TEKNISKA HÖGSKOLAN I LUND

DIVISION OF BUILDING TECHNOLOGY
THE LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY
LUND, SWEDEN

SAMBAND MELLAN POROSITET OCH MATERIALS MEKANISKA EGENSKAPER

CONNECTIONS BETWEEN POROSITY AND MECHANICAL
PROPERTIES OF MATERIALS

GÖRAN FAGERLUND

RAPPORT / REPORT 26

LUND 1972

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

	sid
FÖRORD	1
1 INLEDNING	3
2 DEFINITIONER AV PORBEGREPP	6
3 DENSITET	
3.1 Porositetens inverkan	11
3.2 Porstorleksfördelningens inverkan	11
4 HÅLLFASTHET	
4.1 Porositetens inverkan	
4.1.1 Ryshkewitch's empiriska formel	13
4.1.2 Bal'shins formel	15
4.1.3 Schillers formel	16
4.1.4 Schillers formel med hänsyn till spännings- koncentrationer	19
4.1.5 Mindess'test av Ryshkewitch's, Bal'shins och Schillers formler	21
4.1.6 Lawrence's et al formel baserad på Mackenzies modell	25
4.1.7 Lawrence's et al formel tillämpad på cement- pasta och cementbruk	29
4.1.8 Danska studier av cementpasta och "compacts"	35
4.1.9 Bajza's studier av cementpasta och "compacts"	37
4.1.10 Lawrence's studier av cementpasta och "ompacts"	41
4.1.11 Powers' "gel - space - ratio"	42
4.1.12 Utökat "gel - space - ratio"	54
4.1.13 Synpunkter på komplexet hållfasthet - poro- sitet - cementpastamängd - ballasttyp hos cementbruk och betong	59
4.1.131 Den kritiska porositeten	60
4.1.132 Ballastmängdens inverkan på tryckhållfast- heten	64
4.1.133 Specialfallet lättballastbetong	102
4.1.134 Ballastmängdens inverkan på böjdraghållfast- heten	108

	sid
4.1.135 Ballaststorlekens inverkan på hållfastheten	112
4.1.136 Teoretisk bestämning av betongs och cementbruks hållfasthet baserad på kännedom om dess porositet	120
4.1.137 Empirisk bestämning av hållfasthets - porositetssamband	135
4.1.14 Wyrodow's formel för cementpasta	144
4.1.15 Inverkan av luftinblandningsporer i betong	145
4.1.16 Formel baserad på Hashin's modell	145
4.1.17 Wilcox' formel för sintrande keramik ...	146
4.1.18 Wilcox' formel tillämpad på cementpasta och betong	147
4.1.19 Eudier's formel baserad på reduktion av bärande tvärsnittsytta	149
4.1.20 Töjbara porösa material	150
4.2 Porstorlekens inverkan	
4.2.1 Allmänt	150
4.2.2 Sprickutbredning enligt Griffith - Orowan.....	152
4.2.3 Inverkan av porstorleksfördelning enligt Harvey	155
4.2.4 Inverkan av porstorlek vid spröd matris enligt Hasselman & Fulrath	156
4.2.5 Knudsens teoretiska samband kornstorlek - porositet - hållfasthet	161
4.2.6 Passmore's et al samband porositet - kornstorlek - hållfasthet	164
4.2.7 Bache's modell	168
4.2.8 Empiriska försök	170
4.3 Porstrukturens inverkan	
4.3.1 Allmänt	171
4.3.2 Teoretisk studie av Brown et al	172
4.3.3 Effekt av öppen och sluten porositet enligt Spriggs	178
4.3.4 Hållfasthet hos material med cellstruktur	178

	sid
4.3.5 Inverkan av porform hos grova porer i betong	183
4.3.6 Förslag till fullständig beskrivning av betongs hållfasthet	184
5 ELASTICITETSEGENSKAPER: E-MODUL, G-MODUL, K-MODUL, POISSON'S TAL	
5.1 Definitioner	186
5.2 Parallell - och seriemodellerna för E-modul. Med tillämpning på betong	186
5.3 Mackenzie's modell	190
5.4 Hashin's modell för normala porositeter.	193
5.5 Hashin's modell utvecklad för cementpasta	196
5.6 Powers' empiriska uttryck för cementpasta	197
5.7 Exponentialuttrycket	201
5.8 E-modul och luftporer i betong	201
5.9 Inverkan av porstruktur	204
5.10 Inverkan av fuktillstånd	205
5.11 Lawrence's et al jämförelse av olika formler	206
5.12 Tänkbara uttryck för betongs och cementbruks E-modul som funktion av porositeten	209
5.13 Små porositeter	216
5.14 Stora porositeter	220
6 TÖJBARHET	
6.1 Allmänt	222
6.2 Töjbarhet hos keramiska material	222
6.3 Porstorlekens inverkan på töjbarheten ...	223
6.4 Töjbarhet hos cementbruk och betong vid tryck	224
6.5 Töjbarhet hos cementbruk och betong vid dragning	
6.5.1 Allmänt	225

	sid
6.5.2 Töjbarhet hos någorlunda härdade cement- pastor	227
6.5.3 Töjbarhet hos någorlunda härdade betonger och cementbruk	229
6.5.4 Töjbarhet hos härdande betong och cement- bruk	232
6.6 Töjbarhet hos sega material	234
7 BESTÄNDIGHET MOT TERMOCHOCK	237
8 UTMATTNING	242
9 KRYPNING OCH RELAXATION	244
10 KRYMPNING OCH SVÄLLNING	248
11 FROSTBESTÄNDIGHET	269
12 SAMMANFATTNING	275
13 SUMMARY	278
14 LITTERATUR.....	281
15 FIGURER	

FÖRORD

Impulsen till detta arbete har jag fått genom att jag under ett par års tid deltagit i arbetet i en internationell arbetsgrupp "Pore Structure and Properties of Materials" i RILEM's regi.

Målsättningen för denna grupps arbete var att dels sammanställa mätmetoder för beskrivning av porsystem dels göra en sammanställning av vad som är känt av samband mellan porstruktur och materialegenskaper. Den senare delen ansågs från början vara den viktigaste.

Det visade sig snart att den första delen av uppgiften enbart innebar en relativt enkel insamling av sedan lång tid välbekanta mätmetoder. Den andra delen däremot visade sig vara mycket besvärlig.

Av naturliga skäl är samband mellan porstruktur och egenskaper som permeabilitet, fuktfixering etc välkända. Dessa senare egenskaper används för övrigt i hög utsträckning just för karakterisering av poregenskaper.

När det däremot gällde samband mellan poregenskaper och mekaniska egenskaper hos material uppstod betydande problem. Huvudsakligen berodde detta på arbetsgrupps sammansättning då alla medlemmarna utom två, mig själv inbegripet, var fysikaliska kemister, fysiker eller kemister. Dessutom verkade renodlade studier av samband mellan poregenskaper och mekaniska egenskaper att vara mycket sparsamt förekommande.

Den tänkta andra delen av arbetet ansågs därför falla utanför gruppens kompetensområde och kom inte att behandlas.

Detta ansåg jag vara olyckligt bl a av rent egoistiska skäl. Ett resultat av de frostbeständighetsstudier jag bedriver var nämligen tänkt att bli en genomgång av samband mellan ett materials frostbeständighet och dess struktur. Strukturen påverkar härvid i hög utsträckning genom sin inverkan på egenskaper som hållfasthet, tøjbarhet, elasticitetsegenskaper, värmeledningsförmåga, termochockbeständighet etc.

Därför gjorde jag hösten 1971 en liten förstudie till nu presenterat arbete: "Samband mellan porositet och materials mekaniska egenskaper -

- preliminär studie".

Jag fann därvid att det fanns betydande, delvis outnyttjade möjligheter, att uttrycka vissa materialegenskaper med materialens poregenskaper. Arbetet fortsattes därför med denna rapport som resultat.

Jag vill tacka prof Sven G Bergström dels för de idéer han har strött omkring sig vid skilda tillfällen dels för det utomordentliga "forskningsklimat" han har skapat på vår Avdelning Byggnadsmateriallära. Jag vill också tacka fröken Ingrid Nilsson som maskinskrivit lejonparten av manuskriptet, fru Magret Mattisson, som skrivit resten och fru Britt Andersson som ritat alla figurer.

Slutligen tackas Statens Råd för Byggnadsforskning som finansierat studien genom sitt anslag till mina frostbeständighetsundersökningar.

Lund den 7.6.1972

Göran Fagerlund

1 INLEDNING

Ett flertal av de väsentligare byggnadsmaterialen är porösa. Porerna i ett material har en avgörande betydelse för dess fysikaliska och mekaniska egenskaper. Det borde därför vara av utomordentlig betydelse för bl a tillverkare av byggnadsmaterial att få sambanden mellan porstruktur och olika materialegenskaper utredda. Därmed skulle ges möjlighet till förbättrade material.

Märkligt nog har mycket litet gjorts på detta väsentliga forskningsområde. Man känner en del empiriska samband t ex mellan densitet och hållfasthet hos keramik och gasbetong, mellan vattencementtal (ett mått på porositet) och hållfasthet hos betong etc. Några mera fundamentala studier med avsikt att klargöra de önskade sambanden har dock knappast gjorts, åtminstone inte inom byggnadsmaterialområdet, bortsett från en hel del studier, dock inte alltid klargörande, av sambanden mellan porstrukturer och komplexen beständighet, fuktmekanik, och värmeisoleringsförmåga.

Möjligen kan man åtminstone internationellt sett skönja en ljusning. Genom de senare årens alltmera vidgade intresse för kompositmaterial har även den materialfas som utgörs av porer börjat intressera forskarna.

Oerhört mycket återstår emellertid att göra. Denna skrift vill därför delvis tjäna som en opretentiös anvisare av var lämpliga forskningsprojekt kan sättas in.

Titeln på denna skrift är möjligen något missvisande. "Porositet" måste i detta sammanhang uppfattas som dels kvantiteten porositet = porvolym, dels också som porstorleksfördelning, porstruktur (form, porsekvens etc), och specifik yta hos porsystemet etc.

Ämnet är kolossalt. Det finns inga möjligheter att täcka in det på några få sidor. Porositeten påverkar så gott som alla materialegenskaper:

Densitet

Mekaniska egenskaper

- Korttidshållfasthet
- Töjbarhet (sprödhet)
- Krympning

- Krypning och långtidshållfasthet
- Elasticitetsegenskaper, E-, G-, K-moduler, Poisson's tal
- Beständighet mot termochock
- Beständighet mot utmattnings
- Hårdhet
- Slagsegghet
- Dämpningsegenskaper
- etc

Beständighet

- Frostbeständighet
- Kemisk beständighet

Termiska egenskaper

- Längdutvidgningskoefficient
- Värmeledningsförmåga
- etc

Permeabilitet

Fuktegenskaper

- Krympning
- Uppfuktning och uttorkning
- etc

Optiska egenskaper

Akustiska egenskaper

Elektriska egenskaper etc

Denna skrift är endast avsedd att täcka området mekaniska egenskaper och i viss mån frostbeständighet.

Trots begränsningen av ämnet kan det följande inte göra anspråk på att vara en fullständig sammanställning av allt vetande. Författaren har dock i görligaste mån försökt få med alla "tunga arbeten".

En utveckling av egna tankegångar liksom jämförelser av olika författares resultat görs här och var i texten.

I relativt stora partier av skriften utvecklas dessa tankegångar relativt långt och formas till hypoteser. Detta sker framförallt i

kapitel 4 om betongshållfasthetsegenskaper, i kapitel 5 om elasticitetsegenskaper hos betong, i kapitel 6 om töjbarhet hos material, i kapitel 7 om termochockbeständighet, i kapitel 10 om krympning hos material och i kapitel 11 om frostbeständighet.

Det största utrymmet har lagts på egenskapen hållfasthet. Trots allt är nämligen hållfastheten den mekaniska egenskap som är intressantast för normala byggnadsmaterial. Det är dessutom den egenskap som torde vara lättast att påverka via påverkan av porositetsegenskaper.

Slutligen måste ett par smärre märkligheter i skriften kommenteras. I bägge fallen rör det figurerna. Figurtexterna har enbart skrivits på engelska. Detta beror dels på att ett stort antal originalfigurer från det anglosachsiska språkområdet använts, dels på att skriften åtminstone delvis skall vara begriplig för utomnordbor.

I figurerna blandas sorter hämningslöst, också detta beroende på att originalfigurer använts. I dessa fall ~~har~~ emellertid även normala sorter markerats där så har bedömts vara av intresse.

2 DEFINITIONER AV PORBEGREPP

Ett definitionsproblem i dessa sammanhang är: "Vad är en por"? Frågan verkar naiv. Svårigheten med svaret uppstår först när det gäller att t ex definiera en undre storleksgräns för en por. Är t ex en dislokation i en metall eller en vakans i ett i övrigt perfekt kristallgitter, en por? Fig 1.

Man vet att förekomsten av dislokationer och vakanser avsevärt underlättar diffusionen av t ex kolatomer i ett kolstål.

Utgör de oordnade partierna mellan de i vissa fall ordnade makromolekylerna i en termoplast porer? Även här vet man att permeabiliteten för vattenånga genom t ex en folie av polyeten ökar med minskande densitet hos plasten. Fig 2.

Powers /1960/ definierar porer på följande sätt:

".....pores are defined as spaces that can be occupied by water that is evaporable at a constant low external humidity, at a given temperature. A change of either the specified temperature or humidity in a corresponding change in the apparant ratio of solid to void. Thus, the choice of drying conditions defines the pore space and the solids, and does not assuredly isolate, or precisely establish, the true extent of the solid phases."

Denna definition förutsätter alltså att alla porer är öppna och att porositeten varierar med bestämningsmetoden. När man kommer till mycket små porer uppstår också problem med att definiera porens storlek. Man får också olika porositeter med olika mätmetoder. Powers /1960/ skriver betr cementpasta:

"Besides the difficulty of isolating the solid phases, except on an arbitrary basis, the quantitative, accurate measurement of solid volume also presents difficult problems....."

.....Seen on an atomic scale, the surfaces of the particles, i e, the boundaries of the pores, are transition zones of vibrating atoms, and thus the word surface as applied here does not connote the conventional geometric concept: the boundary is neither sharp, smooth nor static. In regions of minimum porosity the average distance between surfaces is about 5 oxygenatom diameters, and in these places the rough transition region might constitute a significant fraction of the interparticle

space.....

.....The porosity of a given specimen is determined to a small but significant degree by the balance between opposing internal forces. To introduce a fluid into such a system of particles releases energy and alters the balance of forces. The surfaces change their relative positions, and the porosity changes too; swelling occurs. Even the specific gravity of the solid material may change slightly, owing to the change in interfacial free energy. The quantity of fluid that can be accommodated in interstitial spaces thus depends on the amount of swelling, accompanying entry of the fluid. It may depend, too, on how the molecules of the fluid "fit" the atomic roughness of the surfaces, and on the size of the smallest interstitial spaces. Swelling produced by water is much greater than that produced by organic liquids or inert gases, water molecules being relatively small and strongly attracted by the surface."

Ett annat definitionsproblem uppstår i samband med mikrosprickor t ex i metaller. Fig 3. Det är klart belagt att dessa sprickor, vilka så gott som alltid förekommer mellan korngränser i metallen eller genom kristallerna, nedsätter metallens draghållfasthet, töjningsförmåga och långtidshållfasthet. Se t ex Sneddon & Lowengrub /1969/, Zaitsev & Wittmann /1971/. För att begränsa framställningen kommer fortsättningsvis vare sig de speciella problemen i samband med dislokationer och vakanser eller brottmekaniska problem att behandlas i någon större omfattning.

Ytterligare ett definitionsproblem måste beröras, nämligen klassificering av porer; Se figur 4, som hämtats ur Žagar /1962/.

Porer brukar indelas i öppna och slutna. Fig 5. De slutna porerna kan inte fyllas med något medium oavsett vilken metodik som användes. Andelen av slutna porer kan minskas med tiden p g a att mikrosprickor uppstår i de täta porväggarna vid temperatur- och fuktrörelser.

De öppna porerna kan indelas på olika sätt. Ett vanligt sätt är att indela dem i "genomströmningsbara" och "icke genomströmningsbara" Žagar /1962/. I princip kan man säga att det är de genomströmningsbara

porerna som deltar i en vätske- eller gastransport genom materialet. Man kan också uttrycka det som så att det är de genomströmningsbara porerna som fylls vid en normal upptagning av t ex vatten medan man måste använda tvångsmetoder för att fylla de icke genomströmningsbara porerna.

Det är uppenbart att gränsen mellan dessa två grupper av porer är mycket svävande. Den blir framför allt beroende av vilket mätmedium man använder vid karakteriseringen.

Ytterligare svårigheter föreligger vid definition av begreppen "porstorlek", "porstorleksfördelning", "makro- och mikropor" etc.

Scheidegger (1957) definierar porstorlek och porstorleksfördelning på följande sätt:

".....A possible way out of the dilemma might be by defining the pore diameter (denoted in this monograph by δ) at any one point within the pore space as the diameter of the largest sphere which contains this point and remains wholly within the pore space. Thus, to each point of the pore space a "diameter" could be attached rigorously, and if desired, a "pore size distribution" could be defined—simply by determining what fraction α of the total pore space has a "pore diameter" between δ and $\delta + d\delta$. It is easily seen that the pore size distribution thus defined is normalized in the following way:

$$\int_{\delta}^{\infty} \alpha(\delta) d\delta = 1$$

Once "pore size distribution is defined, one can try to characterize it by certain parameters. This is best accomplished by fitting various standard distribution curves: the parameters of the standard distribution curves will then serve as parameters for the pore size distribution curves....."

I Gregg & Sing /1967/ definieras begreppen makro- och mikroporer;

"Pores of widths below 20 Å are described as micropores, those with widths above 200 Å as micropores, and those with widths between 20 Å and 200 Å as transitional (or intermediate) pores. The borderlines between the classes are not sharp, but the classification is not purely arbitrary; each range of pore size is on the whole associated with a characteristic adsorptive behaviour....."

En annan indelningsgrund kanske mer lämpad för byggnadsmaterial är att lägga gränsen mellan makro- och mikroporer vid $\approx 0,1 \mu\text{m}$ (= 1000 Å). Detta beror på att de s k "hygroskopiska området" innefattar porer upp till denna storlek. I detta porstorleksområde sker dessutom fuktmekaniskt sett en övergång från ett mera renodlat diffusionsförlopp till ett mera renodlat vätskeflöde.

"Porform" och "porsekvens" är egenskaper av avgörande betydelse för många materialegenskaper men är svårdefinierade storheter. Scheidegger /1957/ (liksom Carman /1956/) använder därvid bl a begreppet "Tortuosity" då speciellt i samband med permeabilitet.

".....another geometrical property has been proposed which has been called tortuosity. Originally it was introduced as a kinematical property equal to the relative average length of the flow path of a fluid particle from one side of the porous medium to the other. It is thus a dimensionless quantity. If a suitable model of the porous medium is chosen, viz, one consisting of capillaires, then the "tortuosity" also becomes a purely geometrical property. It could be measured, for example, by an electrical resistivity measurement, as the current would have only one set of paths to flow through which would be identical to the flow paths of fluid particles, namely, the paths prescribed by the capillaires making up the porous body."

Se även Fig 6.

För mera ingående diskussioner av klassificering av porer och definition av olika poregenskaper hänvisas till Zagar /1962/,

Scheidegger /1957/ och Gregg & Sing /1967/.

När det gäller mätmetoder för olika poregenskaper hänvisas till en rapport av Bankvall /1969/ och till en ännu inte utkommen rapport av RILEM's arbetsgrupp "Pore Structure and Properties of Materials". Denna rapport publiceras i RILEM's tidskrift *Materiaux & Constructions*, troligen under år 1973.

3 DENSITET

3.1 Porositetens inverkan

Ju större total porositet ett material har vid samma grundsubstans ju lägre är dess skrymdensitet;

$$\gamma = \rho(1 - P) \quad (1)$$

där

$$\begin{cases} \gamma = \text{skrymdensiteten} \\ \rho = \text{kompaktdensiteten (utan porer)} \\ P = \text{total (öppen + sluten) porositet} \end{cases}$$

Många samband egenskap = f(densitet) som finns i litteraturen är därför förtäckta samband egenskap = f(1 - porositet).

Något samband mellan enbart öppen (eller enbart sluten) porositet och densitet existerar ej.

3.2 Porstorleksfördelningens inverkan

Man skulle kunna tänka sig ett indirekt samband mellan porstorlek och densitet t ex hos ett granulärt material. Vid packning av lika stora sfärer erhålls en viss porositet vars storlek beror på packningsgraden.

Scheidegger /1957/ skriver:

"The porosity of stable beds varies from 0.250 upwards. The system with porosity = 0.250 represents "rhombohedral" (fig. 7) packing. The "thinnest" stable packing of spheres that is now known has been described by Heesch and Laves; it has a porosity of 0.875."

Man kan dock matematiskt visa att sfärernas storlek, dvs indirekt porstorleken, inte har något inflytande på den uppnådda porositeten.

Scheidegger /1957/:

"For any one mode of packing, the porosity of the bed is independent of the size of the spheres.

A quantity, n , can be defined which gives the ratio of the area left void by the spheres in a plane cross-section through the centres of adjacent spheres to the area of that cross-section. It is a measure of the pore size of the array. For the different packings, it varies from 0.0931 upwards.

It is again independent of the size of the spheres."

Burdick & Parker /1956/ har studerat hur densiteten påverkas av partikelstorleken vid tillverkning av pulverkeramik. Av fig 8 framgår därvid att densiteten stiger något med ökad partikelstorlek före sintring vilket strider mot slutsatserna ovan. En viss indirekt inverkan av porstorlek på densiteten kan därför förväntas. Av fig 8 framgår dessutom att vid sintring är effekten av kornstorlek ännu mer påtaglig men i motsatt riktning. Packning av oregelbundna partiklar behandlas för övrigt av Karlsson & Spring /1970/.

4 HÅLLFASTHET

4.1 Porositetens inverkan

4.1.1 Ryshkewitch's formel

Ryshkewitch & Duckworth (1953) har uppställt ett ofta citerat empiriskt samband mellan tryckhållfasthet och porositet hos viss typ av keramik; se figur 9.

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-B \cdot P} \quad (2)$$

σ_0 är fasta materialets hållfasthet (exkl. mikrosprickor. Se nedan).

Konstanten B är av storleksordning 4 till 7 (Biggs /1966/)

men värden upp till 9 har uppmätts, Knudsen /1959/.

Dess storlek är ett mått på materialets känslighet för porer;

se figur 10.

Hållfasthets-densitetsuttrycket, dvs hållfastheten per kg material, blir:

$$\frac{\sigma}{\gamma} = \frac{\sigma_0}{\gamma_0} \cdot \frac{e^{-B \cdot P}}{1-P} \quad (3)$$

Enligt (3) minskar $\frac{\sigma}{\gamma}$ med ökande P tills ett minimum uppnås vid $P = 1 - \frac{1}{B}$. I fig 11 har ekv (3) utritats för $B = 4$ och $B = 7$.

Ur figuren framgår klart att hållfastheten minskar betydligt kraftigare med ökad porositet än vad som motsvarar den rena minskningen av bärande materialvolym. Minimet uppnås vid så höga porositeter att ekv (2) inte längre gör anspråk på att vara giltig. Se nedan.

Ekv (2) visar att en reduktion av P från 10 % till 2 % fördubblar

hållfastheten vid $B = 9$. Detta förhållande har förklarats med

uppkomst av spänningskoncentrationer som bildar "slip bands" utgående från hörnen av polygonformade porer, King /1970/. Redan Ryshkewitch's experiment visar att ekv (2) bara gäller vid normala porositeter (<50 %). Formeln ger dessutom uppenbarligen hållfasthet även vid

$P = 1,0$. Fig 9 antyder emellertid att en avvikelse sker från den räta linjen vid högre porositeter varvid hållfastheten sjunker starkare vid ökande porositet än vad som motsvarar ekv (2). Fig 9b antyder förekomsten av en kritisk porositet vid vilken hållfastheten = 0. Ryshkewitch formel (2) gäller möjligen inte heller alltid vid mycket små porositeter vilket framgår av en test av böjdrag hållfastheten hos wolframkarbid, Murray et al /1958/; se figur 12 där hållfasthetskurvan i ett enkellogaritmiskt diagram viker av mot mycket högre hållfasthetsvärden än vad som förutsägs av linjens lutning. I detta område spelar mikrosprickor en dominerande roll. Detta innebär naturligtvis att σ_0 i ekv (2) $\neq \sigma_{\text{fast material}}$.

Ekv (2) har sedan utnyttjats av ett flertal författare. Krokosky /1970/ anger figur 13 där tre så olika material som järn, rostfritt stål och gips samtliga kan anpassas till ekv (2) med samma B-värde = 7. Knudsen /1949/ refererar ett flertal försök varav framgår att konstanten B kan anta helt olika värden för olika material; se figur 14. Ekv (2) har också i något annan form använts för att bedöma inverkan av luftporer på betongs hållfasthet, se sid 145. Coble & Kingery /1956/ har bestämt böjdraghållfastheten hos sintrad aluminiumoxid vid två olika temperaturer; se figur 15. Man tillämpar Weibulls statistiska hållfasthetsteori (Weibull /1939A/, /1939B/) på resultatet och får en ekvation av följande typ:

$$1 - S_v = e^{-(\sigma/\sigma_1)^m} \quad (4)$$

där σ_1 är spänningen för vilken sannolikheten för brott (S_v) är 0,63 och m är en konstant som är stor för små spridningar i resultatet. Värdet på m ökade från 8 till 11 när porositeten ökade från 10 till 40 % dvs spridningen minskar med ökande porositet. Ett exempel på sambandet $S_v = f(\sigma)$ vid $P = 10\%$ visas i figur 16.

En empirisk funktion för sambandet böjdraghållfasthet, porositet hos sintrad Al_2O_3 uppställdes:

$$0,6 P = e^{-(\frac{\sigma}{560})(1-P)} \quad (5)$$

eller
$$\sigma = -560 (1-P) \ln(0,6P) \quad (5')$$

Ekv. ger oändlig hållfasthet vid $P = 0$ men ger rimliga resultat i normala porositetsintervall. (ända ner till $P = 0,05$)

Dinsdale & Wilkinsson /1960/ har studerat hållfastheten hos porslin varvid man försökte hålla alla parametrar utom porositeten konstanta. Deras resultat redovisas i figur 17. Spridningarna är som synes relativt små. Resultaten är mycket god överensstämmelse med Ryshkewitch's ekv (2) men en tendens till avvikelse mot höga σ vid låg porositet liksom mot $\sigma = 0$ vid en kritisk porositet finns i överensstämmelse med många andra försök som skall refereras nedan.

4.1.2 Bal'shins formel

Bal'shin /1949/ fann följande teoretiska samband för draghållfastheten hos cermets. Förutsättningarna är att kontaktytan korn-korn utgör den svaga zonen och att brottytan inte är ett snitt vinkelrätt mot belastningen utan är en oregelbunden yta som går genom porerna enligt figur 142. En motsvarande formel för E-modul hos cementpasta härleddes rent förnuftsmässigt på sid 198.

$$\sigma = \sigma_0 \cdot (1-P)^m \quad (6)$$

där m är en materialkonstant som teoretiskt $\approx 3,0$.

En ekv av typ (6) har även empiriskt befunnits gälla för hållfasthet hos cementpasta, cementbruk och betong varvid värdet m är av storleksordningen 2,5 à 3,0. Se sid 42 f.f.

Sambandet mellan konstanterna B i ekv (2) och m i ekv (6) är:

$$\frac{m}{B} = - \frac{P}{\ln(1-P)} \quad (7)$$

Ekv (7) är utritad i fig 18 varur framgår att ekv (2) och (6) inte bägge kan anpassas till samma försöksmaterial över alltför stort porositetsområde.

De Jong /1962/ härleder följande enkla uttryck för böjdraghållfastheten hos keramik

$$\sigma = \sigma_0 (1 - P) \quad (8)$$

Detta är ekv (6) med $m = 1$. Formeln gäller om porer ("weak spots") på ytan inte påverkas av porer inne i materialvolymen. Enligt författaren är resultaten "...on low firing ceramics.....in perfect agreement with eq (8) for pore fractions of 0,07 and higher".

Majoriteten av de prover, som testades hade totala porositeter mellan 5 och 15 %. De Jong visar dock resultat på glas med inneslutna korn av kvarts eller aluminiumoxid som definitivt inte följer ett uttryck av typ (8) utan snarare av typ (2), (6) ovan eller typ (10) nedan. Se figur 19. Av figuren framgår mycket klart råmaterialens stora betydelse för hållfastheten. Framförallt spelar storleken på de inneslutna kornen en mycket stor roll, ibland så stor att effekten av porositet undertrycks. Jfr avsnitt 4.1.135.

4.1.3 Schillers formel

Schiller /1958/, /1960/ har studerat hållfastheten hos hårdnad gips såväl teoretiskt som empiriskt och för alla påkänningstyper.

Med enkla resonemang visas att spänningen som skulle vara S i ett porfritt material stiger till ett medelvärde σ i närheten av porer i det porösa materialet enligt följande ekv

$$\sigma = S \cdot f(\sqrt[n]{P}) \quad (9)$$

Storleken på konstanten n blir beroende av porernas förm. Schiller visar att $n = 2$ för cylindriska porer och 3 för sfäriska porer. Utseendet på funktionen $f(\sqrt[n]{P})$ blir beroende av porstorleksfördelningen.

Schiller härleder med ledning av ekv (9) följande uttryck för hållfasthet som funktion av porositet:

$$\sigma = \sigma_0 \left\{ 1 - \left(\frac{P}{P_{KR}} \right)^{1/n} \right\} \quad (10)$$

$n = 2$ för cylinderporer och 3 för sfäriska porer men kan anta andra värden för andra porformer. Vid $P = P_{KR}$ förlorar materialet all hållfasthet, jfr fig 9b, som antyder att vid högre porositeter går hållfastheten snabbt mot noll. Många exempel på detta fenomen kommer att visas längre fram.

Ett resultat av ekv (10) är att sfäriska porer skulle medföra större känslighet för porer än cylinderporer.

Längre fram (sid 172) skall visas att detta bara gäller vid cylindrar orienterade parallellt med eller vinkelrätt mot spänningsriktningen. Vid godtycklig fördelning av cylindrar påverkas värdet på P_{KR} starkt varvid cylindrar normalt sänker hållfasthet starkare än sfärer.

För normalt förekommande porositeter är $\sigma \ll \sigma_0$ varför gäller:

$$\ln \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_0} \right) \simeq - \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad (11)$$

För normala porositeter övergår därför ekv (10) till:

$$\sigma = - \frac{\sigma_0}{n} \cdot \ln \frac{P}{P_{KR}} \quad (12)$$

eller

$$\sigma = q \cdot \ln \left(\frac{P_{KR}}{P} \right) \quad (13)$$

I figur 20 a - c visas försöksresultat på gips Schiller, /1958/, /1960/. En ekv av typ (13) tycks sammanfatta försöksresultaten väl.

Den kritiska porositeten är uppenbarligen olika för olika gipssorter. Man ser också att luftinblandning och inblandning av ballast höjer värdet på P_{KR} . Jämför resonemanget i punkt 4.1.132.

Uppenbarligen påverkas inte storleken på P_{KR} av vilken typ av belastning som appliceras. Denna influerar i stället värdet på konstanten q vari även inkluderas n (se ekv (12)). Olika σ_0 gäller således för olika belastningstyper.

Hulinsky & Šatava /1970/ har utnyttjat ekv (13) för tvåfasssystemet gips med fyllmedel. Man har bekräftat användbarheten av ekvationen och teoretiskt lyckats beräkna värden på P_{KR} vid olika fyllmedels-halter. Försöksresultat visas i fig 21. Det är intressant att se hur den kritiska porositeten minskar med ökande mängd fyll-

medel, men framförallt hur starkt den teoretiska hållfastheten σ_0 tycks minska när fyllmedelhalten ökar. Detta är i överensstämmelse med vad man funnit för cementpastor utdrygade med ballast (cementbruk). Se fig 60 och 150.

Šatava /1965/ visar att ekv (13) även kan användas för andra material än gips t ex för autoklaverade kalciumsilikater , Fig 22. Figuren visar också vilken enorm betydelse råmaterialet har på värdet q i ekv (13).

Tabor visar i en diskussion till Schiller /1958/ att om man antar att sfäriska porer är anordnade i ett kubiskt mönster och att reduktionen i bärformåga beror enbart på reduktionen av bärande fast yta mellan porerna så fås:

$$\sigma = \sigma_0 \left\{ 1 - \left(\frac{P}{P_{KR}} \right)^{2/3} \right\} \quad (14)$$

Detta är ekv (10) med en annan potens av P/P_{KR} . Denna ekvation diskuteras även senare på sid 149.

Som svar på detta visar Schiller /1958/ att om de sfäriska porerna i stället är randomiserat utspridda i materialet men även här under förutsättning av att de enda spänningskoncentrationer som uppträder utgör medelspänningen i det fasta materialet mellan porerna, så fås:

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{P}{P_{KR}} \right) \quad (15)$$

Denna ekv kommer senare att härledas för godtycklig porform se sid 172f.f.

En ekv av typ (15) har befunnits gälla för pressad cementpasta (Bajza /1970/ fig 44 , och Sereda & al /1966/ fig 33) och för sintrad mässing (Rostoker & Liu /1970/ fig 126)

I figur 24 har utritats dels den mera exakta ekv (10) , dels den approximativa ekv (12) för $P_{KR} = 0,70$ och vid $n = 2$ (cylinderporer) och $n = 3$ (sfäriska porer). I figuren har även inlagts ekv (14) och (15) vilka skall jämföras med kurvor för $n = 3$.

Figuren visar att avvikelsen mellan ekv (10) och (13) blir stor redan vid måttligt små porositeter. Ekv (13) stiger betydligt brantare än ekv (10) vid minskande porositet. Avvikelsen minskar dock vid ökande n . Vid mycket höga n är skillnaden mellan ekv (10) och (13) liten. Det bör observeras att resultaten i fig 22 och 20 c vilka visade så god överensstämmelse med ekv (13) gäller ett ganska begränsat porositetsintervall i närheten av P_{KR} .

Ekv (13) satisfierar inte villkoret $\sigma = \sigma_0$ vid $P = 0$ vilket framgår av fig 24.

4.1.4 Schillers formel med hänsyn till spänningskoncentrationer

Inte heller den teoretiskt härledda ekv (10) gäller emellertid vid små porositeter eftersom den stiger för långsamt vid minskande porositet. Detta visas av Millard i en diskussion till Schiller /1958/ med fig 25. Denna visar dels resultat för gips redovisade av Schiller /1958/ med $P_{KR} = 0,79$ dels för kolbriketter med $P_{KR} = 0,30$. Uppenbarligen stiger ekv (13) för långsamt för briketterna vid $P \leq 0,15$ vilket enligt fig 24 innebär att ekv (10) stiger ännu långsammare.

Millard förklarar detta med att ekv (10) ger alltför små spänningskoncentrationer. Han föreslår följande ekvation:

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{P}{P_{KR}} \right)^n \right\} \cdot \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{P}{P_{KR}} \right)^m \right\} \quad (16)$$

σ_1 är en karakteristisk hållfasthet som inte nödvändigtvis $= \sigma_0$.

Faktorn $(1 - (\frac{P}{P_{KR}})^n)$ uttrycker effekten av reduktion av bärande yta (dvs $n \approx 1$ enligt ekv (15)) och faktorn $(1 + \alpha(\frac{P}{P_{KR}})^m)$ uttrycker porernas spänningshöjande effekt. n, m och α är konstanter som beror av porgeometrin. En ekv av typ (16) stiger brantare vid små porositeter än ekv (10) samtidigt som den satisfierar villkoret $\sigma = \sigma_0$ vid $P = 0$.

Eftersom m kan förväntas bli negativ kan ekv (16) vid $P < P_{KR}$ om-

formuleras till

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \left(1 - \frac{P}{P_{KR}}\right) \cdot \left(\frac{P}{P_{KR}}\right)^m \quad (17)$$

Ekv (17) har använts av Millard för två typer av kolbriketter. Hans förutsättning är att porerna är elliptiska cylindrar. Minskande porositet p.gr. av ökat presstryck föranleds av en minskning av ellipsernas huvudaxlar men ej av porernas längd. Ellipsen blir mer och mer tillplattad. Spänningsökningsfaktorn antas därför vara av storleksordningen $(1 + \frac{a}{b})$ där a och b är ellipsens huvudaxlar. Vid cirkel är faktorn = 2. Under denna förutsättning gäller följande ekvation:

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \left(1 - \frac{P}{P_{KR}}\right) \cdot \left(\frac{P}{P_{KR}}\right)^{-1} \quad (18)$$

eller

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \left(\frac{P_{KR}}{P} - 1\right) \quad (19)$$

I figur 26 visas att ekv (18) går att anpassa till försöksresultat ända ner till porositeter av storleksordningen $P \approx 0,07$.

Ekv (18) innebär att $\sigma \rightarrow \infty$ när $P \rightarrow 0$. Detta innebär att ekv (18) liksom den generella ekv (17) måste begränsas nedåt till ett visst $P > 0$. Storheterna σ_1 och P_{KR} bestäms ur försöksmaterialet. För de båda kolsorterna i figur 26 gäller följande parametervärden :

$$\begin{aligned} \text{sort1} & \begin{cases} P_{KR} = 0,385 \\ \sigma_1 = 27,5 \text{ kp/cm}^2 \end{cases} \\ \text{sort2} & \begin{cases} P_{KR} = 0,30 \\ \sigma_1 = 19,0 \text{ kp/cm}^2 \end{cases} \end{aligned}$$

I verkligheten stiger spänningen snabbare vid en tillplattning av ellipsen än vad som förutsatts i ekv (18), se t ex Polakowski & Ripling /1966/ och ekv (22) nedan. Detta gör sig emellertid märkbart först vid mycket små porositeter dvs mycket platta ellipser av typ mikrosprickor.

4.1.5 Mindess' test av Ryshkewitch's, Bal'shins och Schillers formler

Mindess /1970/ har testat ekv (2), (6) och (13) på autoklaverade kalciumsilikatprodukter. Resultatet framgår av figur 27. Enligt författaren ger alla tre ekv god överensstämmelse med försöksdata. (Ekv (13) dock sämst). Vissa punkter faller utanför och är inringade. Det intressanta med dessa punkter är att de med för hög hållfasthet består av mycket fina kristaller, de med för låg hållfasthet har grova kristaller. Uppenbarligen spelar inte enbart totala porositeten roll utan även det sätt på vilket materialet är uppbyggt t ex porstorleksfördelningen (= $f(\text{kristallstorleken})$), jfr De Jongs resultat figur 19 och avsnitt 4.2 nedan.

Mindess gör en regressionsanalys på sina data med resultat enligt tabell 1.

Tabell 1

Ekv (2)	Ekv (6)	Ekv (13)
$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-B \cdot P}$	$\sigma = \sigma_0 (1 - P)^m$	$\sigma = q \cdot \ln \frac{P_{KR}}{P}$
$\sigma_0 = 31\,200 \text{ kp/cm}^2$	$\sigma_0 = 15\,200 \text{ kp/cm}^2$	$q \begin{cases} \text{medelv } 2200 \text{ kp/cm}^2 \\ \text{std fel } 195 \text{ kp/cm}^2 \end{cases}$
$B \begin{cases} \text{medelv } 11,730 \\ \text{std fel } 0,968 \end{cases}$	$m \begin{cases} \text{medelv } 7,823 \\ \text{std fel } 0,625 \end{cases}$	$P_{KR} = 0,46$

Eftersom q i ekv (13) = $\frac{\sigma_0}{n}$ (se ekv (12)) fås:

$$n = \frac{31200}{2200} = 14,2 \quad \text{ur ekv (2)}$$

$$n = \frac{15200}{2200} = 6,9 \quad \text{ur ekv (6)}$$

Eftersom enligt Schiller $n = 2$ för cylindriska porer och $n = 3$ för sfäriska porer men man här får betydligt högre n -värden bekräftas att de förenklade antaganden beträffande spänningskoncentrationer vid porer som görs av Schiller kan vara felaktiga framförallt vid små porositeter vilket tidigare påpekats av Millard. Se ovan. Det olyckliga med Schillers ekv (13) är nämligen att den helt döljer vad som är inverkan av spänningskoncentrationer (n) och vad som är fasta materialets hållfasthet (σ_0). Det blir alltid samma räta linje i ett enkellogaritmiskt diagram så länge $\frac{\sigma_0}{n} = \text{konstant}$.

I figur 24 har även inlagts ekv (10) och (13) vid $n = 10$ varvid framgår att de båda ekvationerna överensstämmer mycket gott. Förklaringen till att den approximativa ekv (13) överhuvudtaget kan tillämpas även i så stort porositetsintervall kan därför ev vara att n -värdena är betydligt större än vad Schiller förutsätter i sin analys. Detta p gr av kantiga porer, platta porer etc.

Det bör dock observeras att σ_0 -värdena är helt olika i ekv (2) och (6). Ryshkewitch's formel ger det högsta värdet. Ryshkewitch's värde är emellertid endast ett beräkningstekniskt värde utan fysikalisk förankring medan Bal'shins värde har en fysikalisk betydelse. Eftersom porositetsvärdena är lägst 25 % måste emellertid även detta värde tas med stor försiktighet. Bägge värdena verkar dessutom höga. Tillämpas Bal'shins ekv på cementbruk (se nedan tabell 9) fås ett $\sigma_0 \approx 3600 \text{ kp/cm}^2$. Detta skulle ge $n = 3600/2200 = 1,63$ i Schillers ekvation, dvs mycket låga spänningskoncentrationer.

Observeras bör också att värdet B i ekv (2) är mycket högt, 11,73, jämfört med värden som befunnits gälla för keramik, 4 à 9. Se sid 13. Detta kan naturligtvis sammanhånga med att kalciumsilikathydrater

har en porstruktur som starkt skiljer sig från t ex sintrade produkter.

Om man emellertid antar att $\sigma_0 = 3600 \text{ kp/cm}^2$ gäller och utnyttjar Mindess' medelvärde $\sigma \approx 750 \text{ kp/cm}^2$ vid $P = 0,24$ (mitt i punkthopen) så fås :

$$B = \frac{\ln(\frac{3600}{750})}{0,32} = 4,90$$

$$m = - \frac{\ln(\frac{3600}{750})}{\ln(1-0,32)} = 4,20$$

Dessa värden stämmer utomordentligt med normala värden på konstanterna B och m samtidigt som värdet σ_0 är rimligt liksom konstanten n i ekv (12).

Gör man i stället en anpassning till Mindess' medelkurva vid $P = 0,24$ dvs till vänster i punkthopen så finner man parametervärden enligt följande. (fortfarande antas $\sigma_0 = 3600$).

$$B = 2,04$$

$$m = 0,91$$

Dessa värden är orimligt små.

De tre till försöksdata anpassade ekvationerna har ritats upp i linjär skala i figur 28 och 29. Dessa båda figurer kan nu användas till att dra en del konklusioner.

- Fig 28 visar att i överensstämmelse med vad som diskuterats ovan (se fig 25) ger Schillers ekv (13) för låg hållfasthet vid lägre porositeter. Ekv (2) och (6) stiger betydligt snabbare. Däremot är överensstämmelsen mellan de tre ekv betydligt bättre i närheten av P_{KR} .
- orsaken till att ekv (2) dels ger ett högt σ_0 dels ett högt B är troligen att ett stort antal av försökspunkterna befinner sig i närheten av P_{KR} . En blick på figur 9b visar att ekv (2) enbart kan förväntas gälla upp till en viss maximal porositet varefter

hållfastheten sjunker snabbare. I detta aktuella fall har troligen Mindess anpassat ekv (2) till försökspunkter som rimligen inte är jämförbara.

- Om man antar att Bal'shins ekv (6) är giltig så fås ett $\sigma_0 = 15200 \text{ kp/cm}^2$. Om ekv (2) anpassas att överensstämma med ekv (6) vid $P = 0,24$ och σ_0 antas vara 15200 kp/cm^2 så fås det rimliga B-värdet 8,70. Ekv. $\sigma = 15200 \cdot e^{-8,70 P}$ är utritad i fig 28 och 29. Härav framgår att ekvationen överensstämmer mycket väl med Bal'shins ekv (6) för $P < 0,24$ medan den ger för höga värden för $P > 0,24$.
- Mindess resultat antyder alltså att det totala sambandet hållfasthet-porositet bäst uttrycks med två ekvationer varvid hänsyn tas till förekomsten av en kritisk porositet.

$$\begin{array}{lcl}
 P < P_1 & \left\{ \begin{array}{l} \sigma = \sigma_0 \cdot e^{-B \cdot P} \\ \sigma = \sigma_0 (1-P)^m \end{array} \right. & \begin{array}{l} \text{eller} \\ (2) \\ (6) \end{array} \\
 P_{KR} > P > P_1 & \left\{ \begin{array}{l} \sigma = q \cdot \ln \frac{P_{KR}}{P} \\ \sigma = \sigma_0 \left\{ 1 - \frac{P}{P_{KR}} \right\}^{1/n} \end{array} \right. & \begin{array}{l} \text{eller} \\ (13) \\ (10) \end{array}
 \end{array} \quad (20)$$

P_1 är den porositet vid vilken hållfasthetsporositetskurvan i ett enkellogaritmiskt diagram avviker från en ungefärlig rät linje (jfr figur 9b). Principen framgår av fig 30.

I figurerna 28 och 29 har även inlagts ekv (18). Värdet σ_1 har bedömts genom anpassning till försöksdata. $\sigma = 1700 \text{ kp/cm}^2$ vid $P = 0,25$, varvid $\sigma_1 = 2020 \text{ kp/cm}^2$.

Det visar sig nu att en ekvation av denna typ eller generellt av typ (17) väl sammanfattar såväl Schillers ekv (13) vid $P_{KR} > P > P_1$ som Bal'shins ekv (6) och Ryshkewitch's ekv (2) vid $P < P_1$. Eftersom den dessutom har en fysikalisk motivering (se diskussionen på sid 20) torde den vara väl lämpad att beskriva samband hållfast-

het - porositet. Tyvärr stiger den brant vid låg porositet och går mot oändligheten vid $P = 0$ varför den inte ger någon upplysning om storleken på σ_0 .

4.1.6 Lawrence's et al formel baserad på Mackenzies modell

Lawrence et al /1971/ har använt sig av en materialmodell uppställd av Mackenzie /1950/. Se figur 31.

Modellen består av en enda sfärisk por med radien a omgiven av ett skal av fast massa med tjockleken $r_0 - a$. Om man antar att alla porer är lika stora gäller uppenbarligen följande samband mellan a och r_0 :

$$\frac{a^3}{r_0^3} = P \quad (21)$$

där P = porositeten hos materialet.

Utanför skalet av fast massa finns ett skal med tjockleken $R - r_0$ bestående av det övriga materialet inkl. dess porer. Storleken på $R - r_0$ blir uppenbarligen beroende av dels hur stor materialvolym som betraktas, dels av porens storlek. Egenskaperna hos detta tjocka yttre skal sätts lika med de sökta egenskaperna hos materialet.

Spänningen i det inre skalet vid fasgränsen mot det porösa skalet blir vid en yttre hydrostatisk spänning, σ ,

$$\sigma_t = 1/2 \cdot \sigma_r \frac{2 \cdot r_0^3 + a^3}{r_0^3 - a^3} \quad (22)$$

där σ_r = radiell spänning vid fasgränsen.

σ_t = tangetiell spänning vid fasgränsen.

Med användning av ekv (21) övergår ekv (22) till:

$$\sigma_t = 1/2 \cdot \sigma_r \frac{2 + P}{1 - P} \quad (23)$$

Man kan nu anta att brott i modellen inträffar när $\sigma_t = \sigma_0$, där σ_0 = hållfastheten hos fasta massan. σ_0 definieras som spänningen när befintliga mikrosprickor blir ostabila dvs $\sigma_0 \ll$ teoretisk

hållfasthet hos sprickfritt material.

Ekv (23) övergår nu i brottstadiet till:

$$\sigma_r = 2 \cdot \sigma_o \frac{1 - P}{2 + P} \quad (24)$$

σ_r blir beroende av dels σ dels av porstorleksfördelningen i materialet, dvs av storleken på $R - r_o$ vid given materialvolym. Vid lika stora porer blir $\sigma_r = \sigma$, dvs:

$$\sigma = 2\sigma_o \frac{1 - P}{2 + P} \quad (25)$$

Denna ekvation är utritad i figur 32. Uppenbarligen stämmer den mycket dåligt med tidigare redovisade försöksdata och teorier.

Man kan emellertid utveckla tankegångarna ytterligare genom att sätta

$$\sigma_r = f(\sigma) \quad (26)$$

Detta innebär att en viss porstorleksfördelning beaktas.

Ekv (26) serieutvecklas varvid de två första termerna tas med.

$$\sigma_r = f(0) + \sigma \cdot f^1(0) + \frac{\sigma^2}{2!} f^{11}(0) + \dots \quad (27)$$

Ju flera termer som tas med desto större hänsyn tas till porstorleksfördelningens inverkan.

Värden på $f(0)$ och $f^1(0)$ kan bestämmas genom följande randvillkor:

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_o & \text{vid } P = 0 \\ \sigma = 0 & \text{vid } P = P_{KR} \end{cases} \quad (28)$$

Man förutsätter härvid fullt rimligt att all hållfasthet förloras vid en viss porositet vid vilken alla porer är i kontakt med varandra.

Man finner då:

$$f(0) = 2 \cdot \sigma_0 \frac{1 - P_{KR}}{2 + P_{KR}} \quad (29)$$

$$f^1(0) = 1 - \frac{f(0)}{\sigma_0} = 1 - 2 \cdot \frac{(1 - P_{KR})}{2 + P_{KR}} \quad (30)$$

Genom succesiv insättning av (29), (30) och (27) i ekv (25) fås:

$$\sigma = 2 \cdot \sigma_0 \cdot \frac{2 + P_{KR}}{3 \cdot P_{KR}} \left\{ \frac{1 - P}{2 + P} - \frac{1 - P_{KR}}{2 + P_{KR}} \right\} \quad (31)$$

eller

$$\sigma = K_1 \cdot \sigma_0 \cdot \left\{ \frac{1 - P}{2 + P} - K_2 \right\} \quad (32)$$

Vid $P_{KR} = 1,0$ övergår ekv (32) till ekv (25). I figur 32 har ekv (32) inlagts för $P_{KR} = 0,5$. Vid måttliga värden på P_{KR} är ekv (32) inte olik de väsentligt enklare ekv (14) och (15) som baseras enbart på att hållfasthetsförlusten är proportionell mot minskning av bärande tvärsnittsytta vid ökande porositet.

$$\sigma = \sigma_0 \left\{ 1 - \left(\frac{P}{P_{KR}} \right)^{2/3} \right\} \quad (14) \quad \text{kubiskt ordnade porer}$$

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{P}{P_{KR}} \right) \quad (15) \quad \text{godtyckligt ordnade porer}$$

Dessa båda ekvationer har ritats in i figur 32. Det framgår av figuren att den mera komplicerade ekv (32) hamnar mellan de båda enklare ekv (14) och (15).

Det ligger därför nära till hands att i stället för den komplicerade ekv (32) använda den enklare ekv (10) enligt Schiller/1958/.

$$\sigma = \sigma_0 \left\{ 1 - \left(\frac{P}{P_{KR}} \right)^{1/n} \right\} \quad (10)$$

Det visar sig emellertid vara omöjligt att anpassa hela kurvan enligt ekv (32) till den enkla ekv (10) med ett konstant värde på n . Framförallt påverkas värdet på n av värdet på P_{KR} . Ju högre P_{KR} är desto lägre blir n . Som exempel på detta visas ett antal beräknade n -värden i tabell 2 nedan:

Tabell 2. Ekv (10) anpassad till ekv (32).

	n					
	$P = 0,10$	$P = 0,20$	$P = 0,40$	$P = 0,50$	$P = 0,60$	$P = 0,80$
$P_{KR} = 1,0$	0,847	0,805	0,758	0,739	0,722	0,688
$P_{KR} = 0,5$	0,890	0,888	0,863	0,848	0,842	0,808

Eftersom uppenbarligen ekv (10) som enligt vad som framgått tidigare inte tar hänsyn till nämnvärda spänningskoncentrationer, alla porer antas vara sfäriska eller cylindriska och lika stora i hela porositetensintervall, kommer på grund av att ekv (32) går att anpassa så väl till ekv (10) denna kritik även att vidlåda ekv (32). Visserligen förutsätts i bärledningen att σ_0 skall vara hållfastheten hos det fasta materialet inklusive mikrosprickor men dessa bidrar emellertid i mycket liten grad till den totala porositeten. I enlighet med tidigare redovisade försöksdata och resonemang kommer därför troligen ekv (32) att ge en god representation av hållfasthets-porositetsförhållandet vid porositeter i närheten av P_{KR} men liksom Schillers ekv (10) kommer den att ge alldeles för låga hållfastheter vid små P där inverkan av elliptiska och kantiga porer är stor.

En styrka med den modell som lett fram till ekv (32) är dock att hänsyn rent teoretiskt kan tas till varierande porstorleksfördelning av sfäriska porer. Detta kräver emellertid att ytterligare randvillkor är kända så att även funktionen $f^{11}(0)$ och ev $f^{111}(0)$ i

ekv (27) kan bestämmas.

En anpassning av ekv (32) till Mindess' försöksdata har gjorts i figur 28 och 29. Som utgångspunkt för anpassningen har liksom tidigare valts punkten $\sigma = 1700 \text{ kp/cm}^2$ vid $P = 0,25$. Som väntat är överensstämmelsen med ekvationer av typ (2), (6) och (18) dålig. Ekv (32) är betydligt mindre krökt än de övriga.

4.1.7 Lawrence's et al formel tillämpad på cementpasta och cementbruk

Sereda et al /1966/ har undersökt det empiriska sambandet mellan porositet och böjdraghållfasthet hos cementpasta och pressat membranhydratiserat cementpulver ("compact"). Resultatet framgår av fig 33. Författarna gör följande allmänna konklusion:

"Porosity is the basic parameter determining the strength and Youngs' modulus."

Varje punkt i figur 33 utgör det aritmetiska medelvärdet av provkroppar som före testen konditionerats till olika relativa fuktigheter mellan 15 % och 97,5 %. Inverkan av rel fuktigheten på hållfastheten har nämligen befunnits vara liten. Se figur 34. Alla pastaprovkroppar har härdats i 130 dygn. Av figur 33 framgår att såväl pastor som compacts hamnar på ungefär samma hållfasthetsnivåer. Författarna antyder ett samband av typ ekv (15)

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{P}{P_{KR}}\right) \quad (15)$$

där

$$\begin{cases} \sigma_0 = \text{konst} \cdot 7,3 \text{ lb} = 394 \text{ kp/cm}^2 \\ P_{KR} = 0,65 \end{cases}$$

Spridningen i resultaten är emellertid stor vilket framgår av figuren.

Lawrence et al /1971/ har använt sig av resultaten för att testa sin ekv (32). Detta framgår av figur 35. I denna figur har även

inlagts deras egna resultat av tryckhållfasthetsmätningar på Portland - cementpasta. Följande parametervärden erhålls med ekv (32)

Tabell 3

	σ_o kp/cm ²	P _{KR}
Böjdraghållfasthet Sereda et al /1966/	394	0,65
Tryckhållfasthet Lawrence et al /1971/	2530	0,47

Det bör observeras att tryckhållfasthetsdata enligt fig 35 täcker ett relativt litet porositetsintervall.

Värdet 2530 kp/cm² för fasta materialets tryckhållfasthet verkar vara mycket litet, vilket med all säkerhet beror på att ekv (32) ger alldeles för låga hållfastheter vid små porositeter vilket diskuterats tidigare.

Lawrence et al /1971/ har även tillämpat ekv (32) på tryckhållfasthetsdata för en ren cementpasta och tre olika cementbruk tillverkade av samma cement. Försöken är utförda av Powers & Brownyard /1948/.

Lawrence's et al resultat visas i figur 36. Härvid måste observeras att P utgör endast själva cementpastans porositet vilket emellertid inte framgår av deras rapport. Med tanke på uppbyggnaden av deras modell är det dessutom en ologisk representation eftersom mängden cementpasta varierar i de olika blandningarna.

Parametervärdena enligt ekv (32) baserade på porositetsberäkningar av Lawrence et al redovisas i tabell 4.

För försöksdata hänvisas till Powers & Brownyard /1948/. Tabeller A-11 och 6-6.

Tabell 4

Blandning litt Cementtyp 15365 (Powers & Brown- yard /1948/)	vol andel cementpasta inkl luft- porer (P & B /1948/)	σ_o kp/cm ² (Lawrence /1971/)	P_{KR}	
			pastan (Lawrence /1971/)	bruket
ren cementpasta	1,000	3410	0,33	0,33
Bruk A	0,526	1735	0,53	0,28
Bruk B	0,447	1630	0,64	0,28
Bruk C	0,390	1485	0,74	0,29

Sista kolumnen i Tabell 4 tyder på att alla bruk har ungefär samma kritiska totalporositet. Därför har samtliga porositetsdata enligt figur 36 omräknats till totalporositeter enligt den enkla formeln.

$$P = V_p \cdot P_p \quad (33)$$

där V_p = volymandel cementpasta och P_p = av Lawrence et al beräknade pastaporositeter.

I figur 37 har de så beräknade totala porositeterna inritats varvid samtliga bruk tycks följa samma kurva, ekv (32), och med en gemensam $P_{KR} \approx 0,28$ men att naturligtvis värdena på σ_o kan vara olika för olika blandningar.

En anpassning med ekv (32) ger uppenbarligen lägre σ_o ju lägre cementpastahalten är vilket framgår av tabell 4. Försöksdata täcker emellertid för varje enskild blandning ett mycket litet porositetsintervall och området i närheten av teoretiska P_{KR} har inte

undersökts. Därför är värdena på σ_0 osäkra. Man kan emellertid i stället för att upprita hållfasthetsdata relaterade till σ_0 upprita dem som absolutvärden.

Detta har gjorts i figur 38 med cementpastaporositeten på x-axeln och i figur 39 med totalporositeten på x-axeln. Med denna representation av data verkar det som om en linjär ekvation av typ (15) eller Bal'shins ekv (6) skulle kunna användas med god precision varvid σ_0 blir lika för alla tre blandningarna. Följande ekvationer sammanfattar försöksdata på ett bra sätt se figur 39.

$$\text{Alla cementbruk: } \sigma = 22\,628 \left(1 - \frac{P}{0,261}\right) \text{ psi} \quad (34)$$

$$\text{Cementpasta: } \sigma = 38\,360 \left(1 - \frac{P}{0,360}\right) \text{ psi} \quad (35)$$

Totala porositeten skulle således vara avgörande för hållfastheten.

Uttryck beroende på pastaporositet framgår av figur 38. De verkar ge mindre bra representation av försöksdata vilket även framgår av en jämförelse mellan figurerna 36 och 37.

Redan nu måste emellertid en stark reservation framföras mot de porositetsdata som används av Lawrence et al /1971/ och som bör vara baserade på Powers & Brownyards /1948/ originaldata. Enligt uppgift bygger porositetsberäkningen på följande formel anvisad av Helmuth & Turk /1966/.

$$P_p = \frac{v_e(w_t - w_n) \cdot \rho}{w_t + c_i} \cdot V_p \quad (36)$$

där v_e = spec vol hos förångningsbart vatten $\approx 0,99 \text{ cm}^3/\text{g}$

w_t = total vattenvikt inkl icke förångningsbart vatten, w_n är icke förångningsbart vatten, ρ är densiteten hos vattenmättad provkropp, c_i är vikt hos "bränd" provkropp och V_p är cementpastaandel.

Powers & Brownyard anger emellertid inga exakta data på w_t . De porositetsangivelser som görs av Lawrence et al stämmer inte heller alls med porositeter som beräknas med utgångspunkt från hydratationsgraden med hjälp av följande väldokumenterade formel. Bergström /1967/, Copeland & Hayes /1956/.

$$P_p = \frac{v_e (w_o/c - 0,19 \cdot \alpha) + l_o/c}{1/\rho_c + w_o/\rho_w \cdot c + l_o/c} \quad (37)$$

där w_o = blandningsvatten i g, c är cement i g, l_o är luftvolym i cm^3 i färsk massa, α är hydratationsgraden och ρ_c är kompakt densiteten hos cement $\approx 3,1 \text{ g/cm}^3$, ρ_w = densiteten hos blandningsvatten.

Alla i ekv (37) angivna storheter återfinns i Powers & Brownyards originalarbete varför P_p kan beräknas.

Det skall också visas att man med användning av porositeter beräknade urekv (37) kan förklara försöksdata på ett mera logiskt sätt än enligt ovan. Se sid 135 f.f.

Tabell 4 är emellertid intressant eftersom den klart visar att inblandning av ballast, som i sig själv genom sin låga porositet har mycket hög hållfasthet, sänker den teoretiska maximala hållfastheten σ_o . Detta måste bero på att fasgränsen mellan ballastkorn och cementpasta utgör svaghetszoner av stort format. Dessa yttrar sig dock inte i någon ökad porositet utan troligen i utbildning av mikrosprickor. Detta diskuteras senare i avsnitt 4.1.13.

Trots att Lawrence's et al porositetsangivelser är svåra att förklara emedan de strider mot dem som erhålls ur ekv (37) refereras ytterligare en av deras konklusioner nedan.

Cementpasta består av extremt fina gelporer med en medelstorlek av 18 Å, Powers /1960/, av något större kapillärporer med en storlek av $< 13\mu$, Verbeck /1966/, samt av grova "luftporer" som bildas p gr av ofullständig komprimering av pastan, s k bearbetningsporer, eller som medvetet införs vid blandningen genom tillsatsmedel. Det verkar rimligt att anta att dessa olika porer påverkar hållfastheten olika. Lawrence et al beräknar därför den kapillära porositeten exkl gelporer för provkroppar i figur 31. Man använder följande formel enl Helmut & Turk /1966/.

$$(P_p)_k = \frac{v_c (w_t - 1,74 w_n) \cdot \rho}{w_t + c_i} \quad v_p \quad (38)$$

där v_c = spec volym hos kapillärt vatten $1,00 \text{ cm}^3/\text{g}$

$(P_p)_k$ = pastans kapillära porositet och övriga beteckningar framgår av ekv (36).

I figur 40 har de enligt ekv (38) beräknade försöksdata inlagts varvid framgår att alla de tre brukskurvorna i figur 36 kan bringas att hjälpligt sammanfalla till en kurva enligt ekv (32):

Parametervärden enligt ekv (32) framgår av tabell 5.

Tabell 5

Blandning litt Cementtyp 15365 (Powers & Brown- yard /1948/)	Vol-andel cem pasta inkl luft- porer (P & B /1948/)	σ_o (Lawrence /1971/)	$(P_p)_{KR}$	
			pastan (Lawrence /1971/)	bruket
Ren cementpasta	1,000	1257	0,34	0,34
Bruk A	0,526			0,33
" B	0,447	850	0,62	0,28
" C	0,390			0,24

Värdet på σ_o har sjunkit avsevärt vilket naturligtvis är en följd av att det "fasta materialet" nu även innehåller gelporerna och kontraktionsporerna (se under punkt 4.1.11.) som utgör $\approx 28\%$ av gelens volym. σ_o enligt tabell 5 bör egentligen fysikaliskt sett inte bli ett och samma värde ens för olika blandningar av ren cementpasta. Olika blandningssammansättningar ger nämligen olika volymandel porer i "gelen" på grund av att en varierande mängd ohydratiserat cement ingår i denna.

P_{KR} hos pastan är konstant vid alla tre bruksblandningarna medan P_{KR} hos bruket sjunker med ökande mängd ballst.

Powers /1949/, /1959/, /1960/ behandlar data i figur 40 på ett annat sätt vilket behandlas senare sid 42f.f. tillsammans med en utförligare analys av cementbruks och betongs hållfasthet.

4.1.8 Danska studier av cementpasta och cementbruk

Vid Betongforskningslaboratoriet i Karlstrup i Danmark har studerats det empiriska sambandet mellan porositet och tryckhållfasthet hos komprimerad cementpasta. Anonym /1969/, se figur 41. I originalrapporten visas kurvan i enkellogaritmisk skala. Porositeten hänförs sig till porositet hos cementpulvret före hydratisering medan hållfasthetsvärdena gäller för hydratiserat material. Man kan enkelt beräkna den verkliga approximativa porositeten hos hydratiserat material på följande sätt:

I aktuellt porositetsområde antas följande approximativa samband mellan mängd icke förångningsbart vatten, W_n , och blandningsvattnen, W_o , råda vid 28 dygn. Ekvationen har härletts ur Bergström /1967/ baserat på data av Danielsson /1966/.

$$\frac{W_n}{c} = 0,18 \frac{W_o}{c} + 0,07 \quad (39)$$

Eller som potensfunktion.

$$\frac{W_n}{c} = 0,225 \left(\frac{W_o}{c} \right)^{0,54} \quad (40)$$

där c = cementhalten

Hydratationsgraden α vid 28 dygns ålder uttrycks på följande sätt

$$\alpha = \frac{W_n}{0,25 \cdot c} = 0,90 (W_o/c)^{0,54} \quad (41)$$

Provkropparna antas inte innehålla några luftporer. Då gäller approximativt för porositeten vid 28 dygns ålder. Se även ekv (37).

$$P = \frac{W_o/c - 0,19 \cdot \alpha}{W_o/c + \frac{1}{\rho_c}} \quad (42)$$

där $\rho_c \approx 3,1 \text{ g/cm}^3$, c uttrycks i g och w_o i g = cm^3 .

(Vid lufthalt hos färsk pasta gäller: ekv (37) \approx ekv (184)). Aktuellt W_o erhålls ur porositeten före hydratisering, P_o :

$$\frac{W_o}{c} = \frac{P_o \cdot \frac{1}{\rho_c}}{1 - P_o} \quad (43)$$

Med ledning av ekv (42) och (43) har nu porositeten P_o omräknats till verklig porositet P varefter det sålunda beräknade sambandet hållfasthet - porositet ritats in i figur 42 dels i linjär skala dels med hållfastheten i log-skala.

I linjär skala visar resultatet likheter med figur 36 för ren cementpasta. Utnyttjas enbart punkter med hållfasthet $> 1500 \text{ kp/cm}^2$ fås följande parametervärden vid användning av en linjär ekvation av typ (15).

$$\sigma = \sigma_o \left(1 - \frac{P}{P_{KR}}\right) \quad (15)$$

där

$$\begin{cases} \sigma_o = 7500 \text{ kp/cm}^2 \quad (3410 \text{ kp/cm}^2 \text{ i fig 36}) \\ P_{KR} = 0,38 \quad (0,33 \text{ i fig 36}) \end{cases}$$

Värden med höga porositeter visar dock en klar avvikelse från en ekv av typ (15). Se fig 42.

I logaritmisk skala antyds en knickpunkt vid $P \approx 0,26$ under vilken porositet värdena ligger på en rät linje. Detta skulle ev kunna vara den knickpunkt vid P_1 varom diskuterats på sid 24 och i fig 30. (Se även ekv (20))

Schillers ekv (13) har därför använts på data i figur 42 varvid anpassning skett för $P = 0,35$ (dvs $P > P_1$).

$$\sigma = q \cdot \ln \frac{P_{KR}}{P} \quad (13)$$

där

$$\begin{cases} q = 2800 \text{ kp/cm}^2 \\ P_{KR} = 0,50 \end{cases}$$

Ekv (13) har inritats i figur 42 och ger god överensstämmelse med försöksdata i närheten av P_{KR} men den stiger för långsamt vid

minskande P vilket tidigare påpekats, sid 19.

Bal'shins ekv (6) anpassad för $P < P_1$ ger följande parametervärden.

$$\sigma = \sigma_0 (1 - P)^m \quad (6)$$

$$\text{där } \begin{cases} \sigma_0 = 9600 \text{ kp/cm}^2 \\ m = 4,39 \end{cases}$$

Ryshkewitch's ekv (2) anpassad för $P < P_1$ ger följande parametervärden.

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-B \cdot P} \quad (2)$$

$$\text{där } \begin{cases} \sigma_0 = 11\,350 \text{ kp/cm}^2 \\ B = 5,83 \end{cases}$$

σ_0 -värdena verkar höga (jfr dock Mindess' höga värden sid 21) medan värdena på m och B är rimliga.

Emedan kalkylen ovan förutsätter en viss hydratationsgrad blir beräkningen osäker. Om en större hydratationsgrad hade antagits hade σ_0 -värdena blivit lägre.

4.1.9 Bajza's studier av cementpasta och compacts.

/1970/

Även Bajza har bestämt det empiriska sambandet mellan tryckhållfasthet och porositet hos högtryckskomprimerad cementpasta och compacts, se fig 43. Samma cement har använts i alla satser. Även här relateras porositetsangivelserna till porositet före hydratationen. Bajza har även beräknat den verkliga porositeten enligt i princip samma metod som i ekv (41) - (43) ovan men med hänsynstagande till att verkliga hydrationsgraden är olika hos olika provkroppar. Resultatet framgår i figur 44 med total porositet på x-axeln och i figur 45 med enbart kapillär porositet (jfr ovan sid 33 och nedan sid 53) på x-axeln. I de båda figurerna har inlagts data för olika åldrar hos provkropparna, 1, 7, 28, 60 och 180 à 245 dygn. I figurerna har även inlagts linjer beräknande med minsta

kvadratmetoden.

Som synes är spridningen kring linjerna ganska stor vilket möjligen till stor del beror på felaktiga förutsättningar vid beräkning av porositeten. Man skulle i detta sammanhang önska flera mätningar i stället för osäkra beräkningar.

Man kan emellertid i en första approximation anta att en linje av typ ekv (15) gäller

$$\sigma = \sigma_o \left(1 - \frac{P}{P_{KR}}\right) \quad (15)$$

där

$$\begin{cases} \sigma_o = \sigma_{\text{fast material}} & \text{om } P = P_{\text{total}} = P \\ \sigma_o = \sigma_{\text{"gel"}} & \text{inkl gelporer om } P = P_{\text{kapillär}} = P_k \end{cases}$$

Därvid fås följande parametervärden σ_o och P_{KR} .

Tabell 6

Ålder (dygn)	σ_o (N/mm ²)		P_{KR}	
	Fast massa	"Gel"	P_{KR}	$(P_k)_{KR}$
1	371,3	287,4	0,36	0,27
7	399,2	304,2	0,44	0,34
28	425,5	357,0	0,53	0,35
(60	407,3	317,2	0,61	0,68)
180-245	463,8	399,1	0,55	0,32
	$\bar{\sigma}_o = 413,4$	$\bar{\sigma}_o = 313,0$		

Uppseendeväckande är att värdet på σ_o , dvs hållfasthet vid kompakt material hos gelen, tycks öka med ökande ålder. Detta kan emellertid

mycket väl bero på felaktigheter vid antagandet att punkterna skall anpassas till en rät linje. Försöken vid Karlstrup, fig 42, liksom Lawrence's försök nedan, fig 46 antyder ju för övrigt att en exponentialkurva enligt Ryshkewitch ekv (2) gäller bättre vid låga porositeter.

Jämför resonemanget som leder fram till ekv (20).

Gelens hållfasthet verkar dessutom vara väl hög om man jämför med värden i tabell 5. Överhuvudtaget verkar det vara orimligt att ett och samma gränsvärde på σ_0 hos gelen skulle kunna gälla för alla de blandningar som visas i fig 45. "Gelen" kommer nämligen inte enbart att innehålla gelporer, kontraktionsporer och hydratiserat cement utan också ohydratiserade cementkorn vars omfattning är helt beroende av cementpastans sammansättning. Detta kan vara förklaringen till att σ_0 sprider mera när den motsvarar gelens hållfasthet än när den motsvarar fasta massans hållfasthet.

Bajza's data strider delvis mot försök som redovisats av Lawrence et al /1971/. Se punkt 4.1.10.

Värdet på $(P_{KR})_{total}$ tycks öka med ökande ålder. Detta kan ev vara en effekt av att porstrukturen förändras med ökande ålder från öppna kanaler mot mera slutna isolerade porer omgivna av gel. Detta bör leda till en ökning av P_{KR} vilket visas teoretiskt på sid 175.

Figurerna 44 och 45 antyder därför följande förhållande som senare skall diskuteras under punkt 4.3.:

Hållfastheten kan hos samma typ av material vara helt olika vid samma porositet. Detta innebär att inte enbart porositetens storlek är avgörande utan också strukturen i allmänhet.

I detta speciella fall gäller:

$$P_{KR} = f(\text{ålder}) \quad (44)$$

Eller vid en konstant porositet:

$$\sigma = f(\text{ålder}) \quad (45)$$

Senare skall visas hur P_{KR} kan beräknas för cementpasta. Se ekv (83). Denna ekvation visar bl a att värdet på P_{KR} blir beroende av blandningens sammansättning: Ju lägre w_o/c är desto lägre blir P_{KR} .

En del av variationen i P_{KR} ovan kan därför förklaras av att punkter som tillhör olika blandningar har sammanförts till en enda linje varvid P_{KR} blir ett medelvärde av alla blandningars P_{KR} .

Bajza's resultat tycks strida mot Powers teori om det s k "Gel space ratio", se nedan, enligt vilket en viss porositet hos cementpasta av ett visst cement medför en viss bestämd hållfasthet.

Resultaten går emellertid väl in i en teori som skall presenteras nedan under punkt 4.13. Studerar man hållfasthetsutvecklingen för provkroppar ur varje enskild blandning finner man nämligen att den i samtliga fall stiger brant i hållfasthetsporositetsdiagrammet från en för varje blandning individuell kritisk porositet. Två sådana kurvor, som alltså tvärrar över hållfasthetslinjerna för individuella åldrar har ritats in i fig 44 för två blandningar med olika vattencementtal och presstryck.

Den relativt stora spridningen är troligen en effekt av att inte exakta porositetsangivelser finns. Porositeten måste nämligen teoretiskt minskas med åldern hos en och samma blandning men detta gäller inte konsekvent för de redovisade provkropparna.

Under härdningsskedet verkar det alltså som om varje enskild blandning får en individuell hållfasthet - porositetskurva medan olika blandningar får samma kurva vid samma ålder. Detta är ett utomordentligt viktigt resultat som är grundläggande för resonemanget under punkt 4.1.13.

Hållfasthetsökningen under härdningsskedet beror troligen inte så mycket på en minskning i porositet utan framförallt på uppbyggnaden av kemiska bindningar i materialet dvs framväxt av kristallstrukturer etc. Hållfastheten vid en viss ålder hos en provkropp kommer därför att i hög grad bli beroende av typen av de bildade hydrationsprodukterna såsom kristallstorlek etc. Detta påvisades t ex av Mindess /1970/ (Se ovan sid 21) som fann att vid exakt samma porositet kunde hållfastheterna vara starkt varierande på grund av olika kristall - och porstorlekar.

För ett visst cement och vid en viss hydrationsgrad är det däremot fullt rimligt att porositetens absoluta storlek är den avgörande parametern för hållfasthet.

4.1.10 Lawrence's studier av cementpasta och compacts

Halvorsen & Samuelson /1971/ refererar en studie av hållfasthet hos cementpasta och compacts som redovisats av Lawrence /1969/

Resultatet av studien visas i fig 46 i vilken hållfastheten efter härdning ritats som funktion av den kapillära porositeten. Komprimeringstrycken som använts för att skapa de extremt lågporösa pastorna har uppgått till 7 500 kp/cm².

Resultatet som täcker ett relativt stort porositetsintervall representeras på ett utmärkt sätt av Rychkewitch's exponentialuttryck ekv (2).

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-B \cdot P_k} \quad (2)$$

där

$$\begin{cases} \sigma_0 = 400 \text{ N/mm}^2 \\ B = 9,6 \end{cases}$$

σ_0 -värdet stämmer exakt överens med Bajza's värden för välhärdat material enligt fig 45.

Lawrence's data enligt fig 46 har lagts in i fig 45. Överensstämmelsen mellan de båda försöken är mycket bristfällig vilket eventuellt kan förklaras med olikheter vid bestämning av den kapillära porositeten. B-värdet är högre än det som beräknades ur värdena från Karlstrup, fig 42, nämligen $B = 5,83$. Värdena i fig 42 gäller emellertid dels för beräknade porositeter dels för totala sådana. En jämförelse mellan figur 44 och 45 (se även tabell 6) visar nämligen att "känsligheten för porer" dvs $\sigma - P$ - kurvans lutning blir större när enbart kapillärporositet beaktas.

B-värdet når dock inte upp till Mindess' värde $B = 11,73$ för auto-klaverade kalciumsilikatprodukter, se tabell 1 och fig 27.

4.1.11 Powers' "Gel space ratio"

Powers & Brownyard /1948/ liksom senare Powers /1960/ /1949/ /1959/ använde sig av begreppet "gel-space ratio", X , för att karakterisera tryckhållfastheten hos cementpasta och cementbruk. Strukturen hos cementbruk antas därvid se ut i princip enligt fig 47. Powers /1960/

Gelen med $\approx 28\%$ porositet inklusive kontraktionsporer, som bildas när vatten binds kemiskt, växer ut runt ännu ohydratiserade cementkorn. Kapillärporer uppstår mellan de olika "gelsfärerna". I betong och bruk utgör ballasten ytterligare fast fas utöver gelpartiklar och ohydratiserat cement.

Redan nu måste ett väsentligt påpekande göras: I alla experiment som utgör bakgrunden till Powers' gel space ratio har porositetsvariationerna hos en och samma blandning åstadkommits genom att härdningsgraden har varierats.

En porositetsvariation med denna metodik har troligen inte samma effekt på hållfasthetsvariationen som en variation av blandningar med samma härdningsgrad. Detta åskådliggörs av fig 48. Powers gel-space-ratio avser en variation "i vertikalled" i figuren. Här sker hela tiden en förändring dels av porstrukturen men framförallt i kristallstrukturen och uppbyggnad av bindningskrafter i materialet etc.

En logisk studie av porositetens inverkan på hållfastheten hos cementbundna material i allmänhet borde egentligen göras enligt figures horisontalled. Mera om detta återkommer under punkt 4.1.13. Jfr för övrigt Bajza's resultat sid 37 och fig 44 .

Gel-space ratio definieras av Powers /1959/ (även andra definitioner finns, se nedan)

$$X = \frac{\text{gelvolym (inkl gelporer)}}{\text{gelvolym} + (\text{kapillär- och kontraktionsporer})} \quad (46)$$

eller mera logiskt, Powers /1959/

$$X = \frac{\text{gelvolym inkl gelporer}}{\text{gelvolym} + (\text{kapillär- och kontraktionsporer}) + \text{luftpörer}} \quad (47)$$

Om gelen anses vara kompakt, dvs definitionsmässigt antas motsvara den fasta substansen, uttrycker X ingenting annat än

$$X = \frac{\text{"Fast volym"}}{\text{"Total" volym}} = 1 - (P^1)_k \quad (48)$$

där $(P^1)_k$ är porositeten hos pastan exklusive gelporer och där i de båda volymerna inte inkluderas volymen av ännu ohydratiserade cementkorn. Därav citationstecknen i formeln och primtecknet på porositeten.

Användning av "gel space ratio" som det är definierat i ekv (46) och (47) motsvarar därför i princip Lawrence's et al /1971/ behandling av Powers data för cement 15365 när enbart kapillärerna betraktades som porositet. Tabell 5 och fig 40.

Powers tar uppenbarligen inte hänsyn till de ohydratiserade kornens inverkan på cementlimmets hållfasthet trots att de är ihopvuxna med gelen.

Experimentella data för såväl cementpastor som cementbruk ansluter sig mycket väl till en ekv av följande typ:

$$\sigma = K \cdot X^m \quad (49)$$

K och m är empiriska konstanter. Powers /1960/ skriver: "Since X is a fraction between 0 and 1, X^n operates as a reduction factor on K. The intrinsic strength of the gel thus seems to be represented by K, although when aggregate is present it probably includes other factors".

På bakgrund av detta uttalande och med användning av ekv (48) kan ekv (49) uttryckas:

$$\sigma = \sigma_0 (1 - (P^1_p)_k)^m \quad (50)$$

där m är en konstant av storleksordningen 2, 5 à 3. σ_0 är starkt varierande och utgör för rena cementpastor hållfastheten hos gelen exklusive ohydratiserat cements bidrag till denna och hos cementbruk samma hållfasthet men inkl. bidrag av mikrosprickor mellan ballastkorn och cementgel.

Ekv (50) är i princip densamma som Bal'shin /1949/ funnit för keramik ekv (6). Det måste härvid observeras att $(P^1_p)_k$ i ekv (50) inte representerar hela porvolymen eftersom gelen innehåller en stor mängd porer ($\approx 28\%$ om kontraktionsporerna inräknas annars $\approx 23\%$)

I tabell 7 visas några exempel på konstanterna σ_0 och m hämtade från Powers /1960/ /1949/ /1959/. Powers själv anger olika parametervärden σ_0 och m för samma försöksdata i olika publikationer, men även märkligt nog i samma publikation, Powers /1949/. Jfr t ex cementtyp 14930 A och cementtyp 15365.

Att så är fallet är uppenbarligen beroende på olika sätt att definiera värdet på X (= gel space ratio). Redan de tidigare nämnda ekv (46) och (47) visar på två sätt som ger olika resultat beroende på om luftporer inkluderas eller ej. På samma sätt har det betydelse hur kontraktionsporer som bildas vid cementets hydration behandlas liksom hur man definierar mängden icke förångningsbart vatten och specifika volymerna hos olika hydrationsprodukter.

I artiklar/1960/ och /1949/ använde Powers följande uttryck för X :

$$X_1 = \frac{\text{gelvolym} + \text{volym av kontr porer}}{\text{ursprunglig cementpastavolym} - \text{ohydr cementvol}} \quad (51)$$

Med kännedom om mängdförhållandena av olika cementpastakomponenter kan värdet på X_1 beräknas. Sådana uppgifter återfinns t ex i Powers /1960/, Bergström /1967/, Czernin /1964/.

Beteckningen X_1 används för att särskilja från beteckningarna X_2 och X_3 nedan, ekv (66) och (71). Man får

$$X_1 = \frac{N \cdot v_c \cdot \alpha + 0,063\alpha}{v_c \cdot \alpha + w_o / c} \quad (52)$$

där

$$\begin{cases} N &= \text{volym gel producerad av en volymenhet cement, cm}^3/\text{cm}^3 \\ v_c &= \text{specifik volym hos cement, cm}^3/\text{g} \\ \alpha &= \text{andelen fullständigt hydratiserat cement} \\ w_o/c &= \text{vattencementtalet, g/g = cm}^3/\text{g} \end{cases}$$

Om man sätter in $N = 2,06 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ och $v_c = 0,319 \text{ cm}^3/\text{g}$ enligt Powers /1959/ så fås:

$$X_1 \approx \frac{2,06 \cdot 0,319 \cdot \alpha + 0,063 \cdot \alpha}{0,319 \cdot \alpha + w_o / c} = \frac{0,71\alpha}{0,319\alpha + w_o / c} \quad (53)$$

Maximalt $X_1 = 1,0$ när gelen och kontraktionsporerna helt fyller porutrymmet. I /1959/ inför Powers enbart gelvolymen i täljaren enligt ekv (46)

resp (47). Ekv (46) ger då:

$$X = \frac{N \cdot v_c \cdot \alpha}{v_c \cdot \alpha + w_o / c} \approx \frac{0,647\alpha}{0,319\alpha + w_o / c} \quad (54)$$

Enligt ekv (54) kan X aldrig bli högre än 0,91 eftersom gelen aldrig fyller kontraktionsporerna.

Enligt definition ekv (47) tas hänsyn även till luftporerna: Ekv (47) ger:

$$X = \frac{0,647\alpha}{0,319 \cdot \alpha + w_o / c + l_o / c} \quad (55)$$

där $\begin{cases} l_o = \text{luftvolymen i cm}^3 \\ c = \text{cementmängden i g} \end{cases}$ OBS. ekv. är beroende av att rätt sorter används.

Även ekv (55) gäller enbart till ett maximalvärde $X = 0,91$. Värdet $\frac{l_o}{c}$ varierar i Powers & Brownyards /1948/ försöksmaterial mellan 0,092 - 0,268 med ett medelvärde av 0,164. Värdet N i ekv (52) och (54) varierar också något. Powers /1960/ anger värden mellan 2,15 à 2,24 varvid författaren även inkluderar kontraktionsporer i gelen. Powers N-värden reduceras därför till 1,96 à 1,06 när enbart gelporer antas ingå i gelen.

$$\text{Förhållandet } \frac{X \text{ i ekv (53)}}{X \text{ i ekv (54)}} = \frac{0,710}{0,647} = 1,10$$

Ett användande av ekv (54) ger alltså ett något större värde på σ_o .

Vid $m = 3,0$ blir förhållandet :

$$\frac{\sigma_o \text{ i ekv (53)}}{\sigma_o \text{ i ekv (54)}} = \frac{0,913}{1,3} = 0,75$$

Ekv (55) verkar mera logisk än ekv (54) eftersom rimligtvis även luftporer och bearbetningsporer vilka förekommer i olika stor grad måste påverka hållfastheten.

Förhållandet $\frac{X_{\text{ekv (54)}}}{X_{\text{ekv (55)}}$ blir beroende av lufthalten och av värden på α och w_0/c .

Inverkan av olika specifika volymer på gelen kan behandlats på samma sätt som inverkan av kontraktionsporer ovan.

$$\frac{\sigma_o \text{ med } (v_g)_1}{\sigma_o \text{ med } (v_g)_2} = \left[\frac{(v_g)_2}{(v_g)_1} \right]^m \quad (56)$$

Powers /1960/ påpekar att det sätt på vilket man bestämmer kvantiteten av hydratvatten kommer att påverka värdet på m . Vid användning av den strängaste torkmetoden ökar värdena på m i tabell 7 med ungefär 12 %.

Tabell 7

Typ	Referens Powers / /	σ_o kp/cm ²	m
Cem bruk Cement 14930 j	/1960/	1300	2,53
	/1949/(Fig 3)	1410	2,5
	/1949/(Ekv (30))	1125	2,4
Cem bruk Cement 15007 j	/1960/	1230	2,86
Cem bruk Cement 15011 j	/1960/	1120	2,44
Cem bruk Cement 15013 j	/1960/	915	3,08
Cem pasta Cement 15365	/1949/(Fig 3)	1600	2,60
Cem bruk Cement 15365 (Se figur 49)	/1960/	970	2,68
	/1949/(Fig 3)	1195	2,6
	/1949/(Ekv (29))	910	3,0
Cem bruk. Troligen cement 14930 j (Se figur 50 Och 51)	/1959/(Fig 7)	2390 def av X_{enl} ekv (47)	3,0
	/1959/(Fig 8)	2040 def av X_{enl} ekv (46)	3,0

I figur 49, 50, 51 visas exempel på en anpassning av ekv (49) till försöksdata enligt tabell 7, Powers /1949//1959/. Av fig 49 framgår klart att förekomsten av ballast påverkar konstanten K och eventuellt även, fast i mindre omfattning, m. Cementlimmet har uppenbarligen en större hållfasthet än bruket som är tillverkat av samma cementlim (samma X) och detta trots att förekomsten av ballast minskar materialets totala porositet. Uppenbarligen är det fasgränserna mellan ballastkorn och cementpasta som inverkar starkt sänkande på "kompositens" hållfasthet vid små porositeter.

Detta framgår även klart av de tidigare redovisade tabellerna 4 och 5 liksom av fig 38 och 39. Dessa visar nämligen just den cementpasta och de cementbruk som redovisas i figur 49 (Cement 15365).

Tabell 7 visar klart att typen av cement har en dominerande betydelse för hållfastheten. Tabellen visar variationer i σ_0 mellan 910 kp/cm² - 2390 kp/cm² varav en stor del täcks av olika definitioner av "gel - space ratio". Det är framförallt C_3A - halten som påverkar hållfastheten, Powers /1960/. Ju lägre halten C_3A är ju högre tycks hållfastheten bli.

Det verkar rimligt att förutsätta att värdet på σ_0 blir högre ju lägre själva gelens porositet är.

Genom att gå in i Powers & Brownyards /1948/ originaldata kan man få en uppfattning om gelens porositet inklusive kontraktionsporer. Detta motsvarar $X_1 = 1,0$ enligt ekvation (51) och (53).

Powers & Brownyard fann att absorberad vattenmängd vid fullständig mättnad av gel- och kontraktionsporer är proportionell mot gelens yta med samma proportionalitetskonstant för alla cementsorter

$$\frac{W_a}{V_m} = K = 4 \quad (57)$$

där

$$\left\{ \begin{array}{l} W_a = \text{vikt vatten i gel- och kontraktionsporer vid mättnad, g} \\ V_m = \text{gelytan uttryckt i mängd vatten när hela ytan är täckt} \\ \quad \text{med ett lager adsorbat, g} \end{array} \right.$$

Sedermera har man funnit betydligt lägre värden på konstanten K genom att använda utomordentligt välhårdade provkroppar. Powers själv anger $K = 3,0$ /1960/. Copeland & Hayes /1956/ anger $K = 2,38$. I princip är det dock ingenting som säger att alla cement skall ge samma K-värden vilket förutsägs av ekv (57).

Gelytan står i sin tur i direkt proportion till den icke förångningsbara vattenmängden med en proportionalitetskonstant, vars storlek är beroende på cementsammansättningen Powers & Brownyard /1948/.

$$\frac{V_m}{W_n} = k \quad \text{där } 0,24 \leq k \leq 0,28 \quad (58)$$

Ur ekv (57) och (58) kan nu uppställas ett samband mellan mängd gel- och kontraktionsporer och mängd icke förångningsbart vatten.

$$\frac{W_a}{W_n} = K \cdot k \quad (59)$$

Specifika volymen för gelvatten sätts konstant, $= 0,9 \text{ cm}^3/\text{g}$, för alla cementtyper, Powers & Brownyard /1948/. Ekv (59) kan då uttryckas som gel- och kontraktionsporositet vid $X_1 = 1,0$ med ekvationen:

$$\boxed{\left(\frac{P^1}{P}\right)_{X_1=1,0} = \frac{0,9K \cdot k \cdot W_n^0/c}{N^1 \cdot v_c}} \quad (60)$$

där W_n^0/c är icke förångningsbar vattenmängd hos fullständigt hydratiserat cement. N^1 är volym gel som bildas av en volymsenhet cement inklusive kontraktionsporer.

Powers & Brownyard /1948/ ger data för konstanterna k och v_c . I referens Powers /1960/ ges data för N^1 . Några data för K och W_n^0/c ges inte. Däremot anges klinkerkomponenternas relativa andel i de olika cementen.

Genom att förutsätta kemiska reaktionsformler för de olika klinkerkomponenternas reaktion med vatten kan W_n^0/c beräknas. Kemiska formler

visas bland annat i Bergström /1967/. Anmärkningsvärt är att C_3A binder 1,65 resp 1,90 gånger så mycket vatten som C_2S resp C_3S vilket enligt ekv (60) skulle innebära en högre porositet vid oförändrat K-värde.

I tabell 8 är olika parametrar i ekv (60) listade för de 5 cement-sorterna i tabell 7. K sätts till 3,0 för alla cementsorter.

Tabell 8 Antag $K = 3,0$.

Cement	N^1 Powers /1960/	v_c P&B/1948/	k P&B/1948/	Wn^0/c Beräknad	$(P_p^1)_{X=1}$
14930 j	2,15	0,310	0,304	0,232	0,285
15007 j	2,18	0,314	0,272	0,242	0,260
15011 j	2,18	0,312	0,272	0,235	0,253
15013 j	2,18	0,316	0,244	0,236	0,225
15365	2,24	0,319	0,254	0,245	0,235

Porositetsvärdena verkar vara väl små för flera av cementpastorna. De skiljer sig avsevärt från Powers' värde 0,280. En jämförelse med σ_0 -data enligt tabell 7, referens Powers /1960/, visar också ett omvänt samband mot vad som är väntat. Se figur 52. Förmodlingen är förut-sättningen $K = 3,0$ för alla pastor oavsett cementtyp en felaktig, förut-sättning. Kalkylen av Wn^0/c är dessutom mycket förenklad och tar t ex ingen som helst hänsyn till de olika klinkerkomponenternas in-bördes påverkan. Variationer av Wn^0/c av betydligt större omfattning än enligt tabell 8 redovisas av Powers /1960/. Variationsområdet är här $0,174 \leq Wn^0/c \leq 0,246$. Det är intressant att notera att cement med hög C_3A -halt ger höga värden på Wn^0/c vilket enligt ekv (60) innebär en hög gelporositet. Ett samband mellan C_3A -halt och Wn^0/c visas i figur 53. Används denna figur för att beräkna nya Wn^0/c -värden

för cementpastorna i Tabell 8 förändras porositetsvärdena avsevärt i mera logisk riktning vilket framgår av figur 52 öppna ringar. Man kan nu se en tendens att en ökad C_3A -halt ger en ökad gel-och kontraktionsporositet vilket skulle förklara de lägre σ_0 -värdena.

Olikheterna i σ_0 -värden enligt tabell 7 för olika cementtyper kan möjligen förklaras även på andra sätt.

Mindess¹/1970/ fann att hållfastheten hos de material som var extremt finkristallina dvs, hade stor specifik yta, avvek markant från övrigt material genom sin höga hållfasthet.

Om man för enkelhetens skull antar att $(P_p^1)_{X=0}$ är densamma för alla cementtyper så måste enligt ekv (60) alla förekommande variationer i k , W_n^0/c , N^1 och v_c tas i konstanten K . Erforderlig variation för att täcka alla cementtyper i tabell 8 blir $3 \leq k \leq 3,8$. Variationen är alltså inte större än den som anges av Powers enligt ovan baserat på experiment.

Eftersom ~~mu~~porositeten antas vara konstant så kan σ_0 -variationen tänkas bero på storleken av specifika ytan hos gelen.

Denna uttrycks genom konstanten k . I figur 54 har σ_0 uttryckts som funktion av k . Sambandet hög hållfasthet - hög specifik yta är markant. Följande ekvation tycks gälla:

$$\sigma_0 = 6350 \left(\frac{V_m}{W_n} - 0,24 \right) + 900 \text{ psi} \quad (61)$$

De σ_0 -värden som är under diskussion ovan gäller för cementbruk, dvs de kommer att gälla för gel inklusive dess porer, men även ballastkornen och mikrosprickor mellan dessa och cementpastan kommer att influera σ_0 -värdet starkt. Tabell 7 visar t ex att för cement 15365 är σ_0 -värdet för ren cementpasta avsevärt större än för motsvarande cementbruk.

Det finns naturligtvis en möjlighet att olika cementtyper ger olika goda förband mellan ballastkornen och gelen. I de aktuella bruken består ballasten av finmald kiselsand vilken ev har en viss puzzolan-effekt som kan bli olika stark i kombination med olika cementtyper. Alexander et al /1968/ visar att det råder ett direkt samband mellan kiselhalt i ballasten och vidhäftningshållfastheten sten - pasta. Se ekv (88).

Hela resonemanget ovan har genomförts mera för att visa behovet av ytterligare studier av vilka parametrar som bestämmer hållfasthets-egenskaperna än för att komma med några slutgiltiga lösningar.

Figurerna 49, 50, 51 visar att värdet på konstanten m ej ändras vid en förändring av definitionen av "gel space-ratio", dvs av $(P^1_p)_k$. Däremot påverkas värdet σ_o . Inom parentes måste Powers /1959/ ha förväxlat sina figurer 7 och 8. Om även luftporer inräknas i nämnaren i ekv (46) minskar värdet på X , dvs punkterna förskjuts mot lägre X -värden. Se ekv (47).

Under förutsättning av att definitionen (46) används innebär $X = 1,0$ att fortfarande luftporerna är tomma, dvs $\sigma_o = 2040 \text{ kp/cm}^2$. Om däremot ekv (47) används innebär $X = 1,0$ att gelen fyller allt utrymme, dvs $\sigma_o = 2390 \text{ kp/cm}^2$. Detta innebär att hållfastheten hos själva gelen för detta cement utgör $\approx 2390 \text{ kp/cm}^2$. (Obs: gelen ingår dock viss ohydratiserad cement.)

Beaudoin & Mac Innis /1971/ redovisas experiment av inverkan av olika tillstasmedel till betong på hållfasthets-porositets-förhållandet hos portland cement pasta.

En ekvation baserad på ekv (54), dvs med enbart gelporer i täljaren används för att representera försöksdata. Man använder dock en om-

skrivning av ekvationen på följande sätt:

$$X = \frac{10,40 \frac{\Delta w/c}{w_0/c}}{5,05 \frac{\Delta w/c}{w_0/c} + 1} \quad (62)$$

där Δw = volymen av kontraktionsporer, cm^3 .

$$\frac{\Delta w}{c} \approx 0,0625 \cdot \alpha \quad (63)$$

där α = hydratationsgrad definierad enligt ekv (52)

$$X = 1 \text{ när } \frac{\Delta w}{w_0} = 0,187$$

Representationen verkar märklig eftersom man helt försummar luftporerna, som i vissa blandningar uppgår till så pass höga värden som 21,5 %. En ekv av typ (55) hade varit rimligare. Resultat visas i fig 55 som hämtats direkt ur artikeln. Powers resultat från fig 49 tas som jämförelsebas.

Konstanterna k och k_a som anges i diagrammet utgör enligt Beadoin & Mac Innis /1971/ förhållandet mellan blandningsvatten och hydratvatten $k = \frac{w_0}{w_n} \approx 0,25$.

Detta måste naturligtvis vara en felskrivning eftersom hydratvattenmängden inte kan vara större än mängden blandningsvatten. k är istället förhållandet mellan kontraktionsporernas volym och hydratvattenmängden. Se Copeland /1956/.

$$k = \frac{\Delta w}{W_n} \approx 0,25 \quad (64)$$

Denna konstant kan rimligen inte förändras med vilket tillsatsmedel som används i den utsträckning som framgår av figur 55.

Att $k > 0,25$ i alla satser beror med säkerhet på att man alltid har luft i provkropparna vilket verkar skenbart höjande på dess värde.

Tas hänsyn till luftporerna genom att använda en ekv av typ (55) övergår parametern, ekv (62) till:

$$X = \frac{10,40 \frac{\Delta w/c}{w_o/c}}{5,05 \frac{\Delta w/c}{w_o/c} + 1 + \frac{l_o}{(w_o/c) \cdot c}} \quad (65)$$

4.1.12 Utökat "gel-space ratio".

En konsekvens av utnyttjandet av "gel-space ratio" enligt ekv (46) och (47) är att maximal hållfasthet skulle ha uppnåtts när gelen fyller allt tillgängligt utrymme oavsett hur mycket ohydratiserat cement som innesluts av gelen. Så t ex skulle enligt ekv (52) och (54) en cementpasta som är maximalt möjligt hydratiserad ha exakt samma hållfasthet för alla vattencementtal, $w_o/c < 0,40$. I verkligheten är ohydratiserade cementkorn inbakade i gelen. Dessa har en mycket hög hållfasthet $\approx 3500 \text{ kp/cm}^2$ enligt Newman /1968/. Detta är förklaringen till att mycket höga cementpastahållfastheter kan uppnås vid låga w_o/c dvs med en stor andel ohydratiserat cement. Abrams har uppnått 2800 kp/cm^2 vid ett $w_o/c = 0,08$, Newman /1968/.

En klar förbättring av "gel space ratio" torde därför vara att använda följande definition

$$X_2 = \frac{\text{gelvolym} + \text{ohydratiserad cementvolym}}{\text{totalvolym}} \quad (66)$$

Eller med beteckningar enligt ekv (52) och (55). Bergström /1967/

$$X_2 = \frac{0,34 \cdot \alpha + 0,32}{0,32 + w_o/c + l_o/c} \quad (67)$$

Härvid bibehålls tanken om gelporenas särställning på grund av deras

extrema litenhet. Man kan nu i analogi med ekv (48) uttrycka X_2

$$X_2 = \frac{\text{"Fast volym"}}{\text{Totalvolym}} = 1 - (P_p)_k \quad (68)$$

$(P_p)_k$ uttrycker verklig kapillär pastaporositet till skillnad från $(P_p^1)_k$. Värdena i figur 49 har omräknats enligt ekv (67) och införts i figur 56. Jämförelse med figur 49 visar att betydligt mindre spridningar erhålls med denna nya representation.

Enligt den nya definitionen på X ökar hållfastheten med minskande vattencementtal även under värdet $w_o/c = 0,40$. Genom att gelen aldrig kan fylla kontraktionsporerna och dessa inte inräknas i täljaren i ekv (66) kommer X vid maximalt möjlig hydratisering att bli beroende av w_o/c . $X_2 = 1$ uppnås först vid det hypotetiska ^{fallet} $w_o/c = 0$. Det är naturligtvis även möjligt att inkalkylera kontraktionsporerna i täljaren i ekv (66) i analogi med ekv (51) varvid $X_2 = 1$ kan uppnås vid alla vattencementtal.

I figur 57 har kurvan spegelvänts varvid faktorn $(P_p)_k$ används på x-axeln. Uppenbarligen kan resultatet anpassas såväl till Bal'shins ekv (6) som till den linjära ekv (15).

$$\sigma = \sigma_o \cdot X_2^m = \sigma_o \cdot (1 - (P_p)_k)^m \quad (69)$$

$$\begin{cases} \sigma_o = 1830 \text{ kp/cm}^2 \\ m = 3,39 \end{cases}$$

$$\sigma = \sigma_o \left(1 - \frac{(P_p)_k}{[(P_p)_k]_{KR}} \right) \quad (70)$$

$$\begin{cases} \sigma_o = 1340 \text{ kp/cm}^2 \\ [(P_p)_k]_{KR} = 0,529 \end{cases}$$

Det är intressant att notera att i jämförelse med fig 49 är σ_o högre, 1850 kp/cm^2 i jämförelse med 1195 kp/cm^2 , vilket naturligtvis

beror på att ohydratiserade cementkorns hållfasthet inkalkylerats. Dessutom, vilket är intressantare, så har värdet på m ökat från 2,6 till 3,39, dvs "känsligheten för porer" är större.

Bergström /1971/ har föreslagit en ännu enklare och mera logisk definition av "gel-space-ratio" (som med hans definition egentligen inte är något "gel-space-ratio" alls). Förutsätter man att alla typer av porer påverkar hållfastheten på samma sätt kan X definieras:

$$X_3 = \frac{\text{total fast pastavolym}}{\text{total volym}} \quad (71)$$

Eller med beteckningar enligt ekv (52) och (55). Bergström /1967/.

$$X_3 = \frac{0,19\alpha + 0,32}{0,32 + w_o/c + l_o/c} \quad (72)$$

Denna definition innebär att:

$$X_3 = 1 - P_p \quad (73)$$

Data från fig 49 omräknade enligt ekv (72) visas i fig 58.

Uppenbarligen går det mycket bra även nu att anpassa en ekv av typ (6) eller (15).

$$\sigma = \sigma_o (1 - P_p)^m \quad (74)$$

$$\text{där} \begin{cases} \sigma_o \approx 3590 \text{ kp/cm}^2 \\ m = 3,39 \end{cases}$$

$$\sigma = \sigma_o \left(1 - \frac{P_p}{(P_p)_{KR}} \right) \quad (75)$$

$$\text{där} \begin{cases} \sigma_o = 1920 \text{ kp/cm}^2 \\ (P_p)_{KR} = 0,625 \end{cases}$$

Detta antyder att typ av porer inte skulle ha någon betydelse för hållfasthets-porositets-kurvan vilket rent praktiskt innebär att en definition av typ ekv (71) är överlägsen de övriga eftersom den tar hänsyn till all porositet.

Det förhållandet att gelporerna kanske inte har någon särställning vad beträffar hållfasthet gentemot andra porer i cementpastan stöds för övrigt av data redovisade av Feldman & Sereda /1970/. Dessa försök redovisas nedan på sid 151 varvid de diskuteras.

σ_0 motsvarar i ekv (74) fasta materialets hållfasthet varvid mikrosprickor ingår i fasta materialet.

En fördel med definitionen X_3 är att själva gelens porositet inte kommer att påverka σ_0 -värdet varför resonemang av den typ som genomfördes på sid 48ff. inte längre är nödvändigt. Alla cementsorter bör ha samma σ_0 -värde. Detta gäller åtminstone för ren cementpasta. Vid inblandning av ballast kan eventuellt olika cementtyper ge olika σ_0 -värden beroende på olika affinitet till ballasten och på att ballastinblandning medför spänningskoncentrationer. σ_0 -värdet kommer dessutom i dessa fall att påverkas av förekomsten av mikrosprickor i ballasten.

Fig 58 visar för övrigt just den stora inverkan av ballast på σ_0 -värdena;

$$\begin{array}{ll} \text{med ballast} & \sigma_0 \approx 3\,590 \text{ kp/cm}^2 \\ \text{utan ballast} & \sigma_0 \approx 8\,800 \text{ kp/cm}^2 \end{array}$$

σ_0 i ekv (73) motsvarar enbart $\sigma - P_p$ -linjens skärning med σ -axeln.

Konstanten m har inte ändrats från fig 57.

Parametervärden för σ_0 , m och P_{KR} enligt de tre definitionerna X_1 , X_2 och X_3 tabelleras i tabell 9.

Tabell 9

X	σ_0 kp/cm ²		m	P_{KR}	Anm
	ekv (6)	ekv (15)			
X_1 ekv (51) och (53)	1195	≈ 1050	2,60	$\approx 0,430$	σ_0 = gelens hållf inkl gel- och kontraktionsporer
X_2 ekv (66) och (67)	1830	1340	3,39	0,529	
X_3 ekv (71) och (72)	3590	1920	3,39	0,625	σ_0 = fasta fasens hållfasthet inkl mikrosprickor

Parametern X_3 har för övrigt använts av Wischers /1961/ för cementpasta. Följande samband befanns gälla:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot X_3^m = \sigma_0 (1 - P)^m \quad (76)$$

där $\begin{cases} \sigma_0 = 3100 \text{ kp/cm}^2 = \text{fasta fasens hållfasthet} \\ m = 2,7 \text{ dvs ett relativt lågt värde} \end{cases}$

Ekv (76) \equiv Bal'shins ekv (6) eftersom ingen ballast är närvarande. Sambandet mellan de tre parametrarna X_1 ; X_2 och X_3 har ritats ut i fig 59. För att formen på kurvorna i intervallat $0 < X_1 < 1$ skall kunna jämföras har X_2 och X_3 förstorats till att ge värdena 1 när $\sigma = \sigma_0$ enl def X_1 . Principen framgår av den undre figuren. Det visar sig att definitionerna X_2 och X_3 ger samma kurvform vilket också framgår av att de ger samma exponent $m = 3,39$ i Bal'shins ekv (6). Däremot överensstämmer X_1 med de båda övriga definitionerna enbart

vid fullständig hydratisering. I övrigt är X_2 och X_3 större än X_1 . Detta gör att exponenten m blir lägre, $m = 2,6$, vid definition X_1 .

4.1.13 Synpunkter på komplexet hållfasthet-porositet-cementpastamängd och ballasttyp hos cementbruk och betong.

Fortsättningsvis utvecklas en del egna tankar om sambandet hållfasthet-porositet hos cementpasta-bruk och betong.

Tanken är att göra en syntes av Powers gel-space-ratio och av samband mellan porositet och hållfasthet hos olika betonger vid samma ålder där i syntesen ingår effekten av olika ballastmängder, av ballastens struktur, porositet och storlek och av lufthalt.

Med "gel-space ratio" som det hittills har använts tas ingen hänsyn till totala porositeten i materialet utan bara till själva cementlim-mets porositet. Detta är en klar svaghet. Man finner t ex av fig 49 att den rena cementpastan har en annan hållfasthets-porositetskurva än bruken som har cementpastahalter mellan 39 % - 53 %. Kanske är det en slump att just parametern "gel-space-ratio" ger en gemensam kurva för alla tre bruken.

Till en början görs en beräkning av brukens totala porositeter. Denna fås lätt ur ekv (72) genom följande ekvation:

$$P = (1 - X_3) \cdot V_p \quad (77)$$

där V_p = cementpastaandelen.

Sambandet tryckhållfasthet - total porositet har utritats i fig 60 . Man ser härav att man får en kurva = linje för varje blandning och att ju mera ballast blandningen innehåller desto lägre blir hållfastheten. Linjerna har approximativt samma vinkelkoefficient. Deras ekvation av typ (15) har beräknats med minsta kvadratmetoden varvid mycket

god korrelation uppnåddes i samtliga fall.

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{P}{P_{KR}} \right) \quad (15)$$

där σ_0 och P_{KR} har karakteristiska värden för varje blandning och lutningskoefficienten hos linjen beror på cementtypen och ev på ballast-typen.

Man kan också uttrycka hållfastheten som funktion av den totala kapillära porositeten.

$$P_k = (1 - X_2) \cdot V_p \quad (78)$$

Resultatet visas i fig 61 som överensstämmer kvalitativt med fig 60 fastän värdena σ_0 och $(P_k)_{KR}$ naturligtvis är lägre genom att nu gel-porerna inräknas i det fasta materialet.

Fortsättningsvis diskuteras faktorer som påverkar värdet på den kritiska porositeten och på hållfasthets-porositetskurvans form. Inverkan på hållfasthets-porositetskurvan av ballastens storlek och egenskaper diskuteras också utförligt.

4.1.131 Den kritiska porositeten

Man bör observera att P_{KR} enligt ekvation (15) enbart motsvarar skärningen med axeln $\sigma = 0$.

Det kan emellertid vara intressant att jämföra de empiriskt beräknade P_{KR} i fig 60 med den begynnelseporositet, P_0 , respektive blandning har före någon hydrataation alls.

Bergström /1967/ anger följande uttryck för porositeten hos en betong eller ett cementbruk.

$$P = C(w_o/c - 0,19 \cdot \alpha) + l_o \quad (79)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} C \text{ är cementhalt, m}^3/\text{m}^3 \text{ betong} \\ \alpha \text{ är hydratationsgrad. Se ekv (41)} \\ l_o \text{ är lufthalt i färsk betong, m}^3/\text{m}^3 \text{ betong} \end{array} \right.$

I ekvationen måste rätt sorter insättas.

Vid P_o är $\alpha = 0$

$$P_o = C \cdot w_o/c + l_o \quad (80)$$

Värden på P_o är införda i tabell 10

Tabell 10

Blandning	P_{KR} ur fig 60	P_o vid hydr grad $\alpha=0$, ekv (80)	P_{KR} Beräknad enl nedan ekv (83)
Ren cementpasta	0,415	0,458	0,423
Blandning A	0,288	0,286	0,266
" B	0,255	0,273	0,253
" C	0,242	0,260	0,240

Begynnelseporositeterna är något större än de empiriska P_{KR} .

Uppenbarligen erfordras en viss hydratation dvs porositetsminskning innan någon mätbar hållfasthet uppnås. Detta visas också av Powers & Brownyard /1948/. Ur deras data finner man att följande samband gäller när hållfastheten är noll:

$$\frac{V_m}{w_o} = 0,03 \quad (81)$$

där V_m = cementgelens yta uttryckt i adsorberat vattenmängd när ytan täcks av ett lager adsorbat, g.

$$\text{men} \quad \frac{V_m}{w_n} = k \approx 0,26 \quad (58)$$

$$\text{och} \quad \alpha = \frac{w_n}{0,25 \cdot c} \quad (41)$$

Ur ekv (81), (58) och (41) kan således härledas följande samband mellan hydratationsgrad för att uppnå nämnvärd kohesion och vattencementtalet.

$$\alpha = 0,46 w_o/c \quad (82)$$

Den kritiska porositeten blir därför efter insättning av (82) i (79)

$$P_{KR} = 0,913 \cdot C \cdot w_o/c + 1_o \quad (83)$$

Redan ur denna teoretiska ekvation framgår alltså att P_{KR} bör bli beroende av mängd ballast via cementhalten och w_o/c och att därigenom även olika σ - P -kurvor bör gälla för olika mängd ballast.

Värden beräknade ur ekv (83) har införts i tabell 10. Överensstämmelsen mellan beräknad P_{KR} och empiriskt bestämd är mycket god.

Troligen ger dock ekv (83) för lågt P_{KR} vid blandningar med höga w_o/c . Ekv (83) innebär nämligen att högre hydratationsgrad erfordras ju högre w_o/c är för att hållfasthet skall erhållas. Powers & Brownys blandningar hade nämligen ett maximalt $w_o/c = 0,59$. Dessutom ger ekvationen troligen för låga värden vid höga ballasthalter eftersom man då kan tänka sig att på grund av direktkontakt mellan enskilda ballastkorn en mindre hydratationsgrad än $0,46 w_o/c$ ger hållfasthet.

Ödegaard /1962/ har för övrigt påvisat att nämnvärd hållfasthet hos betong börjar utvecklas ungefär 6 timmar efter gjutning varefter den stiger tämligen raskt för att efter ungefär ett dygn uppgå till ungefär 40 % av 7-dygns hållfastheten.

Ekvationerna (80) och (83) kan därför betecknas som gränsvärden för värdena på P_{KR} där ekv (83) gäller för feta blandningar med låg ballasthalt medan för magra blandningar någon form av medelvärde mellan ekv (80) och (83) gäller t ex:

$$P_{KR} = 0,956 \cdot C \cdot w_0 / c + 1_0 \quad (84)$$

För att inga missförstånd skall uppstå måste nu poängteras att de kritiska porositeter, som fås ur ekv (80), (83) och (84) inte alls behöver motsvara hållfasthets-porositets-linjens skärningspunkt med axeln $\sigma = 0$. Vore det så skulle nämligen hållfasthetens beroende av ballastmängden enbart vara en funktion av att en förändrad ballastmängd förändrar värdet på P_{KR} . Överensstämmelsen enligt tabell 10 kan vara slumpmässig.

Man kan nämligen få exakt samma värde på P_{KR} enligt ekvationen ovan vid varierande cementpastaandelar genom variationer i vattenhalten och cementhalten, dvs genom variationer i t ex konsistensen vid konstant ballastgradering. Omvänt kan samma cementpastaandel ge varierande värden på P_{KR} beräknade enligt ekvationerna.

I figur 62 visas tänkbara samband hållfasthet-porositet vid samma cementpastaandel med olika blandningsförutsättningar beträffande vatten- och cementhalt.

Kurvorna viker av mot de teoretiska P_{KR} som alltså motsvarar porositeten vid färsk ålder. $(P_{KR})_1$ gäller för en betong med högt, och $(P_{KR})_2$ för en betong med lågt vattencementtal eller hög lufthalt. Differensen mellan $(P_{KR})_1$ och $(P_{KR})_2$ är emellertid inte så stor vid samma ballastmängd- och gradering. Plum /1950/ visar att en mycket stor konsistensvariation erhålls med en vattenhaltsvariation av enbart 25 l/m³ under dessa förhållanden. Detta ger en variation i beräknat P_{KR} av $\approx 2\text{ à }2,5 \%$.

Vid mindre konsistensvariationer och konstant lufthalt blir variationen i P_{KR} betydligt mindre.

Det är emellertid inte uppenbart att samma hållfasthets - porositetslinje bibehålls vid varierande konsistenser men konstant cementpastaandel enligt vad som antyds av figur 62. En lösare konsistens kan t ex medföra att linjen sänks på grund av att svaghetszoner utbildas mellan sten och cementpasta. Principiellt sett behöver inte heller linjens skärningspunkt P_{KR} ligga mellan $(P_{KR})_1$ och $(P_{KR})_2$. Dess höjdläge blir beroende av ballastens stenstorlek, ballasttyp och konsistens liksom av den ingående pastans hållfasthet. Nedan diskuteras dessa förhållanden närmare varvid även tabell 10 kan i viss mån förklaras.

Även för cementpastors kritiska porositeter kan ekvation (83) användas. Genom att anta en specifik volym hos cementet av $0,32 \text{ cm}^3/\text{g}$ och en lufthalt $l_0 \approx 6\%$ fås kritiska porositeten hos cementpasta enligt fig 63. En betongs kritiska porositet fås genom att multiplicera värden enligt figur 63 för den aktuella cementpastans kritiska porositet med cementpastahalten. Eventuellt med en viss höjning enligt resonemanget ovan (ekv (84) i jämförelse med ekv (83)).

Figuren visar tydligt att det är alldeles orimligt att tänka sig att exakt samma hållfasthet-porositetskurva skulle gälla för alla cementpastor eller utsträckt för alla cementbruk och betonger ens när dessa har samma ballasthalt såvida alla grader av härdning förekommer.

Däremot är det fullt rimligt att tänka sig att en och samma kurva gäller för t ex cementpasta av samma cementtyp med olika porositeter med samma grad av härdning. Se diskussionen ovan i samband med Bajza's resultat fig 44. Nedan kommer cementpastans hållfasthet-porositetskurva att behandlas ytterligare.

4.1.132 Ballastmängdens inverkan på tryckhållfastheten

Vidhäftning sten-pasta.

Värdet σ_0 hos den rena cementpastan har egentligen ingen fysikalisk innebörd. Den motsvarar den geometriska punkt där $\sigma - P$ -kurvan skär σ -axeln.

Många gånger tidigare har dock påpekats att känsligheten för porer ökar med minskande porositet.

Data enligt fig 60 kan därför också anpassas till en krökt ekvation av typ Bal'shin, ekv (6). Fig 60 visar nämligen samma data som fig 58. Enda förändringen är en förskjutning av alla punkter mot lägre porositet med en och samma faktor.

Därför bör det gälla:

$$\sigma = \sigma_0 (1 - P)^m \quad (6)$$

Värdet på m blir emellertid mycket stort, för den rena cementpastan av storleksordningen $m = 6$.

Såväl σ_0 - som m -värdet blir mycket osäkert genom att det endast finns mätdata för ett snävt porositetsintervall.

σ_0 enligt denna ekvation har en större fysikalisk innebörd än enl ekv (15). För den rena cementpastan bör den motsvara hållfastheten hos den fasta gelen inklusive ohydratiserade cementkorn vilket bör ge samma σ_0 -värde för alla cementtyper.

För cementbruket påverkar dessutom förbandet ballastkorn - cementpasta och mikrosprickor i ballasten. Här kan eventuellt även cementtyp och ballasttyp spela en roll.

Uppenbarligen är ballastens påverkan på σ_0 -värdet mycket stor. Troligen beroer ballastens hållfasthetssänkande effekt på att svaghetszoner uppstår mellan ballastkorn och cementgelen. Det visar sig också att brottytan hos en betong med icke porös ballast normalt utgörs av ett vidhäftningsbrott mellan sten och cementpasta. Ett exempel på detta visas i fig 64. Bilden är fotograferad i ett svepelektronmikroskop och visar ett spjälkbrott i ett cementbruk. Som synes är sandkornet helt frilagt samtidigt som en tydlig svaghetszon kan ses mellan korn och cementpastan.

Felställen under och vid sidan om stenar i betong har direkt observerats av bl a Bhargava /1971/ med hjälp av röntgenteknik. Bhargava konkluderar att dessa "diskontinuiteter" med hög porositet "troligen bildas i den färskas betongen, antingen p g a vattenseparationsfickor under stenar eller p g a krympning i vilket fall deras utbredning är mera randomiserad. Senare allteftersom hydrattationen fortskrider fylls diskontinuiteterna med hydratationsprodukter till olika grad." Bhargava visar också att felställen får olika struktur vid olika betongkvaliteter. Vid en K 600-betong är de korta, tunna och mindre porösa än vid en K 250-betong där de dessutom är bredare. Bhargava har dessutom funnit att i partier med tätt liggande stora stenar blir den mellanliggande pastan mycket porös.

Röntgenstudier av brottutbredning i betong som bestyrker att fasgränserna sten-pasta utgör svaga zoner visas också av Shah & Slate /1968/ och Forrester /1968/. Mera direkt har dessa diskontinuiteter studerats av författaren med svepelektronmikroskop på cement- och kalkcementbruk. Se figurer 64 och 65.

Lyubimova & Pinus /1962/ har mätt mikrohården hos gränssytan mellan sten och pasta och funnit hårdhetsreduktioner av storleksordningen 50 % på ett avstånd av ungefär 20 μ från fasgränsen. Även i ballasten sker en viss reduktion av hårdheten. (I vissa fall förekommer dock även hårdhetsökningar).

Alexander et al /1965/ har visat att tryckhållfastheten hos en betong är direkt proportionell mot mängden ballast som bryts av vid ett böjdragprov, dvs den är direkt proportionell mot ballastens vidhäftning.

$$\sigma_B = k_1 + k_2 \cdot (V_B)_{BR} \quad (85)$$

där

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_B = \text{tryckhållfasthet hos betong} \\ (V_B)_{BR} = \text{procent avbruten ballast vid böjdragning} \\ k_1 = 152 \text{ kp/cm}^2 \\ k_2 = 30,3 \end{array} \right\} \text{vid aktuell ballast och pasta}$$

Konstanterna k_1 och k_2 blir naturligtvis beroende av betongsammansättningen. Man får heller inte glömma att en ökad vidhäftningshållfasthet vilken alltså ger sig uttryck i att allt mera av ballasten bryts vid en viss stentyp är direkt avhängig av en ökning av själva cementpastans hållfasthet. Troligen är därför rent av större delen av hållfasthetsökningen enligt ekv (85) beroende av en höjning av cementpasta-hållfastheten och inte av vidhäftningshållfastheten.

Nepper-Christensen & Nielsen /1969/ har på ett utmärkt sätt åskådliggjort vidhäftningens mellan sten och cementpasta fundamentala betydelse för hållfastheten hos betong. (Försöken har sedermera kritiserats, Darwin & Slate /1970/). Författarna har tillverkat betong med grov ballast av glaskulor med diameter 16 mm, som dels varit obehandlade, dels varit behandlade med en plasthinna för reduktion av vidhäftningen. Hållfastheten vid obehandlade kulor var upp till 2,5 gånger större än vid behandlade. Det bör observeras att porositeterna var exakt desamma i jämförbara prover. Detta bekräftar alltså den iakttagelse som så klart framgår av fig 60: Det är inte enbart den totala porositeten som är avgörande för hållfastheten hos en betong eller ett bruk utan också i mycket hög grad mängd och typ ballast.

Författarna drar ytterligare en mycket intressant konklusion som delvis bekräftar ett kommande resonemang: "Hållfasthetsreduktionen är nästan

proportionell mot volymandelen glaskulor i betongen". Detta visas i fig 66 som är plottad ur undersökningen. Observera att även vid obehandlade glaskulor minskar hållfastheten med mängden glaskulor, dock ej i samma grad som vid behandlade kulor.

Författarna uttrycker ovanstående förhållande med följande linjära ekvation

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = 1 + n \cdot b \quad (86)$$

där σ_a = hållfasthet med obehandlade kulor
 σ_b = " " behandlade "
 n = volymandelen kulor
 b = ett dimensionslöst mått på vidhäftningen kula - bruk

$$b = \frac{\sigma_v}{\sigma_m} \quad (87)$$

där σ_v = vidhäftningsspänningen
 σ_m = brukets hållfasthet

Resultatet uttryckt enligt ekv (86) visas i fig 67 där försöksresultaten mycket väl anpassar sig till de teoretiska linjerna. Sedermera har resultaten ovan kritiserats, se nedan sid 86.

Uppenbarligen bestäms alltså kompositmaterialets, i detta fall betongens eller brukets, hållfasthet av kontaktfasen mellan de olika faserna i kombination med den totala porositeten.

Samtidigt som tydligen vidhäftningen ofta blir svagare än de vidhäftande faserna, uppstår stora spänningskoncentrationer i fasgränsen på grund av olikheter i elasticitetsegenskaper. Spänningsfördelningen mellan stenar och cementpasta i en betong har bl a utretts av Dantu /1958/ genom fotoelastiska mätningar. Dantu fann att maximaltöjningen i fasgränsen hos en axiellt tryckbelastad betongprovkropp var 4,6 gånger större än medeltöjningen i provkroppen. Hirsch /1962/ har sedermera utvecklat en matematisk beräkningsmodell för spänningsfördelningen i en betong på grundval av Dantus arbete.

Alexander et al /1965/ har visat att vidhäftningen hos ballast av magma-bergarter vid konstanta förhållanden är direkt proportionell mot mängden kisel syra i bergarten. Författarna anger ett samband av följande typ för vidhäftningsspänningen σ_v som ett medelvärde av värdena vid 7 och 28 dygns ålder:

$$\sigma_v = k \cdot V_{Si} \quad (88)$$

där
$$\left\{ \begin{array}{l} V_{Si} = \text{volymandel kisel i bergarten i \%} \\ k = \text{konstant} \approx 1,6 \text{ kp/cm}^2\% \text{ Si vid aktuell cementpasta} \end{array} \right.$$

Vidhäftningsspänningen bestäms härvid med ett speciellt böj försök.

Uppenbarligen blir vidhäftningarna ganska små.

Ballasttypens avgörande betydelse för framförallt draghållfastheten hos betong har visats även av Johnston /1970/.

Ett annat intressant resultat ur Alexander et al /1965/ är att vid konstant vattencementtal är vidhäftningsspänningen direkt proportionell mot cementpastans hållfasthet men avsevärt lägre än denna. Följande ungefärliga samband gäller för 8 olika cement vid $w_o/c = 0,35$ och en viss ballasttyp och cementtyp. Cementpastaåldern är 28 dygn.

$$\sigma_v = k_1 \cdot \sigma_p - k_2 \quad (89)$$

där
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_p = \text{pastans tryckhållfasthet} \\ k_1 \approx 0,153 \\ k_2 \approx 70,3 \text{ kp/cm}^2 \end{array} \right\} \text{ för aktuell cementpasta}$$

Detta innebär att ett cement som ger en hög hållfasthet även ger en god vidhäftning.

Vidhäftningshållfastheten vid böjning för samma data som i ekv (89) utgör i medeltal enbart 72% av cementpastans böj draghållfasthet. Detta gäller såväl vid 7 som vid 28 dygns ålder vilket är ett intressant resultat.

Alexander et al /1965/ påvisar också det mycket märkliga förhållandet att tillväxten av vidhäftning är så gott som oberoende av lagringstemperaturen. Tillväxt av vidhäftningshållfasthet sker för övrigt upp till 7 dygns ålder långsammare än tillväxt i böjdraghållfasthet, därefter i ungefär samma takt.

Ekvation (89) gäller enbart för ett enda vattencementtal. Hållfasthetsvariationen blir därför alldeles för måttlig för att man skall kunna extrapolera hållfastheten ur denna ekvation ända ner till mycket låga cementpastahållfastheter dvs höga vattencementtal. Bl a indikerar ekvationen att mycket höga tryckhållfastheter måste uppnås innan någon vidhäftning utbildas.

Ur data från Alexander et al /1965/ för ett visst cement kan sambandet tryckhållfasthet - vidhäftningshållfasthet hos cementpastor av olika kvalitet plottas. Detta har gjorts i fig 68. Sambandet $\sigma_v - \sigma_p$ är rätlinjigt upp till cementpastahållfastheter av ungefär 300 kp/cm² därefter alltmera krökt.

Det rätlinjiga sambandet kan formuleras:

$$\sigma_v = k_3 \cdot \sigma_p - k_4 \quad (90)$$

I figuren har inlagts två linjer varvid följande konstantvärden erhålls:

$$\begin{aligned} \text{genom origo} \quad & \begin{cases} k_3 \approx 0,14 \\ k_4 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} k_3 \approx 0,17 \\ k_4 = 7 \text{ kp/cm}^2 \end{cases} \end{aligned}$$

Ett krökt samband kan möjligen ges följande form:

$$\sigma_v = k_5 \cdot \sigma_p^{k_6} - k_7 \quad (91)$$

Ovanstående ekvation har anpassats vid $w_0/c = 0,60$ och $0,40$ med konstanten $k_5 = 0$. Följande konstantvärden erhålls.

$$\begin{cases} k_6 \approx 1,4 \\ k_7 \approx 0,61 \end{cases}$$

Sambandet påminner i denna utformning om samband som ofta erhålls mellan böjdraghållfasthet och tryckhållfasthet hos betong. Se nedan sid 77. Malhotra & Zoldners /1967/, Komloš /1970/.

Anpassningen blir emellertid bristfällig vid små hållfastheter. Här ger linjen bättre resultat. Data i fig 68 gäller enbart för en viss typ av ballast och en viss stenstorlek. Författarna anger tyvärr inte vilken ballasttyp som använts.

Ett väsentligt resultat av fig 68 är att vidhäftningshållfastheten utgör en allt mindre andel av tryckhållfastheten ju högre denna är.

I analogi med böjdraghållfasthet (se nedan) torde dessutom andelen minskas med ökande ålder. Data i fig 68 utför 7-dygnsvärden.

Försöken ovan har utförts som böjdragförsök. Författarna har emellertid även gjort rena skjuvtester. Vidhäftningshållfastheten vid skjuvning och vid böjning befanns vara lika med utmärkt korrelation.

Vidhäftningshållfastheten är troligen normalt mindre än böjdraghållfastheten hos pastan. Detta kommer att diskuteras senare. Ur författarnas data har sambandet mellan de båda hållfastheterna utritats. Se fig 69.

I figurerna har ett linjärt samband inlagts.

$$\sigma_v = k_8 \cdot \sigma_{BD} - k_9 \quad (92)$$

Följande konstantvärden erhålls

$$\begin{cases} k_8 \approx 0,73 \\ k_9 = 4 \text{ kp/cm}^2 \end{cases}$$

Även här finns en tendens till krokigt samband vid höga böjdraghållfastheter.

Förhållandet mellan vidhäftnings- och böjdraghållfasthet är alltså 0,73 för den aktuella ballasten men påverkas starkt av dennas typ.

Ekvationerna (90) och (92) döljer implicit en porositetspåverkan.

En förändring av porositeten hos en cementpasta förändrar dess hållfasthet. Ekvationerna visar då att vidhäftningsspänningen förändras proportionellt mot pastans hållfasthetsförändring.

Alexander et al /1965/ har även studerat effekten av ballastens ytråhet. Det visar sig att naturrå, slipad och sågad yta ger liknande vidhäftning. Polerade ytor sänker dock vidhäftningshållfastheten med ungefär 34%. Det bör dock observeras att de använda vattencementtalen är låga, 0,35, varför nämnvärd vattenseparation inte behöver befaras. Författarna konkluderar dock att "mekanisk låsning" uppenbarligen inte erfordras för vidhäftning.

Författarna studerade även inverkan av ballastens storlek men detta behandlas närmare i punkt 4.1.135 nedan.

Modell för betongs hållfasthet

Man borde kunna uttrycka betongens tryckhållfasthet som summan av pastans draghållfasthet och vidhäftningen mellan sten och pasta, vardera hållfasthet proportionerad mot mängden av respektive fas. Tryckbrottet vid enaxligt spänningstillstånd förorsakas nämligen av ett dragbrott vinkelrätt mot tryckspänningen.

Enligt en av de mest fundamentala stereometriskalagarna gäller för ett godtyckligt tvärsnitt i ett heterogent material (i detta fall brottytan som här antas vara plan i en betongprovkropp).

$$(1 - V_p) = \frac{A_p}{A} \quad (93)$$

där

$$\begin{cases} V_p = \text{cementpastafraktionen} \\ A_p = \text{summa snittad partikelfasyta} = \text{ballastyta} \\ A = \text{provkroppsytan (brottytan)} \end{cases}$$

Man får då följande samband för betongens tryckhållfasthet vid överstark ballast.

$$\sigma_B = k_{10} + k_{11} \cdot V_p \cdot (\sigma_p)_{BD} + k_{12} (1 - V_p) \cdot \sigma_v \quad (94)$$

där V_p = mängden cementpasta

Alexander et al /1965/ anger följande samband för tryckhållfastheten baserade på försök:

$$\sigma_B = 33,8 + 2,08 \cdot (\sigma_p)_{BD} + 1,02 \cdot \sigma_v \quad (95)$$

och för böjdraghållfastheten:

$$\sigma_{BD} = 20,4 + 0,318 \cdot (\sigma_p)_{BD} + 0,162 \cdot \sigma_v \quad (96)$$

Ekv (95) har visat sig användbar i vattencementtalintervallet 0,35 - 0,75. Möjligen antyder den för låga hållfastheter vid höga vattencementtal.

Ekv (95) tar ingen hänsyn till varierande cementpastahalter. Sätts cementpastahalten i Alexanders et al betonger till det rimliga värdet 30 % så fås följande värden på konstanterna k_{11} och k_{12} genom jämförelse mellan ekv (94) och (95).

$$k_{11} = \frac{2,08}{V_p} = \frac{2,08}{0,30} = 6,93 \quad (97)$$

$$k_{12} = \frac{1,02}{1-V_p} = \frac{1,02}{0,70} = 1,46 \quad (98)$$

Användningen av böjspänningen för såväl pastahållfasthet som för vidhäftningshållfasthet kan verka suspekt eftersom det rimligen borde vara rena draghållfastheten som bestämmer tryckhållfastheten vid enaxiell

tryckbelastning.

Ett flertal undersökningar på betong antyder emellertid att ett rent linjärt förhållande råder mellan ren draghållfasthet och böjdraghållfasthet även vid varierande ålder hos betongen. Så t ex anger Komloš /1970/ ett uttryck av följande typ:

$$\sigma_{BD} = k_{13} \cdot \sigma_{DR} - k_{14} \quad (99)$$

där

$$\begin{cases} k_{13} = 2,41 \text{ à } 2,43 \\ k_{14} = \begin{cases} 10,2 \text{ kp/cm}^2 & \text{vid rena dragförsök} \\ 11,7 \text{ "} & \text{" spräckförsök} \end{cases} \end{cases}$$

Komloš försök gäller för tre olika vattencementtal med samma ballasttyp.

Storleken av konstanten k_{13} är dock mycket osäker. Malhotra & Zoldners /1967/ anger följande data för konstanterna k_{13} och k_{14} där k_{13} skiljer sig markant från värdet ovan.

$$\begin{cases} k_{13} = \begin{cases} 1,30 & \text{vid "ringdragförsök"} \\ 1,80 & \text{vid spräckförsök} \end{cases} \\ k_{14} = - 2,8 \text{ kp/cm}^2 \end{cases}$$

Även dessa värden gäller för betong, med vattencementtal mellan 0,31 till 1,03 och med variabel ballasthalt, men enbart vid 28 dygns ålder.

För vidare försök hänvisas till bl a Bonzel /1964/, Parrott /1969/ och Bhargava et al /1971/.

Även σ_v i ekvationerna (89) - (92) har bestämts med böjförsök.

I analogi med vad som gäller för draghållfasthet torde det råda ett någorlunda rätlinjigt samband mellan vidhåftningshållfasthet vid ren

dragning och vid böjning. Därför antas en ekvation av typ (99) gälla även för vidhäftningshållfastheten.

Såväl ekv (95) som (96) antyder att betonghållfasthetens känslighet för cementpastans hållfasthet är dubbelt så stor som för vidhäftningen.

Att vidhäftningshållfastheten ger ett relativt sett mindre bidrag till totalhållfastheten än pastans draghållfasthet är egentligen ganska lättförklarligt.

Som nämnts tidigare, sid 68, har Dantu /1958/ visat att maximaltöjningen fasgränsen vid sten-pasta är avsevärt mycket större än i cementpastan i genomsnitt. Dantu anger förhållandet töjning i fasgräns: töjning i genomsnitt i betongen till 4,6. Töjningstypen är uppenbarligen tryck eftersom det är fråga om en tryckbelastning i provkroppen. Man kan emellertid göra det approximativa antagandet att de sekundära dragspänningarna blir proportionella mot tryckspänningarna. Man kan dessutom göra det något tvivelaktiga antagandet att medelspänningen i cementpastan är lika med medelspänningen i betongen. Förhållandet mellan dragspänning i pastan vid fasgränsen och dragspänning i pastan i övrigt blir då maximalt 4,6. Vid en viss belastning i betongen utnyttjas alltså vidhäftningshållfastheten hårdare än pastans drag-hållfasthet. Det är intressant att notera att förhållandet mellan konstanterna k_{11} och k_{12} vilka uttrycker bidraget per volymsenhet för vardera hållfastheten är $6,93:1,46 = 4,75$, dvs ungefär samma förhållande som mellan de approximativt bestämda spänningarna.

En ekvation av typ (94) liksom resonemanget ovan lider naturligtvis av en del brister. För det första förutsätts att när brott initieras vid fasgränsen på grund av de där rådande spänningskoncentrationerna kan en spänning motsvarande vidhäftningshållfastheten fortfarande bäras. En "flyttled" utbildas i fasgränsen med alltmer ökande plasticering. När belastningen i betongen ökas upptas den enbart i cementpastan. Brott i betongen sker när även cementpastans draghållfasthet uppnås. För det andra förutsätts att konstanterna k_{11} och k_{12} verkligen är kons-

tanter. Det är naturligtvis rimligare att anta att de för det första påverkas av de relativa elasticitetsegenskaperna hos cementpasta resp ballast för det andra blir beroende av ballastorlek och ballastmängd. Tills vidare antas de dock vara konstanter.

Konstantvärdena är 6,5 gånger större i ekv (95) än i ekv (96). Detta beror naturligtvis på att brott enligt ekv (95) initieras av sekundära dragspänningar medan det i ekv (96) beror på direkta dragspänningar.

Relativa sekundära dragspänningar kan approximativt beräknas ur Poisson's tal. Detta utgör vid momentanlast enligt Davis & Troxell /1929/ 0,15 à 0,17 vid 28 dygns ålder och vid måttliga spänningar i betongen. Det ökar något med ökande ålder och vid ökande last. Det tycks inte påverkas nämnvärt av betongsammansättning och hållfasthet. Andra författare anger något annorlunda värden. Anson /1964/ anger t ex att det påverkas av mängden ballast enligt ekvationen ;

$$v_B = v_p \cdot v_p^n \quad (100)$$

där

$$\begin{cases} v_B = \text{betongens poisson's tal} \\ v_p = \text{cementpastans poisson's tal} \\ n = \text{konstant} = 0,42 \end{cases}$$

Denna ekvation ger emellertid också $v_B = 0,15$ vid en cementpastahalt av 30 %.

Sätts betongen E-modul vid dragning lika med dess E-modul vid tryck blir alltså förhållandet mellan tryckspänningar och dragspänningar just $\frac{1}{0,15} = 6,67$ dvs ungefär detsamma som förhållandet mellan konstanterna i ekv (95) och (96).

Såväl ekv (95) som (96) ger hållfasthet även när $(\sigma_p)_{BD}$ och σ_v båda är noll. Naturligtvis viker hållfasthetskurvorna av mot noll när de

båda draghållfastheterna går mot noll, dvs vid färsk ålder hos betongen. De linjära förhållandena gäller först när ett visst mått av kohesion har utbildats.

Förbluffande är det höga värdet på σ_{BD} vid den förlängda linjens skärningspunkt med σ_{BD} -axeln.

Enligt resultat för cementpasta sammanställda av Alexander et al /1965/ är förhållandet böjdraghållfasthet till tryckhållfasthet i medeltal 16,6 % vid 7 dygns ålder och en medeltryckhållfasthet av 555 kp/cm² och 11,8 % vid 28 dygns ålder och en medeltryckhållfasthet av 970 kp/cm².

Författarna har även studerat sambandet mellan de båda hållfastheterna hos ett cement vid 7 dygns ålder och vid varierande vattencementtal. Resultatet plottas i fig 70 .

Ur ekv (99) och (92) (fig 70) fås ett linjärt samband som lagts in i figuren.

$$\sigma_{BD} = k_{15} \cdot \sigma_p \quad (101)$$

$$\text{där} \quad k_{15} \approx \frac{0,16}{0,73} = 0,226$$

Uppenbarligen gäller det linjära sambandet enbart upp till en hållfasthet av ungefär 300 kp/cm² därefter kröker det. Det verkar dock som om en annan linje skulle kunna läggas in vid hållfastheter över 300 kp/cm².

$$\sigma_{BD} = k_{15} \cdot \sigma_p + k_{16} \quad (102)$$

$$\text{där} \quad \begin{cases} k_{15} \approx 0,15 \\ k_{16} \approx 24 \text{ kp/cm}^2 \end{cases}$$

Malhotra & Zoldners/1967/ har för övrigt funnit exakt samma tendens hos vanlig betong. Vid tryckhållfastheter över $\approx 350 \text{ kp/cm}^2$ är förhållandet böjdrag- och tryckhållfasthet konstant $\approx 0,15$. Vid tryckhållfast-

heter under $\approx 350 \text{ kp/cm}^2$ växer förhållandet med minskande tryckhållfasthet. Se fig 71.

Att så blir förhållandet framgår för övrigt av en division av ekv (96) med ekv (95).

Man skulle även kunna använda ett samband av följande typ, som även redovisats av Komloš /1970/, för sambandet draghållfasthet och tryckhållfasthet hos betong över hela hållfasthetsintervallet.

$$\sigma_{FD} = k_{17} \cdot \sigma_p^{k_{18}} \quad (103)$$

där $0,60 \leq k_{18} \leq 0,84$

En anpassning till försöksdata ger följande konstantvärden:

$$\begin{cases} k_{17} = 0,67 \\ k_{18} = 0,80 \end{cases}$$

När σ_{BD} insätts i ekv (94) används lämpligen det linjära uttrycket (101) varvid konstanter k_{15} är variabel enligt (erhållet ur ekv (103)):

$$k_{15} = 0,67 \cdot \sigma_p^{-0,2} \quad (104)$$

Ekv (104) gäller i princip endast för en cementtyp och endast vid 7 dygns ålder.

Tills vidare antas en ökande ålder påverka böjdraghållfastheten endast genom sin påverkan på tryckhållfastheten varigenom ekv (104) antas gälla även vid varierande ålder.

De empiriska ekvationerna (95) och (96) är baserade på cementpastahållfastheter bestämda på någorlunda stora provkroppar. I enlighet med den statistiska hållfasthetsteorien, Weibull /1939A/1939B/ blir emeller-

tid hållfastheten större ju större materialvolymen är. Speciellt stor blir storlekspåverkan när materialvolymen är av samma storleksordning som de kritiska sprickstorlekarna enligt Griffith /1921/ (se punkt 4.2.2 nedan). Senare skall visas att pastavolymerna mellan enskilda ballastkorn är **just** av samma storleksordning som kritiska sprickor. Detta kommer att ha ett inflytande på konstanten k_{11} och eventuellt även på k_{12} . Se sid 94 ff.

Ekv (92) kan sättas in i ekv (94) varvid betongens tryckhållfasthet blir uttryckt enbart som en funktion av pastans böjdraghållfasthet.

$$\sigma_B = k_{10} + k_{11} \cdot V_p(\sigma_p)_{ED} + k_{12}(1 - V_p)\{k_8(\sigma_p)_{BD} - k_9\} \quad (105)$$

En förändring av cementpastaporositeten med beloppet ΔP_p ger en förändring av cementpastans hållfasthet med beloppet $\Delta \sigma_p$. Ur ekv (105) fås då motsvarande förändring i betonghållfastheten $\Delta \sigma_B$;

$$\Delta \sigma_B = (\Delta \sigma_p)_{BD} \{k_{11} \cdot V_p + k_{12} \cdot k_8(1 - V_p)\} \quad (106)$$

En förändring av cementpastans porositet med ΔP_p innebär emellertid enbart en förändring av betongens porositet med beloppet $\Delta P_p \cdot V_p$.

En förändring av betongens porositet med beloppet ΔP_p ger därför en förändring av betongens tryckhållfasthet med följande värde.

$$(\Delta \sigma_B)_{(\Delta P_B = \Delta P_p)} = \frac{\Delta \sigma_B}{V_p} = (\Delta \sigma_p)_{BD} \left\{ k_{11} + \frac{k_{12} \cdot k_8(1 - V_p)}{V_p} \right\} \quad (107)$$

Med konstantvärden enligt ekv (92), (97) och (98) fås:

$$(\Delta \sigma_B)_{(\Delta P_B = \Delta P_p)} = (\Delta \sigma_p)_{BD} \left\{ 6,93 + 1,46 \cdot 0,73 \cdot \frac{1 - V_p}{V_p} \right\} \quad (108)$$

Denna ekvation visar att porositetsberoendet hos ren cementpasta är ~ 7 gånger större för tryckhållfasthet än för böjdraghållfasthet.

I ekv (107) kan man sätta in pastans tryckhållfasthet enligt ekv (101).

Härvid fås:

$$(\Delta\sigma_B)_{(\Delta P_B = \Delta P_P)} = \Delta\sigma_P \left\{ k_{15} \cdot k_{11} + k_{12} \cdot k_8 \cdot k_{15} \frac{(1 - V_P)}{V_E} \right\} \quad (109)$$

Om endast cementpastahållfastheter över $\approx 300 \text{ kp/cm}^2$ beaktas fås $k_{15} \approx 0,15$. (Vid hållfastheter därunder är k_{15} större vilket framgår av ekv (104)).

Med konstantvärden insatta fås:

$$(\Delta\sigma_B)_{(\Delta P_B = \Delta P_P)} = \Delta\sigma_P \left\{ 1,03 + 0,16 \frac{(1 - V_P)}{V_P} \right\} \quad (110)$$

Ekv (109) måste satisfiera villkoret

$$(\Delta\sigma_B)_{(\Delta P_B = \Delta P_P)} = \Delta\sigma_P \quad \text{när } V_P = 0 \quad (111)$$

$$\text{dvs } k_{11} \cdot k_{15} = 1,0 \quad (112)$$

Med de konstantvärden som insatts i ekv (109) för k_{11} och k_{15} blir

$$(\Delta\sigma_B)_{(\Delta P_B = \Delta P_P)} = 1,03 \cdot \Delta\sigma_P. \text{ Se ekv (110).}$$

Villkoret uppfylls alltså nästan. Genom att t ex sätta in värdet $k_{11} = 6,65$ i stället för $k_{11} = 6,93$ uppfylls det helt. Detta antyder att en ekvation av typ (109) har en viss rimlighet.

Senare skall för övrigt visas (sid 109) att med utgångspunkt från ekv (96) för böjdraghållfasthet uppfylls villkoret $(\sigma_B)_{BD} = (\sigma_P)_{BD}$ när $V_P = 1$ om cementpastahalten inte sätts till 30 % utan till 31,8 %. Används detta värde i ekv (97) blir $k_{11} = 6,55$, dvs mycket nära det teoretiskt erforderliga värdet 6,65 enligt ovan.

En generell ekvation för godtycklig vidhäftningshållfasthet uttryckt genom konstanten k_8 blir

$$\left(\Delta \sigma_B \right)_{\Delta P_B = \Delta P_P} = \Delta \sigma_P \left(1 + 0,219 \cdot k_8 \frac{1 - V_P}{V_P} \right) \quad (113)$$

Ekvationen (110) är utritad i fig 72 med cementpastaandelen som oberoende variabel.

Vid minskande cementpastahalt ökar uppenbarligen "känsligheten för porer" hos betongens hållfasthet. Ända upp till 60% ballasthalt är denna ökning måttlig medan den blir allt kraftigare vid ytterligare ökad ballastmängd. Detta innebär att lutningen på hållfasthet-porositetskurvan blir allt större ju större ballasthalten är.

Data från Powers & Brownyards /1948/ cementbruk enligt figur 60 har lagts in i figuren. Dessa tyder snarare på en viss minskning av lutningen med ökad ballastmängd. Avvikelserna är emellertid rimliga med tanke dels på det bristfälliga försöksunderlaget dels på grund av att porositeterna har måst beräknas approximativt för de aktuella materialen.

Jämförelse med data från fig 60 är överhuvudtaget diskutabel eftersom dels de olika materialen har olika vattencementtal, cementpastan lägst, och dels data i fig 60 gäller för hydratiserande material. Vad detta innebär kommer att behandlas senare men redan nu kan påpekas att det inte verkar orimligt att tänka sig att en hydratiserande cementpasta får brantare lutning på hållfasthets - porositetskurvan ju lägre dess vattencementtal är.

De konstanter som ingår i ekv (110) är dessutom inte väl dokumenterade. Bland annat torde de påverkas av ballaststorleken och kanske även av ballastmängden vilket diskuteras senare.

Normala betonger ligger i intervallet $0,25 \leq V_P \leq 0,36$. Det innebär att lutningarna på hållfasthets - porositetskurvorna enligt ekv (110) bör vara 1,25 à 1,50 gånger större än cementpastakurvans lutning. I den mån sambanden är linjära innebär detta att linjerna för betong blir i det närmaste parallella i hela betongområdet, vilket senare utnyttjas för beräkning av hållfasthet i punkt 4.1.137.

Ekv (105) kan i analogi med ekv (109) omformuleras till:

$$\sigma_B = k_{10} - k_9 \cdot k_{12}(1 - V_p) + \sigma_p \{ k_{11} \cdot k_{15} \cdot V_p + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15}(1 - V_p) \}$$

(114)

Med tidigare använda approximativa konstantvärden fås då

$$\sigma_B = 34 - 6(1 - V_p) + \sigma_p \{ V_p + 0,16(1 - V_p) \}$$

(115)

eller

$$\sigma_B \approx K + \sigma_p \{ V_p + 0,16(1 - V_p) \}$$

(116)

Ekv (116) måste uppfylla villkoret:

$$\sigma_B = \sigma_p \text{ när } V_p = 1$$

(117)

Det senare villkoret kan anses vara uppfyllt vid höga cementpastahållfastheter eftersom då K i ekv (116) kan försummas. Vid låga cementpastahållfastheter, $\approx 200 \text{ kp/cm}^2$, uppfylls emellertid inte villkoret (117). Man kan emellertid tänka sig att konstanten k_{10} blir beroende av mängden cementpasta enligt följande ekvation

$$k_{10} = \frac{34}{0,70}(1 - V_p)$$

(118)

Härvid har förutsatts liksom tidigare att ekv (94) gäller vid $V_p = 0,70$ dvs vid en "medelbetong". Insätts ekv (118) i ekv (115) fås

$$\sigma_B = 42(1 - V_p) + \sigma_p \{ V_p + 0,16(1 - V_p) \}$$

(119)

Denna ekvation satisfierar villkoret (117) och ger samma resultat som ekv (94) för en normalbetong.

En ekvation av typ (119) är eventuellt möjlig att använda för att fixera höjdläget på hållfasthets - porositetslinjen.

Höjdläget blir beroende av mängden ballast, V_p och pastans tryckhållfasthet, σ_p , dvs indirekt av pastans porositet.

Cementets och ballastens typ liksom, vilket nedan skall visas, ballaststorlek och betongkonsistens kommer att påverka höjdläget via sin inverkan på vidhäftningen sten - pasta. Denna inverkan kommer in i sista termen i ekv (119)..

Vid en viss pastaporositet, P_p , beräknas eller bestäms pastans hållfasthet, σ_p . Härur beräknas betongens hållfasthet vid olika ballastmängder ur ekv (119). Betongens verkliga porositet, P_B , fås genom följande uttryck.

$$P_B = P_p \cdot V_p \quad (120)$$

I figur 73 har utritats det ur ekv (119) beräknade förhållandet mellan betongens hållfasthet och den ingående cementpastans hållfasthet som funktion av förhållandet mellan respektive materials porositeter vilket enligt ekv (120) är lika med cementpastavolymen.

Sambandet är linjärt vid konstant cementpastahållfasthet. Sambandet är också nästan linjärt i hela det intressantaste området, dvs vid cementpastahållfastheter över $\approx 400 \text{ kp/cm}^2$. Detta är intressant eftersom det innebär att alla betongers och bruks hållfasthets - porositetskurvor får exakt samma form som hållfasthets - porositetskurvan hos den använda cementpastan. Är denna linjär blir alltså betongens kurva också linjär. Sambandet blir enligt ekv (119)

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_p} = \frac{42(1 - V_p)}{\sigma_p} + 0,84 \cdot V_p + 0,16 \quad (121)$$

Eller mera generellt vid annan vidhäftningshållfasthet uttryckt via konstanten k_8 i ekv (92) än $k_8 = 0,73$

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_p} = \frac{42(1 - V_p)}{\sigma_p} + V_p + k_8 \cdot 0,219(1 - V_p) \quad (122)$$

Betongen hållfasthet kan även uttryckas som funktion av förhållandet mellan pastans och betongens porositeter genom insättning av ekv (120)

i ekv (122).

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_P} = \frac{42(1 - \frac{P_B}{P_P})}{\sigma_P} + \frac{P_P}{P_P} + k_8 \cdot 0,219(1 - \frac{P_B}{P_P}) \quad (123)$$

Ekvation (123) gäller naturligtvis inte för varierande betongporositeter vid konstant pastaporositet utan enbart för ett fixt förhållande $\frac{P_B}{P_P} = V_P$.

Ekv (123) visar att en betongs eller ett cementbruks hållfasthet som funktion av porositeten kan uttryckas helt genom cementpastans hållfasthets - porositetssamband $\sigma_P = f(P_P)$. Detta samband diskuteras under punkt 4.1.136.

Känner man utseendet hos hållfasthets - porositetskurvan för cementpastan kan alltså hållfastheten ritas upp för en godtycklig betong eller cementbruk genom att använda ekv (123). Lutningen hos kurvorna fås antingen ur ekv (113) eller genom att göra beräkningar vid flera punkter, två i fallet linjära samband. Lämpliga punkter är vid linjära samband skärningspunkterna med resp axlar, dvs σ_0 och P_{KR} :

$$(\sigma_B)_D = (\sigma_P)_0 \cdot (1 - 0,219 k_8) \frac{P_B}{P_P} + 0,219 k_8 \quad (124)$$

$$(P_B)_{KR} = (P_P)_{KR} \cdot \frac{P_B}{P_P} \quad (125)$$

Linjernas ekvation blir då vid $k_8 = 0,73$ vilket troligen är ett högt värde i många fall, t ex vid grov ballast:

$$\sigma_B = \left\{ (\sigma_P)_0 \cdot 0,84 \cdot \frac{P_B}{P_P} + 0,16 \right\} \left(1 - \frac{P}{(P_P)_{KR} \frac{P_B}{P_P}} \right) \quad (126)$$

I ekv (126) försummas inverkan av termen $42 \frac{(1 - V_P)}{\sigma_P}$ i ekv (121).

I figur 74 har utritats kurvor vid ett hypotetiskt linjärt samband för en cementpasta med $(P_p)_{KR} = 0,415$ (jfr fig 60) och med $k_8 = 0,73$. För $V_p = 0,40$ har dessutom ritats in den exakta kurvan enligt ekv (121). Som synes är avvikelserna måttliga.

Linjerna blir parallella om vidhäftning helt sanknas vilket framgår av ekv (113) med $k_8 = 0$. Därvid gäller följande samband för betonghållfasthet

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_p} \approx k_{11} \cdot k_{15} \cdot \frac{P_B}{P_p} = k_{11} \cdot k_{15} \cdot V_p \quad (127)$$

där $k_{11} \cdot k_{15} \approx 1$

Linjernas ekvation blir då vid linjära samband hållfasthet - porositet

$$\sigma = (\sigma_p)_0 \cdot \frac{P_B}{P_p} \left\{ 1 - \frac{P}{(P_p)_{KR} \cdot P_B / P_p} \right\} \quad (128)$$

Värdena P_{KR} blir alltså oförändrade men linjerna blir parallella med cementpastans linje. Dessa linjer enligt ekv (128) har ritats in i fig 74. De motsvarar ungefärligen en betongs minimihållfasthet. Se även ekv(136).

Som synes blir den teoretiska effekten av helt upphävd vidhäftning måttlig utom vid små pastamängder och höga hållfastheter.

Troligen kan emellertid fullkomlig brist på vidhäftning innebära att hållfastheten reduceras utöver vad som motsvarar ekv (128). De ovan refererade försöken av Nepper Christensen & Nielsen /1969/ med glaskulor ger så stora effekter av upphävd vidhäftning att det inte helt kan förklaras av teorien ovan. Se fig 66-67. Möjligen fungerar de lösa kulorna som "sprängkilar" i betongen på ett sätt som inte är fallet om viss vidhäftning finns. De skulle kunna ge upphov till en helt annan

brottmekanism.

En annan förklaring presenteras av Darwin & Slate /1970/. Man har nämligen teoretiskt funnit att den typ av tjock, mjuk plast som använts av Nepper-Christensen & Nielsen bör medföra stora förluster i hållfasthet. Detta beror inte på att vidhäftningen upphävs utan på att stora deformationer uppstår i plastskikten. Därav följer spänningskoncentrationer i pastan. Ballastkornen kanske rentav fungerar som porer, se även sid 104.

Författarna har själva studerat effekten på hållfasthet av upphävd vidhäftning mellan sten och ballast. De använda plastskikten är tunna och styva (polystyren). En reduktion av den grova ballastens vidhäftningshållfasthet med 60 till 95% förorsakade enbart en relativt liten, 10 till 15%, reduktion i tryckhållfasthet.

En teoretisk kalkyl kan genomföras enligt ekv (122). Man vet att 57% av all ballast är grov, att mängden pasta är 30%. Man antar att vidhäftningshållfastheten normalt motsvarar $k_8 = 0,73$ för all ballast (ekv (92)) och att betongens tryckhållfasthet före behandling av ballasten är 300 kp/cm^2 . 60 till 95% förlust i vidhäftningshållfasthet bör då teoretiskt motsvara 9 å 14% i tryckhållfasthet, dvs värden som är förbluffande lika de uppmätta. Detta styrker giltigheten av analysen ovan.

Författarna gör för övrigt följande konklusion vilken väl styrks av de ovan framtagna ekvationerna (121) och (128). (Se fig 74):

"The strength of the interfacial bond is apparently of much less importance in the behaviour of concrete than has been thought in the past."

Ballastens väsentliga funktion som hållfasthetsnedsättare lär ligga i att den verkar som spänningskoncentrator.

Ett liknande konstaterande görs av Hasselman & Fulrath /1967/ som har studerat en spröd icke porös glasmatrix armerad med sfäriska partiklar

av aluminiumoxid. "The experimental result showed that micromechanical stress concentrations strongly affect the macroscopic strength of the composite."

På grundval av dessa konstateranden kan man även uppställa ett samband för en betongs maximala hållfasthet.

Analysen ovan visar nämligen att erforderlig vidhäftningshållfasthet måste vara större än cementpastans draghållfasthet om en betong vid en viss porositet över huvud taget skall ha samma hållfasthet som en cementpasta vid samma porositet tillverkad av samma cement som betongen.

Ur ekv (122) kan man härleda den vidhäftningsspänning uttryckt genom konstanten k_8 i ekv (92) som erfordras för att ge en betong samma hållfasthet som cementpasta vid samma porositet. Förutsättningen är dock att man känner formen på hållfasthetskurvan för pastan. Är denna rätlinjig gäller följande samband mellan betongens och den i betongen ingående pastans hållfastheter för specialfallet betonghållfasthet = pastahållfasthet vid samma porositet.

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_p} = \frac{(P_p)_{KR} - P_p V}{(P_p)_{KR} - P_p} \quad (129)$$

Genom användning av ekv (122) fås då följande uttryck för erforderlig vidhäftningshållfasthet uttryckt med konstanten k_8 .

$$k_8 = \frac{1}{k_{12} \cdot k_{15}} \cdot \frac{(P_p)_{KR}}{(P_p)_{KR} - P_p} \quad (130)$$

där $k_{12} \cdot k_{15} \approx 0,219$

Eller efter byte av P_p mot P_B enligt ekv (120)

$$k_8 = \frac{1}{k_{12} \cdot k_{15}} \cdot \frac{(P_p)_{KR}}{(P_p)_{KR} - P_B/V_p} \quad (131)$$

k_8 blir alltså enligt ekv (130) skenbart oberoende av mängden ballast men starkt beroende av porositeten. Ekv (130) är utritad i fig 75.. Gränsvärdet på k_8 vid $P = 0$ blir $\frac{1}{k_{12} \cdot k_{15}} \approx \frac{1}{0,219} = 4,57$. Sedan ökar erforderlig vidhäftningshållfasthet med ökande porositet hos pastan. Vid $P_p = (P_p)_{KR}$ blir erforderlig vidhäftningshållfasthet oändligt stor. Detta gränsvärde kan naturligtvis inte uppnås hos betongen. Dennas maximala porositet blir beroende av mängden ballast enligt ekv (120). Ekv (130) begränsas därför till pastaporositeter under ett visst värde.

$$(P_p)_{MAX} = (P_B)_{KR} = V_p \cdot (P_p)_{KR} \quad (132)$$

Därför blir maximalvärdet på erforderlig vidhäftning följande efter insättning av (132) i (130)

$$(k_8)_{MAX} = \frac{1}{k_{12} \cdot k_{15}} \cdot \frac{1}{(1 - V_p)} \quad (133)$$

Maximalvärdet på k_8 är alltså oberoende av den kritiska porositeten. Värdet enligt ekv (133) har lagts in i fig 75. Såväl ekv (130) som (133) ger enbart riktvärden på vidhäftningshållfastheten. De måste dessutom begränsas till att gälla för normala cementpastahalter. Uppenbarligen ger de nämligen krav på oändlig vidhäftningshållfasthet hos ren cementpasta vid $P_p = (P_p)_{KR}$ vilket är orimligt. Detta är emellertid en följd av sättet att härleda ekv (130) genom användning av ekv (122). Redan en mycket liten ballastmängd måste enligt ekv (122) medföra en viss reduktion av hållfastheten, om än liten. För att kompensera denna reduktion måste emellertid enligt sista termen i ekv (122) k_8 bli mycket stor. I gränsläget $V_p = 1$ går den mot oändligheten trots att härvid $\sigma_B = \sigma_p$.

Ur ekv (131) kan man utläsa att vid en viss konstant betongporositet erfordras större vidhäftningshållfasthet ju större mängden ballast är vilket är logiskt.

Vidhäftningshållfastheten σ_v är lika med pastans tryckhållfasthet när följande villkor uppfylls.

$$k_8 = \frac{1}{k_{15}} \quad (134)$$

Detta ger följande värden på k_8 vid $\sigma_v = \sigma_p$. Se ekv (101) och (102).

$$k_8 \approx \frac{1}{0,226} = 4,42 \quad \text{vid låg ålder eller låg hållfasthet}$$

$$k_8 \approx \frac{1}{0,15} = 6,67 \quad \text{vid "hög" hållfasthet}$$

Fig 75 visar nu att erforderliga vidhäftningshållfastheter blir av samma storleksordning som eller högre än pastans tryckhållfasthet.

Även om "fogen" sten - pasta skulle fås att bli mycket starkare än cement-pastans draghållfasthet skulle emellertid en betong teoretiskt sett aldrig kunna uppnå samma hållfasthet som en cementpasta vid samma porositet. Detta beror på att spänningskoncentrationen vid fasgränserna i stället skulle initiera brott i pastan omedelbart invid fasgränsen i stället för i denna.

Maximalt utnyttjningsbar vidhäftningshållfasthet blir därför lika med pastans draghållfasthet.

Den maximala hållfastheten hos en betong eller ett cementbruk med perfekt adhesion mellan sten och pasta skulle därför enligt ekv (94) bli

$$(\sigma_B)_{MAX} = k_{10} + (\sigma_p)_{BD} \{ k_{11} \cdot V_p + k_{12} (1 - V_p) \} \quad (135)$$

Ekv (94) ger även en betongs minimihållfasthet genom att σ_v sätts till noll

$$(\sigma_B)_{MIN} = k_{10} + (\sigma_p)_{BD} \cdot k_{11} \cdot V_p \quad (136)$$

Differensen mellan max- och minimihållfasthet blir enligt ekv (135) och (136) med insättning av ekv (101) för samband böjdrag - tryckhållfasthet.

$$\Delta\sigma_B = k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p) \cdot \sigma_p \quad (137)$$

Eller med tidigare använda konstantvärden

$$\Delta\sigma_B = 0,219(1 - V_p) \cdot \sigma_p \quad (138)$$

Vid $V_p = 30\%$ och $\sigma_p = 1000 \text{ kp/cm}^2$ blir $\Delta\sigma_B = 153 \text{ kp/cm}^2$

Minimivärdet enligt ekv (136) torde emellertid vara helt orimligt eftersom det förutsätter att ingen vidhäftning finns.

Sätts normalvidhäftningen till motsvarande ett visst värde på konstanten k_8 blir hållfasthetsvariationerna kring detta medelvärde följande:

$$\Delta\sigma_B = \begin{cases} + k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p)(1 - k_8) \cdot \sigma_p \\ - k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p) \cdot \sigma_p \end{cases} \quad (139)$$

Med tidigare använda konstantvärden på k_{12} och k_{15} övergår ekv (139) till

$$\Delta\sigma_B = \begin{cases} + 0,219(1 - V_p)(1 - k_8) \cdot \sigma_p \\ - 0,219 \cdot k_8(1 - V_p) \cdot \sigma_p \end{cases} \quad (140)$$

Tidigare har använts ett k_8 lika med 0,73 vilket troligen är ett relativt högt värde. Vid den ovan nämnda betongen med $V_p = 30\%$ och $\sigma_p = 1000 \text{ kp/cm}^2$ blir i så fall

$$\Delta\sigma_B = \begin{cases} + 41 \text{ kp/cm}^2 \\ - 112 \text{ kp/cm}^2 \end{cases}$$

Ekv (135) kan modifieras på samma sätt som ekv (122) vid övergång till ekv (123). Med insatta konstantvärden fås då :

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_p} = \frac{42(1 - V_p)}{\sigma_p} + \frac{P_B}{P_p} + 0,219 \left(1 - \frac{P_B}{P_p}\right) \quad (141)$$

Försummas första termen blir (141) räta linjer i ett hållfasthetsporositetsdiagram. Ekvationen har inritats i fig 74 som maximalvärde

på hållfasthet.

Linjernas skärningspunkter med resp axlar blir enligt ekv (124) resp (125).

$$\left\{ \begin{aligned} (\sigma_B)_0 &= (\sigma_p)_0 \cdot 0,781 \cdot \frac{P_B}{P_p} + 0,219 \end{aligned} \right. \quad (142)$$

$$\left\{ \begin{aligned} (P_B)_{KR} &= (P_p)_{KR} \cdot \frac{P_B}{P_p} \end{aligned} \right. \quad (125)$$

Det förhållandet att vidhäftningen är helt upphävd motsvarar naturligtvis ingalunda att ballastkornen då fungerar på samma sätt som motsvarande mängd porer. Spänningsfördelningen i pastan runt porer blir helt annorlunda än runt fasta partiklar.

Hittills har förutsatts att konstanterna k_{11} och k_{12} är oberoende av pastans hållfasthet, dvs av dess porositet. Detta antagande är möjligen felaktigt vid mycket höga cementpastahållfastheter. Porositeten i pastan är härvid mycket liten varvid dess elasticitetsegenskaper närmar sig ballastens. Man torde därför kunna förvänta sig att k_{11} och k_{12} närmar sig varandra i storleksordning vid minskande pastaporositet. Sådana pastor som det här är frågan om förekommer dock knappast i en normal betong.

Däremot kan de tänkas förekomma i form av pasta som impregnerats med monomer som polymeriserats i porerna. Normala termoplaster har emellertid lägre elasticitetsmodul än normal ballast, varför inte ens en betong med fullständigt polymerfyllt porsystem torde kunna ha lika hög hållfasthet som pastan.

Auskern & Horn /1971/ har i en intressant studie av polymerimpregnerad betong gjort i princip samma ansats som ekv (94). Anpassning till data ger förhållandet 0,3 mellan k_{12} och k_{11} i förhållande till 0,22 enligt teorien ovan. Deras försök visar alltså att även i polymerimpregnerad betong spänningskoncentrationer är av avgörande betydelse.

Man kan även ifrågasätta om teorien som den är formulerad i ekv (94) gäller för en härdande betong där porositeten succesivt minskar samtidigt som hållfastheterna succesivt ökar. Tidigare har nämligen nämnts att konstanten k_{15} som uttrycker sambandet mellan böjdraghållfasthet och tryckhållfasthet hos cementpastan sjunker med ökande ålder. Eftersom

fortfarande villkoret (111) måste gälla innebär detta enligt ekv (112) att konstanten k_{11} förändras i "samma takt" som k_{15} . Om detta verkligen sker är obekant. Vid mycket låga pastahållfastheter t ex vid färsk ålder hos betongen är enligt ekv (101) $k_{15} = 0,226$. Detta innebär enligt ekv (112) att $k_{11} = \frac{1}{0,226} = 4,45$.

Man kan emellertid förvänta sig att poisson's tal sjunker med ökande härdning. Färsk betong motsvarar närmast en vätska, dvs poisson's tal $\approx 0,50$. Som tidigare nämnts är värdet $= 0,15$ à $0,17$ för normalbetonger. Det är därför fullt rimligt att anta att konstanten k_{11} som uttrycker förmågan att utnyttja betongens draghållfasthet bör bli mindre vid sjunkande ålder, dvs vid ökande poisson's tal. Ett stort poisson's tal bör rimligen motsvara större sekundära spänningar än ett litet.

Analysen skulle därigenom kunna gälla generellt, men hänsyn bör i så fall tas till att även konstanten k_{12} bör förändras i proportion till k_{11} eftersom bägge påverkas av en ändring i poisson's tal.

$$\frac{\Delta k_{11}}{k_{11}} = \frac{\Delta k_{12}}{k_{12}} \quad (143)$$

Eftersom $\Delta k_{11} = 6,65 - 4,45 = 2,20$ blir således $\Delta k_{12} = \frac{2,20 \cdot 1,46}{6,65} = 0,48$. Vid låg ålder skulle alltså gälla att $k_{12} \approx 1,00$. Detta förändrar i så fall ekv (122) något.

Konstanterna k_{11} och k_{12} i ekv (94) kan emellertid inte heller vara oberoende av mängden ballast vilket hittills förutsatts. Enligt ekv (100) påverkas nämligen poisson's tal av mängden ballast. (Davis & Troxell /1929/ finner dock inget sådant beroende).

$$v_B = v_p \cdot v_p^n \quad (100)$$

där $\begin{cases} v_p = \text{pastans poisson's tal} \approx 0,25 \\ n \approx 0,42 \end{cases}$

Man kan göra ett första grovt antagande att det råder ett omvänt förhållande mellan v_B och konstanterna k_{11} och k_{12} .

$$\begin{cases} k_{11} = \frac{k_{19}}{v_B} \end{cases} \quad (144)$$

$$\begin{cases} k_{12} = \frac{k_{20}}{v_B} \end{cases} \quad (145)$$

För att uppfylla villkor (111) och villkoret att $k_{11} = 6,65$ vid $v_p = 0,30$ måste grundekvationen förändras något. Cementpastans bidrag till betonghållfastheten antas inte vara direkt proportionellt mot mängden pasta utan mot denna i en viss potens. Detta är inget orimligt antagande. Samma antas gälla för vidhäftningen.

$$\sigma_B = k_{10} + \frac{k_{21} \cdot v_p^{k_{22}(\sigma_p)_{BD}}}{v_p \cdot v_p^n} + \frac{k_{23}(1 - v_p)^{k_{24}\sigma_p}}{v_p \cdot v_p^n} \quad (146)$$

Ur villkoren ovan kan k_{21} och k_{22} lösas med $v_p = 0,25$ och $n = 0,42$.

$$k_{21} = 1,67$$

$$k_{22} = 1,42$$

Dvs det relativa bidraget från cementpastan blir större ju större mängden pasta är. Tills vidare sätts $k_{24}=1,0$ varvid fås ur villkoret $k_{12}=1,46$ vid $v_p = 0,30$:

$$k_{23} = 0,219$$

Genom användning av tidigare konstantvärden övergår därvid ekv (122) till:

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_p} = \frac{42(1 - v_p)}{\sigma_p} + v_p + \frac{0,132 \cdot k_8(1 - v_p)}{v_p^{0,42}} \quad (147)$$

Eller uttryckt i porositeter:

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_p} = \frac{42(1 - \frac{P_B}{P_p})}{\sigma_p} + (\frac{P_B}{P_p}) + \frac{0,132 \cdot k_8(1 - \frac{P_B}{P_p})}{(\frac{P_B}{P_p})^{0,42}} \quad (148)$$

Man kan naturligtvis också bortse från villkoret (111) genom att an-
sätta att $k_{22} = 1,0$, dvs anta att grundekvationen (94) fortfarande
gäller.

Härvid fås följande konstantvärde: k_{21} ur villkoret $k_{11} = 6,65$ vid
 $v_p = 0,30$;

$$k_{21} = 1,00$$

Ekv (146) blir då med insatta konstantvärden

$$\frac{\sigma_B}{\sigma_p} = \frac{42(1 - v_p)}{\sigma_p} + 0,60 \cdot v_p^{0,58} + \frac{0,132 \cdot k_8(1 - v_p)}{v_p^{0,42}} \quad (149)$$

Analysen ovan bidrar till att förklara en tidigare väsentlig brist i
den framförda teorien. Ekv (122) visar att hållfastheten sjunker med
ökande ballastmängd vid samma cementpastahållfasthet. Detta strider
dock mot erfarenheten. Se tex fig 108 och 113. Genom att ta hänsyn till
variationen i konstanterna k_{11} och k_{12} med förändringen i ballasthalten
genom ekv (147) eller (149) blir överensstämmelsen med data bättre.
Som exempel används betongen i figur 76 med vattencementtal 0,45. Vid
en förändring i cementpastahalt från 30% till 38% sjunker hållfastheten
med ~ 39 kp/cm². Enligt ekv (122) skulle den i stället stiga med 63 kp/cm².
Ekv (147) modererar stegringen till 55 kp/cm² medan ekv (149) medför
en stegring av hållfastheten med enbart 15 kp/cm²; Det iakttagna feno-
menet kan alltså inte förklaras till fyllest.

Det är emellertid även möjligt att det relativa förhållandet mellan
de båda konstanterna k_{11} och k_{12} förändras vid en ökad ballasthalt så
att tvärsnittet kan utnyttjas bättre.

Hasselman & Fulrath /1966//1967/ har uppställt en teori för hållfasthet
hos dispersionshärdat glas, ett material som i viss mån påminner om
betong. Glaset motsvarar cementpastan och de dispergerade partiklarna

motsvarar ballastkornen. Teorien är baserad på Griffiths sprödbrotts-teori som den schematiskt är formulerad på sid 154 nedan. Förutsättningen för teorien är att sprickor av en viss längd existerar i matrisen. Ju längre sprickan är desto större är risken för sprödbrott, jfr Griffiths /1921/ grundekvation (231).

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E \cdot \gamma}{\pi \cdot C}} \quad (231)$$

Beträffande beteckningar se ekv (231).

Ur statistisk synpunkt måste spricklängderna reduceras alltmera ju mera ballast som blandas in (och ju mera finfördelad denna är, se sid 117).

Reduktionen av spricklängd blir lika med volymandelen dispergerad fas, dvs:

$$C = C_o \cdot V_p \quad (150)$$

$$\text{där} \begin{cases} C = \frac{1}{2} \text{ spricklängd i kompositmaterialet} \\ C_o = \text{ " " " grundmassan} \end{cases}$$

Insättning av ekv (150) i Griffiths grundekvation ovan ger

$$\sigma = \frac{\sigma_o}{\sqrt{V_p}} \quad (151)$$

Författarna har testat ekv (151) för draghållfastheten hos glas med dispergerade partiklar av aluminiumoxid. Se fig 135.

Vid högre partikelmängder ger ekv (151) rätt lutning men nivån är för låg. Detta senare beror enligt författarna på att spänningskoncentrationer runt partiklarna negligerats.

Man kan emellertid ta fasta på att lutningen på kurvan är riktig och försöka använda den på tryckhållfasthetsdata enligt fig 76. Cementpastavariationen från 30 till 38% ger då enligt ekv (151) en hållfasthetssänkning av 51 kp/cm^2 mot den observerade sänkningen 39 kp/cm^2 .

Den ovannämnda brottmekaniska teorien som alltså helt avviker från den hittills använda genom att spänningskoncentrationer försummas verkar alltså ge gynnsamma resultat.

Det finns dock flera orsaker som talar emot den: För det första är cementpastan ingalunda ett idealsprött material som glas, där mikrosprickor är helt avgörande för brottet. För det andra indikerar teorien teoretiskt och praktiskt att hållfastheten vid dragning skulle öka med ökad mängd dispergerad fas. Detta gäller inte för betong, jfr fig 76. För det tredje skulle i exemplet ovan cementpastans tryckhållfasthet bli enbart 258 kp/cm^2 , dvs avsevärt lägre än betongens. Detta strider klart, dels mot de försök av Alexander et al /1965/ som ledde fram till ekv (95) och (96), dels mot de höga cementpastahållfastheter som uppmäts redan vid låg ålder, se fig 70.

Möjligen kan en kombination av de båda teorierna vara möjlig. Vid begynnande inblandning av ballast fås reduktioner i hållfasthet på grund av spänningskoncentrationer. Den resulterande hållfastheten blir beroende av cementpastans draghållfasthet och vidhäftningshållfastheten enligt ekv (94).

Vid små ballastmängder är mikrosprickorna i pastan mindre än fria avståndet mellan ballastkornen. Därför är pastans böjdraghållfasthet konstant och ungefärligen lika med den hållfasthet som uppmäts på små provkroppar.

Först vid ett visst värde på ballastmängden (eller vid en viss ballaststorlek vid konstant ballastmängd) blir de fria avstånden mellan kornen så små att enligt Griffiths sprödhetsteori en höjning av hållfastheten enligt ekvation av typ (151) sker.

Hållfasthetshöjningen kan i så fall tänkas slå in på cementpastan varvid ekv (151) modifieras något. Följande uttryck skulle kunna gälla för pastans tryckhållfasthet.

$$\left\{ \begin{array}{l} V_p > (V_p)_o \\ \sigma_p = (\sigma_p)_o \end{array} \right. \quad (152)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_p < (V_p)_o \\ \sigma_p = \frac{(\sigma_p)_o \sqrt{(V_p)_o}}{\sqrt{V_p}} \end{array} \right. \quad (153)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} (\sigma_p)_o = \text{pastans tryckhållfasthet vid normalstora pastavolymer} = \\ \quad = \text{normala spricklängder} \\ \\ \sigma_p = \text{pastans tryckhållfasthet vid aktuell volym} = \text{reducerade} \\ \quad \text{spricklängder} \\ \\ (V_p)_o = \text{ballastmängden när fria avståndet mellan ballastkorn} \\ \quad \text{är lika med normala spricklängder} \end{array} \right.$

Värdet på $(V_p)_o$ blir beroende av normala sprickstorlekar hos mikrosprickor i pastan, och av storleken på ballasten. Vissa data ges nedan.

Hasselman & Fulrath /1966/ anger följande samband mellan fria medelavstånd mellan sfäriska partiklar av samma storlek randomiserat utspridda i en matris

$$\bar{d} = \frac{4R \cdot V_p}{3(1 - V_p)} \quad (154)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} \bar{d} = \text{fria medelavståndet} \\ R = \text{partikelradien} \end{array} \right.$

(Detta uttryck är dock dubbelt så stort som det som erhålls av ekv (155) vid lika stora sfärer).

Vid beräkning av $(V_p)_0$ sätts $\bar{d} = 2C_0$ (normala spricklängden).

I verkligheten i en betong förekommer korn av helt olika storlekar från filler upp till grova makadamstenar. I detta fall kan ett samband enligt Powers /1949/ för avstånd mellan luftblåsor i betong användas.

$$\text{vid } V_p > 0,812 \quad \bar{d} = \frac{2 \cdot V_p}{(1 - V_p) \cdot \alpha} \quad (155)$$

där α = specifika ytan hos ballasten. Vid $V_p < 0,812$ gäller ett något annorlunda uttryck.

$$\bar{d} = \frac{6}{\alpha} \left\{ 1,4 \left(\frac{V_p}{1 - V_p} + 1 \right)^{1/3} - 1 \right\} \quad (156)$$

Vidhäftningshållfastheten antas i en första approximation inte påverkas av mängden ballast.

Sammansättningen av de båda teorierna skulle alltså resultera i följande två ekvationer.

$$\underline{V_p > (V_p)_0; \sigma_B \approx k_{10} + (\sigma_p)_0 \{ k_{11} \cdot k_{15} \cdot V_p + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p) \}} \quad (114')$$

$$\underline{V_p < (V_p)_0; \sigma_B = k_{10} + (\sigma_p)_0 \{ \sqrt{(V_p)_0} \cdot k_{11} \cdot k_{15} \sqrt{V_p} + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p) \}} \quad (157)$$

Liksom tidigare antas till en början att alla konstantvärden är konstanta vid varierande cementpastahalter. Förutsätts att $(V_p)_0 = 0,50$ eller $0,80$ och att konstanterna har samma värde som tidigare så fås ett diagram enligt fig 77a vid $k_{10} = 0 \text{ kp/cm}^2$. Värde av konstantvärdet $k_{11} \cdot k_{15} = 1$ gör dock att ekv (157) inte riktigt innefattar de försöksdata som ledde fram till ekv (95).

Den teoretiskt förutspådda minskningen i hållfasthet med ökad ballastmängd minskas genom att övergång sker från ekv (114') till (157).

Totalt sett blir det dock inte någon ökning av hållfasthet vid ökande ballastmängd. En sådan åstadkommes dock genom att hänsyn tas även till variationer i konstanterna k_{11} och k_{12} . Detta kan i en första grov approximation göras enligt metodiken ovan via ballastmängdens påverkan på sekundära dragspänningarna vilket approximativt uttrycktes med dess påverkan på Poisson's tal.

Vid fullgod vidhäftning och icke porös ballast sker alla brott i cementpastan. Ekv (157) övergår därvid till (vid $V_p < (V_p)_0$):

$$\sigma_B = k_{10} + (\sigma_p)_0 \cdot \frac{\sqrt{(V_p)_0}}{\sqrt{V_p}} \{k_{11} \cdot k_{15} \cdot V_p + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p)\} \quad (158)$$

där $k_8 = 1,0$ vid fullgod vidhäftning

Även ekv (158) har utritats i fig 77a med $k_{10} = 0$, $(V_p)_0 = 0,80$ och med tidigare använda konstantvärden. k_8 sätts dels till 0,73 för jämförelsens skull, dels till 1,00. Ekv (158) förutsäger att hållfastheten stiger med sjunkande cementpastahalt när denna är låg.

Tydligen blir den eventuella hållfasthetshöjande effekten av reducerade spricklängder större ju större $(V_p)_0$ är. Man kan få en viss uppfattning av dess storlek genom data publicerade av Raumaldi /1966/. Denne har funnit att en fiberarmering i ett visst cementbruk med vattencementtal 0,49 börjar ge effekt vid avstånd mellan fibrer av 2,5 à 5 mm. Se fig 78. Detta skulle innebära att sprickor av denna storleksordning skulle vara kritiska i denna cementpasta. Inom parentes gäller för fiberarmering att hållfastheten växer omvänt proportionellt mot roten på avståndet mellan fibrer analogt med vad som teoretiskt gäller för dispergerade fasta partiklar enligt ekv (151).

I normala betonger är specifika ytan hos ballasten $\approx 3 \text{ à } 9 \text{ mm}^{-1}$. Detta gör enligt ekv (155) att (V_p) blir 0,79 à 0,95 varvid värden omkring 0,90 torde vara vanligast.

Johnston /1970/ har funnit att hållfastheten ökar med ökande specifik yta hos ballasten men detta kan delvis förklaras av att en minskad storlek hos ballasten vid i övrigt konstanta förhållanden höjer vidhäftningshållfastheten sten - pasta.

Faktum kvarstår dock att kritiska spricklängder i cementpasta uppenbarligen är av en sådan storleksordning, att även så pass stora partiklar som en normal betongs ballast kan tjäna som en god dispersionshärdning.

Hasselman & Fulrath /1966/ utvecklar sedan sin teori ytterligare, se sid 156 När avstånden mellan kornen enligt ekv (155) är lika stora som eller mindre än de kritiska spricklängderna gäller enligt ekv (241) följande uttryck för cementpastans hållfasthet (stadium II):

$$\frac{V_p < V_{p_1}}{V_p < V_{p_1}}; \quad \sigma_p = (\sigma_p)_1 \cdot \sqrt{\frac{1 - V_p}{V_p}} \quad (159)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} (\sigma_p)_1 = \text{pastahållfasthet enligt ekv (153) när ekv (159) börjar gälla.} \\ V_{p_1} = \text{cementpastahållfasthet när fria avstånd mellan ballastkorn} \\ \text{är lika med } \underline{\text{kritiska spricklängder}}. \end{array} \right.$

Ekv (114') och (157) kan därvid kompletteras med följande ekvation; Ekvationen förutsätter i likhet med ekv (157) att den ökade pastahållfastheten enligt ekv (159) inte påverkar vidhäftningshållfastheten.

$$\frac{V_p < V_{p_1}}{V_p < V_{p_1}}; \quad \sigma_B = k_{10} + (\sigma_p)_0 \left\{ \frac{\sqrt{V_{p_0}}}{\sqrt{V_{p_1}}} \cdot \sqrt{\frac{1 - V_p}{V_p}} \cdot \sqrt{\frac{V_{p_1}}{1 - V_{p_1}}} \cdot k_{11} \cdot k_{12} \cdot V_p + \right. \\ \left. + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p) \right\} \quad (160)$$

Antas cementpastahållfastheten enligt ekv (159) även påverka vidhäftningshållfastheten, vilket är rimligt när denna är fullgod, fås i enlighet med ekv (158):

$$\frac{V_p < V_{p_1}}{V_p < V_{p_1}}; \quad \sigma_B = k_{10} + \frac{\sqrt{V_{p_0}}}{\sqrt{V_{p_1}}} \cdot \sqrt{\frac{1 - V_p}{V_p}} \cdot \sqrt{\frac{V_{p_1}}{1 - V_{p_1}}} \cdot (\sigma_p)_0 \cdot \left\{ \right. \\ \left. \cdot \left\{ k_{11} \cdot k_{12} \cdot V_p + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p) \right\} \right\} \quad (161)$$

Ekv (160) och (161) har utritats i fig 77 b varvid antagits att $(V_p)_1 = 0,49$. Ekv (160) är då liksom ekv (157) fallande med minskande V_p medan ekv (161) stiger med ökande V_p .

Ett väsentligt resultat av den utförda analysen är att hållfastheten blir ungefär noll när ingen cementpasta existerar, dvs vid ett granulärt friktionsmaterial. Detta ger ett riktigt gränsvärde vid enaxiell belastning.

Teorien förklarar också varför man även vid relativt måttliga "confining pressures" vid biaxiella tryckförsök kan få avsevärda höjningar i tryckhållfasthet. Effekten av spänningskoncentrationer minskas av det pålagda yttre sidotrycket. Vid tillräckligt stort sidotryck kan betongen få samma hållfasthet som en cementpasta med samma porositet vilket är mycket höga värden. Se resonemanget på sid 87ff och ekv (133). Enligt denna senare ekvation fås att erforderliga sidotryck i betongen för att uppnå dessa höga hållfastheter blir approximativt

$$\sigma_{\text{hor}} \approx \left(\frac{1}{k_{12} \cdot k_{15}} - k_8 \right) \sigma_{\text{BD}} \quad (162)$$

Vid tidigare använda konstantvärden och ett vattencementtal av 0,60 fås

$$\sigma_{\text{hor}} \approx (4,57 - 0,73) \cdot 65 = 250 \text{ kp/cm}^2$$

De erforderliga horisontaltrycken blir högre ju högre hållfastheten är.

ännu/

Analysen kan eventuellt förklara ett fenomen. Tabell 10 visade att cementbrukens i fig 60 kritiska porositeter överensstämmer mycket bra med brukens begynnelseporositeter efter en viss första härdning. Liknande resultat redovisas nedan för betong, se sid 135ff. Ekv (80), (83) och (84) visar emellertid att sådana faktorer som höjer begynnelse-

porositeten P_0 , dvs ökad cementhalt, ökat vattencementtal och ökad lufthalt även automatiskt höjer cementpastaandelen (i den mån de andra faktorerna är oförändrade vid förändringen i ena variabeln). Därav kan överensstämmelsen i tabell 10 vara rent slumpmässig.

Powers' porositetsvariation görs dessutom som tidigare nämnts genom att härdningsgraden varierar. Därför är det rimligt att förlängningen av hållfasthets - porositets - linjerna ner till porositetsaxeln ger skärningspunkter motsvarande de kritiska porositeterna. En variation av porositeten vid samma härdningsgrad ger helt andra kurvor. De linjära samband som utritats i fig 74 förekommer inte i verkligheten. De användes endast för att visa på innebörden av den framförda teorien. Mera rimliga samband porositet - hållfasthet diskuteras i punkt 4.1.136.

Slutligen måste observeras att alla hittills använda konstanter och samband är approximativa. Hela resonemanget är en idéskiss som dock sammanfattar så många iakttagna fenomen att den verkar vara användbar åtminstone som arbetshypotes.

Idén måste dock testas med lämpliga experiment. Framförallt bör konstantvärdena studeras. En av svårigheterna med eventuella tester blir att framställda sprickfria rena cementpaster med de höga porositeter det här är frågan om.

4.1.133 Specialfallet lättballastbetong

Tills vidare har enbart material med icke porös ballast behandlats.

I de fall ballasten är porös kommer hållfastheten att utgöra en funktion av såväl ballastporer som porer i cementpastan. Även här spelar dessutom vidhäftningshållfastheten en avgörande roll.

Det mest frapperande i samband med porös ballast är att det har visat sig vara möjligt att producera betong av lättballast med samma hållfasthet som med icke-porös ballast.

Mayer /1970/ har sålunda visat att såvida en ballast av typ expanderad lera har en bruttodensitet större än 800 kg/m^3 (inklusive porer mellan enskilda korn) så blir hållfastheten hos betongen ungefär lika som hos vanlig betong vid samma vattencementtal.

Detta faktum verkar ställa alla teorier om samband hållfasthet - porositet på huvudet. En betong med tät ballast, med vattencementtalet 0,60 och en cementhalt av 300 kg/m^3 har en ungefärlig porositet av 16% vid 28 dygns ålder. Samma betong men med porös ballast med nettodensiteten 1200 kg/m^3 har en porositet av ungefär 54%. Deras hållfastheter skulle emellertid vara lika enligt försök trots att "limmet" har samma hållfasthet i bägge betongerna.

Orsaken till den skenbara diskrepansen torde stå att finna i den stora betydelsen av vidhäftning sten - pasta , i pastans draghållfasthet och i spänningskoncentrationer sten-pasta.

I ekv (94) uppställdes ett samband mellan betonghållfasthet, pastahållfasthet, vidhäftningshållfasthet och pastamängd.

$$\sigma_B = k_{10} + k_{11} \cdot V_p (\sigma_p)_{BD} + k_{12} (1 - V_p) \cdot \sigma_v \quad (94)$$

Detta beror på att vid enaxiell belastning sker ett tryckbrott först efter det sekundära dragbrott vinkelrätt mot tryckbelastningen utbildats.

Vid hydrostatisk tryckbelastning måste en helt annan ekvation än (94) gälla för brott. I detta fall torde dessutom en lätt ballastbetong få avsevärt lägre hållfasthet än motsvarande normalbetong oavsett densiteten hos lättballastkornen. Den totala porositeten i materialet torde vara utslagsgivande för hållfastheten.

Vid lättballastbetong som enbart innehåller lättballastkorn av exakt samma hållfasthet kan ekv (94) formuleras om. När draghållfastheten hos ballastkornen är mindre än vidhäftningshållfastheten gäller:

$$\sigma_B = k_{10} + k_{11} \cdot V_p (\sigma_p)_{BD} + k_{12} (1 - V_p) (\sigma_{LB})_{DR} \quad (163)$$

där $(\sigma_{LB})_{DR}$ = lättballastens draghållfasthet.

När draghållfastheten hos ballastkornen är större än vidhäftningshållfastheten gäller ekv (94) som den är.

Man bör observera att konstanterna k_{11} och k_{12} inte är konstanter i den meningen att de är helt opåverkbara av typen av ballast. Eftersom de implicit innehåller spänningskoncentrationer runt ballastkorn och i cementpastan måste de rimligen påverkas av relativa styvheten hos pastan och ballastkornen.

En ökad porositet hos ballastkornen sänker deras elasticitetsmodul. Se kap 5. Detta gör att det relativa förhållandet mellan konstanterna k_{12} och k_{11} bör minskas med ökande porositet i ballasten. I fallet tät ballast är förhållandet $\frac{6,93}{1,40} = 4,75$ enligt ekv (97) och (98). I fallet exakt samma E-modul, samma poisson's tal och perfekt fasgräns bör förhållandet k_{12}/k_{11} vara lika med 1. Detta faktum gör att tvärsnitten bör kunna utnyttjas effektivare när E-modulen hos ballasten och pastan överensstämmer på ett bättre sätt än i fallet tät ballast.

Storleken på konstanterna k_{11} och k_{12} bör även bli beroende av friktionsvinkeln hos betongen eller av dess poisson's tal. Det senare ökar möjligen något med ökande mjukhet hos ballasten vilket reducerar effekten av en höjning av konstanten k_{12} .

Om ballastens E-modul blir mycket lägre än cementpastans kommer den att närmast motsvara grova porer. Därav följer sådana spänningskoncentrationer att ekvationerna ovan inte längre gäller. Man skulle approximativt kunna tänka sig att i detta fall lättballasten förorsakar spänningskoncentrationer dvs hållfasthetsförluster hos pastan som är proportionella mot mängden lättballast.

$$\sigma_p = (\sigma_p)_o \cdot (1 - V_{LB}) \quad (164)$$

där

$$\begin{cases} \sigma_p = \text{pastans tryckhållfasthet med lättballast i betongen} \\ (\sigma_p)_o = \text{pastans normala tryckhållfasthet} \\ V_{LB} = \text{volymandel lättballast} \end{cases}$$

Denna ekv antas gälla även när en viss mängd icke porös ballast förekommer i betongen.

Troligen ger ekv (164) en för liten reduktion i cementpastahållfasthet vid låga volymandelar lättballast. Ett samband enligt t ex Bal'shins ekv (6) kan därför vara rimligare.

$$\sigma_p = (\sigma_p)_o (1 - V_{LB})^m \quad (165)$$

m är en karakteristisk konstant som beror på styvhetsförhållandet pasta - lättballast. Vid ballast som fullständigt saknar styvhet, dvs som kan betraktas som porer är m teoretiskt $\approx 2,5$ à 3 . Lättballast har dock en viss styvhet varför m - värdet i ekv (165) bör bli betydligt mindre än värdena ovan. Det bör öka något med ökande hållfasthet hos pastan, dvs med ökande pastastyvhet vid konstant ballasttyp.

Ekv (164) och (165) har tillämpats på försöksdata med en viss framgång. Se nedan sid 107 och ekv (171). m blir i dessa försök 0,6 à 1,4.

Vidhäftningshållfastheten hos en lättballastbetong torde normalt bli större än vid en betong med tät ballast. Svaghetszonerna runt täta stenar förklaras troligen till stor del av s k vattenseparation. Vid vibrening av betongen stiger vatten uppåt. Det fastnar under stenar. Vid den efterföljande uttorkningen kvarstår porösa partier framförallt under större stenar.

I fallet porös ballast kan separationsvattnet sugas in i stenen om denna har en gynnsam porstruktur. Följden blir att förbandet mellan sten och pasta snarare blir starkare än pastan i övrigt p gr av ett minskat vattencementtal.

Denna "filtereffekt" illustreras av en svepelektronmikroskopbild i fig 79. Ballastkornet utgörs av pimpsten. Ingen som helst svaghetszon kan iakttagas mellan sten och pasta, jfr fig 64 och 65 som visar ett cementbruk med tät ballast. Nichols & Ledbetter /1970/ visar experimentellt att vidhäftningen normalt är starkare än stenen vid lättballast.

Vid lättballast kan därför vidhäftningshållfastheten sättas lika med cementpastans draghållfasthet. Konstanten k_8 i ekv (92) blir därför lika med 1.

Följden blir att vid draghållfasthet hos stenen större än vidhäftningshållfastheten följer betongens hållfasthet ett uttryck av typ (135).

$$\sigma_B = k_{10} + (\sigma_p)_{BD} \{k_{11} \cdot V_p + k_{12}(1 - V_p)\} \quad (135)$$

eller vid konstant förhållande enligt ekv (101) mellan böjdraghållfasthet och tryckhållfasthet hos pastan.

$$\sigma_B = k_{10} + \sigma_p \{k_{11} \cdot k_{15} \cdot V_p + k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p)\} \quad (166)$$

Sintrade keramiska material har normalt betydligt högre draghållfastheter än gelartade material av typ cementpasta vid samma porositet.

Därför kan pastans draghållfasthet överskridas av ballastens redan vid relativt måttliga densiteter hos denna.

När detta har inträffat skall ekv (114') för betong med tät ballast jämföras med ekv (166) ovan för porös ballast.

$$\sigma_B = k_{10} + \sigma_p \{k_{11} \cdot k_{15} \cdot V_p + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p)\} \quad (114')$$

där $0 \leq k_8 \leq 1$; och där motsvarande konstantvärden i ekv (114') och (166) kan vara något olika.

Jämförelsen mellan de båda ekvationerna visar att iakttagelsen att en lättballastbetong med någorlunda starka korn har samma hållfasthet som en normalbetong vid samma cementpastamängd och vattencementtal, inte är orimlig.

Ofta använder man inte enbart lättballast utan också naturgrus i lättballastbetongen. Därvid får ekv (166) modifieras så att ballastmängden delas upp i två delmängder, lättballast och naturgrus. Samtidigt måste konstanterna framför respektive volymandel modifieras.

$$\sigma_B = k_{10} + \sigma_p \{k_{11} \cdot k_{15} \cdot V_p + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p - V_{LB}) + f(V_{LB})\} \quad (167)$$

$$\text{där } f(V_{LB}) = k_{12}^{11} \cdot k_{15}(V_{LB}) \quad (168)$$

$$\text{eller } f(V_{LB}) = \frac{k_{12}^{11}}{\sigma_p} \cdot V_{LB} (\sigma_{LB})_{DR} \quad (169)$$

Ekv (168) gäller när vidhäftningshållfastheten är lägre än lättballastens draghållfasthet och ekv (169) gäller när lättballastens draghållfasthet är lägre än vidhäftningshållfastheten. Konstanterna $k_{12} \neq k_{12}^{11} \neq k_{12}^{11}$. Konstanten k_{11} blir beroende av lättballastens styvhet.

Lättballastkorn torde normalt inte kunna fungera som en dispersionshärdning i analogi med vad som diskuteras under punkt 4.1.132 sid 94ff. Den torde vara för mjuk här för. Däremot är det troligt att naturgruspartiklar i lättballastbetonger kan ha denna effekt.

I analogi med ekv (157) övergår därvid ekv (167) till (dispersionshårdningseffekten begränsas till att gälla pastans hållfasthet):

$$\sigma_B = k_{10} + \sigma_p \{ k_{11} \cdot k_{15} \cdot \sqrt{(V_p)_0} \cdot \sqrt{V_p} + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p - V_{LB}) + f(V_{LB}) \} \quad (170)$$

där $(V_p)_0$ är den volymandel pasta där avstånden mellan gruspartiklar är lika med kritiska spricklängder i pastan. $(V_p)_0$ fås ur ekv (155) om naturgrusfraktionens specifika yta är känd. Eftersom endast en del av ballasten utgörs av naturgrus i en lättballastbetong blir $(V_p)_0$ lägre än för en vanlig betong.

Idéerna ovan kan testas på ett försök av Bache & Nepper Christensen /1968/. Dessa författare har undersökt inverkan av mängd lättballast och cementpastahållfasthet på hållfastheten hos en viss typ av lättballastbetong. Lättballasten ^{har en/} tryckhållfasthet av enbart 44,5 kp/cm². Draghållfastheten kan sättas till 1/5 av tryckhållfastheten, dvs 11 kp/cm². Densiteten är låg $\approx 500 \text{ kg/m}^3$ vilket gör att dess porositet är $\approx 81\%$. Enligt ekv (350) blir då dess E-modul $\approx 23\,000 \text{ kp/cm}^2$ vilket enbart är maximalt en tiondel av brukets. Lättballastkornen antas därför fungera som "kvasiporer" varvid cementpastans hållfasthet antas reduceras enligt ekv (165). Vid häftning icke porös ballast - pasta antas inte påverkas av förekomsten av lättballast. Ekv (167) övergår därvid till

$$\sigma_B \approx (\sigma_p)_0 \{ k_{11} \cdot k_{15} \cdot V_p (1 - V_{LB})^m + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p - V_{LB}) \} + k_{12}^{11} \cdot V_{LB} (\sigma_{LB})_{DR} \quad (171)$$

Följande konstantvärden som är desamma som använts för vanlig betong, används

$$\begin{cases} k_{11} \cdot k_{15} = 1,0 \\ k_8 = 0,73 \\ k_{12} \cdot k_{15} = 0,219 \\ k_{12}^{11} = k_{12} = 1,46 \\ (\sigma_{LB})_{DR} = 11 \text{ kp/cm}^2 \end{cases}$$

Författarnas försöksresultat visas i fig 80. Som synes minskar hållfastheten med ökande mängd ballast i motsats till vad som är fallet vid normal betong. I figuren har ritats ut hållfasthetsvärden, som beräknats ur ekv (171). Cementpastans hållfasthet har härvid först beräknats ur brukets hållfasthet genom att sätta $V_{LB} = 0$ i ekv (171).

Sätts konstanten $m = 1$ för hela försöksmaterialet oavsett hållfasthet hos cementpastan ger ekv (171) något för låga värden på betonghållfasthet vid cementbrukshållfastheter under $\approx 400 \text{ kp/cm}^2$ och högre värden vid högre hållfastheter hos bruket. Överensstämmelsen mellan försöksdata och teori är dock någorlunda god både vad gäller absoluta och relativa hållfasthetsnivåer.

Överensstämmelsen kan fås att bli mycket god genom att man gör det mycket rimliga antagandet att konstanten m ökar något med ökande hållfasthet hos cementpastan (\equiv bruket). Ju större differensen i styvhet är mellan sten och pasta ju större spänningskoncentrationer bör nämligen uppstå.

m -värdet får variera mellan 0,6 till 1,4 i hållfasthetsintervallet hos bruket av 268 kp/cm^2 till 620 kp/cm^2 , vilket motsvarar ett beräknat intervall av 540 kp/cm^2 till 1250 kp/cm^2 i cementpastahållfasthet.

Motsvarande variation i relativ cementpastahållfasthet visas i fig 81. Som synes är effekten av porer betydligt större än effekten av lättballast på pastans hållfasthet.

Tidigare har nämnts att det som här framläggs är en idéskiss. Detta gäller i ännu högre grad fallet lättballastbetong. Full klarhet i om teorien är användbar får man först efter en omfattande empirisk analys av sambanden mellan de olika konstantvärdena i ekv (167), (170) och (171), ballastmängder och relativa styvheter hos pasta och ballast. Teorien är emellertid lovande såtillvida som den kan förklara en del iakttagna fenomen.

4.1.134 Ballastmängdens inverkan på böjdraghållfastheten

Hittills har enbart enaxiell tryckbelastning studerats.

På grundval av Alexanders et al /1965/ arbete kan man emellertid även få fram vissa synpunkter på sambandet ballastmängd och böjdraghållfasthet.

Ett logiskt uttryck för böjdraghållfasthet hos betong är följande.
(Betr härledning av motsvarande uttryck för tryckhållfasthet, se sid 72 och ekv (94)):

$$(\sigma_B)_{BD} = k_{25} + k_{26} \cdot V_p (\sigma_p)_{BD} + k_{27} (1 - V_p) \sigma_v \quad (172)$$

Vidhäftningshållfastheten σ_v byts mot stenens draghållfasthet när denna är lägre, jfr resonemanget om lättballastbetong.

Konstanten k_{25} är relativt liten enligt experiment. Den antas vara så utformad att den blir noll vid $V_p = 1$, dvs vid ren cementpasta och når ett maxvärde vid $V_p = 0$. Denna ansats har tidigare använts för beräkning av tryckhållfasthet, se ekv (118).

$$k_{25} = k'_{25} (1 - V_p) \quad (173)$$

Ett empiriskt uttryck för böjdraghållfasthet enligt Alexander et al /1965/ är:

$$(\sigma_B)_{BD} = 20,4 + 0,318 (\sigma_p)_{BD} + 0,162 \cdot \sigma_v \quad (96)$$

Värdena på konstanterna k_{26} och k_{27} har vad beträffar tryckhållfasthet beräknats ur en jämförelse av ekv (94) och (95) med antagande av att medelcementpastahalten i Alexanders et al /1965/ försök var 30%, se ekv (97) och (98).

I fallet böjdraghållfasthet antas att cementpastahalten är något större, nämligen 31,8%. Detta görs för att följande villkor skall vara uppfyllt.

$$(\sigma_B)_{BD} = (\sigma_p)_{BD} \text{ när } V_p = 1 \quad (174)$$

Konstanterna k'_{25} , k_{26} och k_{27} får då följande värden:

$$k_{25}' = \frac{20,4}{1 - 0,318} = 29,9 \quad (175)$$

$$k_{26} = \frac{0,318}{0,318} = 1,00 \quad (176)$$

$$k_{27} = \frac{0,162}{1 - 0,318} = 0,237 \quad (177)$$

Insätt ekv (92) för sambandet mellan vidhäftningshållfasthet och böjdraghållfasthet fås följande ekvation för böjdraghållfastheten hos en betong:

$$\frac{(\sigma_B)_{BD}}{(\sigma_p)_{BD}} = \frac{29,9(1 - V_p)}{(\sigma_p)_{BD}} + V_p + k_8 \cdot 0,237(1 - V_p) \quad (178)$$

Maxhållfastheten fås när $k_8 = 1$ ty då sker brott i pastan invid fasgränsen.

$$\left\{ \frac{(\sigma_B)_{BD}}{(\sigma_p)_{BD}} \right\}_{MAX} = \frac{29,9(1 - V_p)}{(\sigma_p)_{BD}} + V_p + 0,237(1 - V_p) \quad (179)$$

Min-hållfasthet fås när vidhäftning helt saknas:

$$\left\{ \frac{(\sigma_B)_{BD}}{(\sigma_p)_{BD}} \right\}_{MIN} = \frac{29,9(1 - V_p)}{(\sigma_p)_{BD}} + V_p \quad (180)$$

I ekvationerna ovan kan naturligtvis V_p bytas mot $\frac{P_B}{P_p}$, se ekv (120).

Ekvationerna (178) - (180) kan ritas upp i ett diagram enligt fig 74.

Även dessa ekvationer liksom motsvarande ekvationer för tryckhållfasthet anger att hållfastheten minskar med ökande ballastmängd vid konstant pasta-hållfasthet. När det gäller tryckhållfasthet strider detta mot praktisk erfarenhet, se figurer 76, 108, 113. Denna diskrepans mellan teori och emperi kunde förklaras vad beträffar tryckhållfasthet med att konstanterna k_{11} och k_{12} inte kunde förväntas vara konstanta vid varierande ballastmängder. De bör bero på bl a Poisson's tal vilket i sin tur är starkt beroende av ballasthalten. Genom att justera konstantvärdena i proportion till en förändring av Poisson's tal kunde diskrepansen till stor del elimineras. Jämför resonemanget som leder fram till ekv (147).

När det gäller böjdraghållfasthet kan Poisson's tal inte rimligen på-

verka resultatet. Teoretiskt måste hållfastheten därför minska med ökande ballasthalt vid böjdragning. Därför är det utomordentligt intressant att se att försöksresultat bekräftar teorien. Ett exempel på detta visas i fig 76.

Vid ökning av cementpastahalten från 30% till 38% vid ett vattencementtal av 0,45 blir uppenbarligen höjningen av draghållfastheten ungefär 2,1 kp/cm². Vid en höjning av cementpastahalten från 38% till 44,5% vid ett vattencementtal av 0,35 blir ökningen i draghållfasthet ungefär 2,9 kp/cm², dvs något större.

Ekvation (178) ger i de bägge fallen öknings av böjdraghållfastheten av 4,2 kp/cm² respektive 5,5 kp/cm². Höjningarna i draghållfasthet blir enligt ekv (99) 1,75 à 3,2 resp 2,3 à 4,2 kp/cm². Värdena är baserade på böjdraghållfastheter ur fig 70 och på att $k_8 = 0,73$.

Den teoretiska ekvationen ger alltså en större absolut förändring av hållfastheten ju högre denna är vilket överensstämmer med försök.

Även de teoretiska absolutvärdena stämmer bra med försöksvärden.

På sid 94 ff. gjordes ett försök att ta hänsyn dels till spänningskoncentrationer p g a förekomst av ballast enligt de principer som ledde fram till ekvationerna (178) - (180) ovan, dels till ballastens tänkbara effekt som "spricklåsare". Denna senare effekt ansågs höja cementpastans hållfasthet.

Analogt med förändringen av ekv (114') till (157) vid en viss ballasthalt vad gäller tryckhållfasthet övergår ekv (178) till (vid $V_p < (V_p)_0$ enligt ekv (153)):

$$(\sigma_B)_{BD} = 29,9(1 - V_p) + (\sigma_p)_{BD0} \left\{ \sqrt{(V_p)_0} \cdot \sqrt{V_p} + k_8 \cdot 0,237(1 - V_p) \right\} \quad (181)$$

Används denna ekvation i stället för ekv (178) reduceras de ovan beräknade hållfasthetsökningarna något men det blir fortfarande öknings.

Det förhållandet att exakt samma typ av ekvation kan användas för både tryckhållfasthet och draghållfasthet hos betong är utomordentligt intressant. Bland annat innebär det att ballastens hållfasthetsegenskaper

och affinitet till cementpastan kommer att påverka tryck- och draghållfasthet på kvalitativt samma sätt. Det är därför intressant att notera att just detta förhållande har illustrerats av Johnston /1970/. 6 olika ballasttyper med en hållfasthetsvariation av 375% påverkade i denna undersökning både tryck- och draghållfasthet på så gott som exakt samma sätt. Den svagaste ballasten gav lägst hållfasthet i bägge fallen.

Flera författare, bl a Bhargava et al /1971/, har påvisat det märkliga förhållandet att drag- och böjdraghållfastheten hos betong är betydligt mindre känslig för en variation i vattencementtalet än tryckhållfastheten. Det är intressant att notera att denna minskade känslighet inte så utpräglat gäller för ren cementpasta. Därmed ger Alexaders et al /1965/ försök klart besked. Se fig 82.

Den olika känsligheten för en förändring av vattencementtalet förutsägs klart av de ovan angivna ekvationerna för böjdraghållfasthet ekv (178) resp för tryckhållfasthet ekv (122).

Som exempel tas en 7 dygn gammal betong med 30% cementpasta. En förändring av vattencementtalet från 0,40 till 0,50 ger enligt fig 82 en sänkning av pastans tryckhållfasthet med 190 kp/cm^2 och av dess böjdraghållfasthet med $0,15 \cdot 190 = 29 \text{ kp/cm}^2$.

Ur ekv (122) fås då att betongens tryckhållfasthet sjunker med 78 kp/cm^2 från 290 kp/cm^2 , dvs med 27%. Ur ekv (178) fås att betongens böjdraghållfasthet sjunker med $12,2 \text{ kp/cm}^2$ från $69,3 \text{ kp/cm}^2$, dvs med endast 17,5%.

4.1.135 Ballaststorlekens inverkan på hållfastheten

Iakttagna fenomen

Hittills har endast behandlats ballastmängdens inverkan på hållfastheten.

Flera författare har dock visat att även ballaststorleken har en avgörande betydelse för en betongs hållfasthet såväl vid tryck som dragning. Nielsen /1971/ har visat att diskontinuiteter i anslutning till grov ballast har en avsevärd effekt på såväl hållfasthet som på betongens reologiska egenskaper.

-des
Diskontinuiteterna studera med röntgenteknik. Nielsen bestämde bl a diskontinuitetsarean per enhetsvolym betong, A_d^V och diskontinuitetsarean per ytenhet sten A_d^A . Två stenhalter undersöktes vid två vattencementtal.

Bergström/1971B/har gjort en analys av Nielsens data enligt följande. Fig 83 visar att A_d^V ökar med stenhalt och vattencementtal. Genom att reducera värdena på A_d^V för det högre vattencementtalet till nivån för det lägre vattencementtalet framgår att den relativa effekten av stenhalt är lika stor vid båda vattencementtalen.

I fig 84 visas variationen av A_d^A med stenhalt och vattencementtal. Som väntat är effekten av stenhalt nu inte är så stor eftersom dess yta ingår i värdet A_d^A . Snarare sjunker frekvensen av ytsprickor per ytenhet vid ökande ballastmängd.

Att effekten av ett ökat vattencementtal i riktning mot ökande diskontinuiteter är så stor styrker teorien av inre vattenseparation enligt nedan, sid. 116.

Bergström/1971B/ analyserade även sambandet mellan hållfasthet och diskontinuiteter. Det visade sig nämligen att den ökade stermängden även förorsakade hållfasthetsförluster. Hållfastheten vid den låga stenhalten sätts till 1 vid båda vattencementtalen. Analysen visas i tabell 11.

Tabell 11

	Hög stenhalt/Låg stenhalt	
	$w_o/c = 0,40$	$w_o/c = 0,55$
Diskontinuitetsförhållande	1,6	1,8
Hållfasthetsförhållande	$\frac{358}{445} = 0,80$	$\frac{225}{288} = 0,78$
Cementpastavolymförhållande	0,70	0,71

Ur tabell 11 kan man alltså dra den utomordentligt intressanta slutsatsen att vid båda vattencementtalen är förlust i hållfasthet direkt proportionell mot ökningen av diskontinuiteternas omfattning. Denna är i sin tur beroende av såväl vattencementtal som stenhalt.

Man får emellertid i detta sammanhang inte glömma att cementpastaandelarna är olika i de jämförda satserna. Det är därvid intressant att notera att om ekv (122) tillämpas på försöksdata och om man antar full vidhäftning mellan pasta och fin ballast och halv vidhäftning mellan pasta och grov ballast så fås nästan exakt de förhållanden i hållfastheter som visas i tabell 11. Dessutom blir absoluthållfastheterna nästan exakt de uppmätta om cementpastahållfastheter från fig 99 sätts in i ekv (122). Då är att observera att de uppmätta hållfastheterna är anmärkningsvärt små. Möjligen är betongerna ovanligt porösa p g a dålig bearbetning. Betongerna med stora stenhalter torde vara mycket svåra att komprimera helt.

I Nielsens försök är total ballastmängd ungefär oförändrad varav man kan frestas dra den slutsatsen att enbart den grova ballasten skulle ge upphov till svaghetszoner.

Powers & Brownyards /1948/ data enligt fig 60 visar emellertid att inte enbart den grova ballasten sänker hållfastheten utan också en ballast av fin kvartssand. Hela föregående avsnitt har ju för övrigt ägnats åt att teoretiskt visa att förekomsten av ballast måste ge upphov till spänningskoncentrationer som är hållfasthetssänkande oavsett ballstens grovlek.

Det finns även andra författare än Nielsen /1971/ som visar att ju grövre ballasten är vid ett visst vattencementtal desto lägre blir hållfastheten. Den grova ballasten skulle alltså vara farligare än den fina. Johnston /1970/ har gjort en omfattande utredning av detta förhållande. I fig 85 visas hur draghållfastheten och i fig 86 hur tryckhållfastheten varierar med storleken på ballasten. Inverkan på draghållfasthet av ballaststorlek är uppenbarligen mindre än inverkan på tryckhållfastheten. Enligt Johnston blir dessutom effekten av en ökning av ballaststorlek större vid låga vattencementtal än vid högre. Uttryckt i relativa tal blir emellertid förändringen i hållfasthet ungefär lika stor för alla vattencementtal. Analysen i Tabell 11 av Nielsens resultat bekräftas

alltså av Johnstons försök. Även om den absoluta mängden diskontinuiteter inte blir så stor vid låga vattencementtal blir således deras absoluta effekt i hållfasthetssänkande riktning desto större.

Författaren nämner ingenting om hur de olika blandningarna utformats. Han skriver dock att blandningarna haft en viss "låg bearbetbarhet". En konstant konsistens innebär vid konstant vattencementtal att vattenhalten, dvs cementpastahalten ökas vid minskande ballaststorlek. Enligt föregående resonemang (avsnitt 4.1, 132) skulle detta innebära att den hållfasthetshöjning som fås ur Johnstons försök i verkligheten är ännu större vad gäller tryckhållfasthet medan den bör vara mindre vad gäller draghållfasthet.

Resultat liknande Johnstons har erhållits i en stor studie av Walker & Bloem /1960/ för betong såväl med som utan luftinblandning och med ballaststorlekar ända upp till 62 mm. Effekten existerar alltså i hela det tänkbara ballastområdet. I en diskussion till Walker & Bloems artikel /1960/ erhålls ytterligare värdefulla fakta som belyser effekten av ballaststorlek på hållfastheten och som bekräftar iakttagelserna ovan.

Tänkbara orsaker till diskontinuiteter

En närliggande förklaring till varför en grövre ballast ger lägre hållfasthet är att den medför en ökning i porositet. Normalt är det emellertid så att en grövre gradering sänker vattenbehovet vilket vid konstant vattencementtal ger en lägre porositet. Visserligen minskar även cementpastamängden vilket enligt pkt. 4.1, 132 och enligt kommande resonemang normalt tycks ge en lägre hållfasthet vid konstant porositet. Porositetssänkningens hållfasthetshöjande effekt är dock större. Tyvärr saknas porositetsmätningar i de studier som refererats ovan varför man bara kan spekulera över denna punkt.

Man kan emellertid även betrakta diskontinuitetspartierna mot de grova stenarna som en ökad porositet.

Man kan då fråga varför dessa diskontinuiteter över huvud taget uppstår. Den enklaste förklaringen till diskontinuiteterna skulle helt enkelt vara att cementpasta är ett dåligt lim i samband med vissa ballasttyper. Ekv (88) visar t ex att vidhäftningshållfastheten är beroende av den

kemiska sammansättningen hos ballasten.

Enligt diskussionen på sid 71 uppnår vidhäftningshållfastheten vid böjning endast ~ 72% av cementpastans böjdraghållfasthet. Teorien för limning säger emellertid att **kohesionen** i limfogen är större än i den svagaste av de sammanlimmade materialen, i detta fall cementpastan eftersom denna p g a sin större porositet (vid tät ballast) kan förmodas ha den lägsta draghållfastheten. Enligt limteorien är alltså **verkligen** cementpasta normalt ett dåligt lim.

Det är emellertid mycket svårt att inse varför en ökning av ballaststorleken vid oförändrad kemisk sammansättning skulle göra cementpastan till ett ännu sämre lim.

annan/
En mycket trolig orsak till uppkomst av diskontinuiteter runt grövre stenar är vattenseparation. Vid w_0/c över det s k basvattencementtalet separerar en cementpasta, dvs cementkornensjunker neråt. Värdet på basvattencementtalet blir beroende av cementtalets finmalningsgrad men ligger normalt i storleksordningen 0,35 à 0,40.

I normala bruk och betonger ligger vattencementtalen normalt högre varför man kan få en "mikroseparation" inne i betongen. Cementpastan omedelbart under icke porösa ballastpartiklar bör därför generellt sett bli porösare än cementpastan i allmänhet. Denna extra porositet yttrar sig inte i någon väsentlig total porositetsökning i betongen men ger upphov till svaga zoner som tjänar som brottiniterande felställen. Se fig 64 och 65.

Vid porös ballast kan i stället partiet närmast ballastkornen bli tätare än pastan i övrigt p g a att separationsvattnet sugas in i stenar. Detta har visats av Bhargava /1972/ med radiografiska metoder och av Fagerlund /1972/ med svepelektronmikroskopi. Se fig 79.

Alexander et al /1965/ har visat att vidhäftningshållfastheten sjunker med ökande vattencementtal vilket är ett stöd för vattenseparationsteorin. Effekten är dock obetydligt större för stor ballast än för liten. Se fig 87. Även vid mycket små vattencementtal, 0,35, är effekten påtaglig.

Ju större ballasten är desto större bör möjligheterna vara att separationsvatten stannar kvar under stenarna.

En annan förklaring till att större stenar ger lägre vidhäftningshållfasthet kan vara att vid en viss mängd ballast blir inbördes avstånden mellan enskilda korn större ju större kornen är. Följande samband kan användas. Det är härlett av Powers för lufthalten i betong som funktion av medelavstånd mellan luftblåsor och dessas specifika yta. Powers/1949B/.

$$\bar{D} = \frac{2(1 - V_A)}{V_A \cdot \alpha} \quad (182)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} \bar{D} = \text{medelavstånd mellan kornen} \\ V_A = \text{ballastmängd} \\ \alpha = \text{specifik yta hos kornen} (= \frac{\text{konstant}}{\text{kornstorlek}}) \end{array} \right.$

En fördubbling av medelstorleken hos ballasten medför alltså en fördubbling av avstånden mellan kornen vilket bör öka separationsskiktens tjocklek.

En ökning av stenstorleken innebär möjligen också att den luft som inneslängs i betongmassan vid gjutningen löper större risk att fastna under stenarna när den stiger uppåt vid komprimeringen.

Även andra mekanismer vid uppkomst av diskontinuiteter är tänkbara. Bhargava /1971/ nämnde förekomsten av krympsprickor mellan ballastkorn och cementgel. Hsu /1963/ har emellertid visat matematiskt att vidhäftningsspänningen mellan ballastkorn och gel ökar mycket starkt med minskande avstånd mellan kornen, se fig 88. Enligt ekv (182) innebär detta att grov ballast är gynnsammare än fin ballast, vilket uppenbarligen motsägs av experiment. Teorien om krympsprickor är därför mindre trolig. Alexander et al /1965/ visar dock (fig 89) att känsligheten hos vidhäftningshållfastheten för ballaststorlek avtar vid större ballaststorlekar om provkropparna aldrig får tillfälle att torka före testen. Kurva AD gäller för provkroppar som lagrats och testats på normalt sätt medan kurva AC gäller för provkroppar som lagrats och testats under vatten.

Mekanismen i inverkan av ballaststorlek på hållfasthet

Den första mekanismen man tänker på i detta sammanhang är att hållfast-

hetsförlusten beror på förlust i vidhäftningshållfasthet. Ovan visades att Nielsens /1971/ försök kunde tolkas med hjälp av förlust i vidhäftning genom användning av ekv (122) även om hållfastheterna hos betongerna verkade vara väl små.

Även Johnston's /1970/ försök enligt ovan fig 85 och 86 kan man försöka tolka med hjälp av förändringar i vidhäftningshållfasthet. Differensen i hållfasthet enligt Johnston's undersökning vid stenstorlek varierande från 12 mm till 0 mm (extrapolerat värde) tabelleras i tabell 12. I samma tabell har inlagts beräknade förändringar i vidhäftningshållfasthet för att kompensera för hållfasthetsförlusten.

Beräkningen har gjorts med hjälp av ekv (95) Dessutom antas något oriktigt att cementpastahalten är konstant vid varierande stenstorlek. Troligen ökar den med minskande stenstorlek vilket gör de beräknade $\Delta\sigma_v$ för små.

Tabell 12

w_o/c	$\Delta\sigma_B$ kp/cm ²	$\Delta\sigma_v$ ekv (95) kp/cm ²	$\frac{\Delta\sigma_v}{(\sigma_p)_{BD}}$
0,35	+213	+209	1
0,45	+136	+133	0,84
0,55	+57	+56	0,62

Tabell 12 visar att mycket stora förändringar i vidhäftningshållfastheten erfordras om all hållfasthetsökning skall hänföras till denna. Dessutom erfordras större ökningar i vidhäftningshållfasthet ju lägre vattencementtalet är. Detta förutsätts också av fig 87, som visar att minskningen av vidhäftningshållfastheten på grund av en ökning av ballaststorleken blir större ju lägre vattencementtalet är.

I Tabell 12 har också lagts in den beräknade förändringen av vidhäftning i förhållande till pastans böjdraghållfasthet vilken motsvarar perfekt

vidhäftning. För att förklara storlekseffekten hos hållfasthet endast med vidhäftning sten - pasta krävs alltså att det råder sämre vidhäftning vid 12mm stenstorlek vid små vattencementtal än vid stora. Detta är ologiskt. Se t ex fig 87.

Som en andra mekanism kan tänkas att diskontinuiteterna vid grövre ballast inte enbart påverkar vidhäftningshållfastheten utan att de sänker pastans egen hållfasthet genom att de skaper spänningskoncentrationer. Så t ex förklarade Darwin & Slate /1970/ (sid 86) den stora hållfasthetssänkande effekt Nepper Christensen & Nielsen /1969/ fann hos betong med ballast av plastklädda glaskulor (sid 67 fig 66,67) med att deformationer uppstod i plastskikten. Därvid fungerade ballasten som någon sorts "kvasiporer", jfr även resonemanget på sid 104 angående betong med mjuk lättballast, ekv (165).

En nära liggande förklaring till att liten ballast ger högre hållfasthet än grov är att dess specifika yta är större. Den totala brottytan blir därför större ju mindre ballasten är. Detta visas schematiskt i fig 90. Vid grov ballast är brottyta A_b mindre än vid fin ballast om brottet går som visas i figuren. Vid en konstant ballastmängd är emellertid projektionen av summa ballastyta på ett vertikallplan exakt lika stor oberoende av ballastens storlek, ekv (93).

$$(1 - v_p) = \frac{A_p}{A} \quad (93)$$

Rent teoretiskt går det därför inte åt större kraft att spjälka en provkropp av typ fig 90 b än av typ fig 90 a. Detta är för övrigt bakgrunden till ekv (94).

Däremot kan det mycket väl tänkas att de båda konstanterna k_{11} och k_{12} i ekv (94) påverkas av ballastens storlek. Dessa konstanter beror ju på spänningsfördelningen inne i provkroppen och behöver därför inte vara opåverkade av ballaststorlek.

Därmed kommer man osökt in på en fjärde tänkbar mekanism. Ballasten kan fungera som en slags dispersionshärdning. Detta har diskuterats på sid 94ff ekv (157)-(161).

Cementpastans hållfasthet ökas med minskande avstånd mellan ballastpartiklar. Effekten blir påtaglig framförallt när avstånden \leq kritiska spricklängden i pastan.

Ekv (182) visar nu att avstånden mellan ballastpartiklar minskar när mängden ballast ökar, men de ökar också vid konstant ballastmängd när ballastens specifika yta ökar, dvs när dess storlek minskar.

Lott & Kesler /1966/ har studerat det s k "pseudo fracture toughness" (materialet betraktat som homogent) hos cementbruk och betong med brottmekaniska metoder. Vid bibehållet vattencementtal och sandmängd ökade motståndet mot spricktillväxt proportionellt mot mängden grov ballast. När denna uppgick till 30 à 40% var ökningen ungefär 20%. Man bör därvid observera att den ökande mängden sten innebär en minskande mängd cement + vatten, eftersom stenen inblandades i ett och samma bruk. Man fann emellertid ingen som helst effekt på "fracture toughness" vare sig vid förändrat vattencementtal eller sandhalt upp till 65 vol-%. En sammanfattning av resultatet visas i fig 91.

Troligen beror inverkan av ballastens storlek på hållfasthet av alla de nämnda faktorerna. En inbördes gradering av deras olika betydelse är svår att göra. Den sista mekanismen, dispersionshårdningen, är verksam även utan förekomst av diskontinuiteter. När porösa partier förekommer under grövre stenar torde den väsentliga mekanismen vara minskad vidhäftning i kombination med sänkt "cementpastahållfasthet" p g a uppkomsten av spänningskoncentrationer. Ballastkornen fungerar som "kvasiporer". Inverkan bedöms därvid av ekvationer av typer (94) , (122) , (157) i kombination med en reduktion av pastahållfastheten enligt en ekvation av typ (165).

4.1.136 Teoretisk bestämning av betongs- och cementbruks hållfasthet, baserad på kännedom om dess porositet

Enligt de teoretiska överväganden som gjorts ovan under punkt 4.1.132 kommer hållfastheten hos en betong eller ett cementbruk att vid en viss ballasttyp och ballastmängd enbart bli beroende av cementpastans hållfasthet.

Den primära information som erfordras för att kunna göra en beräkning

av det aktuella materialets hållfasthet som funktion av dess porositet är därför kännedom om ren cementpastas hållfasthets - porositetskurva.

Därur erhålls hållfastheten för den aktuella cementpastan. I fallet tryckhållfasthet hos icke porös ballast erhålls därefter hållfastheten hos betongen eller bruket ur en ekv av typ (122) eller (157) genom att volymandelen pasta är känd, vidhäftningshållfastheten är känd (påverkas av ballasttyp och ballaststorlek) och man känner aktuella konstantvärden i ekvationerna. Vissa data på dessa konstanter har angetts. I fallet böjdraghållfasthet hos betong används ekv (178) och i fallet lättballastbetong ekv (167) eller (170) på i princip samma sätt som ovan.

Tyvärr är kunskapen om hållfasthets - porositetskurvor hos cementpasta mycket bristfällig. Detta gäller framförallt vid de vattencementtal som är aktuella i normala betonger. Dessa vattencementtal motsvarar mycket höga porositeter, i nivån 40 à 70%. Alexander et al /1965/ ger värden för en 7 dygn gammal pasta. Sereda et al /1966/ ger böjdraghållfastheter för mycket välhårdade pastor.

I porositetsområdet 10 à 25% känner man dock en del värden, jfr t ex Bajza /1970/ fig 44,45 och Lawrence /1971/ fig 46.

Tidigare har påpekats flera gånger (sid 41 , sid 42 och sid 64) att det är viktigt att särskilja på två hållfasthets - porositetssamband. Det första sambandet fås under pastans härdning varvid strukturen hos fast fas och porer hela tiden förändras, nya kemiska och fysikaliska bindningar skapas etc. I detta stadium är känsligheten för porer mycket stor, vilket framgår av t ex fig 44, baserad på Bajza's /1970/ försök och fig 60 baserad på försök av Powers & Brownyard /1948/.

Begreppet gel space ratio som tidigare har använts för hållfasthets - porositetssamband i allmänhet torde enbart kunna användas under detta härdningsskede. Det måste dessutom justeras enligt riktlinjer i punkt 4.1.2 så att även mycket täta pastor kan innefattas.

Under punkt 4.1.8 nedan behandlas för övrigt härdningsstadiet hos en betong med hjälp av en teori som utvecklats för sintrande keramik. Wilcox /1962/.

Det andra hållfasthets - porositetssambandet gäller för pasta av olika porositet men tillverkade av samma cement och vid konstant härdningsgrad. Känsligheten för porer är här betydligt mindre än under härdnings-skedet hos en viss pasta.

Dessutom kan tills vidare förutsättas att en viss mängd porer oavsett typ påverkar hållfastheten lika mycket.

Skillnaden i känslighet för porer i de båda fundamentalt olika fallen framgår av fig 44 enligt Bajza.

Tankegången bakom uppdelningen i två olika typer av samband åskådliggörs av fig 48. Under härdningsskedet har man ett ständigt variabelt material medan man vid konstant härdningsgrad kan antas ha ett konstant material men med variabel porositet.

Knudsen /1959/ har utvecklat en intressant teori för hållfasthetsutvecklingen hos en sintrande keramik (punkt 4.2.5 nedan). Resultatet av denna teori blir just två samband enligt ovan, se fig 143. I initialskedet stiger hållfastheten mycket snabbt vid liten porositetsminskning varefter kurvan viker av mot en flackare lutning vid ytterligare porositetsminskning.

Hållfasthets - porositetskurvan för cementpasta under härdning kan fås ur uttrycket (10) enligt Schiller:

$$\sigma_p = (\sigma_p)_0 \left\{ 1 - \left(\frac{P_p}{(P_p)_{KR}} \right)^{1/n} \right\} \quad (10)$$

där $n \approx 1,0$

Att detta uttryck är rimligt framgår bl a av fig 60 för cementpasta och cementbruk och av fig 109 för betong.

Ytterligare en test av ekvationen ovan kan man få genom att utnyttja den s k tid - temperaturfunktionen för hållfasthetsutveckling hos en betong som anvisas av Bergström /1953/. Man kan approximativt anta att det råder ett konstant förhållande mellan hållfasthet hos pastan och hållfasthet hos betongen, jfr ekv (122). Härdningsgraden vid olika tidpunkter fås ur Danielsson /1966/. Porositeten som funktion av härdningsgraden beräknas ur ekv (184) nedan.

För en cementpasta med vattencementtal 0,50 och 6% luft fås då ett hållfasthets - porositetssamband enligt fig 92 . Som synes är sambandet någorlunda rätlinjigt.

Värdet på P_{KR} i ekv (10) ovan blir beroende av vattencementtal och lufthalt hos färsk massa enligt ekv (83).
Vid 6% luft gäller:

$$(P_p)_{KR} = 0,94 \frac{0,913 w_o/c}{w_o/c + 0,32} + 0,06 \quad (183)$$

Denna ekv är utritad i fig 63 . P_{KR} vid cementpastan ovan med $w_o/c = 0,50$ blir teoretiskt 0,583 vilket är nästan exakt samma värde som det empiriskt bestämda i fig 92 .

Som ett alternativ till ekv (10) ovan kan man använda uttrycket (6) enligt Bal'shin för hållfastheten under härdning.

$$\sigma = \sigma_o (1 - P)^m \quad (6)$$

där $m = 6$ enligt fig 44 .

Nackdelen med denna ekvation är att den inte ger någon kritisk porositet.

Ett annat möjligt samband är Wilcox' ekv (217) för sintrande keramik, se sid 147 nedan:

$$\sigma = \frac{\sigma_o'}{P_{KR}} \cdot \frac{P_{KR} - P}{1 - P} \quad (217)$$

$$\text{där } \sigma_o' = \frac{P_{KR}}{K} \quad (218)$$

I realiteten motsvarar denna ekvation den linjära ekv (15) vilket framgår av fig 124. Denna ekv är därför lämpligare.

Även Lawrence's teoretiska uttryck ekv (31) har visat sig vara användbart för hållfasthets - porositetskurvan under härdning, se sid 29ff. och fig 37.

$$\sigma = 2\sigma_o \cdot \frac{2 + P_{KR}}{3 \cdot P_{KR}} \left(\frac{1 - P}{2 + P} - \frac{1 - P_{KR}}{2 + P_{KR}} \right) \quad (31)$$

Porositetsvariationer under härdningen fås ur följande ekvation vilken även användes vid framtagningen av fig 92 .

$$P_p = \frac{w_o/c - 0,19 \cdot \alpha + l_o/c}{0,32 + w_o/c + l_o/c} \quad (184)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \text{andel fullständigt hydratiserat cement} \\ l_o = \text{luftmängd i färsk pasta, m}^3/\text{m}^3 \\ c = \text{cementmängd, ton/m}^3 \\ w_o/c = \text{vattencementtalet} \end{array} \right.$

Ekvationen är inte "sortriktig" varför rätt sorter måste användas.

Ur ekv (83) för kritisk porositet och ekv (184) ovan för slutporositet vid en viss härdningsgrad fås total porositetsvariation under härdningen till denna härdningsgrad.

Vilken hållfasthetsökning denna porositetsminskning motsvarar är enligt vad som tidigare nämnts i stort sett outrett.

I fig 93 har data enligt Bajza /1980/ och Alexander et al /1965/ sammanfattats. I stället för härdningsgrad används cementpastans ålder. Detta är olyckligt eftersom samma ålder kan innebära olika härdningsgrader, dvs olika hållfastheter hos olika cementsorter och vattencementtal. För försök enligt Alexander et al /1965/ antas att härdningsgraden, α , är 0,40 vid $w_o/c = 0,30$ och $\alpha = 0,55$ vid $w_o/c = 0,90$, jfr Bergström /1967/ och att lufthalten är 6% i alla pastor.

Som synes utgör hållfasthets - porositetssambanden brant lutande linjer under härdning. "Medelkänsligheten" hos hållfastheten för porer är 140 à 170 kp/cm² per procent porositet vid $w_o/c = 0,30$ men enbart 30 à 50 kp/cm² vid $w_o/c = 0,90$. Känsligheten är störst vid färsk ålder.

Hållfasthets - porositetskurvan för cementpasta vid konstant härdningsgrad

Som synes går försöksvärdena i fig 93 väl ihop med Bajza's värden för täta cementpastor och compacts. En ekvation som någorlunda väl sammanfattar hela porositetsområdet är

$$\sigma_p = 4300(1 - P_p)^{3,15} \quad (185)$$

Exponenten 3,15 är rimlig. Vid låga vattencementtal ger dock ekvationen något för höga värden vilket dock kan bero på felaktigheter i förutsättningarna vid beräkning av porositeten. Nedan används något annorlunda

ekvation, se sid 129.

Enligt Bergström /1953/ utgör hållfastheten vid 7 dygns ålder ungefär 62% av hållfastheten vid 28 dygn. Detta förutsätter Standard Portland-cement och 20°C lagringstemperatur.

Kritiska porositeter beräknas ur ekv (183). Den beräknade 28-dygnshållfastheten ritas ut på förlängningen av en linje genom kritiska porositeten och 7 dygnsporositeten. 28 dygnsporositeten beräknad på detta sätt stämmer inte alltid exakt överens med porositeter beräknade ur ekv (184) vilket kan bero på felaktigt antagna lufthalter och härdningsgrader. Beräknade porositetsdata har lagts in i figuren tillsammans med data enligt extrapolationen.

En kurva av samma typ som användes för 7 dygns-porositeten, ekv (185), anpassas till 28-dygnshållfastheterna vid porositeterna 0,15 och 0,58 varvid fås:

$$\sigma_p = 5000(1 - P_p)^3 \quad (186)$$

Exponenten är nu något lägre men fortfarande rimlig. Som synes överensstämmer denna ekvation inte särskilt bra med försöksdata. Sedan skall visas att en ekvation av typ (13) enligt Schiller /1958/ är betydligt bättre.

Man måste dessutom notera att troligen härdningsgraden inte är lika över hela porositetsintervallet p g a att täta pastor hydratiserar långsammare än porösa. Detta har dessutom förutsatts vid beräkningen av porositeten. Därför är det i viss mån ologiskt att göra en anpassning enligt ovan.

I figuren har också lagts in värden enligt Sereda et al /1966/. Dessa värden, som hämtats ur Fig 33 utgör brottlaster vid böjdragförsök på tunna välhårdade cementpastaplättor. Värdet vid 20% porositet har proportionerats upp till Bajza's medelvärden vid samma porositet. Man kan anta att förhållandet böjdraghållfasthet:tryckhållfasthet är konstant i det använda porositetsintervallet, jfr ovan sid 77. Som synes ger dessa värden något högre hållfastheter än de beräknade 28-dygns hållfastheterna. Detta är rimligt.

Man har nu en intressant möjlighet att testa de teorier för betongs hållfasthet som framfördes under punkt 4.1.132. Betongs hållfasthet som funktion av dess vattencementtal är väl känd. Se sid 137 och fig 118. Variation av vattencementtal innebär att man vid konstant konsistens och ballasttyp får en variation i cementpastamängd.

Cementpastamängden och porositeten kan beräknas under följande förutsättningar:

- lufthalten i pastan = 6% i alla blandningar.
- vattenhalten är konstant = 170 l/m³ betong ner till ett $w_0/c = 0,60$, därefter ökar den proportionellt mot cementhalten så att den är 180 l/m³ vid $w_0/c = 0,30$.
- hydratationsgraden antas följa uttrycket (41)

Under dessa förutsättningar kan cementpastans hållfasthet beräknas ur ekv (114) i något annan form.

$$\sigma_p = \frac{\sigma_B - \frac{34(1 - V_p)}{0,70}}{k_{11} \cdot k_{15} \cdot V_p + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15}(1 - V_p)} \quad (187)$$

I ekvationen insätts betonghållfastheter enligt fig 118 och cementpastahalter beräknade enligt ovan. Konstantvärden väljs enligt nedan:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{10} = 34 \text{ kp/cm}^2 \\ k_{12} \cdot k_{15} = 1,00 \\ k_{11} = 1,46 \\ k_{15} = \frac{\sigma_{BD}}{\sigma_p} \text{ fås ur fig 70} \\ k_8 = 0,73 \text{ (vidhäftning sten - pasta)} \end{array} \right.$$

Dessa data har använts tidigare, så när som på k_{15} som tidigare antagits vara konstant = 0,15.

I fig 94 har de sålunda beräknade hållfastheterna ritats in tillsammans med data för compacta enligt Bajza /1970/ och tillsammans med beräknade 7-dygns hållfastheter. ($\sigma_{7d} = 0,62 \cdot \sigma_{28d}$). Linjer dras från 28-dygns hållfastheterna ner till de kritiska porositeterna. Känsligheten för porer under härdning blir då:

154 kp/cm² per % porer vid $w_o/c = 0,30$ och 53 kp/cm² per % porer vid $w_o/c = 0,90$. Dessa värden överensstämmer bra med försöksdata enligt ovan.

Försök har gjorts att anpassa en ekvation av typ (6) genom de beräknade värdena.

Vid 28 dygn fås:

$$\sigma_p = 4480 \text{ à } 4700 (1 - P_p)^{2,36 \text{ à } 2,68} \quad (188)$$

De olika konstantvärdena beror på var anpassningen till försöksdata görs.

Vid 7 dygn fås:

$$\sigma_p = 4090 (1 - P_p)^{2,62} \quad (189)$$

En ekvation av denna typ är emellertid inte särskilt lyckosam vilket framgår av figuren.

Vid beräkningen av cementpastahållfastheter enligt ovan togs ingen hänsyn till att ballasten kan tjänstgöra som en dispersionshärdning vilken ger en ökad hållfasthet hos de små cementpastavolymerna mellan ballastkorn.

Beräkningen sker enligt ekv (157) i följande form:

$$\sigma_p = \frac{\sigma_B - \frac{34(1 - V_p)}{0,70}}{k_{11} \cdot k_{15} \sqrt{(V_p)_o} \cdot \sqrt{V_p} + k_8 \cdot k_{12} \cdot k_{15} (1 - V_p)} \quad (190)$$

Beräkningen sker med samma konstantvärden som tidigare. $(V_p)_o$ sätts till 0,80. Ekvationen ovan ger lägre erforderliga cementpastahållfastheter än ekv (187). Resultaten framgår av fig 95.

Anpassning till en ekvation av typ (6) ger:

$$\text{vid 28 dygn} \quad \sigma_p = 4900 (1 - P_p)^{2,9} \quad (191)$$

$$\text{vid 7 dygn} \quad \sigma_p = 4400 (1 - P_p)^{3,12} \quad (192)$$

Det är intressant att notera att dessa rent teoretiskt beräknade samband överensstämmer förbluffande bra med försöksdata enligt Alexander et al /1965/. Se ekv (185) och (186).

Känsligheten för porer under härdningsskedet blir ungefär densamma som de ovan nämnda.

Tidigare har nämnts att en ekvation av typ Bal'shin, som använts ovan för att ge ett hållfasthets - porositetssamband hos cementpasta vid konstant härdningsgrad, inte är speciellt lämpad framförallt vid höga porositeter. Den överskattar då den vanliga hållfastheten, jämför f ö diskussionen under punkt 4.1.5 för hållfasthet hos autoklaverade kalciumsilikatprodukter.

Det intressantaste hållfasthets - porositetspartiet, $0,35 \leq P_p \leq 0,70$, vilket gäller för normala pastor har ritats ut i förstörad skala i fig 96 och 97, för två olika åldrar. Experimentella data liksom data beräknade enligt ovan har lagts in.

Dessa data kan relativt väl sammanfattas med en linjär ekvation enligt (15)

$$\sigma_p = \sigma_0 \left(1 - \frac{P_p}{(P_p)_{KR}} \right) \quad (15)$$

där $(P_p)_{KR} \approx 0,66$ à $0,70$ vid 28 dygns ålder
och $(P_p)_{KR} \approx 0,70$ à $0,76$ vid 7 dygns ålder

Åtminstone för de experimentella data finns emellertid en tendens till att ekvationen ovan underskattar hållfastheten vid lägre porositeter.

En ekvation av typ (13) enligt Schiller torde därför vara lämpligare även om den ger oändlig hållfasthet vid $P_p = 0$.

$$\sigma_p = q \cdot \ln \frac{(P_p)_{KR}}{P_p} \quad (13)$$

Denna ekvation har anpassats till teoretiska 28 dygns- och 7 dygnsvärden. Se fig 98. Följande konstantvärden erhålls:

$$q = \begin{cases} 1975 & \text{vid 28 dygn} \\ 1705 & \text{" " 7 "} \end{cases}$$

$$(P_p)_{KR} = 0,70 \text{ vid såväl 28 som 7 dygn}$$

Samma kurvor erhålls för hållfasthetsdata teoretiskt bestämda ur ekv (190).

Vid små porositeter stiger kurvan något för brant.

Därför har försöksdata även anpassats till en ekvation av typ (10).

$$\sigma_p = (\sigma_p)_0 \left\{ 1 - \frac{P_p}{(P_p)_{KR}}^{1/n} \right\} \quad (10)$$

Det visar sig att $n \approx 2$ vilket motsvarar cylinderformade porer. En anpassning till försöksdata ger:

$$\text{vid 28 d} \quad \sigma_p = 5600 \left\{ 1 - \left(\frac{P_p}{0,66} \right)^{1/2} \right\} \quad (193)$$

$$\text{vid 7 d} \quad \sigma_p = 4980 \left\{ 1 - \left(\frac{P_p}{0,67} \right)^{1/2} \right\} \quad (144)$$

Kurvorna är inlagda i fig 98. Som synes ger de god representation av försöksdata men ger något för låga kritiska porositeter.

Tills vidare föreslås att följande uttryck används för hållfasthets - porositetssambandet hos en cementpasta med en viss härdningsgrad, jfr resonemanget som ledde fram till ekv. system (20) och fig 30.

$$\text{för } P_p < P_1 : \quad \sigma_p = (\sigma_p)_0 (1 - P_p)^m \quad (6)$$

$$\text{för } P_{KR} > P_p > P_1 : \quad \sigma_p = q \ln \frac{P_{KR}}{P_p} \quad (13)$$

De få försöksdata som finns tillgängliga tillsammans med de cementpasta-hållfastheter som beräknats teoretiskt ur betongs hållfasthet ger anvisning om följande preliminära konstantvärden

$$\text{Vid 28 dygn} \quad \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_p)_0 \approx 5000 \text{ kp/cm}^2 \\ m \approx 3,0 \\ q \approx 1975 \text{ kp/cm}^2 \\ (P_p)_{KR} \approx 0,70 \end{array} \right.$$

$$\text{Vid 7 dygn} \quad \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_p)_0 \approx 4300 \text{ kp/cm}^2 \\ m \approx 3,15 \\ q \approx 1705 \text{ kp/cm}^2 \\ (P_p)_{KR} \approx 0,70 \end{array} \right.$$

Kurvan för 28 dygn är utritad i fig 99. Dessutom har inritats hållfasthets - porositetskurvor för en betong med 30% cementpasta beräknade ur ekv (114) och ekv (157). Konstantvärdena har valts enligt sid 82. Vid mera perfekt vidhäftning sten - pasta eller mindre stenstorlek kommer kurvan på en högre nivå, vid sämre vidhäftning kommer den på en lägre nivå.

Det exakta höjdläget på betongkurvan blir dessutom beroende av pastans och stenens relativa elasticitetsegenskaper. Alla dessa faktorer diskuteras utförligt under punkter 4.1.132 och 4.1.135.

I figuren har också lagts in approximativa kurvor för sambanden under härdning. Dessa dras som rätta linjer från den kritiska porositeten P_{KR} enligt ekv (183) upp till porositeten vid 28 dygn enligt ekv (184). Det förutsätts härvid att alla pastor innehåller 6% luft.

På motsvarande sätt kan nu kurvor för tryckhållfasthet hos en lättballastbetong läggas in i fig 99. Härvid används en ekvation av typ (167) eller (170). Även här krävs kunskaper om relevanta konstantvärden att använda i ekvationerna.

Draghållfastheten eller böjdraghållfastheten hos en betong beräknas ur ekv (178) och (181). Härvid krävs kunskaper antingen om cementpastans böjdraghållfasthet eller om sambandet mellan pastans böjdraghållfasthet och dess tryckhållfasthet varvid enbart den senare behöver vara känd som funktion av porositeten.

Inverkan av bearbetningsporer och luftporer på hållfasthet

Vid en viss hydratationsgrad har enligt resonemanget ovan alla typer av porer förutsatts ha samma effekt på hållfastheten.

Hos en cementpasta vid 28 dygns ålder fås därför effekten på hållfasthet av ofullständig bearbetning eller av luftinblandning ur ekv (195):

$$\sigma_p = 1975 \cdot \ln \frac{0,70}{P_p} \quad (195)$$

En porositetsökning av ΔP_p innebär enligt ekv (195) en hållfasthetssänkning av

$$\Delta \sigma = - 1975 \{ \ln(P_p + \Delta P_p) - \ln P_p \} \quad (196)$$

1% nettolufthaltsökning vid en ursprungsporositet av 50% ger t ex en hållfasthetssänkning $\Delta \sigma = - 39,5 \text{ kp/cm}^2$ hos pastan. Samma pastas ursprungshållfasthet är 665 kp/cm^2 enligt ekv (195). Hållfasthetssänkningen är därför 5,95%. 1% nettolufthaltsökning innebär p g a ökad pastavolym att bruttolufthaltsökningen är 2,04%.

Hållfasthetssänkningen hos en betong av samma pasta fås approximativt ur följande ekvation. Se ekv (119).

$$\Delta\sigma_B = \Delta\sigma_p \left\{ V_p + 0,16(1 - V_p) \right\} \quad (197)$$

Därvid antas att lufthaltsökningen även försämrar vidhäftningshållfastheten. Ingen hänsyn har tagits till att cementpastahalten ökar vid lufthaltsökningen. Om V_p sätts till 0,30 fås $\Delta\sigma_B = 16,3 \text{ kp/cm}^2$. Ursprungshållfastheten är $\approx 308 \text{ kp/cm}^2$ varför den relativa hållfasthetssänkningen är 5,3%. Försummas inverkan på vidhäftningshållfastheten blir sänkningen endast 3,85%.

Tas hänsyn till ballastens dispersionshårdande effekt enligt ekv (157) blir visserligen hållfasthetsförlusten hos betongen vid 1% porositetsökning i pastan något högre $\approx 23,9 \text{ kp/cm}^2$ räknat från en ursprungshållfasthet av 434 kp/cm^2 men den relativa sänkningen blir ungefär lika stor $\approx 5,5\%$ eller 4,45% om lufthaltsökningen inte antas påverka vidhäftningshållfastheten.

På motsvarande sätt ger en användning av $\sigma - P$ -kurvan för pasta av typ:

$$\sigma_p = \sigma_o (1 - P_p)^3 \quad (198),$$

Följande hållfasthetsförluster vid 1% ökning av porositeten från utgångsvärdet 50% gäller:

- för pasta $\Delta\sigma_p = - 37 \text{ kp/cm}^2$ från $\sigma = 625 \text{ kp/cm}^2$
- för betong vid $V_p = 0,30$ och användning av ekv (197) $\Delta\sigma_B = - 15,2 \text{ kp/cm}^2$ från $\sigma = 292 \text{ kp/cm}^2$

eller vid användning av ekv (157):

$$\Delta\sigma_B = - 22,3 \text{ kp/cm}^2 \text{ från } \sigma = 410 \text{ kp/cm}^2$$

När det gäller lufthaltens effekt på hållfasthet hos betong har man emellertid vissa experimentella kunskaper. Popovics /1969/ anger följande formel. Se även punkt 4.1.15 nedan.

$$\sigma = \sigma^1 \cdot e^{-0,0805 \cdot l} \quad (199)$$

där $\begin{cases} \sigma^1 = \text{hållfasthet exkl luftporer} \\ l = \text{lufthalt i \%} \end{cases}$

1% lufthaltsökning i pastan medför 0,33% ökning i betongens lufthalt vid $V_p = 0,30$. I exemplet ovan blir då hållfastheten hos betongen:

$$\frac{\sigma_0}{\sigma^1} = e^{-0,0805 \cdot 0,33} = 0,974$$

Hållfasthetssänkningen är alltså enbart 2,6%, vilket skall jämföras med de beräknade $\approx 5\%$ enligt ovan.

Skillnaden i beräknade och experimentella värden kan bero på att luftporer inte sänker hållfastheten på samma sätt som övrig porositet. Detta diskuteras f ö av Popovics som anger att luftporer enbart sänker hållfastheten 75% av vad motsvarande mängd bearbetningsporer gör. Detta förklaras av Popovics med att bearbetningsporerna är kantigare och därigenom skapar spänningskoncentrationer. Ännu större spänningskoncentrationer bör skapas av betongens övriga porer eftersom de är avsevärt mindre.

Det anförda exemplet visar alltså att det är nödvändigt att använda olika $\sigma - P$ -kurvor vid olika lufthalt. Detta kan för övrigt visas rent logiskt. Det är t ex möjligt att med artificiella medel höja lufthalten i en betong med vattencementtalet 0,80 till 6% utan att hållfastheten minskas mer än $\approx 40\%$. Vid 30% cementpasta blir emellertid porositeten hos pastan i en sådan betong vid 28 dygns ålder $\approx 69\%$. Detta ger en mycket låg både cementpasta- och betonghållfasthet om samma $\sigma - P$ -kurva skulle användas som vid en lufthalt $\approx 2\%$ i betongen, dvs kurvan enligt fig 99.

Användandet av olika kurvor för olika lufthalter innebär en viss komplicering. I ekv (302) anges förslag på tänkbara uttryck som tar hänsyn till olika portyper. Detta problem behandlades även av Brown et al /1964/, se sid 172. Detta gäller dock bara för $\sigma - P$ -kurvor vid en viss härdningsgrad. För samband för en viss betong eller pasta under härdning innebär en ökad lufthalt först och främst en ökning av P_{KR} enligt ekv (83). Därefter antas $\sigma - P$ -kurvan vara "parallell med" kurvan för samma material utan den extra lufthalten. Detta är rimligt eftersom luftporernas "bidrag" till hållfasthetssänkningen är konstant under hela härdningsskedet. En ökad lufthalt kommer däremot enligt resonemanget ovan att innebära att hållfastheten vid en viss härdningsgrad blir lägre än utan den extra luften.

Förslag till betongproportionering med utgångspunkt från porositeten

Vid en normal betongproportionering utgår man från de empiriska samband som finns mellan betonghållfasthet och betongens vattencementtal. Ett sådant samband visas i fig 118. I detta samband inkluderas effekter av olika cementpastahalter, av stenens yttextur och storlek, av stenens hållfasthet, av vattenseparation inne i betongen etc. Av denna orsak är inte hållfasthets- vattencementtalskurvan särskilt väl definierad. Som den utritats i fig 118 utgör den en medelkurva lagd genom ett stort antal försökspunkter med ganska stor spridning.

Kurvan i fig 118 är en s k laboratoriekurva, dvs den är baserad på provkroppar tillverkade under laboratoriemässiga förhållanden. En normal betongproportionering tar emellertid också hänsyn till hur betongarbetet utförs. Detta görs genom att olika $\sigma - w_0/c$ -kurvor antas gälla vid olika noggrant utfört arbete Anon/1969/. Ju bättre arbetet utförs ju högre hållfasthet antas ett visst vattencementtal medföra. Kurvan i fig 118 är därför en kurva som ger maximalhållfastheter vid fullgod komprimering.

Bristande noggrannhet kan delvis bestå i att man inte riktigt vet exakt vattencementtal i betongen. Till inte ringa del består den emellertid i dålig bearbetning. Denna yttrar sig i sin tur i en ökad porositet. Drastiskt uttryckt skapar egnahemsbyggaren en porösare betong vid ett visst vattencementtal än den drivne anläggningsarbetaren.

I en proportioneringsmetod baserad enbart på betongporositet skulle därför hänsyn kunna tas till noggrannhet i arbetsutförandet genom att betongen med ett visst w_0/c antas erhålla högre porositet ju sämre arbetsutförandet är. Dessutom sätts naturligtvis tillåten påkänning lägre ju sämre arbetsutförandet är för att ta hänsyn till bristfälligheter vid betongblandningen etc.

Grundekvationen för proportioneringen är uttrycket för pastans porositet.

$$P_p = \frac{w_0/c - 0,19 \cdot \alpha + 1_0/c}{w_0/c + 0,32 + 1_0/c} \quad (184)$$

Noggrannheten vid komprimeringen kommer in vid val av 1_0 som innefattar komprimeringsporer och luftinblandningsporer. Dessa antas approximativt ha samma effekt på hållfastheten.

Vid givna vattencementtal, hydratationsgrad och mängd luft- eller bearbetningsporer kan porositeten hos pastan beräknas ur ekvationen ovan. Med ledning av kurvor av den typ som visas i fig 99 kan sedan pastans hållfasthet fås. Data över dessa kurvor saknas, med troligen fås en kurva för varje hydratationsgrad och lufthalt. I fig 100 har inritats hypotetiska kurvor för en cementpasta med $w_0/c = 0,50$ och med två olika lufthalter, 6% och 20%.

När väl pastans hållfasthet är känd kan betongens hållfasthet beräknas enligt riktlinjer som anges i punkt 4.1.132 - 135. Härvid kan hänsyn tas till ballastens mängd, storlek och hållfasthet.

I Fig 101 har ett försök gjorts att tillämpa den föreslagna proportioneringsmetoden. Som försöksmaterial har valts resultat av hållfasthetsundersökningar på cementbruk publicerade av Powers & Brownyard /1948/. Cementtypen 15011 j verkar vara ett cement med normal snabbhet. Tre olika bruk har undersökts med tre olika cementpastahalter och vattencementtal. Lufthalterna i pastan varierar mellan 4,75% och 6,41% med högre lufthalt ju högre vattencementtalet är.

Den kritiska porositeten är beräkningsmässigt ungefär lika stor för de tre bruken trots olika sammansättningar. Den verkliga kritiska porositeten överensstämmer med den beräknade.

Porositetsvariationer har åstadkommits med hjälp av hydratationsgraden. I fig 101 har porositeter beräknade enligt ekv (184) och (120) använts.

I fig 101 har också lagts in den hållfasthets - porositetskurva för cementpasta vid 28 dygns ålder som visas i fig 99 och som är delvis experimentellt belagd. I samma figur har lagts in kurvor för cementpastor under härdning vid de aktuella vattencementtalen.

Med ledning av ekv (114) har beräknats $\sigma - P$ -kurvor vid 28 dygns ålder för bruk med aktuella cementpastahalter. Som synes överensstämmer den beräknade hållfastheten exakt med den uppmätta vid $V_p = 0,515$. Vid de båda lägre cementpastamängderna ger den teoretiska beräkningen för lågt resultat. Bättre överensstämmelse erhålls med ekv (157) som tar hänsyn till ballastens reduktion av mikrosprickornas längd, varvid den hållfasthetsreducerande effekten av en ytterligare minskad cementpastamängd reduceras.

σ - P-kurvorna för de tre bruken överensstämmer nästan exakt, vilket teorien förutsäger, ty dels är brukens P_{KR} lika varför σ - P-kurvorna skall skära P-axeln på samma ställe, dels är cementpastans σ - P-kurvor under härdning vid de aktuella bruken någorlunda parallella. Tillämpas därför ekv (114) på bruken under härdning fås att brukens kurvor blir ändå mera parallella än pastans. Tillämpning av minsta kvadratmetoden på försökspunkterna visar dock att lutningen på σ - P-linjerna avtar något med ökande vattencementtal vilket de teoretiskt sett bör göra.

Tillämpningsexemplet ger alltså ett visst stöd för den föreslagna proportioneringsmetoden även om det skulle vara önskvärt med ett betydligt större försöksmaterial för vilket man verkligen känner den exakta porositeten.

4.1.137 Empirisk bestämning av hållfasthets - porositetssamband

I tidigare avsnitt har gjorts ett försök att teoretiskt tolka iakttagelser man gjort vid studier av betongs hållfasthetsegenskaper.

Nedan görs en något annorlunda och mycket förenklad tolkning av en del försöksresultat. Bl a förutsätts att hållfasthets - porositetssambandet är detsamma för en viss cementpastamängd oavsett betongens hydrationsgrad. Vidare försummas inverkan av ballaststorlek och vidhäftningshållfasthet. Ingen speciell skillnad görs mellan porositet vid hög hydrationsgrad och samma porositet vid låg hydrationsgrad. En sådan distinktion var ju en av "kungstankarna" i analysen i de tidigare avsnitten.

Arbetshypotesen är: ju mera ballast ju lägre hållfasthet vid en viss porositet. Figur 84 baserad på Nielsens /1971/ försök visar klart att mängden diskontinuiteter per ytenhet ballast är mycket konstant. Dels på grund av detta konstaterande och dels av fig 60 kan man därför för bruken och pastan i fig 60 frestas göra det antagandet att sänkningen av hållfasthet är direkt proportionell mot mängden ballast. Detta har testats genom att hållfastheten har ritats som funktion av cementpastaandelen vid konstanta totalporositeter. Se fig 102. Man ser nu att antagandet bekräftas emedan de nämnda sambanden blir rätlinjiga med utmärkt korrelation. Eventuellt viker linjerna av mot origo men detta kan inte bekräftas då data saknas.

Bache /1970/ har erhållit liknande resultat för samma typ av bruk, se fig 150 och sid 169.

I fig 103 har samma samband som i fig 102 uppritats för konstanta totala kapillära porositeter. Kurvorna är nu starkt krökta.

Man kan nu definiera $(V_p)_{KR}$ som den cementpastamängd vid vilken hållfastheten = 0 vid olika totalporositeter. Värden på $(V_p)_{KR}$ och samhörande porositeter hos de fyra testade blandningarna erhålls ur fig 60.

$(V_p)_{KR}$ har utritats som funktion av P i fig 104. Man erhåller en linje med utmärkt korrelation.

$$(V_p)_{KR} = 3,55 (P - 0,133) \quad (200)$$

Vid $P > 0,415$ är hållfastheten alltid = 0. $P = 0,415$ motsvarar den rena cementpastan. Det är att förvänta att sambanden i figurerna 60, 102 och 104 påverkas av cementtypen liksom av ballastens typ, ytstruktur och storlek (se tidigare avsnitt).

Man kan nu tydligen beräkna hållfastheten hos ett godtyckligt bruk eller betong vid en konstant porositet med följande ekvationer:

ur fig 102

$$\sigma = \frac{\sigma_{V_p=1}}{1 - (V_p)_{KR}} \{V_p - (V_p)_{KR}\} \quad (201)$$

ur fig 60

$$\sigma_{V_p=1} = (\sigma_{V_p=1})_{V_p=1} \left\{1 - \frac{P}{(P_{KR})_{V_p=1}}\right\} \quad (202)$$

ur fig 104

$$(V_p)_{KR} = \frac{1}{(P_{KR})_{V_p=1} - k} (P - k) \quad (203)$$

där index $V_p = 1$ hänför sig till den rena cementpastan och k är en konstant, som fås ur en figur av typ 100.

Ekvationen enligt ovan kan naturligtvis även byggas upp för icke fullt linjära samband σ - porositet - cementpastavolym t ex för funktioner av typ ekv (6) eller ekv (32). Detta måste göras om små porositeter skall beaktas.

Analysen ovan nyanserar det mera grova användandet av "gel-space ratio" enligt Powers där ingen medveten hänsyn tas till mycket varierande cementpastavolymer i olika blandningar, vilket också yttrar sig i att den rena cementpastan hamnar på en annan nivå än bruken.

Ekvationssystemet ovan förutsätter dock teoretiskt att man har oförändrade ballast- och cementtyper, att ballasten alltid har en viss struktur och att konsistensen är konstant. (Dessa förhållanden gäller för bruken i fig 60.) Så t ex kan man ju tänka sig tämligen varierande kritiska porositeter vid samma cementpastaandel om siktkurvan, lufthalten eller konsistensen är starkt variabel. P_{KR} definieras ju nämligen enligt ekv (80), (83) eller (84).

$$P_{KR} = k \cdot w_o + l_o \quad (204)$$

där $0,913 \leq k \leq 1$

Samma cementpastaandelar kan nämligen innebära olika vattenhalter eller lufthalter. Relevanta materialdata får därför tas upp för varje ballasttyp och konsistensnivå.

Ytterligare en formell reservation mot ekvationssystemet ekv (201) - (203) måste framföras:

Redan tidigare har utförligt diskuterats att medelstorleken hos ballasten påverkade hållfasthetsnivån på betongen. Denna effekt kommer inte in i ekvationssystemet (201) - (203) eftersom här endast tas hänsyn till total mängd ballast. Eftersom värdet på P_{KR} vid ändrad ballaststorlek är i stort sett oförändrat (en viss sänkning av P_{KR} kan förväntas vid ökande ballaststorlek p g a reduktion i vattenbehovet, se ekv (204)) kan man tänka sig att hållfasthetsförändringen ger utslag i σ - P-linjernas lutning, dvs i värdena σ_o . Principen för detta resonemang visas i fig 105 och 106. (OBS! Nedanstående resonemang skiljer sig från det teoretiska i avsnitt 4.1.131 - 136) Fig 105 visar ett hypotetiskt samband hållfasthet - porositet vid fin ballast. Alla linjer är parallella. σ_o som funktion av cementpastamängden visas i fig 106. Cementbruken

i fig 60 följer approximativt denna typ av samband.

Ballasten byts nu ut mot en grövre variant. Detta antas innebära att σ_0 - värdena sänks på grund av "diskontinuiteter", porösa partier mellan ballast och cementgel eller p g a andra effekter. Reduktionen i σ_0 antas bli proportionell mot mängden ballast vilket yttrar sig i en ny lägre linje i fig 106. Ur denna linje kan nya σ - P-kurvor ritas i fig 105. Dessa kurvor är inte längre parallella.

Trots de formella brister som uppenbarligen ligger i att använda ekv (201) - (203) vid varierande förhållande har analysen tillämpats på en del av hållfasthetsdata för betong. Det är ett känt faktum att om ballastmängden i en betong ökar, stiger hållfastheten vid samma vattencementtal. Detta faktum strider mot ett användande av "gel-space ratio" som det definieras i ekv (46) och (47) eftersom enligt denna definition alla blandningar med samma w_0/c och hydratationsgrad skulle ha samma hållfasthet.

Totalporositeten sjunker emellertid vid ökad mängd ballast, vilket höjer hållfastheten. Samtidigt modereras hållfasthetshöjningen av att cementpastamängden minskas. Principen för detta visas i fig 107, där genom ökning av ballastmängden hållfastheten inte blir σ_2^1 utan det lägre σ_2 . Skulle ingen hänsyn tas till den modererande effekten av minskad cementpastamängd skulle hållfastheten bli alltför hög.

Fig 108 visar just ett exempel på ballastmängdens inverkan på tryckhållfastheten hos betong, Thaulow /1995/. Dessa data har analyserats med följande förutsättningar.

- lufthalten = 2% i alla blandningar
- ingen vattenseparation har förekommit
- ballastens densitet = 2650 kg/m³
- hydratationsgraden = 60% i alla satser.

Ytterligare en förutsättning måste enligt ovan göras för att ekvationerna (201) - (203) skall kunna användas:

- cementtyp och ballasttyp liksom μ i σ -P-kurvan och konsistensen måste vara lika i alla blandningar.

Alla de förutsättningar som görs uppfylls naturligtvis inte av alla de betongsatser, som bildar underlaget för fig 108. Samtidigt utgör dock denna figur medelvärden av ett mycket stort antal satser vilket möjligen kan rättfärdiga generaliseringarna i förutsättningarna. Resultatet av analysen framgår av fig 109 och 110 som i stort överensstämmer med fig 60. Ökande cementpastamängder ger ökande hållfasthet vid samma vattencementtal. Med ledning av riktningskoefficienten hos betongernas σ - P-kurva har även den rena cementpastans σ - P-kurva beräknats.

I fig 111 och 112 har utritats samband enligt fig 102 och 104 varvid utmärkt korrelation med räta linjer erhålls. σ - P-kurvan för ren cementpasta beräknad ur fig 102 ger ungefär samma värden som de ovan beräknade.

Konstanterna $(P_{KR})_{V_p=1}$; k och $(\sigma_o)_{V_p=1}$ tycks överensstämma bra med Powers & Brownyard's data redovisade i fig 60, 102-104.

I ekv (80) och (83) uppställdes gränsvärden för den kritiska porositeten P_{KR} . De empiriskt bestämda P_{KR} -värdena i fig 111 överensstämmer i medeltal mycket bra med ekv (80), dvs det övre gränsvärdet motsvarande ursprunglig porositet, P_o . Överensstämmelsen med ekv (83) är sämre. Följande gäller:

$$P_{KR} = \left[(P_{KR})_{\text{ekv (80)}} - 0,003 \right] \begin{cases} + 0,022 \\ - 0,023 \end{cases}$$

$$P_{KR} = \left[(P_{KR})_{\text{ekv (83)}} + 0,016 \right] \begin{cases} + 0,004 \\ - 0,004 \end{cases}$$

Tendensen är sådan att överensstämmelsen med ekv (83) ökar med ökande cementpastahalt. Detta är i överensstämmelse med iakttagelsen på sid 63.

Fig 113 visar ett annat betongexempel ur Thaulow /1955/ som bearbetats med samma metodik, resulterande i figurerna 114, 115, 116 och 117.

Även här uppstår räta linjer i fig 116 och 117 med god korrelation, även om mängden försöksdata är väl litet.

σ - P-kurvan för ren cementpasta blir något olika om beräkning sker med utgångspunkt från vinkelkoefficienten hos σ - P-kurvan för betongen eller om den sker med utgångspunkt från fig 116. Se fig 114.

En sammanställning av olika parametrar i ekv (201), (202), (203) visas i tabell 13.

Tabell 13

Källa	$(\sigma_o)_{V_p=1}$ kp/cm ²	$(P_{KR})_{V_p=1}$	k
Powers & Brown- yard /1948/ Fig 60,102-104	3920	0,415	0,133
Thaulow /1955/ Fig 108-112	3170	0,419	0,087
Thaulow /1955/ Fig 113-117	2640 à (3010)	0,481	0,137
Medelvärden	3240	0,438	0,119

De båda sistnämnda kalkylerna är naturligtvis mycket approximativa men de visar dock ett någorlunda logiskt sätt att förklara inverkan av olika cementpastamängder på betongs hållfasthet.

Principen ovan testas även på den välkända medelkurvan tryckhållfasthet - vattencementtal för betong i området

$$0,40 < w_o/c < 0,90$$

Popovics /1969/ föreslår att σ -vct-kurvan kan uttryckas med någon av följande formler. Vilken formel som skall användas beror på betongtypen.

$$\sigma = \frac{A}{B \cdot w_o/c}$$

Abrams /1925/ (205)

där A och B är konstanter

$$\sigma = C \log \left(\frac{D}{w_o/c} \right) \quad (206)$$

C och D är konstanter. Denna ekvation påminner om Schillers ekv (13).

$$\sigma = \frac{E}{(w_o/c)^F} \quad (207)$$

där E och F är konstanter

Popovics anger följande konstantvärden.

$$\begin{cases} A = 1410 \text{ kp/cm}^2 \\ B = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C = 1055 \text{ kp/cm}^2 \\ D = 1,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E = 148 \text{ kp/cm}^2 \\ F = 1,5 \end{cases}$$

Normalt ger ekv (205) bäst representation av data. De tre ekvationerna är utritade i fig 118. I samma figur är Cement & Betonginstitutets I Stockholm "laboratoriekurva" Anon/1969/inritad. Den visar sig exakt följa ett uttryck enligt Abrams, ekv (205), men med något annorlunda konstantvärden än de av Popovics angivna.

$$\sigma = \frac{1515}{10,1 \frac{w_o}{c}} \quad (208)$$

Cement & Betonginstitutets kurva för "klass I-betong" följer mycket nära ekv (205) med av Popovics angivna konstantvärden.

Man kan anta att lufthalten är konstant = 2% för alla betonger, att hydratationsgraden = 0,60 för alla betonger och att vattenhalten ökar med 2,5 liter per 50 kg/m³ cementhaltsökning utöver 300 kg/m³. Därvid erhålls, om konstantvärden enligt medelvärdena i tabell 13 används i ekvationerna (201), (202) och (203), de fyllda punkterna i fig 118, vilka ansluter sig väl även beträffande absolutvärden till den empiriska kurvan. Används däremot en anpassning av ekv (201), (202) och (203) vid $w_o/c = 0,39$ och $w_o/c = 0,85$ fås teoretiskt kryssen i fig 118, vilka också ansluter sig väl till den empiriska kurvan.

I fig 119 visas beräknade samband mellan totalporositet och hållfasthet

beräknade ur hållfasthets - vattencementtalskurvan, dels under förutsättning av konstant hydratationsgrad, dels med varierande vattencementtalsberoende hydratationsgrad enligt ekv (41). Figuren visar att känsligheten för porositet vid konstant hydratationsgrad blir 176 kp/cm² per % porositetsförändring och oerhört mycket större vid en varierande hydratationsgrad, som är mera rimlig. Powers & Brownyards resultat som de visas i fig 60 visar enbart på känsligheter av i medeltal 90 kp/cm² per % porositetsförändring. Ännu lägre värden erhålls ur fig 109.

Med förutsättningarna beträffande betongsammansättning ovan minskar totalporositeten från $w_o/c = 0,85$ till $w_o/c = 0,39$ enbart från 16,70 % till 14,55 %, dvs med 2,15 %. Detta skulle alltså enligt fig 60 innebära en hållfasthetsökning av enbart 194 kp/cm². Den verkliga hållfasthetsökningen är emellertid 390 kp/cm². Den kapillära porositeten inklusive luftporer ökar i samma område med 5,2 % vilket enligt fig 61 skulle innebära en hållfasthetsökning med enbart 260 kp/cm². För att förklara den stora effekten av vattencementtalet är det därför fullt rimligt att som föreslås ovan införa effekt även av förändring i cementpastahalt.

Ännu mer accentuerad måste denna effekt bli om man i stället för att anta en konstant hydratationsgrad enligt kalkylen ovan antar den mera realistiska w_o/c -beroende hydratationsgraden enligt ekv (41). Härvid är skillnaden i totalporositet enbart 0,8 % och i kapillärporositet enbart 2,5 %, vilket skulle ge hållfasthetsökningar mellan $w_o/c = 0,85$ till $w_o/c = 0,39$ av enbart 73 kp/cm² resp 125 kp/cm².

De erforderliga justeringarna i konstantvärdena i ekv (201), (202) och (203) för att kompensera för inverkan av olika hydratationsgrad är däremot måttliga, se fig 118, trianglar.

Försök som senare skall refereras visar att porernas storlek och form har betydelse för dess hållfasthetsnedsättande effekt. Porer i ballast och luftporer bör troligen därför behandlas på ett speciellt sätt för att analysen ovan skall bli mera fullständig. Som exempel på detta kan nämnas att enligt fig 109 skulle vid hållfasthetsnivån 300 kp/cm² en procent mera porer innebära en hållfasthetssänkning av ungefär 90 kp/cm² medan sänkningen vid inblandning av ~ 1 % luftporer enbart är ungefär 20 kp/cm².

Nedan, punkt 4.1.15, refereras försök enligt vilka 1 % lufthaltsökning alltid innebär en viss procents hållfasthetsförlust vid alla utgångskvaliteter. Försöken i fig 60 har därför omräknats så att luftporerna inte beaktas. Detta har skett dels genom att porositeterna i fig 60 har reducerats med "luftporositeter" dels genom att hållfasthetsvärdena har ökat enligt ekv (209)

$$\sigma^1 = \sigma \cdot e^{8,05 \cdot l_0} \quad (209)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} \sigma^1 = \text{hållfastheten exkl luftporer} \\ \sigma = \text{"} \quad \quad \quad \text{inkl "} \\ l_0 = \text{lufthalten i volymandel} \end{array} \right.$

Därvid övergår fig 60 till fig 120. Linjerna är nu något brantare. Känsligheten för porer är i genomsnitt 115 kp/cm² för bruken, men hela 140 kp/cm² för cementpastan. Trots att separat hänsyn har tagits till luftporernas inverkan kan dock inte σ - vattencementtal-kurvan förklaras enbart med hjälp av porositetsvariationen.

Hittills har bara tryckhållfasthet diskuterats. Relativt omfattande studier har dock gjorts av sambanden mellan tryckhållfasthet, draghållfasthet och böjdraghållfasthet. Se t ex Malhotra et Zoldners/1967/varur fig 71 har hämtats. Förhållandet σ_D/σ_{BD} är ungefär konstant i hela hållfasthetsområdet medan förhållandet σ_D/σ_{TR} är i viss mån beroende av tryckhållfasthetens storlek. Över 300 kp/cm² är emellertid förhållandet konstant. Vid hållfastheter därunder ökar förhållandet vid sjunkande tryckhållfasthet.

Det är inte alldeles uppenbart att draghållfastheten reagerar på samma sätt vid förändringar i blandningen som tryckhållfastheten. Se t ex fig 85, 86 som visar att effekten av en förändring av ballaststorlek är mycket större för drag- än för tryckhållfasthet, Komlöss /1970/. Se för övrigt sid 108ff.

Allmänt om den empiriska metoden

Ett formelkomplex (201) - (203) är lätt att använda för beräkning av en viss betongs hållfasthet. Förutsättningen för användningen är emellertid att ett hållfasthets - porositetssamband under en viss betongs

härddning skulle vara detsamma som ett samband som gäller för alla betonger med samma ballastmängd men med konstant härddningsgrad. Detta villkor medför att varje ballastmängd får en viss $\sigma - P$ -kurva. Villkoret uppfylls uppenbarligen av bruken i fig 60, men tyvärr finns det undantag. Fig 101 visar tre liknande bruk med tre olika ballastmängder. Här gäller ungefär samma $\sigma - P$ -kurva för alla bruken, vilket strider mot ekv (201) - (203). Orsaken är helt enkelt att de tre bruken i detta fall råkar ha ungefär samma kritiska porositet. Därför följer de samma hållfasthetsutveckling under härddning, men de når olika sluthållfasthet. Möjligen skulle man därför vid en approximativ bedömning av hållfasthet inte utgå från ballastmängderna utan från den kritiska porositeten som indirekt beror även på ballastmängden. Den approximativa beräkningen skulle alltså i så fall utgå från ett uttryck av t ex typ (15) där P_{KR} beräknades ur ekv (83) och där σ_0 blev beroende av ballaststorlek, vidhäftning och eventuellt av lufthalt.

Det verkar dock som om den metod för bedömning av betongers och bruks hållfasthet på grundval av deras porositet, som presenteras i punkt 4.1.136 i utvecklad form skulle kunna vara användbarare.

4.1.14 Wyrodows formel för cementpasta

Wyrodow /1972/ har uppställt ett halvempiriskt samband mellan cementpastahållfasthet och dess kapillära porositet. Utgångspunkten är vattencementtals - hållfasthetssamband av den typ som visas i ekv (205) - (207) och fig 118. Ekvationen lyder:

$$(\sigma_p)_{TR} = k_1 \{ 1 - (P_p)_K \}^{k_2} + (7 - 10 (P_p)_K) \quad (210)$$

där $\begin{cases} k_1, k_2 = \text{konstanter} \\ (P_p)_K = \text{pastans kapillära porositet} \end{cases}$

Ekvationen anpassas till försöksdata enligt Helmuth & Verbeck /1968/ varvid $k_1 = 0,34$ och $k_2 = 1,91$ om $(\sigma_p)_{TR}$ uttrycks i ksi.

Huruvida dessa försöksdata är baserade på provkroppar med samma härddningsgrad eller inte är obekant. Därför kan vikten av ekv (210) ej värderas. Försöksdata verkar dock ge låga hållfastheter vilket tyder på att poro-

sitetsvariationen åstadkommits med hjälp av härdningsgraden.

4.1.15 Inverkan av luftinblandningsporer i betong

Popovics /1969/ har gjort en sammanställning av porositetens inverkan på hållfastheten hos betong bl a resulterande i ekv (205), (266) och (207), i vilka porositeten dols implicit enligt vad som visas ovan.

För inverkan av enbart luftinblandningsporer anger han följande empiriska samband som citerats ett par gånger ovan:

$$\sigma = \sigma_{\text{LUFTFRI}} \cdot 10^{-0,035 \cdot l} = \sigma_{\text{LUFTFRI}} \cdot e^{-0,0805 \cdot l} \quad (211)$$

där l = lufthalt i %.

Formeln påminner om Ryshkewitch's för keramik, ekv (2). Den ger betydligt bättre överensstämmelse med experimentella data än den tumregel som säger att 1 % luftinblandning medför 5 % hållfasthetsförlust; se fig 121a. Formeln torde även vara användbar för gasbetong varvid l inkluderas enbart luftbubblorna.

Popovics visar också att luftporositetens inverkan på tryckhållfastheten är större än dess inverkan på böjhållfasthet och E-modul. Se fig 121b. Inverkan av bearbetningsporer visas senare sid 183.

4.1.16 Formel baserad på Hashins modell

Hasselman /1962/ använder sig av Hashins /1962/ uttryck för E-modulen hos ett tvåfasssystem vari ena fasen utgörs av porer. Han antar att ett uttryck av samma form gäller för hållfasthet; se ekv (337).

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \frac{A \cdot P}{1 - (A + 1) \cdot P} \right) \quad (212)$$

där A är en konstant

Detta annammande av en formel för E-modul verkar tvivelaktigt eftersom sambandet mellan E , σ och P snarast följer ett uttryck av typen:

$$\sigma = K(1 - P)^k \cdot E \quad (213)$$

Storleken av exponenten k blir helt beroende av om E -modulen definieras som långtids- eller korttidsmodul liksom om av σ utgörs av drag- eller tryckhållfasthet. Jämför resonemanget om brottöjning på sid 222.

Ur fig 57 framgår t ex att om enbart den kapillära porositeten hos en cementpasta beaktas följer tryckhållfastheten uttrycket:

$$\sigma = K_1 (1 - P_K)^{3,9} \quad (214)$$

Senare i kap 5 skall visas att statiska E -modulen för cementpasta följer uttrycket

$$E = K_2 (1 - P_K)^3 \quad (215)$$

dvs exponenten k i ekv (213) blir 0,9. För viss spröd keramik torde ekv (212) däremot vara användbar.

4.1.17 Wilcox' formel för sintrande keramik

Wilcox/1962/ har funnit att även om de exponentiella uttrycket ekv (2) gäller bra för täta sintrade material, är det mindre lämpat för delvis sintrade material. Genom att förutsätta att det är kontaktytan mellan partikel- partikel som bestämmer den makroskopiska hållfastheten härleds ett halvempiriskt uttryck för böjdraghållfasten hos sintrat pressat Al_2O_3 -pulver.

$$\sigma = \frac{P_0 - P}{K(1 - P)} \quad (216)$$

K är en materialberoende konstant med betydelse enligt ekv (217) och P_0 är porositeten hos det osintrade pulvret.

Wilcox fann även att hållfasthetstillväxten när det pressade pulvret börjar sintra mera beror på antalet förbindningar mellan partiklar än på utseende eller storlek av de bildande porerna. Jämför resonemanget om en betongs härdning sid 41.

Ekvationen förutsätter kanske något orealistiskt i de fall högt tryck används vid päckningen att hållfastheten när $P = P_0$ är noll. Därför kan P_0 betraktas som en kritisk porositet, P_{KR} , vilken som skall visas

nedan inte behöver vara lika med P_o . Ekv (216) övergår därvid till:

$$\sigma = \frac{\sigma_o^1}{P_{KR}} \left(\frac{P_{KR} - P}{1 - P} \right) \quad (217)$$

$$\text{där} \quad \sigma_o^1 = \frac{P_{KR}}{K} \quad (218)$$

4.1.18 Wilcox' formel tillämpad på cementpasta och betong

Ekv (216) är möjligen också användbar för hydratiserande pressade cement-pastor ("compacts") som de i fig 41 och 43.

I fig 122 och 123 har ekv (217) tillämpats på vanlig cementpasta med $w_o/c = 0,50$ varvid såväl åldern som hydratationsgraden använts som oberoende variabel.

Porositeten minskas med ökad hydratationsgrad enligt ekv (184). Samtidigt ökar hydratationsgraden med ökande ålder på ett sätt som är beroende av cementtypen. I figuren har använts data för Std-cement enl Danielsson /1966/.

Redan tidigare, sid 61, har emellertid påpekats att en viss hydratation, dvs porositetsreduktion erhålls innan någon mätbar hållfasthet erhålls. Enligt Powers & Brownyard /1948/ är denna hydratationsgrad $\approx 0,46 w_o/c$, dvs i detta fall $= 0,23$. Se ekv (82), jfr dock resonemanget på sid 62.

Porositeten hos den färska massan reduceras därvid med 5,3 % innan märkbar hållfasthet uppnås. P_{KR} i ekv (217) är därför färska massans porositet reducerad just med 5,3 %, ett värde som kan vara något högt.

I fig 122 har inritats data beräknade enligt ekv (217), men dessutom empiriska data enligt Bergström /1953/ för betong. Överensstämmelsen är mycket god.

I fig 123 visas att ingen hållfasthet uppnås förrän hydratationsgraden är $\approx 0,23$ varefter hållfastheten växer nästan rätlinjigt med hydratationsgraden. Sluthållfastheten är 168 % av hållfastheten vid 28 dygn.

Om hållfastheten vid 28 dygn för betong tillverkad av denna cementpasta

med cementhalten 350 kg/m^3 och utan luftporer, är 475 kp/cm^2 (enligt fig 118) blir konstanten $\sigma_o = 2520 \text{ kp/cm}^2$ vilket är ett lågt värde. Ekv (217) kan därför bara tänkas gälla vid porositeter i närheten av P_{KR} .

Även om en mera ingående analys erfordras för att ekv (217) skall kunna användas för betong föreslås dock tills vidare följande uttryck för sambandet hållfasthet - hydratationsgrad hos betong baserat på det lyckade resultatet ovan:

$$\sigma = \frac{\sigma_o}{0,913 w_o/c} \cdot \frac{(0,19 \cdot \alpha - 0,087 w_o/c)}{\{1 - c(w_o/c - 0,19 \cdot \alpha) - l_o\}} \quad (219)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} c = \text{cementhalt i ton/m}^3 \text{ betong} \\ l_o = \text{lufthalt i volymsandel} \\ \sigma_o = \text{beror av cementtyp och av cementpastamängd enligt resone-} \\ \text{manget på sidan 137 ff. OBS! } \sigma_o \text{ utgör } \underline{\text{inte}} \text{ fasta materialets} \\ \text{hållfasthet.} \end{array} \right.$

Formeln har erhållits genom insättning av data för P enligt ekv (79) och för P_{KR} enligt ekv (83) i ekv (217).

Bergströms/1953/ resultat för hållfasthetsutvecklingen hos betong som den visas i fig 122 kan nu användas för att upprita ett samband porositet - hållfasthet.

Såväl cementpastor som betonger baserade på standard Portlandcement antas följa samma kurvform men naturligtvis med olika absolutvärden på hållfasthet och kritisk porositet. Fig 124 visar kurvan för den ovannämnda cementpastan. Hållfastheten vid 28 dygn antas vara 100%. Figuren visar nu att såväl en rät linje som en ekv av typ (217) ger god representation av data.

Ekv (219) har tidigare, sid 123, föreslagits användas för att uttrycka samband hållfasthet - porositet under härdningsskedet hos en viss betong. Den gäller däremot inte som ett allmänt samband hållfasthet - porositet vid alla typer och härdningsgrader av betong.

Av fig 124 verkar det som om beräkningen av P_{KR} ger för litet värde. Ekv (83) verkar över huvud taget ge något för låga värden på P_{KR} för betong även om den enligt tabell 10 gav rimliga värden för cementpasta och feta bruk. Så t ex skulle "känsligheten för porer" hos betongen enligt ovan med $v_{ct} = 0,50$ bli $475/2,60 = 183 \text{ kp/cm}^2$ per procent porositetsförändring om ekv (83) tillämpas men enbart $475/4,10 = 116 \text{ kp/cm}^2$ om hänsyn tas till att porositetsförändring från färskt tillstånd till 28 dygns ålder. Det senare värdet stämmer gott med det tidigare framräknade värdet ur Powers & Brownyards data när luft- och bearbetningsporer separerats från övriga porer, se sid 143.

4.1.19 Eudiers formel baserad på reduktion av bärande tvärsnittsyta

Eudier /1962/ härledde ett uttryck för hållfastheten hos en porös kropp baserat på att hållfasthetsnedsättningen är beroende av enbart reduktion i lastbärande yta. Liknande ansatser har gjorts av Bal'shin ekv (6) liksom av de tidigare refererade Tabor ekv (14) och Schiller ekv (15). Även Schillers ekv (10) och (13) är i viss mån baserade på denna förutsättning.

Eudier antog att porerna är sfäriska och anordnade i ett kubiskt gitter. Detta är samma ansats som Tabor. Analysen leder fram till ekv (220).

$$\sigma = \sigma_0 (1 - k \cdot P^{2/3}) \quad (220)$$

Ekvationen gäller för $P \leq 0,5326$ vilken gräns motsvarar kubisk tätpackning. Konstanten k blir teoretiskt:

$$k = \pi \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{2/3} = 1,21 \quad (221)$$

Eftersom hållfastheten bör vara 0 vid kubisk tätpackning kan k även uttryckas:

$$k = \left(\frac{1}{P_{KR}} \right)^{2/3} \quad (222)$$

I så fall övergår ekv (220) till ekv (14) och konstanten k övergår till:

$$k = \left(\frac{1}{0,5326} \right)^{2/3} = 1,52 \quad (223)$$

Ekv (220) med k enligt ekv (221) ger därför hållfasthet även vid $P = 0,5926$ varvid $\sigma = 0,20 \sigma_0$.

I fig 125 visas en jämförelse av ekv (220) med Ryshkewitch's ekv (2) vid olika konstantvärden B och k .

Det visar sig att det råder god överensstämmelse endast från noll till ~ 5% porositet. Därefter viker ekv (220) av brant mot en kritisk porositet.

Eudier har använt ekv (220) med utmärkt resultat för sintrad porös metall.

4.1.20 Töjbara porösa material

Rostoker & Liu /1970/ har visat att även för ett töjbart material som porös sintrad mässing gäller ett uttryck av typ (14) för flyt-spänningen (OBS! ej brottspänningen). Se fig 126. Ekvationen tycks gälla även för mycket låga porositeter, vilket är en avvikelse från spröda material.

P_{KR} är ungefär 0,33 om den rätta linjen dras ut vilket är uppseendeväckande eftersom, vilket senare skall visas, teoretiskt P_{KR} vid sfäriska porer godtyckligt fördelade är 0,665. $P_{KR} = 0,33$ motsvarar däremot exakt teoretiskt P_{KR} för kubiska porer belastade i diagonalriktningen. Se tabell 15.

4.2 Porstorlekens inverkan

4.2.1 Allmänt

Det är alldeles uppenbart att det inte enbart är porernas mängd som bestämmer hållfastheten utan även dess storlek och form. Porernas funktion är nämligen inte enbart en reduktion av bärande tvärsnittsyta utan de ger även upphov till spänningskoncentrationer vilket redan tidigare diskuterats under punkt 4.1.4.

I figur 127 visas uppmätta samband mellan densiteten (= konst(1 - P)) och böjdraghållfastheten hos eldfast tegel, Astbury /1966/. Man ser

att spridningen är för stor för att något entydigt samband skall kunna upprättas. Det måste vara porstrukturen som är olika i olika material.

Fig 14 visar att porositeten har helt olika betydelse för hållfastheten även vid närbesläktade material.

Redan tidigare (sid 132) har visats att luftporerna som är relativt grova inte påverkar hållfastheten hos en betong i samma grad som de finare gel- och kapillärporerna.

En cementtegel som har hög porositet, $\approx 28\%$, har mycket hög hållfasthet (Se t ex fig 49 vid $X = 1,0$ och Tabell 7). Detta har förklarats med att porerna är så små att elektriska bindningskrafter verkar tvärs över dem. De skulle alltså inte fungera som vanliga porer. Kännedom om ytenergin är därför av största vikt för bedömning av porösa materials hållfasthet. Philleo /1966/.

När det gäller cementpasta pågår för övrigt en "debatt" om de sk gelporer, som infördes av Powers & Brownyard /1948/ för att förklara pastans synbarligen stora specifika yta vid sorption av vattenånga, verkligen existerar dvs om cementpastan har gelstruktur eller inte. Existerar inte gelporerna i form av verkliga porer (det adsorberade vattnet skulle utgöra intrakristallint vatten) är det inte så egendomligt om pastan trots 28% "gelporer" kan ha hög hållfasthet. Feldman & Sereda /1970/ tillbakavisar gelmodellen av följande skäl:

- Cellulosamaterial, t ex trä, är ett typiskt gelartat material, där de enskilda fibrerna hålls ihop av vätebindningar. Dessa bindningar försvagas vid sorption av vatten varvid fibrerna fjärras från varandra. Vid uttorkning återbildas vätebindningarna. Därför har man ett ungefärligt linjärt samband mellan hållfasthet och vatteninnehåll hos dessa material. Ju mera vatten som är absorberat ju flera vätebindningar är försvagade och ju lägre är hållfastheten.
- Cementpasta borde bete sig på samma sett om den vore en gel. Författarna visar då med fig 128 att hållfastheten sjunker kraftigt med ökad vattenhalt enbart upp till en vattenhalt motsvarande $RH \approx 15\%$, därefter är hållfastheten nästan konstant. Flera exempel på detta visas i Sereda & al /1966/. Det är också intressant att se att samma förhållande gäller för icke porös kvarts och för poröst

glas med en kiselhalt av 97%, hög porositet och hög specifik yta ($150 \text{ m}^2/\text{g}$).

Med ledning av dessa resultat konkluderar författarna att cementpasta är ingen gel, utan hållfasthetsförluster i området 0 - 15% RH beror på utbredning av sprickor enligt Griffiths teori, se nedan punkt 4.2.2. Förekomsten av vattenånga sänker materialets ytspänning varvid enligt ekv (231) sprickutbredning sker vid en lägre mekanisk spänning.

Feldmans & Seredas åsikter har emellertid kritiserats av Brunauer et al /1970/. Dessa herrar anser att det inte finns någon materialegenskap hos cementpasta som motsäger Powers' gelmodell. Grundskälet till detta påstående är att Feldman & Seredas cementpastor inte varit i fuktjämvikt vid testerna .

Diskussionen visar emellertid att porstorleken kan ha två effekter på hållfasthet:

- Vid mycket fina porer påverkas hållfastheten av bindningskrafter över porutrymmet.
- Porstorleken påverkar storleken av spänningskoncentrationer i materialet och därigenom hållfastheten.

4.2.2 Sprickutbredning enligt Griffith - Orovan

I anslutning till en por i ett material uppstår spänningskoncentrationer. En spänningskoncentrationsfaktor K_t kan definieras:

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{medel}}} \quad (224)$$

Där σ_{\max} = spänningen vid porkanten.

Värdet på K_t kommer att bli beroende av porens form. För ett elliptiskt hål i en oändlig platta gäller:

$$K_t = 1 + \frac{2a}{b} \quad (225)$$

där a och b är ellipsens huvudaxlar

När hålet är cirkulärt blir $K_t = 3$ oberoende av hålets storlek. Ekv (225) är inritad i fig 129. Spänningen växer drastiskt när ellipsen plattas till vinkelrätt mot belastningsriktningen. Samtidigt avtar spänningen snabbt vid sidan om hålet, Se fig 130 som gäller ett sfäriskt hål. Polakowski & Ripling /1966/.

Andra beräkningar av spänningskoncentrationer kring hål i en matris återfinns i Goodier /1933/, Edwards /1951/ och Sadowsky & Sternberg /1949/.

Specialfallet porös spröd matris behandlas av Hasselman & Fulrath /1967/. Spänningstillståndet i en godtycklig punkt med polära koordinaterna (r, θ) räknade från centrum av ett sfäriskt hål i ett material utsatt för enaxiell dragspänning blir enligt Hasselman & Fulrath /1967/

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_t = 2 \cdot \sigma_m \left(\frac{R^2}{4r^2} - \frac{3R^4}{4r^4} \cos 2\theta \right) + \sigma_m \sin^2 \theta \end{array} \right. \quad (226)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_r = 2 \cdot \sigma_m \left\{ -\frac{R^2}{4r^2} + \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{R^4}{r^4} - \frac{R^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \right\} + \sigma_m \cos^2 \theta \end{array} \right. \quad (227)$$

där σ_t = tangentialspänningen, R är hålets radie, $\theta = 0^\circ$ i spänningens riktning.

$\sigma_t \max = 3 \sigma_m$ vid hålkanten och vid $\theta = 90^\circ$ dvs \perp spänningsriktningen (jfr ekv (225)).

Vid tvåaxlig spänning förenklas ekvationerna.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_t = \sigma_m \left(\frac{R^2}{r^2} + 1 \right) \end{array} \right. \quad (228)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_r = \sigma_m \left(-\frac{R^2}{r^2} + 1 \right) \end{array} \right. \quad (229)$$

I fig 131 har spänningarna enligt ekv (226), (227) runt en cirkulär por inritats, Bertolotti & Fulrath /1967/.

Raju /1970/ har studerat dragtöjningsfördelningen vinkelrätt mot belastningsriktningen och sprickutbredningen i tryckbelastade betongprismor med ett genomgående cirkulärt hål med diametern 25 mm. Resultaten visar att mikrosprickor uppstår vid hålkanten när tryckspänningen =

≈ 25 à 35% av brottspänningen. Mikrosprickorna förorsakas av spänningskoncentrationer p g a hålet. Vid ytterligare lastökning ökade tvärtöjningen mycket starkt p g a att befintliga mikrosprickor vidgades. Vid brott klövs provkropparna parallellt med lasten.

Imbert /1970/ har studerat dragtöjningsfördelningen vid dragbelastning av tunna plattor av betong med centriska hål med vidden 80 mm i belastningsriktningen.

I fig 132 visas töjningsfördelningen i plattorna med två olika håltyper. Som synes ger det skarpkantade hålet avsevärt större spänningskoncentrationer än det runda vid hålkanten vilket medför lägre spänning i resten av plattan. Trots hålen blev draghållfastheten lika stor räknat på den reducerade belastningsytan vilket tyder på att betongen hade stor plastisk töjningsförmåga förorsakad av "a brittle micro-behaviour".

De studerade "porerna" = hålen är alltså för stora för att ha någon effekt på hållfastheten. Brott sker i stället p g a att materialet har andra svaghetszoner i form av mikrosprickor och små porer.

Griffith /1921/ visade teoretiskt att spänningskoncentrationen i spetsen av en spricka med längden $2C$ i ett elastiskt material är en funktion av spetsens krökningsradie ρ .

$$\sigma_{\max} = 2 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{C}{\rho}} \quad (230)$$

σ är medelspänningen i tvärsnittet. När ρ går mot 0 går σ_{\max} mot ∞ .

Sprickan blir instabil om den elastiska energin som frigörs när sprickan växer är lika stor som eller större än den energi som åtgår för att skapa nya ytor.

Villkoret för sprickbildning blir:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E \cdot \gamma}{\pi \cdot C}} \quad (231)$$

där E = E-modulen och γ = ytenergin

Observera att radien ρ är eliminerad i ekv (235). Griffiths teori förutsätter därför enbart att sprickor med farliga radier förekommer i materialet. Tillåten spänning i alla material blir därmed enbart beroende av materialets ytenergi.

För icke elastiska material måste hänsyn tas till att energi även åtgår för att skapa plastisk deformation. Detta faktum ledde Orowan /1948-49/ till följande villkor för sprickutbredning som är mera generell än ekv (231)

$$\sigma = \sqrt{\frac{E \cdot \gamma \cdot \rho}{4 \cdot a_0 \cdot C}} \quad (232)$$

eller enligt Gerberick /1970/:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E \cdot \gamma \cdot \rho}{\pi \cdot C \cdot a_0}} \quad (233)$$

där a_0 = gitterkonstanten = atomavståndet i kristallen.

I ekv (232), (233) ingår radien ρ .

Principiellt bör alltså i motsats av vad som framgår av ekv (231) hållfastheten avta med minskande porradie vid sfäriska porer eftersom alltid en viss plastisk deformation förekommer. Dessutom bör vid i övrigt konstanta förhållanden flata porer (litet ρ) nedsätta hållfastheten betydligt mera än cylindriska eller sfäriska porer.

Principer för överföring av Griffiths teorier för segt brott återfinns i Gerberick /1970/.

En utförlig behandling av sprödbrottsmekanik återfinns i Sneddon & Lowengrub /1969/.

4.2.3 Inverkan av porstorleksfördelning enligt Harvey

Bailey & Hill /1970/ har i en intressant studie av porositeternas inverkan på keramers mekaniska egenskaper refererat en idé framförd av Harvey. Förutsättningen är att spricktillväxten bestäms av lokala spänningskoncentrationer enligt Griffith. Ekv (230) - (233). Därvid måste man beakta porers inbördes påverkan på de elastiskt uppbyggda spänningarna. Harvey antog att spänningen i anslutning till en por avtar med kuben på avståndet från porkanten (jfr ekv (226) ovan

och fig 130 och beräknade därav spänningen nära ekvatorialplanet förorsakad av en grannpor. Han fann följande uttryck:

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{(1-k)^3}{k^3 + (1-k)^3} \right) \quad (234)$$

$$\text{där } k = \sqrt[3]{\frac{3P}{4\pi}} \quad (235)$$

men k kan enligt ekv (235) även uttryckas som en funktion av porradien.

$$k = \frac{r}{a} \quad (236)$$

där r = porradien och a är avståndet mellan porernas centra.

I fig 133 jämförs ekv (234) med Ryshkewitch's empiriska ekv (2) och Eudiers enkla ekv (220) (ungefär densamma som Tabors ekv (14)) vilken enbart tar hänsyn till reduktion i tvärsnittsytta.

Kurva 1 gäller när alla porer är lika stora. Avvikelsen från de båda övriga ekvationerna är nu orimligt stor.

Kurva 2 gäller om hälften av porositeten har en radie r och hälften radie $r/3$. Överensstämmelsen med ekv (2) är nu god.

Kurva 3 gäller om en tredjedel av porositeten har radien r , en tredjedel radien $r/3$ och en tredjedel radien $r/10$. Hållfastheten sjunker nu mycket snabbt mot låga värden. Känligheten för små porer tycks vara betydligt större än för stora porer.

Ekv (234) är därför den hittills första nämnda ekvation som påvisar den väsentliga betydelsen av porstorleksfördelningen.

4.2.4 Inverkan av porstorlek vid spröd matris enligt Hasselman & Fulrath.

Hasselman & Fulrath /1966/ studerade dispersionshärdat glas varvid en teori för hållfastheten utvecklades baserad på de begränsningar i storlek som åläggs de griffith'ska mikrosprickorna av fria medelväglängden mellan dispergerade partiklar. Denna teori har delvis

kortfattat beskrivits på sid 94ff. Inverkan av de dispergerade partiklarna på hållfasthet kan indelas i två områden. I område I är medelavstånden mellan partiklarna större än de kritiska spricklängderna. I detta område är därför i en första approximation hållfastheten oberoende av mängden partiklar.

$$\sigma = \sigma_0 \text{ i område I} \quad (237)$$

Medelavstånden minskar emellertid med mängden dispergerad fas varigenom av statistiska skäl medelsprickans storlek kan antas minskas enligt:

$$c = c_0 (1 - \phi) \quad (238)$$

där $\begin{cases} c_0 = \text{medelspricklängd utan dispergerade partiklar} \\ \phi = \text{vol-andel dispergerad fas.} \end{cases}$

Ur ekv (231) fås då att kompositens hållfasthet bör ökas med mängden dispergerad fas i område I enligt

$$\sigma = \sigma_0 (1 - \phi)^{-1/2} \text{ i område I} \quad (239)$$

I område I skulle alltså hållfastheten vara oberoende av storleken på de dispergerade partiklarna, enbart beroende av mängden partiklar.

I område II är de fria medelavstånden mellan partiklar av samma storleksordning som farliga mikrosprickor. Därför gäller i område II:

$$C = d \quad (240)$$

där $\begin{cases} C = \text{spricklängd enligt Griffith's ekv (231)} \\ d = \text{fria medelavstånden mellan partiklar} \end{cases}$

Genom insättning av ekv (154) för samband mellan medelavstånden mellan sfäriska partiklar och dessas storlek i Griffith's ekv (231) fås i område II:

$$\sigma = \left(\frac{3 \cdot \gamma \cdot E \cdot \phi}{\pi \cdot R (1 - \phi)} \right)^{1/2} \quad \text{i område II} \quad (241)$$

där R = radien hos de dispergerade partiklarna

I fig 134 visas ett exempel på glasdispersionshärdat med partiklar av Al_2O_3 . Hållfastheten är plottad som funktion av inversa roten av fria medelavstånden mellan partiklar. Som synes gäller teorien. I område I, vid medelavstånd $> 40\mu$, är hållfastheten oberoende av medelavstånden mellan partiklar. Vid medelavstånd $< 40\mu$ stiger hållfastheten proportionellt mot inversa roten av medelavståndet. Kritiska sprickavstånd i det aktuella glaset skulle alltså vara 40μ .

En konsekvens av ekv (241) är att vid en viss mängd dispergerad fas stiger hållfastheten mera ju finare partiklarna är. I område II är hållfastheten beroende av partikelfördelningen. Sambandet $\sigma = \text{konst } R^{-1/2}$ är väl dokumenterat både teoretiskt och empiriskt se t ex ekv (245).

Område I i figur¹³⁴ är förstorat i fig 135 där hållfastheten utritats som funktion av mängden partiklar. Som synes följer inte den experimentella kurvan exakt den teoretiska ekv (239). Författarna ifrågasätter därför giltigheten av den teoretiska ekvationen. Man förklarar den till en början fallande hållfastheten med att spänningskoncentrationer uppkommer runt inneslutningarna. Jämför den omfattande diskussionen om betongs hållfasthet sid 94ff. Där framförs den teorien att det hållfasthetsminimum, som framkommer experimentellt men inte förutsägs av ekv (239) skulle bero på att reduktionen i spricklängder i område I inte skulle ha någon effekt förrän efter det att en viss kritisk mängd partiklar blandats in.

Författarna har sedermera utvecklat sin teori, Hasselman & Fulrath /1967/, och även tillämpat den på porer i stället för på fasta inneslutningar. I fig 136 visas ett exempel på ett dispersionshärdat glas belastat enaxiellt och tvåaxiellt. Resultaten påminner om fig 135. I fig 137 och 138 visas hållfasthetsdata för samma glas med sfäriska porer i stället för fasta partiklar. Även här ser man en viss hållfasthetsförlust till en början och därefter närmast en hållfasthetsökning vid ytterligare ökad mängd porer eller inneslutningar.

Författarna beräknar spänningskoncentrationer runt porerna enligt ekv (226) och (227) ovan.

Resultaten strider mot vad som tidigare setts vad beträffar porers inverkan på hållfasthet.

Känsligheten för porer är ungefär hälften vid biaxiell belastning jämfört med vid enaxiell vilket anses vara en följd av att spännings-tillståndet runt porer är mera komplext vid enaxiell belastning.

Författarna antar nu fullt rimligt att ekv (239) gäller vid biaxiell spänning även när inneslutningarna byts mot porer, dvs ϕ byts mot P . Däremot måste man dessutom ta hänsyn till dels spänningskoncentrationer dels till reduktion av bärande lastyta för att ekvationen skall vara helt användbar. Detta gör man genom att dividera högra ledet i ekv (239) med den maximala spänningskoncentrationsfaktorn och genom att multiplicera med faktorn $(1-P)$ för att ta hänsyn till reduktion av bärande yta. Ekv (239) övergår då till:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{K_t} (1 - P)^{1/2} \quad (242)$$

där K_t = max spänn konc faktorn enligt ekv (224)

Ekv(242) tar nu hänsyn till att de sfäriska porerna reducerar spricklängder, till att de ger extra spänningskoncentrationer och till att de reducerar bärande yta. Ekvationen kan däremot inte göra anspråk på att gälla vid enaxiell belastning.

Ekv (242) ovan anger dock att hållfastheten hela tiden sjunker allt snabbare med ökande porositet. Detta motsägs i viss mån av fig 138 liksom av fig 141. Ekvationen antas dock bara gälla vid små porositeter. Upp till $p = 0,20$ stämmer den också utmärkt med experiment.

På samma sätt som ovan kan nu ekv (239) tillämpas på det dispersionshårdade materialet. Här behöver ingen korrektion ske för reduktion av bärande yta. Däremot tas hänsyn till spänningskoncentrationer på samma sätt som ovan. Man får då följande uttryck för hållfastheten:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{k_t} (1 - \phi)^{-1/2} \quad (243)$$

Denna ekvation stämmer utomordentligt vid det biaxiella fallet. Vid det enaxiella fallet fås ett hållfasthetsminimum. (Jfr betong sid 135ff. där experiment visar att hållfastheten stiger med ökande mängd ballast vid en konstant materialhållfasthet).

Författarna diskuterar också porstorleken betydelse. Se fig 139.

I fall I är porerna betydligt större än mikrosprickorna i glas. Hela sprickan ligger därför inne i materialet. Den har därför maximala spänningskoncentrationer. Redan vid mycket små porositeter, enstaka porer reduceras därför hållfastheten kraftigt, jfr fig 137 och 138. Reduktionen motsvarar spänningskoncentrationsfaktorn vid porerna enligt ekv (242).

I fall III är porerna avsevärt mindre än den kritiska sprickan. Denna är därför helt opåverkad av spänningskoncentrationer vid porerna. Hållfastheten kommer att sjunka monotont vid ökande porositet. Reduktionen är troligen enbart beroende av reduktion av bärande tvärsnittyta. Ekvationer för detta är t ex (12)(15)(32)(220).

Fall II är ett mellanting mellan I och III.

Uppenbarligen kan teorien ovan bara göra anspråk på att gälla för mycket spröda matriser. Bl a förutsäger den att små porer ger ökad hållfasthet. De ligger då närmare varandra och när de är tillräckligt små inträffar fall III ovan. Detta resultat strider mot erfarenheter från fig 133 men stöds av andra experiment liksom av Passmore's et al /1965/ teori enligt referat nedan.

Bertolotti & Fulrath /1967/ har testat inverkan av porstorlek och porositet på böjdraghållfastheten hos glas. Alla porer var sfäriska. Resultatet visas i fig 140 för enaxiell spänning och i fig 141 för tvåaxiell spänning. Uppenbarligen sänks hållfastheten starkt när porstorleken ökar men sänkningen avtar med ökad porositet vilket är ett i högsta grad originellt resultat. Vid mycket fina porer finns rent av en tendens till en höjning av hållfastheten vid ökad porositet vilket egentligen inte förutsågs av ovannämnda teori. Citat ur rapporten:

"The experimental results agree very well with Hasselman and Fulrath's hypothesis on the effect of porosity on strength of a brittle matrix. With the pore size much greater than the flaw size the strength would be determined by stress concentrations around the pores due to the probability of a flaw being present in an area of high stress concentration. As the pore size becomes much smaller than the flaw size, the effects of stress concentration are not significant and a smooth monotonic decrease in strength with porosity occurs.

It is suggested that for very large pores, the uniaxial strength should be less than the biaxial strength because of higher stress concentrations in the uniaxial case."

4.2.5 Knudsens teoretiska samband kornstorlek - porositet - hållfasthet

Knudsen /1959/ har behandlat sambandet mellan hållfasthet, kornstorlek \approx $= f(\text{porestorlek})$ och porositeten enligt följande:

Hos starkt porösa lätt sintrade material är den kritiska arean inte den totala "fasta" area som skärs av ett plant snitt genom provkroppen. Den kritiska arean utgörs av en oregelbunden yta som passerar kornen mellan porerna, Bal'shin /1949/. se fig 142. Om man dessutom antar enligt Bal'shin /1949/ att kontaktpunkterna mellan kornen är svagare än själva kornen så kommer provkroppshållfastheten att bli beroende av kontaktytan mellan kornen i hela porositetsområdet utom möjligen vid mycket låga (= slutna) porositeter.

Man kan nu behandla problemet teoretiskt under förutsättning av att kornen har en ordnad struktur. Man beräknar hur den relativa kontaktytan och hållfastheten ökar med minskande porositet. Råmaterialet antas bestå av lika stora sfärer. Vid tillverkningen a) smälter materialet ihop utan att ändra sina positioner b) varje sfär plattas till i kontaktpunkterna c) varje sfär bibehåller sin ursprungliga volym d) när provkroppens porositet minskar ökar storleken på de tillplattade ytorna tills dess sfärerna övergår till polyedrar vid $P = 0$.

Med dessa antaganden beräknades hur kontaktytan resp hållfastheten förändrades med porositeten vid tre olika packningar. Se fig 143 (a)

och (b).

Hållfastheten antas vara direkt proportionell mot kontaktytans storlek. Hållfasthetskurvorna följer ett samband enl Ryshkewitch ekv (2) vid måttliga porositeter (konstanten $B = 6$ vid den lösa packningen och 9 vid den tätaste packningen) varefter de går mot ett kritiskt värde. Detta bekräftar således den avvikelse som Ryshkewitch fann (fig 9b) vid höga porositeter liksom Schillers /1958/, Tabors /1958/ och Lawrence's /1971/ kritiska porositeter, ekv (10), (13), (14), (32) och den kritiska porositeten hos betong och cementpasta ekv (80), (83) och (84).

Många författare har funnit att följande samband råder mellan kornstorlek och hållfasthet i ett kristallint material, Knudsen /1959/. Detta samband är för övrigt härlett på grundval av Griffith's sprödbrottsteori i samband med framtagningen av ekv (241):

$$\sigma = \sigma_1 + \frac{k}{\sqrt{G}} \quad (244)$$

där σ_1 = empirisk konstant vars storlek utgör den spänning som erfordras för att föra en dislokation framåt.

k är en konstant och G är ett mått på kornstorleken.

Knudsen /1959/ visar med en litteraturundersökning att man kan tillämpa följande samband.

$$\sigma = k G^{-A} \quad (245)$$

där A inte alltid är $1/2$. Värden mellan $0,2 - 0,9$ har uppmätts. $A = 1/2$ gäller endast under förutsättning att det är svårare att driva en spricka genom en fasgräns än att initiera den inne i kornet. I så fall blir ju nämligen den kritiska spricklängden enligt Griffiths ekv (231) densamma som kornstorleken.

$$C_{KR} = G \quad (246)$$

Ur ekv (231) fås därvid:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E \cdot \gamma}{\pi}} \cdot G^{-1/2} \quad (247)$$

dvs just ekv (245)

Knudsen antar nu, felaktigt som det skall visas nedan, att konstanten A i ekv (245) är oberoende av porositeten varefter han uppställer följande samband mellan kornstorlek, $G = f(\text{porstorlek})$, porositet och hållfasthet:

$$\sigma = k \cdot G^{-A} \cdot e^{-B \cdot P} \quad (248)$$

där k kan tolkas som hållfasthet när $P = 0$.

Fig 144 visar ekv (248) för $A = 0,5$ och $B = 5,0$.

Experiment visar att man med ekv (248) kan förutsäga hållfasthetsvärden med ett fel av $\pm 10\%$ i 2/3 av alla fall. Ett annat intressant resultat var att olika bränningsgrader påverkade hållfastheten enbart via den förändring de hade på porositet och kornstorlek.

Kornstorleken kan nu översättas till porstorlek. Mellan enskilda korn antas porer utbildas. "Radien" på de porer som bildas mellan tätpackade sfärer kan uttryckas:

$$r = \frac{G}{\text{konst}} \quad (249)$$

dvs radien minskar proportionellt mot minskande kornstorlek. G är diameter hos kornet.

Följande värden på r har beräknats, Everett & Haynes /1965/

$$r = \frac{G}{12,92} \quad (250)$$

varvid r är radien på den största sfär som kan passera trängsta passagen mellan de stora sfärerna.

$$r = \frac{G}{11,20} \quad (251)$$

varvid r är baserat på kapillärtrycksteori för systemet packade sfärer -
- icke vätska.

Med anledning av ekv (249) kan uppenbarligen ekv (248) omskrivas till (under förutsättning att porer utbildas mellan kornen i enlighet med Knudsen's modell vilket inte alltid är säkert, Se Passmore et al nedan):

$$\sigma = k \cdot r^{-A} \cdot e^{-B \cdot P}$$

(252)

där r är porradien

Ekv (252) bildar en yta enligt principen i fig 144 med kornstorlek bytt mot porradie.

4.2.6 Passmore's et al teoretiska samband porositet - kornstorlek - hållfasthet

Passmore et al /1965/ har förbättrat Knudsens modell enligt ekv (248) genom att även ta hänsyn till porernas inverkan på kristallernas hållfasthet via spänningsomlagringar. Deras försök baserade sig på sintrad Al_2O_3 . Försöken utfördes som böjförsök vid rumstemperatur och vid $+1200^\circ\text{C}$. Kornstorlek och porositet varierades oberoende av varandra för att studier av endera parametrarnas betydelse skulle bli klarlagd.

Kornstorlek och porstorlek mättes med sk "linear traverse method". Medelpordiametrar i planet beräknades ur relationen

$$d = 2 \left(\frac{P}{\pi} \cdot \frac{A}{N} \right)^{1/2} \quad (253)$$

där N är antalet räknade porer på ytan A

Fria avståndet l mellan porer beräknades under förutsättning av att porerna befinner sig i ett hexagonalt nätverk.

$$l = \left(1,155 \frac{A}{N} \right)^{1/2} \quad (254)$$

Först studerades endast inverkan av kornstorlek varvid ekv (245) används som referens.

$$\sigma = k \cdot G^{-A} \quad (245)$$

Resultatet framgår ur fig 145 vari även konstantvärden i ekv (245) införts. Materialen var helt spröda upp till brott utan plastiska

eller viskösa deformationer. Det bör observeras att konstanten A sjunker vid ökande porositet, dvs hållfastheten vid mera poröst material är mindre beroende av kornstorlek än det tätare materialet. Linjerna skär varandra vid 35 μ i båda temperaturerna.

Därefter studerades effekten av porositet. Resultatet visas i fig 146 varur framgår att en ekvation av typ (2) kan användas

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-B \cdot P} \quad (2)$$

Observera de mycket låga porositeterna i fallet + 25°C.

I figuren anges dessutom data för σ_0 och B. Figuren bekräftar vad som framgick av fig 145 nämligen att det fingraderade materialet är betydligt mera känsligt för porositet än de grovgraderade. Observera dessutom att hållfastheten för det fingraderade materialet är betydligt högre än för det grovgraderade.

Det visar sig nu att samtidig inverkan av förändringar i porositet och kornstorlek $\approx f(\text{porositet})$ inte kan representeras av Knudsen's ekv (248). Denna ekvation måste modifieras för att kunna anpassas till försöksdata enligt nedan.

$$\sigma = k \cdot G^{-A} + C \cdot P \cdot e^{-B \cdot P} \quad (255)$$

där $G^{C \cdot P}$ kan tolkas som porositetens inverkan på kornens hållfasthet. Ofta undertrycks faktorn G^{CP} av e^{-BP}

För författarnas material gäller konstantvärdena.

Tabell 14

Temp °C	k psi	A	B	C
+ 25	142 500	0,60	11,83	3,33
+ 1200	73 000	0,60	11,33	3,33

Uppenbarligen påverkar temperaturen enbart grundvärdet k som kan tolkas som fasta materialets hållfasthet eftersom

$$\sigma_0 = k \cdot G^{-A} \quad (256)$$

Man gjorde även ett försök att tolka försöksresultatet teoretiskt. Med kännedom om ytenergin i materialet och porositetsberoende E-modulen var det möjligt att beräkna den kritiska spricklängden, C , enligt Griffith's teori, ekv (231).

Resultatet av beräkningen visas i fig 147 där den kritiska sprickvidden uttrycks i förhållande till kornstorleken vid olika kornstorlekar. Normalt är alltså den kritiska spricklängden $< 3 \cdot G$. Detta indikerar att brottmekanismen kan vara av Griffith-typ.

Uppenbarligen minskar värdet C/G med ökande porstorlek vid den högre porositetsnivån vilket strider mot Griffiths teori som den framställs i ekv (231) eller (247). Bl a innebär det att hållfastheten vid högre porositet är mindre kornstorleksberoende än vad som förutsägs av ekv (247). Detta framgår just av fig 146.

Mikroskopiska studier av grovkornig Al_2O_3 ger vissa förklaringar som kvalitativt överensstämmer med ovannämnda Hasselman & Fulrath's teori liksom de kan förklara resultaten i fig 140 och 141. Det visar sig nämligen att porerna vid högre porositeter befinner sig mestadels inne i kornen och inte i gränsytan. Porerna var sfäriska.

Troligen försvårar porerna därmed sprickutbredningen. Spänningskoncentrationsfaktorn (K_t enligt ekv (224)) i en vandrande sprickfront i ett idealelastiskt material torde vara av storleksordningen 1000. När sprickan skär in i en sfärisk por betydligt större än atomdimensionen sjunker spänningskoncentrationen drastiskt varvid spricktillväxten avstannar. Ju större poren är desto bättre "spricklåsare" är den. Detsamma gäller ju tätare porerna är belägna. Spricklåsningen medför enligt mikroskopstudier att sprickan måste ändra riktning vilket är en energiabsorberande effekt. Den kan därför tolkas som en höjning av ytenergin hos materialet. Denna förändring i ytenergi medför i sin tur just den effekt i kritisk spricklängd som visas i fig 147, se ekv (231).

Kan stora porer kombineras med minskade poravstånd skulle enligt ovan effekten av spricklåsning bli bäst. Detta skulle emellertid innebära att en ökad porositet skulle vara gynnsam. Spricklåsningseffekten skulle överväga reduktionen i bärande tvärsnittsyta. Detta har ju också tidigare visats av Hasselman & Fulrath ovan liksom av experiment i fig 140 och 141.

Man kan dock förvänta sig ett optimalt förhållande $\frac{\text{porstorlek}}{\text{poravstånd}} = \frac{d}{l}$ för varje porositetsnivå. I de aktuella experimenten ökade förhållandet $\frac{d}{l}$ jämnt från 0,17 till 0,26 med ökande porositet. Detta framgår av fig 148 vari även kornstorlek och pordiameter inritats. Det faktum att hållfastheten inte sjönk med ökande porositet i de grovkorniga materialen, fig 146, beror därför troligen på denna ökning av d/l som medför ökad effektivitet i spricklåsning vid ökad porositet. Författarna drar dock den konklusionen att enbart en ökning i porstorlek är gynnsam trots ökade poravstånd åtminstone upp till en pordiameter av 5μ .

Att man så ofta vid studier av samband hållfasthet - porositet hos keramiska material finner samband av typ (2) dvs med stor känslighet för porer i grannskapet av nollporositet kan bero på att en ogynnsam kombination av porositetsökning och porstrukturförändring uppstår rent automatiskt p g a tillverkningsmetoden, sintringseffekten.

Sambandet mellan kornstorlek och porradie kan studeras i fig 148. Det är intressant att se att det mycket enkla sambandet enligt ekv (250) gäller ganska bra även om undantag finns. Dessa gäller dels mycket stora korn, men i dessa fall uppträder uppenbarligen en hel del porer även inne i kornen och i dessa fall gäller inte ekv (250), dels vid mycket små korn.

Hållfasthetsförlusten vid hög temperatur enligt fig 146 och tabell 14 torde kunna hänföras till förlust i E-modul och ytenergi. Se ekv (231).

Det faktum att varje procentökning av sfäriska luftporer i betong innebär mindre hållfasthetsförlust än en procentökning av t ex kapillärporer (Se sid 132) torde ev också kunna hänföras till respektive portyps förmåga att fungera som "spricklåsare".

Passmore's etal mycket intressanta studie tyder alltså på att ett uttryck av typ (252) inte är tillfyllest för att förklara hållfasthets - porositetsförhållandet hos ett poröst material. I stället gäller ett mycket intrikat samspel mellan porositet, kornstorlek och porstorlek.

$$\sigma = k \cdot f(P; G; d) \quad (257)$$

Analogt med övergången från ekv (248) till (252) kan dock ekv (255) i en första approximation tänkas överföras till:

$$\sigma = k \cdot r^{-A} + CP \cdot e^{-B \cdot P} \quad (258)$$

4.2.7 Baches modell

Bache /1970/ har analyserat en modell uppbyggd av sfäriska partiklar vilka är i kontakt med varandra på en längd d , som är mycket liten i förhållande till kornstorleken D . Se figur 149. Måttet H är tjockleken av den fasta "film" som förenar partiklarna. V_p är totalvolym av partiklar och V_f är volymen av "kontaktfilmen".

$$\frac{d}{D} \ll 1 \quad \frac{H}{D} \ll 1 \quad \frac{V_f}{V_p} \ll 1 \quad (259)$$

Storleken av kontaktytan mellan sfärer bestämmer hållfastheten. Man kan visa att spänningskoncentrationsfaktorn i kontaktytan är (Se fig 149)

$$\frac{\sigma_1}{\sigma} \propto \frac{D}{H} \quad (260)$$

Bache behandlar dels segt brott dels sprött brott enligt Griffith /1921/ ekv (231) varvid den vassa "egg" som bildas vid kontakten mellan de båda kornen antas vara brottinitierande.

För segt brott gäller :

$$\sigma = \tau_o \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^2 \cdot f(p) \quad (261 a)$$

$$\text{eller } \sigma = \tau_o \cdot \frac{H}{D} \cdot g(P) \quad (261 b)$$

$$\text{eller } \sigma = \tau_o \cdot \frac{V_f}{V_p} \cdot h(P) \quad (261 c)$$

τ_0 = fasta materialets flytspänning. $f(P)$; $g(P)$; $h(P)$ är dimensionslösa faktorer som tar hänsyn till porositet, kornform, kornstorlek, struktur. Faktorerna är sådana att σ blir oberoende av kornstorleken.

ekv (261) gäller oberoende av spänningstyp- och riktning.

För sprött brott härleder Bache följande uttryck baserat på ekv (231)

$$\sigma = \left(\frac{d}{D}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot E}{D}\right)^{1/2} \cdot j(P) \quad (261 \text{ a})$$

$$\text{eller } \sigma = \left(\frac{H}{D}\right)^{3/4} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot E}{D}\right)^{1/2} \cdot k(P) \quad (261 \text{ b})$$

$$\text{eller } \sigma = \left(\frac{V_f}{V_p}\right)^{3/4} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot E}{D}\right)^{1/2} \cdot l(P) \quad (261 \text{ c})$$

där γ = fasta materialets ytspänning

$j(P)$, $k(P)$ och $l(P)$ är dimensionslösa formfaktorer som innefattar porositeten. Enligt ekv (261) är hållfastheten omvänt proportionell mot kvadratroten på kornstorleken vilket är i överensstämmelse med Knudsens ekv (248). Några experiment visas i fig 150. Materialet är finmald kvarts och cement som blandats med lågt vattencementtal, komprimerats och härdats.

Resultatet blir ett samband av typen Bal'shin ekv (6)

$$\sigma = \sigma_0 (1 - P)^m \quad (6)$$

där m är av storleksordningen 6.

En ekvation av denna typ har mycket riktigt befunnits gälla för just cementbruk med ballast av kvarts. Se t ex fig 58 och 60. Cementet och kvartsen har ungefär samma finhetsgrad men den gel som produceras av cementet i kombination med vatten har en betydligt större specifik yta. Resultatet i fig 150 skulle därför kunna tolkas som att minskande kornstorlek ger högre hållfasthet i enlighet med t ex ekv (261). En annan möjlighet är dock att förekomsten av ballast ökar antalet mikrosprickor i materialet och därmed sänker hållfastheten.

Ett utomordentligt intressant resultat ur fig 150 är att ilikhet med vad som framgick av fig 60 hållfastheten minskar med ökande mängd ballast vid samma porositet. Detta framgår även av fig 151 som i princip är densamma som fig 102.

Detta stöder alltså ytterligare diskussionen under punkt 4.1.13.

4.2.8 Empiriska försök

Šatava /1965/ har undersökt relationen mellan porstorlek och hållfasthet hos kalciumsilikater; Fig 152. Effekten av porstorlek är påtaglig. Data i figuren representerar dock olika porositeter vilket framgår av fig 22 som redovisar samma provkroppar. Därför är effekten av porstorlek delvis skenbar. Man kan dock i fig 152 se att kiselgelbaserade materialen har minst genomsnittliga porstorlekar. Av fig 22 framgår dessutom att de vid samma porositet som kalkbaserade material har högre hållfasthet. Eventuellt är detta en effekt av de finare porerna men kanske i ännu högre grad en effekt av mindre kristallstorlekar, jfr ekv (255).

Mindess /1970/ studerade autoklaverade kalciumsilikater som redan tidigare refererats under punkt 4.1.5 och i fig 27. Mindess konkluderar att hållfastheten kan relateras till porstorleksfördelningen, ju större andel stora porer ju svagare material. Man fann dessutom att material av fina sammanvuxna kristaller var ungefär 3 à 5 gånger starkare än grovkristallina material med samma porositet. Detta faktum avslöjades av scanning elektron-mikroskopstudier.

Burdick & Parker /1956/ bestämde böjdraghållfastheten hos sintrad Uranoxid som funktion av temperaturen och kornstorleken på råmaterialet. Resultatet (fig 153) visar även här på att mindre korn, dvs finare porer, ger högre hållfasthet.

Resultatet på en viss typ av eldfast keramik visar dock att tryckhållfastheten vid hög temperatur ($+ 1540^{\circ}\text{C}$) minskar med ökande andel fina porer, Books et al /1970/, se fig 154.

Astbury /1966/ refererar försök där samband porositet - kornstorlek - bränntemperatur - böjdraghållfasthet hos sintrad Aluminiumoxid refe-

reras. Se fig 155.

Man ser en klar tendens till högre hållfasthet med minskande kornstorlek. Dessutom förefaller Ryshkewitch formel ekv (2) gälla (rätlinjiga samband) för porositeter ner till ~ 10%. Därefter sjunker hållfastheten och en slinga utbildas vid ökande bränningstemperatur. Astbury förklarar detta med att slutna porer börjar expandera p g a överbränning. Porsystemet ändras och ekv (2) gäller inte längre. Möjligen skulle en analys enligt Passmore et al ovan (punkt 4.2.6) kunna förklara data i fig 155.

Lanceley et al /1966/ refererar samband vid konstant porositet mellan hållfasthet och cellstorlek hos extruderat polystyrenskum. Se fig 156. Cellväggarna är mycket tunna i jämförelse med wellernas storlek.

Även här ökar hållfastheten med minskande cellstorlek. Betr tryckhållfasthet och E-modul uppnås dock ett minimum vid en cellstorlek av ungefär 4 mm. Ingen förklaring ges. En tänkbar sådan kommer att refereras nedan i punkt 4.3.4.

4.3 Porstrukturens inverkan

4.3.1 Allmänt

Redan tidigare i denna rapport har omnämnts porstrukturens stora inverkan på hållfastheten. Så t ex framgår av ekv (233) att hållfastheten hos ett system av platta porer är betydligt lägre än hållfastheten vid samma porositet bestående av sfäriska porer med samma utsträckning i planet.

Ett annat ytterlighetsfall visas i fig 157 hämtad ur Shanley & Knapp /1965/. Vid parallellorienterade porer och belastning parallellt med porerna fås ett samband av typ de Jong ekv (8) men vid godtyckligt fördelade porer av typ Ryshkewitch ekv (2).

Schiller /1958/, /1960/ visade att hållfasthetsporositetsuttrycket blir beroende av porformen genom den teoretiskt härledda ekvation (10) (se punkt 4.1.3):

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \left(\frac{P}{P_{KR}}\right)^{1/n}\right) \quad (10)$$

där konstanten n teoretiskt = 2 vid cylinderporer i en riktning och = 3 vid sfäriska porer. Även P_{KR} måste påverkas av porstrukturen i hög grad.

4.3.2 Teoretisk studie av Brown et al

Brown et al /1964/ har studerat porformens och porgeometrins inverkan på hållfastheten.

Utgångspunkten är en modell enligt fig 142.

Man avsätter med figurens beteckningar.

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{A_{SOLID}}{A_{TOTAL}}\right) \quad (262)$$

Man tar härvid ingen speciell hänsyn till spänningskoncentrationer vid porkanter utan diskuterar enbart reduktion av bärande yta. Motiveringen till detta är en studie av Stokes /1964/ enligt vilken geometrisk faktor är mera bestämmande för materials hållfasthet än brottinitierande mekanismer om $P > 3$ à 5%. Man antar nu att det finns i olika slags porer (med olika form) och antar att dessa porer är jämnt fördelade över tvärsnittet. Då gäller

$$\frac{A_{SOLID}}{A_{TOTAL}} = 1 - \sum_i \frac{A_i}{A_{TOTAL}} \quad (263)$$

Det är nu enkelt (för härledning hänvisas till Brown et al /1964/) att ta hänsyn till porform och läge i rummet hos poren varvid slutresultatet blir;

$$\frac{A_i}{A_{TOTAL}} = \frac{x_i \cdot a_i}{v_i} \cdot P_i \quad (264)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} x_i \text{ är en karakteristisk längd på poren; se tabell 18} \\ a_i \text{ är poryta som avskärs av planet } \perp \text{ spänningen} \\ v_i \text{ är volymen av en por av sort } i \\ P_i \text{ är porositet som utgörs av porer typ } i \end{array} \right.$

$$\therefore P = \sum_i P_i \quad (265)$$

Man kan införa beteckningen α_i där






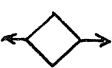
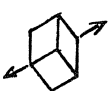
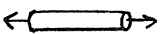
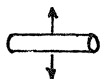
$$\alpha_i = \frac{x_i a_i}{v_i} \quad (266)$$

Ekv (262) övergår då till

$$\sigma = \sigma_0 (1 - \sum_i \alpha_i \cdot P_i) \quad (267)$$

I tabell 15 redovisas parametervärden x_i , a_i , v_i och α_i för olika typer av porer.

Tabell 15 Variation of Calculated α_i with Pore Shape and Orientation

Porform och orientering	x_i	a_i	v_i	α_i
Sfär 	d	$\frac{\pi d^2}{4}$	$\frac{\pi d^3}{6}$	1.50
Oblat sfäroid 	a	$\frac{\pi a^2}{4}$	$\frac{\pi a^2 c}{6}$	1.50
Oblat sfäroid 	a	$\frac{\pi a c}{4}$	$\frac{\pi a^2 c}{6}$	1.50
Elipsoid Kraft parallell med endera axeln 	a	$\frac{\pi b c}{4}$	$\frac{\pi a b c}{6}$	1.50
Kub 	s	s^2	s^3	1.00
Kub 	$s\sqrt{2}$	$s^2\sqrt{2}$	s^3	2.00
Kub 	$s\sqrt{3}$	$s^2\sqrt{3}$	s^3	3.00
Cylinder 	l	$\frac{\pi d^2}{4}$	$\frac{\pi d^2 l}{4}$	1.00
Cylinder 	d	ld	$\frac{\pi d^2 l}{4}$	1.27

Ekv (267) är egentligen ingenting annat än ekv (15) som härleddes av Schiller /1958/ för sfäriska porer randomiserat utspridda i matrisen.

Ekv (267) kan därför i stället uttryckas

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{P}{P_{KR}} \right) \quad (15)$$

där värdet på P_{KR} bestäms av portypen enligt tabell 15.

Ekvationen satisfierar gränsvärdena;

$\sigma = \sigma_0$ vid $P = 0$ och $\sigma = 0$ när P är maximum $= P_{KR}$, dvs alla porer är i kontakt, vilket i normalfallet inte är detsamma som $P = 100\%$.

Som exempel kan tas ett material med enbart sfäriska porer. Ur tabell 15 fås då att $\alpha_1 = 1,50$. Ur ekv (265) fås att $P_1 = P$ ty alla porer är av samma typ.

Då gäller för ekv (267)

$$\sigma = \sigma_0 (1 - 1,50 \cdot P) \quad (268)$$

$$\text{dvs } P_{KR} = \frac{1}{1,50} = 0,665$$

Om man i stället tänker sig att hälften av porvolymen utgörs av sfäriska porer och hälften av cylindrar orienterade parallellt med längdriktningen så fås ur Tabell 15

$$\alpha_1 = 1,50; \quad \alpha_2 = 1,00; \quad \text{ur ekv (265)}$$

$$P_1 = P_2 = \frac{P}{2}$$

Då gäller för ekv (267)

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \left(1,50 \frac{P}{2} + 1,00 \frac{P}{2} \right) \right) = \sigma_0 (1 - 1,25 P) \quad (269)$$

$$\text{dvs } P_{KR} = \frac{1}{1,25} = 0,80$$

Ekv (267) torde vara väl lämpad för att studera inverkan av parallellstruktur hos ett material. T ex för ett material med cylindriska paral-

lilla porer blir förhållandet

$$\frac{\sigma_{11}}{\sigma_1} = \frac{1 - P}{1 - 1,27P} = 1,13 \quad \text{vid } P = 0,30 \quad (270)$$

Härvid förutsätts inga knäckningsfenomen kunna uppträda. P s s för kubiska porer resp sfäriska

$$\frac{\sigma_{\text{SFÄR}}}{\sigma_{\text{KUB}}} = \frac{1 - 1,5 \cdot P}{1 - 2 \cdot P} = 1,38 \quad \text{vid } P = 0,30 \quad (271)$$

Jfr även fig 157.

Det bör observeras att modellen inte tar hänsyn till porstorlekens inverkan. Författarna behandlar även problemet med cylinderformade porer randomiserat utspridda i godtyckliga riktningar i ett material. Man finner då;

$$\alpha_i = \left(\frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{l}{d} + \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{d}{l} \right) \quad (272)$$

$$\text{dvs } \sigma = \sigma_0 \left\{ 1 - \left(\frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{l}{d} + \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{d}{l} \right) P \right\} \quad (273)$$

där d = cylinderdiameter och l = längden

α_i har utritats i fig 158 som funktion av cylinderlängden.

Ur jämförelse mellan ekv (15) och (273) fås:

$$P_{KR} = \frac{1}{\alpha_i} \quad (274)$$

Av fig 158 kan då dras den slutsatsen att värdet på P_{KR} minskar med ökande cylinderlängd. Detta är fullt logiskt eftersom det erfordras mindre porositet ju längre porerna är för att de skall stöta ihop och bilda ett sammanhängande por nät med starkt reducerad hållfasthet som följd.

Vid $l/d = 1,0$ fås ur ekv (272) $P_{KR} = 0,54$. Detta värde kan jämföras med parallellorienterade cylindrar (Tabell 15) varvid $P_{KR} = 1,00$ resp 0,79 vid porer || belastningen resp \perp mot denna. (Jfr för övrigt

figur 157). Vid $l/d = 3,0$ fås ur ekv (272) $P_{KR} = 0,41$ medan vid parallell-orienterade porer P_{KR} är oförändrat.

I samband med Bajza's studier av cementpastans hållfasthet under punkt 4.1.9 framgick att den kritiska porositeten ökades med ökande ålder hos provkropparna. Se figurerna 43, 44 och 45 liksom tabell 6.

I fig 159 har sambandet mellan provkroppsålder, kritisk porositet och hydratationsgrad för Bajza's provkroppar inritats. Dessutom har inritats en kurva för normal cementpasta enligt Danielsson /1966/.

Förändringen i P_{KR} mot högre värden vid ökande ålder kan ev förklaras av att den öppnare porstrukturen i tidig ålder sluts alltmera alltför eftersom hydratationen fortskrider. Enligt Powers /1960/ sker i normal cementpasta en succesiv övergång från långa sammanhängande kapillärporer i en finporös gel till isolerade kapilläröar.

Om porsystemet vid 1 dygns ålder anses karaktäriseras av öppna cylindrar vilket med tanke på tillverkningsmetoden är ganska realistiskt, porerna är dock i kontakt med varandra, blir erforderligt $l/d = 4$ för att ge $P_{KR} = 0,35$.

Vid hög ålder kan cementkornen antas ha vuxit ihop i kontaktpunkterna. Porerna mellan cementkornen antas först bestå av kuber orienterade i tre huvudriktningar enligt tabell 15. Enligt ekv (267) och (274) blir då $P_{KR} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3}} = 0,50$

Antas de bestå av sfärer blir $P_{KR} = \frac{1}{1,50} = 0,67$. Medelvärdet blir 0,59 vilket kan jämföras med bestämt $P_{KR} = 0,56$ vid hög ålder.

Ekv (267) kan antas gälla enbart ner till porositeter av storleksordningen 3 à 5%. Värdet σ_0 skall därför inte anses vara det fasta materialets hållfasthet utan ett värde som fås när $\sigma - P$ - kurvan extrapoleras till $P = 0$ Brown et al /1964/. Jfr fig 12.

För att studera ekv (267) vid små porositeter görs en logaritmering:

$$\ln \frac{\sigma}{\sigma_0} = \ln(1 - \sum_i \alpha_i P_i) \quad (275)$$

Högra ledet kan serieutvecklas varvid fås

$$\ln \frac{\sigma}{\sigma_0} = - \sum_i \alpha_i P_i - \frac{1}{2!} (\sum_i \alpha_i P_i)^2 - \frac{1}{3!} (\sum_i \alpha_i P_i)^3 \dots \dots \dots \text{etc} \quad (276)$$

Vid mycket små porositeter tas bara första termen med

$$\ln \frac{\sigma}{\sigma_0} = - \sum_i \alpha_i P_i \quad (277)$$

$$\text{dvs } \sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\sum_i \alpha_i P_i} \quad (278)$$

Detta är ingenting annat än Ryschkewitch's formel ekv (2)

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-B \cdot P} \quad (2)$$

Konstanten B blir

$$B = \sum_i \frac{\alpha_i P_i}{P} \quad (279)$$

Enligt ekv (279) skulle uppenbarligen konstanten B få låga värden.

Vid samma typ av porer blir B-värdet detsamma som α_i -värdet i tabell 15.

Således blir B = 1,5 vid sfäriska porer vilket är alldeles för lågt.

Likaså blir det lågt för orienterade långa porer.

Dessa portyper kan eftersom de är orienterade betraktas som slutna porer. Man finner enligt modellen med randomiserat fördelade cylindriska porer i alla riktningar att α_i är betydligt större än värdena i tabell 15 vid långa porer; ekv (273). Samtidigt måste cylindriska porer om de är långa nog och ligger i alla riktningar stöta emot varandra vilket skapar en öppen porositet, Hasselman & Fulrath /1965/.

Ur fig 158 framgår att faktorn $B = \alpha_i = 4$ uppnås vid $\frac{1}{d} = 7,0$ och $B = \alpha_i = 9$ vid $\frac{1}{d} = 19,4$.

Följden är att Ryschkewitch's formel, ekv (2) och Brown's et al formel, ekv (267) , överensstämmer vid låga porositeter, ekv (278), såvida en

viss öppen porositet föreligger. Ju mera sluten porositeten är desto lägre värden på konstanten B i ekv (2) kan förväntas.

4.3.3 Effekt av öppen och sluten porositet enligt Spriggs

Den ev olika inverkan av öppen och sluten porositet på hållfastheten, en inverkan som enligt Brown et al /1964/ ovan teoretiskt bör finnas, har behandlats empiriskt av Spriggs /1962/. Vid användning av ekv (2) på sintrad Al_2O_3 fann man följande resultat.

$$\sigma = \sigma_o \cdot e^{-5,21 \cdot P} \quad (280)$$

$$\text{felet är } \begin{cases} + 3,80\% \\ - 2,55\% \end{cases}$$

Om man delar upp inverkan i inverkan av sluten (P_s) resp öppen (P_o) porositet fås.

$$\sigma = \sigma_o \cdot e^{-4,90 \cdot P_o} \cdot e^{-0,48 \cdot P_s} \quad (281)$$

$$\text{felet är } \begin{cases} + 2,91\% \\ - 2,29\% \end{cases} \quad \text{dvs en reduktion}$$

Det är intressant att se att precis som Brown et al /1964/ visar teoretiskt enligt ovan så är inverkan av öppen porositet avsevärt mycket större än påverkan av sluten porositet.

Försöken ovan gjordes vid en konstant kornstorlek. En generell formel som även tar hänsyn till kornstorlek borde lyda (jfr ekv 255).

$$\sigma = k \cdot G^{-A + C \cdot P} \cdot e^{-B_1 \cdot P_o - B_2 \cdot P_s}$$

$$\text{där } \sigma_o = k \cdot G^{-A}$$

(282)

(256)

4.3.4 Hållfasthet hos material med cellstruktur

Patel & Finnie /1970/ behandlar problemet hållfasthet hos cellplaster empiriskt och teoretiskt.

Teoretiskt som ett deformationsproblem av enskilda celler, där man

antar att dessa är pentagonala dodekaedrar (fig 160) vilket egentligen är en förenkling eftersom packade dodekaedrar inte förmår utfylla rummet helt.

Hållfasthetsegenskaperna är helt olika vid tryck och dragning. Se fig 161-163. Dragbrottet är sprött och tryckbrottet segt. Se även Dao & Hofer /1971/.

Vid kalkylen antar man att lasten fördelas efter styvheter hos cellväggarna resp de förfjockningar ("ribbor") som bildas där två sidor möts. Detta innebär att för tryckbelastning av lätta skum kan sidorna helt försummas.

Först behandlas hållfasthetsegenskaperna hos anisotropa skum vilka kan antas representeras av ellipsoidcellen i fig 164. Draghållfastheten hos skum med såväl slutna som öppna celler antas bero på effektiv lastbärande yta (i princip enligt punkt 4.3.2) varvid fås:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta=0} \cdot \sqrt{\cos^2 \theta + \frac{\sin^2 \theta}{r}} \quad (283)$$

$r = a/b$ för ellipsoiden. Övriga beteckningar framgår av fig 164.

Tryckhållfastheten blir beroende av knäckning av ribborna och kommer därför att bli proportionell mot antalet ribbor och omvänt proportionell mot cellstorlekens (uttryckt som ribblängd) kvadrat. Därför gäller:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta=0} \cdot \sqrt{\cos^2 \theta + \frac{\sin^2 \theta}{r^2}} (r^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \quad (284)$$

Ekv (283) och (284) är uttryckt i fig 165 tillsammans med experimentella data för polyuretanskum med slutna celler. Uppenbarligen strider experimentella tryckdata mot ekv (284) men tycks följa ekv (283). Detta förklaras av författarna med att för stela skum med slutna celler föregås buckling av ribborna av brott i cellväggarna varför ekv (283) blir giltig. Ekv (284) gäller däremot för vekare skum med slutna celler eller för öppna celler.

Därefter utvecklas samband mellan hållfasthet - porositet och cellstruktur för symmetriska celler enligt fig 160.

Antalet celler i en enhetsvolym är;

$$N = \frac{1}{5,44 \cdot L^3} \quad (285)$$

där L är kantlängden hos cellen.

Densiteten hos skummet är;

$$\gamma = \rho \cdot (1 - P) = \frac{\rho}{1 - K} \left\{ 1,466 \left(\frac{D}{L} \right)^2 - 0,524 \left(\frac{D}{L} \right)^3 \right\} \quad (286)$$

där

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = \text{polymerens densitet} \\ D = \text{kantlängden hos den "kub" som utgör knutpunkt mellan ribborna} \\ \quad (\text{ribblängd} = L - D). D \text{ blir också ribbens tjocklek.} \\ K = \text{mängd polymer i cellväggen i förhållande till total polymer-} \\ \quad \text{mängd.} \end{array} \right.$$

Den last som kan tas per ytenhet i skummet blir

$$\sigma = 0,75 \cdot \frac{P}{L^2} \quad (287)$$

där P är den last som kan tas i axiell riktning i en ribba vid dragbrott eller vid tryckflytning = knäckning (se fig 161).

Knäcklasten för en ribba elastiskt stöttad längs hela sin längd är;

$$P_K = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L^2} \left(m^2 + \frac{Q \cdot L^4}{m^2 \cdot \pi^4 \cdot EI} \right) \quad (288)$$

där

$$\left\{ \begin{array}{l} m = \text{antalet halvvågor vid knäckning av strävan. } m = 1 \text{ när } Q \\ \quad \text{är litet} \\ Q = \text{reaktionskraft mellan ribba och cellvägg per längdenhet och} \\ \quad \text{vid ribbutböjning 1.} \end{array} \right.$$

$$Q = \frac{0,70 \cdot K \cdot E \cdot (1 - P)}{\left(1 - \frac{D}{L} \right)^3 \cdot \rho} \quad (289)$$

Tryckhållfastheten vid flytning för skummet fås genom att sätta in ekv (288) och (289) i (287);

$$\sigma_{TR} = 0,365 \cdot E \left(\frac{D}{L}\right)^4 + 0,053 \frac{K \cdot E \cdot (1 - P)}{\left(1 - \frac{D}{L}\right)^3 \cdot \rho} \quad (290)$$

I ekv (290) ingår dels porositeten hos skummet dels cellstorlek och cellstruktur uttryckt genom parametrarna $\frac{D}{L}$ och K. Observera att även i D/L ingår porositeten implicit, ekv (286). Jämförelse mellan försöksresultat och ekv (290) visas i fig 166.

K i figuren anger förhållandet mellan polymermängd i ribban och totala polymermängden. Ju större K är desto "krokigare" blir ekv (290).

K = 0 motsvarar helt öppna celler varvid knäckfenomen accentueras medan K = 0,15 ger relativt tjocka ribbor mellan cellytorna.

Av figuren framgår nu att ju större K är desto högre är hållfastheten vid samma porositet. Även ekv (290) visar alltså att slutna porer ger högre hållfasthet än öppna.

De experimentella värdena ger för lätta polyuretanskum med slutna celler

$$\sigma_{TR} = A \cdot \gamma^B \approx 10 \cdot \gamma^{1,46} = 10 \cdot \rho^{1,46} (1 - P)^{1,46} \quad (291)$$

(σ_{TR} i psi och ρ i pcf).

Värden på B enligt en litteraturstudie varierar mellan 1,42 och 1,7. Dess storlek är beroende av ribbans relativa styvhet (uttryckt genom storlek K ovan).

Det teoretiska sambandet för K = 0 dvs för öppna celler enl ekv (290) ger:

$$\sigma_{TR} = 7,5 \cdot \gamma^{2,06} = 7,5 \cdot \rho^{2,06} \cdot (1 - P)^{2,06} \quad (292)$$

sorter enligt ekv (291)

Ett samband som inte tar hänsyn till skummets speciella struktur och därav följande komplexa spänningsbild utan där endast sambandet mellan porositet ϵ_n och plastytan vinkelrätt mot brottytan beaktas ger:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot (1 - P)^{2/3} = 1022 \cdot \gamma^{0,66} \quad (293)$$

Den teoretiska ekvationen (292) är klart bättre anpassad till den experimentella ekv (291) än den enkla ekv (293).

Vid dragspänning är deformationsfenomenen ~~desamma~~ oavsett cellerna är öppna eller slutna. Därför spelar faktorn K ingen roll. Samtidigt försummas cellväggarnas bidrag till hållfasthet och densitet dvs K sätts = 0 i ekv (286). (Endast öppna celler beaktas).

Då fås för axiell brottlast i en ribba:

$$P = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \sigma_0 \quad (294)$$

där σ_0 = polymerens draghållfasthet.

Insätts ekv (294) i (287) så fås:

$$\sigma_{DR} = 0,591 \cdot \sigma_0 \left(\frac{D}{L}\right)^2 \quad (295)$$

I ekv (295) är porositeten dold implicit via ekv (286) med $K = 0$.

Experimentella och teoretiska värden enligt ekv (295) visas i fig 167.

En empirisk behandling av draghållfastheten hos lätta polyuretanskum ger i likhet med ekv (291)

$$\sigma_{DR} = A \cdot \gamma^B = 22,5 \cdot \gamma^{1,11} = 22,5 \cdot \rho^{1,11} (1 - P)^{1,11} \quad (296)$$

Värden i litteraturen på B varierar mellan 1,11 och 1,6.

Det teoretiska sambandet ekv (295) ger för öppna och slutna celler.

$$\sigma_{DR} = 58 \cdot \gamma^{1,03} = 58 \cdot \rho^{1,03} (1 - P)^{1,03} \quad (297)$$

Medan det grova sättet enligt ovan, ekv (293), där ingen hänsyn tas till materialets speciella struktur ger:

$$\sigma_{DR} = \sigma_0 \cdot (1 - P)^{0,66} = 568 \cdot \gamma^{0,66} \quad (298)$$

Även här ger alltså teorin den bästa överensstämmelsen med verkliga värden.

För den oskummade polyuretanen gäller

$(\sigma_o)_{TR} = 1022 \cdot \rho^{3/2}$ och $(\sigma_o)_{DR} = 568 \cdot \rho^{3/2}$. Insätts dessa värden i ekv (291) och (296) så fås uttryck av typen

$$\sigma = k \cdot \sigma_o^{2B/3} (1 - P)^B \quad (299)$$

där $\frac{2B}{3} \approx \begin{cases} 0,97 \text{ à } 1,13 & \text{för tryckbelastning} \\ 0,74 \text{ à } 1,07 & \text{för dragbelastning} \end{cases}$

Ekv (299) påminner därför om Bal'shins ekv (6) trots att hållfastheten $\neq \sigma_o$ vid $P = 0$. De låga värdena på B kan bero på att materialen är relativt sega. Författarna diskuterar även effekten av cellstorlek på hållfastheten. Man visar att så länge storheten K (andelen polymer i ribborna) är konstant så är hållfastheten oberoende av cellstorleken. Den besynnerliga effekt som framgår av fig 156 när hållfastheten såväl ökar som minskar med minskande cellstorlek kan nu förklaras. Experiment tyder på att detta kan förklaras med att ribborna vid olika cellstorlekar beslagtar olika andelar av den totala polymermängden. Fig 166 och 167 visar också att vid samma porositet blir hållfastheten vid tryck helt olika vid olika värden på K medan någon sådan effekt inte finns beträffande draghållfastheten, som är oberoende av K.

Principen i Patel & Finnie /1970/ kanske även kan användas för material av typ lättklinker gasbetong m fl material för att studera hur en cellstruktur lämpligen bör uppbyggas för att hållfastheten skall bli god.

4.3.5 Inverkan av porform hos grova porer i betong

Popovics /1969/, som uppställt ekv (211) för luftinblandningsporer, påpekar att man måste ta hänsyn till porformen vid uppställande av samband lufthalt - hållfasthet hos betong. Detta eftersom porer fungerar som "spänningskoncentratorer". Han skiljer därför på oregelbundna, kantiga bearbetningsporer och regelbundna, sfäriska luftinblandnings-

porer. De senare borde sänka hållfastheten mindre än de förra. Han refererar till experimentella data som tycks bekräfta detta.

Ekv (211) kan då omformuleras till

$$\sigma = \sigma_{\text{LUFTFRI}} \cdot 10^{-a_1 \cdot l_1 - a_2 \cdot l_2} \quad (300)$$

där l_1 och l_2 är bearbetningsporer (%) resp luftinblandningsporer (%) och a_1 resp a_2 är empiriska konstanter där

$$a_1 = 0,035 \quad \text{och} \quad a_2 = \frac{3}{4} \cdot 0,035$$

Därför kan ekv (300) omformuleras till form enligt ekv (2)

$$\sigma = \sigma_{\text{LUFTFRI}} \cdot e^{-0,0805 l_1 - 0,0605 l_2} \quad (301)$$

4.3.6 Förslag till fullständig beskrivning av betongs hållfasthet

Ovanstående resonemang liksom resonemanget fört ovan av Knudsen /1959/ ekv (248) (252), Passmore et al /1965/ ekv (255), Brown et al /1964/ ekv (267) och Spriggs /1962/ ekv (282) antyder att man bör kunna indela porer i klasser, t ex storleksklass och form.

Om man betraktar en betong, så består den av olika klasser av porer:

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| - fina gelporer | P_g |
| - " kapillärporer | P_k |
| - grova luftporer | P_l |
| - " bearbetningsporer | P_b |
| - " ballastporer | P_s ev olika typ |

Det kanske är möjligt att nu uttrycka hållfastheten hos en godtycklig betong vid en viss hydratationsgrad enligt följande

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-A \cdot P_g - B \cdot P_k - C \cdot P_l - D \cdot P_b - E \cdot P_s} \quad (302)$$

Konstanterna A, B, C, D och E bör gå att bestämma empiriskt med olika blandningar.

Inverkan av mikrosprickor och dålig vidhäftning mellan ballast och cementpasta vilkas antal och betydelse enligt ovan bör vara en funktion av mängden ballast och dennes kornstorlek tas möjligen "om hand" av värdet på σ_0 , jfr fig 60.

σ_0 definieras då som hållfasthet hos fast material inklusive mikrosprickor.

En annan möjlighet är naturligtvis att i stället använda sig av teorien enligt Brown et al /1964/ som den är uttryckt i ekv (267):

$$\sigma = \sigma_0 \{ 1 - (\alpha_g \cdot P_g + \alpha_k \cdot P_k + \alpha_l \cdot P_l + \alpha_b \cdot P_b + \alpha_s \cdot P_s) \} \quad (303)$$

där $\alpha_g \dots \alpha_s$ är konstanter. Beträffande deras signifikans se ekv (266) och Tabell 15.

Om denna ekvation tillämpas på ren cementpasta, skulle emellertid hållfastheten enligt teorien bakom ekvationen bli \approx noll eftersom den "effektiva porytan" utgör $\geq 90\%$ av totala tvärsnittsytan, Terzaghi /1934/. Att cementpasta trots detta bär last måste bero på gelporernas speciella struktur.

Man skulle naturligtvis också kunna använda ett uttryck av typ (6):

$$\sigma = \sigma_0 (1 - P_g)^{m_g} (1 - P_k)^{m_k} \dots \quad (304)$$

5 ELASTICITETSEGENSKAPER: E-MODUL, G-MODUL, K-MODUL, POISSONS TAL

5.1 Definitioner

Följande samband råder mellan Poissons tal, ν , E-G- och K-modulerna

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (305)$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (306)$$

$$K = \frac{G}{3} \frac{2(1 + \nu)}{1 - 2\nu} \quad (307)$$

Man kan även uttrycka sambanden på följande sätt

$$E = \frac{9 \cdot K \cdot G}{3K + G} \quad (308)$$

$$\nu = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)} \quad (309)$$

Med kännedom om endera modulen och Poisson's tal eller två olika moduler kan således övriga storheter beräknas ur ekvationerna ovan.

Så länge Poisson's tal är konstant dvs oberoende av porositeten kommer alla moduler uttryckta i relation till modulen vid $P = 0$, M_0 , att följa samma uttryck

$$\frac{M}{M_0} = f(P) \quad (310)$$

där M står för godtycklig modul.

Redan nu görs följande generella påstående: "The elastic moduli (of ceramics) vary markedly with porosity and the proportions of different phases present but do not depend upon grain size or surface conditions". Baily & Hill /1970/. Därvidlag skiljer sig elasticitetsegenskaperna avsevärt från hållfasthetsegenskaperna.

5.2 Parallell- och seriemodellerna för E-modul. Med tillämpning på betong

Maximala övre och undre gränsvärdet för E-modulen hos ett tvåfasssystem kan lätt beräknas med hjälp av parallell- och seriemodellerna enligt

fig 168. De båda faserna arrangeras antingen parallellt med spänningsriktningen eller \perp däremot oberoende av hur faserna är orienterade i det verkliga materialet. I första fallet sätts töjningen i de båda faserna lika varvid erhålls för materialets E-modul:

$$E = g E_p + (1 - g) \cdot E_o \quad (311)$$

där g är andelen partikelfas, E_p = partikelfasens E-modul, E_o = kontinuerliga fasens E-modul. Ekv (311) ger övre gränsvärdet för E-modul.

I andra fallet, seriemodellen, sätts spänningen i de båda faserna lika varvid erhålls:

$$\frac{1}{E} = \frac{g}{E_p} + \frac{1-g}{E_o} \quad (312)$$

Ekv(312) ger under gränsvärdet för E-modul. Dessa gränsvärden har sedermera nyanserats av Hashin /1962/ på grundval av en mera nyanserad modell. Se nedan punkt 5.4.

I fallet poröst material är $E_p = 0$ varvid ekv (311) reduceras till:

$$E = E_o (1 - P) \quad (313)$$

Enligt denna ekvation skulle alltså materialets E-modul vara direkt proportionell mot mängden fast fas, vilket strider mot alla mätresultat utom naturligtvis för ett material med parallella cylinderporer belastat \parallel poraxeln. Ekv (313) är dock enbart en övre gräns för E-modulen.

Ekv (312) reduceras till noll vid alla porositeter.

Hansen /1960/ har dock visat empiriskt att om partikelfasens E-modul är lägre än kontinuerliga fasens skall ekv (311) användas.

På grundval av detta konstaterande härleder Hansen ett uttryck för E-modulen hos betong baserat på kännedom om de olika fasta fasernas E-moduler och mängdförhållanden i betongen. Hansen delar succesivt upp betongen i tre 2-fassystem enligt följande princip.

System 1 cementpasta - ballast

$$\text{vol } v_1; E_p \quad v_2 = (1 - v_1); E_b$$

System 2 ohydratiserat cement - resten av cementpastan

$$\text{vol } v_4; E_c \quad v_3 = (1 - v_4); E(g+p)$$

System 3 cementgel (inkl kontr porer) - övriga porer

$$\text{vol } v_5; E_g \quad v_6 = (1 - v_5); E=0$$

I led 3 används ekv (311)

Resultatet blir efter en enkel härledning:

$$\frac{1}{E} = \frac{v_1(1 - v_4)}{v_5 \cdot E_g} + \frac{v_1 \cdot v_4}{E_c} + \frac{(1 - v_1)}{E_b} \quad (314)$$

Ekv (314) används av Hansen för att uttrycka E-modul som funktion av hållfasthet. Detta låter sig göras genom att faktorn v_5 uttrycker just "gel space ratio" enligt ekv (51). Detta är i sin tur kopplat till hållfasthet enligt en ekvation av typ (49).

Hänsyn kan naturligtvis även tas till porös ballast varvid ytterligare ett tvåfasssystem bildas.

System 4 fast fas i ballast - ballastporer

$$\text{vol } v_7; (E_b)_o \quad v_8 = (1 - v_7); E=0$$

Ekv (314) övergår då till:

$$\frac{1}{E} = \frac{v_1(1 - v_4)}{v_5 \cdot E_g} + \frac{v_1 \cdot v_4}{E_c} + \frac{1 - v_1}{v_7(E_b)_o} \quad (315)$$

Volymandelarna v_1 , v_3 , v_4 och v_5 erhålls genom kännedom om betong-sammansättningen t ex ur Bergström /1967/. Därmed kan E-modulen uttryckas som funktion av cementpastans porositet P_p och ballastens porositet P_b . Följande uttryck gäller:

$$v_4 = \frac{0,32(1 - \alpha)}{0,32 + w_o/c + 1_o/c} \quad (315)$$

$$v_5 = \frac{0,71 \cdot \alpha}{0,32\alpha + w_o/c + 1_o/c} \quad (316)$$

$$\left. \begin{aligned} E_g &= 200.000 \text{ kp/cm}^2 \\ E_c &= E_b = 600.000 \text{ kp/cm}^2 \end{aligned} \right\} \text{ Se även tabell 16.} \quad (317)$$

$$P_p = \frac{w_o/c - 0,19\alpha + l_o/c}{0,32 + w_o/c + l_o/c} \quad (184)$$

$$P_b = 1 - v_7 \quad (318)$$

$$\text{där} \begin{cases} \alpha = \text{hydratationsgrad} \\ w_o/c = \text{vattencementtal} \\ l_o/c = \text{luftvolym i pastan (cm}^3\text{)/cementvikt (g)} \end{cases}$$

I fig (169) har utritats den ur ekv (315) beräknade E-modulen som funktion av porositet och hydratationsgrad för en betong med $w_o/c = 0,70$, $c = 295 \text{ kg/m}^3$ utan luftporer och med tät ballast. $E_c = E_b$, $E_g = \frac{1}{2}E_b$.

Ekvationerna (311) och (312) kan naturligtvis användas mera direkt genom att inte spalta upp cementpastans porositet i gelporer och övriga porer. Berättigandet av detta visas senare i punkt 5.6 genom försök av Helmuth & Turk /1966/.

System 3 förändras då till system 5;

System 5: fast gel + alla porer i pastan
 v_9 ; E_{fg} $v_{10}=1-v_9$; $E=0$

Ekv (315) förändras till:

$$\frac{1}{E} = \frac{v_1(1 - v_4)}{v_9 \cdot E_{fg}} + \frac{v_1 \cdot v_4}{E_c} + \frac{1 - v_1}{v_7(E_b)_o} \quad (319)$$

$$\text{där } v_9 = \frac{0,51\alpha}{w_o/c + l_o/c + 0,32\alpha} \quad (320)$$

I fig 169 har också inlagts E-modulen för ovannämnda betong beräknade ur ekv (319). Det antas att $E_{fg} = E_c = E_b$. Kurvan enligt ekv (319) ligger högre än för ekv (315) beroende på att E_{fg} är satt högre i ekv (319). Värdena i ekv (315) motsvarar att $E_{fg} = \frac{E}{1,44}$ enligt ekv

(319) eftersom gelen innehåller $\approx 28\%$ porer. Insätts detta värde på E_{fg} sammanfaller kurvorna.

Ovanstående ekvation har den stora fördelen att den ger $E = 0$ vid färskt tillstånd hos betongen trots att P vid detta tillfälle $\ll 1,0$.

Ekvationerna (315) och (319) måste emellertid tas med en viss försiktighet eftersom de är baserade på de båda extremekvationerna (311) och (312). En tillämpning av t ex modell enligt Hashin /1962/ (punkt 5.12) borde ge säkrare resultat. Se tabell 17.

Counto /1964/ har tillämpat seriemodellen på en rörmodell enligt fig 170.

Under förutsättning av att inga spänningskoncentrationer uppstår kan mycket lätt visas att följande ekvation gäller vid belastning \perp porens längdriktning.

$$E = E_0 \frac{1 - \sqrt{P}}{(1 - \sqrt{P})^2 + \sqrt{P}} \quad (321)$$

Countos modell är emellertid onyanserad eftersom den gäller enbart vid en viss belastningsriktning. En klar förbättring fås genom att helt innesluta en kubisk por i matrisen. Se fig 171. Genom tillämpning av serie- och parallellmodellen kan på ett enkelt sätt härledas ett uttryck för E -modulen vid belastning i endera av symmetrisnitten. Ekvationen gäller ej vid andra belastningsriktningar.

$$E = E_0 \frac{(1 - P^{2/3})}{(1 + P - P^{2/3})} \quad (322)$$

Denna ekvation har bland annat härletts av Paul /1960/.

En sammanställning av olika E -modulformler baserade på en användning av serie- och parallellmodeller på olika modellsystem görs av Manns /1970/.

5.3 Mackenzie's modell

Modellen enligt Mackenzie /1950/ har tidigare beskrivits under punkt 4.1.6. Se fig 31. Modellen utvecklades dels för ett inre hydrostatiskt tryck dels för ett yttre tryck av samma typ. Bägge belastningstyperna resulterar i samma moduler. Det förstnämnda belastningsfallet kommer

sedan att användas i samband med beräkning av uttorkningskrympning. Kapitel 10.

Vid kalkylen beräknas först för en por med radien a förskjutningen av yttre periferien av en hydrostatisk enhetslast. Därefter ökas deformationen i proportion till antalet porer med samma storlek varefter man gör en medelvärdesbildning över porstorleksfördelningen. Den så framräknade medelvärdesförskjutningen sätts lika med förskjutningen av en sfär bestående enbart av det aktuella porösa material varur elasticitetskonstanterna för detta kan beräknas. Viss hänsyn tas alltså till aktuell porstorleksfördelning.

För kompressionsmodulen K gäller:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_0(1-P)} + \frac{3}{4 \cdot G_0} \cdot \frac{P}{(1-P)} (1 + A \sigma^2) \quad (323)$$

där σ = standardavvikelsen för storleken av porerna (fås ur porstorleksfördelningen).

$$A = 5 \frac{3K_0 + 4G_0}{9K_0 + 8G_0} \quad (324)$$

A är alltså ≈ 2 vilket fås ur ekv (305)-(307)

Ekv (323) kan även uttryckas enligt följande varvid porstorleksfördelningen inte behöver vara känd.

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_0(1-P)} + \frac{3}{4G_0} \cdot \frac{P}{(1-P)} + B \cdot P^3 \quad (325)$$

Konstanten B anpassas ur empiriska data.

Av ekv (323) kan utläsas att även ett fåtal hål i ett i övrigt inkompressibelt medium ger upphov till en avsevärd kompressibilitet. Detta till skillnad mot t ex Hashins ekv (333) och Powers ekv (345). Se även punkt 5.11.

För skjuvmodulen gäller:

$$G = G_0(1 - A \cdot P + C \cdot P^2) \quad (326)$$

där A fås ur ekv (324).

Konstanten C anpassas ur empiriska försöksdata varigenom hänsyn tas till aktuell porstorleksfördelning.

Eftersom $A \approx 2,0$ enligt ovan så fås

$$G \approx G_0(1 - 2P + C \cdot P^2) \quad (327)$$

Om man antar att $v = 0,3$ för såväl fast gas som för det porösa materialet, att alla porer har samma storlek och att modulen = 0 vid $P = 1$ så blir oberoende av porstorleksfördelning

$$M = M_0(1 - 1,91 P + 0,91 P^2) \quad (328)$$

där M står för "Modul" i allmänhet.

Ekv (328) har tillämpats av Coble & Kingery /1956/ på Al_2O_3 -keramik med utmärkt resultat. Fig 172.

I detta speciella fall är $B = 0$ i ekv (325). I verkligheten är det inte säkert att villkoret $E = 0$ vid $P = 1$ är uppfyllt och framförallt att v är oförändrat vid varierande porositet. Se punkt 5.4.

Lawrence et al /1971/ har tillämpat ekv (323) och ekv (326) med $C = 0$ för cementpasta. Deras sätt att använda ekvationerna måste dock kritiseras starkt, se avsnitt 5.11.

Spinner et al /1963/ har använt en ekv av typ (326) på sintrad ThO_2 och funnit :

$$E = E_0(1 - 2,85 P + 1,17 P^2) \quad (329)$$

Schreiber /1968/ har tillämpat ekv (323), (326) på Spinell ($MgAl_2O_3$). Resultatet visas i fig 173. Uppenbarligen ger modellen något för höga moduler, vilket även andra författare visat. Författaren påpekar att hänsyn bör tas till porformen. Han föreslår att en bättre korrelation borde uppnås med ett samband $E = f$ (medelporlängden per enhetsvolym) i de fall när porerna inte är sfäriska.

Schreiber åberopar dock experiment som tyder på att Mackenzies modell är giltig för sfäriska porer vid högre porositeter. Det har för övrigt

föreslagits, Janowski & Rossi /1967/, att lutningen på den experimentellt bestämda modul - porositeteskurvan skulle kunna användas som ett index för porstruktur.

Porstruktur diskuteras ytterligare under punkt 5.9.

5.4 Hashin's modell för normala porositeter

Under punkt 5.2 visades att de enkla serie- och parallellmodellerna gav övre och undre extremvärden för ett tvåfassystems moduler.

Dessa gränsvärden överensstämmer vid ett poröst material med "Pauls' bounds" efter Paul /1960/.

Hashin /1962/ har nyanserat dessa gränsvärden genom en noggrann elasticitetsteoretisk studie. Förutsättningarna för kalkylen är att materialet består av en elastisk homogen och isotrop matris i vilken partiklar av elastiskt homogent och isotropt material är inneslutna med jämn volymkoncentration. Vidare antas att partiklarna är sfäriska och att inverkan av hela tvåfassystemet på var och en enskild partikel sker via ett sfäriskt skal som ligger helt och hållet inne i matrisen. Detta senare utgör en approximation vilken dock blir exakt hos material med perfekt sfäriska inneslutningar.

Hashin visar att för kompressionsmodulen överensstämmer övre och undre gränsvärdet. Följande gemensamma ekvation gäller.

$$g = \frac{(f + \frac{K_p}{K_o})(1 - \frac{K}{K_o})}{(f + \frac{K}{K_o})(1 - \frac{K_p}{K_o})} \quad (330)$$

där $\begin{cases} K_p = \text{Modulen för partikeln} \\ g = \text{volymandel partiklar} \end{cases}$

$$f = \frac{4G_o}{3K_o} = \frac{2(1 - 2\nu_o)}{1 + \nu_o} \quad (331)$$

Man kan nu för ett poröst material göra följande förenklingar;

$$\begin{cases} g = P \\ K_p = 0 \end{cases} \quad (332)$$

Ekv (330) överförs då till den exakta ekvationen.

$$K = K_o \left(1 + \frac{A \cdot P}{1 - (A + 1) P} \right) \quad (333)$$

$$\text{där } A = - \left(1 + \frac{1}{f} \right) = - 1,5 \frac{(1 - v_o)}{(1 - 2v_o)} \quad (334)$$

$$\text{vid } \begin{cases} v_o = 0,3 \text{ blir } A \approx - 2,62 \\ v_o = 0,4 \text{ blir } A \approx - 4,00 \end{cases}$$

A utgör riktningskoefficienten hos ekv (333) vid $P = 0$. Jfr ekv (390) och (392).

Ekv (333) och (334) kan nu användas för beräkning av E-modul och G-modul genom att utnyttja ekv (306) och (307).

$$E = E_o \frac{(1 - 2v)(1 - P)}{(1 - 2v_o) \left(1 + \frac{P}{2} \frac{1 + v_o}{1 - 2v_o} \right)} \quad (335)$$

$$G = G_o \frac{(1 - 2v)(1 - P)}{(1 + v)(1 - 2v_o) \left(1 + \frac{P}{2} \frac{1 + v_o}{1 - 2v_o} \right)} \quad (336)$$

Gör man sedan det något tvivelaktiga antagandet att Poisson's tal är lika vid alla porositeter och dessutom detsamma för matrisen som för det totala porösa materialet så kommer ekv (333) och (334) även att gälla för E- och G-modulerna efter utbyte av K och K_o mot E och E_o resp G och G_o .

$$\text{dvs } M = M_o \left(1 + \frac{A \cdot P}{1 - (A + 1) \cdot P} \right) \quad (337)$$

där A fås ur ekv (334)

Hasselman /1962/ förordar en ekvation av typ (337). Tillämpat på 38 provkroppar av 4 olika keramiska material ger ekv (337) använd på E-modulen ett medelfel av enbart 0,38 à 0,64 medan värdena på konstanten A varierat mellan 3,95 à 4,16 dvs $v_o = 0,383$ à 0,390.

Hashin visar emellertid att teoretiskt sett övre och undre gränsvärdet för skjuvmodulen inte sammanfaller. Detta gör att även E-modulen och Poisson's tal faller inom vissa gränsvärden och att det senare ej är konstant vid varierande porositet, vilket förutsattes vid härledningen av ekv (337). Dessa gränsvärden är emellertid mycket komplicerade och anges inte här. Ofta ligger de mycket nära varandra.

Övre gränsvärdet för G-modul ger även övre gränsvärde för E-modul medan det ger undre gränsvärde för Poisson's tal. Detta framgår av ekv (308) och (309).

Hashin visar att de båda gränsvärdena för skjuvmodul kan sammanfattas till ett enda uttryck som utgör ett slags medelvärde vilket anpassat till poröst material förenklas till:

$$G = G_0 \left(1 + \frac{-15(1 - \nu_0) P}{7 - 5\nu_0 + 2(4 - 5\nu_0) P} \right) \quad (338)$$

Uttrycket påminner om ekv (337). Avvikelsen är dock ganska stor vilket skall visas nedan i fig 174.

Genom att nu såväl K-modulens som G-modulens exakta variation med porositeten är känd kan man beräkna hur E och ν varierar med ledning av ekv (308) och (309). I fig 174 har utritats variationen hos E-modulen och ν vid ett $\nu_0 = 0,3$. Figuren visar dels att G och E-modulerna överensstämmer gott, dels att ν sjunker med ökande P vilket gör att K-modulen faller snabbare än de båda övriga modulerna.

Detta faktum har förbisetts av ett flertal författare som behandlat flerfassystem med utgångspunkt från Hashin's modell, ekv (330). Vid $P = 0$ blir $\nu = 0,5$ vilket motsvarar Poisson's tal för en icke instängd gas eller vätska (= oförändrad volym).

Hashin behandlar även låga och höga porositeter. Mera härom i punkter 5.13 och 5.14.

Hashin & Strickman /1963/ har ytterligare utvecklat modellen ovan och därvid fått fram något annorlunda övre och undre begränsningar, som ligger något högre. Den undre begränsningen motsvarar Hashins "medeluttryck" ekv (338).

Hashin & Rosen /1964/ har teoretiskt behandlat elastisk matris inne-
slutande elastiska parallella fibrer. Ur detta arbete kan gränskurvor
för moduler vid belastning \perp och parallellt med porer hos ett poröst material
med parallella cylindriska porer härledas.

Övre och undre begränsningskurvor för E-modul enligt Hashin, Hashin &
Strickman, Hashin & Rosen finns inritade i figurerna 189 och 190.

5.5 Hashin's modell utvecklad för cementpasta

Hansen /1965/ har utnyttjat Hashin's ekv (335) för att beräkna E-modulen
hos cementpasta. Han gör därvid det antagandet att $\nu = \nu_0$ för alla
porositeter varvid ekv (335) överförs till ekv (337). Detta är prin-
cipiellt felaktigt vilket framgår klart av fig 174. Hasselmans resul-
tat enligt ovan (punkt 5.4) antyder dock att förenklingen kan vara
acceptabel.

Genom att sätta $\nu = \nu_0$ övergår ekv (337) till den enklare.

$$E = E_0 \frac{1 - P}{1 + P} ; \nu = \nu_0 = 0,20 \quad (339)$$

$$E = E_0 \frac{1 - P}{1 + 2P} ; \nu = \nu_0 = 0,33 \quad (340)$$

Ekv (339) ger något högre resultat än Mackenzies medan ekv (340) ger
något lägre resultat.

Hansen påpekar att om porerna är delvis kontinuerliga reduceras E-
modulen ytterligare (jämför resultat för cylindriska porer fig 189).
Hansen anger följande tänkbara ekvation:

$$E = k \cdot E_0 \frac{(1 - P)}{1 + P} \quad \nu = \nu_0 = 0,20 \quad (341)$$

där $0 \leq k \leq 1$. Ju större andel porer som är kontinuerliga ju mindre
är k. Förutsatt att andelen isolerade porer är proportionell mot andelen
fast fas fås:

$$E = E_0 (1 - P) \frac{1 - P}{1 + P} = E_0 \frac{(1 - P)^2}{(1 + P)} ; \nu = \nu_0 = 0,20 \quad (342)$$

$$E = E_0 \frac{(1 - P)^2}{1 + 2P} ; \nu = \nu_0 = 0,33 \quad (343)$$

Hansen anger att ekvationen (340) är användbar för att bedöma inverkan av kapillärporer och luftinblandningsporer. Dessa är också isolerade vilket förutsätts i ekvationen. I fig 175 visas ekv (339) och (340) anpassade till försöksdata. $v = 0,33$ ger bättre överensstämmelse än $v = 0,20$.

Enligt Newman /1966/ är Poisson's tal för cementpasta mycket konstant för olika kvaliteter $\approx 0,25$.

Sk bearbetningsporer torde mera vara att likna vid kontinuerliga porer. De torde därför följa ett uttryck av typ (342) och (343). Hansen visar i fig 176 att den halvempiriska ekv (343) dvs $v = 0,33$ ger god överensstämmelse med försöksdata. Ännu bättre överensstämmelse nås emellertid med den helt empiriska ekvation (344) vilken även är användbar för betong, se sid 210 fig 195.

$$E = E_0 (1 - P)^4$$

Vid studiet av fig 175 och 176 måste beaktas att i "fast fas" inkluderas även vissa porer.

5.6 Powers empiriska uttryck för cementpasta

Powers /1961/ har föreslagit ett empiriskt samband mellan E-modul och kapillärporositet (gelporer inräknas i den fasta fasen) för cementpasta

$$E = E_g (1 - P_k)^3 \quad (345)$$

där E_g är en konstant och P_k är kapillärporositet. Jfr motsvarande formel för hållfasthet ekv (50) och (69).

När allt cement har hydratiserat är $(1 - P_k) = X = \text{Powers' gel space ratio}$. Oavsett hur stor hydratationsgraden är så gäller att $(1 - P_k) = X_2$ enligt ekv (66) (67).

Redan i fig 175 visas att en ekvation av typ (345) sammanfattar data väl. Endast en försöksserie faller utanför. Denna kan inkluderas bättre om exponenten i ekv (345) sänks till 2,5.

Fig 176 visar att även inverkan av bearbetningsporer kan behandlas med en ekvation av typ (345) varvid dock exponenten blir större, ≈ 4 . Detta tyder på att bearbetningsporer har en sådanstruktur att de sänker E-modulen mer än övriga porer. En intressant iakttagelse med tanke på att deras inverkan på hållfasthet var mindre än kapillärporernas. Se sid 132.

Man kan visa att ekv (345) inte är enbart empirisk utan att den har en fysikalisk betydelse. Detta görs av Helmuth & Turk /1966/. Man betraktar en modell bestående av lager av staplar av tunna tobermeritkristaller. Staplarna är godtyckligt orienterade i tre riktningar. Porer representeras av att staplar fattas på vissa ställen. Se fig 177. E-modulen i lager nr n reduceras i proportion till hur många staplar som fattas i detta lager (= hur mycket porer som finns).

$$E(n) = E_{\text{medel}} (1 - P_k) \quad (346)$$

Man antar nu att staplar omedelbart över och under en por är oförmögna att bära last (se fig 177). Varje stapel i lager n har en sannolikhet av $(1 - P_k)^2$ att vara i kontakt med en stapel i både lager $(n + 1)$ och lager $(n - 1)$. Därför blir den effektiva E-modulen:

$$E = E_g (1 - P_k)^3 \quad (347)$$

Samma typ av ekv måste gälla även för total porositet,

$$E = E_o (1 - P)^3 \quad (348)$$

där $E_o \geq E_g$

E_g måste betraktas som E-modulen för cementgel inkl ohydratiserat cement. Värdet på E_g måste därför teoretiskt sett bli beroende av proportionen mellan gel och ohydratiserat cement. E_o är däremot en konstant oberoende av hydratationsgrad såvida gelpartiklar och cementkorn har samma E-modul.

Det faktum att exponenten är oförändrad oavsett enbart kapillär porositet eller total porositet inkluderas i formeln bekräftar påståendet i punkt 5.9 att enbart porstorleken inte har någon effekt på E-modulen. Detta i motsats till förhållandet vid inverkan av porositet på håll-

fasthet. Enligt tabell 9 förändras exponenten i en hållfasthetsekvation av typ (6) vid ett visst cement från 2,60 om enbart kapillärporer beaktas till 3,39 om total porositet beaktas.

Under förutsättning av att Poisson's tal är oförändrat vid varierande porositet så måste även K och G-modulerna följa uttryck av typen (347) och (348)

$$M = M_g (1 - P_k)^3$$

$$M = M_o (1 - P)^3$$

(349)

(350)

där M står för modul

Exempel på tillämpning av ekv (349) på en viss portlandcementpasta visas i fig 178 och 179. Trots att åldern är olika i olika prover är E_g och G_g oförändrade. Troligen motsvarar de modulerna hos själva gelen inklusive dess porer men exklusive ohydratiserat cement.

Exempel på tillämpning av ekv (350) visas i fig 180 för samma pasta som i fig 179.

Helmuth & Turks /1966/ resultat sammanfattas i tabell 16

Tabell 16

Material	gel (kp/mm ²)				Fast fas (kp/mm ²)			
	E_g	G_g	K_g	ν_g	E_o	G_o	K_o	ν_o
C ₃ S-pasta	4790	1900	3090	0,25	9700	3940	6200	0,23
Cement 1	3170	1230	2390	0,28	7600	3020	5550	0,27
Cement 2	3240	1260	2320	0,27	8150	3170	6700	0,30

Det är intressant att notera att C₃S-pastan har högre moduler än portlandcementpastan, liksom att dennas värden är ungefär lika för två olika cementtyper.

Som framgår av figurerna 179 - 180 verkar även G-modulen följa ett uttryck av typ (349) resp (350). Plöttas däremot K-modulen som funktion av kapillär porositet blir avvikelserna betydliga. K går inte mot noll när P går mot 1. K verkar följa ett uttryck av typen:

$$K = A + K_0 (1 - P_k)^3 \quad (351)$$

där
$$\begin{cases} A = (28 \pm 147) \text{ kp/mm}^2 \text{ för cementpastorna} \\ K_0 = (2360 \pm 270) \text{ kp/mm}^2 \end{cases}$$

Kublagen gäller alltså även för K. Emellertid tyder ekv (351) på en motsägelse ty om E- och G-modulerna bägge skär Modulaxeln i origo måste även K-modulen göra det (ekv (306), (307)).

Motsägelsen tyder på att ν inte är konstant. I fig 181 har ν utritats för de tre undersökta materialen. ν har lösts ur ekv (306). Det visar sig att $\nu \rightarrow 0,5$ när $P \rightarrow 1$. Därför kan den kubiska ekvationen (349) inte gälla för såväl E som G. Avvikelserna från ekv (349) behöver emellertid inte bli stora ty enligt ekv (305) beror ν enbart av förhållandet E/G. Vid stora värden på P kan förhållandet E/G variera avsevärt vilket medför ett uttryck för K av typ (351) utan att avvikelserna från ekv (349) inte behöver bli så stora för E och G.

Såväl ekv (351) som det faktum att $\nu \rightarrow 0,5$ när $P \rightarrow 1$ kan förklaras. Provkropparna var nämligen helt vattenmättade vid testen. $\nu = 0,5$ motsvarar Poisson's tal för en vätska $K = 224 \text{ kp/mm}^2$ motsvarar K för vatten vid den rådande temperaturen.

Det är intressant att notera att man funnit en ekv av typ (345) även gälla för sintrade järnpulverprodukter, Cahn /1966/.

$$E = k(1 - P)^{3,4} \quad (352)$$

Se fig 182.

Den höga exponenten tyder på en kontinuerlig porstruktur, jfr fig 176 för betong.

5.7 Exponentialuttrycket

Murray et al /1958/ föreslog ett empiriskt uttryck av samma typ som Ryschkewitch funnit för hållfasthet; se fig 183

$$E = E_0 \cdot e^{-B \cdot P} \quad (353)$$

OBS att kurvan tycks vända upp mot höga E-värden vid låga porositeter analogt med vad som verkar vara fallet med hållfasthetskurvan, fig 12.

Inverkan av porositet var emellertid betydligt mindre på E-modulen än på hållfastheten, vilket yttrar sig i små värden på konstanten B. Knudsen /1962/ har gjort en sammanställning av ett stort antal data för E-modulen hos Al_2O_3 . Resultatet visas i fig 184. Resultaten sammanfattas upp till $P = 0,40$ med ett och samma värde på $B = 3,95$.

Stokes /1964/ visar ett annat exempel i fig 185. Materialet är MgO vilket ger ett högre B-värde. Även G-modulen följer samma uttryck men med något högre konstantvärde vilket tyder på ett något varierande v.

I punkt 5.9 skall visas att ekv (353) väl följer ett teoretiskt uttryck för E-modulen hos ett material med parallella cylinderporer belastat \perp poraxeln.

Feldman & Sereda /1968/ visar att exponentialuttrycket gäller för gips åtminstone upp till 30 à 40% porositet. Fig 186.

Soroka & Sereda /1968/ har funnit att uttrycket kan användas på cementpasta. Fig 187. Här ser man dock hur kurvorna viker av mot en kritisk porositet. Jfr Ryschkewitch's hållfasthetsförsök i fig 9. De kritiska porositeterna motsvarar säkert porositeten hos färsk massa.

Popovics /1970/ anvisar exponentialuttrycket för E-modul hos porös betongballast.

5.8 E-modul och luftporer i betong

Martin & Haynes /1971/ har teoretiskt behandlat systemet fast matris innehållande godtyckligt fördelade, vätskefyllda porer av oregelbunden

form och variabel storlek. De egenskaper som studeras är ljudhastighet genom materialet och E-modul.

Ett provkroppsprisma av det aktuella porösa materialet belastas i sin längdriktning, z-riktningen. För varje tunn skiva Δz är E-modulen proportionell mot mängden fast fas i snittytan, jfr ekv (346).

$$E_z = E_o \frac{(A_T - A_P)}{A_P} \quad (354)$$

där $\begin{cases} A_T = \text{total tvärsnittsytta} \\ A_P = \text{snittyta genom porer} \end{cases}$

Man definierar nu beloppet P_A enligt

$$P_A = \frac{A_P}{A_T} \quad (355)$$

där P_A är poryta/totalyta för ett godtyckligt plan genom provkroppen. Töjningen i varje skiva Δz är

$$\epsilon_z = \frac{\sigma}{E_z} \quad (356)$$

Deformationen i varje skiva blir då med insättning av ekv (355) i (354) och (354) i (356)

$$d_z = \frac{\sigma \cdot \Delta z}{E_o (1 - P_A)} \quad (357)$$

Totala deformationen i provkroppen blir då

$$D = \sum d_z = \sum \frac{\sigma \cdot \Delta z}{E_o \cdot P_A} = \frac{\sigma}{E_o (1 - P_A)} \int_0^h dz \quad (358)$$

där h = provkroppshöjden

dvs

$$D = \frac{\sigma \cdot h}{E_o (1 - P_A)} \quad (359)$$

Medeltöjningen blir:

$$\epsilon = \frac{D}{h} = \frac{\sigma}{E_o (1 - P_A)} \quad (360)$$

För E gäller då:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = E_0 (1 - P_A) \quad (361)$$

Normalt antar man enligt sedvanliga stereometrisk lagar att P_A representerar total volymporositet. Författarna visar med ett teoretiskt resonemang att detta inte är riktigt. Följande samband gäller i stället mellan P och P_A

$$P_A = \frac{A}{V^{2/3} \cdot N_A^{1/3}} P^{2/3} \quad (362)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} A = \text{medelstorleken på en poryta som skärs av ett godtyckligt plan} \\ V = \text{medelporvolym} \\ N_A = \text{Medelantalet porer per ytenhet som skärs av ett godtyckligt plan genom materialet} \end{array} \right.$

Materialets E-modul blir då:

$$E = E_0 (1 - k \cdot P^{2/3}) \quad (363)$$

$$\text{där } k = \frac{A}{V^{2/3} \cdot N_A^{1/3}} \quad (364)$$

Ekv (363) påminner om Eudier's ekvation för hållfasthet, (220).

Ekvationen tar hänsyn till olika porformer. Den antyder också förekomsten av en kritisk porositet

$$P_{KR} = \left(\frac{1}{k}\right)^{3/2} \quad (365)$$

Författarna har tillämpat ekv (363) på experimentella data över dynamisk E-modul. Resultaten visas i fig 188 där relativa E-modulen plottades som funktion av (mängd bearbetningsporer)^{2/3}. Resultaten faller då på en rät linje som också förutsågs av ekvationen, $k \approx 1,82(2,01$ enligt författarna). Att linjen har fel höjdläge förklaras av författarna med att det använda E_0 är för lågt och inte motsvarar helt luftfri betong.

På samma sätt visar författarna att experimentella ljudhastigheter överensstämmer väl med teoretiska.

En jämförelse av den teoretiska ekv (363) med $k = 1,80$ och Hansens empiriska ekv (344) visar stora likheter. Se fig 176.

Den teoretiska ekvationen är då att föredra framförallt eftersom man med den t ex kan skilja på porer med olika porstruktur.

5.9 Inverkan av porstruktur

Stokes /1964/ skriver att en sådan strukturparameter som kornstolek (porstorlek) har visat sig ha liten betydelse för E-modulen (OBS den stora inverkan på hållfasthet).

Däremot är flera författare eniga om att porformen och orientering av porer är av avgörande betydelse. Jfr t ex Hansens uttryck för öppen resp sfärisk porositet ekv (342) och (343) resp (339) och (340).

Tidigare har angivits ett uttryck för E-modulen hos ett material med kubiska porer.

$$E = E_o \left(\frac{1 - P^{2/3}}{1 + P - P^{2/3}} \right) \quad (322)$$

Spriggs /1962/ använder också en ekv av typ (353) för E och G-modulen hos sintrad Al_2O_3 . Han tar dock (liksom vad gäller hållfasthet ekv (281) hänsyn till olika effekt av öppen och sluten porositet.

$$E = E_o \cdot e^{-B\ddot{o} \cdot P\ddot{o} - B_s \cdot P_s} \quad (366)$$

där indexen \ddot{o} och s innebär öppen resp sluten porositet.

Ekv (353) och (366) har testats på två försöksserier med följande resultat

$$1 \quad \left\{ \begin{array}{ll} (353) & E = E_o \cdot e^{-3,48P} \\ (366) & E = E_o \cdot e^{-3,44P\ddot{o}} \cdot e^{-1,90P_s} \end{array} \right. \quad \begin{array}{ll} \text{fel} & \left\{ \begin{array}{l} + 5,30\% \\ - 4,34\% \end{array} \right. \\ \text{fel} & \left\{ \begin{array}{l} + 3,84\% \\ - 3,81\% \end{array} \right. \end{array}$$

$$2 \quad \begin{cases} (353) & E = E_0 \cdot e^{-4,36 P} & \text{fel} & \begin{cases} + 5,46\% \\ - 6,37\% \end{cases} \\ (366) & E = E_0 \cdot e^{-4,75 P_0} \cdot e^{-4,37 P_s} & \text{fel} & \begin{cases} + 5,70\% \\ - 6,76\% \end{cases} \end{cases}$$

Inverkan av öppen och sluten porositet är denna gång inte lika entydig som vad beträffar hållfasthet.

Hasselman & Fulrath /1965/ har visat att åtminstone för sintrade material en modell baserad på cylindriska porer ger en bättre förutsägelse av E-modulen vilket bevisats på grundval av experiment.

I fig 189 visas dels Hashin's gränser för E-modul enligt resonemanget under punkt 5.4, $v_0 = 0,25$ dels Hashin's & Rosen /1964/ gränser för material med parallella cylindriska porer belastat \perp poraxeln. De experimentella värdena ligger mellan gränsvärdena för cylinderporer men under gränsvärdena för sfäriska porer. Det intressanta är att experimentalvärdena följer ett exponentialuttryck enligt ekv (353) med $B = 3,95$.

Förekomsten av cylinderporer kan förklara att Schreibers data, fig 173 avviker från Mackenzie's modell baserad på sfäriska porer.

Janowsky & Rossi /1967/ visar att E-modulen hos sintrad Mg O inte heller kan fås att överensstämja med Hashins modell. Detta visas i fig 190. E-modulen sjunker snabbare. Författarna föreslår att formen på E- P-kurvan skulle kunna användas som mått på porstruktur.

5.10 Inverkan av fukttillstånd

Sereda et al /1966/, Feldman & Sereda /1970/ har studerat inverkan av fukttillståndet på E-modul.

I arbetet /1966/ studerades cementpasta. E-modulen befanns vara i huvudsak konstant i området 0 - 50% RH därefter ökade den vid ytterligare ökad fuktkvot. Verbeck & Helmuth /1968/ har visat att kompressionsmodulen dels ökar med ökande fuktkvot men dessutom är avhängig av hysteresiseffekter mellan absorption och desorption. Inverkan var proportionellt sett ungefär lika stor vid olika kapillära porositeter (absolut sett ökar den alltså med minskande porositet).

En minskning av E-modulen kan förväntas hos material med gelstruktur när fuktkvoten ökas. Sorptionen av vatten förändrar nämligen det elektriska kraftfältet mellan gelpartiklarna så att bindningskrafterna avtar.

Fukttillståndet måste därför tas i beaktande när det gäller finporösa materials E-modul.

5.11 Lawrence's et al jämförelse av olika formler

Lawrence et al /1971/ har testat Mackenzies modell (punkt 5.3) ekv (323) och (326) och Powers' empiriska uttryck ekv (349) och (350) på cementpasta och sk compacts. De utnyttjade försöksresultaten har publicerats av Helmuth & Turk /1966/, Sereda et al /1966/ och opublicerade resultat från Building Res. Station i England. Alla provkroppar är tillverkade av samma cementtyp.

Författarna använder sig av Mackenzies uttryck för K-modul enligt ekv (323) dvs Mackenzies eget uttryck men i något annan form.

$$K = K_0 \frac{1 - P}{1 + D \cdot P} \quad (367)$$

$$\text{där } D = \frac{3}{4} \cdot \frac{K_0}{G_0} (1 + A \cdot \sigma^2) \quad (368)$$

och A fås ur ekv (324). $A \approx 2$.

Författarna försummar däremot av obekant anledning termen $C \cdot P^2$ i uttrycket för G-modul ekv (326) dvs man sätter:

$$G = G_0 (1 - A \cdot P) \quad (369)$$

Ekv (369) är ologisk eftersom den visar att G blir noll när $P = \frac{1}{A}$; Dvs den pekar på ett kritiskt värde på G-modulen.

K enligt ekv (367) blir dock noll först vid $P = 1$. Ekvationerna (367) och (369) satisfierar därför inte det grundläggande sambandet

$$K = G \cdot \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)} \quad (307)$$

Figurerna 191 och 192 visar samma data som fig 178. Redan på sid 199

visas att Powers' ekv (349) gäller . Nu visas emellertid av figuren att även Mackenzies' ekv (367) gäller om konstantvärdet A (ekv (324)) sätts till 2,2 och konstantvärdet D (ekv (368)) till 2,0.

dvs

$$K = K_0 \cdot \frac{1 - P}{1 + 2P} \quad (370)$$

$$G = G_0 (1 - 2,2P) \quad (371)$$

Oförenligheten av ekv (370) och (371) med ekv (307) framgår klart. Ekv (370) är samma ekv som Hashins med $v = 0,33$, se ekv (340).

Man kan nu undvika författarnas motsägelser enligt ovan genom att anamma värdet $D = 2,0$ ur fig 192 såsom varande riktigt. Tidigare har visats att termen $B \cdot \sigma^2$ i ekv (368) blir ≈ 0 om $K = 0$ vid $P = 1$. Se punkt 5.3. Man får då ur ekv (368)

$$D = \frac{3}{4} \cdot \frac{K_0}{G_0} = 2,0 \quad (372)$$

Genom insättning av (372) i (307) löses v_0 till 0,333. Sätts $G_0 = 1$ så fås då ur ekv (307) $K_0 = 2,61$. Nu kan A bestämmas ur ekv (324). $A = 1,88$. Ett villkor enligt ovan är att $G = 0$ när $P = 1$. Då fås ur ekv (326) $C = 0,88$.

Uttrycket för en G-modul som står i överensstämmelse med K-modulen blir alltså (jfr. ekv (326)(328)):

$$\frac{G}{G_0} = 1 - 1,88P + 0,88P^2 \quad (373)$$

Denna kurva är inritad i fig 191. Som synes ger den stor avvikelse vid höga P från ekv (369). Man kan naturligtvis tänka sig att termen $B \sigma^2 \neq 0$ varvid v kan bli mindre än 0,333. I fig 191 har emellertid inritats ekv (326) för $v = 0,20$ varvid $A = 2,0$ och $C = 1,0$. Även denna kurva ligger över försöksdata vilka faktiskt motsvarar ett negativt v .

Redan det faktum att ekv (369) är användbar visar alltså att Mackenzies

modell inte är användbar för cementpastor. Författarna som inte uppmärksammat motsägelsen är dock av en annan mening.

Även K enligt fig 192 visar en tendens att vika av från ekv (367) vid höga porositeter. $(1 - 2,2 P_K) = 0$ enligt fig 191 motsvarar $P_{KR} = 0,455$. Detta porositetsvärde ger faktorn $(\frac{1 - P}{1 + 2P}) = 0,285$. I fig 192 visas att detta värde även kan tänkas ge $K = 0$ (streckad kurva). I så fall uppfylls villkoret i ekv (307) vid $G = 0$.

Orsaken till avvikelserna från Mackenzies modell vid $P > 0,26$ som den indikeras genom den streckade linjen i fig 192 kan vara att Mackenzies villkor, isolerade sfäriska porer inte längre är giltig över denna porositet. En enkel kalkyl baserad på ekvationer i Bergström /1967/ visar att $P=P_K=0,27$ motsvarar ett vattencementtal av 0,61 vid aktuell hydratationsgrad, $\alpha \approx 0,90$, dvs en total porositet av 0,47; Powers /1960/ visar att detta nästan exakt motsvarar de data som innebär en övergång från isolerade kapilläröar till ett kontinuerligt kapillärnät.

Mackenzies modell kan därför förväntas gälla enbart i området $0 \leq P_K \leq 0,27$.

Trots motsägelsen som ligger i ett samtidigt användande av ekv (367) och (369) refereras författarnas vidare slutsatser.

Ur ekv (308) kan E beräknas

$$E = E_0 \frac{\frac{(1 - P)(1 - AP)}{(1 + DP)}}{\frac{G_0}{3K_0 + G_0} \left\{ \frac{3K_0(1 - P)}{G_0(1 + DP)} + (1 - AP) \right\}} \quad (374)$$

$$\text{eller } E = E_0 \cdot f(P) \quad (375)$$

Genom insättning av aktuella data för A och D ur ekv (370) och (371) kan E beräknas ur ekv (374). Detta har gjorts i fig 193 där E/E_0 plottats som funktion av $f(P)$ enligt ekv (374). Överensstämmelsen mellan ekv (374) och försöksdata är mycket god. E-modulen kan även uttryckas som funktion av porositeten. Detta har gjorts i fig 194 dels med totalporositet, dels med kapillärporositet på x-axeln. Som synes ger ekv (374)

en kritisk porositet definierad av $E = 0$.

Den kritiska kapillära porositeten blir $(P_K)_{KR} = 0,455$, dvs samma värde som ur ekv (371).

Författarna pekar därefter på att en viktig skillnad förefinns mellan Mackenzies modell och Powers kubuttryck. Medan E_0 - och G_0 -värden blir tämligen lika enligt båda modellerna blir K_0 -värdet 2,3 gånger större enligt Mackenzie om hela porositeten beaktas, annars inte. Detta beror på en fundamental skillnad i de båda modellerna.

Om grundmassan antas vara helt inkompressibel är $K_0 = \infty$.

Enligt kubuttrycket ekv (350) blir då $K = \infty$ vid alla porositeter. Samma sak gäller för övrigt Hashins' modell ekv (333) och exponentialuttrycket ekv (353). Mackenzies ekvation (323) kommer emellertid vid $K_0 = \infty$ att överföras till

$$K = G_0 \frac{4}{3(1 + A\sigma^2)} \cdot \frac{(1 - P)}{P} \quad (376)$$

Vid $P = 0$ blir $K = \infty$ men redan en mycket liten porositet reducerar K högst väsentligt. Därför är det logiskt att K_0 blir högt med Mackenzies' modell.

5.12 Tänkbara uttryck för betongs och cementbruks E-modul som funktion av porositeten

Hansens' uttryck (339)(340)(342) och (343) liksom Powers uttryck (347) och (348) gör bara anspråk på att vara giltiga för väl härdade cement-pastor. Se t ex fig 178 som visar pastor av minst 6 månaders ålder.

Hansen's uttryck (344) antas gälla för bearbetningsporer i betong men även här är det frågan om väl härdat material.

Alla de nämnda ekvationerna uppfyller därför inte följande två villkor:

- De ger modulen 0 först vid $P = 1$ fastän man vet att t ex E-modulen i färskt tillstånd hos massan är mycket låg även om dess porositet därvid aldrig = 0.

- De gäller enbart för cementpastefasen men inte för det sammansatta materialet pasta - ballast.

Powers & Brownyard /1948/ testade även E-modulen ur ljudhastighetsmätningar^{bl a} för de cementbruk som tidigare redovisats betr hållfasthet i fig 60. Resultatet uttryckt som funktion av total porositet visas i fig 195 och som funktion av pasta - porositet i fig 196. Varje blandning består av 5 volymmässigt lika serier men med olika cement. Varje serie har följts upp från 7 till 180 dygns ålder. Därmed kommer hårdnandet med i bilden.

Fig 195 visar att totalporositeten sammanfattar försöksdata när bruken väl har uppnått en viss ålder (ökande ålder \Rightarrow minskande porositet).

En användbar ekvation för brukens hållfasthet vid ålder \geq 28 dygn är:

$$E = E_0 (1 - P)^4 \quad (377)$$

Detta är den ekvation som Hansen anger för inverkan av bearbetningsporer på betongs hållfasthet, ekv (344).

$E_0 \approx 850\,000 \text{ kp/cm}^2$ vilket väl stämmer med Helmuth & Turks värden för cementgelpartiklar, $E_0 = 760\,000$ à $815\,000 \text{ kp/cm}^2$ (Tabell 16). Kisel-sands $E_0 \approx 730\,000 \text{ kp/cm}^2$.

Vid yngre ålder sker en klar avvikelse från ekv (377). Kurvorna böjer neråt mot ett slags kritiska E-moduler.

Dessa kan beräknas teoretiskt under förutsättning av att $E = 0$ vid färskt tillstånd hos bruksmassan.

$$P_{KR} = C \cdot w_0/c + l_0 \quad (378)$$

$$\text{där } \begin{cases} C = \text{cementhalt} & \text{t/m}^3 \\ l_0 = \text{lufthalt i färsk betong} & \text{m}^3/\text{m}^3 \end{cases}$$

Det har tidigare visats (sid 61) att porositeten först sjunker något innan någon nämnvärd hållfasthet utbildas. Detta föranledde följande

ekv för P_{KR} vilken dock troligen inte är användbar för E-modul :

$$P_{KR} = 0,913 \cdot C \cdot w_0 / c + 1_0 \quad (83)$$

I fig 195 har streckats in tre kurvor som går ner mot kritiska porositeter beräknade ur ekv (378).

Fig 196 visar att de olika blandningarna verkar följa var sin kurva $E = f(P_p)$ vilket är fullt logiskt eftersom det är totalporositeten som avgör E-modulens värde.

Det är önskvärt att skapa ett uttryck för E-modulens variation med porositeten under den första tidens hårdnande.

Ekvationer (314) , (315), (319) är dylika uttryck vilket framgår av fig 169 vars kurva har en form liknande den empiriska i fig 195.

Redan tidigare påpekades emellertid att ekv (314) etc bygger på extremmodellerna för E-modul ekv (311) och (312). Det är därför rimligare att tänka sig att Hashin's modell som ger mera nyanserade gränsvärden skulle bättre anpassa sig till verkliga förhållanden. Hashin's modell är dock baserad på att porerna är sfäriska och isolerade vilket åtminstone vid tidig ålder inte gäller och för cementpastor med vct $\geq 0,70$ aldrig gäller.

Betongen indelas i tre system, system 1, 2 och 5 på sid 188. Poisson's tal antas i en första approximation dels vara densamma för alla fasta faser, dels vara oberoende av porositeten, dvs ekv (330) kan användas även för E-modul. Ekv (330) och (337) ger då:

System 1: ballast är partikelfas i cementpastan

$$1 - \nu_1 = \frac{\left(f + \frac{E_b}{E_p}\right)\left(1 - \frac{E}{E_p}\right)}{\left(f + \frac{E}{E_p}\right)\left(1 - \frac{E_b}{E_p}\right)} \quad (379)$$

System 2: ohydratiserade cementkorn är partikelfas i cementgel inkl porer

$$v_4 = \frac{(f + \frac{E_c}{E_{g+p}})(1 - \frac{E_p}{E_{g+p}})}{(f + \frac{E_p}{E_{g+p}})(1 - \frac{E_c}{E_{g+p}})} \quad (380)$$

System 5: porer är partikelfas i en sammanhängande fas av fasta gel-partiklar

$$E_{g+p} = E_{fg} \left(1 + \frac{A(1 - v_9)}{1 - (A + 1)(1 - v_9)} \right) \quad (381)$$

System 4: Ev. är betongens ballast porös varvid ballastens porer är partikelfas i en fast massa

$$E_b = (E_b)_0 \left(1 + \frac{A(1 - v_7)}{1 - (A + 1)(1 - v_7)} \right) \quad (382)$$

$$\text{där } f = \frac{2(1 - 2v)}{1 + v} \quad (391)$$

$$A = - \frac{1,5(1 - v)}{1 - 2v} \quad (334)$$

Beteckningar framgår av sid 188-189.

Genom succesiv insättning av ekv (380), (381) och (382) i ekv (379) kan en viss betongs E-modul vid godtycklig ålder beräknas. E-modulen hos färsk betong blir 0 eftersom ekv (380) då ger $E_p = 0$. Metoden ovan anger alltså förekomsten av en kritisk porositet m a p E-modul.

Ekvationerna (379) - (382) bör kunna uppritas i diagramform varigenom beräkningsarbetet underlättas.

I fig 169 har visats en E-modulberäkning för en viss betong med Hansens ekvation (315) och den mera logiska ekvation (319). I samma figur har nu inritats en beräkning enligt metoden ovan i ekv (379) - (382) för samma betong. Förutsättningen är att $E_{\text{fast gel}} = E_{\text{ballast}} = E_{\text{cement}}$ dvs samma förutsättningar som motsvarar den högst liggande ekv (319). Överensstämmelsen med Hansens ekv (315) (som baseras på en antagen E-modul för cementgel = $E_{\text{ballast}}/2$) är god.

Ekv (319) och systemet (379) - (382) har därefter jämförts med Powers & Brownyards /1948/ försöksdata vid två olika åldrar. Se tabell 17.

Tabell 17

Ålder	$E_{MIX A} : E_{MIX B} : E_{MIX C}$		
	Försöksdata	ekv (319)	ekv (379) - (382)
28 d	1:0,91:0,85	1:0,94:0,90	1:0,91:0,86
180 d	1:0,94:0,85	1:0,96:0,89	1:0,93:0,85

Som synes är överensstämmelsen mellan försöksdata och ekv (379) - (382) i det närmaste perfekt. Ännu bättre kan överensstämmelsen förväntas bli om verkliga konstantvärden på E och ν sätts in i ekvationerna.

En ytterligare kontroll av ekvationernas giltighet fås genom att beräkna fasta materialets E-modul, E_o , vid den båda åldrarna hos de tre olika blandningarna. Detta visas i Tabell 18.

Tabell 18

Blandning	E_o (kp/cm ²)	
	28 d	180 d
A	668 000	654 000
B	669 000	659 000
C	656 000	653 000

Alla de 6 värdena är förbluffande lika. $(E_o)_m = 660\,000$ kp/cm² vilket styrker giltigheten av ekv (379)-(382).

Värdet verkar dock något för litet (jfr Tabell 16) men detta kan vara en följd av att ν antagits vara 0,3 oberoende av porositet. Redan en liten förändring till det mera realistiska värdet $\nu = 0,25$, konstant oberoende av porositet, ökar E_0 till 873 000 kp/cm² dvs värden över dem i Tabell 16.

Davis & Troxell /1929/ har funnit att betongs Poisson's tal ökar med ökande ålder, dvs med minskande porositet, upp till 1 1/2 års ålder varefter det är konstant. För en viss granitbetong ökade ν från 0,15 till 0,20. Används ett varierande ν måste basekvation (335) användas i stället för ekv (333) och (337).

Empiriska bestämmningar av E-modul vid färsk ålder visas av Waltz /1961/. Ökningen i E mellan 2 och 28 dygns ålder är i dessa försök 2,7 gånger vilket också klart visar liksom teorien, att den enkla ekv (377) inte kan användas under det första härdningsskedet. Nepper-Christensen /1970/ har uppställt samband för E-modulen hos betong som funktion av ålder och vattencementtal. Oavsett vattencementtalets storlek stiger E-modulen mycket kraftigt de första 7 dygnen. "Slut - E - modulerna" vid 91 dygns ålder är dock ungefär lika stora oavsett vattencementtalet. Detta framgår också av teorien.

Vid hög hydratationsgrad är nämligen E-modulen beroende av total porositet ungefär enligt ekv (377). Men totalporositeten är ungefär lika stor oavsett vattencementtal eftersom ett ökat w_0/c innebär en ökad cementpastamängd.

Det förhållandet att E-modulen är avsevärt mindre påverkad än hållfastheten av storleken på vattencementtalet återspeglar det konstaterandet som gjordes inledningsvis. E-modulen beror inte på kornstorlek, porstorlek och vidhäftningshållfasthet mellan matris och partikelfas utan enbart på porform och total porositet.

Pauw /1960/ föreslår en empirisk formel för betongs E-modul, som tar hänsyn till såväl porositet som hållfasthet.

$$E = k \cdot \gamma^{3/2} \sqrt{\sigma_B} \quad (383)$$

där $\begin{cases} k = \text{konstant. } k = 33 \text{ när } E \text{ och } \sigma_B \text{ uttrycks i psi och } \gamma \text{ i pcf.} \\ \gamma = \text{betongens lufttorra densitet.} \end{cases}$

Ekv (383) kan omformuleras.

$$E = k \cdot \rho^{3/2} (1 - P)^{3/2} \sqrt{\sigma_B} = k_1 (1 - P)^{3/2} \sqrt{\sigma_B} \quad (384)$$

där $\begin{cases} \rho = \text{densiteten hos fast fas } (\approx 2650 \text{ kg/m}^3) \\ k_1 = \text{ny konstant} \end{cases}$

Ekvationen ovan tar hänsyn till inverkan av porositet men intressant nog även till åldern genom att hållfastheten ingår i uttrycket.

Tidigare har visats att hållfastheten växer ungefär linjärt med porositetsminskningen under härdningsskedet från och med det den sk kritiska porositeten enligt ekv (83) har uppnåtts. Därigenom kan även σ_B uttryckas som funktion av porositeten. Man bör dock observera att olika uttryck gäller för hållfasthetsporositetssamband under härdningsskedet och för olika betonger vid samma härdningsgrad.

Ekvationen ovan har befunnits gälla med god korrelation för såväl normalbetong som lättballastbetong.

Insätts Bal'shins uttryck (6) för sambandet mellan hållfasthet och porositet hos en betong övergår ekv (384) till

$$E = k_1 \sqrt{\sigma_0} (1 - P)^{\frac{3+m}{2}} = E_0 (1 - P)^{\frac{3+m}{2}} \quad (385)$$

Denna ekvation är av samma typ som ekv (377) ovan. Ekvationerna överensstämmer helt när $m = 5$: Exponenten m bör vara ganska hög för en betong vilket visas i fig 176. För pasta är $m = 3$.

Följaktligen har härmed visats att den vanliga typ av samband mellan E-modul och hållfasthet hos lättballastbetong som ekv (383) utgör inte är någonting annat än ett förtäckt E-modul - porositetsuttryck.

5.13 Små porositeter

Einstein /1906/11/visade att viskositeten hos en vätska vari suspenderats stela sfäriska partiklar följer ett uttryck av formen

$$\eta = \eta_0 (1 + k \cdot V_p) \quad (386)$$

$$\text{eller } G = G_0 (1 + k \cdot V_p) \quad (387)$$

där

$$\begin{cases} \eta_0 = \text{rena vätskans viskositet (skjuvmodul)} \\ V_p = \text{volymandel partiklar} \\ k = \text{konstant} = 2,5 \text{ enligt Einstein.} \end{cases}$$

Formeln som alltså även gäller för skuvmodul förutsätter att partiklarna är oberoende av varandra. Detta gör att formeln är strikt giltig endast upp till några få procents partikelhalter. Vid mycket höga viskositeter kan man dock finna att formeln gäller även vid höga andelar partiklar. Så t ex har man funnit att den gäller mycket väl för cementpasta med olika typer av ballast upp till partikelhalter av 50 à 60%, Newman /1966/. k-värdet ökar med ökande förhållande $E_{\text{partikel}}/E_{\text{matris}}$. Det teoretiska värdet $k = 2,5$ motsvarar enligt experiment $E_p/E_m = 6,0$ (Newman /1966/) vilket innebär mycket stela partiklar (av typ stål) i en cementpasta men naturligtvis mindre styva partiklar i en mera viskös matris.

Ishai /1962/ har tillämpat ekv (386),(387) för att se inverkan av luftporer på betongs E-modul. I detta speciella fall är $E_p/E_m = 0$ varvid k blir negativt $= -1,91$.

$$E = E_{\text{luftfri}} (1 - 1,91 \cdot P_\ell) \quad (388)$$

där $P_\ell = \text{luftporandel}$

Det är intressant att jämföra ekv (388) med Mackenzies teoretiska ekv (328). Den senare är utökad med en kvadratterm för att ge bättre anpassning vid högre porositeter vid vilka "partikelinterferens" börjar bli påtaglig och porstorleksfördelningen är av intresse.

Ekv (388) visar nämligen att $E = 0$ när $P_0 = 0,523$, dvs vid porositeten som motsvarar kubisk tätpackning, när man bevisligen kan tillverka gasbetong och lättklinker med god kohesion vid så höga porositeter som 80 à 90%. Detta vore inte rimligt om porerna är kubiskt tätpackade och lika stora utan kräver att en viss porstorleksfördelning förefinns.

En ekv av typ (386)(387) måste därför i det generella fallet vara användbar med god precision upp till några få procents porositet så länge partikelfasen består av luftporer.

Gatto (enligt Coble & Kingery /1956/) föreslog följande uttryck för E-modulen hos keramik.

$$\frac{dE}{dP} = - 2,36 \cdot E_0 \quad (389)$$

Detta är i princip ekv (387) med konstantvärde k nära anslutande sig till det teoretiska $k = -2,5$ men större än Ishai's $k = -1,91$. Ekv (389) finns inritad tillsammans med försöksdata i fig 172. Så länge porositeterna är små överensstämmer ekv (389) bra med Mackenzies ekv (328).

Hasselman & Fulrath /1964/ har tillämpat en ekv av typ (387) på E-modul och G-modul hos glas för porositeter upp till 3%. Se fig 197.

Konstanten $k \approx -1,91$ för E-modul och $k \approx -2,05$ för G-modul. Detta är samma värde som Ishai's för luftporer ekv (388).

Hashin /1962/ behandlar problemet små partikel-(= por-) koncentrationer, baserat på modellen beskriven på sid 193, teoretiskt. Följande uttryck gäller:

$$K = K_0(1 + \alpha \cdot P) \quad (390)$$

$$G = G_0(1 + \beta \cdot P) \quad (391)$$

α och β utgör riktningskoefficienten vid $P = 0$ hos ekvationerna (333) och (338).

Konstanterna α och β får följande värden.

$$\alpha = - \frac{3(1 - \nu_0)}{2(1 - 2\nu_0)} \quad (392)$$

$$\beta = - \frac{15(1 - \nu_0)}{7 - 5\nu_0} \quad (393)$$

där $\alpha = A$ i ekv (333).

Övre och undre gränskurvorna för G är desamma vid små koncentrationer.

Ur ekv (308) och (309) kan nu E och ν beräknas. Även dessa båda storheter följer samma gränskurva (= linje).

$E = E_0(1 + \gamma \cdot P)$	(394)
där $\gamma = - \frac{(1 - \nu_0)(27 + 15\nu_0)}{2(7 - 5\nu_0)}$	(395)

Fortsättningsvis följs en framställning av Rossi /1968/.

Faktorerna α , β och γ kan betraktas som "spänningskoncentrationsfaktorer" som enbart beror av matrisens ν_0 .

I fig 198 visas hur α , β och γ varierar med Poisson's tal. Uppenbarligen kan bara α uppgå till Einsteins värde-2,5, ekv (387), medan β och γ är av lägre storleksordning. γ -värdet -1,91 enligt ekv (388) och enligt fig 197 stämmer mycket bra med teoretiska γ -värden enligt ekv (395).

Felet vid insättning av fel ν_0 i ekv (395) vid beräkning av E-modul blir dessutom normalt $< 1\%$ men större vid beräkning av G-eller K-modul.

Rossi visar att "spänningskoncentrationsfaktorn" γ är exakt lika med den teoretiska verkliga spänningskoncentrationsfaktor som bildas kring ett sfäriskt hål enligt Goodier /1933/ om $\nu_0 = 0,20$. Se även ekv (225).

Vid $\nu_0 = 0,20$ blir såväl α , β som $\gamma = -2,0$ dvs spänningstillståndet påverkar ej.

$$\text{dvs } M = M_0 (1 - 2 \cdot P) \quad \text{vid } \nu_0 = 0,20. \quad (396)$$

Exponentialuttrycket i ekv (353) har ofta visat sig gälla för keramik.

$$M = M_0 \cdot e^{-B \cdot P} \quad (353)$$

Som tidigare visats beträffande hållfasthet (ekv (275) - (278) kan ekv (353) skrivas om vid små porositeter till:

$$M = M_0 (1 - B \cdot P) \quad (397)$$

Experiment med glas innehållande sfäriska bubblor visar att B är $\approx 2,0$ dvs ekv (397) \equiv (396).

Däremot visar försök med keramik att värden alltid är $> 2,0$ och ofta mer än dubbelt så höga, se sid 201. Detta förklaras av Rossi med att porerna inte är sfäriska i verkliga material.

Han utvecklar därför teorier för icke sfäriska porer men "sfäroidala". Alla porer antas till en början vara orienterade i spänningsriktningen.

Spänningkoncentrationsfaktorn γ för en sålunda orienterad sfäroidal partikel visas i fig 199 för olika former. Endast hos sfären blir $\gamma = -2,0$.

Kurvan följer formen.

$$\gamma = -\left(\frac{5a}{4c} + \frac{3}{4}\right) \quad (398)$$

där a/c är ett mått på porformen, se fig 199

$$\text{dvs } E = E_0 \left(1 - \left(\frac{5a}{4c} + \frac{3}{4}\right) P\right) \quad (399)$$

Ekv (399) är utritad i fig 200.

Effekten på E av porform är uppenbarligen mycket stor. Porer som "är stora i spänningsriktningen" sänker uppenbarligen E starkt (jfr ekv (233) för hållfasthet).

Rossi /1968/ behandlar även sfäroidala porer orienterade i en viss vinkel ϕ mellan porerna och spänningsriktningen. I fig 201 visas hur spänningskoncentrationsfaktorn varierar med porernas vinklar. För en viss pororientering kan alltså γ hämtas ur fig 201 varefter E fås efter insättning i ekv (394).

I normala material är porerna inte fördelade i en viss riktning utan godtyckligt. Man kan för ett sådant fall formulera en medelspänningskoncentrationsfaktor.

$$\bar{\gamma} = \int_0^{\pi/2} f(\gamma)_{\phi} \cdot \sin \phi \cdot d\phi \quad (400)$$

där $f(\gamma)_{\phi}$ är spänningskoncentrationen för varje axelförhållande a/c med avseende på vinkeln ϕ . (Fås ur fig 201).

$\bar{\gamma}$ för en godtycklig fördelning av sfäroidala porer ges i fig 202 som funktion av a/c för medelsfäroiden.

Efter insättning av $\bar{\gamma}$ i ekv (394) fås E-modulen. Denna har utritats i fig 203 med a/c som parameter. En jämförelse med fig 200 visar att vid godtycklig rymdfördelning blir E högre än vid spänningsorienterade porer om sfäroiderna har oblatform. Godtycklig rymdfördelning medför till skillnad från spänningsorientering att rent sfäriska porer ger högsta E-modulen.

Ekvationerna (390)(391) och (394) kan jämföras med motsvarande för hållfasthet, ekv (15),(267).

5.14 Stora Porositeter

Hashin /1962/ behandlar även modulerna för stora porositeter. Utgångspunkten är modellen beskriven på sid 193. Dessa formler kan ha intresse för material som gasbetong, lättballast, skummade plaster, etc.

Följande ekvationer gäller:

$$K = K_0 \cdot \alpha^1 (1-P) \quad (401)$$

$$G = G_0 \cdot \beta^1 (1-P) \quad (402)$$

Övre och undre gränsvärdena för G sammanfaller vilket de alltså kommer att göra även för E och v .

Det råder följande enkla förhållande mellan konstanterna α^1 och β^1 i ekvationerna ovan och α resp β i ekv (390) och (391) gällande för små porositeter.

$$\alpha^1 = - \frac{1}{\alpha} \quad (403)$$

$$\beta^1 = - \frac{1}{\beta} \quad (404)$$

α och β fås ur ekv (392) och (393)

Ur ekv (308) kan nu E beräknas.

$$E = E_0 \cdot \gamma^1 (1 - P) \quad (405)$$

$$\text{där } \gamma^1 = - \frac{1}{\gamma} \quad (407)$$

Konstanterna α^1 , β^1 och γ^1 är alla > 0 . De kan betraktas som lutningskoefficienter hos tangenterna till ekvationerna (333) och (338) vid $P = 1$.

Känsligheten för porer är betydligt mindre vid höga porositeter än vid små.

6 TÖJBARHET

6.1 Allmänt

Töjbarheten hos ett visst material vid en viss enaxiell belastning kan bestämmas ur Hooke's lag i formen.

$$\epsilon_B = \frac{\sigma_B}{E_B} \quad (408)$$

där indexet B indikerar brottvärden. "E-modulen", E_B , utgör i ekv (408) den s k sekantmodulen från origo till punkten $(\sigma_B : \epsilon_B)$ på $\sigma - \epsilon$ -kurvan. Vid material som uppvisar krypbrott utgör värdet E_B den s k långtidsmodulen vid brottillfället.

Såväl σ som E kan uttryckas som funktioner $\sigma = f(P)$ och $E = g(P)$ av porositeten varav följer att även ϵ_B är en funktion av porositeten.

$$\epsilon_B = \frac{f(P)}{g(P)} \quad (409)$$

Vid användning av ekv (409) måste man iaktta innebörden av ekv (408) dvs att om σ_B utgör plasticitetsgränsen måste E_B också motsvara E-modulen vid denna belastning och om σ_B utgör maximallast måste E-modulen utgöra sekantmodulen vid maximallasten. I det föregående har givits ett stort antal funktioner för såväl hållfasthet som E-modul. Det kan ibland vara litet svårt att veta vilka funktioner som motsvarar varandra. Normalt ger hållfasthetskurvorna maximallast medan E-modulkurvan enbart anger modulen upp till elasticitetsgränsen.

6.2 Töjbarhet hos keramiska material.

Sintrade keramiska material uppvisar så gott som inga plastiska och viskösa deformationer vid rumstemperatur. De kan alltså betecknas som linjärelastiska material.

Bortsett från porositeter i närheten av den kritiska porositeten kan såväl hållfastheten som elasticitetens beroende av porositeten uttryckas med potensfunktioner enligt ekv (2) resp ekv (353)

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-B_1 \cdot P} \quad (2)$$

$$E = E_0 \cdot e^{-B_2 \cdot P} \quad (353)$$

Töjbarheten blir således:

$$\epsilon_B = \frac{\sigma_0}{E_0} \cdot e^{(-B_1+B_2) \cdot P} \quad (410)$$

För sintrad Al_2O_3 visade Ryshkewitch /1953/ att vid tryckbelastning är $B_1 \simeq 8$ à 9. (figur 14). Cable & Kingery /1956/ fann värdet $B_1 = 4$ vid böjningar av samma material (fig 14).

Knudsen /1959/ har sammanställt ett mycket stort antal data (se fig 184) och därvid funnit att $B_2 \simeq 3,95$ för Al_2O_3 .

För detta material gäller därför följande approximativa töjbarheter.

$$\text{Tryck} \quad \epsilon_B \approx \left(\frac{\sigma_0}{E_0} \right)_{TR} \cdot e^{-4,5 \cdot P} = K_1 \cdot e^{-4,5 \cdot P} \quad (411)$$

$$\text{Böjning} \quad \epsilon_B \approx \left(\frac{\sigma_0}{E_0} \right)_{BD} = K_2 \quad (412)$$

där konstanterna K_1 och K_2 enbart beror av fasta massans (inkl. mikrosprickor) hållfasthetsegenskaper.

Töjbarheten vid böjning skulle alltså vara oberoende av porositet medan den för tryckbelastning är starkt porositetsberoende och avtar med ökande porositet.

Som nämnts på sid 201 är i normalfallet inverkan av porositet lägre på E-modul än på hållfasthet varför normalt sett töjbarheten avtar med ökande porositet.

6.3 Porstorlekens inverkan på töjbarheten.

Porstorleken tycks inte påverka E-modulen i nämnvärd grad, se sid 204. Däremot påverkar den hållfastheten starkt. Minskande porstor-

lek ger normalt ökande hållfasthet. Se t ex figur 144. (Även motsatt effekt finns dock redovisad, se ekv. (234) - (236) och fig. 133).

Genom användning av uttrycket för hållfasthet ekv (258) kan man uppställa ett uttryck för töjbarheten som funktion av såväl porositet som porstorlek;

$$\sigma = K \cdot r^{-A+CP} \cdot e^{-B_1 \cdot P} \quad (258)$$

$$\text{dvs} \quad \epsilon_B = \frac{K \cdot r^{-A+CP}}{E_0} \cdot e^{(-B_1+B_2) \cdot P} \quad (413)$$

eller med användning av en ekvation av typ (256)

$$\epsilon_B = \frac{\sigma_0}{E_0} \cdot r^{CP} \cdot e^{(-B_1+B_2) \cdot P} \quad (414)$$

där σ_0 avtar med ökande porstorlek eller kornstorlek ty

$$\sigma_0 = K \cdot r^{-A} \quad (415)$$

Normalt är förhållandet mellan konstanterna A och C sådant att töjbarheten avtar med ökande porradie. Se t.ex tabell 14. (OBS dock att vid stora porositeter tycks hållfastheten öka med ökande porradie ty $C \cdot P > A$).

6.4 Töjbarheten hos cementbruk och betong vid tryck.

Intressant är stukgränsen vid maximallast. Ekv (314) visar Hansens /1960/ härledning av E-modulen hos betong, vari porositeten är dold implicit.

$$\frac{1}{E} = \frac{v_1(1-v_4)}{v_5 \cdot E_g} + \frac{v_1 \cdot v_4}{E_c} + \frac{(1-v_1)}{E_b} \quad (314)$$

Volymandelen v_5 utgör det s k. gel - space - ratio, X, definierat enligt ekv. (51). Men gel - space - ratio utgör ett mått på hållfasthet

$$\sigma = \sigma_0 \cdot X^m = \sigma_0 \cdot v_5^m \quad (49)$$

där m är av storleksordningen 2,5 à 3,0, X är med definition

enligt (51) ≈ 900 à 1200 kp/cm^2 .

Genom insättning av ekv (49) i ekv (314) kan ett approximativt samband beräknas. Det bör observeras att (49) ger verkliga maximalvärden på hållfasthet vilka uppnås först efter vissa plastiska deformationer, medan ekv (314) ger E-modulen som om materialet vore linjärelastiskt. Därmed underskattas värdet på ϵ_B vilket närmast kommer att gälla töjningen vid en belastning emellan plasticitets- och brottlasten.

Hansen /1960/ ger vissa siffervärden på E_0 , σ_0 och m för en fiktiv betong med en cementpastavolym av 30% och vid fullständig hydratisering varvid ekv (314) och (49) övergår till

$$E_B = \frac{600\,000}{0,6\left(\frac{1160}{\sigma_B}\right)^{0,4} + 0,7} \quad (\text{kp/cm}^2) \quad (416)$$

En betong med $\sigma_B = 300 \text{ kp/cm}^2$ ger $E_B = 347\,000 \text{ kp/cm}^2$, dvs $\epsilon_B = 0,87^\circ/\text{oo}$. Antas plasticitetsgränsen utgöra 70% av σ_B , så blir motsvarande $\epsilon_B = 0,61^\circ/\text{oo}$. De av Hansen valda värdena på σ_0 och m verkar dock ge för höga hållfastheter. Värdena är nämligen baserade på Powers studier av cementbruk (se tabell 7) med relativt höga cementpastahalter och enligt det resonemang som leder fram till ekvationerna (94) och (119) sänks hållfastheterna vid minskande cementpastahalt och även vid ökande stenstorlek. Betong bör alltså ha lägre hållfasthet än motsvarande cementbruk vid samma porositet.

Beräkningen kan även baseras på de mera nyanserade ekvationerna för hållfasthet och E-modul, som tar hänsyn till förekomsten av kritiska porositeter vid färskt tillstånd

$$\sigma = f(P) \text{ fås t ex ur ekv (119) och fig 99}$$

$$E = g(P) \text{ fås ur ekv (379) - (382) + (391) och (334)}$$

6.5 Töjbarhet hos cementpasta och betong vid dragning.

6.5.1 Allmänt

Betongs töjbarhet vid dragning har intresse bl a för bedömning av sprickbildning p g r a krympning och avsvälning efter gjutning. Betongen kan antas vara linjärelastisk ända till brott vid ren

dragbelastning. Detta konstateras t ex av Evans & Marathe /1968/ även om samma författare med speciell provningsteknik kunnat visa på betydande plastiska deformationer före brott även vid dragbelastning. (s k "complete stress - strain curves" existerar även vid dragning).

Detta gör att de brottöjningar som beräknas ur draghållfasthet och E-modul blir mera realistiska än de, som beräknas för tryck ur ekv (416).

Tidigare har visats (sid 209ff) att cementbundna materials E-modul kan uttryckas med två olika formler.

Den ena gäller generellt men approximativt för någorlunda härdat material

$$\text{För cementpasta} \quad \begin{cases} E = E_0 (1 - P)^3 & (348) \\ \text{eller} \\ E = E_0 \frac{1 - P}{1 + 2P} & (340) \end{cases}$$

$$\text{För betong} \quad \begin{cases} E = E_0 (1 - P)^4 & (344) \\ \text{eller} \\ E = E_0 (1 - k \cdot P^{2/3}) & (363) \end{cases}$$

Alla dessa ekvationer utom (363) ger $E = 0$ vid $P = 1$, varför de inte kan användas för en viss betong ända från färskt tillstånd.

Den andra ekvationen gäller därför individuellt för varje enskild blandning från färskt till fullständigt härdat tillstånd. Den är därför mera generell än ekvationerna (348), (340), (344) och (363) ovan. Den kan antingen uttryckas som ett formelkomplex enligt ekvationerna (379) - (382), vilka är baserade på Hashins modell ekv (335) eller också enligt Hansens ekv (314), vilken är baserad på de enkla serie- och parallellmodellerna figur 168.

Hållfastheten föreslås t ex uttryckas med ett formelkomplex enligt ekv (201) - (203), varvid hänsyn kan tas till aktuell cementpastamängd. Ekvationerna (201) - (203) förutsätter dock att sambandet hållfasthet - porositet är rätlinjigt. Grundekva-

tionen är

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{P}{P_{KR}}\right) \quad (15)$$

Som tidigare nämnts underskattas därvid hållfastheten vid låga porositeter. Här kan troligen bättre representation erhållas med en ekvation enligt Bal'shin:

$$\sigma = \sigma_0 (1 - P)^m \quad (6)$$

Denna ekvation kan dock endast användas för någorlunda hårdat material.

Tidigare har uppställts följande mycket osäkra samband för olika cementpastors hållfasthet vid konstanthydratationsgrader. Se fig 99.

$$P_p > 0,34 \quad \sigma_p = 1975 \cdot \ln \frac{0,70}{P_p} \quad (\text{kp/cm}^2) \quad (417)$$

$$P_p < 0,34 \quad \sigma_p = 5000 \cdot (1 - P_p)^3 \quad (\text{kp/cm}^2) \quad (418)$$

På grundval av dessa samband föreslås sedan hållfastheten hos betongen med samma hydratationsgrad beräknas t ex enligt ekv (123).

$$\sigma_B = 42 \left(1 - \frac{P_B}{P_p}\right) + \sigma_p \left\{ f\left(\frac{P_B}{P_p}\right) + k \cdot \left(1 - \frac{P_B}{P_p}\right) \right\} \quad (419)$$

där

$$\left\{ \begin{array}{l} k = \text{konstant som bl.a innefattar vidhäftning sten - pasta (} k \simeq 0,16 \text{)} \\ f\left[\frac{P_B}{P_p}\right] = \text{funktion som kan antas innefatta en ev dispersionshärdande effekt av icke porösa ballastpartiklar (} f\left[\frac{P_B}{P_p}\right] = \frac{P_B}{P_p} \text{ eller konst } \sqrt{\frac{P_B}{P_p}} \text{)}. \end{array} \right.$$

Med denna ekvation uttrycks alltså betonghållfastheten med cementpasta- och betongporositeterna P_p och P_B .

6.5.2 Töjbarhet hos någorlunda hårdade cementpasta.

Hållfasthetsdata har redovisats för en enda cementtyp av Powers &

Brownyard /1948/, se fig 49, 56, 57, 58, 60 och 61. Porositetsvariationer har dock åstadkommits genom variation av hydratationsgrad.

För tryckhållfasthet uttryckt som funktion av total porositet (fig 58, 60) tycks endera av följande två ekvationer kunna användas

$$\sigma = 55\,800 \left(1 - \frac{P}{0,415}\right) \quad (\text{psi}) \quad (420)$$

$$\sigma = 125\,000 (1 - P)^6 \quad (\text{psi}) \quad (421)$$

Draghållfastheten kan antas utgöra en konstant andel av tryckhållfastheten. Detta har visats gälla för betong vid tryckhållfastheter $\geq 300 \text{ kp/cm}^2$, varvid förhållandet $\sigma_{\text{DR}}/\sigma_{\text{TR}} \approx 0,11$ vid ren dragning, Malhotra & Zoldners /1967/. Vid lägre hållfastheter stiger förhållandet $\sigma_{\text{DR}}/\sigma_{\text{TR}}$ kraftigt. Se figur 71. Motsvarande förhållande antas gälla för cementpasta. För ytterligare diskussioner i denna fråga se t ex Komloš /1971/ vari en sammanställning av olika författares studier återfinns. För övrigt genomförs en diskussion på sid 77 ff.

En kombination av ekv (421) reducerad till draghållfasthet och ekv (348) för E-modul med E_0 enligt tabell 16, ger följande uttryck för cementpastas brottöjning som funktion av totalporositeten.

$$\epsilon_B = \frac{\sigma_0}{E_0} \cdot (1 - P)^3 \quad (422)$$

$$\text{där} \quad \frac{\sigma_0}{E_0} = \frac{0,11 \cdot 1,25 \cdot 10^5}{1,125 \cdot 10^7} = 1,22 \text{ } \text{‰/‰}$$

Ekv (422) visar alltså att brottöjningen ökar med sänkt porositet. För en viss cementpasta bör den alltså öka med fortgående hydrattation. För cementpastan i figur 58 motsvarar högsta porositeten en ålder av 7 dygn och den lägsta en ålder av 180 dygn. Töjbarheterna enligt ekv (422) för de båda olika åldrarna blir 0,40 ‰ resp 0,50 ‰, dvs en relativt måttlig ökning. Samma resultat erhålls vid användning av hållfasthet enligt ekv (420).

Tillämpas uttryck (417) och (418) för cementpastahållfasthet, vilka har föreslagits gälla för alla pastor vid en viss hydra-

tationsgrad fås följande approximativa uttryck för töjbarhet.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_p > 0,34 \quad \epsilon_B = \frac{0,11 \cdot 1975}{800\,000} \cdot \frac{\ln \frac{0,70}{P}}{(1-P)^3} = 22,5 \cdot 10^{-5} \frac{\ln \frac{0,70}{P}}{(1-P)^3} \end{array} \right. \quad (423)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_p < 0,34 \quad \epsilon_B = \frac{\sigma_0}{E_0} = \frac{0,11 \cdot 5000}{800\,000} = 0,69 \text{ } ^\circ/\text{oo} \end{array} \right. \quad (424)$$

Ekv (422) skall jämföras med ekv (424). Den senare ger något högre ϵ_{BR}

Brottöjningen kan även uttryckas som funktion av enbart den kapillära porositeten P_K .

I figur 57 utritas hållfastheten hos den aktuella cementpastan som funktion av P_K . För tryckhållfastheten gäller därvid följande uttryck enligt figur 57.

$$\sigma = \sigma_g (1 - P_K)^{3,9} = 3,61 \cdot 10^4 (1 - P_K)^{3,9} \quad (\text{psi}) \quad (425)$$

E-modulen fås ur ekv (347) och tabell 16.

$$E = E_g (1 - P_K) = 4,55 \cdot 10^6 (1 - P_K)^3 \quad (\text{psi}) \quad (426)$$

dvs brottöjningen blir

$$\epsilon_B = \frac{\sigma_g}{E_g} (1 - P_K)^{0,9} \quad (427)$$

$$\text{där} \quad \frac{\sigma_g}{E_g} = \frac{3,61 \cdot 10^4 \cdot 0,11}{4,55 \cdot 10^6} = 0,85 \text{ } ^\circ/\text{oo}$$

Samma cementpasta som ovan får med ekv (427) en ökning av brottöjningen från 7 dygns ålder till 180 dygn från $0,70 \text{ } ^\circ/\text{oo}$ till $0,77 \text{ } ^\circ/\text{oo}$. Ekv (427) ger alltså uppenbarligen högre brottöjningar än ekv (422). Orsaken torde ligga i svårigheten att bestämma exponenterna rätt i uttrycken för E och σ .

6.5.3 Töjbarhet hos någorlunda härdade betonger och cementbruk

Med användning av formler (201) - (203) för hållfasthet och ekv (377) för E-modul fås följande uttryck för töjbarheten vid normala porositeter.

$$\epsilon_B = \frac{\sigma_0 (1 - \frac{P}{P_{KR}})}{E_0 (1 - P)^4} \quad (428)$$

där P_{KR} erhålls ur ekv (83) eller (84) eller bestäms empiriskt och σ_0 utgör hållfasthetslinjens skärningspunkt med axeln $P = 0$ och inte utgör fasta materials hållfasthet

Med ledning av hållfasthetsdata enligt figurerna 60 och 109 har brotttöjningar beräknats ur ekv (428) och tabellerats i tabell 19.

Tabell 19

Material	Pasta- volym	w_0/c	$\epsilon_B^0 / \text{‰}$			ANM
			7 d	28 d	180 d	
Cem. pasta	1	0,244	0,40	0,44	0,50	Fig 60
Cem. bruk A	0,53	0,319	0,27	0,29	0,32	
B	0,45	0,439	0,17	0,23	0,26	
C	0,39	0,587	0,11	0,16	0,19	
Betong	0,27 0,30 0,35			0,12 0,13 0,14		Fig 109

Tydligt är att brotttöjningen ökar med åldern emedan känsligheten för porer är större vad gäller hållfasthet än vad gäller E-modul. Detta har också bekräftats med experiment, Löfquist /1946/.

En annan effekt är att töjbarheten vid samma porositet blir större ju större cementpastamängden är.

De beräknade töjbarheterna för betong enligt tabell 19 överensstämmer bra med data enligt Evans & Marathe /1968/. Där angivna töjningar vid första sprickan och ren dragning utgör för olika blandningar värden mellan 0,1 och 0,2 ‰ med medelvärde 0,135 ‰.

Raju /1970/ anger att vid tryckförsök på prismor med cirkulära hål uppstår första dragsprickan parallellt med belastningen vid

töjningar mellan 0,16 - 0,23 ‰ vid en betong med $w_0/c = 0,50$, ballastmängd av 65 % och max stenstorlek av 9 mm.

Johnston /1970/ anger ett diagram över brottöjningen vid tryck och dragning av betong. Enligt detta ökar brottöjningen med minskande vattencementtal. Följande data gäller vid medelstorlek 10 mm hos ballasten.

$$\begin{array}{ll} w_0/c = 0,40 & (\epsilon_{TR})_B = 0,60‰ \\ & (\epsilon_{DR})_B = 0,14‰ \\ \\ w_0/c = 0,60 & (\epsilon_{TR})_B = 0,40‰ \\ & (\epsilon_{DR})_B = 0,10‰ \\ \\ w_0/c = 0,80 & (\epsilon_{TR})_B = 0,30‰ \\ & (\epsilon_{DR})_B = 0,075‰ \end{array}$$

Dessutom ökar brottöjningen med minskande stenstorlek.

Variationen i brottöjningen beror naturligtvis på variationer i hållfastheten. Denna är som tidigare visats ytterst känslig för porositetsvariationer och för variationer i ballaststorlek och andra strukturparametrar. E-modulen uppvisar inte denna stora känslighet. Den är relativt oberoende av t_{ex} vidhäftning sten - pasta. Löfquist /1946/ refererar böjdragförsök på cementbruk 1:3 utförda som korttidsförsök, se fig 204. Härur framgår tydligt att precis som förutsägs teoretiskt enligt ovan, så stiger brottöjningen med åldern.

Enligt Malhotra & Zoldners /1967/ och fig 71 är böjdraghållfastheten betydligt större än draghållfastheten, $\sigma_{DR}/\sigma_{BD} \approx 0,73$ i hela hållfasthetsområdet. Töjbarheten för ren dragning är därför mindre än för böjdragning. En beräknad kurva för ren dragbrottöjning har inritats i fig 204. Cementbruk 1:3 motsvarar närmast mix C i tabell 19, som synes överensstämmer mätta och teoretiska brottöjningar bra ända upp till 28 dygns ålder. Vid högre ålder tycks de teoretiska värdena bli något högre än de experimentella.

Löfquist /1946/ har även gjort egna mätningar, vilka visas i

fig 205. Intressantast är totaltöjningen (övre kurvor), vilka är summan av elastisk och viss plastisk deformation. Den elastiska deformationen har härvid beräknats ur en experimentellt bestämd E-modul vid avlastning. Figuren visar en viss ökning av töjbarheten med åldern, men för standardcement knappast i den omfattning som tabell 19 antyder. För LH - cementet är åldersberoendet påtagligt, vilket antyder att åldersberoendet är större vid färsk ålder hos betongen.

Absolutvärdena i fig 205 överensstämmer bra med teoretiska värden enligt tabell 19.

6.5.4 Töjbarhet hos härdande betong och cementbruk

Av ekvationerna (422), (427) och (428) framgår att töjbarheten bör öka med ökande ålder hos materialet. Porositeten minskar nämligen vid ökande härdningsgrad. I tabell 19 har framräknats exempel på detta, varvid dock lägsta ålder utgör 7 dygn. Vissa försöksresultat framgår av fig 205.

Samtidigt växer krympningen hos materialet med ökande ålder, allteftersom vatten avgår. De första krympsprickorna uppstår när krymptöjningen är lika med materialets brotttöjning vid dragning. Principen för detta visas i fig 206. Detta förklarar varför det tar en viss tid innan första sprickan uppkommer. Detta sker dock oftast vid ett par dygns ålder, varför det är intressant att beräkna ϵ_B vid dessa låga åldrar.

Teoretiska uttryck för totalkrympning som funktion av porositeten visas senare i kapitel 10.

En problemställning, som är likartad den ovanstående, har man vid avsvälning av grova betongkonstruktioner, ett problem som behandlats utförligt av Löfquist /1946/.

Hur brotttöjningen växer från färskt tillstånd kan beräknas på följande sätt.

Hållfastheten fås ut ex formelkomplexet ekv (201) - (203) med grundekvationen

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{P}{P_{KR}}\right) \quad (15)$$

Denna ekvation gäller ända från färskt tillstånd.

σ_0 är en materialkonstant, P kan beräknas som funktion av hydrationsgrad ur ekv (184), som gäller för pastans porositet. Gränsvärden på P_{KR} fås ur ekv (80) och (83). (Alternativt kan möjligen ekv (219) användas för beräkning av hållfasthet),

E-modulen fås ur formelkomplexet (379) - (382) eller ekv (314) vilka båda gäller ända från färskt tillstånd.

Ett explicit uttryck för brottöjningen blir mycket komplicerat. Beräkningen sker därför lättast genom att först brottspänningen beräknas och därefter E-modulen. Brottöjningen fås ur

$$\epsilon_B = \frac{\sigma_B \text{ ekv (15)}}{E_B \text{ ekv (379)-(382)}} \quad (429)$$

För att exakta kalkyler skall kunna göras, erfordras framförallt att värden på σ_0 enligt ekv (15) är kända, dvs att lutningen på linjen $\sigma = f(P)$ är känd. I övrigt är alla storheter beräkningsbara. En viss uppfattning om hållfasthetslinjens lutning fås ur figurerna 60, 109 och 114. Ännu större lutningar fås, vilket påpekades på sid 143 om man inte beaktar luft- och betarbetsporemas inverkan. Se fig 120.

I fig 169 visas E-modulen för en viss betong med $w_0/C = 0,70$, cementhalt 295 kg/m^3 , utan luftporer och med tät ballast. Den har beräknats enligt formelkomplexet (379) - (382).

Den kritiska porositeten för hållfasthet enligt ekv (84) blir:

$$P_{KR} = 0,956 \cdot 0,295 \cdot 0,70 = 0,198$$

Eller om ursprungsporositeten antas motsvara P_{KR}

$$P_{KR} = 0,295 \cdot 0,70 = 0,207$$

Lutning på tryckhållfasthetskurvan enligt fig 109 ger $\frac{\Delta\sigma}{\Delta P} = 74 \text{ kp/cm}^2$, varur σ_0 kan beräknas.

Draghållfasthetsuttrycken blir därför

$$\sigma = 0,11 \cdot 1450 \left(1 - \frac{P}{0,198} \right) \quad (430)$$

eller

$$\sigma = 0,11 \cdot 1530 \left(1 - \frac{P}{0,207} \right) \quad (431)$$

Här begås ett fel såtillvida som förhållandet σ_{DR}/σ_{TR} inte är konstant utan ökar med minskande hållfasthet dvs betongålder.

Med värden på E ur fig 169 och på σ enligt ekv (430) eller (431) har brotttöjningen som funktion av porositet och hydratationsgrad ritats ut i fig 207. E-modulen hos fast material har satts till 600 000 kp/cm². Den övre kurvan tycks överensstämma bäst med försöksdata enligt fig 205. Det teoretiskt framräknade porositetsberöendet är dock större än det uppmätta, åtminstone vid högre ålder hos materialet. Detta kan delvis förklaras av att förhållandet σ_{DR}/σ_{TR} satts konstant. Varierar detta förhållande t ex från 0,20 vid tidig ålder till 0,11 i slutstadiet (se Malhotra & Zoldners /1967/), så minskas variationen i beräknad töjbarhet väsentligt.

6.6 Töjbarhet hos sega material

Rostoker & Liu /1970/ har undersökt töjbarheten som funktion av porositeten för sintrad mässing. Såväl sfäriska som kantiga porer undersöktes.

Man refererar en teoretisk undersökning av Mc Clintock /1968/. Enligt denna gäller vid tvåaxligt dragspänningstillstånd med cylindriska porer 1 spänningsplanet och med en töjbar matris.

$$\epsilon_{BR} = \frac{(1-n) \cdot \ln\left(\frac{a}{b}\right)}{\sinh\left(\frac{\sqrt{3}}{2} (1-n) \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\bar{\sigma}}\right)} \quad (432)$$

där ϵ_{BR} är sann brotttöjning definierad nedan i ekv (433), n är deformationshårdningsexponenten hos matrisen (= töjningen vid maximal last, (Biggs /1960/, fig 208), a är avstånden mellan porernas ytor (se diskussion i Rostoker & Liu /1970/) och b är por-diametern. σ_1 , σ_2 , $\bar{\sigma}$ är huvudspänningar och en ekvivalent spän-

ning.

Vid beräkningen av töjbarheten tas hänsyn till att materialet kan vara segt varvid en viss insnörning erhålls vid brottstållet. Därför definieras den "sanna brottöjningen", fig 209:

$$\epsilon_{BR} = \ln \left(\frac{A_0}{A_{BR}} \right) \quad (433)$$

där $\begin{cases} A_0 \text{ är ursprunglig tvärsnittsyta och} \\ A_{BR} \text{ är tvärsnittsytan efter brott} \end{cases}$

Ekv (432) kan överföras till en porositet. Man visar lätt att vid ekvidistanta porer gäller

$$P = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{b^2}{(a+b)^2} \quad (434)$$

dvs vid $a \gg b$ gäller

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{\pi}{4 \cdot P}} \quad (435)$$

när $a = b$ upphör all hållfasthet

$$\text{varför } P_{KR} = \frac{\pi}{4} = 0,79 \quad (436)$$

Ekv (435) kan nu sättas i ekv (432), varvid ekv (432) visar att brottöjningen minskar med ökande porositet.

Detta överensstämmer med vad som enligt ovan kan härledas för många spröda material.

Vid enaxiell dragning och sfäriska porer reduceras ekv (432) till

$$\epsilon_{BR} = \frac{(1-n) \ln \left(\frac{a}{b} \right)}{\sinh \left(\frac{\sqrt{3}}{2} (1-n) \right)} \quad (437)$$

Det gäller enligt Rostoker & Liu /1970/

$$\left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{(1-P)^2}{P} \quad (438)$$

$$P_{KR} \text{ uppnås när } a = 0. \quad (439)$$

Såväl ekv (432) som ekv (437) förutsätter att en por har samma inflytande på töjbarheten som en innesluten fast kropp.

Man gjorde experiment för att bekräfta detta antagandes giltighet. Man tillverkade provkroppar av olika porositet genom sintring av mässingspulver.

Man fann att deformationshärdningsexponenten var oberoende av porositetens storlek, vilket innebär att matrisen är oförändrad vid alla porositeter, vilket är ett villkor för testen.

Därför kan ekv (437) omskrivas till

$$\epsilon_{BR} = K \cdot \ln \left(\frac{a}{b} \right) = K \cdot \ln \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{(1-P)^2}{P}} \quad (440)$$

där A är en konstant.

Mätdata visar att brotttöjningen är starkt beroende av volymandelen porer; se fig 210. Figuren visar att kantiga porer sänker töjbarheten betydligt mera än sfäriska. Detta kan ju vara en indirekt följd av att de sänker hållfastheten mera än sfäriska porer, samtidigt som E-modulen är relativt opåverkad. Jfr ekv (409)

Att ekv (440) gäller framgår av fig 211. Konstanten K blir helt olika vid olika kornform. Det framgår dock att ekv (440) gäller oavsett kornform.

En trevligare representation av mätdata visas i fig 212. Härur framgår tydligare porositetens stora betydelse för segheten. (Storheten $\frac{P}{(1-P)^2}$ ökar med ökande porositet). Kurvorna tyder dock på mycket höga segheter för helt porfritt material, $\epsilon_{BR} \simeq 1,4$ à $1,6$. Så höga värden uppnås aldrig i praktiken.

Testen visar alltså att en ekv av typ (437) även kan användas för att bedöma porositetens inverkan på hållfastheten.

7. BESTÄNDIGHET MOT TERMOCHOCK

Porositetens inverkan på termochockbeständigheten bör teoretiskt sett kunna härledas ur ett uttryck av följande typ, Winkelmann & Schott /1894/

$$T_1 = \frac{\sigma_{DR}}{\alpha \cdot E} \cdot \sqrt{\lambda} \quad (441)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} T = \text{termochockbeständigheten} \\ \sigma_{DR} = \text{draghållfastheten} \\ \alpha = \text{längdutvidgningskoeff.} \\ E = \text{E-modul} \\ \lambda = \text{värmeledningstalet} \end{array} \right.$

Coble & Kingery /1955/ anger två något annorlunda uttryck för T baserade på en viss provkroppstyp.

T_2 bestäms ur det maximalt tillåtna värmeflödet genom en viss provkropp och blir beroende av värmeledningstalet.

T_2 motsvarar den normala termochockbeständigheten.

$$T_2 = \frac{\lambda \cdot \sigma_{DR} (1 - \nu)}{\alpha \cdot E} \quad (442)$$

där ν = Poisson's tal

En annan parameter är T_3 som närmast motsvarar beständigheten mot temperaturspänningar. T_3 bestäms ur maximalt tillåtna temperaturdifferens över samma provkropp vid ett givet värme-flöde och är oberoende av värmeledningstalet.

$$T_3 = \frac{\sigma_{DR} (1 - \nu)}{\alpha \cdot E} \quad (443)$$

Hasselman /1970/ har uppställt ett stort antal parametrar, som uttrycker beständighet mot olika typer av temperaturpåverkan. Formlerna blir i huvudsak av de typer som visats ovan. Dock förtjänar att nämnas den möjlighet som finns att utjämna spänningar genom spänningsrelaxation. Beständighetsparametern omformas därvid till T_n enligt

$$T_n = \frac{T_i}{n} \quad (444)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} T_i = T_1, T_2 \text{ eller } T_3 \\ n = \text{viskositeten hos materialet} \end{array} \right.$

Ytterligare teoretiska betraktelser görs av Wiederhorn /1968/.

Alla storheter som bestämmer värdet på T är porositetsberoende

Hållfasthet, elasticitetsmodul och Poisson's tal diskuteras i punkt 4 och 5. Uttrycket σ_{PR}/E är för övrigt ingenting annat än töjbarheten som diskuteras i punkt 6.

Längdutvidgningskoefficienten bör vara relativt opåverkad av porositeten. Kirby /1968/ anger följande uttryck för längdutvidgningskoefficienten hos ett tvåfasssystem.

$$\alpha = \frac{\frac{\alpha_1 \cdot E_1 \cdot Q_1}{d_1} + \frac{\alpha_2 \cdot E_2 \cdot Q_2}{d_2}}{\frac{E_1 \cdot Q_1}{d_1} + \frac{E_2 \cdot Q_2}{d_2}} \quad (445)$$

Där $\left\{ \begin{array}{l} Q = \text{viktandelen av fasen} \\ E = \text{elasticitetsmodul} \\ d = \text{fasens densitet} \end{array} \right.$

Eventuellt skall E utbytas mot kompressionsmodulen, K .

För luft är $E_2 = 0$, varför $\alpha = \alpha_1 = \alpha_0 = \alpha_{\text{fast fas}}$. Ett annat uttryck som även tar hänsyn till skjuvspänningar övergår till lämpat på en porös kropp.

$$\alpha = \alpha_0 \cdot \frac{K_0}{K} \left(\frac{4G + 3K}{4G + 3K_0} \right) (1 - P) \quad (446)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} \text{index } 0 \text{ gäller fasta fasen} \\ K = \text{kompressionsmodulen} \\ G = \text{skjuvmodulen} \end{array} \right.$

Enligt denna ekvation finns ett visst porositetsberoende hos längdutvidgningskoefficienten.

Värmeledningstalet, λ , är klart porositetsberoende. Dels påverkas det naturligtvis av totala mängden porer eftersom $\lambda_{\text{luft}} < \lambda_{\text{fast fas}}$, dels påverkas det av porstorleksfördelning och porstruktur. Porstorleksberoendet innebär ökat värmeledningstal vid minskad porstorlek och konstant porositet. Värmeledningstalet sammansätts ju av de tre komponenterna strålning, ledning och konvektion. Det är den senare delen som minskas vid minskande porstorlek. Vad beträffar porstruktur är det naturligtvis helt avgörande för storleken på värmeledningstalet om porerna är orienterade i en viss riktning eller inte.

Flera författare har teoretiskt behandlat värmeledningstalet hos kompositmaterial.

Fibrösa material behandlas av Bankvall /1970/. Kompositmaterial i allmänhet behandlas av bl a Missenard /1965/, van Royen & Winterkorn /1968/ och Flynn /1968/.

Tillämpning speciellt på porösa material görs av bl a Cooper /1965/, Grootenhuis et al /1952/ och Franci & Kingery /1954/.

Enligt de senare författarna gav följande ekvation (Loeb's ekvation) bästa överensstämmelse med experiment:

$$\lambda = \lambda_0 \left\{ (1 - P_C) + \frac{P_C}{\frac{P_L \cdot \lambda_0}{4 \cdot \sigma \cdot \epsilon \cdot \gamma \cdot d \cdot T_m^3} + (1 - P_L)} \right\} \quad (447)$$

där

- P_C = "Cross - sectional pore fraction"
- P_L = "Longitudinal " " "
- σ = strålningskonstanten
- ϵ = emissionstalet för fast fas
- γ = "geometrical pore factor"
- d = pordimension
- T_m = absolut medeltemperatur i provet

P_A och P_L uttrycker i princip hur stor andel porer som är orienterad i de två huvudriktningarna \perp och \parallel flödet.

Formeln förutsätter att den fasta fasen är kontinuerlig. Därför gäller den inte för granulära material. Den har befunnits gälla upp till $P = 50\%$, vilken varden största porositet som testats.

För material med lågt emissionstal eller högt emissionstal upp till $+ 500^\circ\text{C}$ övergår ekvationen till den mycket enkla

$$\lambda = \lambda_0 (1 - P_c) \quad (448)$$

Nu kan man sammanställa ett samband mellan termochockbeständigheten och porositeten baserat på följande uttryck:

$$\underline{\sigma_{DR}}; \quad \sigma_{DR} = \sigma_{DR_0} (1 - P)^m \quad (6)$$

$$\underline{\lambda}; \quad \lambda = \lambda_0 (1 - P_c) \quad (448)$$

där $P_c = P$ för sfäriska porer

$$\underline{\alpha}; \quad \alpha = \alpha_0 \quad (445)$$

$$\underline{E}; \quad E = E_0 (1 - P)^n \quad (449)$$

$$\underline{v}; \quad v = v_0 \quad (\text{se fig 174})$$

Då fås för T_2 enligt ekv (442)

$$T_2 = \frac{\lambda_0 \cdot (\sigma_{DR})_0 (1 - v_0)}{\alpha_0 \cdot E_0} (1 - P)^{m+1-n} \quad (450)$$

$$\text{eller } T_2 = (T_2)_0 \cdot (1 - P)^{m+1-n} \quad (451)$$

För T_3 fås på samma sätt ur ekv (443)

$$T_3 = (T_3)_0 \cdot (1 - P)^{m-n} \quad (452)$$

Normalt är $m > n$ varför termochockbeständigheten bör avta med ökande porositet. Dessutom måste effekten vara större på parametern T_2 än på T_3 , eftersom exponenten i uttrycket för T_2 är 1 större än för T_3 .

Experimentella samband termochockbeständighet - porositet anges av Coble & Kingery /1955/, /1956/. Ur det senare arbetet hämtas fig 213 och 214. Som synes bekräftas det teoretiska resonemanget ovan. Ur författarens slutledning /1955/ hämtas följande med ny formulering:

- Parametern T_3 minskas med ökande porositet. Vid $P = 50\%$ är $T_3 = 1/3$ av den ursprungliga
- T_2 minskar snabbare än T_3 . Vid $P = 50\%$ är $T_2 = 1/6$ av den ursprungliga

De angivna värdena ovan gör det möjligt att approximativt beräkna hur T_2 och T_3 varierar med porositeten ur en ekvation av följande typ

$$T = T_0 \cdot (1 - P)^k \quad (453)$$

där $k = 2,60$ vid $T = T_2$
och $k = 1,74$ vid $T = T_3$

Exponenten blir nästan en enhet större för uttryck T_2 , vilket förutsägs av de teoretiska ekvationerna (451) och (452).

Dessutom är det intressant att se att absolutvärdena på konstanten är rimliga. Sätts $n = 3,4$ vilket verkar rimligt enligt ekv (352) blir nämligen exponenten $m = 5$. Vid porositeten $P \approx 50\%$ motsvarar detta ett konstantvärde $B = 6,9$ i ekv (2). Detta är ett rimligt värde för sintrad Al_2O_3 , vilket framgår av fig 14.

Det resonemang som genomförts ovan för beständighet mot termochock är ett gott exempel på hur fruktbara studier av samband mellan grundläggande materialegenskaper och porstruktur kan bli.

Troligen existerar en inverkan av porstruktur på ett materials utmattningshållfasthet. Speciellt torde förekomsten av porer i form av mikrosprickor vara farliga. En viss uppfattning av t ex inverkan av porstorleken på utmattningshållfastheten torde man kunna få genom att jämföra med porstorlekens inverkan på ren hållfasthet. Se punkt 4.2. Så t ex bör vid en viss porositet utmattningshållfastheten öka med minskande porstorlek eftersom därvid antalet kritiska sprickor minskas, jfr resonemanget på sid 156ff.

Polakowski & Ripling /1966/ behandlar inverkan av brottanvisningar på utmattningshållfastheten. Denna inverkan uttrycks med parametern "fatigue notch sensitivity", q , definierad

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (454)$$

där K_t är spänningskoncentrationsfaktorn enligt ekv (224). Den uttrycker alltså förhållandet mellan maxspänning vid brottanvisningen och spänning i avsaknad av brottanvisning. K_f är ett experimentellt bestämt förhållande mellan utmattningsgränsen utan brottanvisning och med brottanvisning.

Det visar sig att följande band kan läggas på q :

$$0 \leq q \leq 1 \quad (455)$$

$q = 0$ motsvarar att brottanvisningen, poren, inte påverkar utmattningsgränsen, dvs $K_f = 1$. $q = 1$ motsvarar att $K_f = K_t$ dvs att inverkan på utmattningsgränsen är lika med spänningskoncentration vid brottanvisningen.

Författarna visar ett exempel på ett visst stål, där ett enda hål med $K_t = 2$ ger $K_f \simeq 1,80$.

Eftersom K_t ökar med minskande hålradie (jfr ekv (225)) verkar det rimligt att anta att även K_f ökar med minskande porradi. Tidigare har emellertid visats, att om poren är tillräckligt liten kan den vara gynnsam ur hållfasthetssynpunkt dels därför att den så småningom blir mindre än den kritiska Griffith-sprickan, dels därför att den om den förekommer i större antal begränsar längden av farliga elliptiska sprickor och därför paradoxalt nog kan tjäna som spänningsutjämnare.

Polakowski & Ripling /1966/ visar ett exempel på detta. Fig 215 visar parametrarna K_t , K_f och q för en stålplåt med ett enda centriskt hål. K_t ökar mycket starkt med minskande porradie jfr ekv (230), medan K_f når ett maximum och sedan snabbt går mot 1 när $r \rightarrow 0$, q minskar hela tiden med minskande radie. Max värdet på K_f motsvarar troligen den hålradie som motsvarar kritisk sprickvidd enligt Griffith's ekv (231).

Bennet & Raju /1971/ har studerat sprickutbredningen hos betong under utmattning och statisk last. Förloppen vid sprickutbredningen var olika vid de båda lasttyperna. Utmattningen medförde flera sprickor och långsammare spricktillväxt.

Det har varit omöjligt att finna några renodlade studier av samband porositet - utmattningshållfasthet.

Westerberg /1969/ har gjort en litteraturstudie av betongs utmattningsegenskaper varur möjligen en del information om samband mellan porositet och utmattningsegenskaper kan dras. Bl a refereras försök av Antrim /1964/ på ren cementpasta med olika vattencementtal, och på betong med olika ballastmängder och ballastmaterial.

Författaren fann att den svagare cementpastan, $W_0/C = 0,70$, gav bättre utmattningsegenskaper än den starkare, $W_0/C = 0,45$. Förklaringen skulle vara att den porösare pastans porstruktur är gynnsammare än den tätare, ju högre W_0/C är, ju högre blir andelen grövre kapillärporer.

Betongens utmattningshållfasthet var oberoende av W_0/C vilket innebär att vid $W_0/C = 0,45$ är betong bättre än pastan medan vid $W_0/C = 0,70$ betongen är sämre än pastan vad beträffar utmattningshållfasthet.

Dessutom inverkade fukttillståndet, vilket kunde bero på krymp-effekter. Tydligt råder ett komplicerat samband mellan utmattningshållfasthet, porstruktur, totalporositet och ballastmängd. Detta var ju även fallet vad beträffar hållfasthet, jfr kap 4, och är därför väntat.

9 KRYPNING OCH RELAXATION

Krypning kan enkelt definieras som ett materials fortgående (tidsberoende) deformation vid konstant belastning. Den momentana deformation som uppstår omedelbart vid pålastningen inräknas inte i krypningen. Den teoretiska gränsen mellan momentan deformation och tidsberoende deformation är emellertid svårdefinierbar. Praktiskt sett bestäms den av metodik för pålastning och snabbhet i deformationsmätningarna.

Relaxation är ett följdfenomen till krypning. Den kan definieras som ett materials fortgående spänningsförlust vid en konstant deformation.

Relaxation kan beräknas om krypningen är känd och vice - versa. Hansen /1964/ ger en formel för detta:

$$\sigma_1 = \frac{2 \cdot \epsilon_0 - \epsilon_c'}{2 \cdot \epsilon_0 + \epsilon_c'} \cdot \sigma_0 \quad (456)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = \text{spänningen vid tiden } t \\ \epsilon_0 = \text{konstanta töjningen hos en relaxerande provkropp} = \\ \quad \text{begynnelse-töjningen vid en krypande provkropp} \\ \epsilon_c' = \text{kryptöjningen vid tiden } t \text{ vid konstant spänning } \sigma_0 \\ \sigma_0 = \text{se ovan } \epsilon_c'. \text{Momentanspänning.} \end{array} \right.$

Nedan behandlas därför enbart krypning.

En annan följd-företeelse av krypning är det fenomenet att långtidshållfastheten ofta är lägre än korttidshållfastheten. Man talar även ibland om sk "static fatigue". Detta fenomen beaktas inte här. Litteratur i ämnet är t ex Zaitzev & Wittmann /1971/, vari ett flertal litteraturreferenser återfinns.

Nedan behandlas enbart relativt grovporösa material. Material med gelstruktur beaktas inte eftersom krypningen i detta fall starkt influeras av förekomsten av adsorberat vatten. Detta är naturligtvis i sin tur förorsakat av att gelen är extremt finporös, varför porerna även här spelar en dominant roll. Cementpasta och betong är material med gelstruktur. Krypning hos dessa material behandlas teoretiskt av t ex Bazant /1970/, Powers /1966/ och Hannant /1968/

I huvudsak har data för krypning hos keramiska material sammanställts nedan.

Coble & Kingery /1956/ har studerat torsionskrypning hos sintrad Al - oxid. I figurer 216 & 217 visas resultatet varav framgår att porositeten är av avgörande betydelse för krypningens storlek (OBS temperaturen +1 275°C).

Spriggs /1968/ anger följande samband baserat på data ovan

$$\dot{\epsilon} = \frac{K}{1 - P^{2/3}} \quad (457)$$

där $\dot{\epsilon}$ är kryphastigheten och K en konstant.

Andra data tyder dock på ett linjärt samband $\dot{\epsilon}$ -P. Se t ex Astbury /1967/, som redovisar tryckkrypning hos sillimanitbaserade tegel; fig 218

$$\dot{\epsilon} = k_1 (P - k_2) \quad (458)$$

Andra försök visar dock att något porositetsberoende inte finns. För sintrad MgO har man funnit att kryphastigheten ökade 10 gånger vid en porositetsökning från 2% till 12%, Spriggs /1968/. Detta värde är i överensstämmelse med fig 217.

Mekanismen vid krypning hos dessa material är huvudsakligen glidningar i korngränserna p g a skjuvspänningar. Vid porer ökar skjuvspänningskoncentrationen, vilket ökar skjuvtöjningshastigheten lokalt med en faktor ≈ 4 . Detta förklarar dock enbart en del av porositetens inverkan. Ibland är porerna i dessa material större än angränsande korn. När kornen utsätts för tryckspänningar kan de därför tryckas in i porerna med avspänning och deformation av provkroppen som följd. En tredje trolig mekanism är separation av korngränser som accentueras av närvaro av porer. Coble & Kingery /1956/ genomför ett resonemang som visar att vid P = 50% ökar normalspänningarna mellan kornen med en faktor ≈ 25 p g a spänningsomlagringar förorsakade av porer. Detta ökar den hastighet med vilken korngränsen separeras.

Langdon & Pask /1971/ har undersökt tryckkrypning vid olika temperatur och med olika porositeter ($0,02 \leq P \leq 2,0\%$) hos sintrad

MgO. Man bekräftade att korngränserna måste vara porfria för att undvika stora krypningar. Om porer finns måste de vara små i jämförelse med kornen (jfr ovan). Däremot befanns anhopningar av mycket fina porer inne i kornen vara gynnsamma. Porositetens inverkan på krypningen bör därför kunna vara helt olika beroende på var porerna är belägna och deras relativa storlek i förhållande till kornstorleken.

Canon et al /1971/ har studerat krypning hos en viss keramiktyp som funktion av temperatur, kornstorlek och porositet.

Förekomsten av porositet i form av sprickor ökar kryphastigheten. Hasselman /1969/ har behandlat problemet teoretiskt.

Vid hydrostatisk dragning gäller:

$$\frac{\Delta V}{V} = \sigma \cdot K \quad (459)$$

$$\text{där} \begin{cases} \sigma &= \text{dragspänning} \\ \frac{\Delta V}{V} &= \text{relativ vol. ändring} \\ K &= \text{kompansionsmodul} \end{cases}$$

$$\text{eller } \Delta V = \sigma \cdot K \cdot V = \sigma \cdot \beta_{\text{eff}} \quad (460)$$

där β_{eff} = "effektiv kompressibilitet".

Ett material med N st ellipsformade sprickor per enhetsvolym har följande β_{eff}

$$\beta_{\text{eff}} = \beta_0 \left(1 + \frac{16(1 - \nu^2)}{9(1 - 2\nu)} \cdot \sum_1^N C_i^3 \right) \quad (461)$$

där β_0 = fasta materialets kompressibilitet, C_i är sprickans halva bredd och ν = Poisson's tal.

Volymändringshastigheten vid krypning blir:

$$\dot{\Delta V} = \sigma \cdot \dot{\beta}_{\text{eff}} \quad (462)$$

$$\text{där} \begin{cases} \dot{\Delta V} &= \text{volymändr. hastigheten} \\ \dot{\beta}_{\text{eff}} &= \text{hastigheten i effektiv kompressibilitetsändring p gr a} \\ &\quad \text{krypning} \end{cases}$$

$\dot{\beta}_{\text{eff}}$ blir beroende av sprickutbredningshastigheten.

$$\dot{\beta}_{\text{eff}} = \dot{c} \cdot \frac{d(\beta_{\text{eff}})}{dc} \quad (463)$$

där \dot{c} = sprickutbredningshastigheten

Genom insättning av (461) i (463) fås:

$$\dot{\beta}_{\text{eff}} = \beta_0 \frac{16}{9} \frac{(1 - \nu^2)}{(1 - 2\nu)} \cdot \sum_1^N c_i^2 \cdot \dot{c} \quad (464)$$

Insätts (464) i (462) fås:

$$\Delta \dot{V} = \beta_0 \cdot \frac{16 \sigma (1 - \nu^2)}{3(1 - 2\nu)} \cdot \sum_1^N c_i^2 \cdot \dot{c}_i \quad (465)$$

Sprickutbredningshastigheten är exponentialfunktioner av spänning. Spänningen i sprickändan ökas med ökande sprickstorlek. Därför kommer de största sprickorna att bidra med huvuddelen av krypningen $\Delta \dot{V}$.

Hasselman analyserar försöksdata där spricklängder är kända. Han finner därvid med användning av ekv (465) ovan att all krypning vid rumstemperatur hos material med mikrosprickor kan hänföras till spricktillväxt.

Eftersom krypningen beror på spricktillväxt kommer den att bli beroende t ex av tillgång till fukt. Adsorption av vatten sänker nämligen ytenergin i materialet varigenom sprickutbredningshastigheten ökas. Så kommer t ex sprickor inne i ett material att växa långsammare än ytsprickor, eftersom tillgången till fukt är mindre. De inre delarna av ett material kommer alltså att utöva en allt större kvarhållande kraft ju mera krypningen pågår. Därför bör kryphastigheterna avta med tiden, vilket också observeras vid försök. Dessutom bör man få ett volymsberoende på krypning i den riktningen att krypningen minskar med ökande storlek.

Även ett sådant volymsberoende har iakttagits t ex beträffande betong, varvid det emellertid brukar hänföras till en samtidig inverkan av krympspänningar och krypning.

10 KRYMPNING OCH SVÄLLNING

Porösa material krymper vid uttorkning och sväller vid uppfuktning. Rörelserna varierar starkt från material till material. Cementpastor, betonger, trämaterial är exempel på material, som uppvisar stora rörelser, medan välbrända keramiska material normalt har försumbara rörelser.

Krympningen äger huvudsakligen rum i det s k hygroskopiska området, även om detta begrepp ur strikt fysikalisk synpunkt saknar relevans.

Man kan tala om en reversibel krympning, som återgår vid uppfuktning till begynnelsestillståndet och en irreversibel krympning, som kvarstår vid uppfuktning. För en betong är den reversibla delen ungefär $2/3$ av den totala krympningen enligt Newman /1966/. Den irreversibla delen förekommer i egentlig mening endast vid den första krympningen, "jungfrukrympningen".

Orsaken till krympning kan i normalfallet anses vara de tryckspänningar som uppstår i materialet p g r a att krökta vattenmenisker utbildas i porerna vid torkning. Samtidigt uppstår naturligtvis dragspänningar i porvattnet. Mekanismen är därför bara tänkbar tills dess vattnets draghållfasthet överskrids. Enligt Powers /1960/ sker detta vid en dragspänning av $\approx 1\ 100$ à $1\ 200$ atm. Denna dragspänning motsvarar enligt kapillärkondensationsteorien att vattnet är i jämvikt med 45 à 40% relativ fukt (RH). Krympning av ett material i området 100% - 45 à 40 % RH kan därför antas bero på kapillärvattenundertryck. Detta område är också det praktiskt sett mest intressanta.

Vid uttorkning av vatten som motsvarar jämvikt med $RH < 40$ à $45\ %$ sker krympningar, som ofta är mycket stora men som beror på andra mekanismer än den ovan. I detta område är det huvudsakligen adsorberat vatten, som avgår. Härvid förändras energitillståndet i materialet. Bl a innebär adsorption av vatten att kristallernas ytkrafter tas i anspråk. Avgår adsorberat vatten ökas därför kristallernas ytspänning, varvid deras volym minskas, och materialet krymper. Även andra mekanismer är tänkbara. Krympmekanismer i detta område behandlas t ex av Powers /1968/, Roper /1966/, Mills /1966/.

Fortsättningsvis behandlas krympning förorsakad av kapillär-vattenundertryck, dvs i området 40 à 45% RH - 100% RH.

Som utgångspunkt används en idé av Hansen /1967/.

Förutsättningen är att vattenfyllda porer är sfäriska.

Spänningen i vattnet i poren är en funktion av porradien enligt klassisk teori:

$$q_h = \frac{2 \cdot \sigma_{lw}}{r_h} = - \frac{R \cdot T}{M \cdot V_f} \cdot \ln(h) \quad (466)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} q_h = \text{kapillärtrycket (dragspänning i vattnet)} \\ r_h = \text{porradien} \\ \sigma_{lw} = \text{ytspänning luft - vatten} \\ R = \text{allm gaskonstanten} \\ T = \text{absoluta temperaturen} \\ M = \text{vattens molekylvikt} \\ V_f = \text{vattens spec volym} \\ h = \text{relativa ångtrycket i poren } (\simeq \text{RH}) \end{array} \right.$

Man förutsätter att alla porer $\leq r_h$ är vattenfyllda och alla porer $> r_h$ är luftfyllda. Denna förutsättning kan härledas termodynamiskt.

Vid jämvikt gäller att trycket i alla vattenfyllda porer = trycket i porer med radien r_h . Detta tryck fås ur ekv (466) ovan.

Hansen /1967/ inför nu som modell att materialet kan betraktas som en ihålig sfär med en hålvolymer som utgörs av alla vattenfyllda porer. Hålvolymer ändras alltså med vatteninnehållet. Skalet innehåller de lufttomma porerna.

Allteftersom torkningen fortskrider kommer alltså hålets volym att minska och skalets volym att öka. Samtidigt ändras skalets elasticitetsegenskaper genom att det blir mera poröst. Det skall senare visas att detta sista antagande är orealistiskt.

Hansens antar att kapillärtrycket q_h verkar mot porväggarna som ett hydrostatiskt tryck (i verkligheten dragning). Ur elasticitetsteoretiska ekvationer kan då skalets deformation beräknas.

Hansen använder följande uttryck för beräkning av radiell rörelse hos skalet:

$$\delta_r = \frac{R}{E_s} \left((1 - \nu_s) \sigma_t - \nu_s \cdot \sigma_r \right) \quad (467)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} \delta_r = \text{radiell rörelse i punkten } R = r \\ R = \text{koordinaten radiellt till punkten} \\ \nu_s = \text{skalets Poisson's tal} \\ E_s = \text{" } E - \text{modul} \\ \sigma_t = \text{tangetiell spänning} \\ \sigma_r = \text{radiell spänning} \end{array} \right.$

Uttrycket är detsamma som använts av Pickett /1956/ för att beräkna inverkan av styva ballastpartiklar på krympning.

Exakt samma ekvation anges av Hult /1967/ för en hålsfär utsatt för inre övertryck.

Tangentialspänningen och radialspänningen fås ur följande uttryck: Timoshenko & Goodier /1951/

$$\sigma_t = q_h \frac{a^3}{2R^3} \cdot \frac{2R^3 + b^3}{b^3 - a^3} \quad (468)$$

$$\sigma_r = q_h \cdot \frac{a^3}{R^3} \cdot \frac{(b^3 - R^3)}{a^3 - b^3} \quad (469)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} a = \text{hålets radie} \\ b = \text{sfärens radie} \end{array} \right.$

Intressant är rörelsen i yttre sfärens periferi, eftersom denna bestämmer krympningen. Här är $R = b$, Genom insättning av ekv (468) och (469) i (467) fås då:

$$\delta_b = \frac{3}{2} \cdot \frac{b \cdot a^3}{b^3 - a^3} \cdot \frac{q_h (1 - \nu_s)}{E_s} \quad (470)$$

Men

$$\frac{a^3}{b^3} = P_w \quad (471)$$

där P_w = vattenfylld porositet

δ_b kan därför uttryckas i P_w och b

$$\delta_b = \frac{3}{2} \cdot \frac{P_w \cdot b}{1 - P_w} \cdot \frac{q_h(1 - v_s)}{E_s} \quad (472)$$

Volymändringen ΔV blir:

$$\Delta V = \delta_b \cdot 4\pi \cdot b^2 \quad (473)$$

Relativa volymändringen $\frac{\Delta V}{V}$ blir då:

$$\frac{\Delta V}{V} = \delta_b \cdot \frac{3}{b} \quad (474)$$

Genom insättning av (472) i (474) fås:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{9}{2} \cdot \frac{P_w}{1 - P_w} \cdot \frac{q_h(1 - v_s)}{E_s} \quad (475)$$

Hansen /1967/ använder nu Hashin's uttryck för E-modul hos ett tvåfasssystem ekv (188).

$$E = E_o \cdot \frac{(1 - 2v)(1 - P)}{(1 - 2v_o)(1 + \frac{P}{2} \cdot \frac{1 + v_o}{1 - 2v_o})} \quad (476)$$

Enligt Hansen skall följande substitutioner göras i ekv (476)

$$\begin{cases} P = P_s \\ v = v_s \\ E = E_s \end{cases}$$

där P_s = skalets porositet

Hansen sätter sedan in uttryck (476) i ekv (475) tillsammans med ekv (466) varvid följande ekvation erhålls:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{9}{2} \cdot \frac{P_w}{1 - P_w} \cdot \frac{(1 - v_s)(1 - 2v_o)(1 + \frac{P_s}{2} \cdot \frac{1 + v_o}{1 - 2v_o})}{(1 - 2v_s)(1 - P_s) E_o} \cdot \frac{RT}{M V_F} \ln(h) \quad (477)$$

Denna ekvation utvecklas sedan inte vidare.

Detta kan man emellertid göra genom att insätta följande uttryck för P_s :

$$P_s = \frac{P - P_w}{1 - P_w} \quad (478)$$

Ekv (476) blir då

$$E_s = E_o \cdot \frac{(1 - 2\nu_s) \left(1 - \frac{P - P_w}{1 - P_w}\right)}{(1 - 2\nu_o) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{P - P_w}{1 - P_w} \frac{1 + \nu_o}{1 - 2\nu_o}\right)} \quad (479)$$

Om man sätter $\nu_s = \nu_o = 0,20$ övergår ekv (479) till:

$$E_s = E_o \cdot \frac{1 - P}{1 + P - 2P_w} \quad (480)$$

Sätts $\nu_s = \nu_o$ till 0,33 övergår ekv (479) till:

$$E_s = E_o \cdot \frac{1 - P}{1 + 2P - 3P_w} \quad (481)$$

E-modulen kan naturligtvis också uttryckas med ett uttryck av följande typ:

$$E_s = E_o \cdot (1 - P_s)^k \quad (482)$$

där $3 \leq k \leq 4$ $\left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ gäller för en cementpasta} \\ 4 \text{ gäller för en cementbetong} \end{array} \right.$

Insätts ekv (480) i ekv (475) fås följande uttryck för krympning:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1 - \nu_s}{E_o} \cdot \frac{P_w}{1 - P_w} \cdot \frac{1 + 2P - 2P_w}{1 - P} \cdot q_h \quad (483)$$

där q_h fås ur ekv (466).

Uttryckt i relativ längdändring blir ekv (483)

$$\epsilon_{KR} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1 - \nu_s}{E_o} \cdot \frac{P_w}{1 - P_w} \cdot \frac{1 + 2P - 2P_w}{1 - P} \cdot q_h \quad (484)$$

eller

$$\epsilon_{KR} = k_1 \cdot \frac{P_w}{1 - P_w} \cdot \frac{1 + 2P - 2P_w}{1 - P} \cdot \ln(h) \quad (485)$$

$$\text{där } k_1 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1 - \nu_s}{E_o} \cdot \frac{R \cdot T}{M \cdot V_F} \quad (486)$$

Vid $v_s = 0,20$ och $+20^\circ\text{C}$ gäller

$$k_1 \simeq - \frac{1,67 \cdot 10^3}{E_0} \quad (487)$$

där E_0 = medelvärde av E-modul för alla fasta faser (kp/cm^2),

Ekv (484) är emellertid i viss mån ologisk. Deformationen hos skalet kommer nämligen att basera sig på en E-modul, som är variabel med mängden vatten, se ekv (480). Som exempel på ekv (484) kan tas en cementpasta med porositeten 66% och mängden vattenfylld porositet 33%. Då blir krympningen enligt ekv (484):

$$(\epsilon_{KR})_P = k \cdot \frac{0,33}{0,67 \cdot 0,34} = 1,45 \cdot k$$

För en betong med samma pasta är $P = 20\%$ och $P_w = 10\%$. Då blir krympningen

$$(\epsilon_{KR})_B = k \cdot \frac{0,10}{0,90 \cdot 0,80} = 0,139 \cdot k$$

Förhållandet mellan krympningarna blir

$$\frac{(\epsilon_{KR})_P}{(\epsilon_{KR})_B} = \frac{1,45}{0,139} = 10,4$$

Ekvationen visar alltså att en betongs krympning är avsevärt mindre än en cementpastas. Förhållandet är dessutom rimligt.

Cementpastaskalets E-modul är vid P_w enligt ovan:

$$E_s = 0,34 \cdot E_0$$

Vid fullständig vattenmättnad, $P_w = 1$, blir skalets E-modul

$$E_s = E_0$$

Vid fullständig uttorkning är E-modulen

$$E_s = E_0 \cdot \frac{0,34}{2,32} = 0,147 E_0$$

Hansen's modell tolkad på detta sätt innebär alltså en starkt varierande E-modul hos skalet. Det förefaller därför rimligare att låta skalets E-modul

vara konstant oberoende av uttorkningsgraden. Lämpligt är då att låta skalet utgöras av det normala materialet dvs inklusive alla porer, även vattenfyllda. Det ersätts härvid av det "Equivalent Homogenous Medium", som Mackenzie's modell förutsätter. Se fig 31 och text sid 25 och 190.

Då fås följande uttryck för E_s om Hashin's modell används:

$$v_s = v_o = 0,20 \quad E = E_o \cdot \frac{1 - P}{1 + P} \quad (339)$$

$$v_s = v_o = 0,33 \quad E = E_o \cdot \frac{1 - P}{1 + 2P} \quad (340)$$

$$\text{Eller } E = E_o (1 - P)^k \quad (488)$$

Insättning av ekv (339) i ekv (475) ger:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{q}{2} \cdot \frac{1 - v_s}{E_o} \cdot \frac{P_w}{1 - P_w} \cdot \frac{1 + P}{1 - P} \quad q_h \quad (489)$$

Eller uttryckt i relativ längdändring, ϵ_{KR} och med insättning av ekv (466)

$$\epsilon_{KR} = k_1 \cdot \frac{P_w}{1 - P_w} \cdot \frac{1 + P}{1 - P} \cdot \ln(h) \quad (490)$$

där vid $v_s = 0,20$ och $+20^\circ\text{C}$ gäller:

$$k_1 = - \frac{1,67 \cdot 10^3}{E_o} \quad (491)$$

Ekv (490) använd på samma exempel som ovan ger:

pasta: $P = 0,66$ och $P_w = 0,33$;

$$(\epsilon_{KR})_p = \frac{0,33}{0,67} \cdot \frac{1,66}{0,34} \cdot k = 2,41 \cdot k$$

betong: $P = 0,20$ och $P_w = 0,10$;

$$(\epsilon_{KR})_B = \frac{0,10}{0,90} \cdot \frac{1,20}{0,80} \cdot k = 0,167 \cdot k$$

Förhållandet mellan krympningarna blir

$$\frac{(\epsilon_{KR})_p}{(\epsilon_{KR})_B} = \frac{2,41}{0,167} = 14,4$$

Inverkan av ballast blir nu synbarligen större. Även de beräknade krympningarna blir större.

Ännu rimligare torde det emellertid vara, att helt och hållet använda Mackenzie's modell både för beräkning av volymändringar i materialet och för beräkning av E-modul.

Mackenzie's modell modifieras nu på följande sätt.

Hålet består av en enda vattenfylld por med radien a . Skalet med radien r_0 av fast material består i detta fall av det fasta materialet inklusive luftfyllda porer. Det yttre skalet med radien $R_0 = b$ består av materialet inklusive alla porer såväl vattenfyllda som luftfyllda. Den modifikation som görs är alltså att de luftfyllda porerna inkluderas i fasta massan.

Följande samband mellan a och r_0 gäller för varje hål.

$$P_w = \frac{a^3}{r_0^3} \quad (492)$$

Antalet porer N är:

$$N = \frac{b^3}{r_0^3} \quad (493)$$

Av ekv (493) följer att $b \gg r_0$, Därför gäller:

$$\frac{r_0^3}{b^3} \simeq 0 \quad (494)$$

Förskjutningen av det yttre skalets periferi vid ett inre tryck i ett hål blir enligt Mackenzie

$$(\delta_b)_1 = q_0 \cdot \frac{b \cdot r_0^3}{b^3 - r_0^3} \left(\frac{1}{3K} + \frac{1}{4G} \right) \quad (495)$$

där $\left\{ \begin{array}{l} (\delta_b)_1 = \text{förskjutning vid } r = b \text{ av tryck i ett hål} \\ q_0 = \text{tryck mellan "fasta materialsfären" och kontinuet} \\ K \text{ och } G = \text{kontinuet's materialmoduler} \end{array} \right.$

Totala förskjutningen fås genom multiplicering av $(\delta_b)_1$ med antal hål N och användning av ekv (494)

$$\delta_b = q_0 \cdot b \left(\frac{1}{3K} + \frac{1}{4G} \right) \quad (496)$$

där δ_b = total förskjutning vid $r = b$ av tryck i alla hål.

Enligt Mackenzie gäller för trycket q_0 :

$$q_0 \cdot \left[\frac{1}{4G} + \frac{1}{3K_0'} \cdot \frac{r_0^3}{r_0^3 - a^3} + \frac{1}{4G_0'} \cdot \frac{a^3}{r_0^3 - a^3} \right] = q_h \cdot \frac{a^3}{r_0^3 - a^3} \left[\frac{1}{3K_0'} + \frac{1}{4G_0'} \right] \quad (497)$$

där $\begin{cases} a & = \text{vattenfyllda hålets radie} \\ q_h & = \text{tryck i poren (enligt ekv (466))} \\ K_0' \text{ och } G_0' & = \text{moduler hos "fasta materialsfären". (inklusive luftfyllda porer).} \end{cases}$

Ekv (497) kan insättas i (496) varvid ett samband mellan förskjutning och inre spänning i poren erhålls. Förskjutningen blir då uttryckt i elasticitetsegenskaper hos "fast massa" och materialet. Mackenzie visar emellertid att ekvation (496) kan omformuleras till den väsentligt enklare ekv (498). Denna ger samma resultat som användning av ekv (497)

$$\delta_b = q_h \cdot b \cdot \left[\frac{1}{3K} - \frac{1}{3K_0'} \right] \quad (498)$$

Relativ volymändring blir då (se ekv (474));

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V} = q_h \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_0'} \right)} \quad (499)$$

Elasticitetskonstanterna K och K_0' bör nu logiskt sett uttryckas med Mackenzie's ekvation (323) eller (325), varvid även hänsyn till porstorleksfördelningen kan tas. För enkelhetens skull används dock ekv (328)

$$K = K_0 \cdot (1 - 1,91 \cdot P + 0,91 \cdot P^2) \quad (328)$$

Därvid blir K_0' ;

$$K_0' = K_0 \cdot (1 - 1,91 \cdot P' + 0,91 \cdot (P')^2) \quad (500)$$

där $P' = \text{porositet hos "fasta materialsfären"}$

$$P' = \frac{P - P_w}{1 - P_w} \quad \left[= \text{ekv (478)} \right] \quad (501)$$

K blir;

$$K = K_0 \cdot (1 - 1,91 \cdot P + 0,91 \cdot P^2) \quad (501)$$

Insättning av ekv (500) och (501) i (499) ger:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{q_h}{K_0} \left(\frac{1}{1 - 1,91P + 0,91P^2} - \frac{1}{1 - 1,91 \frac{P - P_w}{1 - P_w} + 0,91 \left(\frac{P - P_w}{1 - P_w} \right)^2} \right) \quad (502)$$

För att förenkla ekv (502) används i stället Hashin's uttryck för E-modul i stället för K-modul enligt Mackenzie. Detta är ur strikt matematisk synpunkt ologiskt, men Hashin's uttryck och Mackenzie's överensstämmer dock ganska väl.

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (306)$$

Ekv (499) blir då;

$$\frac{\Delta V}{V} = q_h \left\{ \frac{3(1 - 2\nu)}{E} - \frac{3(1 - 2\nu_0')}{E_0'} \right\} \quad (503)$$

Vid $\nu = \nu_0 = \nu_0' = 0,20$ gäller;

$$E = E_0 \frac{1 - P}{1 + P} \quad (339)$$

Relativ längdändring ϵ_{KR} kan då uttryckas:

$$\epsilon_{KR} = q_h \cdot \frac{3(1 - 2\nu)}{3 \cdot E_0} \left\{ \frac{1 + P}{1 - P} - \frac{1 + \frac{P - P_w}{1 - P_w}}{1 - \frac{P - P_w}{1 - P_w}} \right\} \quad (504)$$

Eller efter förenkling:

$$\epsilon_{KR} = 2 \cdot \frac{0,6}{E_0} \cdot \frac{P_w}{1 - P} \cdot q(h) \quad (505)$$

Eller med användning av ekv (466)

$$\epsilon_{KR} = k_2 \cdot \frac{P_w}{1 - P} \cdot \ln(h)$$

där $k_2 = - \frac{1,2}{E_0} \cdot \frac{R \cdot T}{M \cdot V_f}$

$$(506)$$

$$(507)$$

vid $+20^{\circ}\text{C}$ blir k_2 :

$$k_2 = k_1 = - \frac{1,67 \cdot 10^3}{E_0} \quad (508)$$

Ekv (506) kan tillämpas på samma exempel som ekv (484) och (490):

Pasta: $P = 0,66$ och $P_w = 0,33$

$$(\epsilon_{KR})_p = k \cdot \frac{0,33}{0,34} = 0,97 k$$

Betong: $P = 0,20$ och $P_w = 0,10$

$$(\epsilon_{KR})_B = k \cdot \frac{0,10}{0,80} = 0,125 k$$

Förhållandet mellan krympningarna blir:

$$\frac{(\epsilon_{KR})_p}{(\epsilon_{KR})_B} = \frac{0,97}{0,125} = 7,75$$

Inverkan av ballast blir nu mindre än enligt ekv (484) och (490) liksom de totala krympningarna blir lägre. Ekv (506) är dock mera strikt uppbyggd än de båda övriga, framförallt då den är uttryckt enligt ekv (499), som är exakt.

I härledningarna ovan har negligerats följande faktorer.

- E-modulen varierar med tiden eftersom krympning ofta är en långvarig process, varvid materialegenskaper kan förändras.
- Krypningen försummas.
- Poisson's tal är förutsatt vara konstant och lika för fast fas och poröst material. I verkligheten är Poisson's tal porositetsberoende.
- Spänningstillståndet är hydrostatiskt, vilket sänker värdet på Poisson's tal.
- Porerna är förutsatt vara sfäriska och isolerade från varandra. Vid öppen porositet minskar E-modulen utöver vad som förutsägs av Hashin's och Mackenzie's modeller.

- Jämvikt antas råda i hela provkroppen. Enligt Mackenzie's modell kan man emellertid även ta hänsyn till varierande porvattentryck i kapillärerna.

Alla faktorerna ovan bidrar till att ge större ϵ_{KR} om man tar hänsyn till dem. Därför måste ϵ_{KR} enligt ekv (490) och (506) betecknas som minimivärden.

Hänsyn till varierande Poisson's tal och öppen porositet kan approximativt tas genom att utgå från ekv (503) och använda följande uttryck för E

$$E = E_0 \cdot (1 - P)^k \quad (488)$$

där $3 \leq k \leq 4$

Då fås:

$$\epsilon_{KR} = k_3 \cdot \left\{ \frac{1 - 2\nu}{(1 - P)^k} - \frac{1 - 2\nu_0}{(1 - \frac{P - P_w}{1 - P_w})^k} \right\} \ln(h) \quad (509)$$

$$\text{där } k_3 = - \frac{1,0}{E_0} \cdot \frac{R \cdot T}{M \cdot V_f} = - \frac{1,39 \cdot 10^3}{E_0} \quad (510)$$

Hänsyn till en successivt ökande E-modul hos en betong alltefter- som torkningen fortskrider kan tas genom att t ex använda ett formelkomplex ekv (379) - (382) för E-modul i ekv (503).

Hittills har härletts samband mellan slutkrympningen hos ett material som funktion av relativa fuktigheten hos omgivningen.

Ekvationerna visar då generellt, att materialet har krympt mera vid en viss RH ju mera vatten som finns kvar, P_w , vid en viss porositet, P. Detta innebär att materialet krymper mer ju finporösare det är. Det existerar nämligen samband mellan porradie och den RH när vatten slutar förångas från poren, se ekv (466)

$$r_h = - \frac{2 \cdot \sigma_{lw} \cdot M \cdot V_f}{R \cdot T} \cdot \frac{1}{\ln(h)} + d \sqrt[3]{\frac{5}{\ln(h)}} \quad (511)$$

där $\begin{cases} d = \text{vattenmolekylens diameter, } \text{\AA} \\ r_h = \text{porradie, } \text{\AA} \end{cases}$

OBS i ekv (511) måste hänsyn tas till vilka sorter som används.

Den sista termen utgör tjockleken hos adsorberat vattenskikt.

Med kännedom om porstorleksfördelningen hos materialet kan därför P_w beräknas ur ekv (511). Därefter beräknas krympningen ur någon av ekvationerna ovan.

En koppling mellan porstruktur och krympning har alltså gjorts. Detta är ytterligare ett utmärkt exempel på de potentiella möjligheter som ligger i att härleda materialegenskaper utifrån por-karakteristika.

Uppgifter om storleken på P_w vid olika relativa fuktigheter kan man också få ur sorptionsisotermen. Därefter kan krympningen ritas ut som funktion av relativa fuktigheten, h , vattenförlusten, $(\text{konst} \cdot (P - P_w))$, eller porradien, r_h .

Normalt råder det hysteresis mellan isotermen vid uttorkning, desorptionsisotermen, och isotermen vid uppfuktning, absorptionsisotermen. Hysteresisen är ibland betydande. Principiellt bör desorptionsisotermen användas för beräkning av P_w när det är fråga om att beräkna krympning och absorptionsisotermen när det är fråga om beräkning av svällning.

Dessutom är ofta desorptionskurvan för första uttorkningen väsentligt annorlunda än kurvorna vid följande uttorkningar som även kan skilja sig något från varandra på grund att materialegenskaperna inte är konstanta med tiden.

Den första uttorkningskurvan, jungfrukurvan, bör användas för beräkning av första uttorkningskrympningen.

Tillämpning på cementpasta och betong

Absorptionsisotermer är väl kända för cementpasta. Powers & Brown-yard /1948/ anger dels ett antal isotermer för cementpasta och cementbruk dels principer för hur isotermer påverkas av cementtyp, vattencementtal och hydratationsgrad.

Bergström & Ahlgren /1970/ har anvisat en beräkningsmetod för isotermer hos en godtycklig betong med utgångspunkt från cementhalt, ålder, vattencementtal och ballastens isoterm. Denna beräk-

ningsmetod bygger på Powers & Brownyards arbete.

Principen för beräkningen är att två punkter på pastaisotermen är givna.

- fuktinnehållet vid 45% RH
- fuktinnehållet vid $\approx 100\%$ RH

Detta är två mycket intressanta punkter m a p krympning eftersom de ger hela det område där krympmekanismen är hydrostatiskt tryck.

45%-värdet fås på följande sätt:

Powers & Brownyard /1948/ visade att vattenabsorptionen W_a , uttryckt som multipel av pastans inre yta, gelytan, V_m , är lika för alla pastor oavsett W_0/C och hydratationsgrad. Vid RH = 45% gäller:

$$\frac{W_a}{V_m} \approx 1,7 \quad (512)$$

där V_m uttrycks i mängd ^(adsorberad) när gelytan är täckt med ett vattenlager. Samtidigt är gelytan, V_m , proportionell mot mängden hydratvatten, W_n :

$$V_m = k \cdot W_n \quad (58)$$

där k beror av hur cementet är kemiskt uppbyggt, $0,24 \leq k \leq 0,28$; k kan beräknas enligt Powers & Brownyard /1948/. Betongen får då följande fuktinnehåll vid 45% om ballasten är icke porös:

$$W_{a_{45\%}} = 1,7 \cdot k \cdot \frac{W_n}{C} \cdot C \quad (513)$$

$$\text{där} \begin{cases} W_{a_{45\%}} = \text{vattenabsorpt, kg/m}^3, \text{ vid RH} = 45\% \\ k \approx 0,26 \text{ (se ovan)} \\ \frac{W_n}{C} = \frac{\text{vikthydratvatten}}{\text{vikt cement}} \\ C = \text{cementhalt i betongen, kg/m}^3 \end{cases}$$

Ekv (513) blir approximativt med $\left(\frac{W_n}{C}\right)_{\max} = 0,25$ och $k = 0,24$:

$$W_{a_{45\%}} = 0,102 \cdot \alpha \cdot C \quad (514)$$

där α = andel hydratiserat cement (=hydratationsgraden)

100% - värdet antas motsvara att alla porer utom luftporer och bearbetningsporer är fyllda. Därför gäller vid icke porös ballast

$$W_{a,100\%} = C(w_o/c - 0,19 \cdot \alpha) \quad (515)$$

Vid porös ballast skall absorptionen i denna läggas till cementpastans värden enligt ekvationerna (514) och (515) ovan. Detta är intressant framförallt vid $RH \simeq 100\%$.

Total vattenabsorption för en betong med icke porös ballast i området $RH = 45\% - 100\%$ blir nu

$$\Delta W_{a,45\%-100\%} = C(w_o/c - 0,292\alpha) \quad (516)$$

Ekvationen visar alltså att vattenabsorptionen ökar med ökande cementshalt, ökande vattencementtal och minskande hydratationsgrad.

I krympningsekvationerna ovan användes begreppet P_w för att karakterisera fukttillståndet där P_w är vattenfylld porositet. Om W_a uttrycks i kg/m^3 blir P_w ;

$$P_w = \frac{W_a}{1000} = P - \frac{\Delta W_a}{1000} \quad (517)$$

Det är emellertid tveksamt om det första molekyllagret som adsorberas på porväggarna skall hänföras till P_w när det gäller krympningsberäkningar. Det är så hårt bundet att det närmast kan betraktas som fast material. Tar man bort det ur beräkningen reduceras W_a vid varje RH med följande belopp,

$$\delta W_a = 0,060 \cdot \alpha \cdot C \quad \text{kg/m}^3 \quad (518)$$

Även porositeten, P , bör då reduceras med beloppet δP ;

$$\delta P = \frac{0,060 \cdot \alpha \cdot C}{1000} \quad (519)$$

Nu finns tydligen data för att man skall kunna göra en beräkning av total svällning i området $RH = 45\% - 100\%$.

Vill man beräkna svällningskurvan i hela området dvs jämviktstillståndet vid varje RH , måste man känna absorptionskurvans form.

En hel del information om denna finns hos Powers & Brownyard /1948/. Den har ett typiskt utseende i området $RH = 45\% - 100\%$, vilket gör att den ev går att uttrycka matematiskt. Sorptionskurvan är emellertid avhängig av porstorleksfördelningen enligt vad som framgår av ekv (511). Känner man denna bör det därför kunna gå att någorlunda beräkna sorptionskurvan. Winslow & Diamond /1970/ har i en utomordentligt intressant studie bestämt porstorleksfördelningen för cementpasta med Hg - porosimeter i området pordiameter $80\text{\AA} - 10\text{ }\mu$. Kurvorna visar en mycket stor regelbundenhet, vilket kan vara en förklaring till att absorptionskurvorna för alla betonger uppvisar så stor likhet. Området $80\text{\AA} - 10\text{ }\mu$ motsvarar dock enbart $RH \approx 80\% - 100\%$. Tyvärr faller det utanför ramen för denna studie att undersöka sambanden mellan porradie enligt Winslow & Diamond /1970/ och kända sorptionskurvor för vattenånga. Möjligen skulle här kunna ges en möjlighet att beräkna sorptionskurvans form i det minst kända området $RH = 80\% - 100\%$.

Powers & Brownyard /1948/ redovisar absorptionskurvor för ett antal pastor. För tre av dessa görs en beräkning av svällning i området $RH = 100\% - 50\%$ enligt ekv (490) och (506). Brukens absorptionskurvor visas i fig 219 och fig 220. Pastorna är väl hydratiserade, varför E-modulen antas vara oförändrad med tiden. $RH = 100\%$ antas motsvara att även bearbetningsporer är fyllda.

. Allt absorberat vatten antas ingå i P_w . Resultatet visas i fig 221. Kurvorna har ritats som om det vore fråga om krympning från $100\% RH - 40\% RH$. Ekv (490) ger tydligen större krympningar än ekv (506). Kurvformerna är dock i båda fallen svagt konvexa uppåt. Bägge ekvationerna anger att ett högre vattencementtal ger större svällning (krympning), vilket bekräftas av experiment.

I fig 222 utritas kurvorna i relation till svällningen i hela området $RH = 50\% - 100\%$. Även här ritas kurvorna som om det vore frågan om krympning. Som synes kröker kurvorna mera ju högre vattencementtalet är. Ekv (506) ger normalt något flackare kurvor än ekv (490). Alla kurvor är dock tämligen likformiga.

Trots att det är i viss mån ologiskt jämförs kurvor enligt fig 222 med kända krympkurvor. Bergström et al /1971/ har gjort en

sammanställning av krympkurvor. I fig 223 ärtvågav dessa inlagda. Den övre är en kurva enligt CEB/FIP /1970/. Den undre är en empirisk kurva angiven av Bergström et al /1970/. Som synes faller punkter beräknade enligt ekv (506) något under det streckade området. Blandningen med det högsta vattencementtalet överensstämmer dock mycket bra med empiriska värden.

Man kan också beräkna totalsvällningen som funktion av mängden inblandat vatten W_0 . Detta har gjorts i fig 224. Som synes ökar totalsvällningen med ökande vattenhalt.

På vänstra axlarna i fig 221 och 224 uttrycks svällningen i konstanten k_1 . Genom att anta ett rimligt värde på E_0 kan absoluta svällningen beräknas. Enligt tab 16 är $E_0 \approx 750\,000 \text{ kp/cm}^2$.

Konstanten k_1 blir då:

$$k_1 \approx - \frac{1,67 \cdot 10^3}{750\,000} = -2,23 \cdot 10^{-3}$$

Med detta värde på k_1 har absoluta svällningar beräknats och utritats på högra axlarna i figurerna.

Genom att modellen i detta exempel används på väl hydratiserade cementpastor kan värdena på ϵ bara göra anspråk på att gälla för den reversibla delen av krympningen. Storleksordningen på denna är $(\epsilon_{KR})_{REV} \approx \frac{2}{3} \epsilon_{KR}$, enligt Newman /1966/. Enligt Newman är den reversibla krympningen 1,3 à 2,0‰ för en cementpasta med $W_0/C = 0,30$. Chujo & Kondo /1969/ anger totalkrympningsvärdena 2,0‰ vid $W_0/C = 0,30$, 3,0‰ vid $W_0/C = 0,40$, 3,8‰ vid $W_0/C = 0,50$ och 4,3‰ vid $W_0/C = 0,60$, se fig 225. De beräknade värdena är alltså väl små. Detta gäller framförallt när Mackenzie's modell, ekv (506), används. Mackenzie's modell förutsätter emellertid att porerna är sfäriska och isolerade. Därför ger den alldeles för hög E-modul. Dessutom bygger ekv (506) på ett Poisson's tal = 0,20. Vid fleraxiell spänning under lång tid reduceras emellertid ν väsentligt. Meyer /1968/ visar att vid tvådimensionell belastning under uttorkning är $\nu_{kryp} \approx 0,05$ à 0,10. Ross /1954/ anger att Poisson's tal är försumbart vid tvåaxiell långtidsspänning under uttorkning. Duke & Davis /1944/ har visat att vid treaxiell långtidsspänning är Poisson's tal lägre än vid korttidsbelastning.

Hänsyn till öppen porositet på E-modul och varierande Poisson's tal kan tas genom användning av ekv (509). Följande konstantvärden antas gälla:

$$\begin{aligned} \nu &= \nu_0' = 0,10 \\ k &= 3 \quad \text{se punkt 5.6} \\ E_C &= 750\,000 \text{ kp/cm}^2 \end{aligned}$$

För de tre bruken ovan fås då följande totalsvällningar mellan RH = 50% - 100%

$$\begin{aligned} w_0/c &= 0,587 & \epsilon_{\text{MAX}} &= 3,8^\circ/\text{oo} \\ w_0/c &= 0,439 & \epsilon_{\text{MAX}} &= 2,6^\circ/\text{oo} \\ w_0/c &= 0,322 & \epsilon_{\text{MAX}} &= 1,31 \end{aligned}$$

Nu överensstämmer beräknade och mätta värden mycket bra. Här måste emellertid införas en reservation: Beräkningarna ovan är baserade på en sorptionskurva där provkropparna från början varit helt torra. I verkligheten sker uppfuktningen från ett våtare tillstånd. Vid cykliska försök ligger utgångsfuktkvoten på desorptionskurvan. Därvid reduceras den faktiska vattenupptagningen.

Den reversibla och irreversibla krympningen skall beräknas ur desorptionsisotermer. Sådana är inte så väl kända. Powers & Brownyard /1948/ anger dock vissa kurvor. I fig 226 visas 1:a och 2:a desorptionskurvor med mellanliggande 1:a absorptionskurva för en mycket väl hydratiserad cementpasta.

Med samma förutsättningar som tidigare har nu krympningen i jämvikt med olika RH beräknats och utritats i fig 227. Som synes är kurvorna av samma typ som svällningskurvorna i fig 221. 1:a krympningen är dock avsevärt större än den 2:a. Förhållandet mellan de båda krympningarna vid RH = 50% är 1,60 à 1,80, vilka värden kan jämföras med det av Newman /1966/ angivna förhållandet 1,5 mellan 1:a krympningen och reversibel krympning. Orsaken till den minskade krympningen vid 2:a uttorkning ligger beräkningsmässigt i att mängden vatten som skall torkas ur är mindre andra gången. Helmuth & Turk /1967/ har dock funnit att nämnda förhållande ökar kraftigt med ökande porositet. Värdet 1,5 gäller vid $P \approx 34\%$ me-

dan 1,8 gäller vid $P \approx 39\%$. Det är intressant att se att 2:a krympningen vid $RH = 50\%$ ungefär motsvarar totala svällningen i fig 221 vid $W_0/C = 0,44$ à $0,59$.

I fig 228 har 1:a desorptionskurvan lagts in tillsammans med de empiriska kurvorna för betong. Krympningen vid $RH = 50\%$ är satt till 100%. Den teoretiska kurvan är något rätlinjigare än den empiriska. Se dock fig 225 enligt Chujo & Kondo /1969/ som också visar på relativt rätlinjiga förlopp för cementpasta.

Vid beräkning av en uttorkningskrympning hos en relativt färsk pasta bör hänsyn tas till att elasticitetsegenskaper och porositet förändras med tiden liksom sorptionsisotermen. Konstanten k_1 är dock oföränderlig men påverkas av temperaturen.

Newman /1966/ anger att fuktrörelserna minskar med ökande ålder. Detta förutsägs också av ekv (490) och (506). Med ökande ålder minskas nämligen såväl P som P_w . P_w minskar dessutom i snabbare takt än P , eftersom såväl porositeten minskas som andelen fina porer ökar. Resultatet är att ϵ_{KR} minskar.

Hittills har bara cementpasta behandlats. Enligt teorier ovan kan man emellertid även ta hänsyn till ballast genom att förändra värdena på P och P_w i ekvationerna för krympning. Vid icke porös ballast minskas P och P_w i proportion till mängd ballast.

Vid icke porös ballast kan man även ta hänsyn till ballastens inverkan på krympning genom att först beräkna pastans krympning och därefter korrigera för ballastens uppstyvande funktion. Ekvationer och teorier för detta redovisas av Pickett /1956/.

Ur ekv (516) skulle man kunna härleda ett samband mellan total krympning i området 100 - 45% RH och vattenhalt i betongen,

Den vattenfyllda porositeten, P_w , blir enligt ekv (515) - (517)

$$P_w = C \cdot 0,102 \cdot \alpha \quad (520)$$

Därvid antas att porositeten i betongen följer följande uttryck:

$$P = C(w_0/c - 0,19 \cdot \alpha) \quad (521)$$

Detta är rimligt eftersom eventuella bearbetningsporer är så grova att vatten kan lämna dem utan att ge upphov till nämnvärd krympning.

Enligt ekv (506) kan nu totalkrympningen uttryckas:

$$\epsilon_{KR} = k_3 \cdot \frac{C \cdot 0,102 \cdot \alpha}{1 - C(w_0/c - 0,19 \cdot \alpha)} \quad (522)$$

där $k_3 = -\frac{1,67 \cdot 10^3}{E_0} \ln 0,45 \simeq -1,78 \cdot 10^{-3}$

Men ekv (522) kan nu uttryckas i vattenhalt, W_0 , och vattencementtal, W_0/C

$$\epsilon_{KR} = k_3 \cdot \frac{0,102 \cdot w_0 \cdot \frac{\alpha}{w_0/c}}{1 - w_0 \left(1 - \frac{0,19 \cdot \alpha}{w_0/c}\right)} \quad (523)$$

Ur ekv (523) kan nu totalkrympning beräknas som funktion av vattenhalt, vattencementtal och hydratationsgrad.

I fig 229 har ekv (523) inritats vid en och samma hydratationsgrad och vid 5 olika vattencementtal. Egentligen varierar hydratationsgraden under krympförloppet, varför kurvorna inte gör anspråk på att vara exakta. Krympningen tycks öka med minskande vattencementtal dvs ökande cementhalt vid en och samma vattenhalt. Detta är också väl dokumenterat i praktiken.

Vid alla vattencementtal ökas krympningen med ökande vattenhalt. Detta är också väldokumenterat med försök. I figuren har lagts in en kurva av Bjuggren /1941/ över krympning vid 50% RH som funktion av vattenhalt. Kurvan är baserad på 6 olika betongkvaliteter mellan 200 - 550 kp/cm² i tryckhållfasthet. Bjuggrens kurva är anpassad till punkten $W_0 = 250 \text{ l/m}^3$ och $W_0/C = 0,30$. Försökskurvan tvärrar över de teoretiska kurvorna. Detta bör emellertid åtminstone till en del kunna förklaras av att höga vattenhalter normalt innebär ett lägre vattencementtal än låga vattenhalter. Dessutom brister de teoretiska kurvorna i följande avseende.

- de är baserade på absorptionskurvan i st f desorptionskurvan

- de förutsätter konstant hydratationsgrad
- de bygger på Mackenzie's modell, vilken ger för höga E-moduler för ett material med öppen porositet.

Andra material:

Vissa data över samband mellan porositet resp specifik yta och krympning för keramik anges av Norris et al /1958/. Tyvärr ges inga sorptionsisotermer eller porfördelningskurvor så att teorien ovan kan bekräftas.

11 FROSTBESTÄNDIGHET

Frostbeständigheten är ingen renodlad mekanisk egenskap. Snarast utgör den ett komplex av materialets mekaniska egenskaper, av dess fysikaliska egenskaper och av egenskaper hos den yttre miljön i vilken materialet används.

De mekaniska egenskaperna är emellertid mycket betydelsefulla, varför egenskapen frostbeständighet kan motivera sin plats i denna rapport.

Det är emellertid inte tanken att offra stort utrymme åt frostbeständigheten. De väsentliga tankarna kommer att uttryckas i ett annat arbete, Fagerlund /1972 B/, vartill hänvisas för en fylligare redogörelse.

Frostbeständighet uttryckes på följande sätt

$$\text{Frostbeständigheten} = S_{KR} - S_{AKT} \quad (524)$$

$$\text{eller Frostbeständigheten} = u_{KR} - u_{AKT} \quad (525)$$

där S = vattenmättnadsgrad

u = fuktkvot

S och u definieras på följande sätt:

$$S = \frac{W_f}{W_f + l_0} \quad (526)$$

där $\begin{cases} W_f = \text{frysbart vatten (m}^3/\text{m}^3 \text{ material)} \\ l_0 = \text{lufthalt före frysning (m}^3/\text{m}^3 \text{ material)} \end{cases}$

$$u = \frac{Q_w}{Q_t} \cdot 100 \% \quad (527)$$

där $\begin{cases} Q_w = \text{vikt vatten} \\ Q_t = \text{provkroppens torra vikt} \end{cases}$

S_{KR} och u_{KR} är kritisk vattenmättnadsgrad resp kritisk fuktkvot. Dessa motsvarar den högsta vattenhalt som får finnas om materialet skall vara beständigt. S_{KR} och u_{KR} är materialkonstanter.

S_{AKT} och u_{AKT} är aktuell vattenmättnadsgrad resp fuktkvot. Dessa varierar med tiden och med miljön. De är variabler.

Såväl S_{KR} som S_{AKT} påverkas av strukturparametrar, Fagerlund /1972 B/. S_{KR} kan uttryckas på följande sätt om frostsador beror på s k hydrauliskt tryck när vatten pressas undan i materialet vid frysningen. Se även Warris/1964/.

$$S_{KR} = 1 - \frac{1}{\left\{ 1 + \alpha \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_{BR} \cdot B (1 - P(1 - S_e))'}{0,09 \cdot w_f \frac{d\beta}{dt}}} \right\} P(1 - K)} \quad (528)$$

där

- α = spec yta hos luftfyllda porer
- σ_{BR} = draghållf. hos det vattenfyllda materialet mellan luftfyllda porer
- B = permeabilitet för is-vattenblandning hos materialet enl ovan
- P = porositeten
- W_f = max frysbar vattenmängd vid lägsta temp
- β = andel bildad is av maximalt möjlig mängd
- $W \frac{d\beta}{dt}$ = isbildningshast
- $S_e = \frac{W_f + W_{if}}{P}$
där W_{if} = minimal icke frysbar vattenmängd
- $K = \frac{W_{if}}{P}$

Ekv (528) begränsas dock uppåt av följande uttryck:

$$S_{KR} \leq 0,917 + \frac{3 \cdot \epsilon_{BR} (1 - 2\nu)}{1,09 \cdot P (1 - K)} \quad (529)$$

där ϵ_{BR} = brottöjningen
 ν = Poisson's tal

Alla storheter i ekv (528) och (529) är nu beroende av porstrukturen.

Nedan behandlas varje parameter kortfattat.

α

$$\alpha = \frac{3}{\bar{R}} \quad (530)$$

där \bar{R} = medelporradien hos luftfyllda porer.

Små luftporer ger alltså höga S_{KR} .

σ_{BR}

Hållfastheten som funktion av porositeten diskuteras i hela kapitel 4.

S_{KR} ökar med ökande hållfasthet.

B

Följande samband kan härledas:

$$B = \frac{P^3}{T^2 \cdot Y^2 \cdot \mu} \quad (531)$$

där $\begin{cases} T = \text{Tortuosity factor, se fig 6.} \\ Y = \text{Spec yta hos vattenfyllda porer (m}^2/\text{m}^3 \text{ material)} \\ \mu = \text{Viskositeten hos vatten - isblandningen} \end{cases}$

När isbildningen fortskrider minskas B mycket kraftigt p gr av att porer successivt fylls med is. Detta diskuteras utförligt i Fagerlund /1972 B/.

I princip minskar permeabiliteten med porradien i fjärde potens, dvs den är starkt beroende av porstrukturen.

K

Vatten har en fryspunkt som är beroende av radien på den por i vilken vattnet befinner sig.

$$r = \frac{1}{80610\Delta T - 612(\Delta T)^2 + 2(\Delta T)^3} + 28,5 \cdot 10^{-10} \sqrt[3]{\frac{1}{\Delta T}} \quad (532)$$

där $\begin{cases} r = \text{porradie, } \text{\AA} \\ \Delta T = \text{frys punktnedsättning i poren, } ^\circ\text{C} \end{cases}$

$w_f \frac{dB}{dt}$ Isbildningshastigheten kan indelas i två skeden.

Skede 1: Upphävning av den underkylning som ofta uppstår i provkroppen.

Härvid bildas en viss ismängd mycket snabbt.

$$\frac{dB}{dt} \cdot w_f = \frac{\Delta T_o}{\rho_w \cdot \Delta h \Delta t} (\gamma_p \cdot C_p + S_e \cdot P \cdot \rho_w \cdot C_w) \quad (533)$$

där $\begin{cases} \frac{dB}{dt} \cdot w_f = \text{isbildningshastighet i medeltal när} \\ \text{underkylningen upphävs} \\ \Delta T_o = \text{underkylningen, } ^\circ\text{C} \\ \rho_w = \text{vattens densitet} \\ \Delta h = \text{smältvärme hos is} \\ \Delta t = \text{den tid under vilken isen bildas} \\ \gamma_p = \text{provkroppens torra densitet} \\ C_p = \text{provkroppens spec värme} \\ C_w = \text{vattens spec värme} \end{cases}$

Man kan approximativt beräkna tiden Δt

$$\Delta t \approx 300 \frac{V}{Y} \quad (534)$$

där $\frac{V}{Y}$ = volym - ytförhållandet hos provkroppen

Skede 2: Normal isbildning.

Isbildningshastigheten blir:

$$\frac{dB}{dt} \cdot w_f = \frac{1}{\Delta h \cdot \rho_w} \{ \gamma_p \cdot C_p + \rho_w \cdot K \cdot P \cdot C_w + \rho_w \cdot P (S_e - K) \cdot C_i \} \frac{d\theta}{dt} \quad (535)$$

där $\begin{cases} C_i & = \text{isens spec värme} \\ \frac{d\theta}{dt} & = \text{temp sänkningshastigheten hos provkroppen} \end{cases}$

Isbildningshastigheten i skede 2 är den som normalt leder till skador trots att den är avsevärt lägre än under skede 1. Detta beror på att permeabiliteten gradvis minskas allteftersom mera is bildas.

Isbildningshastigheten under skede 2 är emellertid framförallt beroende av temp sänkningshastigheten vilken i sin tur är avhängig av materialets värmekapacitet, dvs porositet och vattenhalt, vid ett visst konstant yttre klimat.

ϵ_{BR} Töjbarheten har behandlats i kapitel 6. ϵ_{BR} utgör den linjära brottöjningen vid hydrostatisk dragning i materialet.

ν Poisson's tal har behandlats i kapitel 5. Det är i huvudsak oberoende av porositeten. Se fig 174.

Storleken av den aktuella vattenmättnadsgraden blir framförallt beroende av porstrukturen.

Ett material som avger vatten snabbt löper normalt större risk att skadas av en frysning än ett material som suger långsamt.

Man kan visa att följande samband råder mellan vattenmättnadsgrad, porradie och tid vid ett farligt fukttillstånd.

$$\boxed{Se_{D_{KR}} = \frac{13,0}{D_{KR}} \sqrt{t \cdot \bar{r}}} \quad (536)$$

där $\begin{cases} t & = \text{tiden, s} \\ \bar{r} & = \text{porradie i medeltal, m} \\ D_{KR} & = \text{en kritisk tjocklek för materialet. (den tjockaste vattenmättade skiva som inte fryser sönder), m} \\ Se_{D_{KR}} & = \text{vattenmättnadsgrad på djupet } D_{KR}/2 \text{ från fasadytan} \\ & = \text{farliga djupet för frostsador.} \end{cases}$

Vid konstant D_{KR} ökar alltså risken för skada vid frysning omedel-

bart efter en vattenabsorption med ökande porradie.

Ekv (536) förutsätter att alla porer är parallella cylindriska och isolerade. I verkligheten består materialet av ett komplicerat nätverk av porer.

Man kan visa teoretiskt att i ett sådant porsystem fylls vid en kapillärsugning först de grövre kapillärerna som har den största sughastigheten. De lämnar emellertid mycket snabbt i från sig sitt vatten till finare kapillärer, som de står i förbindelse med. En grov por som sålunda avlevererat sitt vatten kan inte fyllas med vatten igen förrän följande villkor uppfylls.

$$\Delta p = \frac{2 \cdot \sigma_{wl}}{r} \cos \theta \quad (537)$$

där $\left\{ \begin{array}{ll} \Delta p & = \text{överttryck i luften i den grova poren} \\ \sigma_{wl} & = \text{ytspänning vatten - luft} \\ \theta & = \text{randvinkel vatten - porvägg} \\ r & = \text{radien hos den grövsta vattenfyllda por, som leder} \\ & \text{ut från den luftfyllda poren} \end{array} \right.$

Ekv (537) ger nämligen villkoret för att luften i den luftfyllda poren skall kunna ersättas med vatten. Man kan lätt visa att grova porer som ligger som öar inne i en finporös massa knappast kan fyllas med kapillärsugning bara de omkringliggande porerna är mindre än $\simeq 50 \mu$ i diameter.

Därför torde den absolut säkraste metoden att åstadkomma ett frostsäkert material vara, att dels se till att en avsevärd andel av porerna är relativt grova och isolerade av fina porer enligt ovan, dels se till att dessa luftfyllda porers specifika yta är tillräckligt stor för att enligt ekv (528) ge en hög kritisk vattenmättnadsgrad. Därvid får nämligen materialet mellan de isolerade luftporerna vara vattenfyllda utan att frostsador uppstår. Se vidare i Warris /1964/, Fagerlund /1972 B/.

12 SAMMANFATTNING

Rapporten är ett försök att sammanfatta vad som är känt om samband mellan porositetsförhållanden och materials mekaniska egenskaper.

Samtidigt har utvecklats egna tankegångar och teorier om egenskaps - porositetssamband.

Följande egenskaper har berörts:

- Densitet
- Hållfasthet
- Elasticitetsegenskaper
- Töjbarhet
- Beständighet mot termochock
- Utmattnings
- Krypning och relaxation
- Krympning och svällning
- Frostbeständighet

Genomgående har materialen betong, cementbruk och cementpasta använts som exempel vid vidareutveckling av egna teorier. Detta beror på att dessa materials egenskaper har varit mer välkända för författaren än andra porösa materials och att de genom sin komplexitet är stimulerande att arbeta med.

Huvudpunkter i rapporten förutom beskrivningar och diskussioner av kända teorier och formler är:

Kap 4 Hållfasthet

- Med största säkerhet torde det vara omöjligt att uttrycka hållfasthets - porositetssamband över hela porositetsområdet med en enda ekvation ens för material av samma typ. Principen för detta visas i ekv (20), fig 30 och fig 99.
- Hållfasthets- porositetssamband under tillverkningskedet (t ex under en betongs härdning) är i det generella fallet olika hållfasthets- porositetssamband för material i samma tillverkningskedet (t ex vid samma härdningsgrad för en betong). Principen för detta visas i fig 48. Exem-

pel visas i fig 44, 99, 143.

- Hållfasthets- porositetssamband blir beroende av porstrukturen. Detta visas t ex av ekv (267), (300) och fig 100.
- I vissa fall tycks hållfastheten öka med minskande porstorlek vid konstant porositet.
- Formler för beräkning av betongs kritiska porositet anges. Ekv (80), (83). Överensstämmelse med verkliga förhållanden är god, tabell 10.
- En modell för en betongs hållfasthet vid icke porös ballast utvecklas. Ekv (94), (114), (157), (158), (160), (161).
- En modell för betongs hållfasthet vid porös ballast utvecklas. Ekv (163), (167), (170), (171).
- Samband mellan porositet och hållfasthet vid ett heterogent poröst material, t ex ballastpartiklar i cementpasta, utvecklas. Ekv (94), (158), (160), (161), (201) - (203).
- En metodik för beräkning av betongs hållfasthet baserad på kännedom om dess porositet, hydratationsgrad, mängd ballast, ballaststorlek, ballastens affinitet till pastan utvecklas. Kap 4.1.136.

Kap 5 Elasticitetsegenskaper

I rapporten utvecklas teorier för en fullständig beskrivning av elasticitetsmodulens förändring under härdningsskedet för en betong. Ekv (315) och (319) eller ekvationssystemet (379) - (382). Det senare ger utomordentligt god anpassning till försöksresultat. Tabell 17.

Kap 6 Töjbarhet

En teoretisk härledning visar att töjbarheten normalt minskar

med ökande porositet. Ekv (410), (422) - (424), (428). Detta bekräftas beträffande betong av försöksresultat.

Kap 7 Beständighet mot termochock

I rapporten visas teoretiskt hur beständigheten mot termochock kan uttryckas som funktion av porositeten. Teorien styrks av försöksresultat. Ekv (451), (452), fig 213 och 214.

Kap 10 Krympning och svällning

I rapporten utvecklas en teori för krympning och svällning hos ett poröst material i området 45% - 100% rel fuktighet. Se ekv (490), (506) och (509).

Tillämpade på cementpasta ger teorierna en viss överensstämmelse med kända data. Fig 222 - 224 och 227 - 228.

Ett uttryck baserat på ekv (506) tillämpas för betongs krympning, ekv (523) och fig 229.

Kap 11 Frostbeständighet

Här behandlas mycket summariskt samband mellan porstruktur och frostbeständighet. Resonemanget har hämtats ur ett betydligt mera omfångsrikt arbete, Fagerlund /1972 B/.

13 SUMMARY

The report is an attempt to summarize what is known about connections between pore - structure and mechanical properties of materials.

At the same time the author's own ideas and theories on connections porosity - properties have been developed.

Treated properties are:

- Density
- Strength
- Elasticity
- Ductility
- Thermal Stress Resistance
- Fatigue
- Creep and Relaxation
- Shrinkage and Swelling
- Frost Resistance

The materials concrete, cement mortar and cement paste have been used throughout the study as examples at the development of the author's own theories. This because the properties of these materials have been more well - known to the author than properties of other porous materials.

Main points of the report are:

Chapt. 4 Strength

- It is probably impossible to express the connection strength - porosity throughout the whole porosity range by one single equation. This is true even for materials of the same type, c.f. eq (20), fig 30 and fig 99.
- The connection strength - porosity during the process of production (e.g. during the curing process of a concrete) is in general different from connections strength - porosity of materials in the same stage of production (e.g. at the same degree of hydration of concretes). This is

shown in principle in fig 48. Examples are shown in figures 44, 99 and 143.

- Connections strength - porosity are dependent on pore structure. This is shown in many equations and figures, for instance eqs (267) and (300) and fig 100.
- Formulas for calculation of the critical porosity of concretes and cement pastes are stated. Eq (80) and (83). The agreement with experimental data is satisfactory. Table 10.
- A model of the strength of a concrete with non - porous aggregate is developed. Equations (94), (114), (157), (158), (160), (161).
- A similar model of the strength of a concrete with porous aggregate is developed. Equations (163), (167), (170), (171).
- Connection porosity - strength of a heterogeneous porous material, for instance particles of aggregate in a porous cement paste matrix, is developed. Equations (94), (158), (160), (161), (201) - (203).
- A procedure is developed of calculation of the strength of concrete by knowledge of its porosity, degree of hydration, amount of aggregate, size of aggregate, specific surface of aggregate and affinity aggregate - paste, see part 4.1.136.

Chapt. 5 Elasticity

Theories are developed of a complete description of the change of modulus of elasticity during the process of curing of a concrete, equations (315) and (319) or the system (379) - (382). The latter equations agree with experimental data. Table 17.

Chapt. 6 Ductility

A theoretical deduction shows that ductility normally decrease with increasing porosity. Equations (410), (422) - (424), (428).

At least for concrete this is confirmed by experiments.

Chapt. 7 Thermal Stress Resistance

A theoretical connection between thermal stress resistance and porosity is deduced. The theory is confirmed by experiments. Equations (451), (452), figures 213, 214.

Chapt. 10 Shrinkage and swelling

A theory is developed of shrinkage and swelling of a porous material in the range 45% - 100% relative humidity. See equations (490), (506) and (509).

When adopted to cement paste the theory is in a certain agreement with well - known data. Figures 222 - 234 and 227 - 228.

An expression based upon eq (506) is adapted to shrinkage of concrete. Eq (523) and fig 229.

Chapt. 11 Frost Resistance

In the report connections between pore structure and frost resistance are treated. The ideas and the theoretical background is taken from a considerably more comprehensive work. Fagerlund /1972 B/: "Connections between structure and frost resistance of porous and brittle materials - theory and experiments".

14 LITTERATUR

- Abrams /1925/ Design of Concrete Mixtures Bull 1. Struct Materials Res Lab. Chicago 1925.
- Alexander /1971/ The mechanism of shear failure at the steel - cement and aggregate - cement interphase. Proc of the Southampton 1969 Civil Engineering Materials Conference. Wiley 1971.
- Alexander, Wardlaw & Gilbert /1965/ Aggregate - Cement bond Cement Paste Strength and the Strength of Concrete. Proc Int Conf. London 1965. The Structure of Concrete. Cem & Concr Ass. London 1968.
- Anonym /1969 A/ Proportionering av betong. Kurs i betongteknik. Föredrag Nr 1. Cem & Betonginst. Sthlm 1969.
- Anonym /1969 B/ Betongforskningslaboratoriet, Karlstrup. Årsberetning 1969.
- Anson /1969/ Mag of Concr. Res vol 16, 1964.
- Antrim /1964/ Study of the Mechanism of Fatigue in Cement Paste and plain Concrete. Ph D Thesis Purdue Univ 1964.
- Astbury /1966/ Introduction to Pores and Properties. Institute of Ceramics Conf 1965. Journal of British Ceramic Society, Vol 3, No 1, 1966.
- Astbury /1967/ Deformation and Fracture. Källa obekant.
- Auskern & Horn /1971/ Some Properties of Polymer - Impregnated Cements and Concretes. J Am Ceram Soc. June 1971.

- Bache & Nepper-
-Christensen /1968/ Observations on Strength and Fracture in Light-weight and ordinary Concrete. Proc Int Conf. London 1965. Structure of Concrete. Cem & Concr Ass. London 1968.
- Bache /1970/ Model for Strength of Brittle Materials Built up of Particles joined at Points of Contact. J Am Ceram Soc Vol 53 No 12 1970.
- Bailey & Hill /1970/ The effect of Porosity and Microstructure on the Mechanical Properties of Ceramics. Proc Brit Ceram Soc, 15, 1970.
- Bajza /1970/ Physical Properties of Cement, Cement Paste and Mortar Compacted by high Pressure, Techn Report Cem & Concr Ass London, Oct 1970.
- Bal'shin /1949/ "Relation of Mechanical Properties of Powder Metals and their Porosity and the Ultimate Properties of Porous Metal-Ceramic Materials. Dokl Akad Nauk SSSR 67 /5/ 1949.
- Bankvall /1969/ Porositet och porstorleksfördelning. Inst för Byggn teknik, LTH. Rapport 13, 1969.
- Bankvall /1970/ Värmetransport i porösa material. Inst f Byggn teknik LTH. Rapport 15, Lund 1970.
- Bazant /1970/ Constitutive equation for Concrete Creep and Shinkage based on thermodynamics of multiphase Systems. Matériaux & Constructions N°13 1970.
- Beadoin & Mac Innis
/1971/ The Effect of Admixtures on the Strength-Porosity Relationship of Portland Cement Paste. Cement and Concr Res, Vol 1 No 1 1971.
- Bennet & Raju /1971/ Cumulative fatigue damage of plain concrete in Compression. Proc Southampton 1969 Civil Eng Materials Conf. Wiley Intersci 1971.

- Bergström /1953/ Lagringstemperatur, lagringstid och betonghållfasthet. Cem & Betonginstitutets Medd No 27 1953
- Bergström /1967/ Kompendium i Byggnadsmateriallära FK I. TLTH/VBV Lund 1967.
- Bergström, Nielsen, Ahlgren, Fagerlund /1970/ Allmän kurs i Byggnadsmateriallära Del II Lund 1970.
- Bergström & Ahlgren /1970/ Beräkning av absorptionsisotermer för betong. Nord Betong nr 2 1969.
- Bergström, Ahlgren, Nielsen /1971/ Comments on the CEB/FIP recommendations of June 1970 on Determination of shrinkage of concrete. Manuskript. Byggnadsmateriallära LTH 1971.
- Bergström /1971/ "Private Communication"
- Bertolotti & Fulrath /1967/ Effect of Micromechanical Stress Concentrations on Strength of Porous Glass. J Am Ceram Soc Vol 50 No 11 1967.
- Bhargava /1971/ Application of Some Nuclear and Radiographic Methods on Concrete. Matériaux et Constructions. Vol 4 No 22 1971.
- Bhargava & al /1971/ Discussion to a Paper. "Comments on the long-term strength of plain concrete" by Komloš. 1970. Mag of concrete Res. Vol 23 No 77. Dec 1971.
- Bhargava /1972/ Color Radiography of Lightweight Concrete. ur: Samband mellan struktur och egenskaper hos byggnadsmaterial. Rapport 29, Inst för Byggnadsteknik LTH, Lund 1972.

- Biggs /1960/ The Brittle Fracture of Steel. Mc Donald & Evans Ltd. London 1960.
- Biggs /1966/ Theoretical Background. Ed L Holliday. Composite Materials. Elsevier. Publ 1966.
- Bjuggren /1941/ Krympning hos betong. Betong H4 1941.
- Bonzel /1964/ Über die Spaltzugfestigkeit des Betons. Beton-techn Berichte 1964.
- Books et al /1970/ Pore-Size Distribution in BOF-Refractories. Ceram Bull. Vol 49 No 7 1970.
- Brown et al /1964/ Strength-Porosity Relation Involving. Different Pore Geometry and Orientation. J Am Ceram Soc Vol 47 No 7 1964.
- Brunauer, Odler & Yudenfreund /1970/ The new model of hardened Portland Cement Paste. Higw Res Record No 328 1970.
- Burdick & Parker /1956/ Effect of particle size on Bulk Density and Strength Properties of Uranium Dioxide Specimens. Journal of the American Ceramic Soc. Vol 39 No 5 1956.
- Cahn /1966/ Metal Systems. Composite Materials Ed Holliday. Elsevier Publ Comp 1966.
- Canon & al /1971/ Deformation of UO_2 at High Temperatures. J Am Ceram Soc, Vol 54 No 2 1971.
- Carman /1956/ Flow of Gases through porous Media. Butterworths sci Publ, London 1956.
- CEB/FIP /1970/ International recommendations for the design and construction of concrete structures. Principles and recommendation, June 1970, London and Bradford 1970.

- Chen & Lavengood /1971/ Stress Fields around Multiple Inclusions. Proc 1969. Civil Engineering Materials Conference, Southampton. Wiley 1971.
- Chujo & Kondo /1969/ A study on the causes of volume change of cement paste. RILEM Symp Physical and Chemical Causes of Creep and Shrinkage of Concrete. München 1968. Äv Matériaux & Constructions. Vol 2 Nr7 1969.
- Coble & Kingery /1955/ Effect of Porosity on Thermal Stress Fracture. J Am Ceram Soc 38 (1) 1955.
- Coble & Kingery /1956/ Effect of Porosity on Physical Properties of Sintered Alumina. Journal of American Ceramic Society, Vol 39 No 11 1956.
- Cooper /1965/ Pores and Thermal Conductivity. Inst of Ceramics Conf 1965. J Brit Ceram Soc, Vol 3 No 1, 1966.
- Copeland /1956/ Specific volume of evaporable water in hardened Portland Cement Pastes. Proc Am Concr Inst 52 1956.
- Copeland & Hayes /1956/ Porosity of Hardened Portland Cement Pastes. J Am Concr Inst No 6, 1956.
- Counto /1964/ Mag of Concrete Research 16, 1964.
- Czernin /1964/ Zementchemie für Bauingenieure. 2 Uppl. Gmbh Wiesbaden-Berlin 1964.
- Danielsson /1966/ Conduction Calorimeter Studies of the heat of hydration of Portland Cement. CBI Handl nr 38 Stockholm 1966.
- Dantu /1958/ Étude des contraintes dans les Milieux Hétérogènes. Application au Béton. Annales Inst Techn Bat Trav Publ 1958.

- Darwin & Slate /1970/ Effect of Paste-Aggregate Bond Strength on Behavior of Concrete. J of Materials vol 5 No 1 March 1970.
- Davis & Troxell /1929/ Modulus of Elasticity and Poisson's Ratio for Concrete and the Influence of age and other factors upon these values. Proc ASTM Vol 29 1929. Part II.
- Duke & Davis /1944/ Some Properties of Concrete under Sustained Combined Stresses. Proc Am Soc Test Materials 44 1944.
- Edwards /1951/ Stress Concentrations around spherical Inclusions and Cavities. Trans ACME 73(1) 1951.
- Einstein /1906/11/ Ann Phys 19, 1906
Ann Phys 34, 1911.
- Eudier /1962/ Powder Metallurgy 9, 1962.
- Evans /1958/ Diskussion till Schiller /1958/.
- Evans & Marathe /1968/ Microcracking and Stress-Strain Curves for Concrete in Tension. Matériaux & Constructions N°1, Jan-Fevr 1968.
- Everett & Haynes /1965/ Capillary Properties of some Model pore systems with special reference to frost damage. RILEM. Bull, No 27 1965.
- Fagerlund /1972 A/ Studier av fasgränser ballastkorn - cementpasta i cementbruk och betong. Ur: Samband mellan struktur och egenskaper hos byggnadsmaterial. Rapport 29. Inst för Byggnadsteknik. LTH, Lund 1972.

- Fagerlund /1972 B/ Spröda porösa byggnadsmaterials struktur i relation till deras frostbeständighet.
- Teori och experiment. Rapport No 30
Inst f Byggnadsteknik, LTH, Lund 1972.
- Feldman & Sereda /1968/ Written disc to a contribution by Verbeck & Helmuth, Proc Vol III Vth Int Symp chem of Cement, Tokyo 1968.
- Feldman & Sereda /1970/ A New Model for Hydrated Portland Cement and its practical Implications. Engineering Journal Aug/Sept 1970.
- Forrester /1968/ Propagation of Cracks and their detection under short- and long-term loading. Discussion, Proc Int Conf, London 1965, The Structure of Concrete, Cem & Concr Ass, London 1968.
- Flynn /1954/ Thermal Conductivity of Ceramics. Mechanical and Thermal Properties of Ceramics. Proc of a Symposium, April 1-2/1968. Nat Bur of Stand Spec Publ 303.
- Franci & Kingery /1954/ Thermal Conductivity: IX, Experimental Investigation of Effect of Porosity on Thermal Conductivity. J am Ceram Soc, Vol 37 No 2 1954.
- Gerberick /1970/ On Continuum Models of Ductile Fracture. J of Materials Science Vol 5 No 4 1970.
- Goodier /1933/ Concentrations of stress around spherical and cylindrical inclusions and flaws. J Appl Mech 1 (1) 1933.
- Gregg & Sing /1967/ Adsorption, Surface Area and Porosity. Academic Press, London 1967.

- Griffith /1921/ Phil Trans Roy Soc London 221A 1921.
- Grootenhuis, Powell Thermal and Electrical conductivity of Porous
and Tye /1952/ Metals made by Powder Metallurgy Methods. Proc
Phys Soc, London 65 B(7) 1952.
- Halvorsen & Samuelsson Engelsk betongteknik av idag. Cem & Betong
/1971/ 1971:4.
- Hannant /1968/ The mechanism of creep in concrete. Matériaux
& Constructions, Vol 1 No 5 1968.
- Hansen /1960/ Creep and stress relaxation of concrete. Cem
och Betonginstitutet - Handl nr 31, Sthlm 1960.
- Hansen /1964/ Estimating stress relaxation from creep data.
Mat Res & Standards, Vol 4 No 1 jan 1964.
- Hansen /1965/ Influence of Aggregate and Voids on Modulus
of Elasticity of Concrete, Cement Mortar and
Cement Paste. J Am Concr Inst, Febr 1965.
- Hansen /1967/ Drying shrinkage of concrete due to capillary
action, Techn Rep No 1, Techn Univ of Denmark
Dept Civil Eng, 1967.
- Hashin /1962/ The Elastic Moduli of Heterogeneous Materials,
Journal of the Appl Mechanics 29 1962.
- Hashin & Strickman J Mech Phys Solids 11(2) 1963.
/1963/
- Hashin & Rosen Elastic moduli of fiber-reinforced materials,
/1964/ J Appl Mech 31(2) 1964.
- Hasselman /1962/ On the Porosity Dependence of the Elastic Moduli
of Polycrystalline Refractory Materials. Journal
of the American Ceramic Society, Vol 45 No 9
1962.

- Hasselman & Fulrath /1964/ J Am Ceram Soc, 47 (1) 1964.
- Hasselman & Fulrath /1965/ Effect of Cylindrical Porosity on Young's, Modulus of Polycrystalline Brittle Materials, J Am Ceram Soc, Oct 1965.
- Hasselman & Fulrath /1966/ Proposed Fracture Theory of a Dispersion - Strengthened Glass Matrix, J Am Ceram Soc, Febr 1966.
- Hasselman & Fulrath /1967/ Micromechanical Stress Concentrations in Two-Phase Brittle Matrix Ceramic Composites, J Am Ceram Soc, Vol 50 No 8 1967.
- Hasselman /1969/ Crack Growth and Creep in Brittle Ceramics, J Am Ceram Soc, Vol 52 No 9 1969.
- Hasselman /1970/ Thermal Stress Resistance Parameters For Brittle Ceramics: A Compendium, Ceramic Bulletin, Vol 49 No 12 1970.
- Helmuth & Turk /1966/ Elastic moduli of hardened portland cement and tricalcium silicate pastes, effect of porosity, Symp on structure of portland cement paste and concrete, HRB Spec Rep 90 1966.
- Helmuth & Turk /1967/ The deversible and irreversible drying shrinkage of hardened portland cement and tricalcium silicate pastes, J PCA Res & Devel Labs, May 1967.
- Helmuth & Verbeck /1968/ Principal paper. structures and physical properties of cement paste, Proc part III 5th Int Symp Chem of Cem, Tokyo 1968.
- Hirsch /1962/ Modulus of elasticity of concrete affected by elastic moduli of cement paste matrix and aggregate, J Am Concr Inst, march 1962.

- Hsu /1963/ Mathematical analysis of shrinkage stresses in a model of hardened concrete. J Am Concr Inst, Vol 60, March 1963.
- Hulinsky & Satava /1970/ Studium der Festigkeit Erhärteter Gips suspensionen. Zement-Kalk-Gips Nr 4 1970.
- Hult /1967/ Formelsamling i Hållfasthetlära, Almqvist & Wiksel Sthlm 1967.
- Imbert /1970/ The effects of holes on tensile deformations in plain concrete, Higw, Res Record No 324, 1970.
- Ishai /1962/ Proc Amer Concr Inst 59 1962.
- Janowski & Rossi /1967/ Elastic behaviour of MgO matrix composites, J Am Ceram Soc 50 (1) 1967.
- Johnston /1970/ Strength and deformation of concrete in uniaxial tension and compression, Mag of Concr Res, Vol 22 No 70, March 1970.
- de Jong /1962/ On the mechanical strength of ceramic products, Proc VIIIth Int Ceramic Congr, Copenhagen 1962.
- Karlsson & Spring /1970/ Packing of Irregular Particles, Journal of Materials Science, Vol 5 No 4 1970.
- King /1970/ Interaction between stress and porosity in zirconia ceramics, Journal of the American Ceramic Society, Vol 53 No 7 1970.
- Kirby /1968/ Thermal expansion of ceramics, Mechanical and thermal properties of ceramics, Proc of a symposium, April 1-2 1968, Nat Bureau of Stand, Spec Publ 303.
- Knudsen /1959/ Dependence of mechanical strength of brittle polycrystalline specimens on porosity and grain size, J Am Ceram Soc Vol 42 No 8 1959.

- Komlos[✓] /1970/ Comments on the long-term tensile strength of plain concrete, Mag of Concr Res, Vol 22 No 73, Dec 1970.
- Krishnaswamy /1971/ A model to simulate the response of concrete to tensile loading, Proc of the 1969 Southampton Civil Engineering Materials Conference, Wiley 1971.
- Krokosky /1970/ Strength vs structure, A study for hydraulic cements, Matériaux & Constructions, Vol 3 No 17 1970.
- Lanceley et al /1966/ Thermoplastic systems, Composite Materials, Ed Holliday, Elsevier Publ Comp 1966.
- Langdon & Pask Effect of microstructure on deformation of polycrystalline Mg O, J Am Ceram Soc, Vol 54 No 5 1971.
- Lawrence /1971/ Bidrag vid symposium, Advances in concrete, West Midland Region of the Concr Soc 1971.
- Lawrence et al /1971/ The application of the mackenzie model to the mechanical properties of cements, Cem & Concr Res, Vol 1 1971.
- Lott & Kesler /1966/ Crack propagation in plain concrete, Symp on structure of portland cement paste and concrete, HRB Special Report 90 1966.
- Lyubimova & Pinus /1962/ Crystallization structure in the contact zone between aggregate and cement in concrete, Kollyidnyi Zhurnal, Vol 24 No 5 1962 (på ryska).
- Löfquist /1946/ Temperatureffekter i hårdnande betong, Doktorsavhandlingar vid Chalmers Tekn Högskola, Nr 3 1946.
- Mac Clintock /1968/ J Applied Mechanics ASME Trans Series E, Amer Soc of Mech Eng J AMCA, Vol 35, 1968.

- Mackenzie /1950/ The elastic constants of a solid containing spherical holes, Proc Phys Soc 683 1950.
- Malhotra & Zoldners /1967/ Compression of ring-tensile strength of concrete with compressive, flexural and splitting tensile strengths, J of Materials, Vol 2 No 1 March 1967.
- Manning & Hope /1971/ The effect of porosity on the compressive strength and elastic modulus of polymer impregnated concrete Cem & Concr Res, Vol 1 1971.
- Manns /1970/ Elastizitätsmodul von Zementsteinstein und Beton, Betontechn Ber 1970.
- Martin & Haynes /1971/ Theoretical analysis of the effect of air voids in concrete, J Am Concr Inst, Jan 1971.
- Mayer /1970/ Beziehung Zwischen Wasser-Zement wert, Zementgehalt und Druckfestigkeit bei Leichtbeton mit Geschlossenem Gefüge, Betonstein Ztg Heft 10 1970.
- Meyer /1971/ On creep of concrete under two-dimensional loading and on Poisson's ratio of creep, Proc Southampton 1969 Civil Engineering Materials Conf, Wiley Intersci 1971.
- Mills /1966/ Effect of sorbed water on dimensions, compressive strength and swelling pressure of hardened cement paste, Symp on structure of portland cement paste and concrete, HRB Spec Report 90 1966.
- Mindess /1970/ Relation between the compressive strength and porosity of autoclaved calcium silicate hydrates, Journal of the American Ceramic Society, Vol 53 No 11 nov 1970.
- Missenard /1965/ Conductivité thermique des solides, liquides, gaz et de leurs Mélanges Eyrolles, Paris 1965.

- Murray et al /1958/ The hot pressing of ceramics, Ceramic Fabrication Processes, J Wiley & Sons, NY: 1958.
- Nepper-Christensen & Nielsen /1969/ Modal determination of the effect of bond between coarse aggregate and mortar on the compressive strength of concrete, J ACJ jan 1969.
- Nepper-Christensen /1971/ Betons elasticitetsmodul, Betonteknik 3/01/1971.
- Newman /1966/ Concrete systems, Composite Materials, Ed Holliday, Elsevier Publ Comp 1966.
- Newman /1968/ The structure and properties of concrete - an introductory review, Proc Int Conf, The Structure of Concrete, London 1965, Cem & Concr Ass, London 1968.
- Nichols & Ledbetter /1970/ Bond and tensile capacity of lightweight aggregate, J ACI, dec 1970.
- Nielsen /1971/ Aggregate stresses in concrete, Sv Forskn Inst f Cem & Betong, CBI Handlingar Nr 41 Sthlm 1971.
- Norris, Harrisson & Seabridge /1958/ Size changes of porous ceramics caused by water and soluble salts, Proc VIth Int Ceram Congr, Wiesbaden, 1958.
- Orowan /1948/49/ Fracture and strength of solids, Rep Progr Phys 12 1948-49.
- Parrott /1969/ The properties of high-strength concrete, Techn Report, Cem & Concr Ass, London May 1969.
- Passmore et al /1965/ Strength-grainsize-porosity relations in alumina, J Am Ceram Soc 48 1965.
- Patel & Finnie Structural features and mechanical properties of rigid cellular plastics, J of Materials, Vol 5 No 4 Dec 1970.

- Paul /1960/ Prediction of elastic constants of multiphase materials, TRANS AIME 218 1960.
- Pauw /1960/ Static modulus of elasticity of concrete as affected by density, J Am Concr Inst Proc V 57, Dec 1960.
- Philleo /1966/ The origin of strength of concrete, Symp on structure of portland cement paste and concrete, HRB Spec Rep 90 1966.
- Pickett /1956/ Effect of aggregate on shrinkage of concrete and a hypothesis concerning shrinkage, J Am Concr Inst Jan 1956.
- Plum /1950/ The predetermination of water requirement and optimum grading of concrete, Stat Byggeforskn Inst, Studie Nr 3, Köpenhamn 1950.
- Polakowski & Ripling /1966/ Strength and structure of engineering materials, Prentice - Hall Inc 1966.
- Popovics /1969/ Effect of porosity on the strength of concrete, Journal of Materials, Vol 4 No 2 June 1969.
- Popovics /1970/ Characteristics of the elastic deformations of concrete, Higway Res Record No 324 1970.
- Powers & Brownyard /1948/ Studies of the physical properties of hardened portland cement paste, Res Labs PCA Bulletin 22 1948.
- Powers /1949 A/ The non-evaporable water content of hardened portland cement paste - its significance for concrete research and its methos of determination, ASTM Bull No 158 May 1949.
- Powers /1949 B/ The air requirement of frost-resistant concrete, HRB, Proc 29 1949.

- Powers /1959/ The physical structure and engineering properties of concrete, Res & Devel Labs Portland Cem Ass Bull 90 1959.
- Powers /1960/ Physical properties of cement paste, Proc IVth Int Symp on the Chem of Cement, Wash DC 1960.
- Powers /1961/ Fundamental aspects of shrinkage of concrete, Révue des Matériaux No 544 1961.
- Powers /1966/ Some observations on the interpretation of creep data, Bull Rilem N°33 Dec 1966.
- Powers /1968/ Mechanism of shrinkage and reversible creep of hardened cement paste, Proc Int Conf, London 1965, Structure of Concrete, Cem & Concr Ass London 1968.
- Raju /1970/ Strain distribution and microcracking in concrete prisms with a circular hole under uniaxial compression, J of Materials Vol 5 No 4 Dec 1970.
- Rao & Hofer /1971/ The mechanical behaviour of flexible polyurethane foams under high rate loading, J of Materials Vol 6 No 3 Sept 1971.
- Roberts & Ueda /1972/ Influence of porosity on deformation and fracture of UO_2 , J Am Ceram Soc, Vol 55 No 3 1972.
- Roper /1966/ Dimensional change and water sorption studies of cement paste. Symp on structure of Portland Cement Paste and Concrete. HRB Spec Rep 90 1966.
- Ross /1954/ Experiments on the creep of concrete under two-dimensional stressing, Mag of Concr Res June 1954.
- Rossi /1968/ Prediction of the elastic moduli of composites, J Am Ceram Soc Vol 51 No 8 1968.

- Rostoker & Liu /1970/ The influence of porosity on the ductility of sintered brass, J of Materials Vol 5 No 3 Sept 1970.
- Roumaldi /1968/ The static cracking stress and fatigue strength of concrete reinforced with short pieces of thin steel wire, Proc Int Conf London 1965, The Structure of Concrete, Cem & Concr Ass London 1968.
- Ryshkewitch /1953/ Compression strength of porous sintered alumina and zirconia with disc by Duckworth, J Am Ceram Soc, Vol 36 No 1953.
- Sadowsky & Sternberg /1949/ Stress concentrations around triaxial ellipsoid cavity, J Appl Mech 16 1949.
- Šatava /1965/ The hardening of lime and silica at 175^o, The relation between the structure and strength of hardened materials, Autoclaved calc silic build prod symp May 1965.
- Scheidegger /1957/ The physics of flow through porous media, Univ of Toronto Press 1957.
- Schiller /1958/ Porosity and strength of brittle solids, Ur: "Mechanical properties of non-metallic brittle materials", Butterworths, London 1958.
- Schiller /1960/ Skeleton strength and critical porosity in set sulphate plasters, Brit Journal of Appl Phys, Vol 11 Aug 1960.
- Schiller /1971/ Strength of porous materials, Cem & Concr Res Vol 1 No 4 1971.
- Schreiber /1968/ Comment on the elastic modulus-porosity relation, J Am Ceram Soc, Sept 1968.

- Sereda et al /1966/ Effect of sorbed water on some mechanical properties of hydrated portland cement pastes and compacts, Symp on structure of portland cement paste and concrete, HRB Special Report 90 1966.
- Shah & Slate /1968/ Internal microcracking mortar-aggregate bond and the stress-strain curve of concrete, Proc Int Conf London 1965, The Structure of Concr, Cem & Concr Ass London 1968.
- Shanley & Knapp /1965/ Ceramics as structural materials, Proc Am Soc Eng Vol 91 No ST 4 Aug 1965.
- Sneddon & Lowengrub /1969/ Crack problems in the classical theory of elasticity, John Wiley & Sons NY 1969.
- Soroka & Sereda /1968/ Written disc to a contribution by Verbeck & Helmuth Proc Vol III Vth Int Symp Chem of cement, Tokyo 1968.
- Spinner et al /1963/ Temperature dependence of the elastic constants of thoria specimens of varying porosity, J of Res of Nat Bur of Stand, Vol 67 C No 2 April-June 1963.
- Spriggs /1962/ Effect of open and closed pores on elastic moduli of polycrystalline alumina, J Am Ceram Soc , Vol 45 No 9 1962.
- Spriggs /1969/ Inelastic deformation of oxide ceramics, Proc of a Symp, April 1-2 1968, Nat Bureau of Standards, Spec Publ 303 1969.
- Stett & Fulrath /1970/ Mechanical properties and fracture behavior of chemically bonded composites, J Am Ceram Soc Vol 53 No 1 1970.

- Stokes /1964/ Correlation of mechanical properties with micro-structure of ceramic materials, Proc of a Symposium 1963, Nat Bureau of Standards, Misc Publ 257 1964.
- Swamy /1971/ Aggregate-matrix interaction in concrete systems, Proc of the Southampton 1969 Civil Engineering Materials Conference, Wiley 1971.
- Te'eni /1971/ Deformational modes and structural parameters in cemented granular systems, Proc of the 1969 Southampton Civil Engineering Materials Conference, Wiley 1971.
- Terzaghi /1934/ Die Wirksame Flächenporosität des Betons, Zeitschr des Österr Ingenieur- und Architekten-Vereins, Heft 5/6 1934, Heft 7/8 1934.
- Thaulow /1955/ Betongproporsjonering, Norsk Cementförening, Oslo 1955.
- Timoshenko & Goodier /1951/ Theory of elasticity, Mc Graw Hill Book Comp Inc 1951.
- Tummala & Friedberg /1970/ Thermal expansion of composites as affected by the matrix, J Am Ceram Soc, Vol 53 No 7 1970.
- Walker & Bloem /1960/ Effects of aggregate size on properties of concrete, J Am Concr Inst, Vol 57 1960.
- Waltz /1961/ Der Elastizitätsmodul von Beton in frühem Alter, Betontechn Berichte 1961.
- van Rooyen & Winterkorn /1968/ Theoretical and practical aspects of the thermal conductivity of soils and similar granular systems, Highway Res Board Bull 168 1968.

- Warris /1964/ The influence of air-entrainment on the frost-resistance of concrete, CBI Handl Nr 36, Sthlm 1964.
- Weibull /1939 A/ Statistical theory of strength of materials. Ingenjörsvetenskapsakademien, Handl Nr 151 1939.
- Weibull /1939 B/ Phenomenon of rupture in solids, Ingenjörsvetenskapsakademien, Handl No 153 1939.
- Verbeck /1966/ Pore structure. Significance of tests and properties of concrete and concrete-making materials, Am Soc for Test Mats 1966.
- Verbeck & Helmuth /1968/ Principal paper structure and physical properties of cement paste, Proc Vol III Vth Int Symp Chem of Cement, Tokyo 1968.
- Westerberg /1969/ Utmattning av betong och armerad betong. En litteraturöversikt, Rapport fr Byggforskningen 22/69.
- Wiederhorn /1968/ Mechanical and thermal properties of ceramics, Proc of a Symp 1968, Nat Bureau of Stand Spec Publ 303 1968.
- Wilcox /1962/ The strength behaviour of some ceramics, Ph D Thesis Dept of Ceramic, Eng Univ of Utah 1962.
- Winkelmann & Schott /1894/ Über Thermische Widerstandskoeffizienten verschiedener Gläser in ihrer Abhängigkeit von der Chemischen Zusammensetzung, Ann Phys 51 1894.
- Winslow & Diamond /1970/ A mercury porosimeter study of the evolution of porosity in portland cement, J of Materials Vol 5 No 3 sept 1970.
- Wishers /1961/ Einfluss einer Temperaturänderung auf die Festigkeit von Zementstein und Zementmörtel mit Zuschlagstoffen verschiedener Wärmedehnung, Schriftenreihe der Zement No 28 /1961.

- Vos & Tammes /1969/ Moisture and moisture transfer in porous materials, IBBC - TNO Delft 1969.
- Wyrodow /1972/ Über die Berechnung des Porositätsfaktors bei der Bildung der Zementstein- und Betonfestigkeit, Baustoffind 1 1972.
- ✓ Zagar /1962/ Der Gegenwärtige Stand der Forschung auf dem Gebiete der Textur von Keramischen Werkstoffen und Erzeugnissen, Science of Ceramics I 1962.
- Zaitsev & Wittmann /1971/ Zur Dauerfestigkeit des Betons unter Konstanten Belastung, Der Bauingenieur 46 1967 H3.
- Ödegaard /1962/ Undersökning av betongens tryckhållfasthetsegenskaper vid tidig ålder, Nord Betong 6 1962:2.

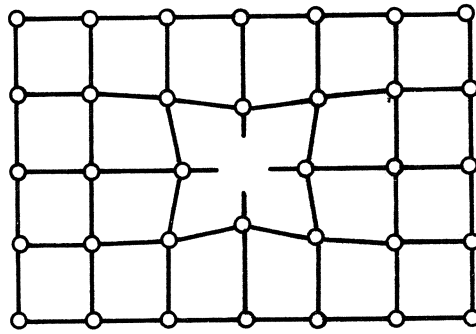


Fig 1: Vacancy in a crystal. Pore?

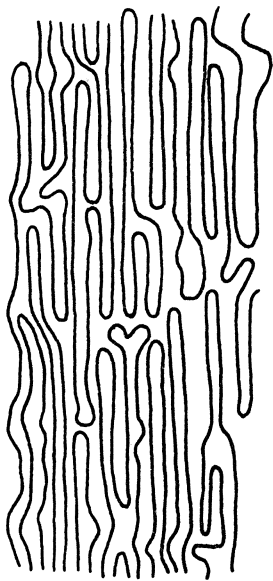


Fig 2: Irregular parts of a polymer. Pores?

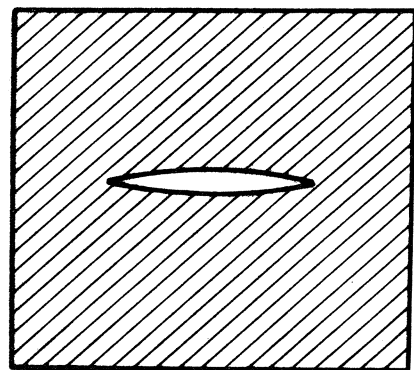


Fig 3: Microcrack in a nonporous material. Pore?

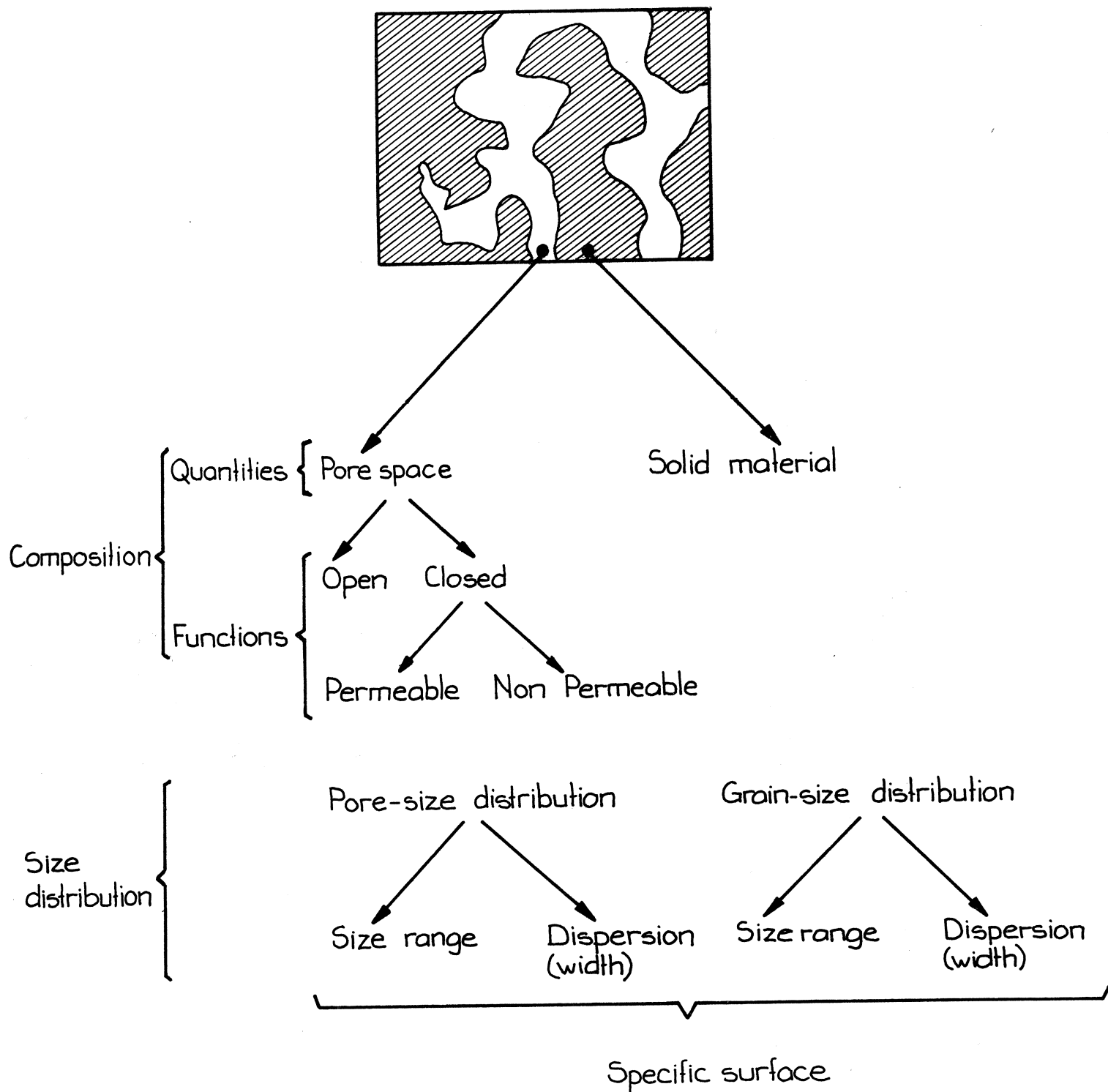


Fig 4: Classification of pores, Žagar /1962/.

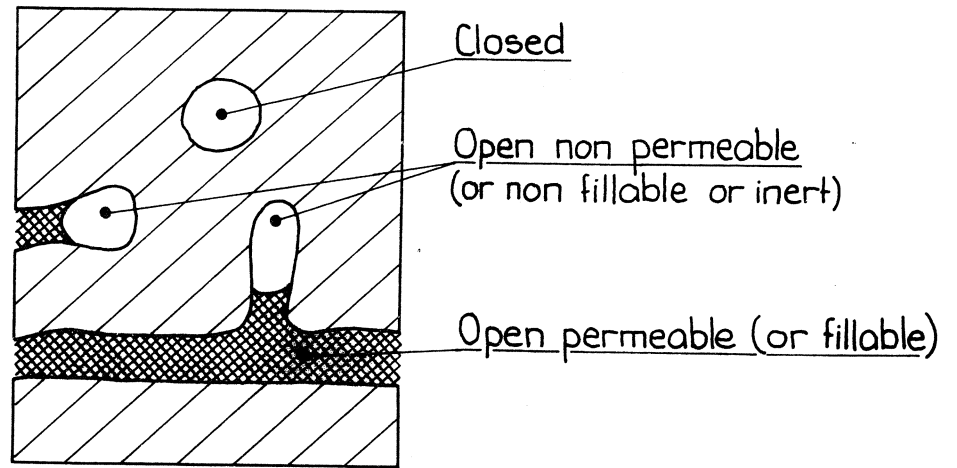


Fig 5: Open and Closed pores.

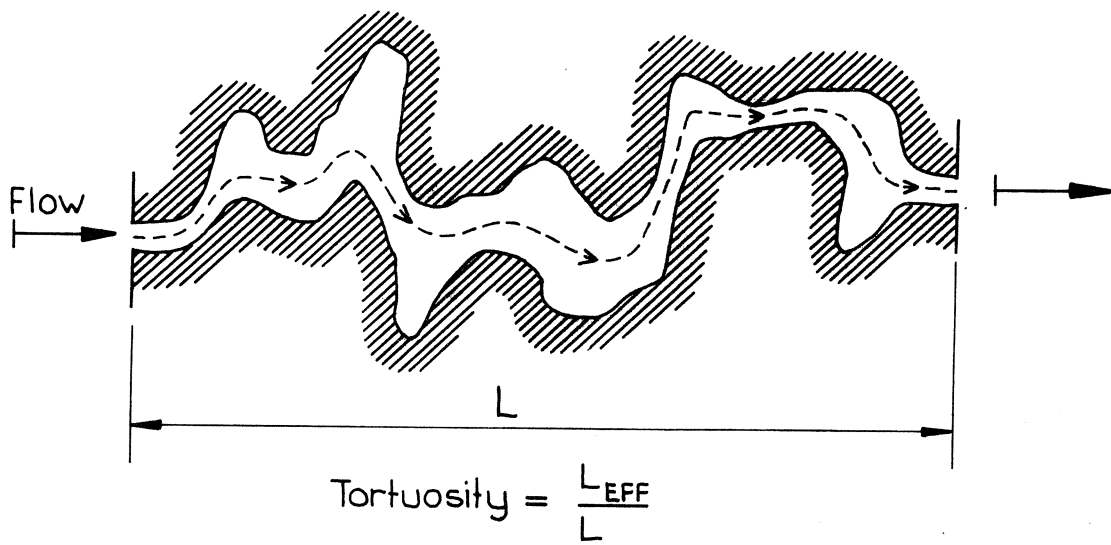


Fig 6: Definition of Tortuosity.

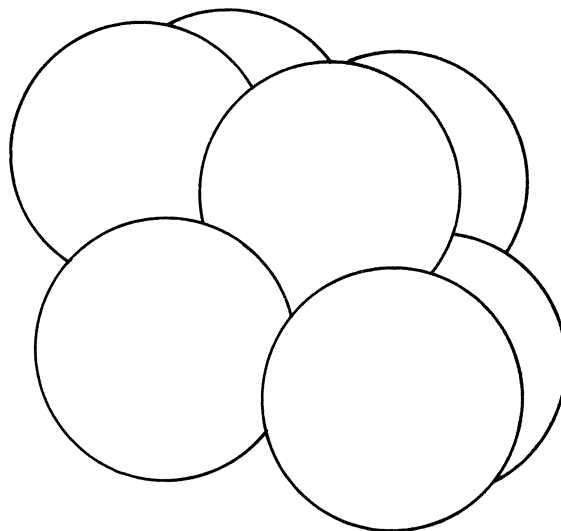


Fig 7: Rhombohedral packing of equal sized spheres.

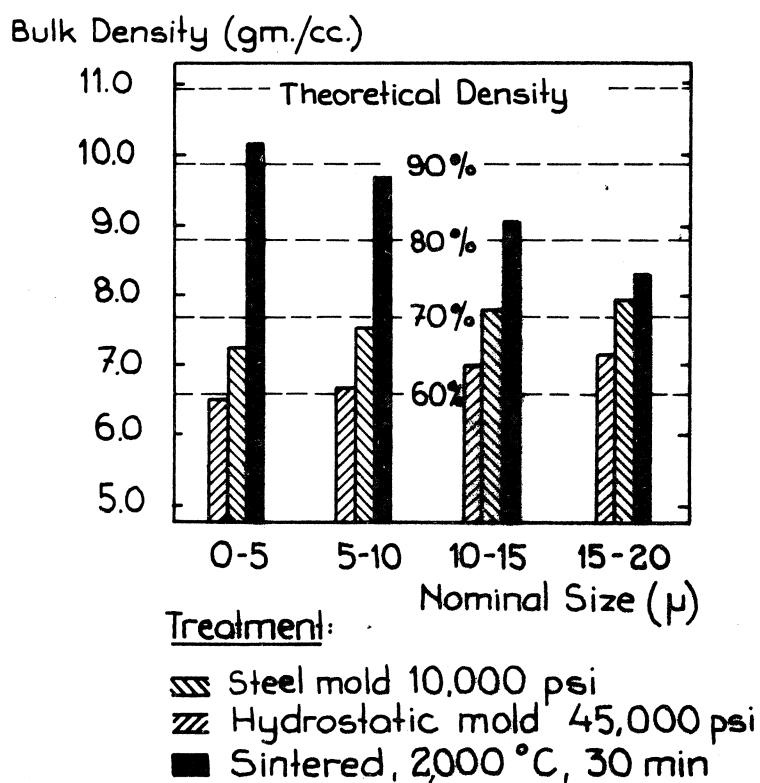


Fig 8: Effect of grain size on bulk density of UO_2 . Burdick & Parker /1956/.

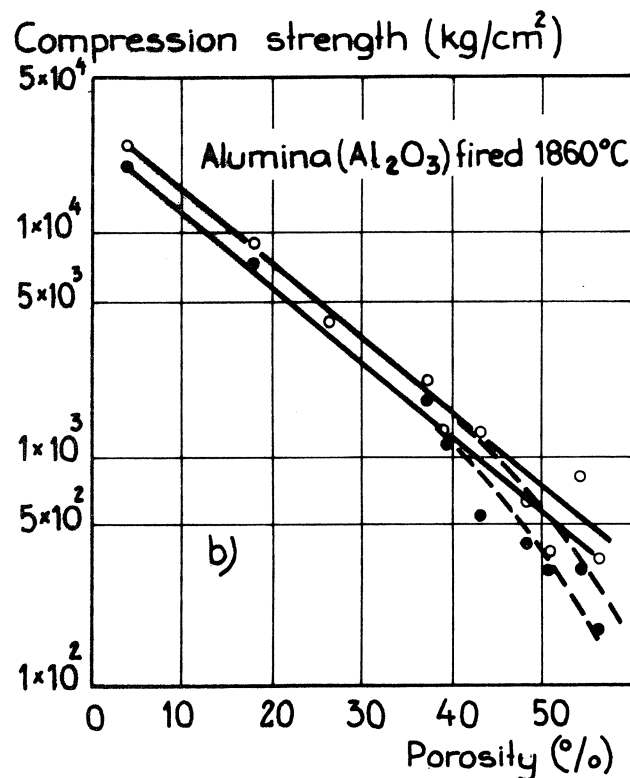
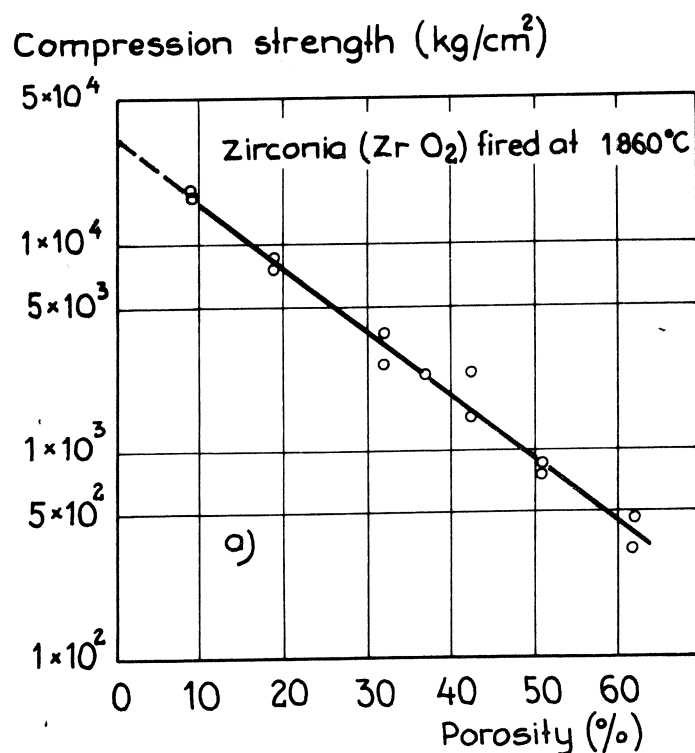


Fig 9: Strength versus porosity of Zirconia and Alumina. Ryschkewitch /1953/.

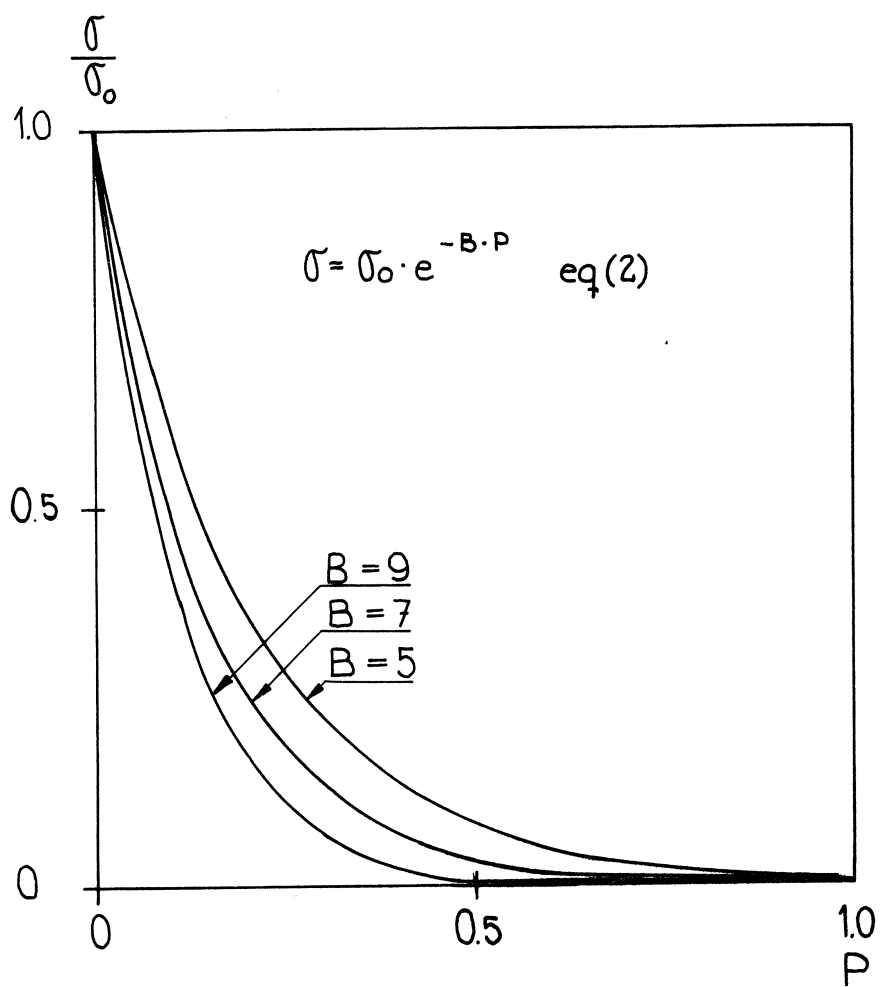


Fig 10: Influence of B -value in eq (2).

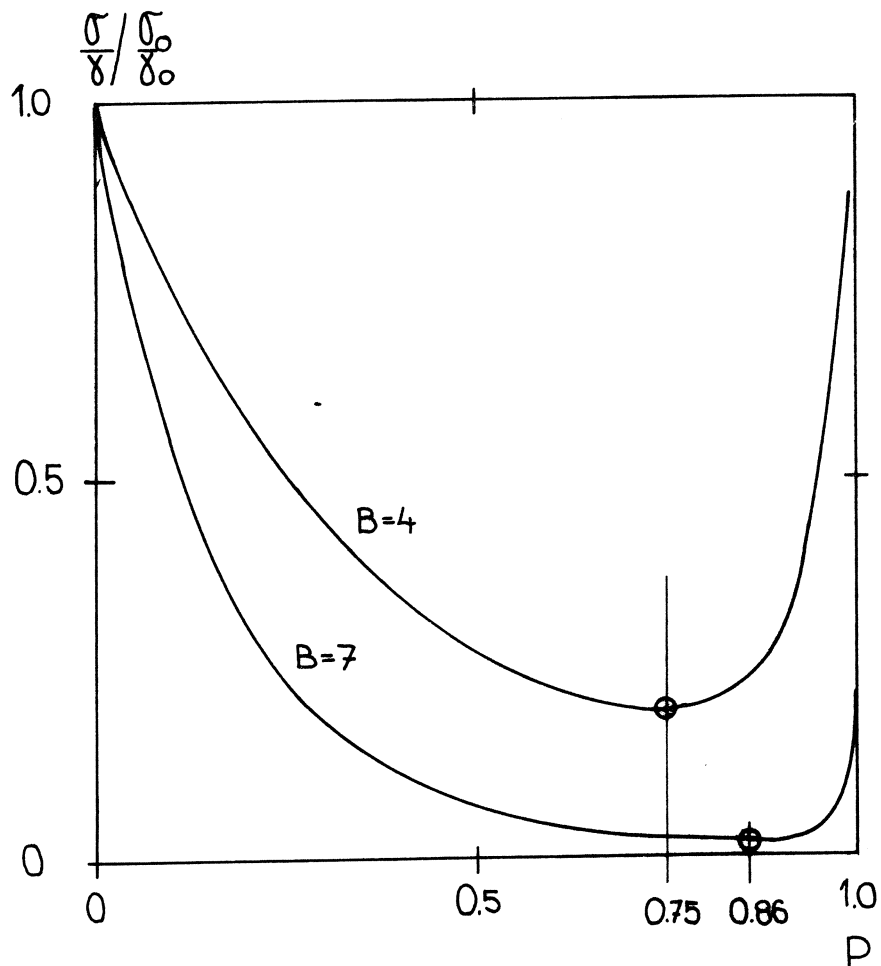


Fig 11: Strength - density ratio as function of porosity eq (3).

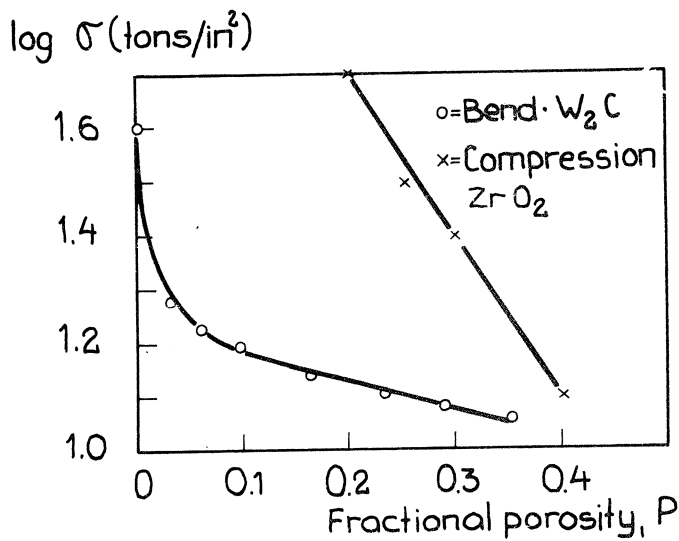


Fig 12: Deviation from eq (2) at low porosities. Murray & al /1958/.

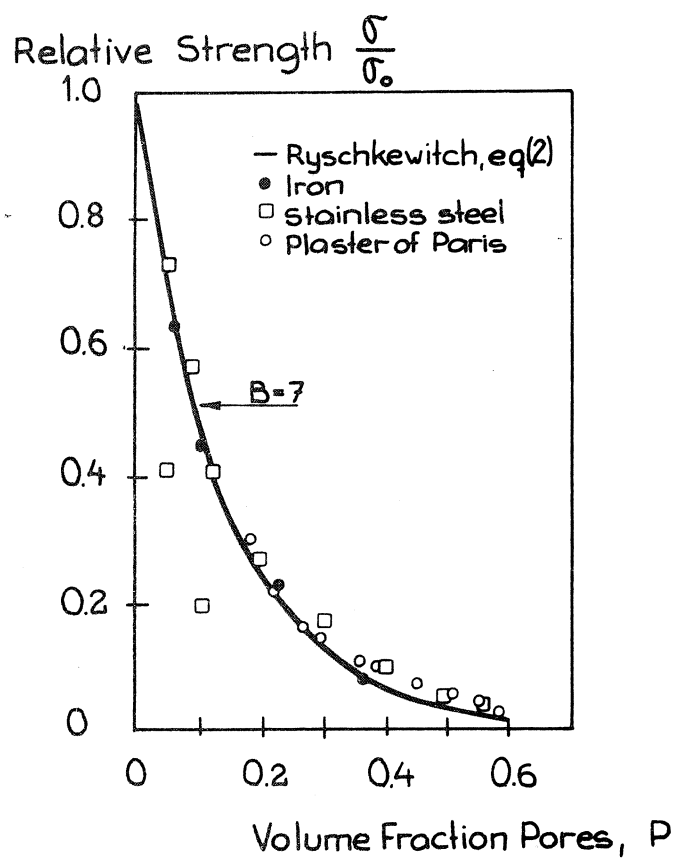


Fig 13: Examples of use of eq (2). Krokosky /1970/.

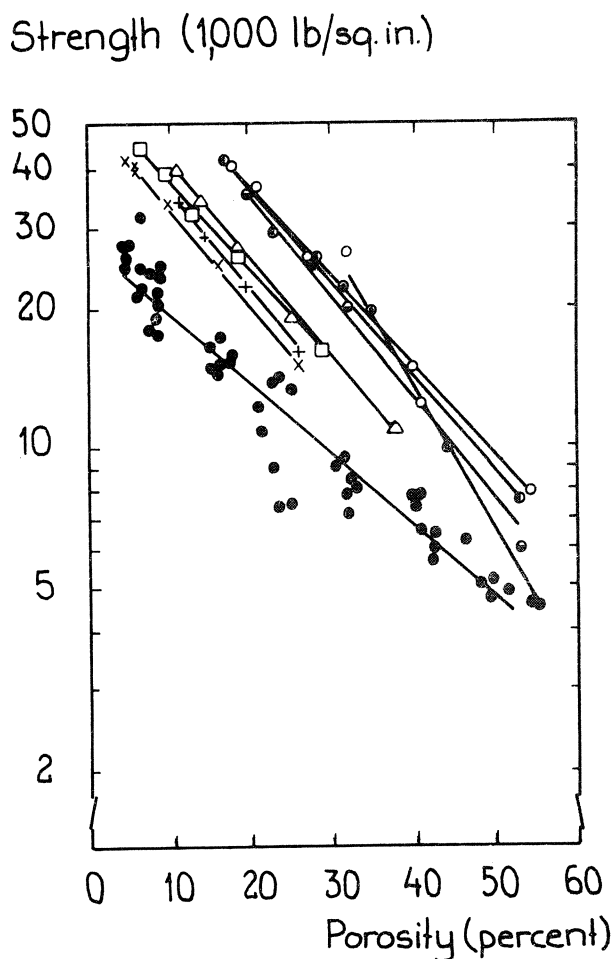


Fig 14: Examples of use of eq (2). Knudsen /1959/.

Compressive strength alumina
 Preferential alignment of pores
 perpendicular to loading $B = 9$
 parallel to loading $B = 8$
 Compressive strength zirconia $B = 7$
 Tensile strength, steel $B = 7$
 Specimens formed
 at 40,000 lb/sq.in. $B = 7$
 at 60,000 to 100,000 lb/sq.in. $B = 5$
 Tensile strength, iron $B = 5$
 Strength in bending, alumina $B = 4$

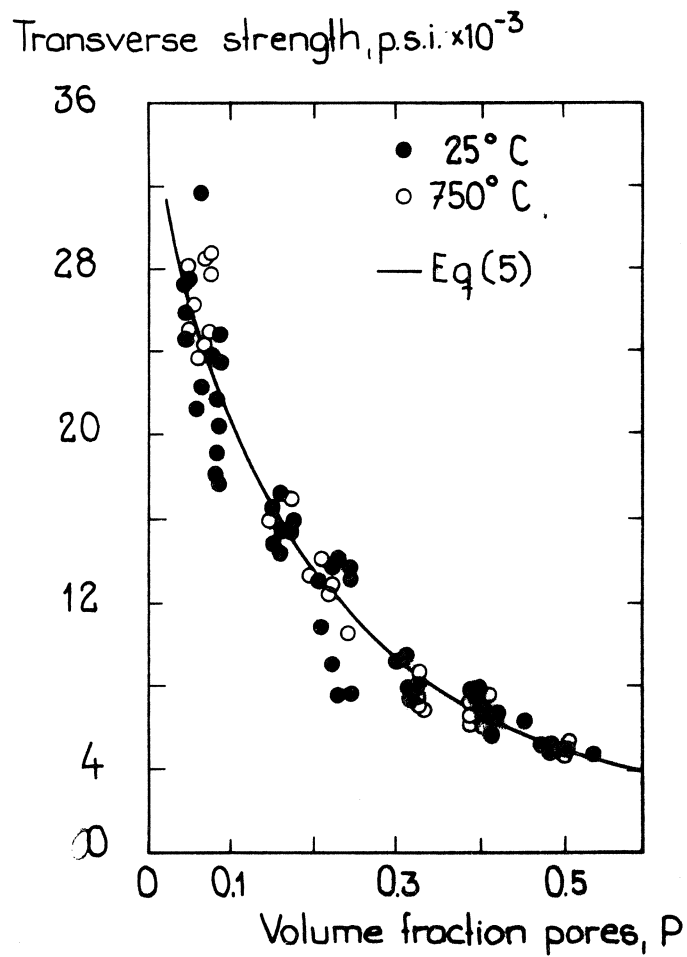


Fig 15: Strength versus porosity of Al_2O_3 . Coble & Kingery /1956/.

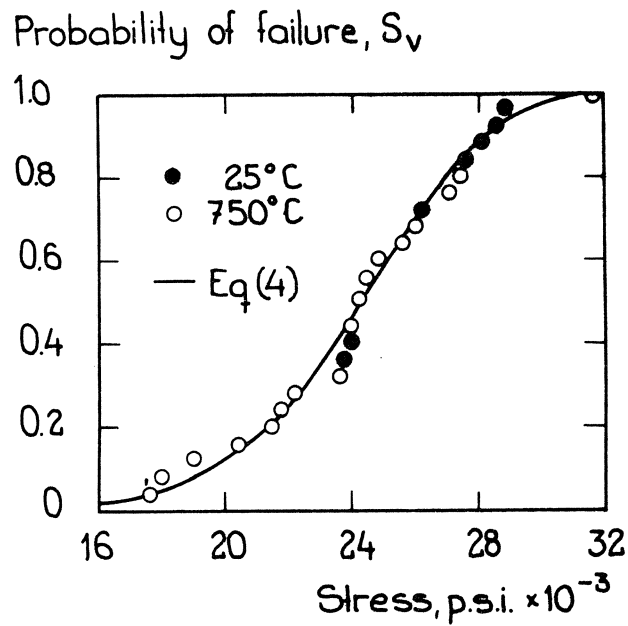


Fig 16: Probability of failure at $P = 0,10$ for material in fig 15. Coble & Kingery /1956/.

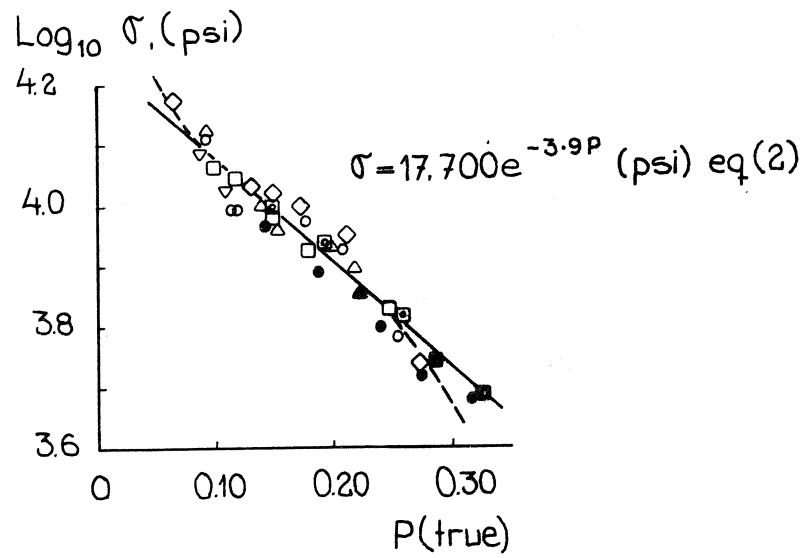


Fig 17: Strength versus porosity of porcelain. Deviations from eq (2) at low and high porosities. Dinsdale & Wilkinson /1960/.

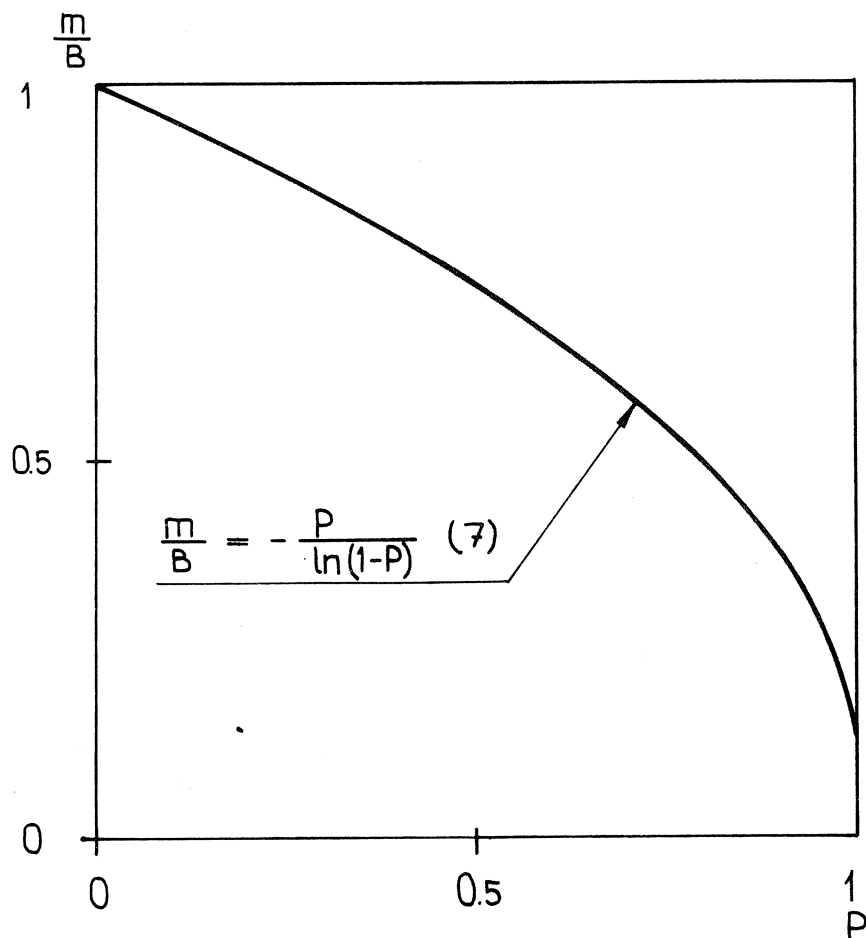


Fig 18: Ratio of constants m in eq (6) and B in eq (2) as a function of porosity.

Bending strength (kg/cm^2)

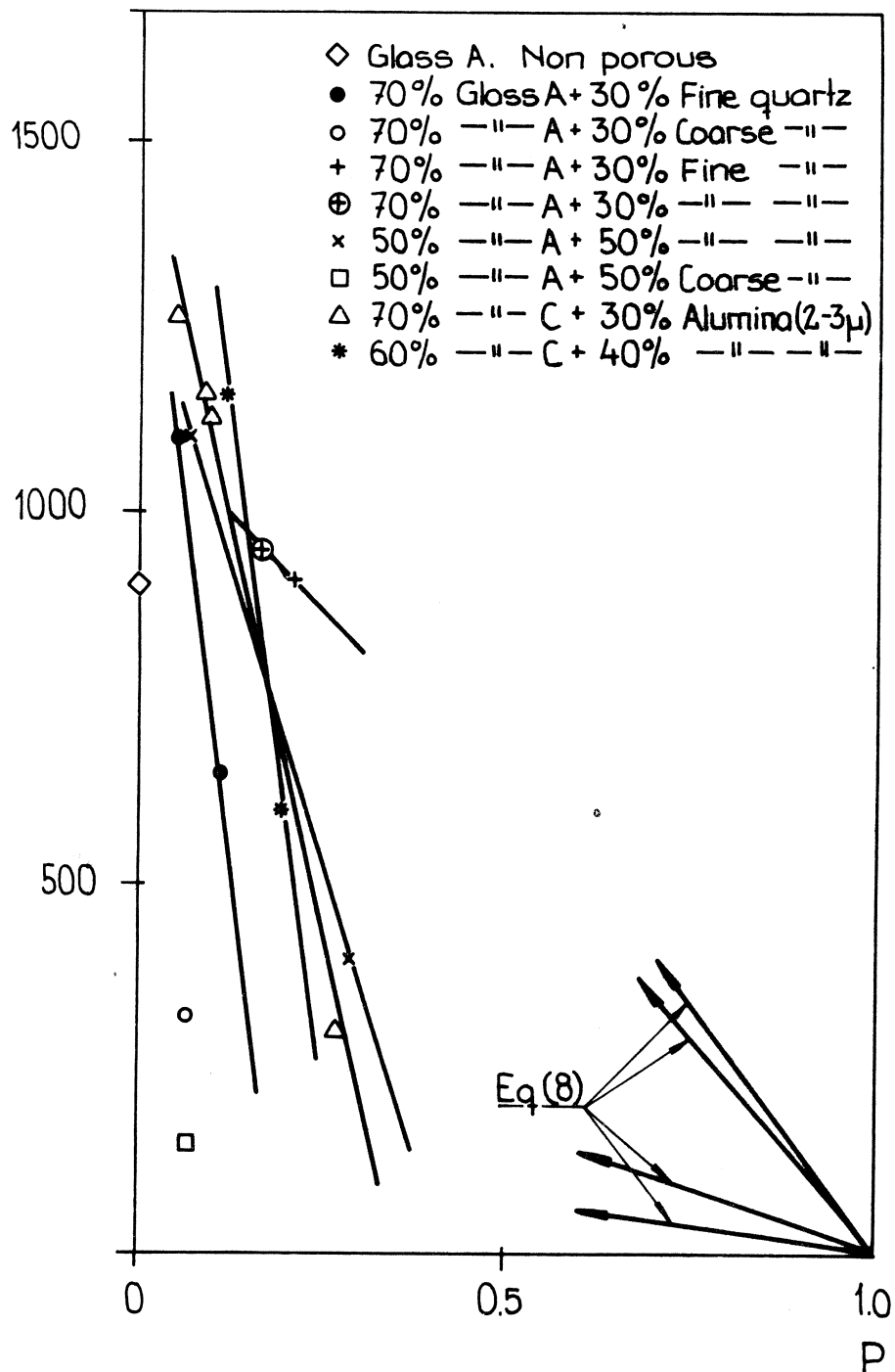


Fig 19: Strength versus porosity of porous glass. de Jong./1962/.

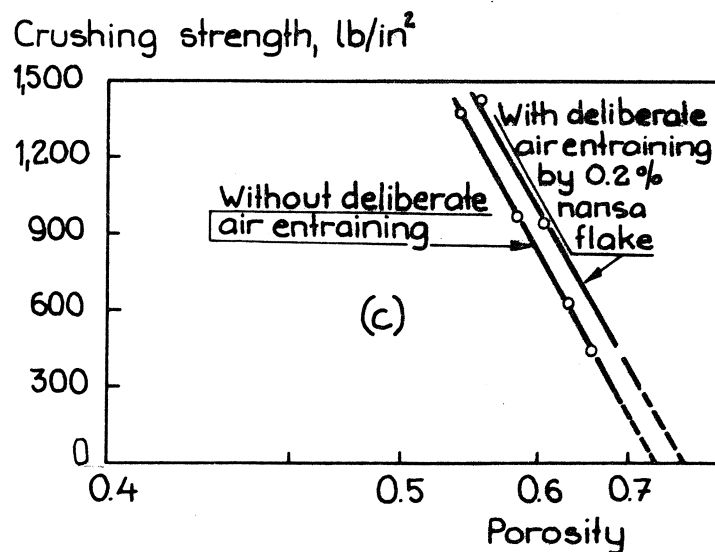
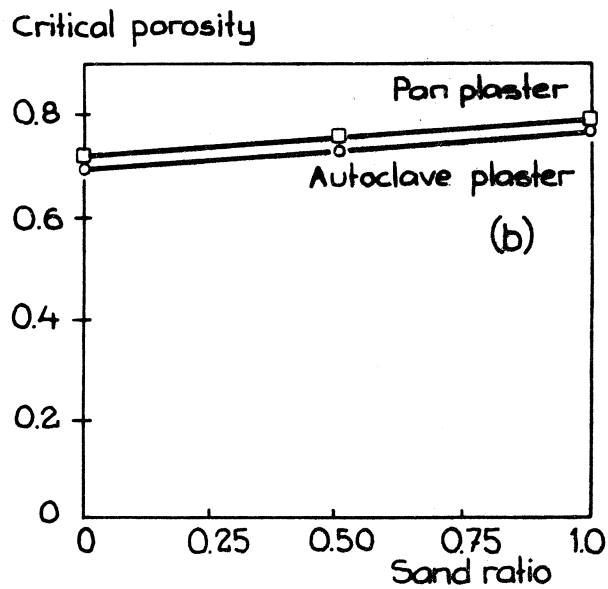
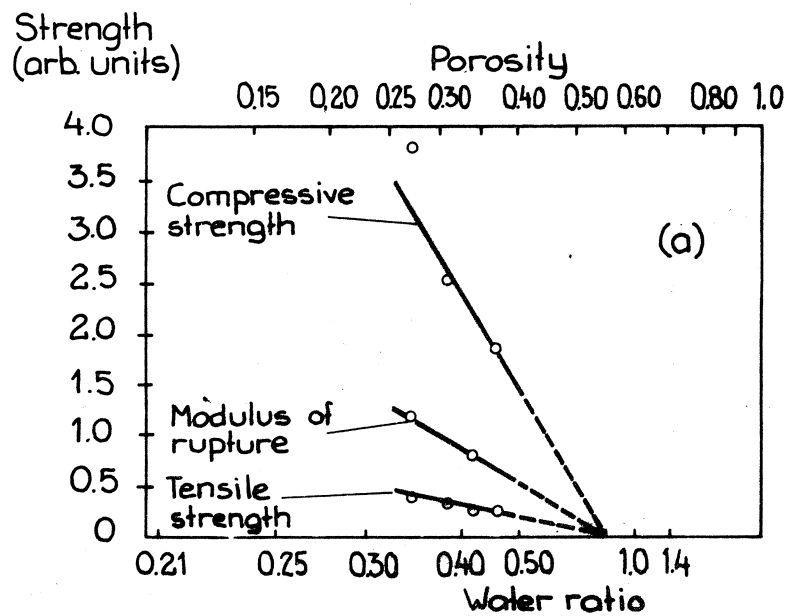


Fig 20 (a) - (c): Examples of use of Schiller's expression (13) on plaster of paris. Effect of amount of filler and air pores. Schiller /1958/ /1960/.

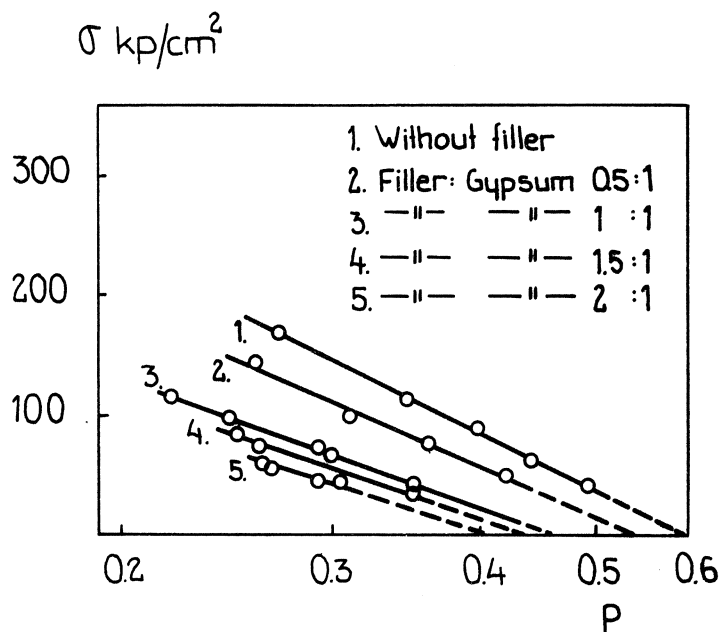


Fig 21: Example of use of Schiller's expression (13) on plaster of paris. Effect of amount of filler. Hulinsky & Šatava /1970/.

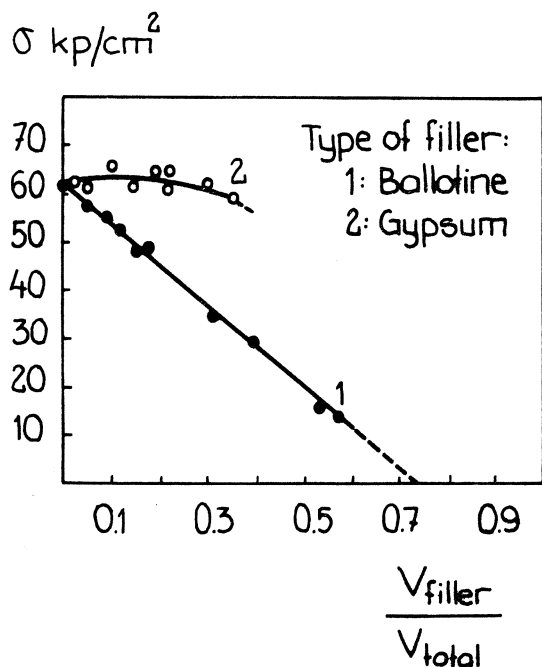


Fig 22: Strength of plaster of paris as function of amount of filler. Water-Gypsum ratio = 0,6. Hulinsky & Šatava /1970/.

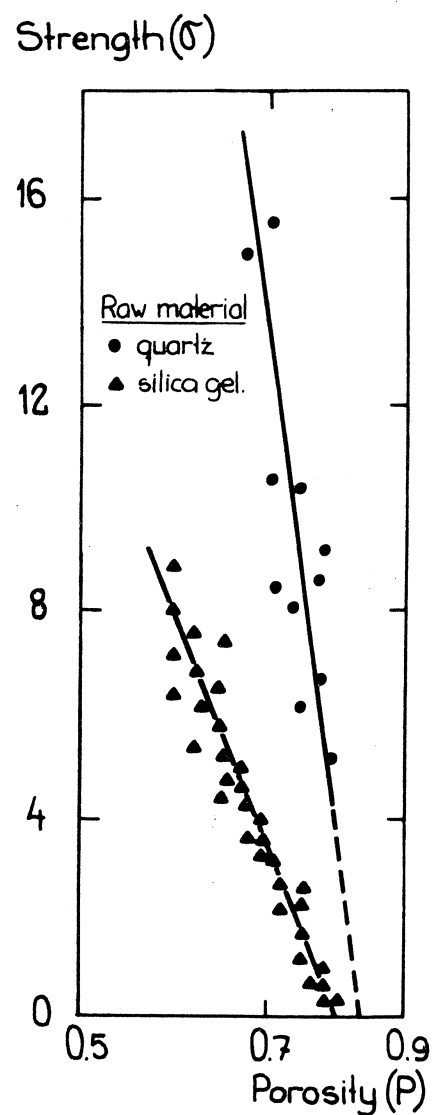


Fig 23: Example of use of Schiller's expression (13) on autoclaved calcium silicates. Effect of raw material. Šatava /1965/

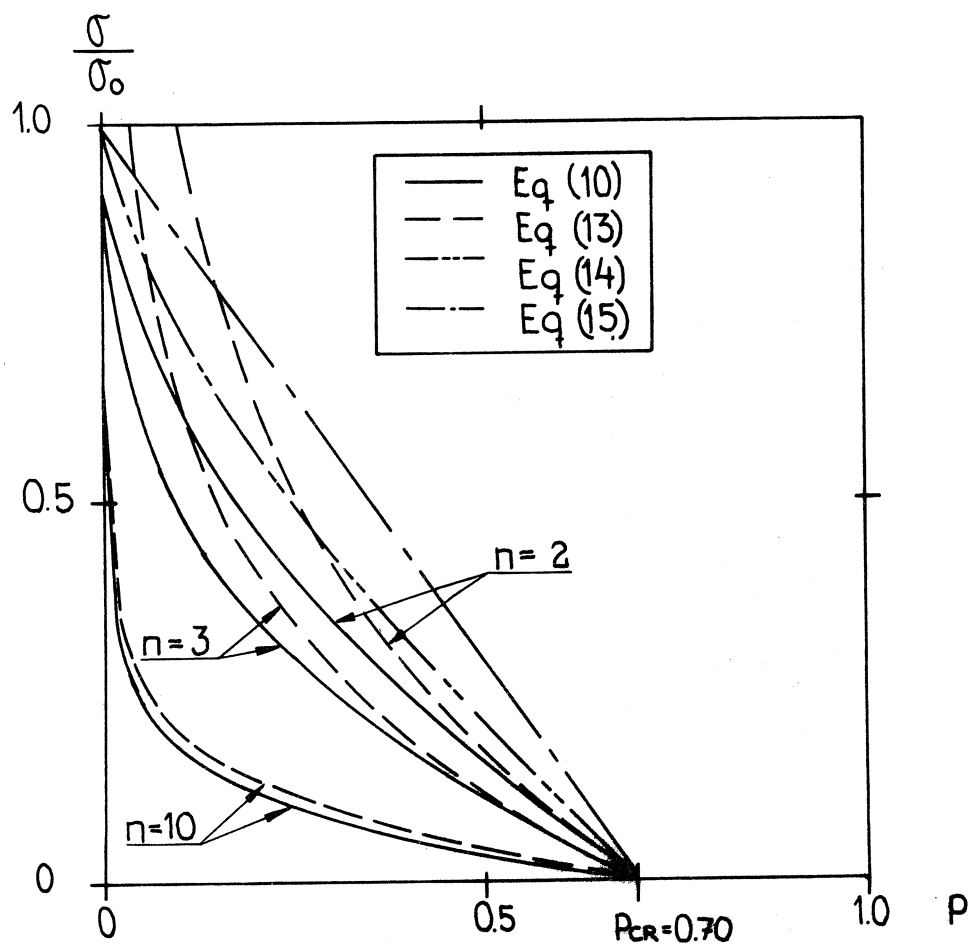
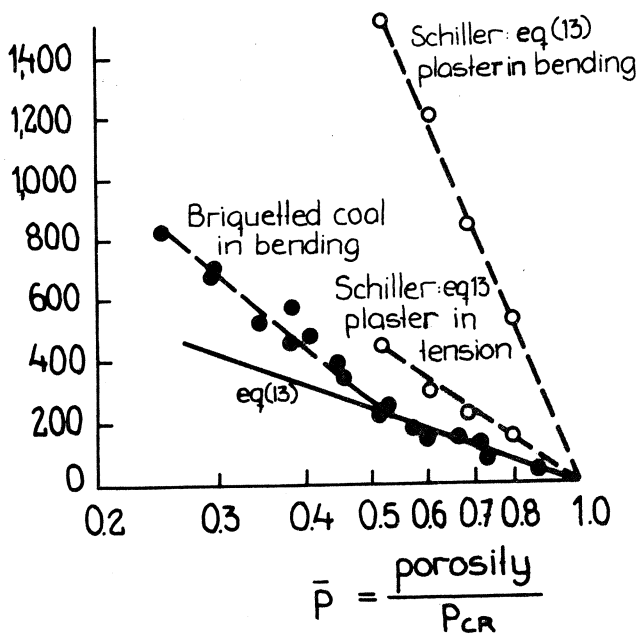


Fig 24: Comparison between equations (10), (13), (14) and (15) at $P_{CR} = 0,70$.

Strength, lb/in²



Plaster $P_{CR} = 0.79$
Briquetted coal: $P_{CR} = 0.30$

Fig 25: Deviations from Schiller's eq (13) at low porosities. Millard in discussion to Schiller /1958/.

Strength lb/in²

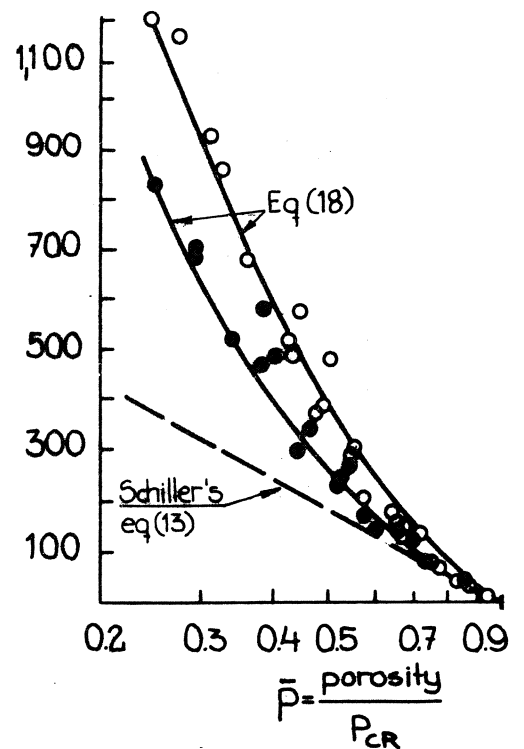
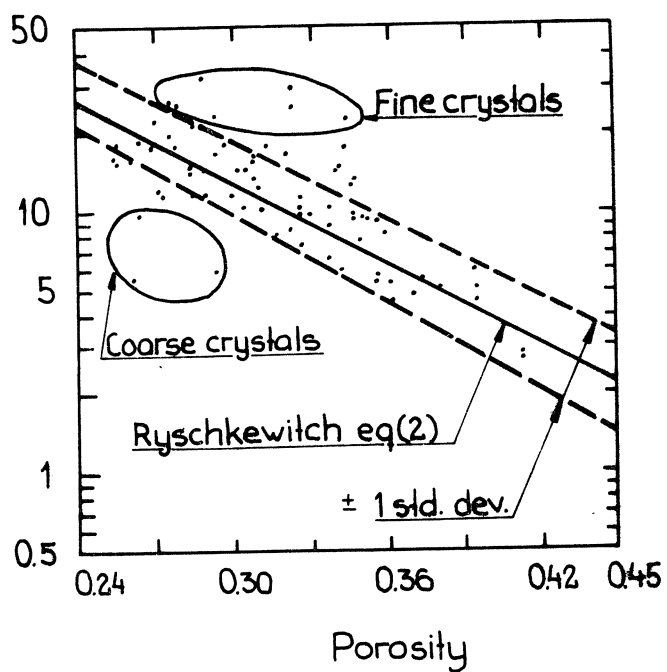
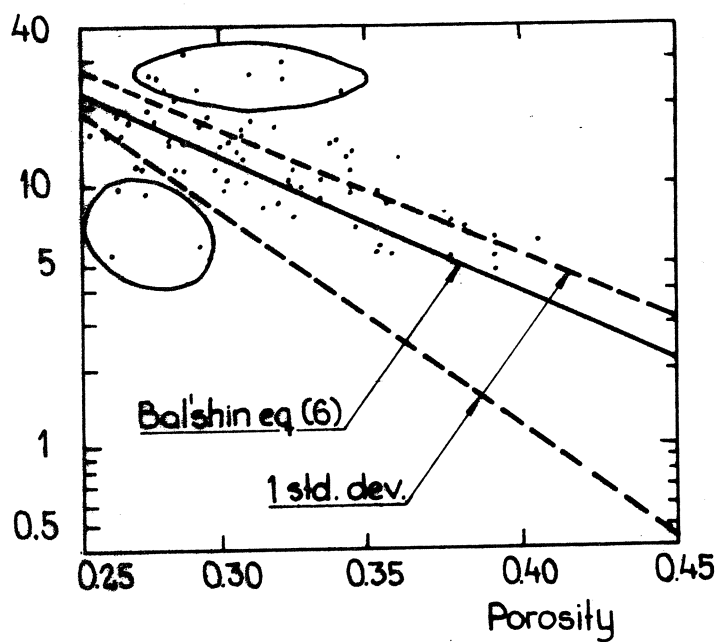


Fig 26: Deviations from Schiller's eq (13) at low porosities. Briquetted coals. Millard in discussion to Schiller /1958/.

Compressive strength, ksi



Compressive strength, ksi



Compressive strength, ksi

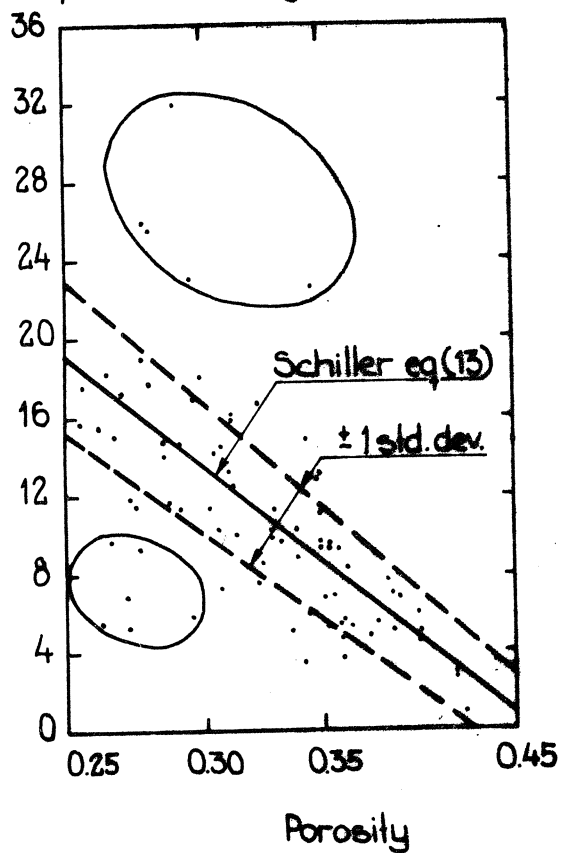


Fig 27: Mindess' test of eq (2), (6) and (13) on autoclaved calcium silicates. Mindess /1970/.

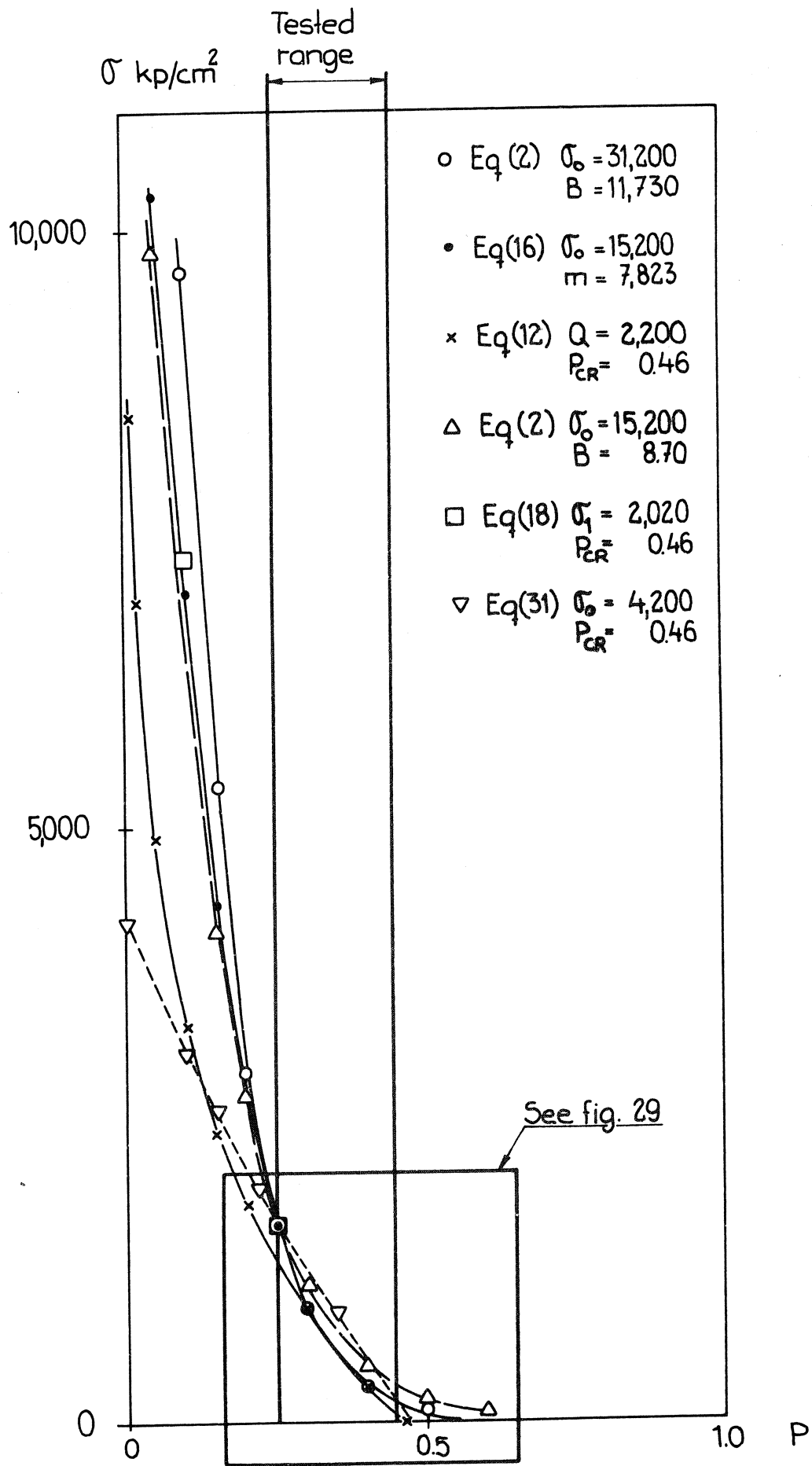


Fig 28: Different expressions adapted to Mindess data in fig 27.

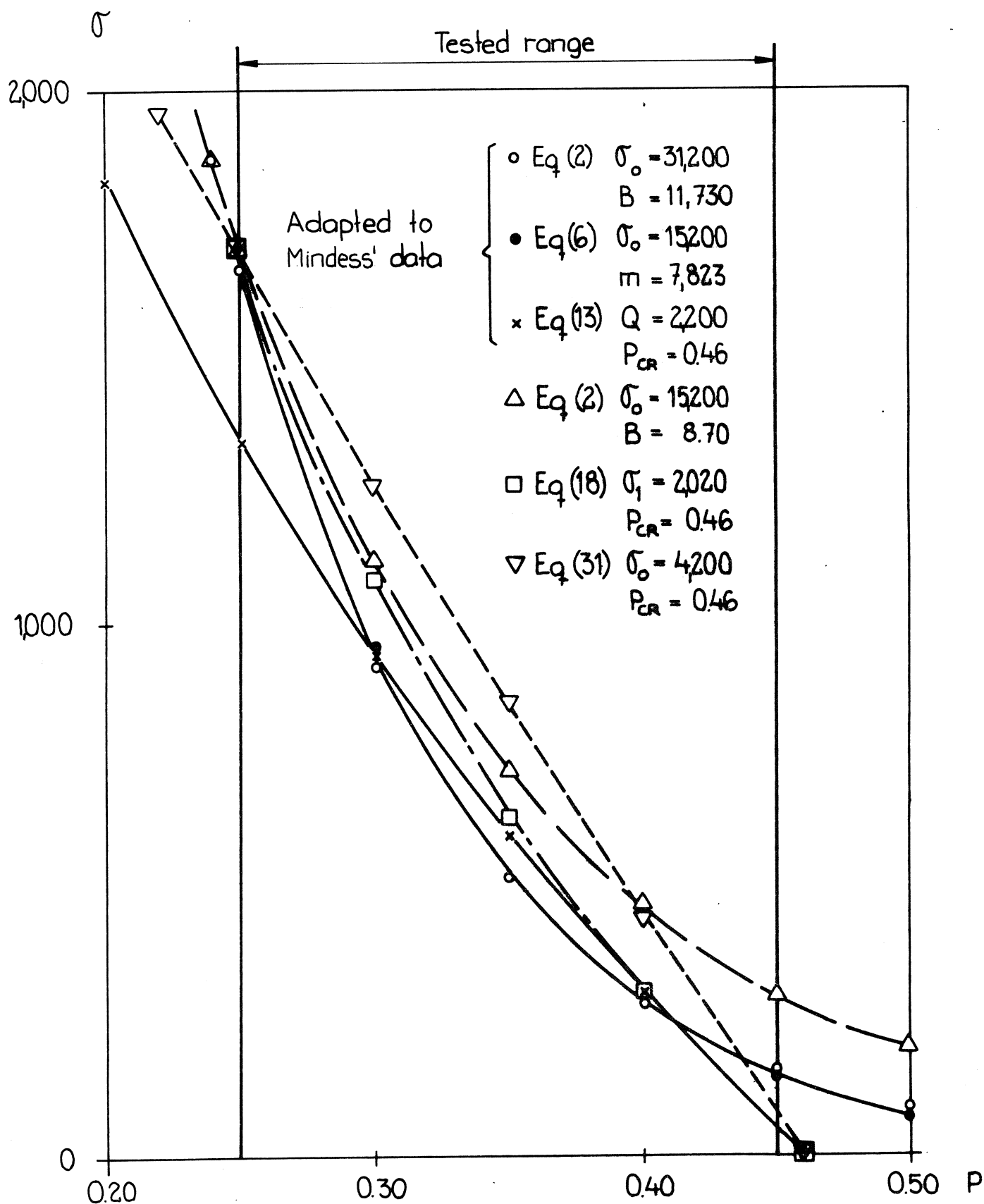


Fig 29: Different expressions adapted to Mindess' data in fig 27.

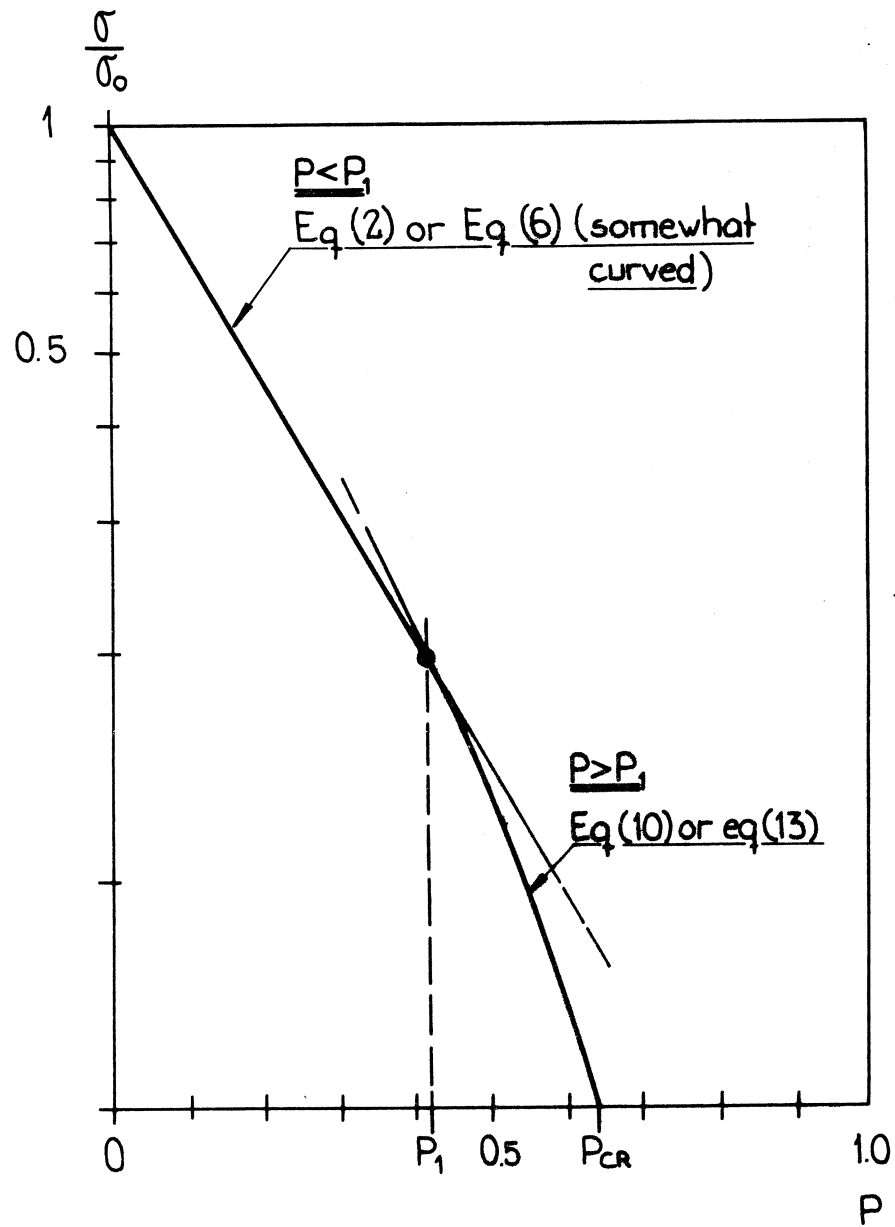


Fig 30: Principles of a complete strength - porosity relationship, Eq (20).

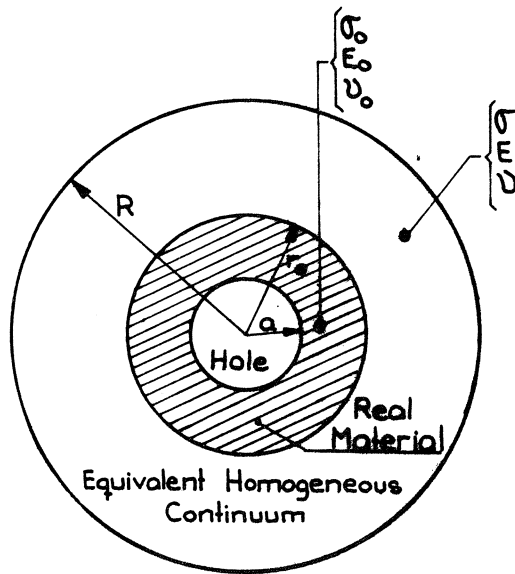


Fig 31: Mackenzie's model of a porous material.
Mackenzie /1950/.

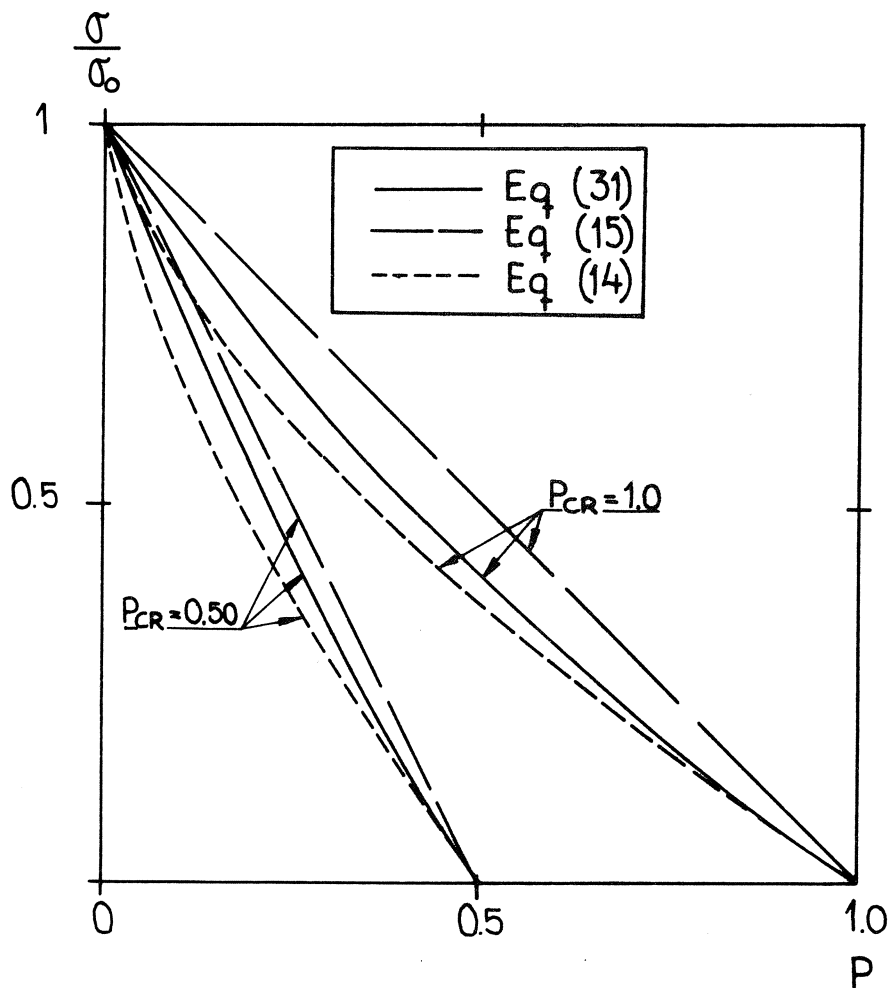


Fig 32: Comparisons between equations (14), (15) and (31).

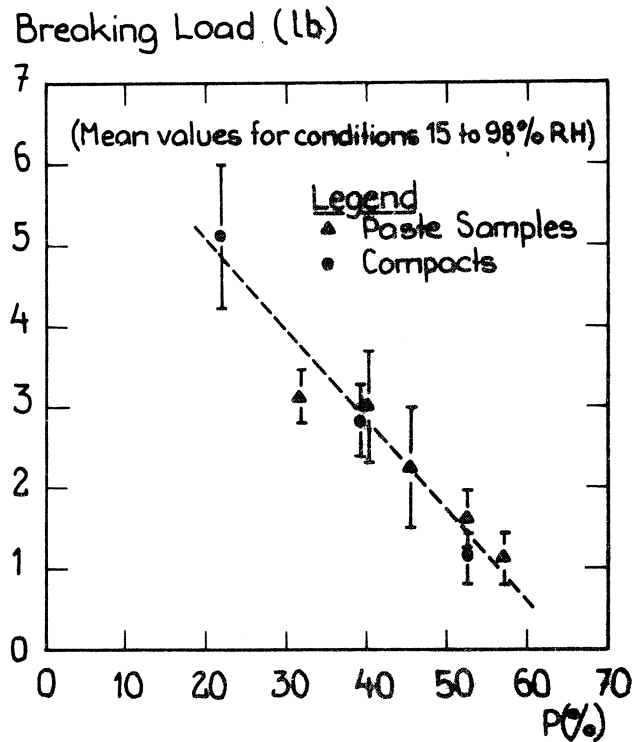


Fig 33: Breaking load at bending of thin slabs versus porosity. Portland cement pastes and compacts. Sereda & al /1966/.

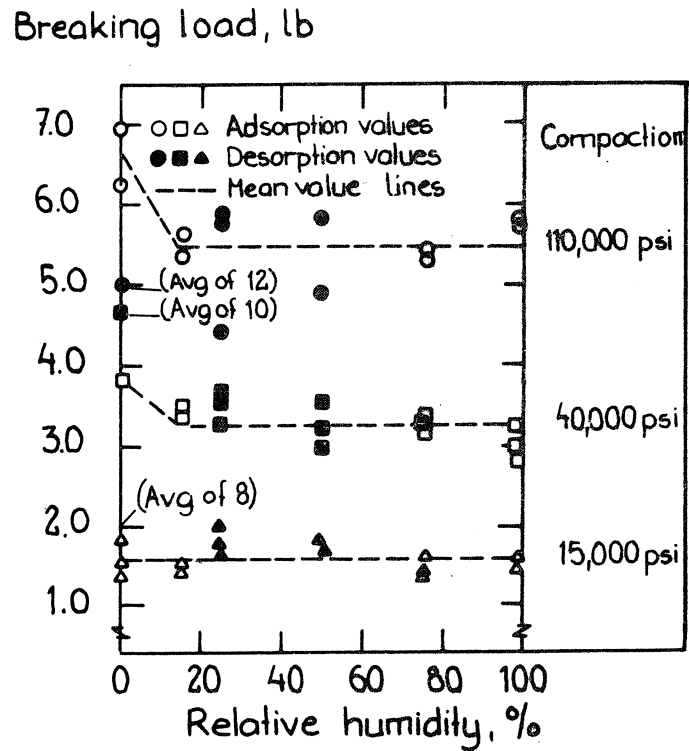


Fig 34: Influence of moisture condition on breaking load at bending of thin slabs. Portland cement compacts. Sereda & al /1966/.

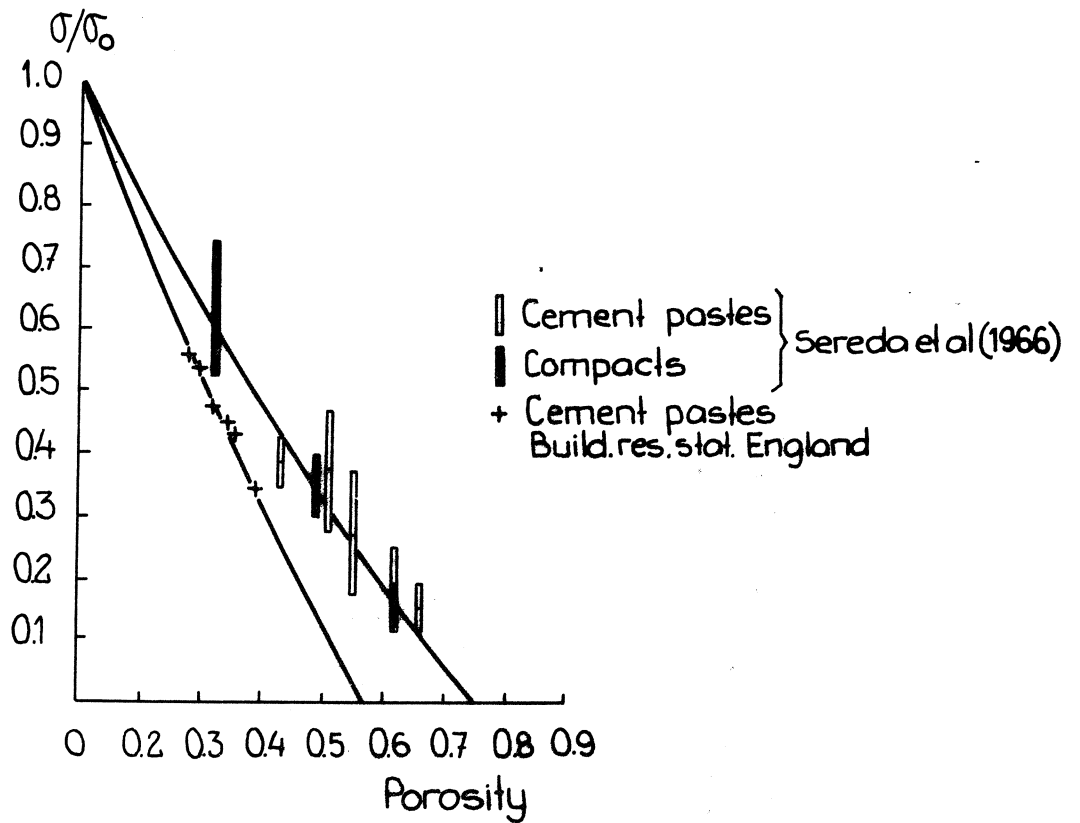


Fig 35: Adaption of eq (31) to data in fig 33. and data from Build Res Stat, England. Portland cement pastes and compacts. Lawrence & al /1971/.

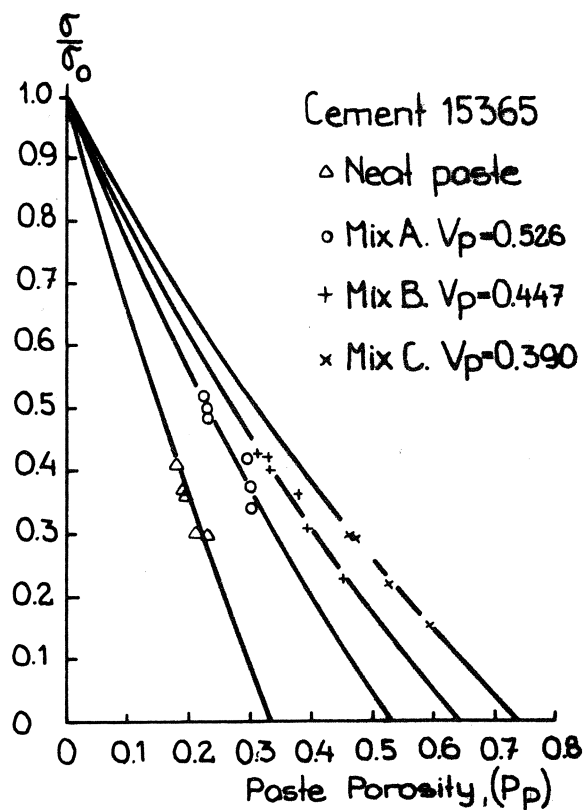


Fig 36: Adaption of eq (31) to data on portland cement paste and mortars. (Powers & Brownyard /1948/ cf fig 49). Lawrence & al /1971/.

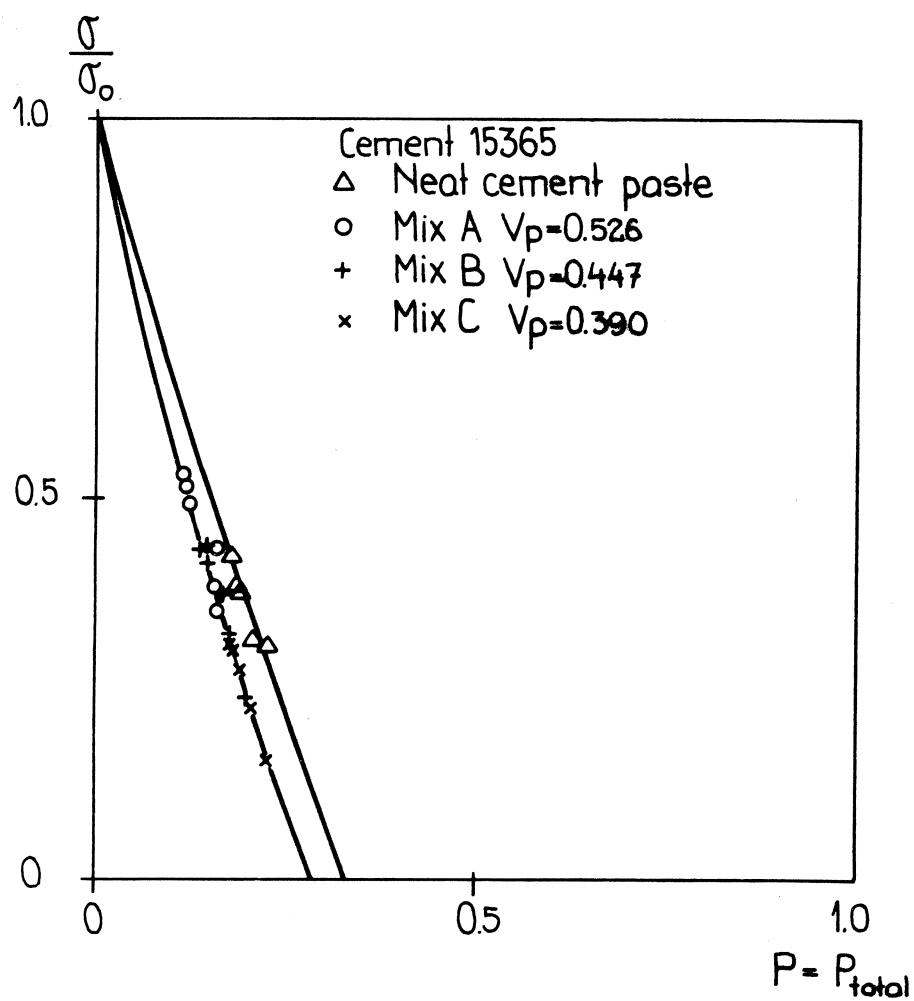


Fig 37: Same data as in fig 36 but with relative strength as function of total porosity. Porosity data according to Lawrence & al /1971/.

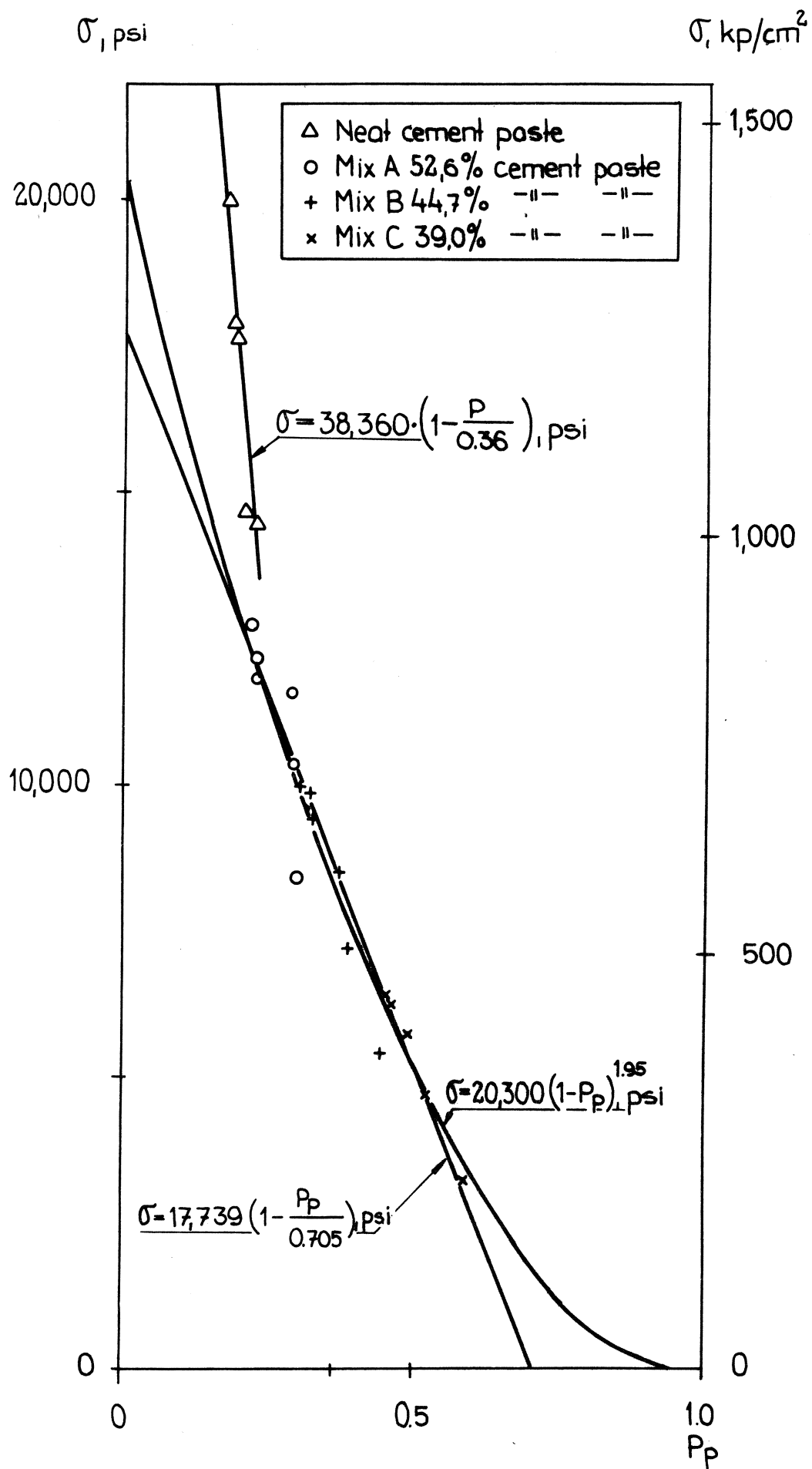


Fig 38: Same data as in fig 36. Absolute strength as function of paste porosity. cf fig 36. Porosity data according to Lawrence & al /1971/. cf fig 58.

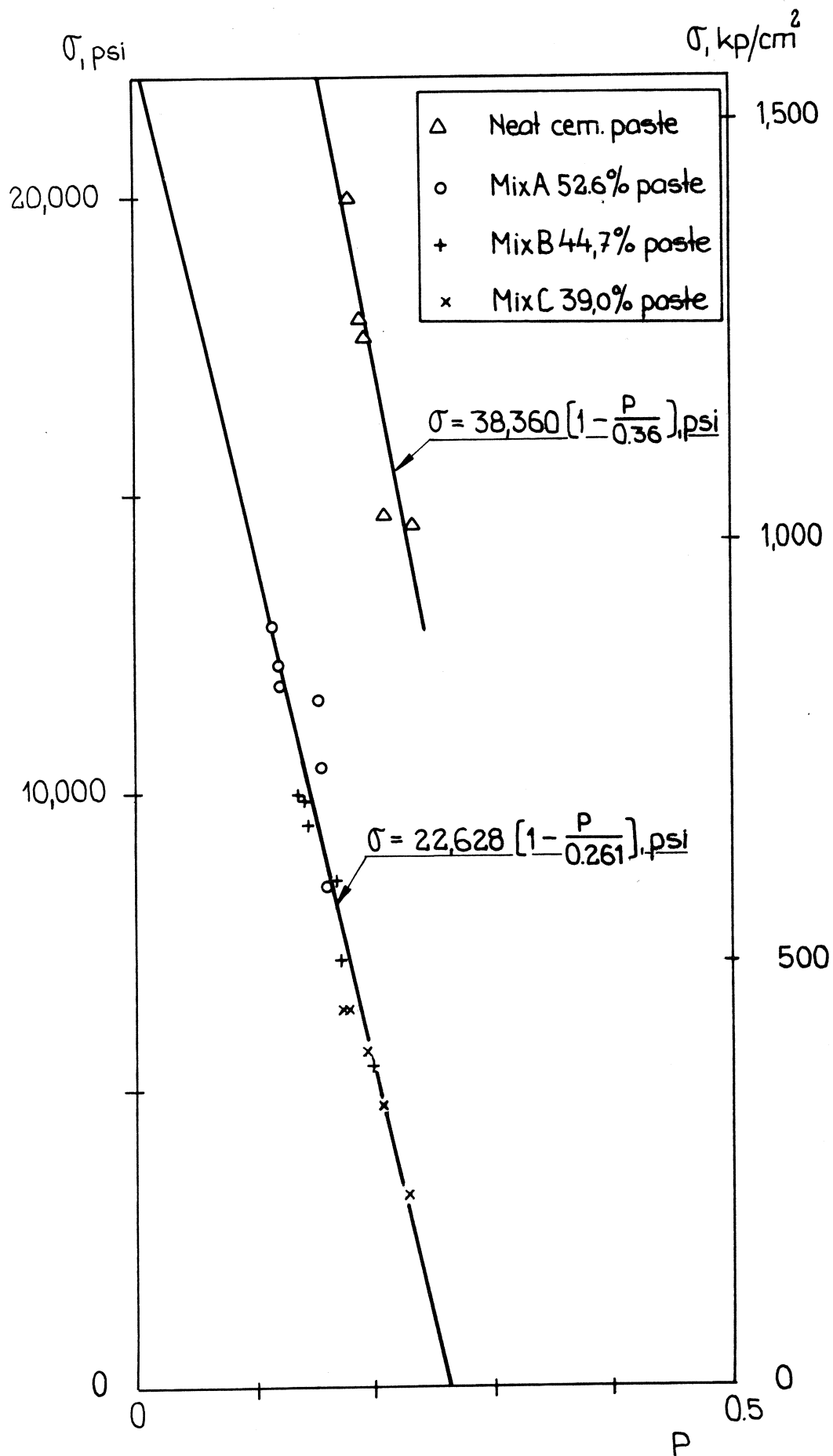


Fig 39: Same data as in fig 36. Absolute strength as function of total porosity. Porosity data according to Lawrence & al /1971/. cf fig 60.

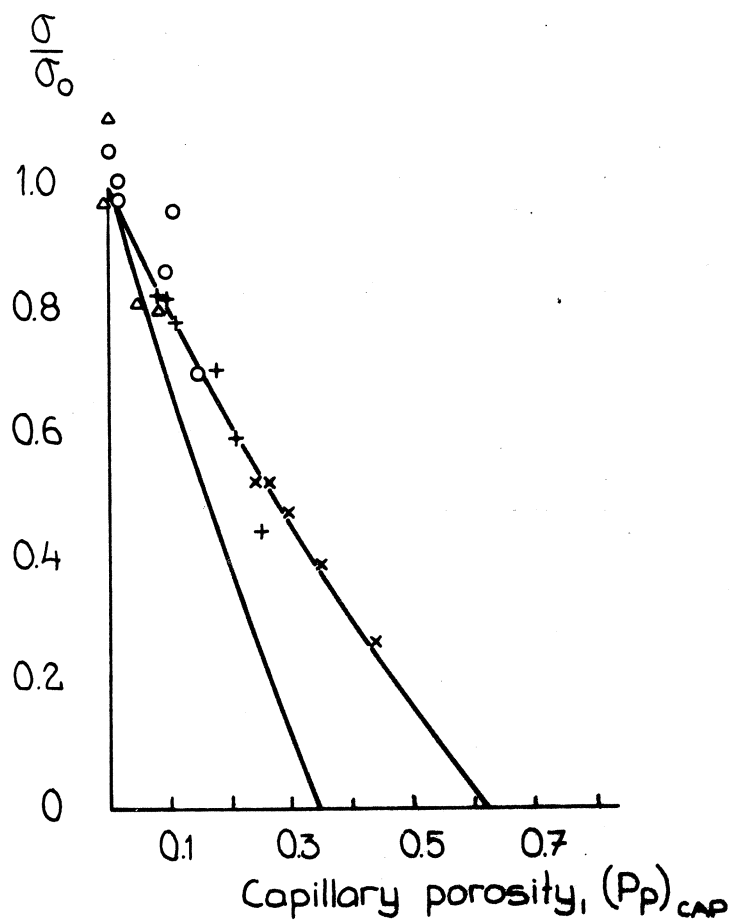


Fig 40: Eq (31) adapted to the data in fig 36. Porosity as capillary paste porosity. cf fig 57. Lawrence & al /1971/.

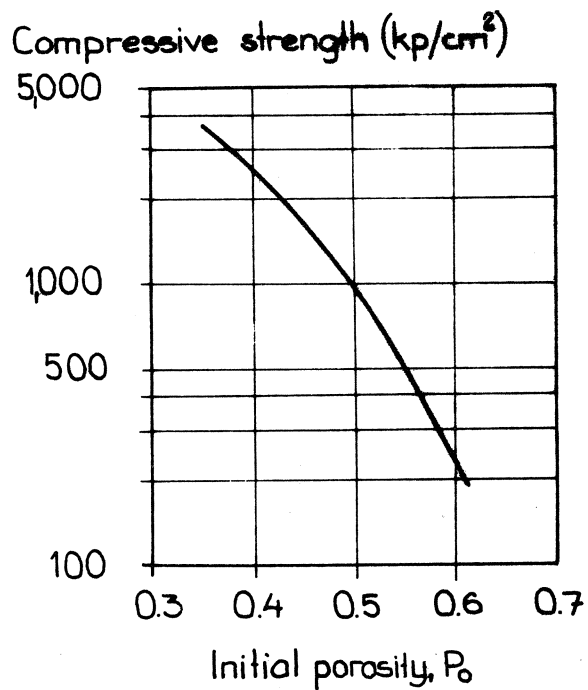


Fig 41: Strength versus porosity before hydration. Portland cement compacts. Anon /1969 A/.

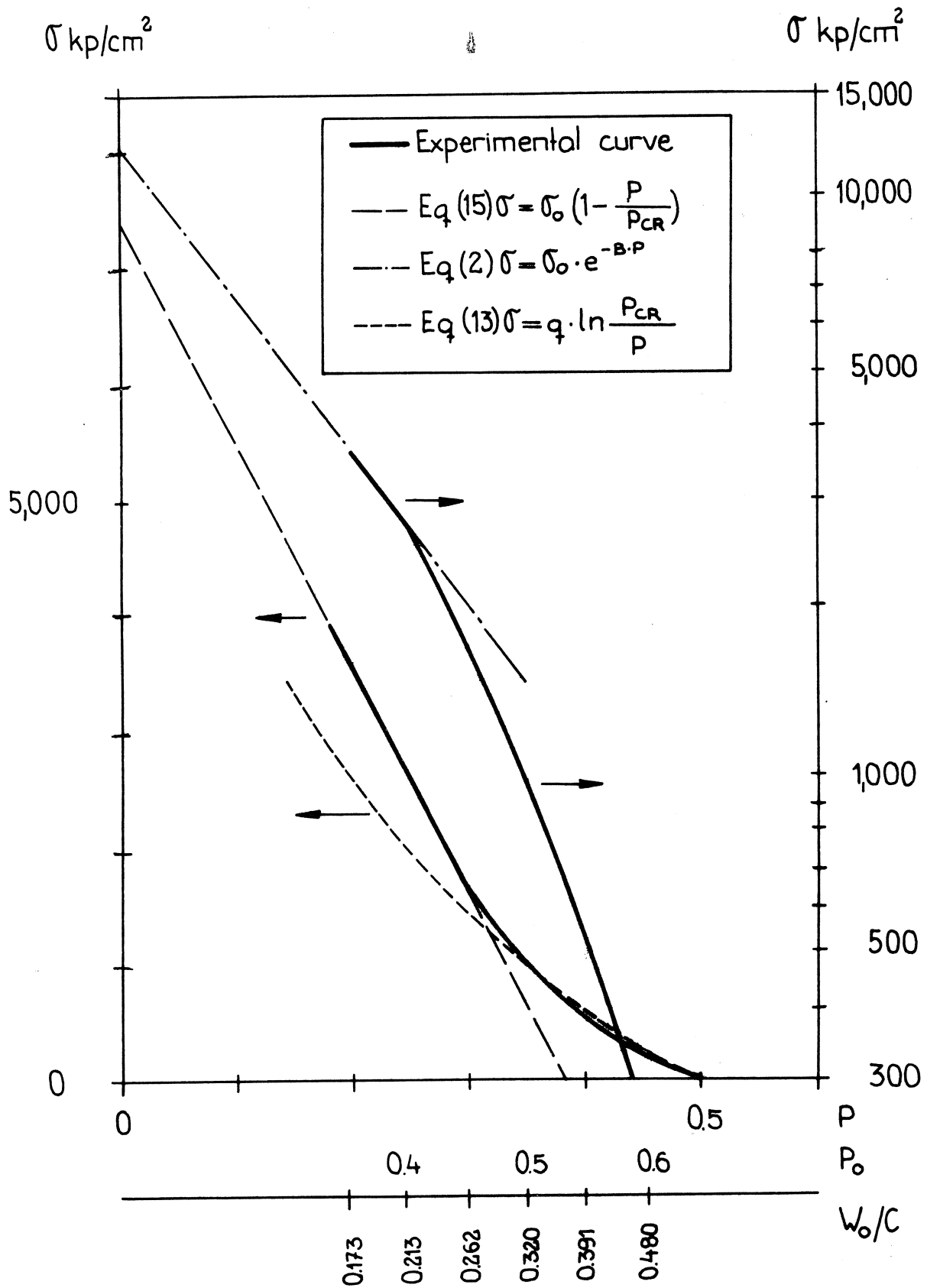


Fig 42: Strength versus real porosity calculated from eq (42). Experimental data from fig 41. Adaption of different expressions to experimental curve.

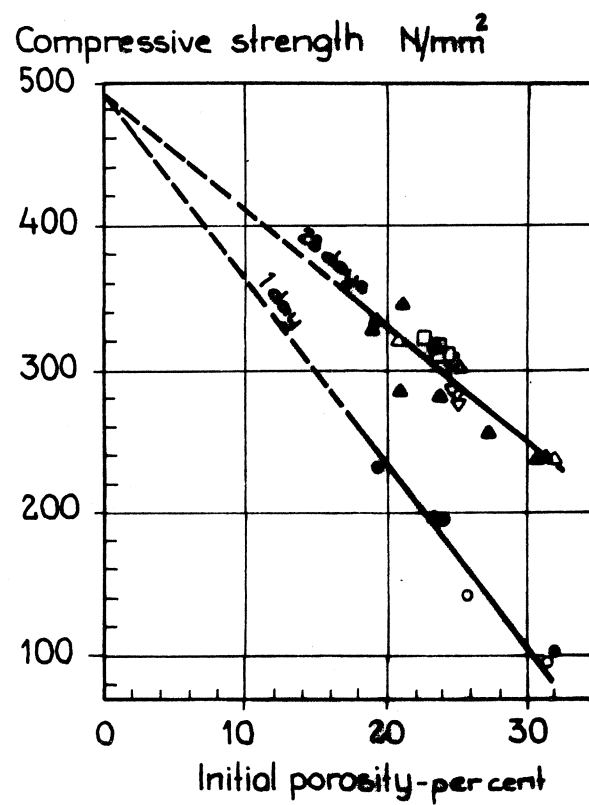


Fig 43: Strength at 2 ages versus porosity before hydration. Portland cement compacts. Bajza /1970/.

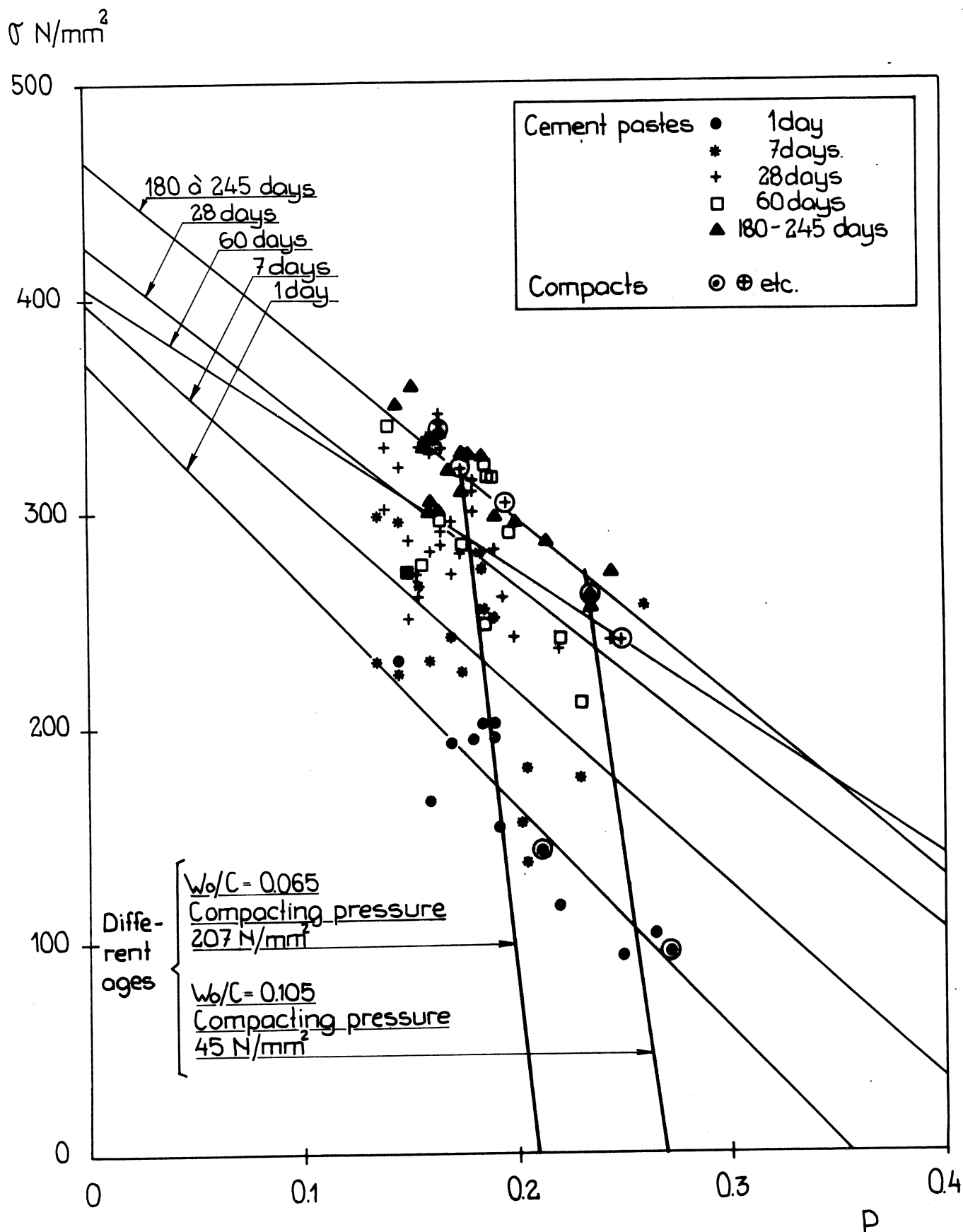


Fig 44: Strength versus actual calculated total porosity for the materials in Fig 43.

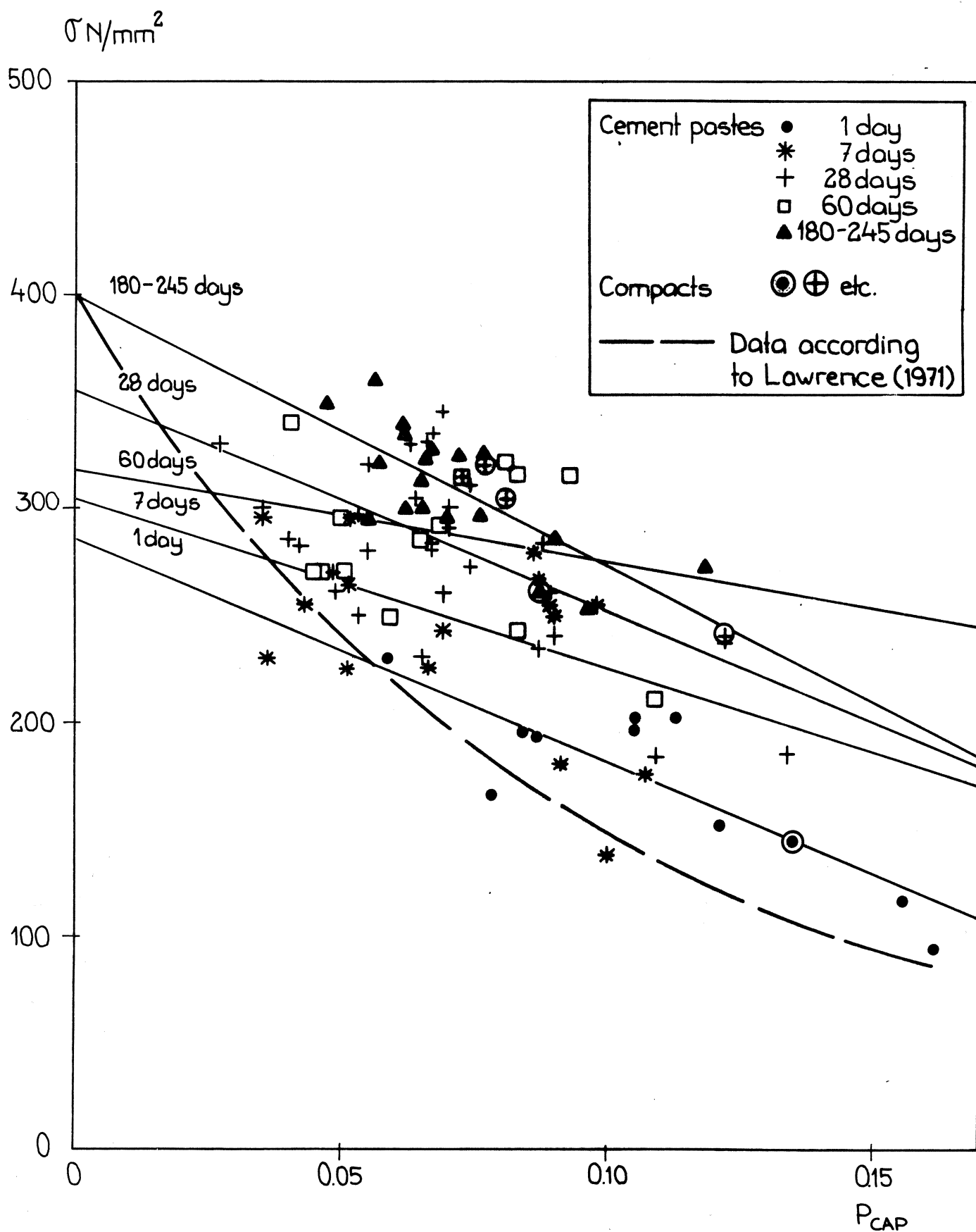


Fig 45: Strength versus actual calculated capillary porosity for the materials in fig 43.

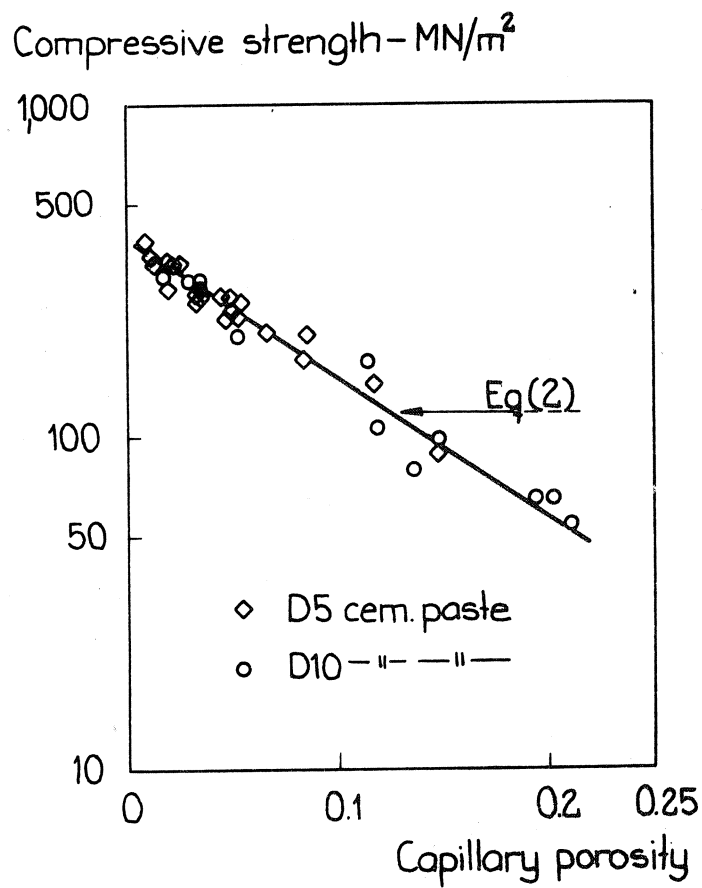


Fig 46: Strength versus capillary porosity of portland cement compacts. Halvorsen & Samuelson /1971/.

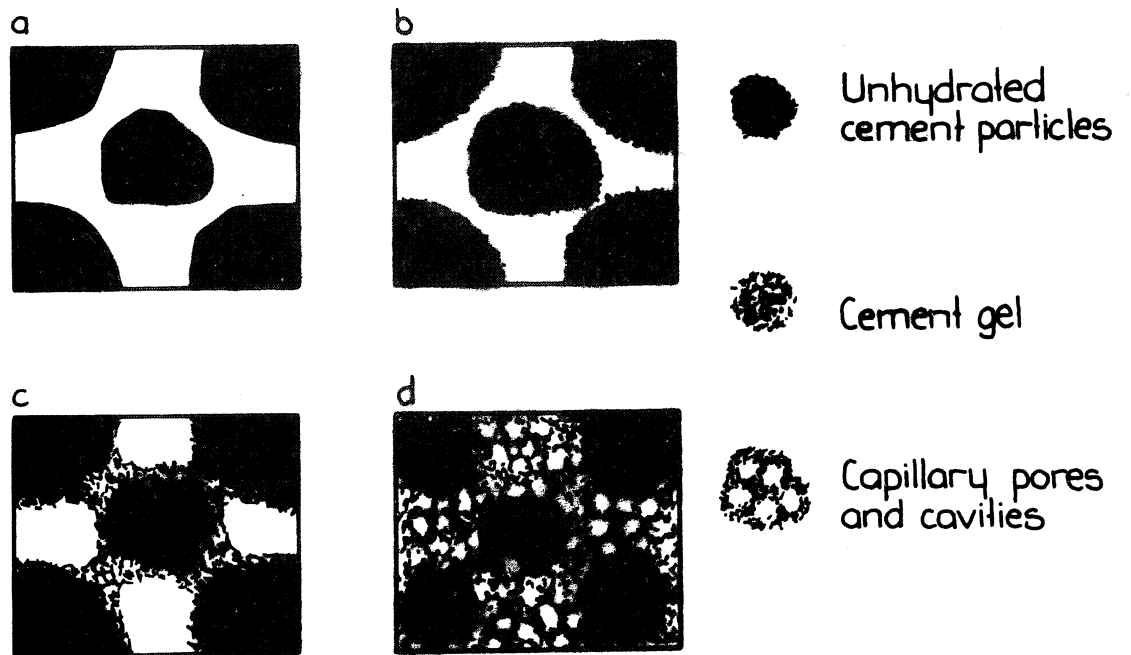


Fig 47: Structure of portland cement paste during 4 stages of hydration. Powers /1960/.

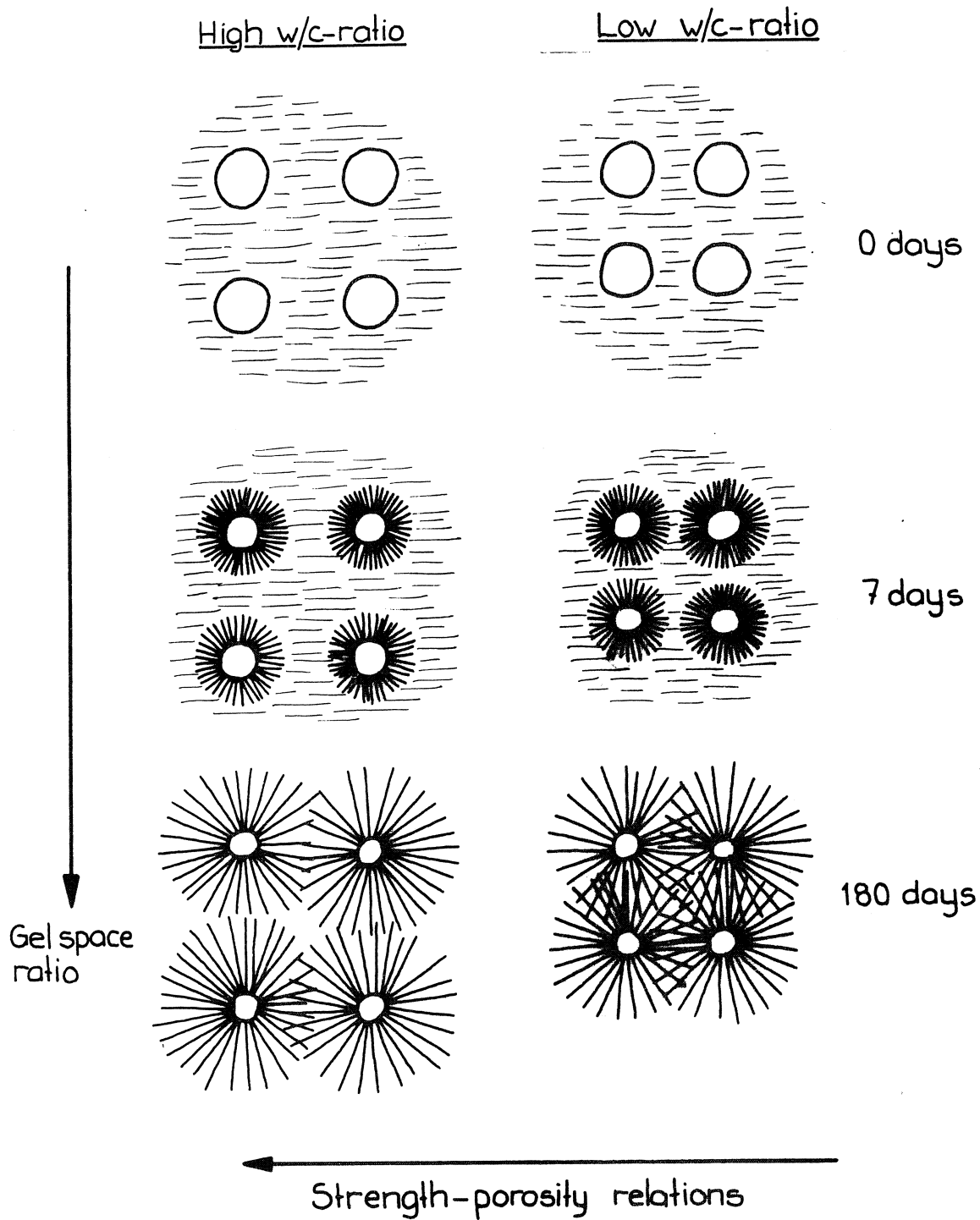


Fig 48: Schematic picture of two principally different ways of variation of porosity of portland cement pastes.

Compressive strength, $\text{lb/in}^2 \times 10^{-3}$

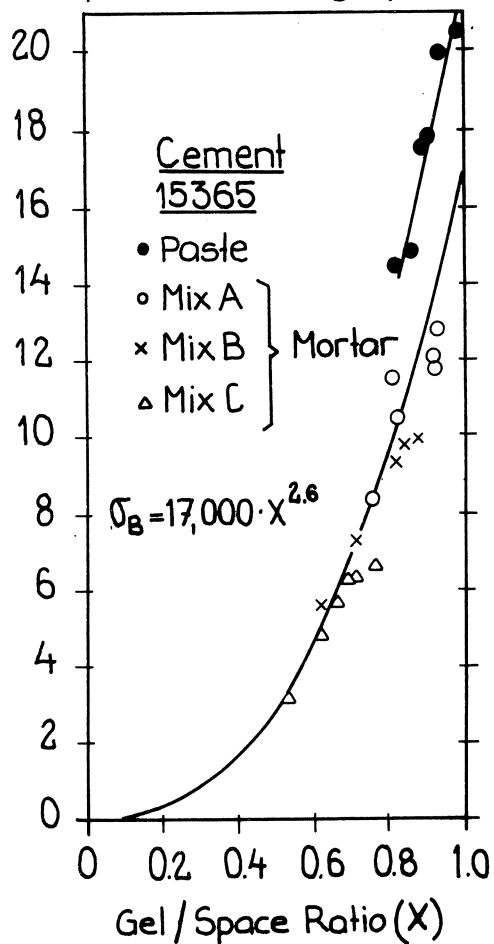


Fig 49: Compressive strength versus gel space ratio. Same data as in in fig 36. Powers & Brownyard /1948/ Powers /1949/.

Compr. strength of 2 in. cubes, $\text{lb/in}^2 \times 10^{-3}$

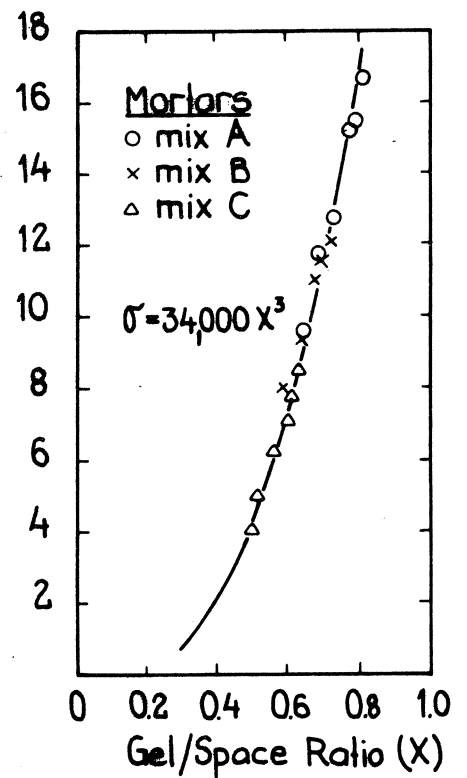


Fig 50: Compressive strength versus gel space ratio, X_1 . X_1 defined in eq (47). Powers /1959/.

Compr. strength of 2 in. cubes, $\text{lb/in}^2 \times 10^{-3}$

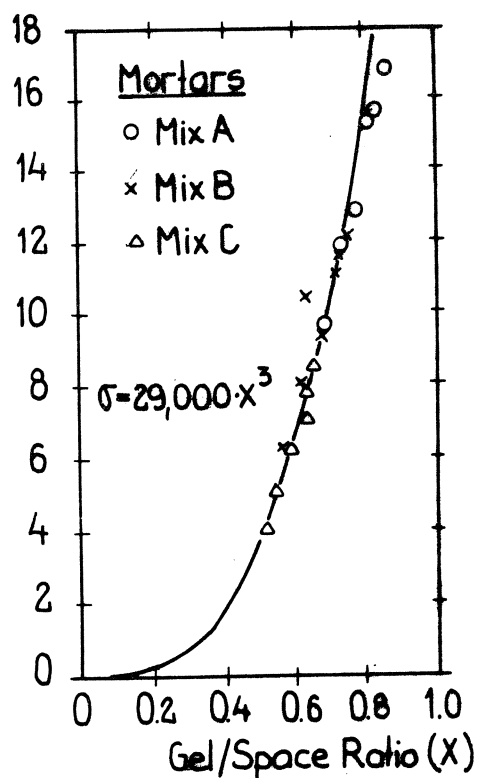


Fig 51: Compressive strength versus gel space ratio X_1 . X_1 defined in eq (46). Powers /1959/.

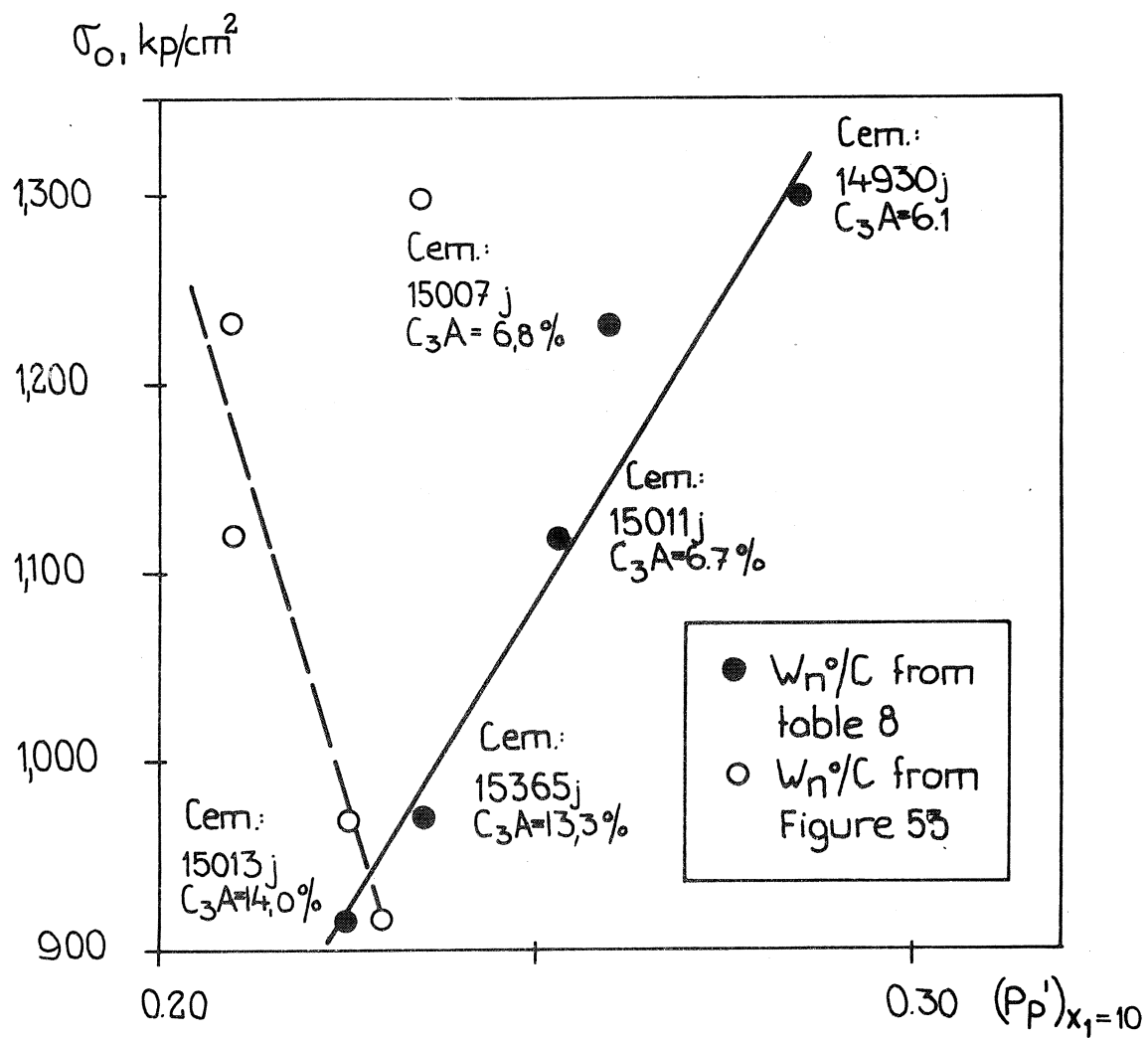


Fig 52: Ultimate strength, σ_0 , as function of paste porosity at gel space ratio $X_1 = 1.0$. (X_1 from eq (51)).

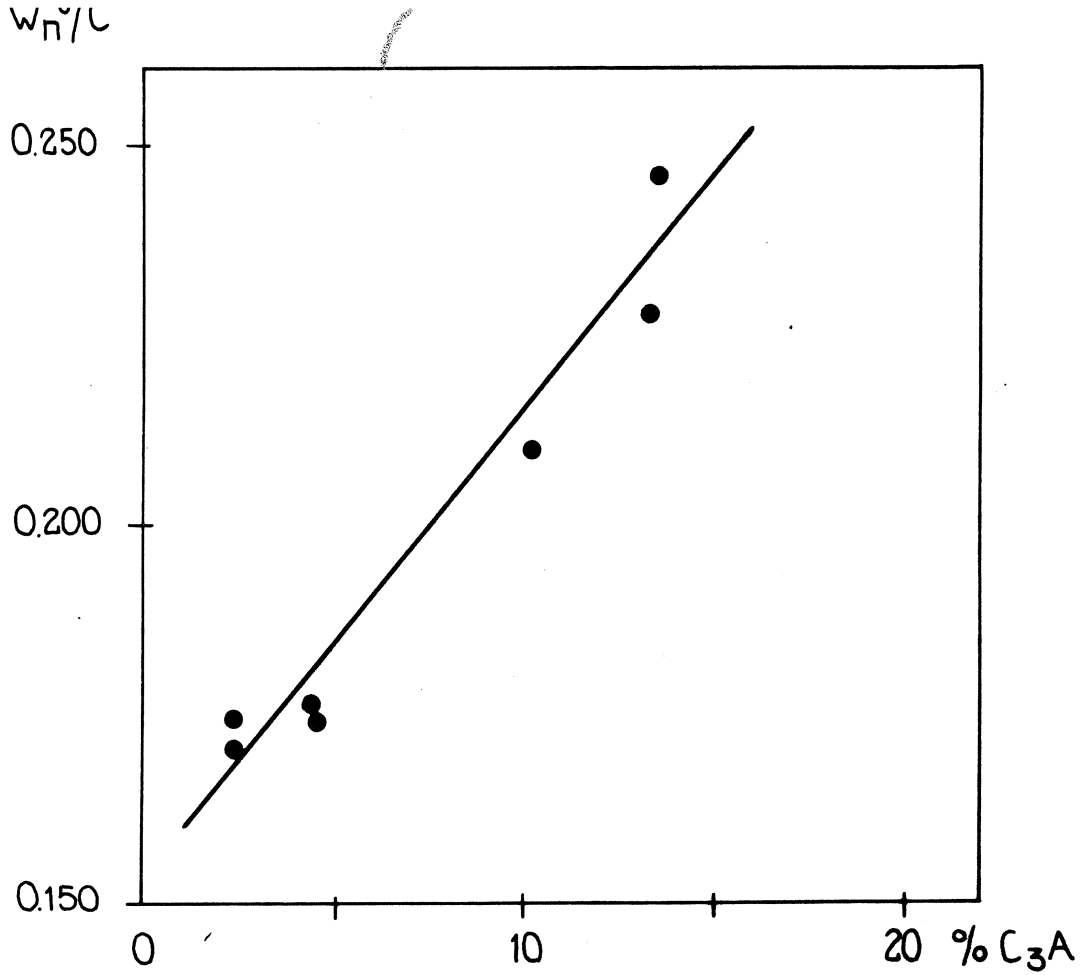


Fig 53: Non evaporable water content at complete hydration, w_n^o/c , as function of amount C₃A.

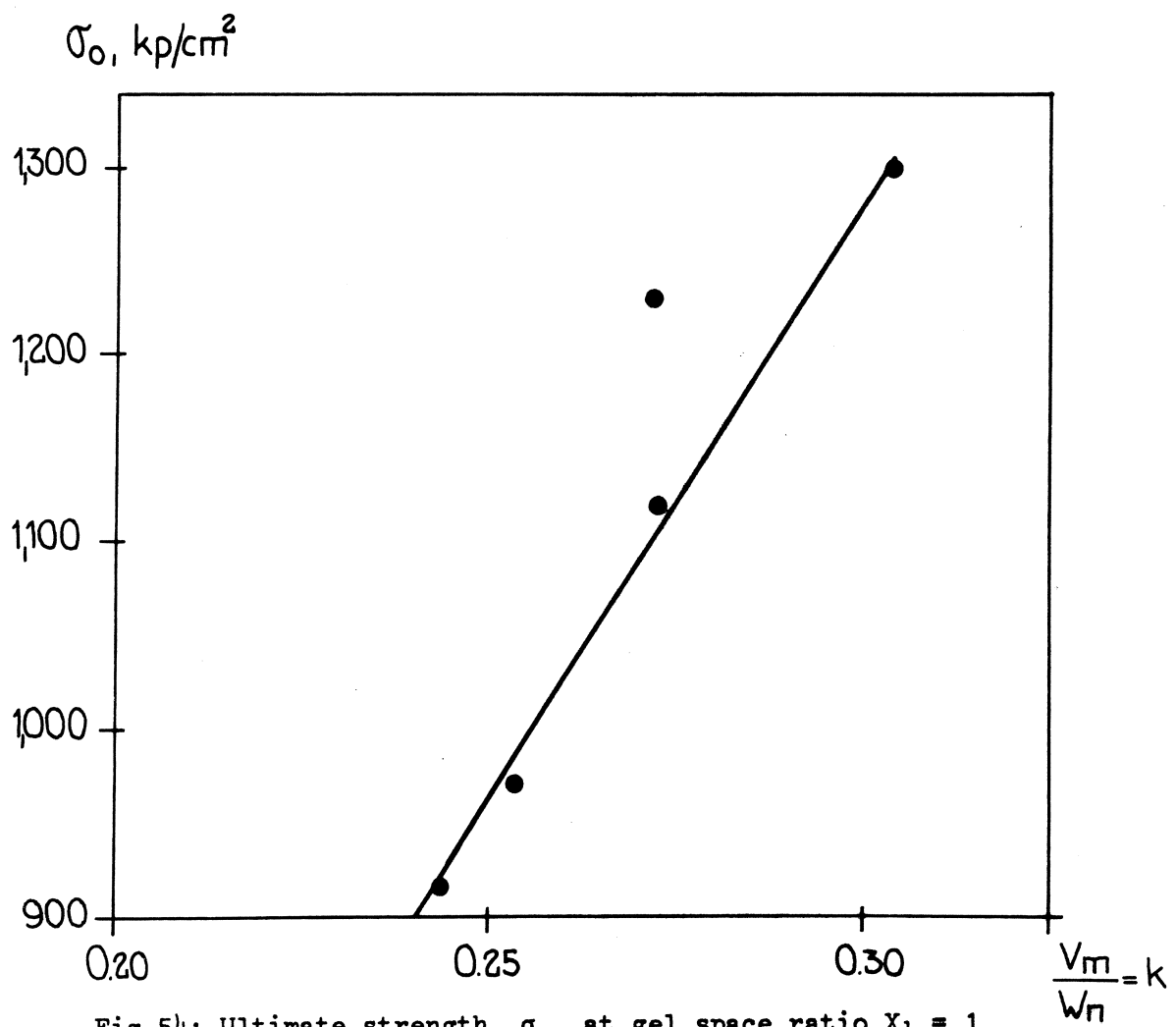


Fig 54: Ultimate strength, σ_o , at gel space ratio $X_1 = 1$ as function of specific surface of gel, V_m/W_n .

Compressive strength, psi

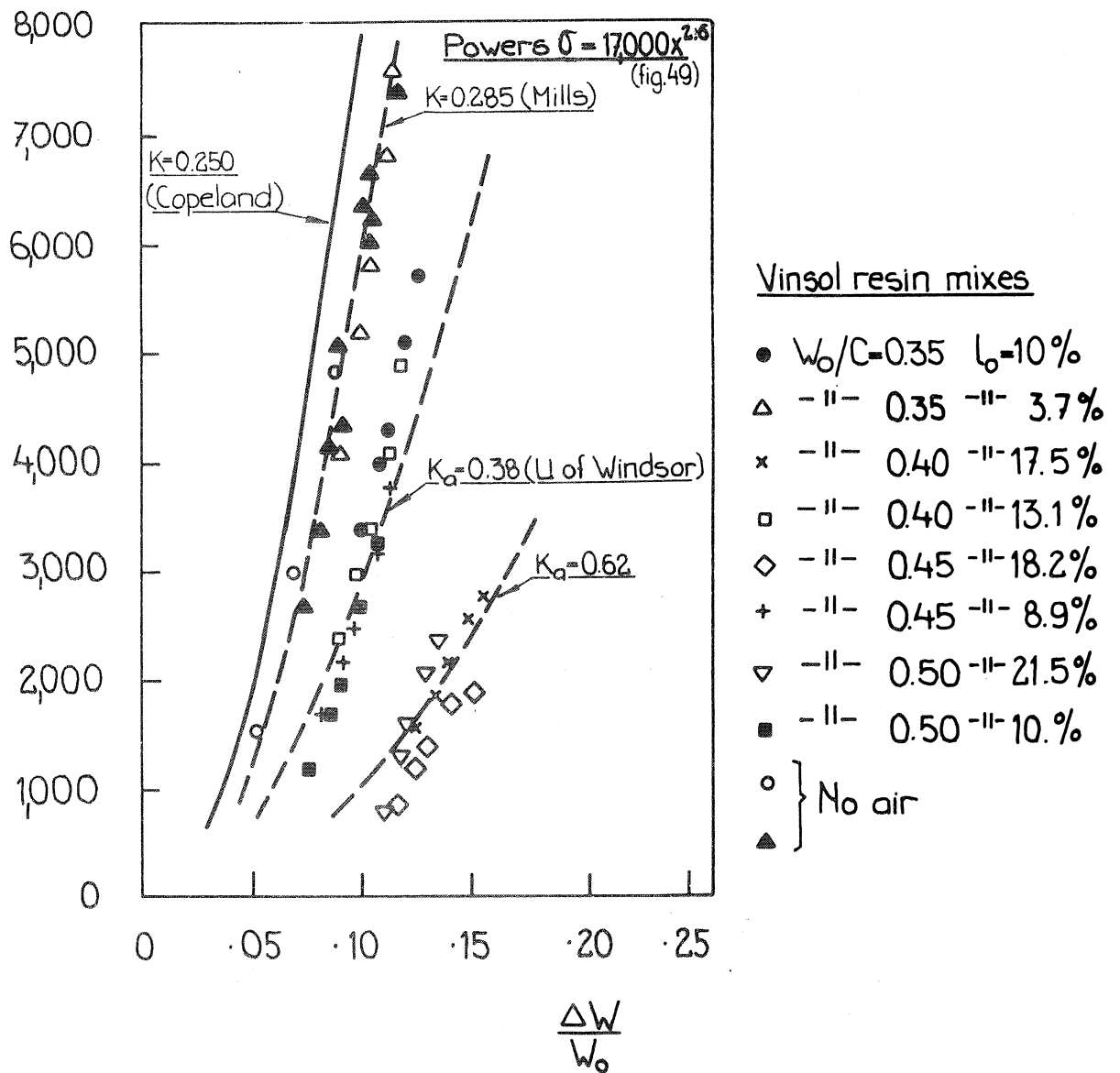


Fig 55: Compressive strength of air entrained mixes as function of factor $\Delta W/W_0$ (contraction pores: original water content). Beaudoin & Mac Innis /1971/.

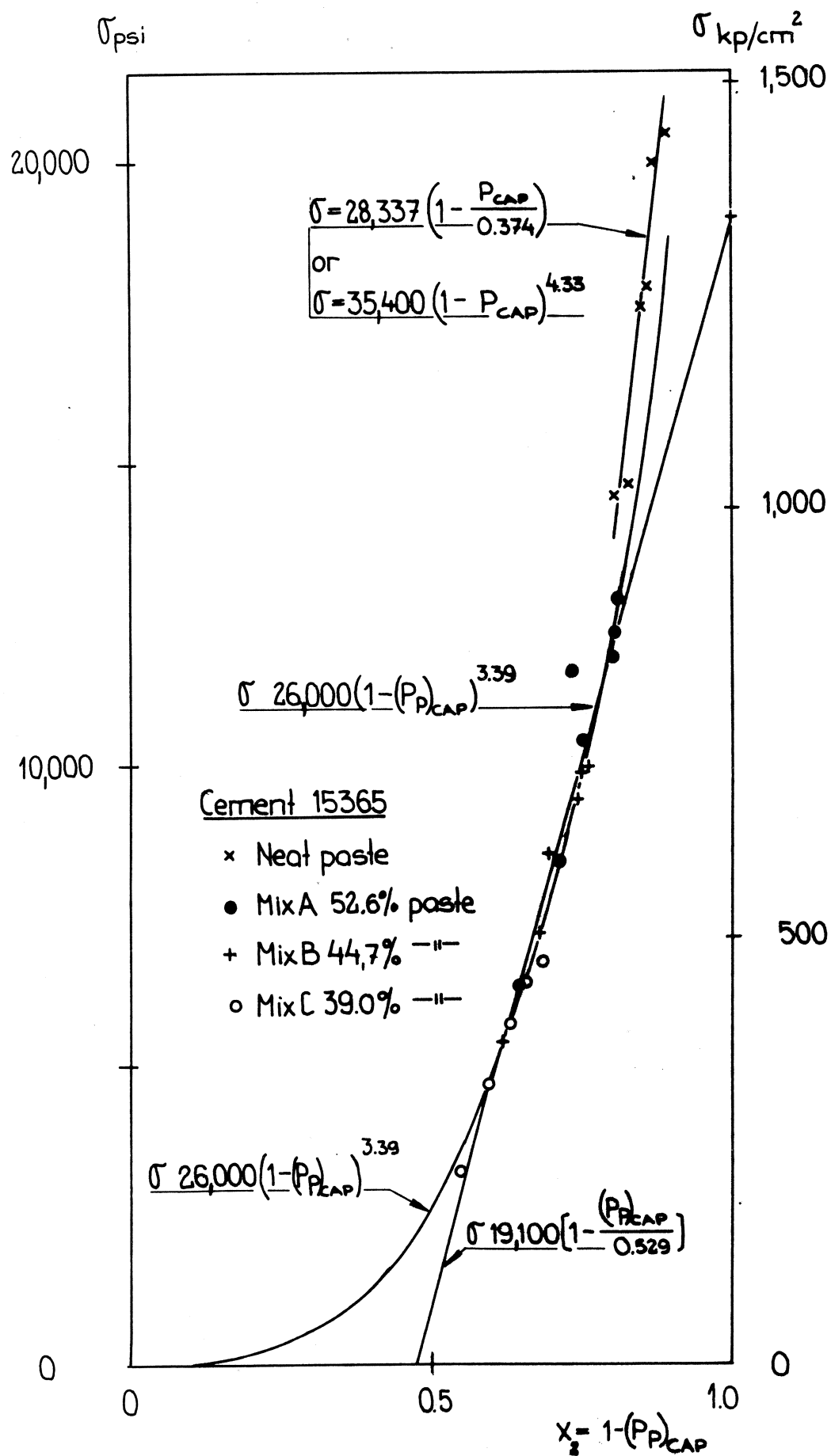


Fig 56: Compressive strength versus gel space ratio
 $X_2 = 1 - (P_p)_{\text{CAP}}$ • X_2 defined in eq (66). Same
 data as in figs 36 and 49.

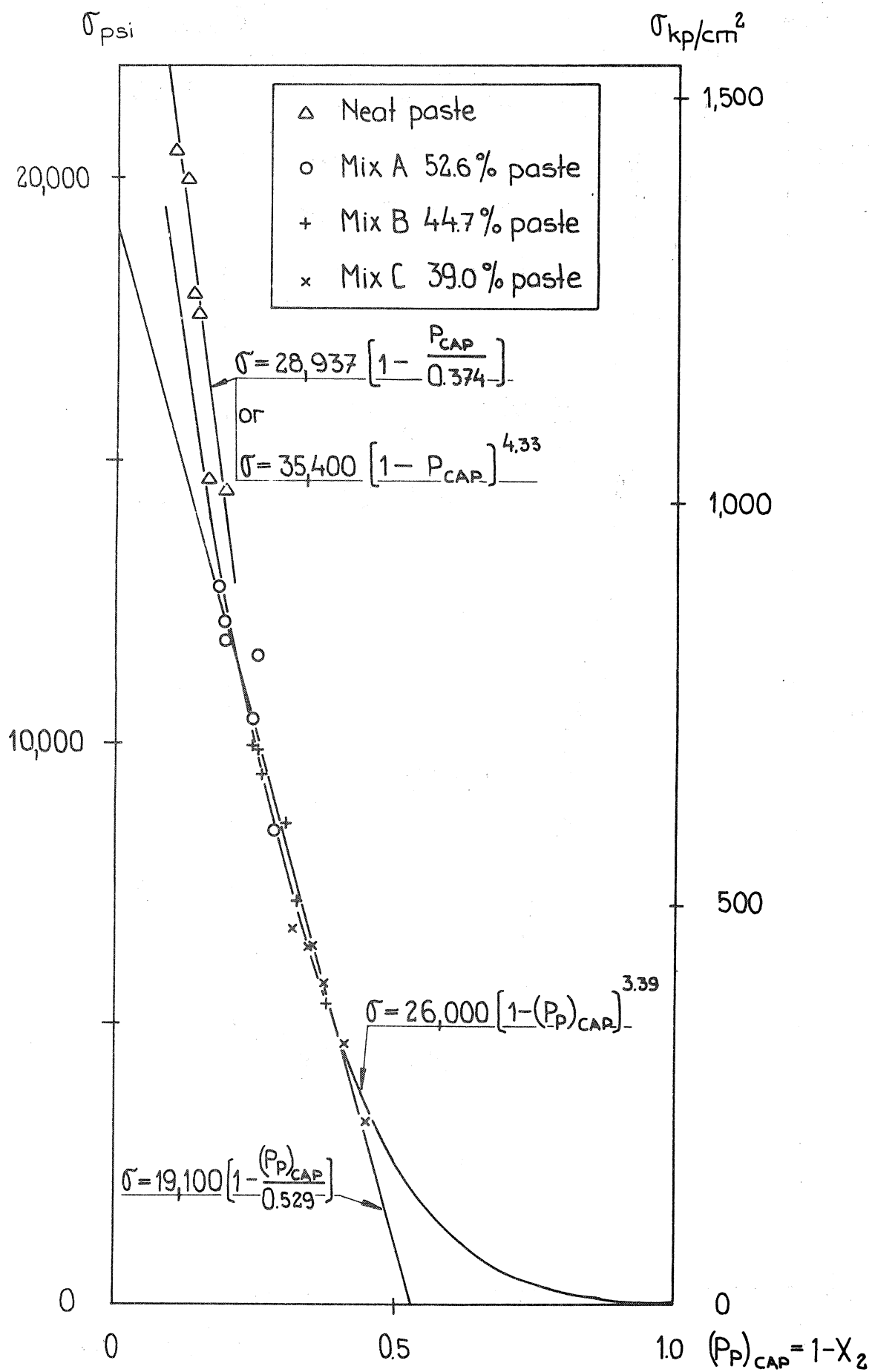


Fig 57: Reflection of fig 56.

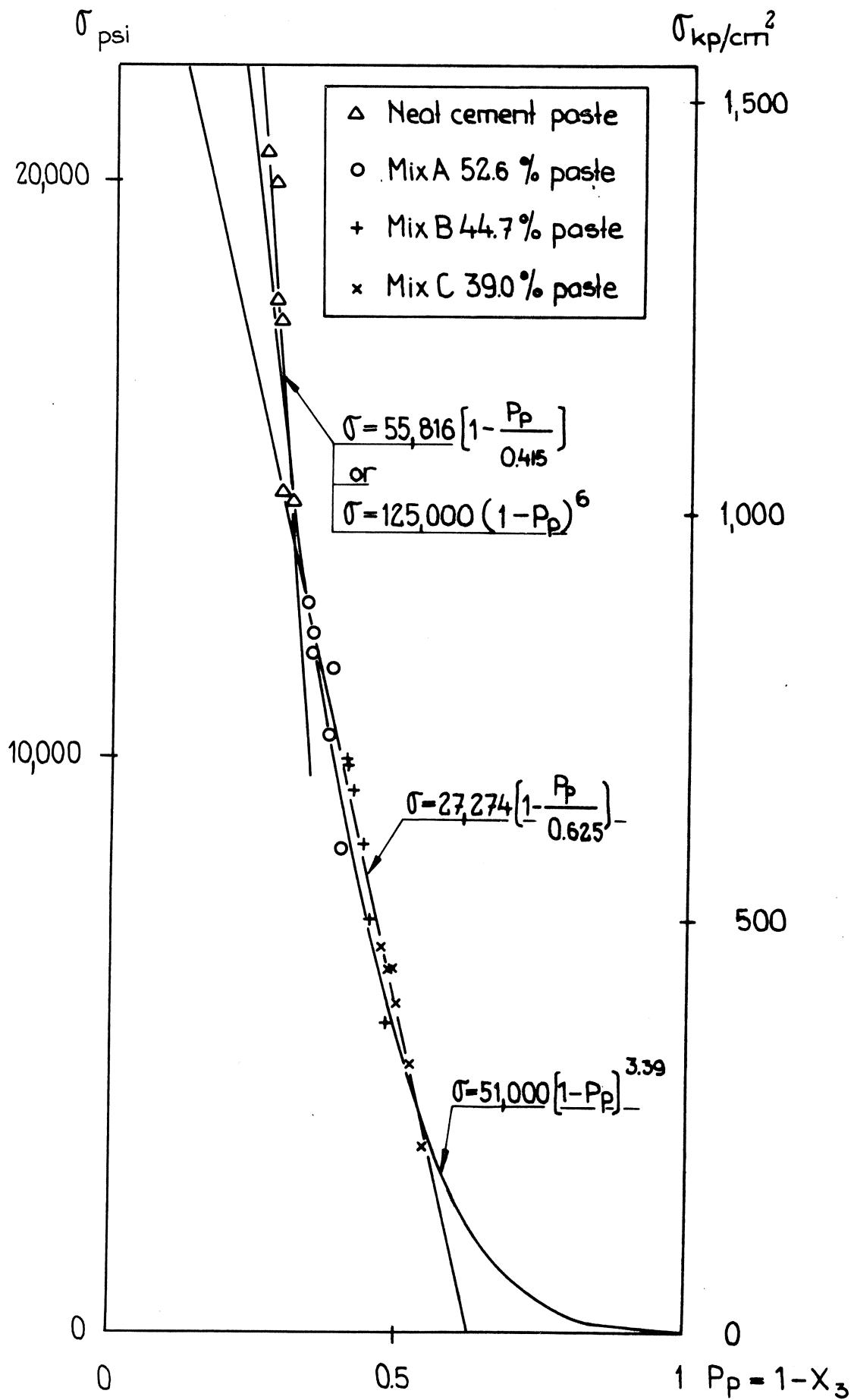


Fig 58: Compressive strength versus total paste porosity,
 $P_p = 1 - X_3$: gel space ratio X_3 defined in eq (71).
 Same data as in figs 36, 49 and 56.

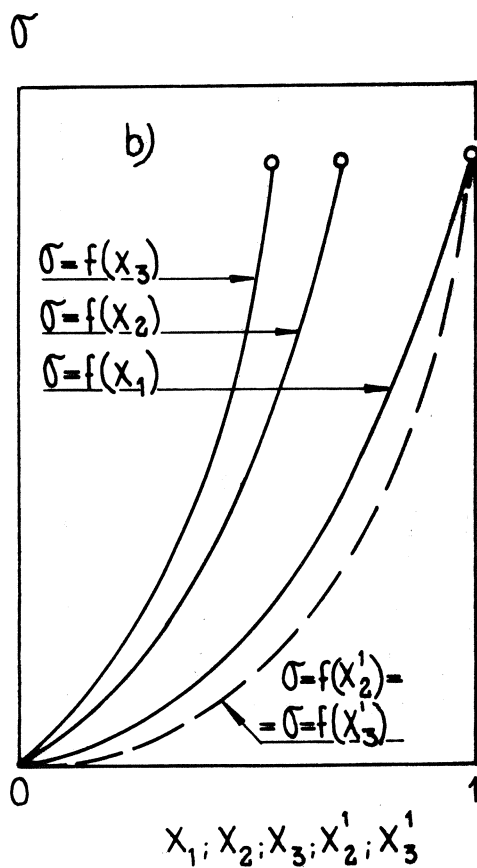
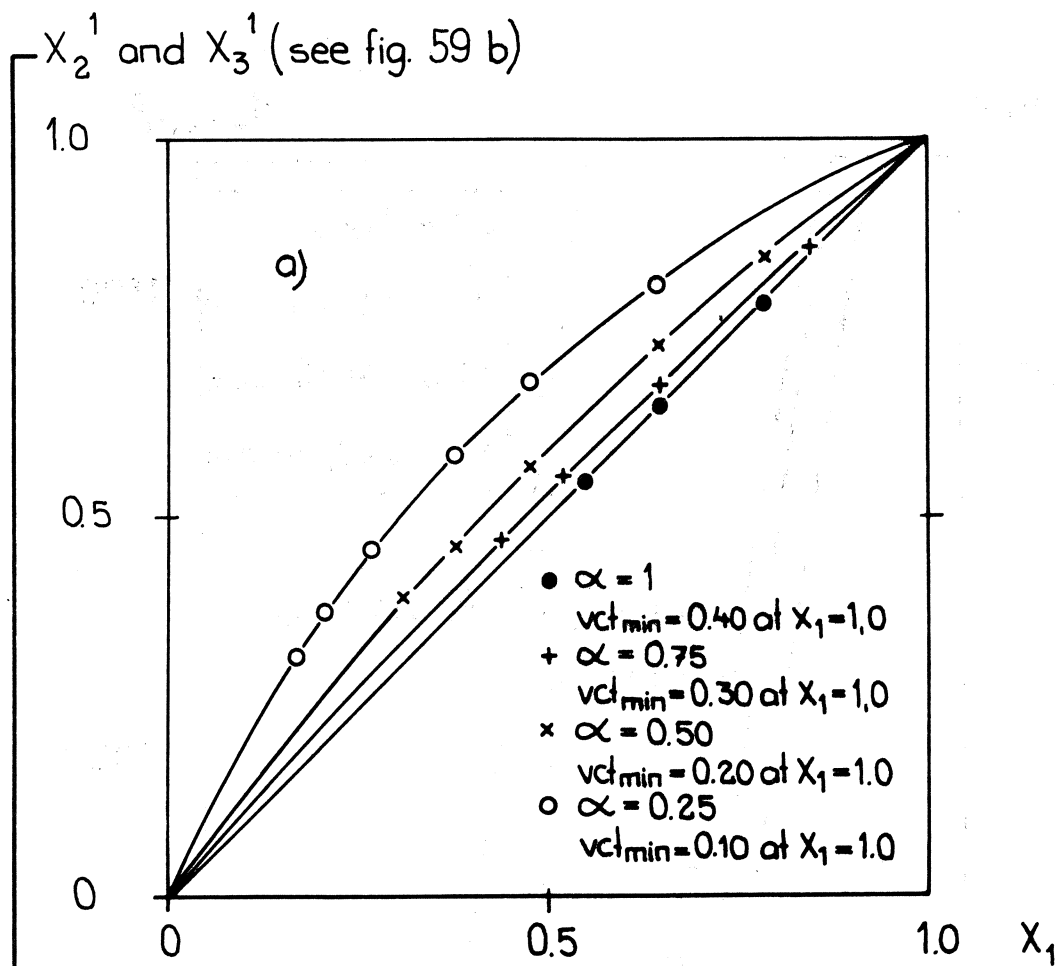


Fig 59 (a) - (b): Connection between the three different definitions of gel space ratio, X_1 X_2 X_3 .

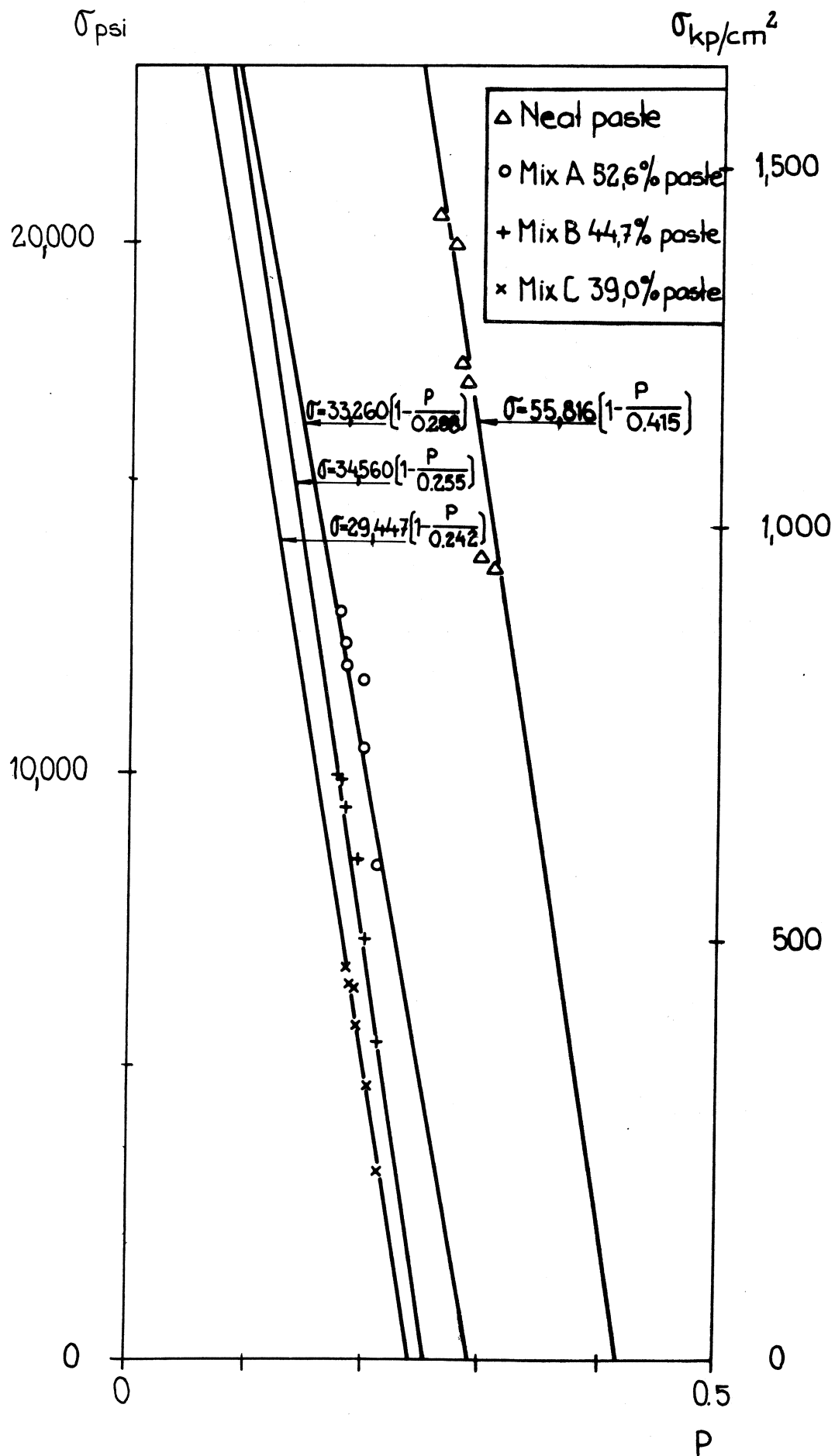


Fig 60: Strength versus total porosity calculated from eq (37). Same data as in figs 36, 49, 56 and 58. cf fig 39 where porosities according to Lawrence & al /1971/ are used.

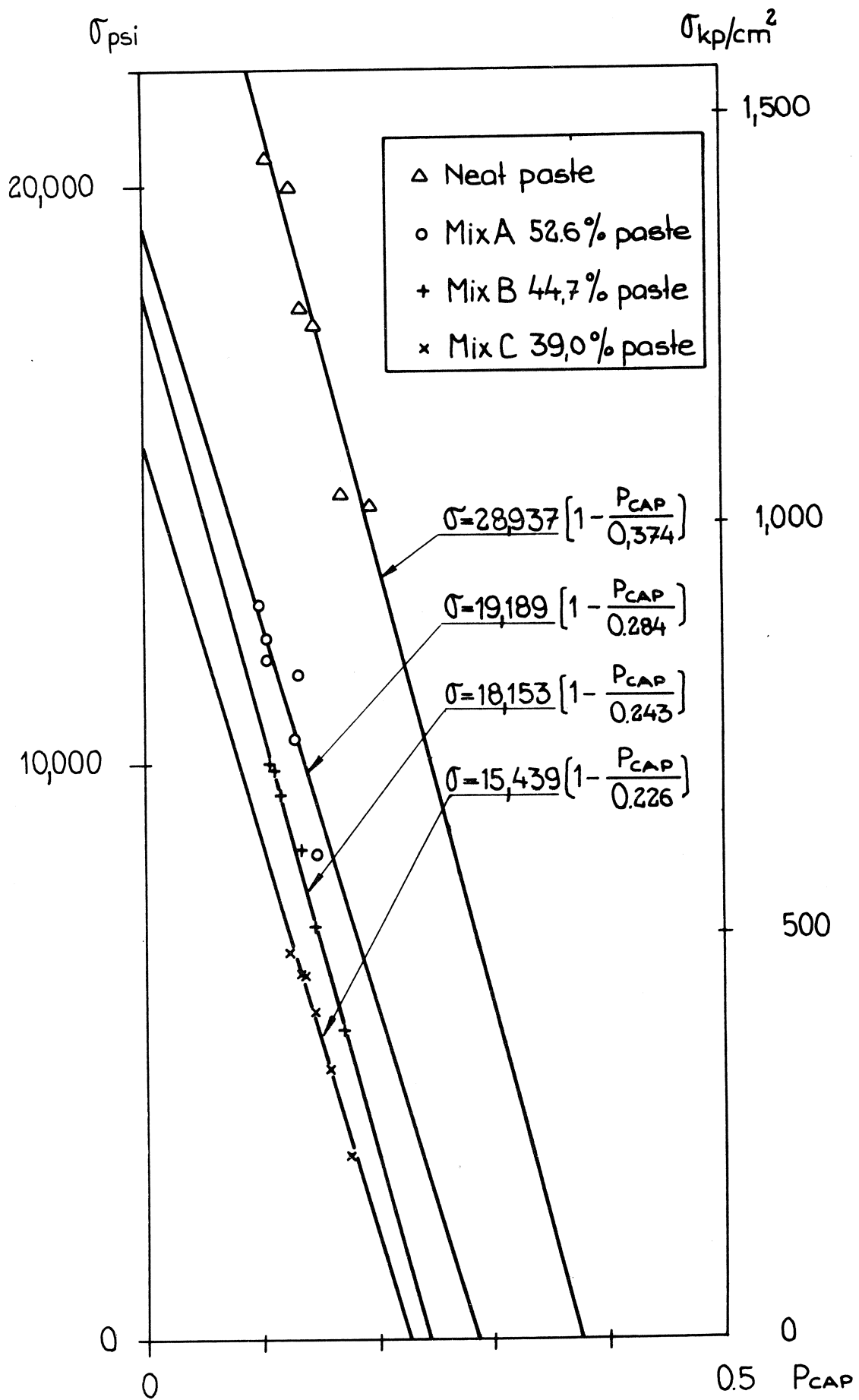


Fig 61: Same data as in fig 60 but porosity expressed as total capillary porosity.

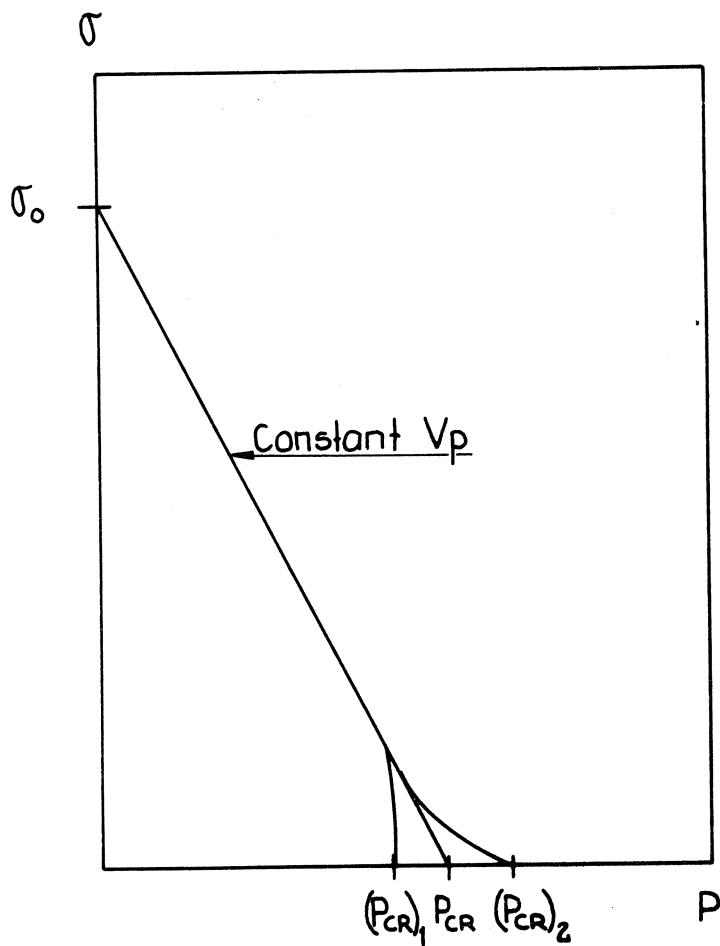


Fig 62: Hypothetical connections $\sigma - P$ at constant volume fraction of cement paste but different critical porosities.

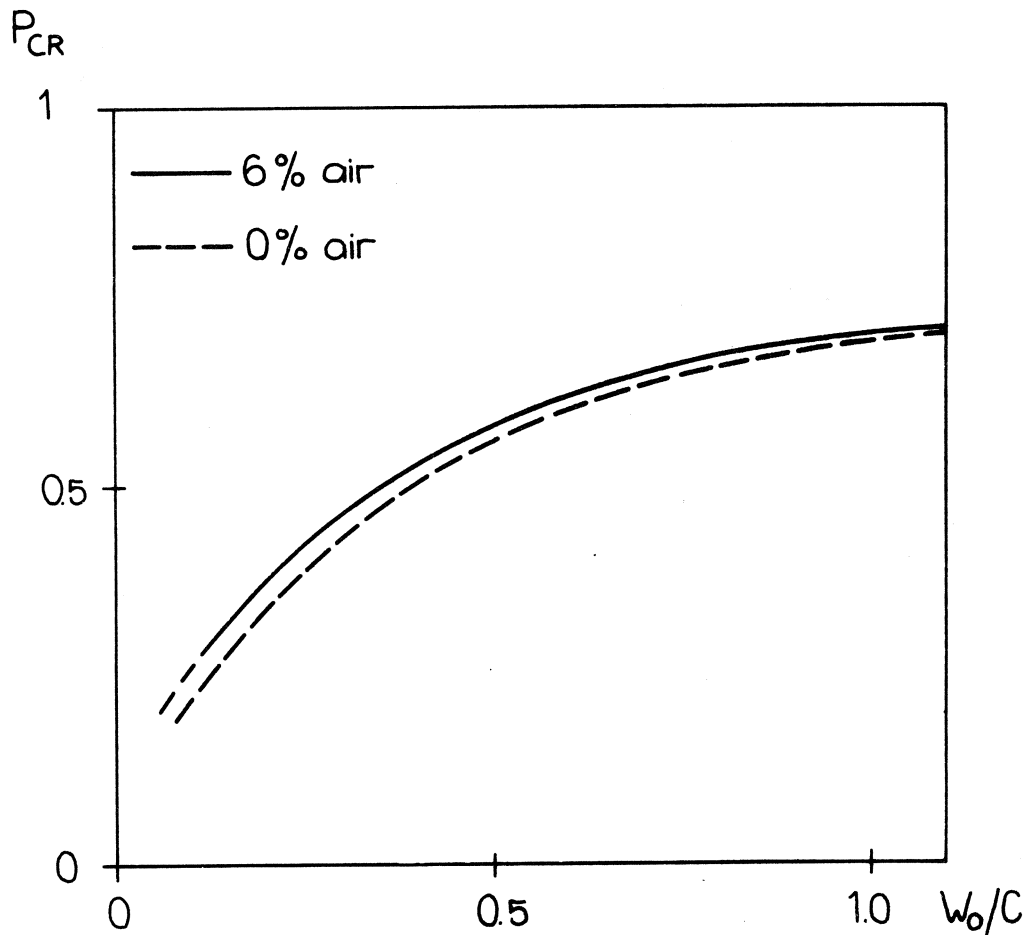


Fig 63: Critical porosity of portland cement pasta versus water cement ratio. Eq (83).



Fig 64: Scanning electrone microscope picture of cement mortar. 1:4. $W_o/c = 0,54$. Porous interface paste - grain of aggregate. The grain to the right. Photo: Inst of Zoology. Univ of Lund.

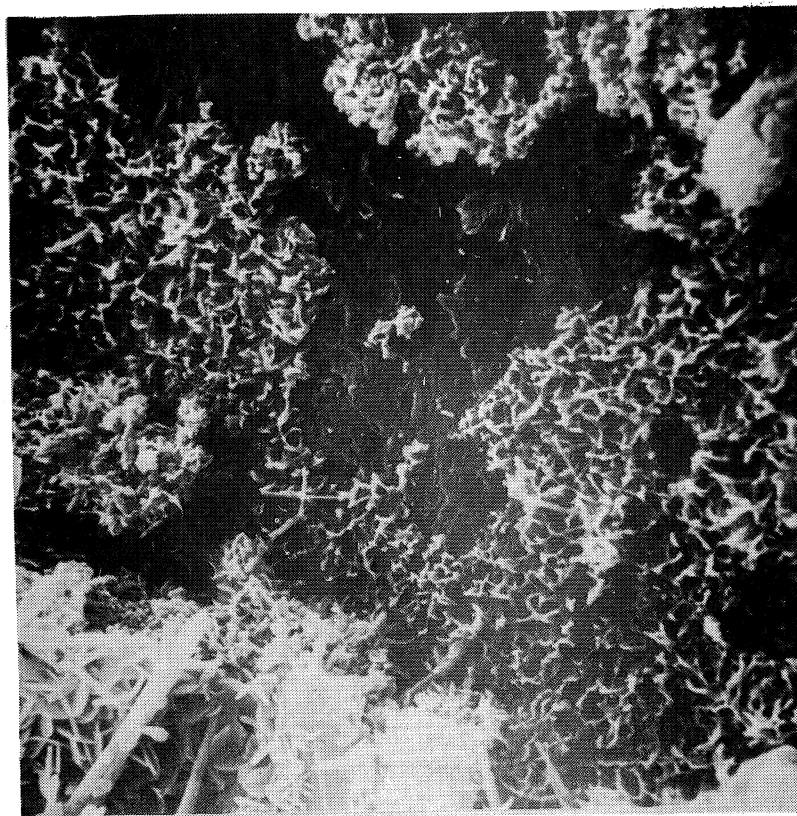


Fig 65: Scanning electrone microscope picture of cement mortar. 1:4. $W_o/c = 0,64$. Fracture surface at interface paste - grain of aggregate. Surface of aggregate is partly free from adhering paste. Photo: Inst of Zoology. Univ of Lund.

$\frac{\sigma_{\text{concrete}}}{\sigma_{\text{mortar}}}$ (at 7 days)

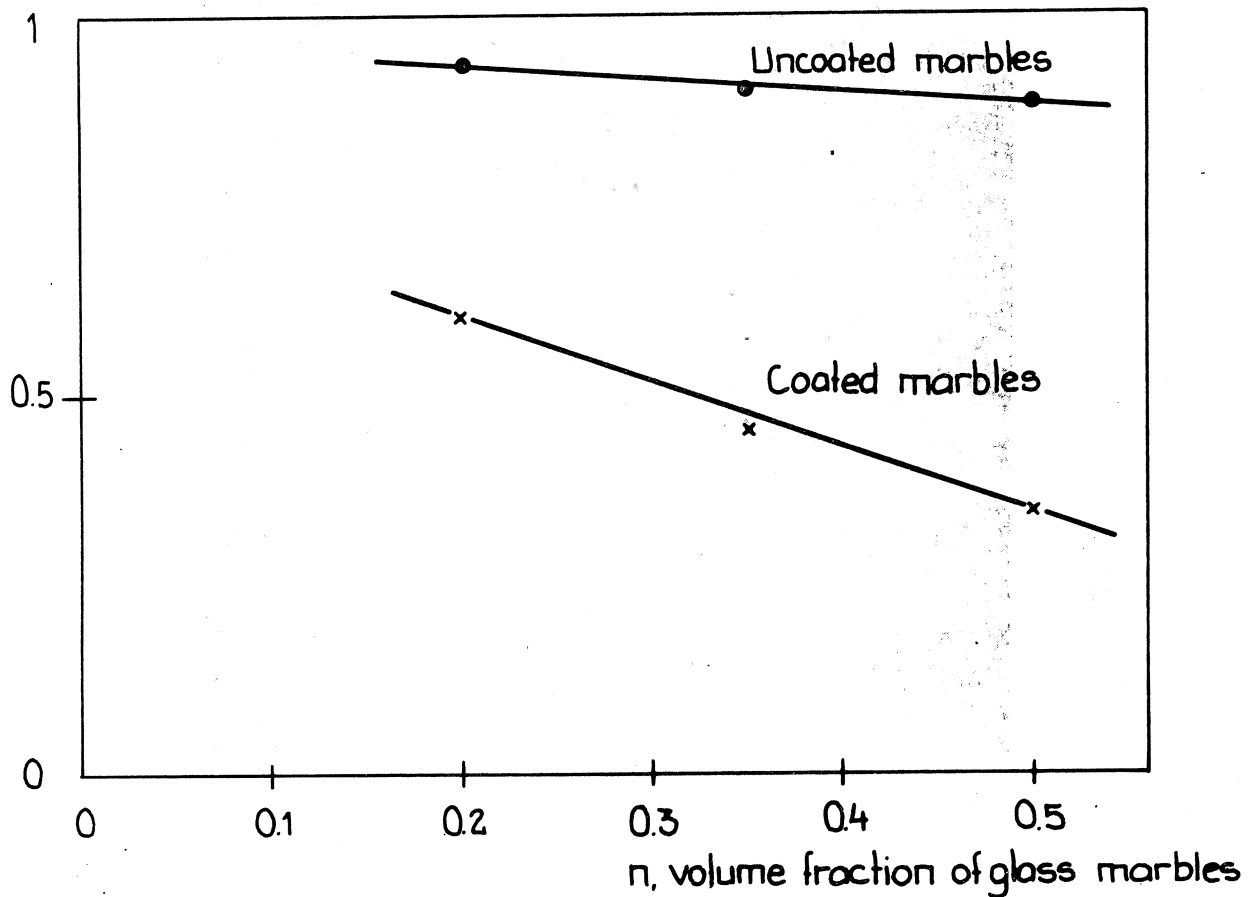


Fig 66: Influence on strength of reduction of adhesion aggregate (glass marbles) - cement paste; from Nepper-Christensen & Nielsen /1969/.

$\frac{\text{Strength, uncoat agg. } (\sigma_u)}{\text{Strength, coat agg. } (\sigma_p)}$

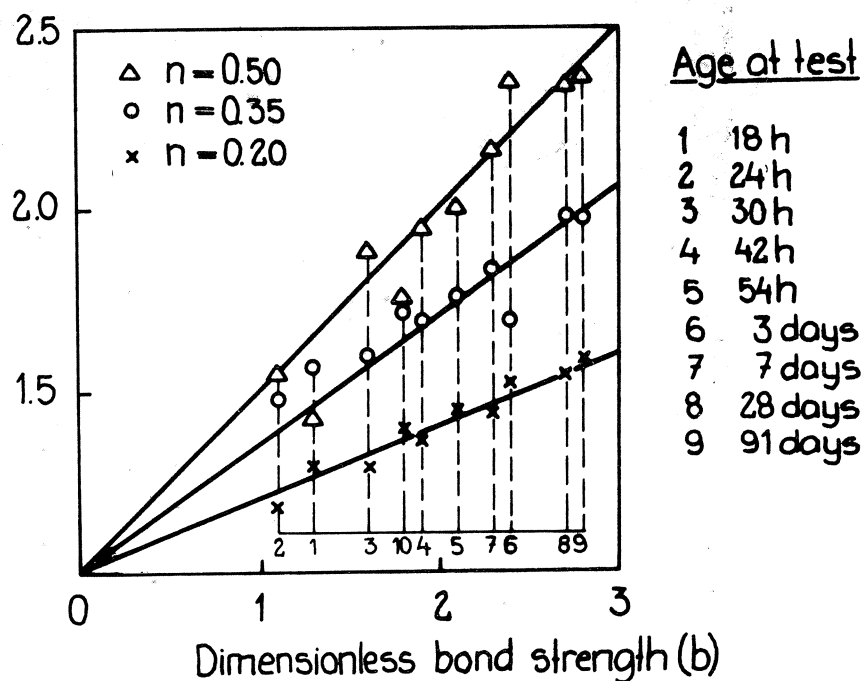


Fig 67: Influence on strength of concrete of bond strength aggregate (glass marble) - cement paste. Nepper-Christensen & Nielsen /1969/.

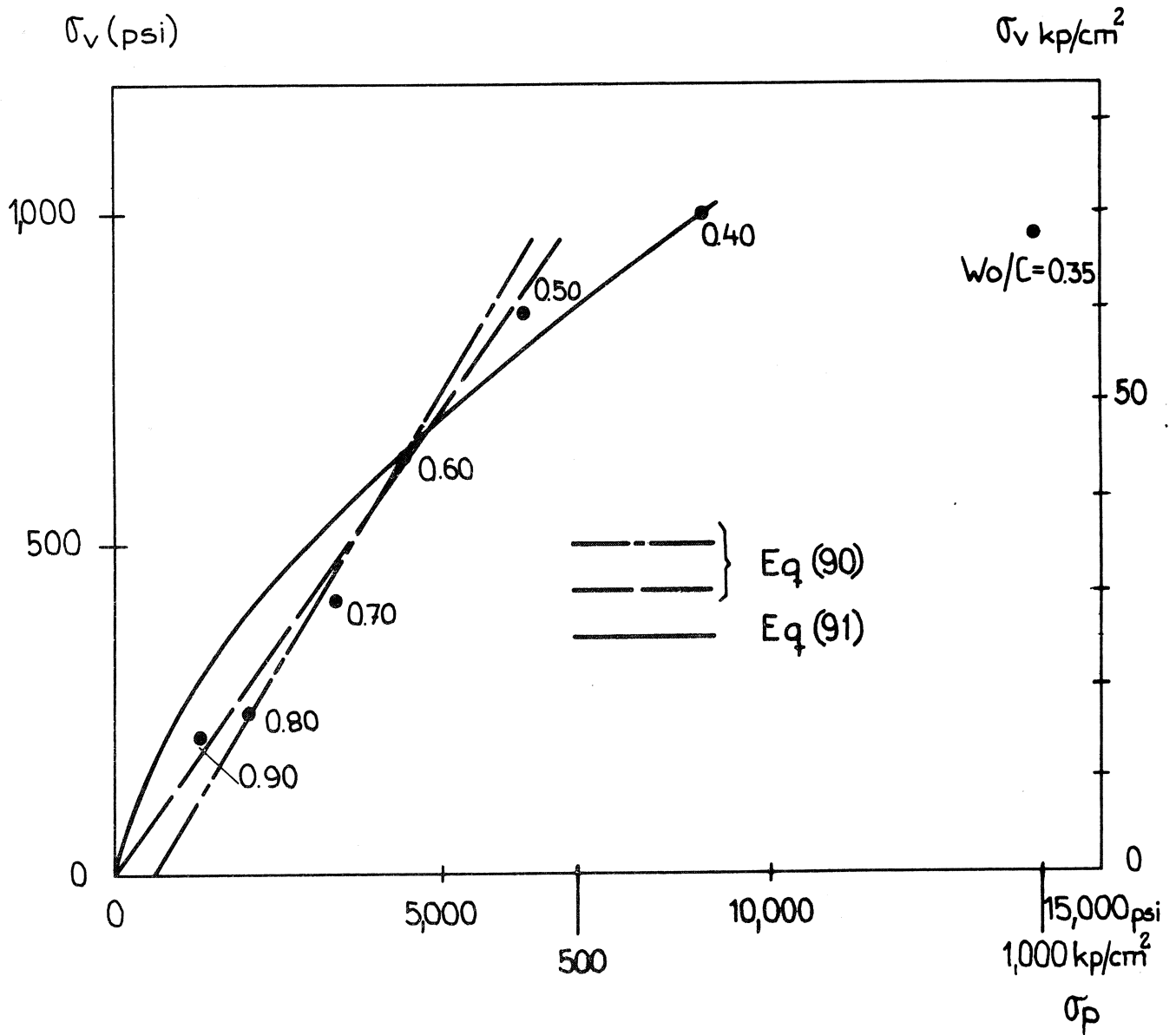


Fig 68: Bond strength aggregate - paste at flexure, σ_v , versus compressive strength of paste, σ_p ($= f$ (water - cement ratio). Alexander & al /1965/.

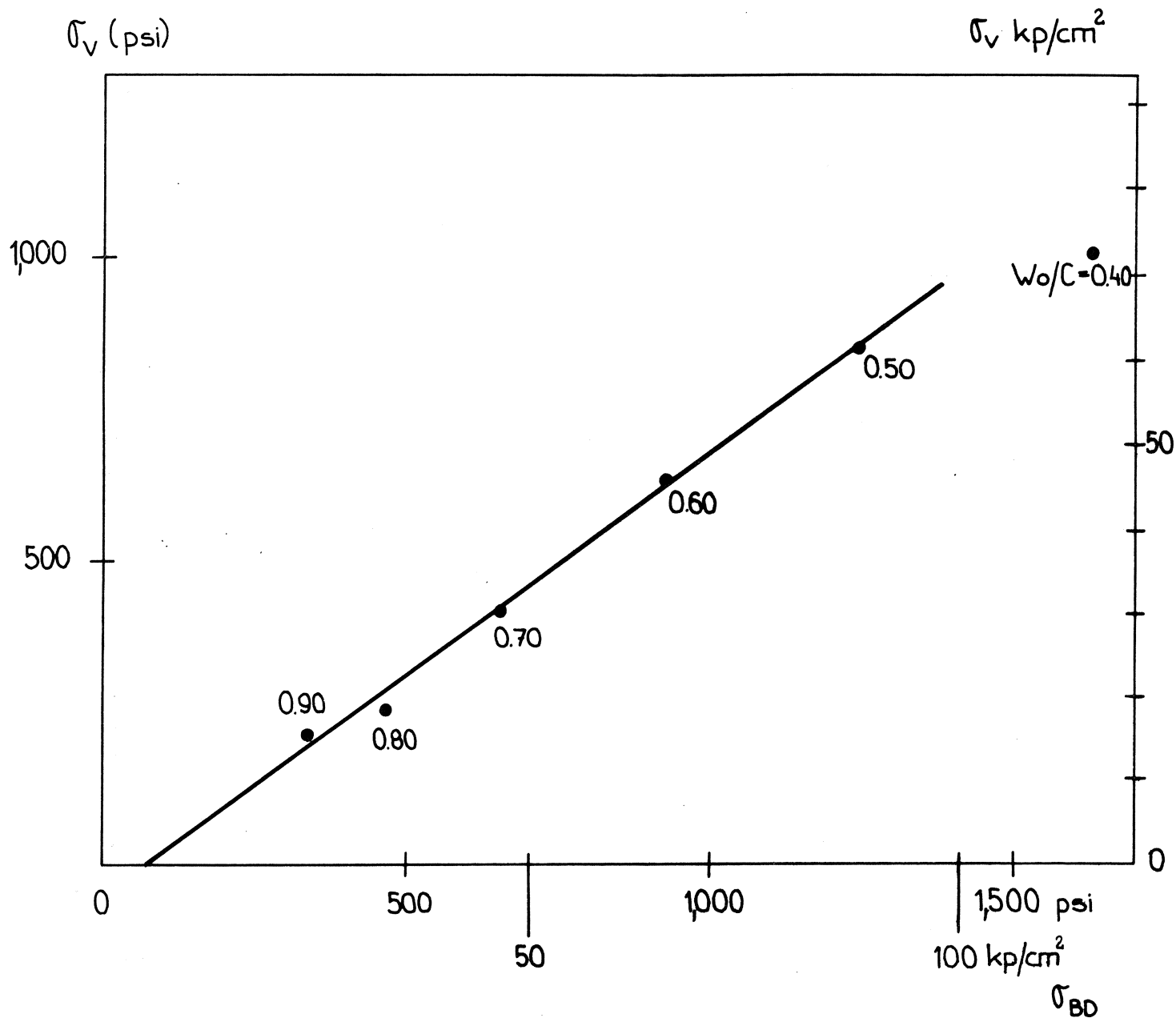


Fig 69: Bond strength aggregate - paste at flexure, σ_v versus flexural strength of paste, σ_{BD} . Alexander & al /1965/.

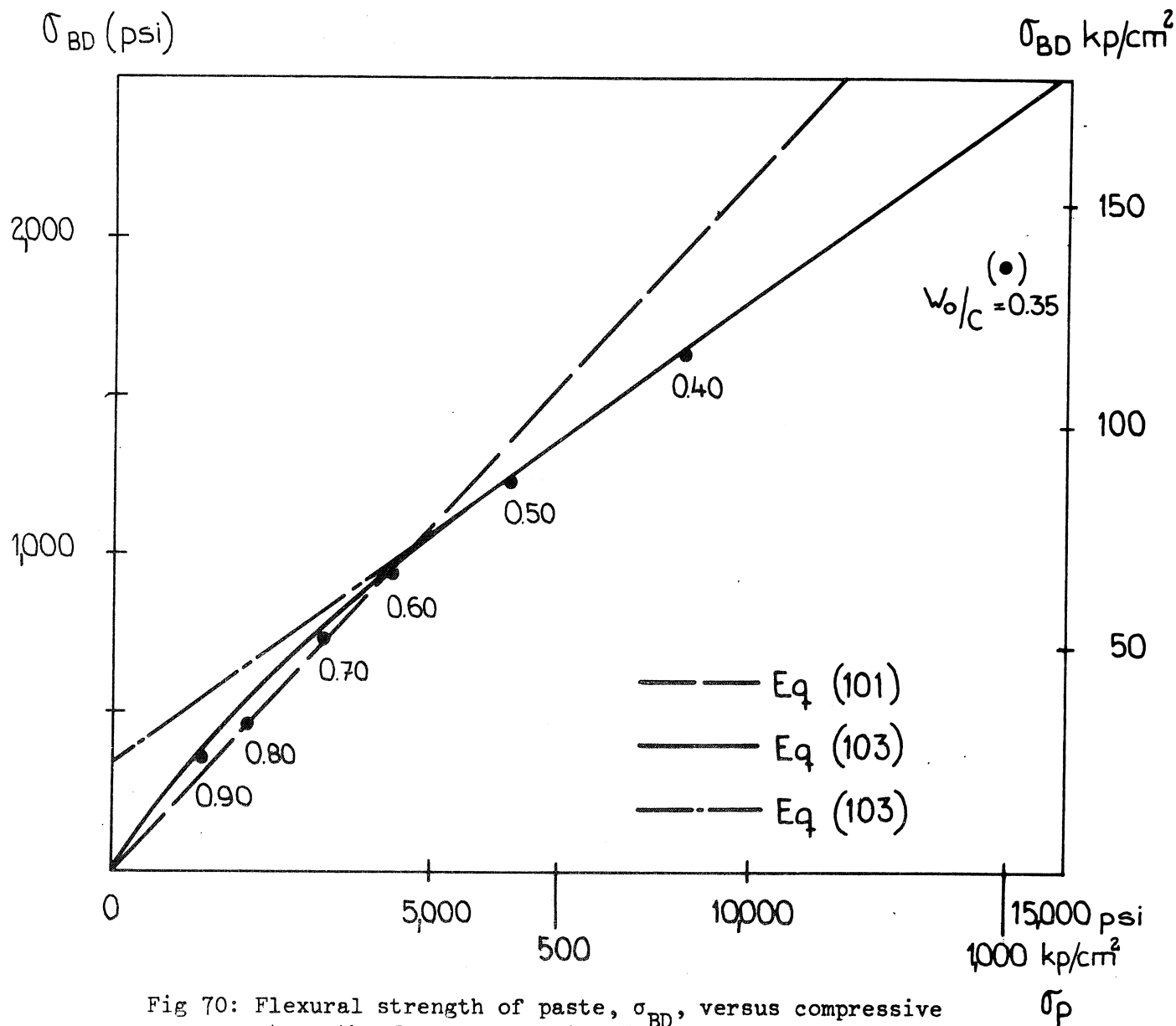


Fig 70: Flexural strength of paste, σ_{BD} , versus compressive strength of paste, σ_p . Age 7 days. Alexander & al /1965/.

Tensile strength/Compressive strength ratio, per cent

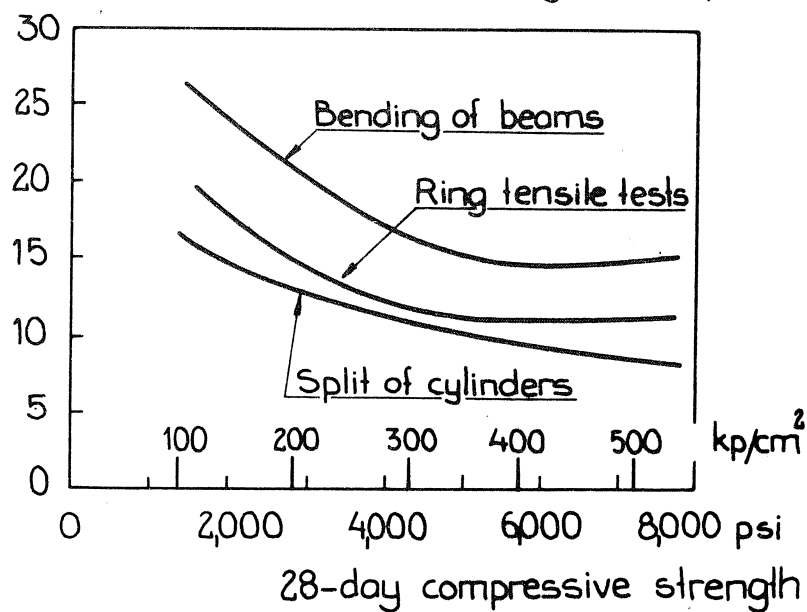


Fig 71: Connections between tensile and compressive strengths of concrete. Malhotra & Zoldners /1967/.

$$\frac{(\Delta\sigma_B)_{\Delta P_B = \Delta P_P}}{\Delta\sigma_P}$$

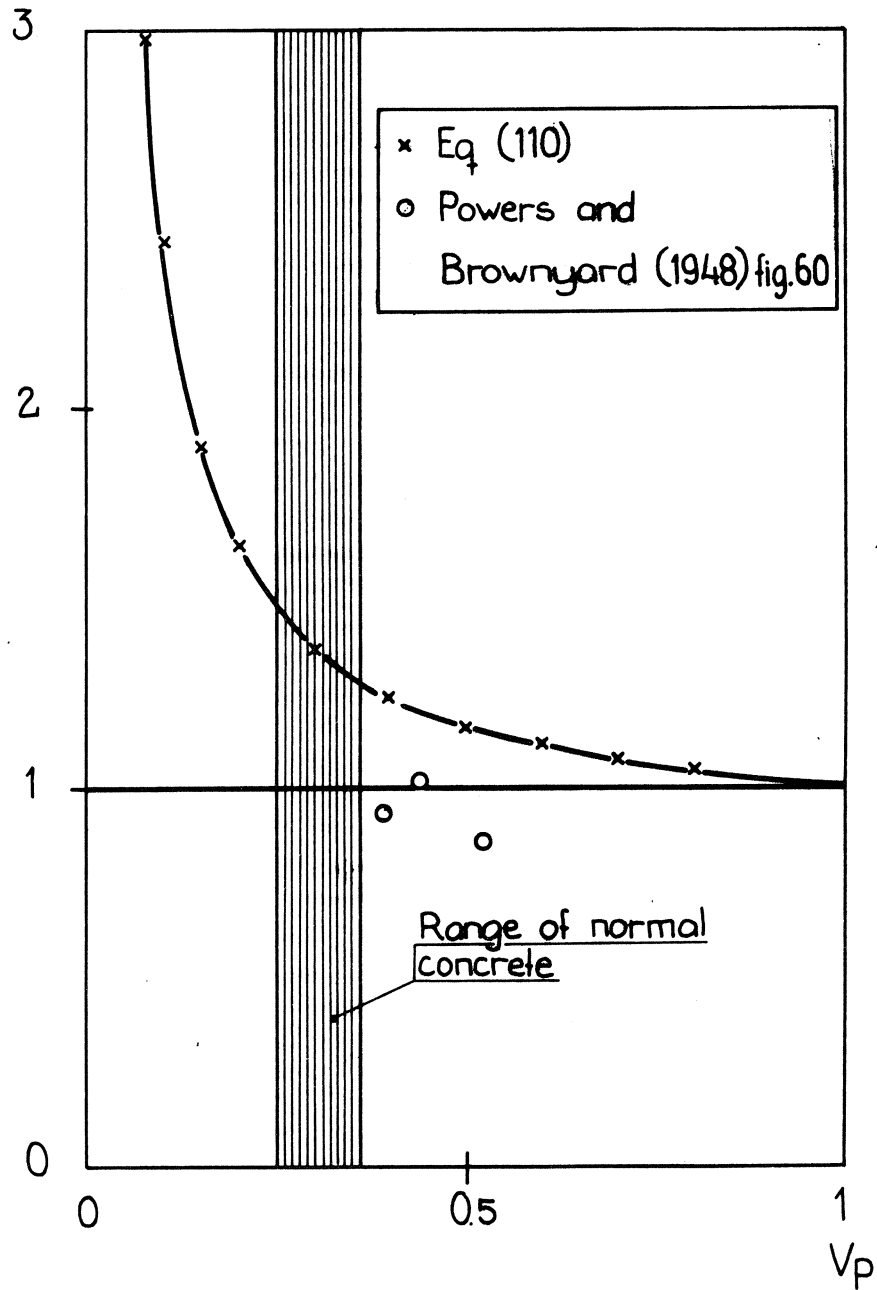


Fig 72: Ratio of slope of strength - porosity curve of concrete and pure paste versus cement paste fraction. Eq (110).

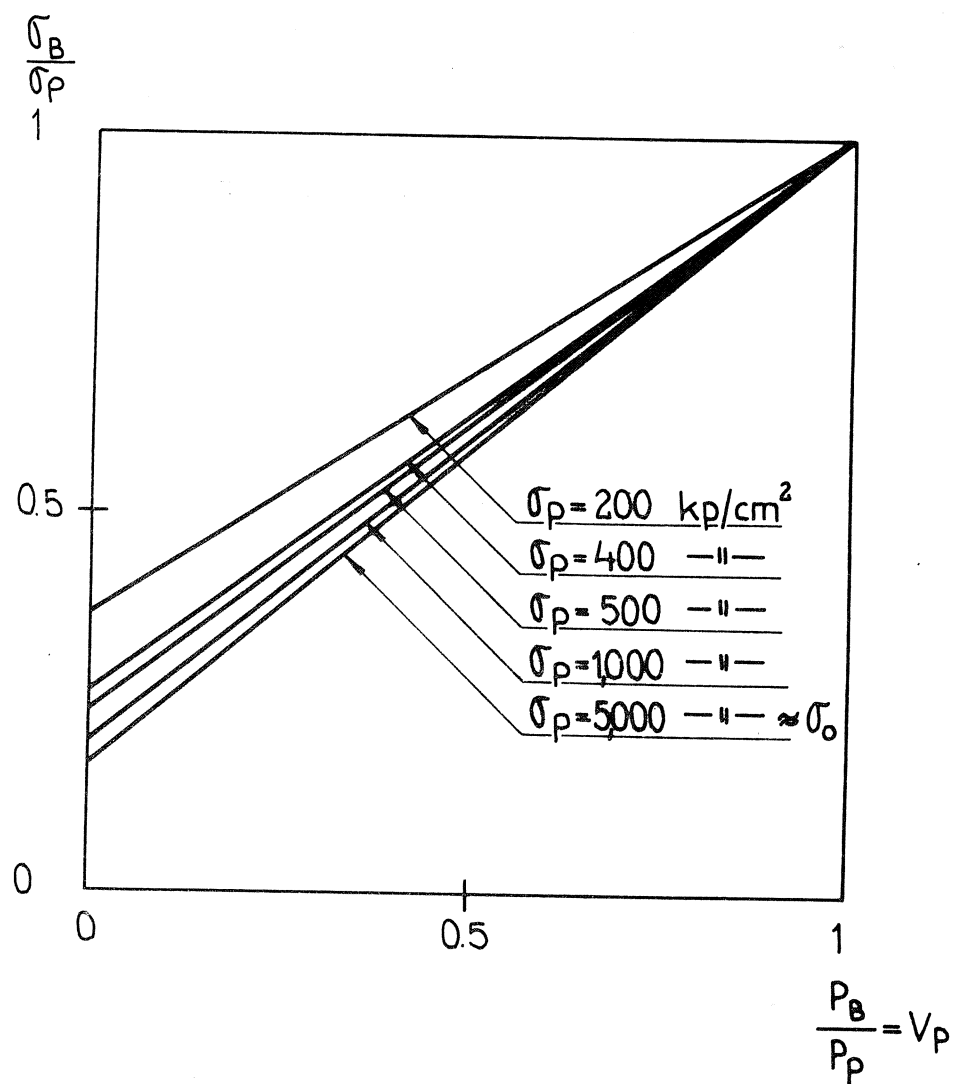


Fig 73: Ratio of strength of concrete and strength of paste versus cement paste fraction and absolute cement paste strength. Eq (119).

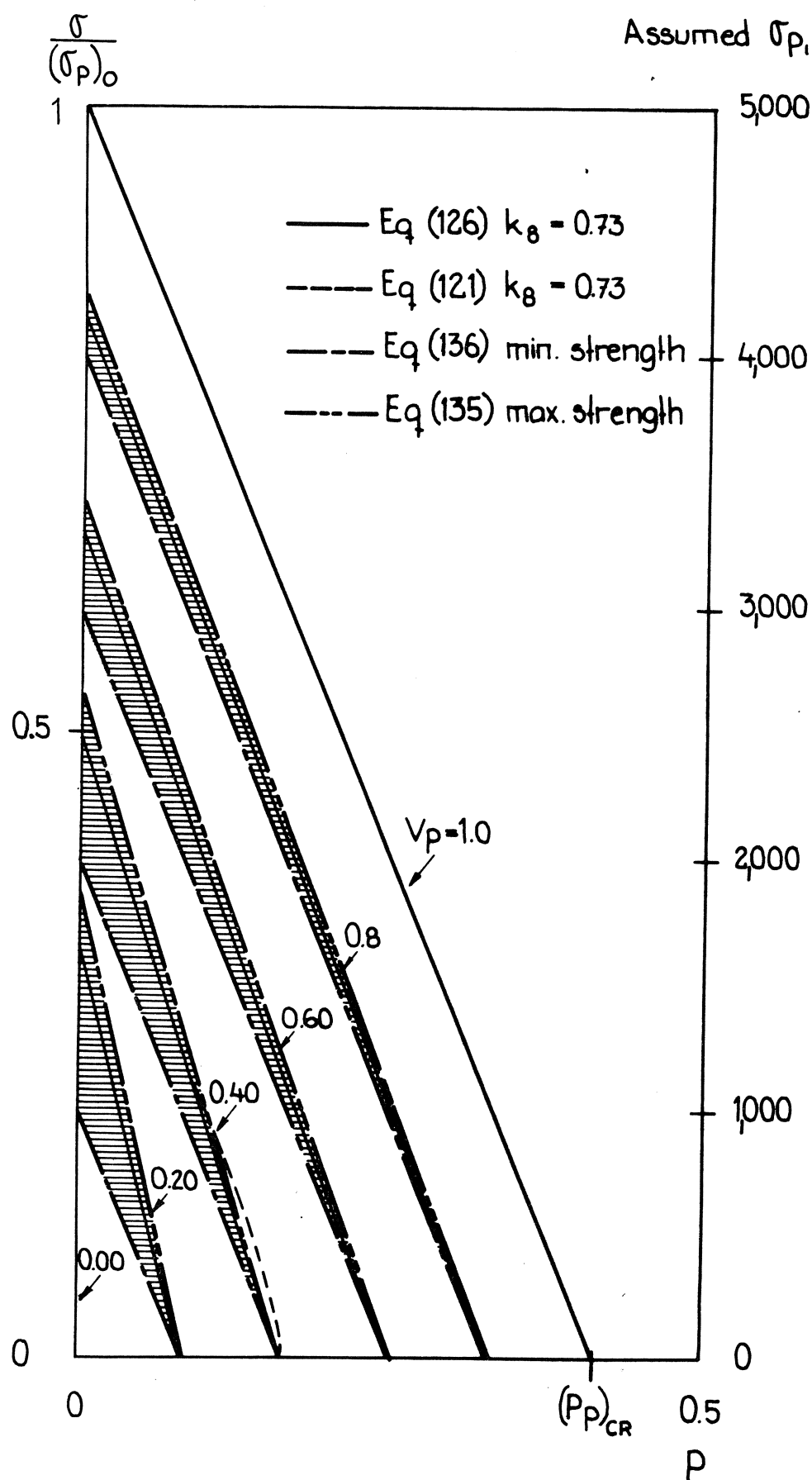


Fig 74: Strength - porosity relations for concretes and mortars at different fractions of cement paste.

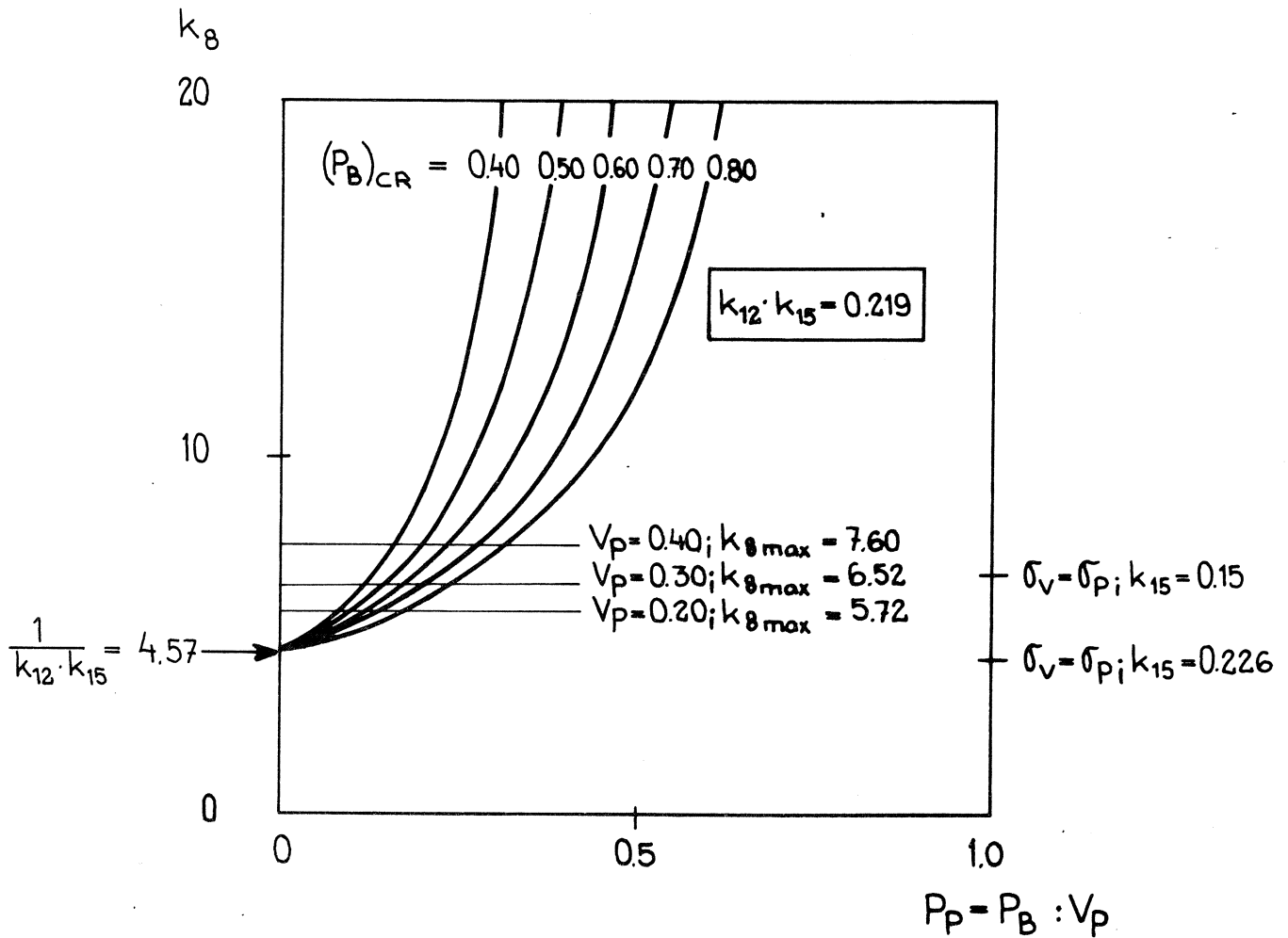


Fig 75: Necessary bond strength (expressed as k_8 defined in eq (92)) in order to give the same strength - - porosity curve of a concrete as of a cement paste. cf eqs (130) and (133).

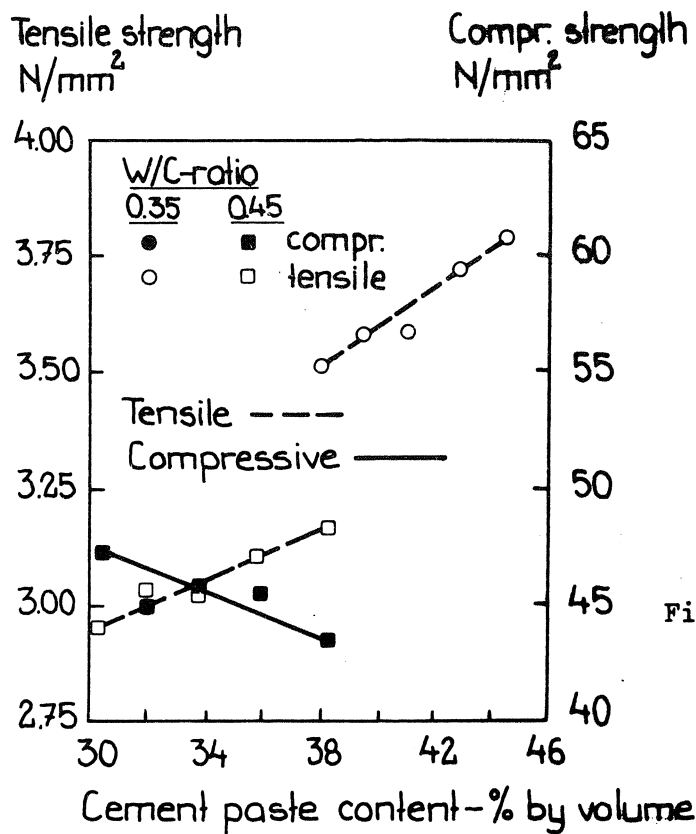


Fig 76: Effect of cement paste content on strength at constant w/c. Johnston /1970/.

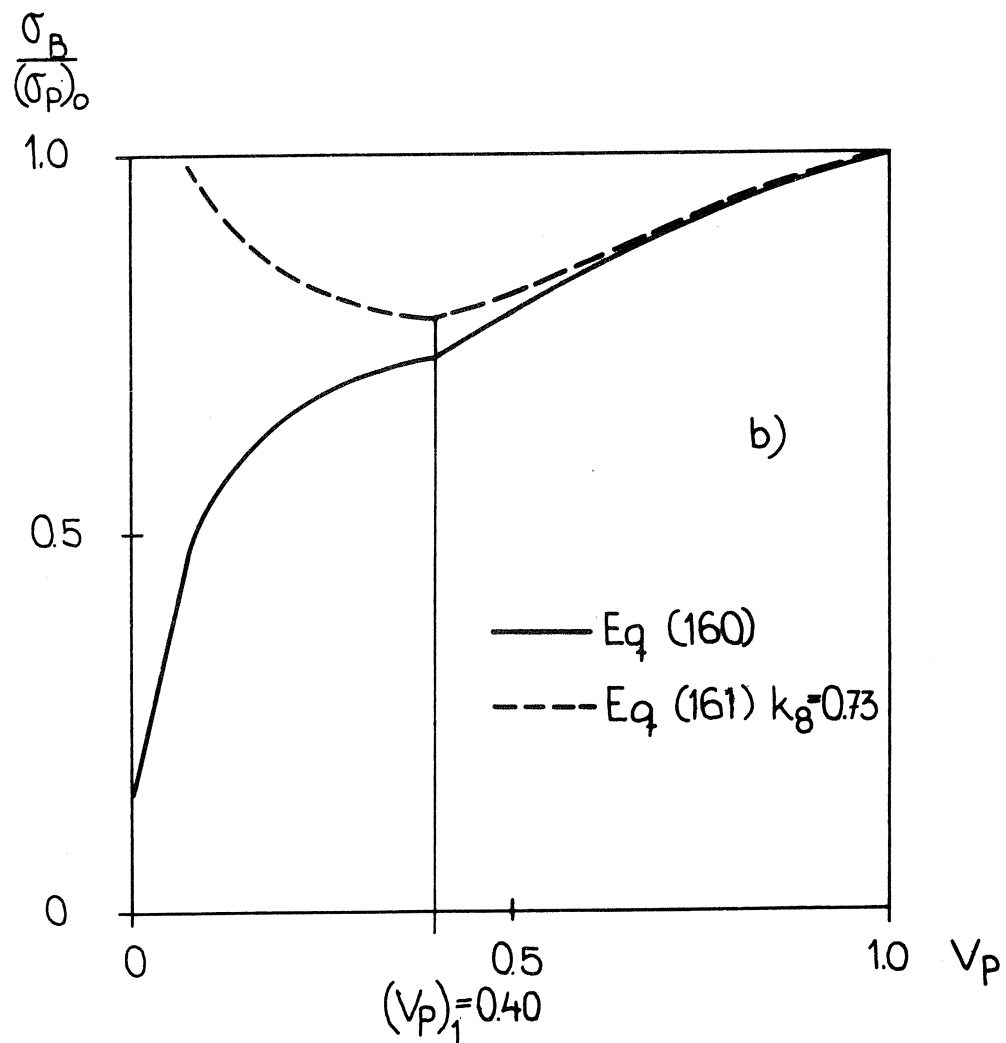
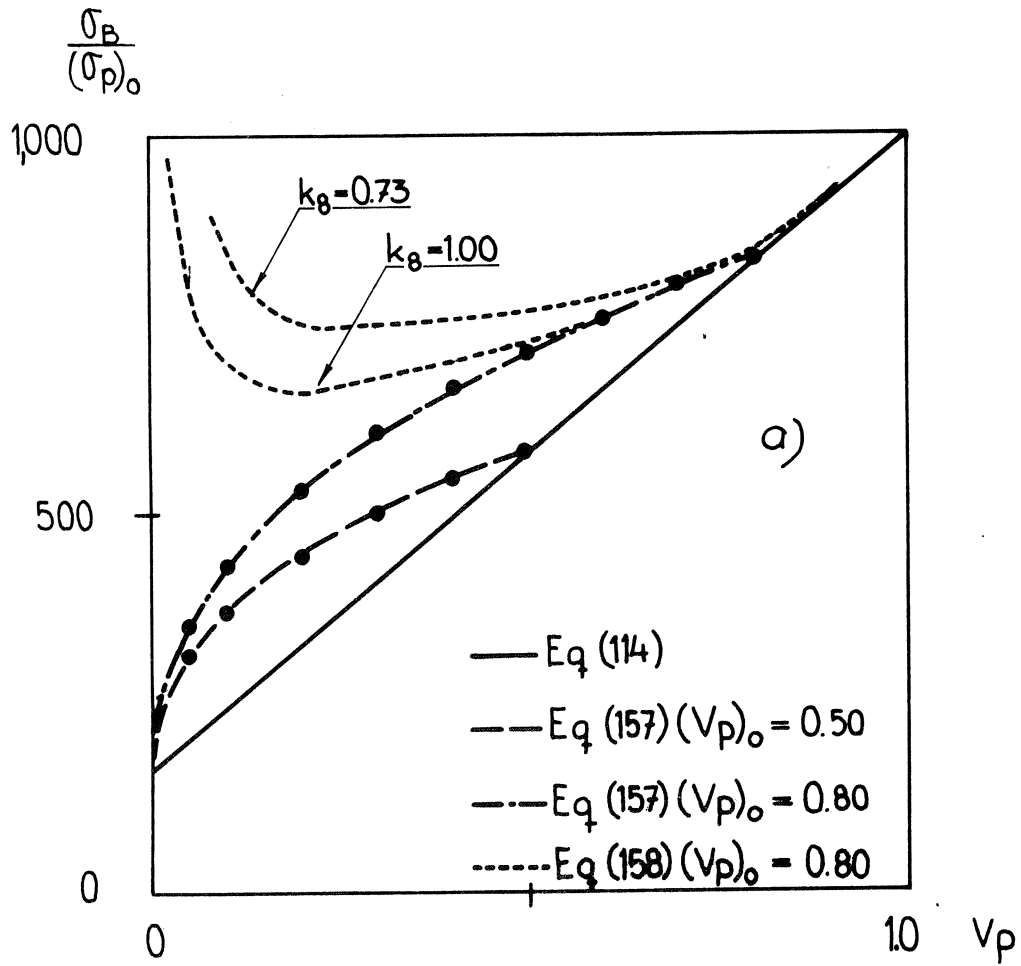


Fig 77 (a) - (b): Theoretical dispersion hardening effect of aggregate particles.

Strength ratio

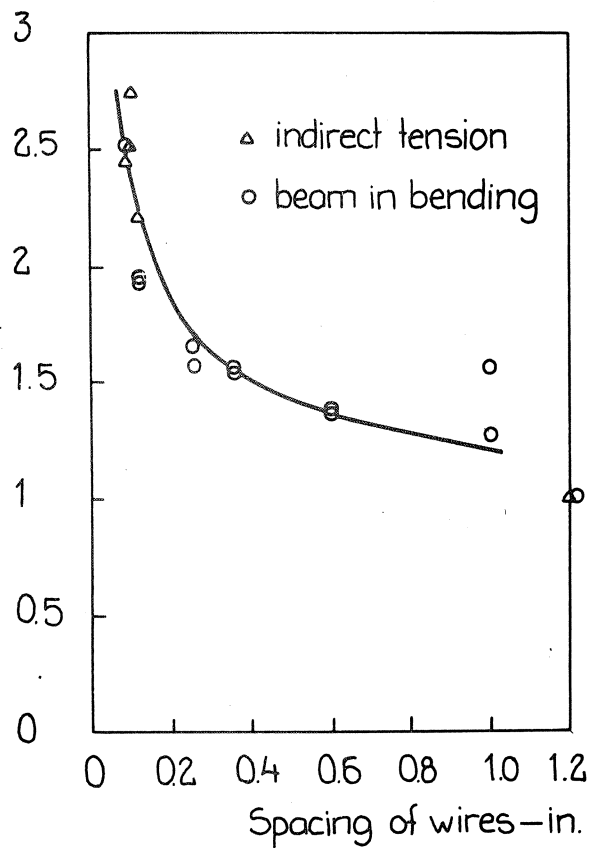


Fig 78: Effect of wire spacing on strength of fiber reinforced cement mortar.

$V_p = 0,50$. Roumalidi /1968/

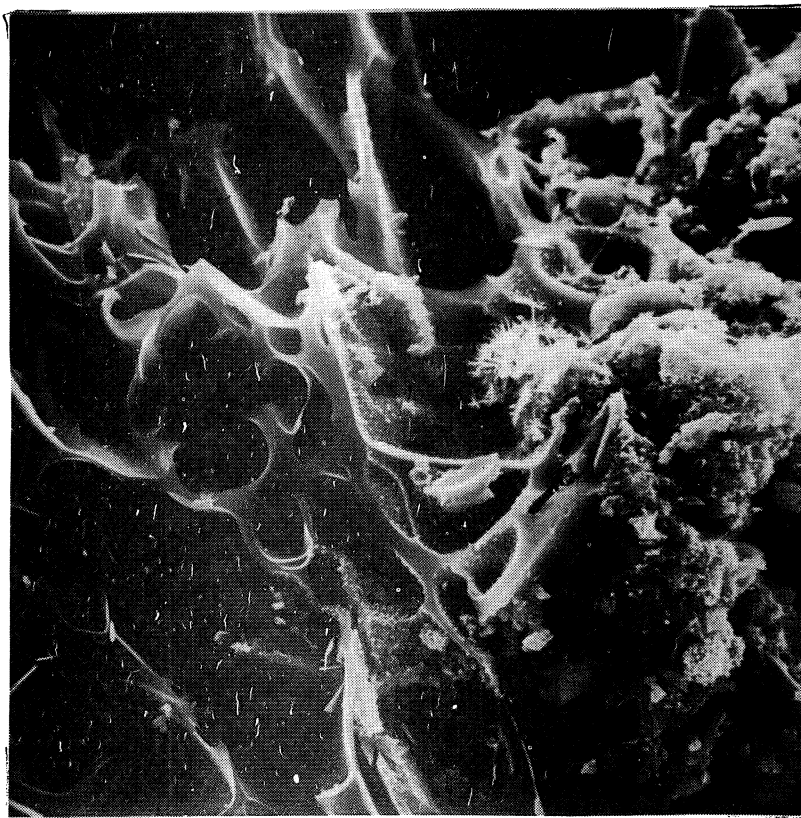
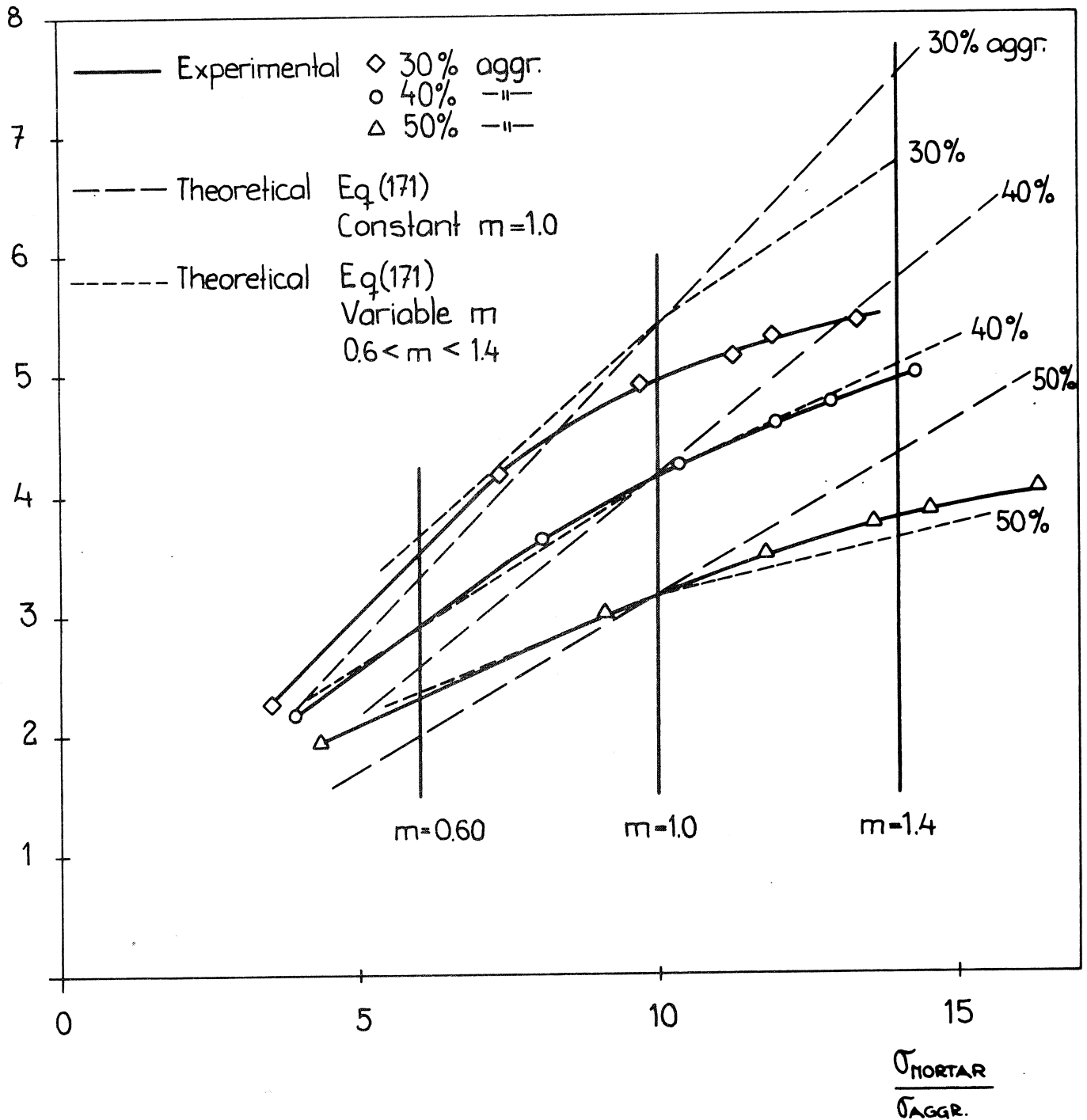


Fig 79: Interface porous pumice aggregate, at left — cement paste, at right. No visible zone of weakness between the two phases, rather chemical reaction. Photo: Inst of Zoology, Univ of Lund.

$\frac{\sigma_{\text{CONCRETE}}}{\sigma_{\text{AGGR.}}}$



$(\sigma_{\text{AGGR.}} 44.5 \text{ kp/cm}^2)$

Fig 80: Application of theoretical model for the strength of light weight concretes on experimental data by Bache & Nepper-Christensen /1968/.

$$\frac{\sigma_p}{(\sigma_p)_0} = (1 - V_{LB})^m$$

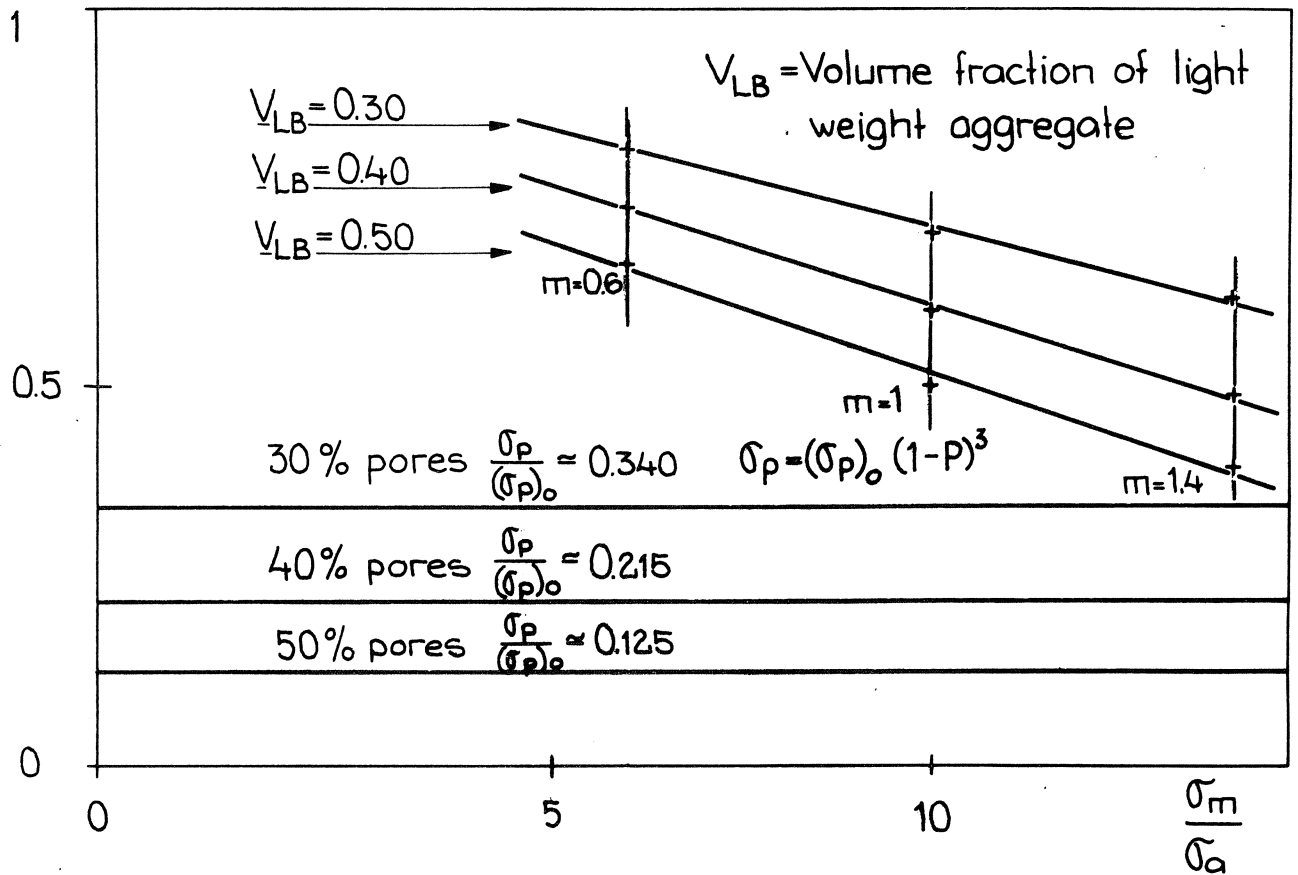


Fig 81: Theoretical effect of pores and light weight aggregate on strength of cement paste to be put in eq (167). The aggregate is supposed to act as "quasi-pores". m -values from fig 80.

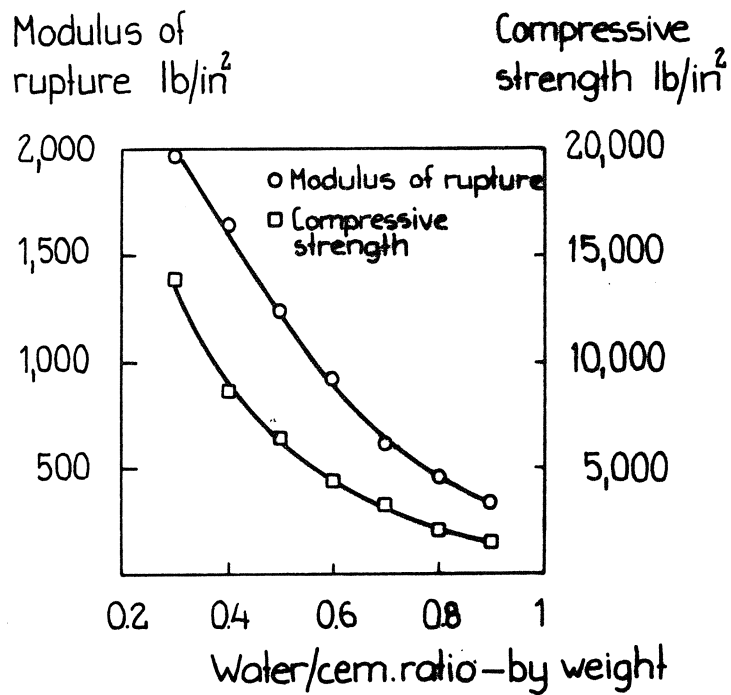


Fig 82: Flexural strength and compressive strength of cement paste at 7 days as function of w/c -ratio. Alexander & al /1968/.

A_d (Area of discontinuities per unit volume of concrete).

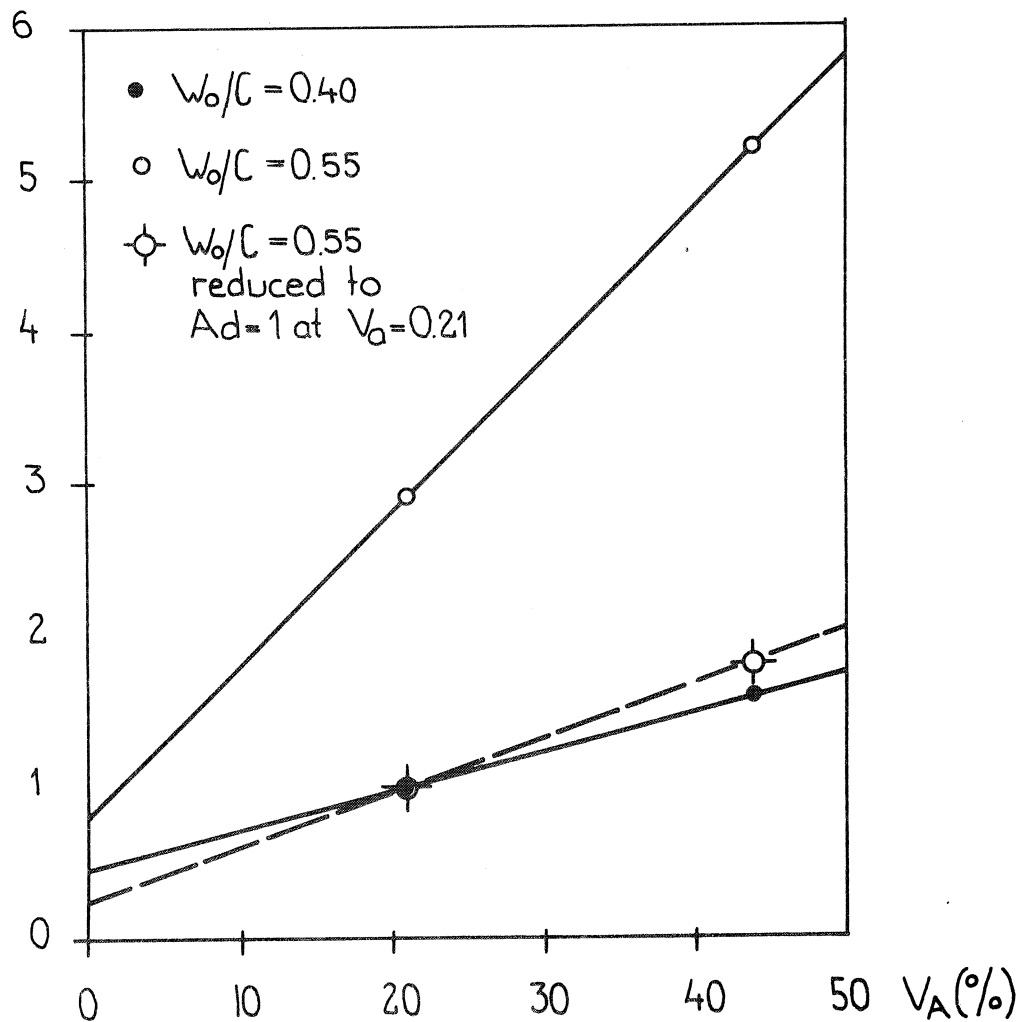


Fig 83: Amount of discontinuities at the interface coarse aggregate-paste, A_d , as function of volume fraction of coarse aggregate, V_A . Bergströms /1971 B/ analysis of Nielsens /1971/ data.

A_d^A (Area of discontinuities per unit area of coarse aggregate)

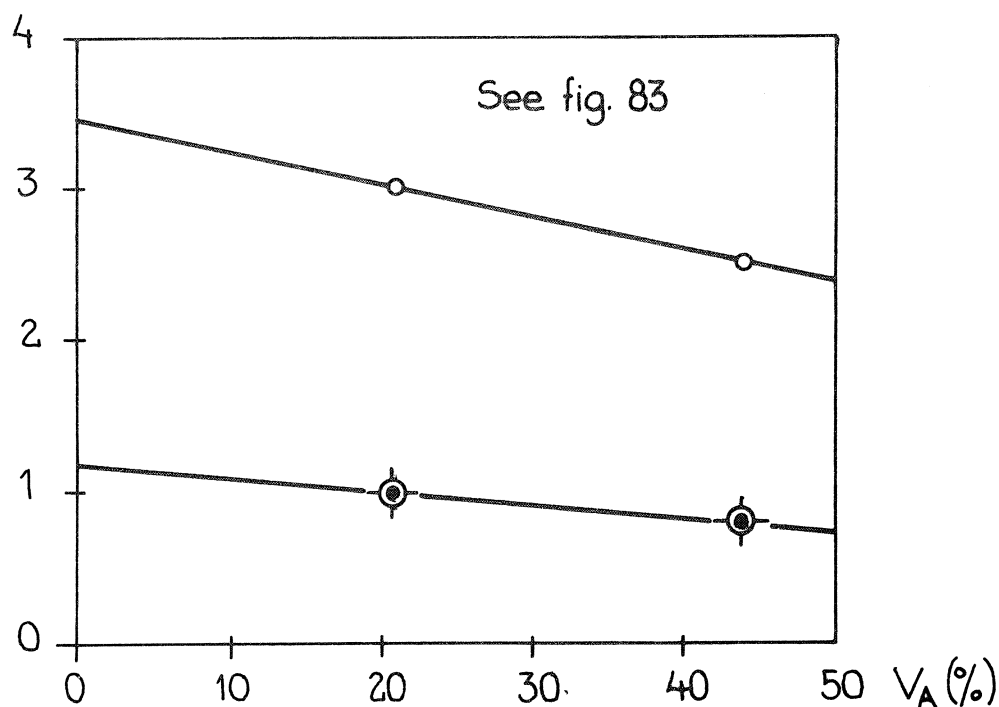


Fig 84: Amount of discontinuities at the interphase coarse aggregate - paste, A_d^A , as function of volume fraction of coarse aggregate, V_A . Bergströms /1971 B/ analysis of Nielsens /1971/ data.

Tensile strength - N/mm^2

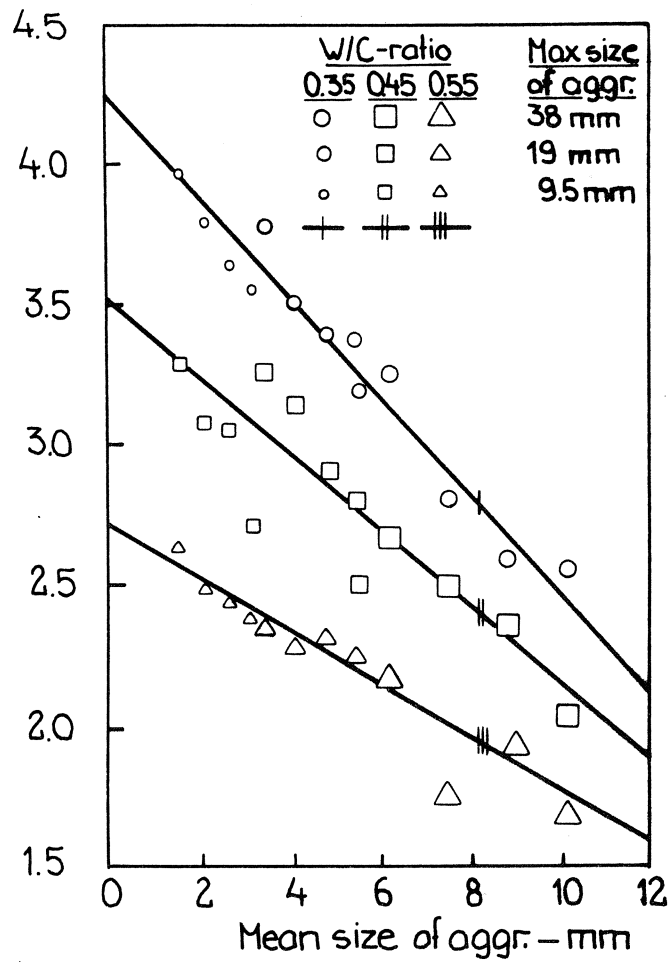


Fig 85: Tensile strength of concrete as function of aggregate size. Johnston /1970/.

Compressive strength - N/mm^2

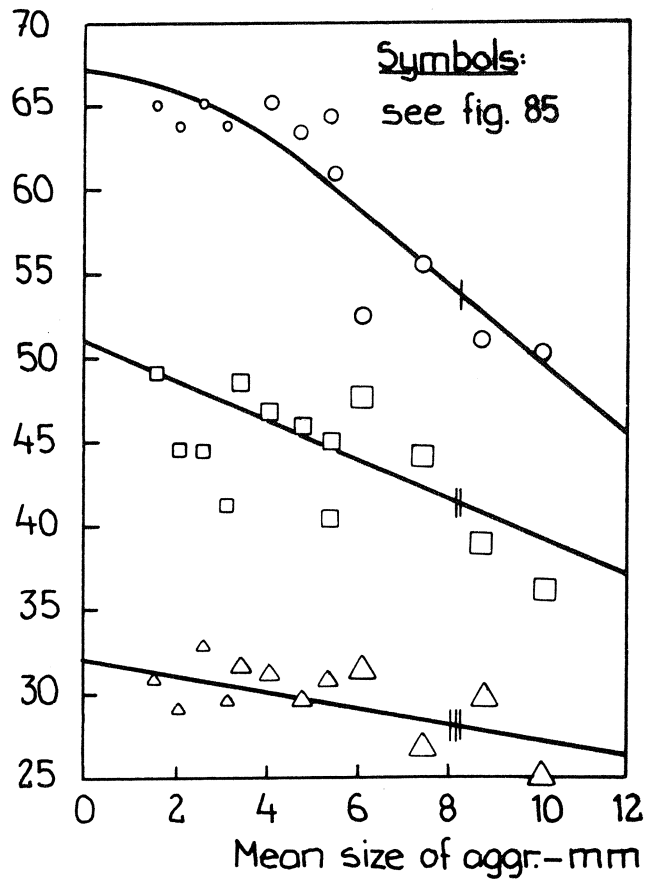


Fig 86: Compressive strength of concrete as function of aggregate size; Johnston /1970/.

Critical shear bond strength
at 7 days, τ_{bcr} - lb/in²

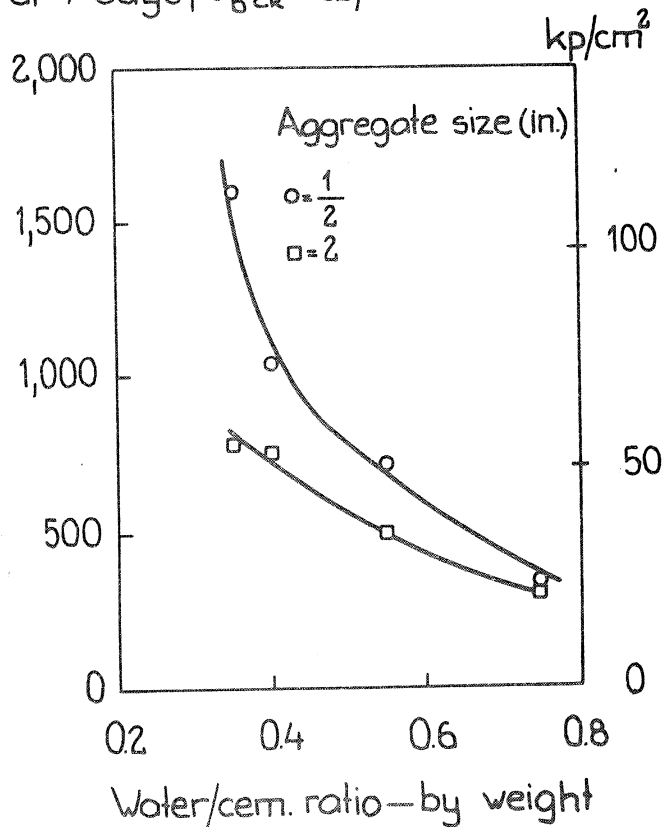


Fig 87: Influence of aggregate size on shear bond strength aggregate - paste. Alexander & al /1965/.

Max. tensile bond stress at point "C" (times $\frac{1}{1000} \frac{E}{1-\nu} \epsilon$)

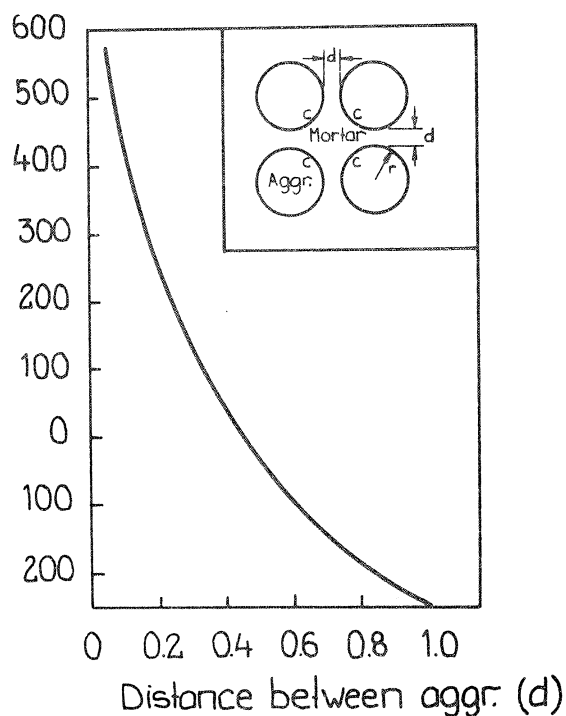


Fig 88: Theoretical analysis of stress concentrations at interface aggregate - paste caused by paste shrinkage. Hsu /1963/.

Modulus of rupture of bond -
 - % of value for $\frac{1}{2}$ in. aggr.

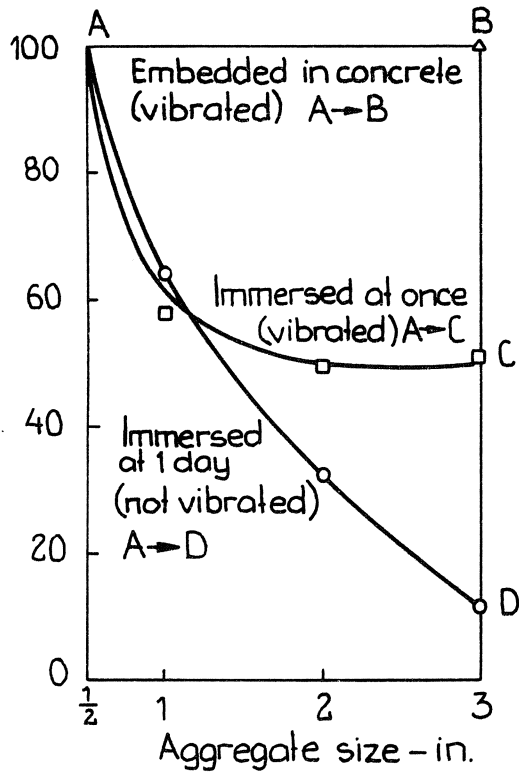
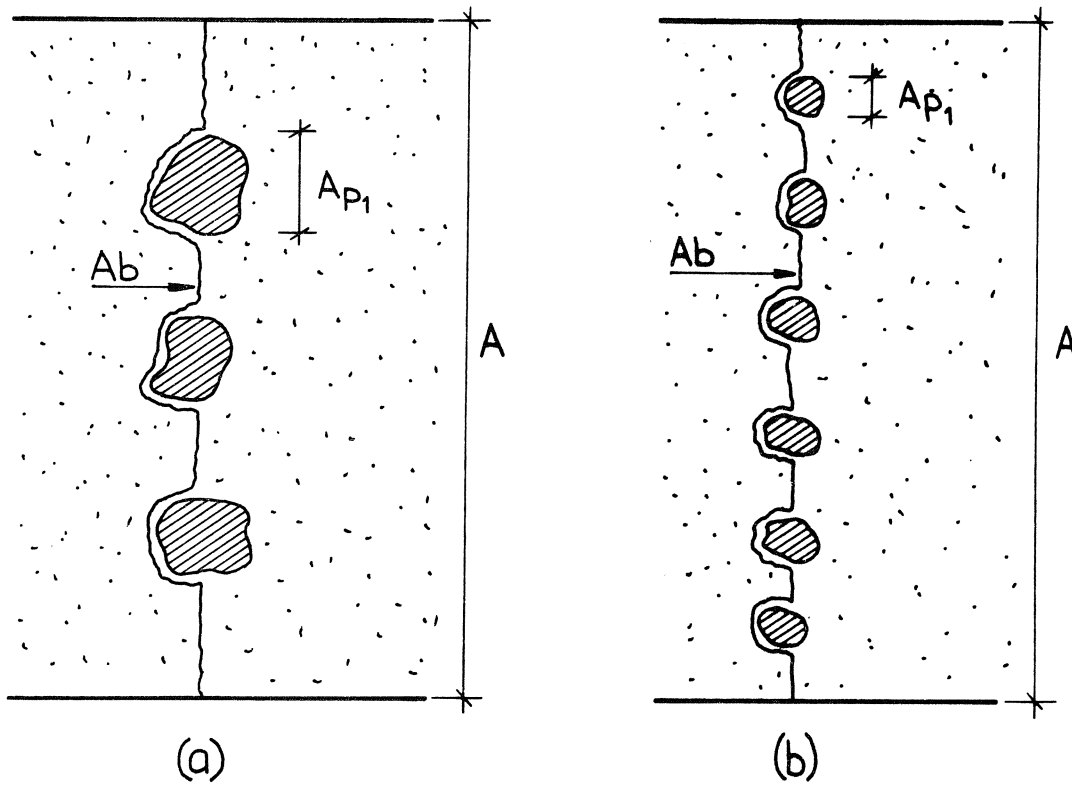


Fig 89: Effect of size of aggregate and curing conditions on bond strength aggregate - paste. Alexander & al /1965/.



$$A_p = \sum_i A_{p_i}$$

Fig 90: Path of fracture (hypothetical) at direct tension. Two sizes of aggregate.

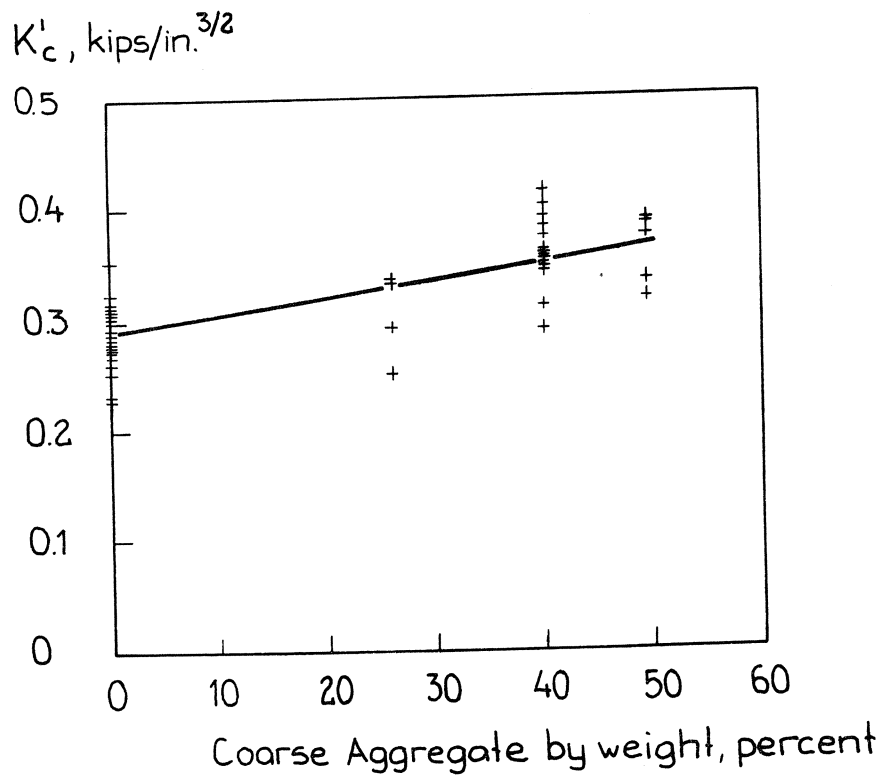


Fig 91: Effect of coarse aggregate content on fracture toughness of concrete, K'_c . Lott & Kesler /1966/.

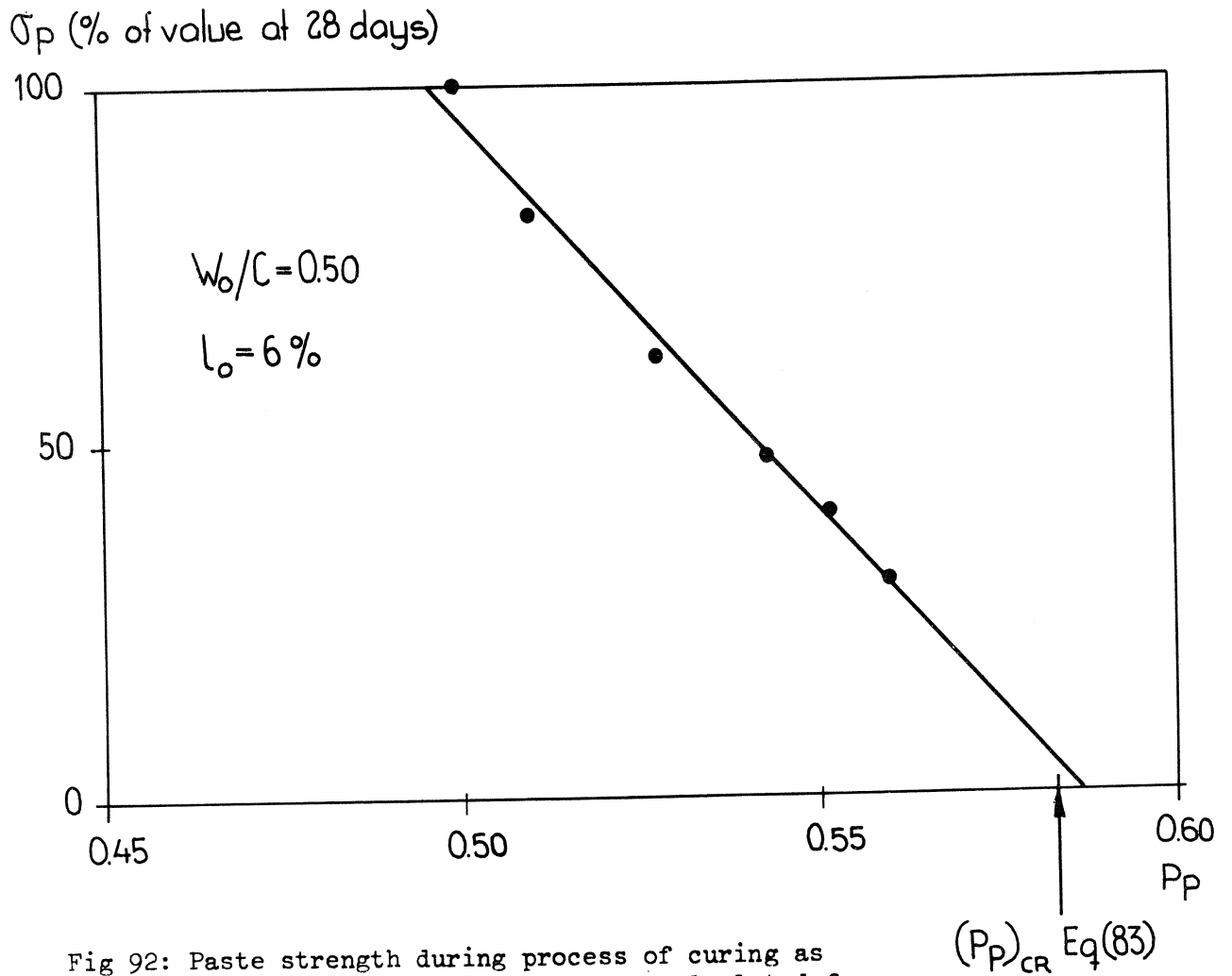


Fig 92: Paste strength during process of curing as function of porosity. Strength calculated from time - temperature function. Bergström /1953/. Porosity calculated from eq (184).

$\sigma_p (\text{kp/cm}^2)$

5000

4000

3000

2000

1000

0

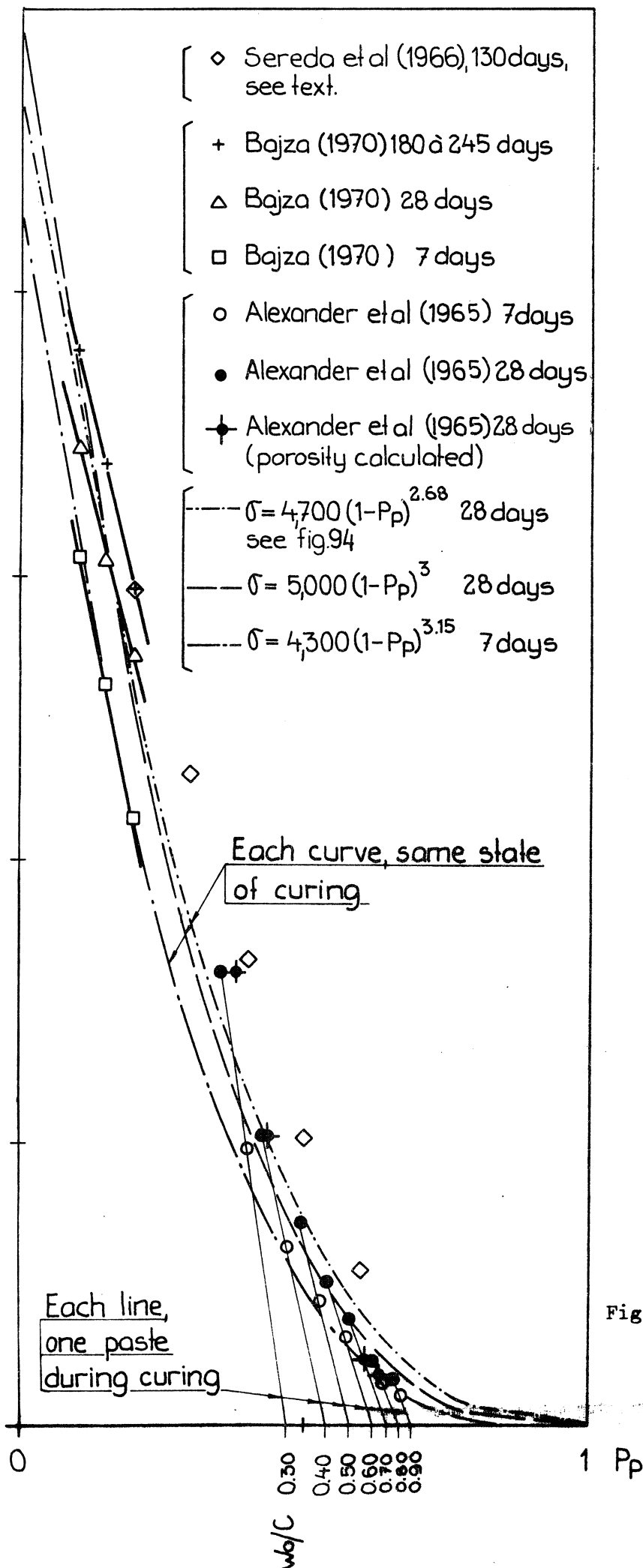


Fig 93: Experimental connections portland paste strength versus porosity. Air content = 6% in all pastes.

σ_p (kp/cm²)

5000

4000

3000

2000

1000

0

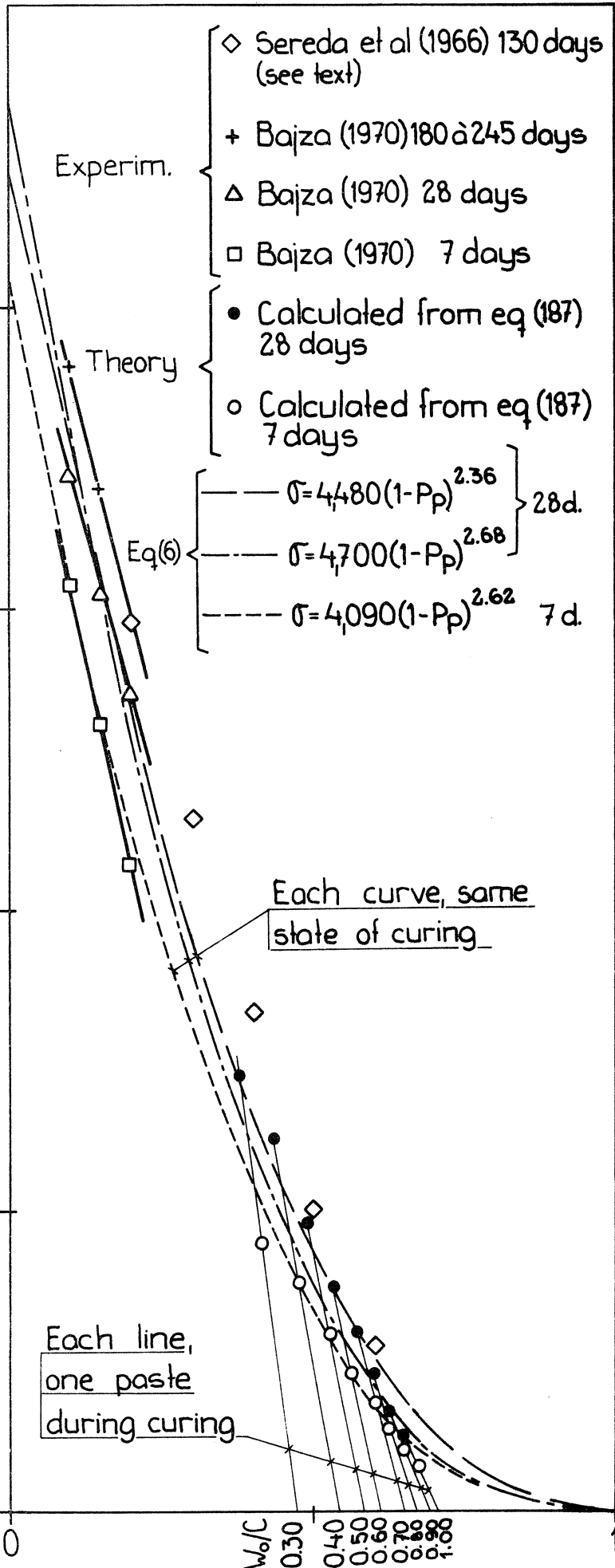


Fig 94: Theoretical connections portland cement paste strength versus porosity. Basis of calculation is the curve concrete strength versus w_0/c -ratio, fig 118. Air content = 6% in all pastes.

\bar{p} (kp/cm²)

5000

4000

3000

2000

1000

0

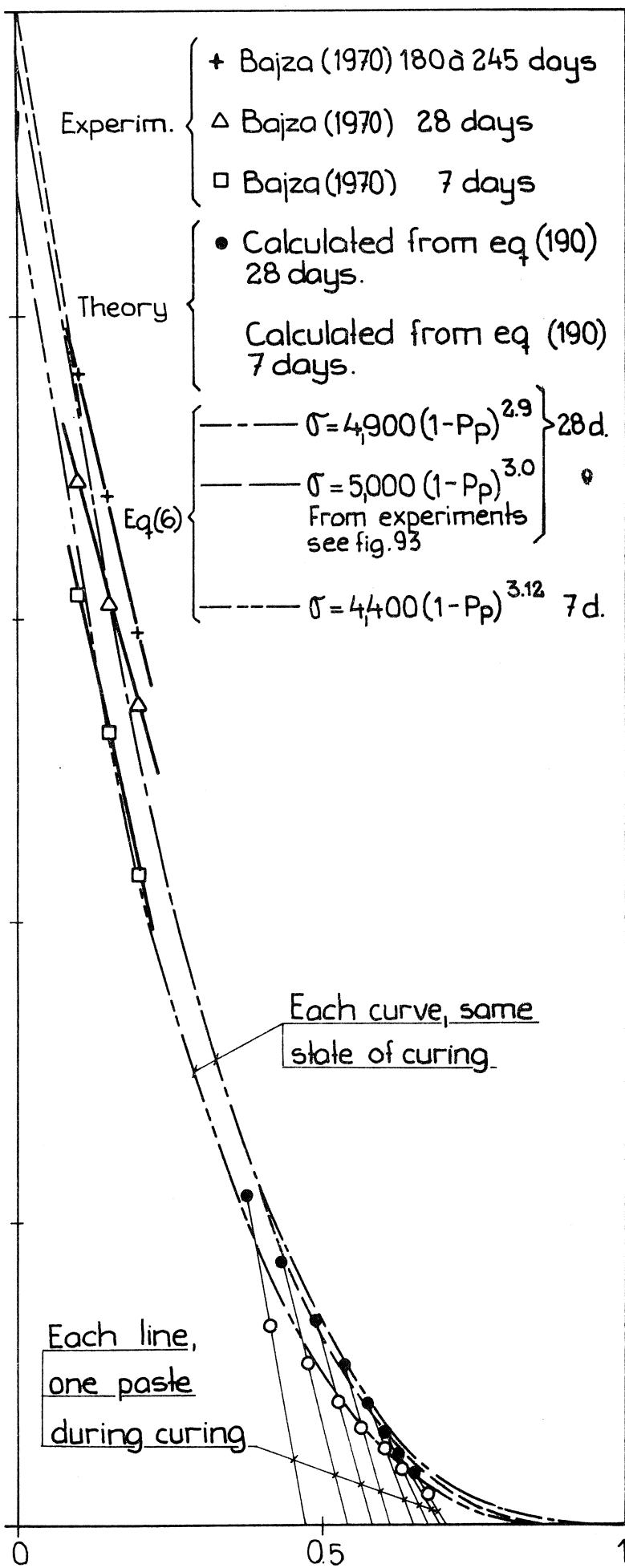


Fig 95: Theoretical connections portland cement paste strength versus porosity. Basis of calculation is the curve concrete strength versus w_0/c -ratio. Fig 118. Air content = 6% in all pastes.

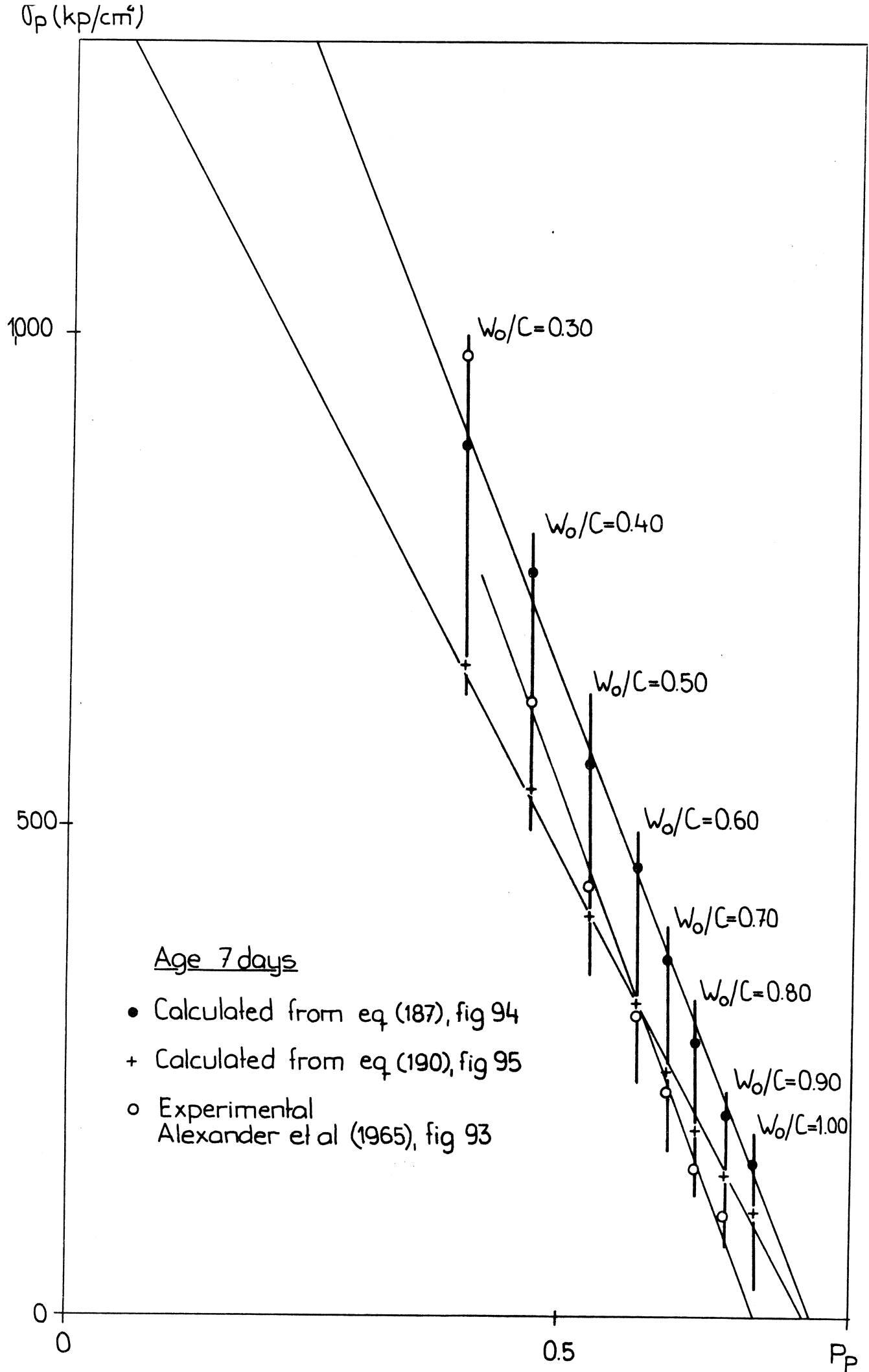


Fig 96: Magnified parts of figures 93 - 95. Paste age is 7 days.

σ_p (kp/cm²)

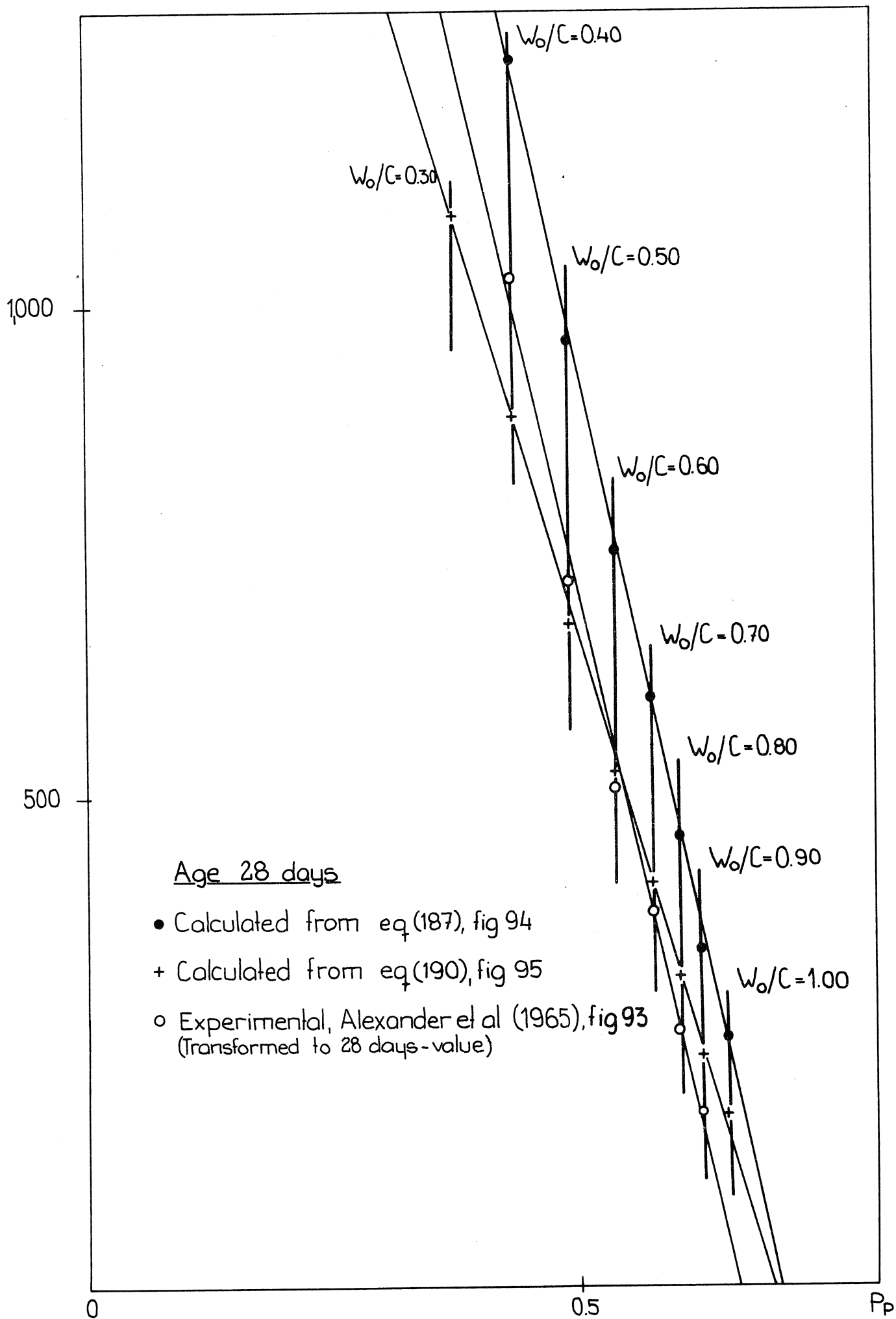


Fig 97: Magnified parts of figures 93 - 95. Paste age is 28 days.

σ_p (kp/cm²)
5000

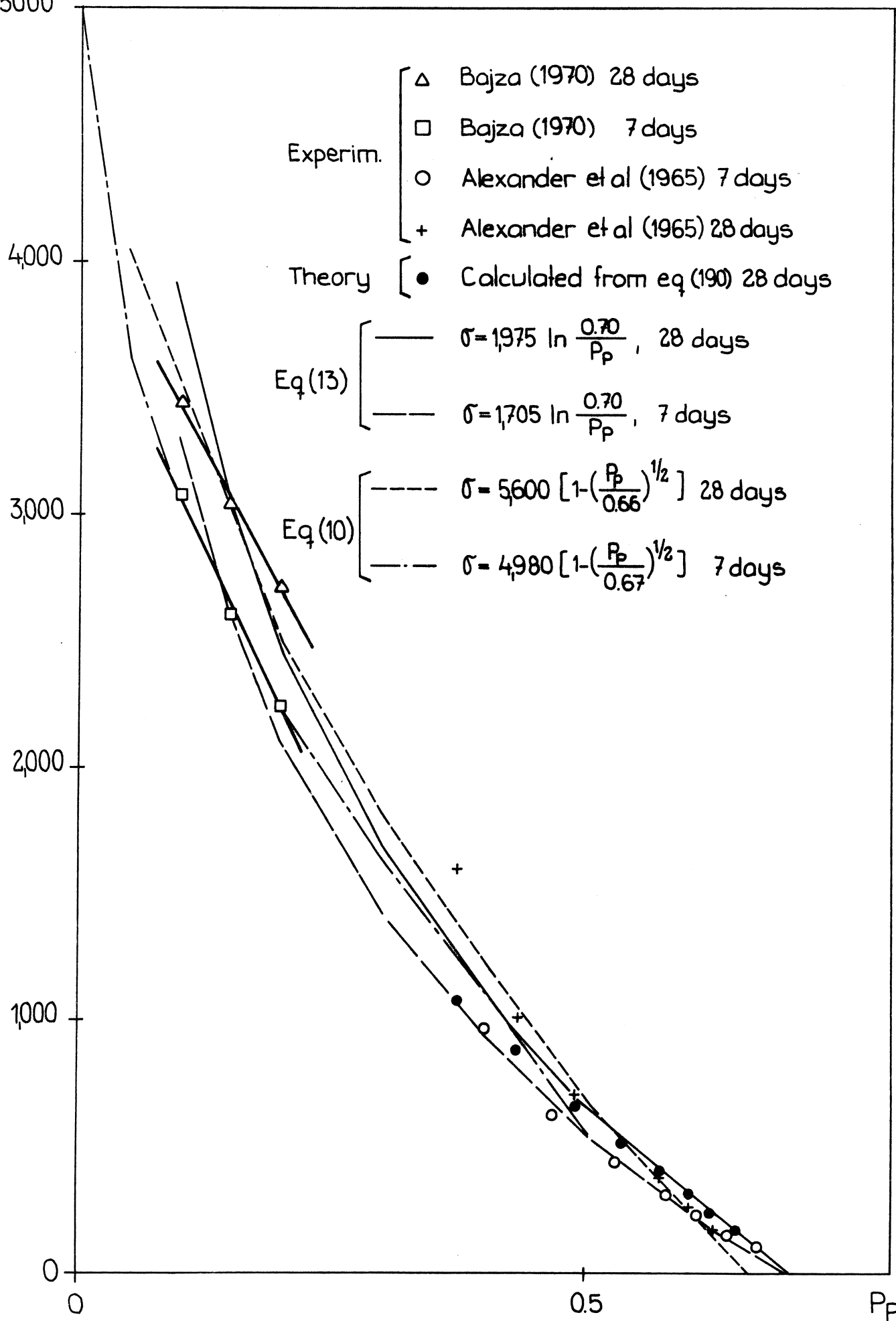


Fig 98: Summary of figures 93 - 97. Adaption of expression of types (10) and (13) to experimental and theoretical points.

$\sigma_B; \sigma_P$ (kp/cm²)

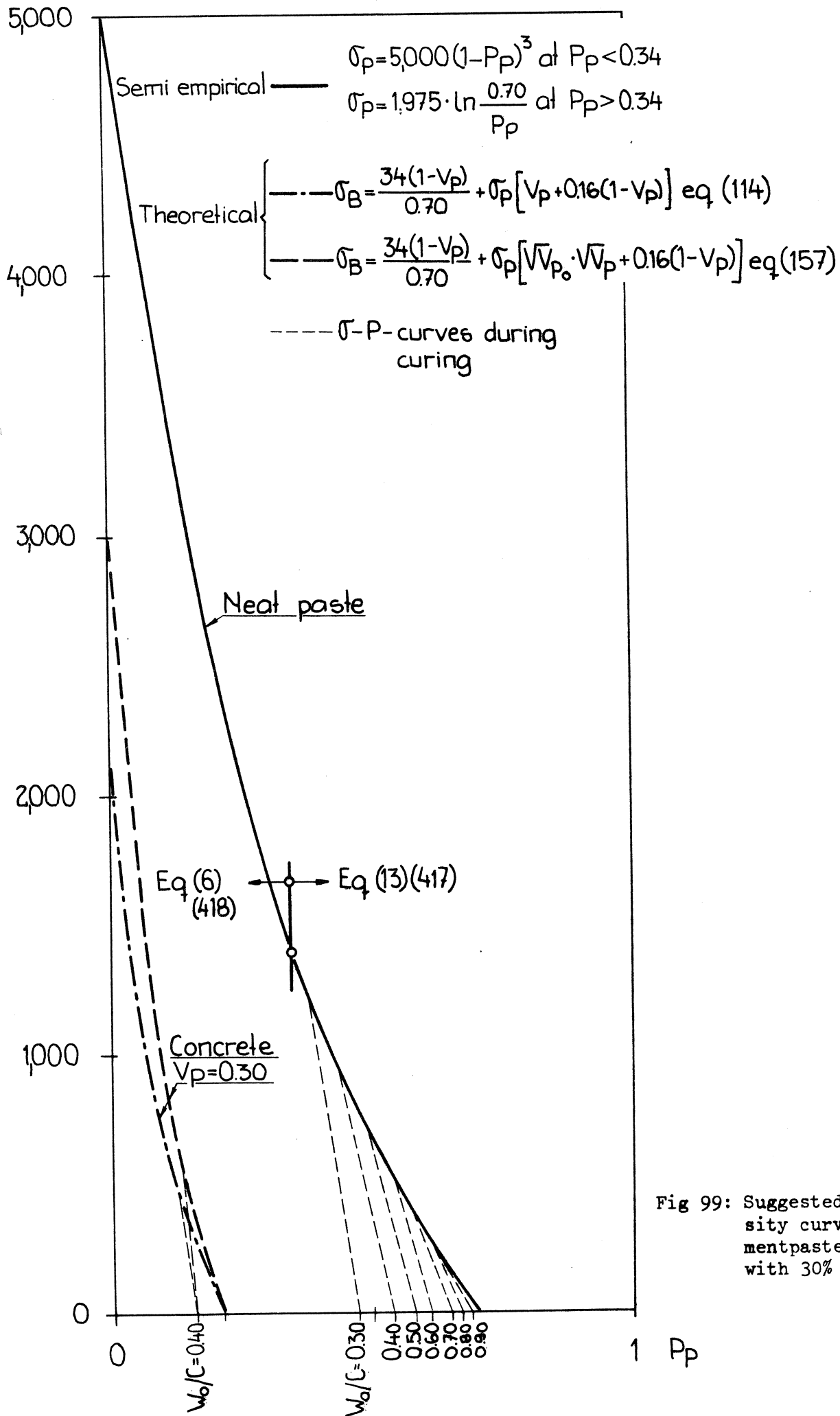


Fig 99: Suggested strength-porosity curves for neat cement pastes and a concrete with 30% paste.

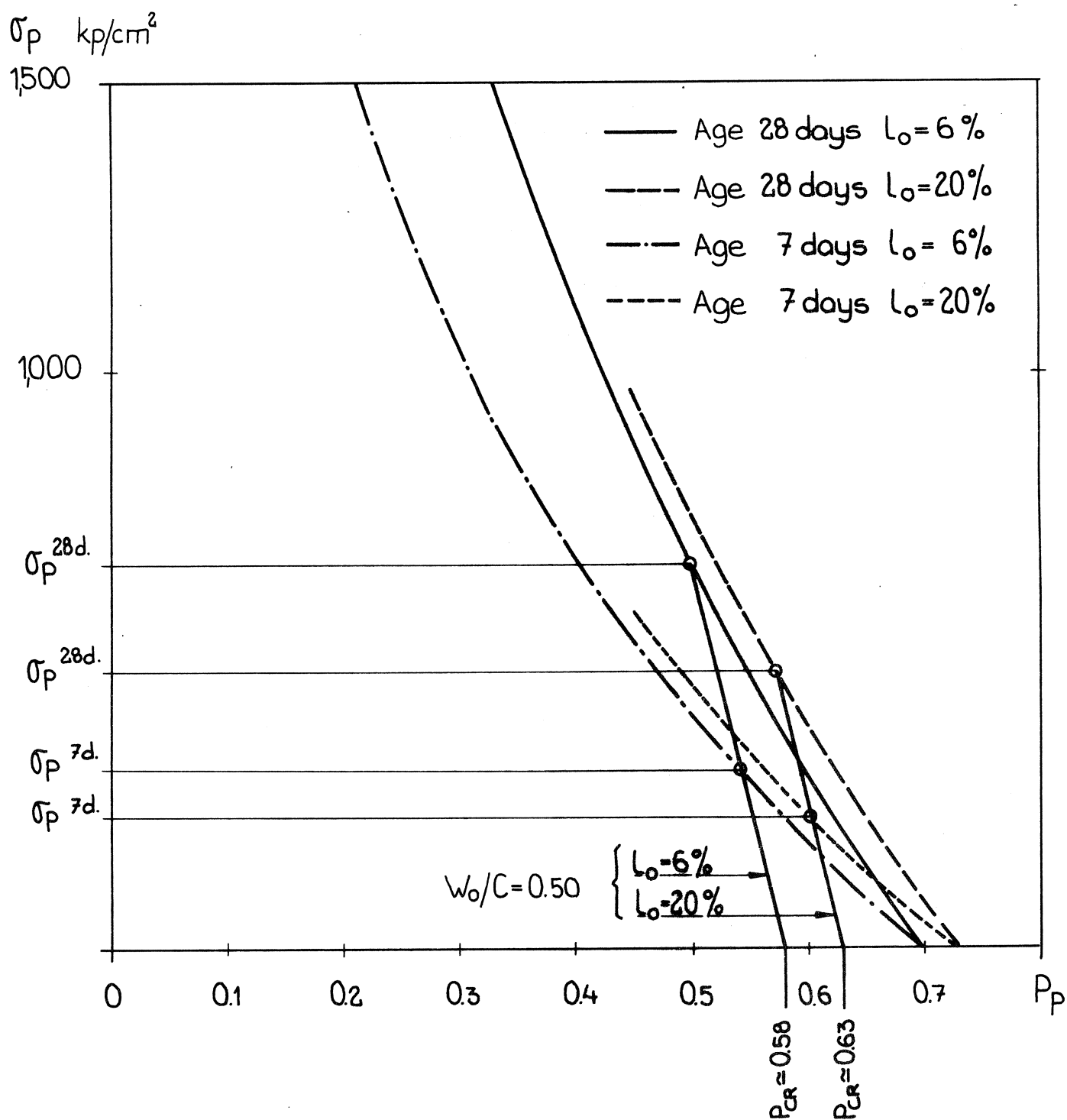


Fig 100: Partly hypothetical strength - porosity curves of a portland cement paste with water cement ratio, $w_0/c = 0,50$, with two different air contents.

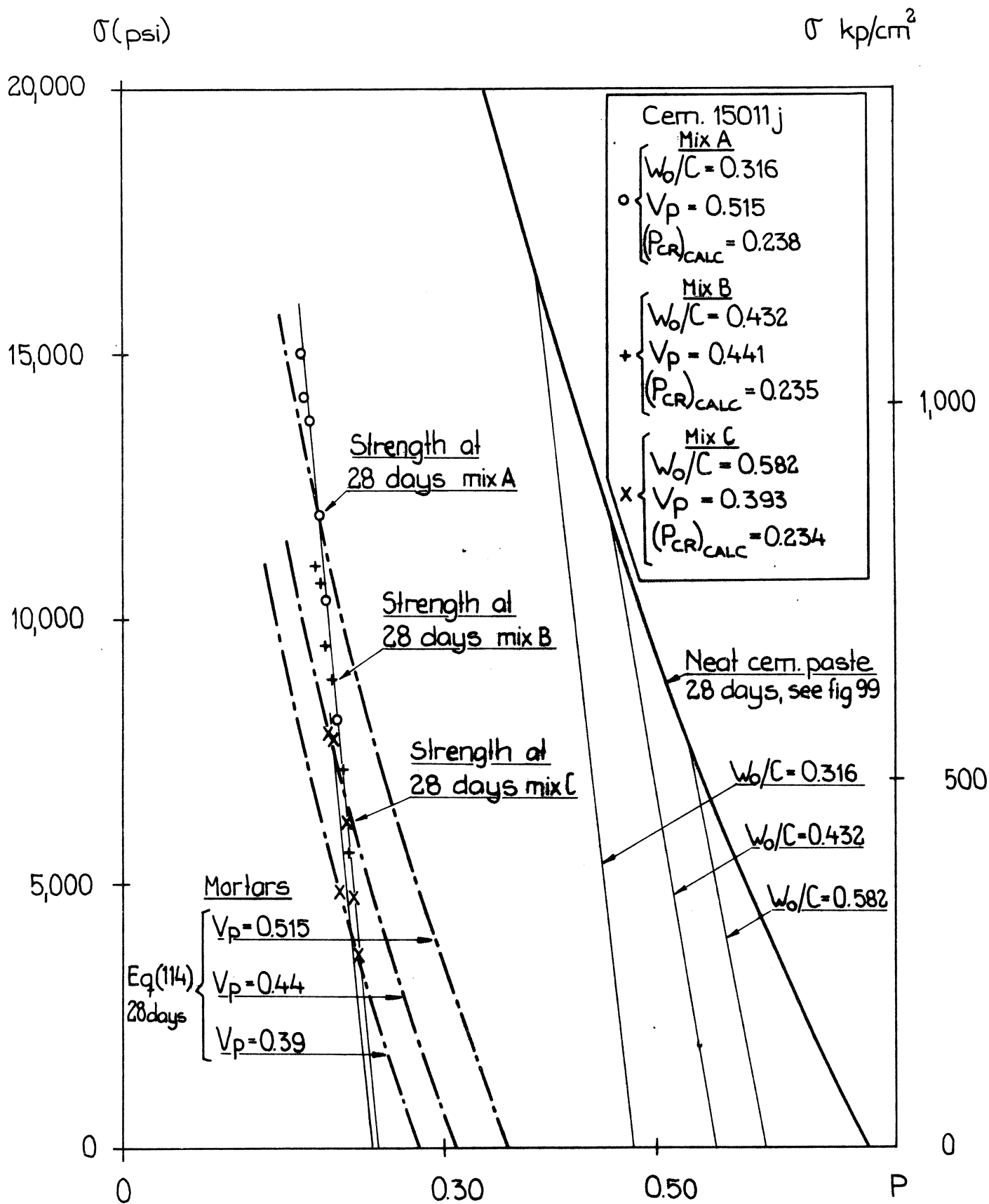


Fig 101: Proposed theory of strength of cement mortar and concrete, eq (114), adapted to data on three mixes published by Powers & Brownyard /1948/.

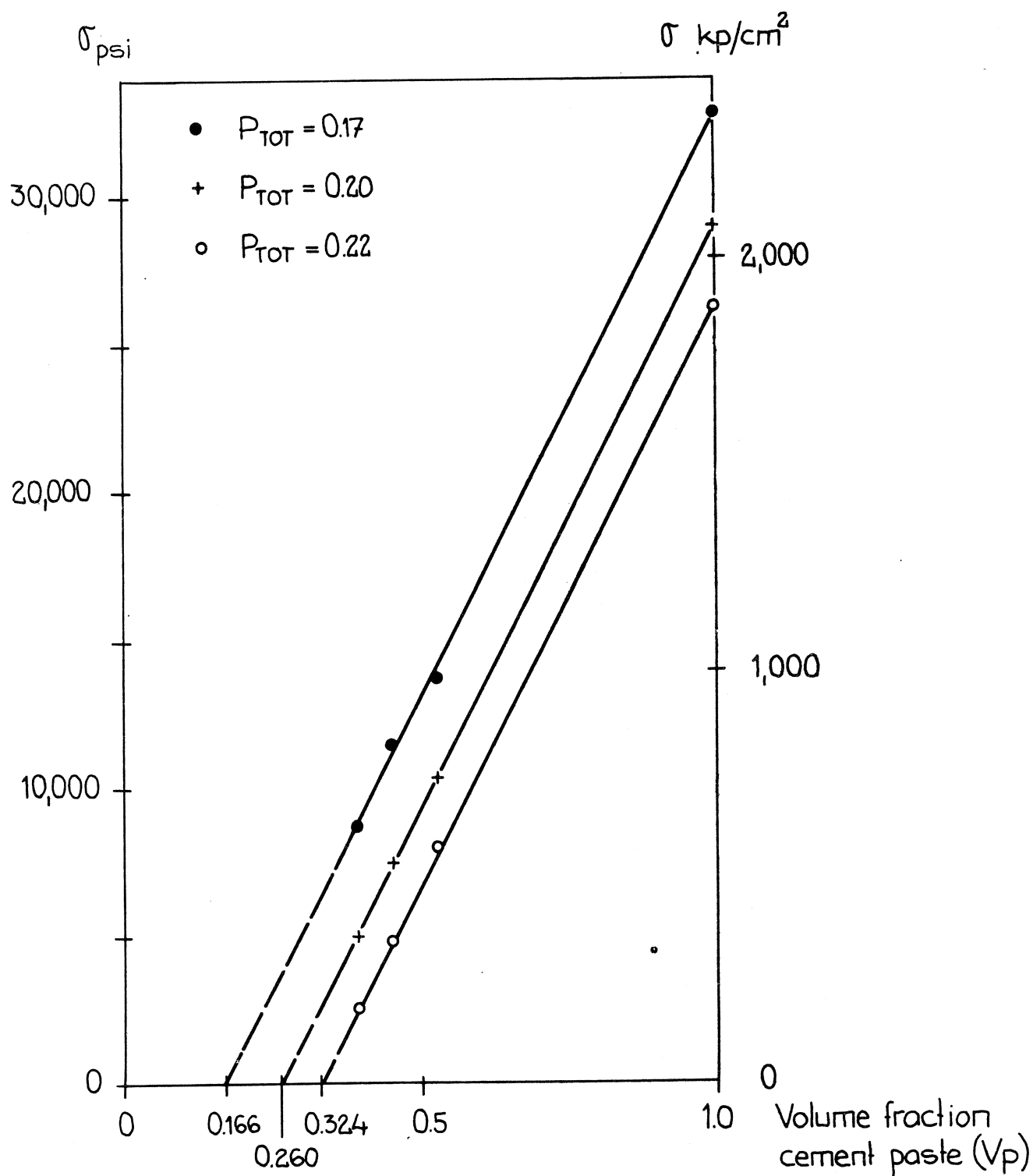


Fig 102: Strength of mortars and neat cement paste as function of volume fraction of paste at constant total porosity. Experimental data from fig 60.

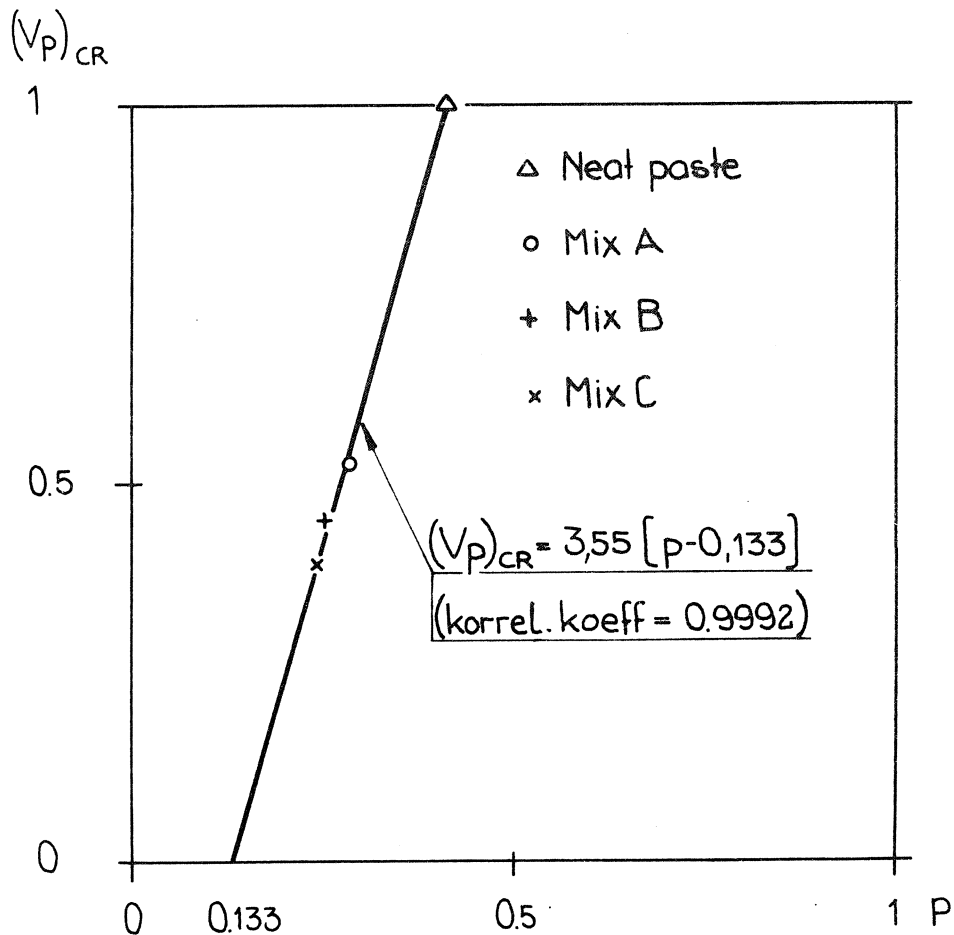
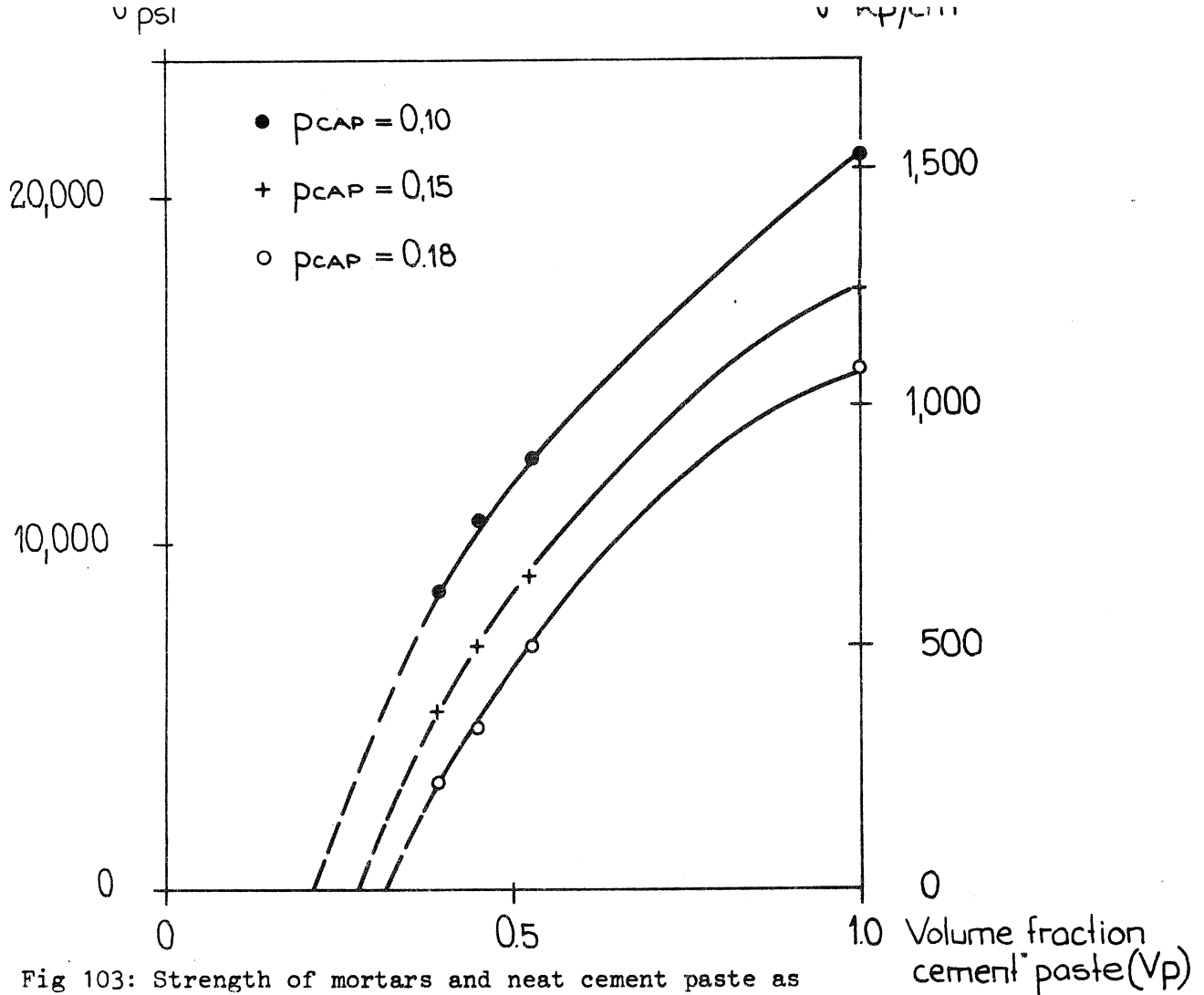


Fig 104: Critical volume fraction of cement paste (where the strength is zero) as function of total porosity. Experimental data from fig 60.

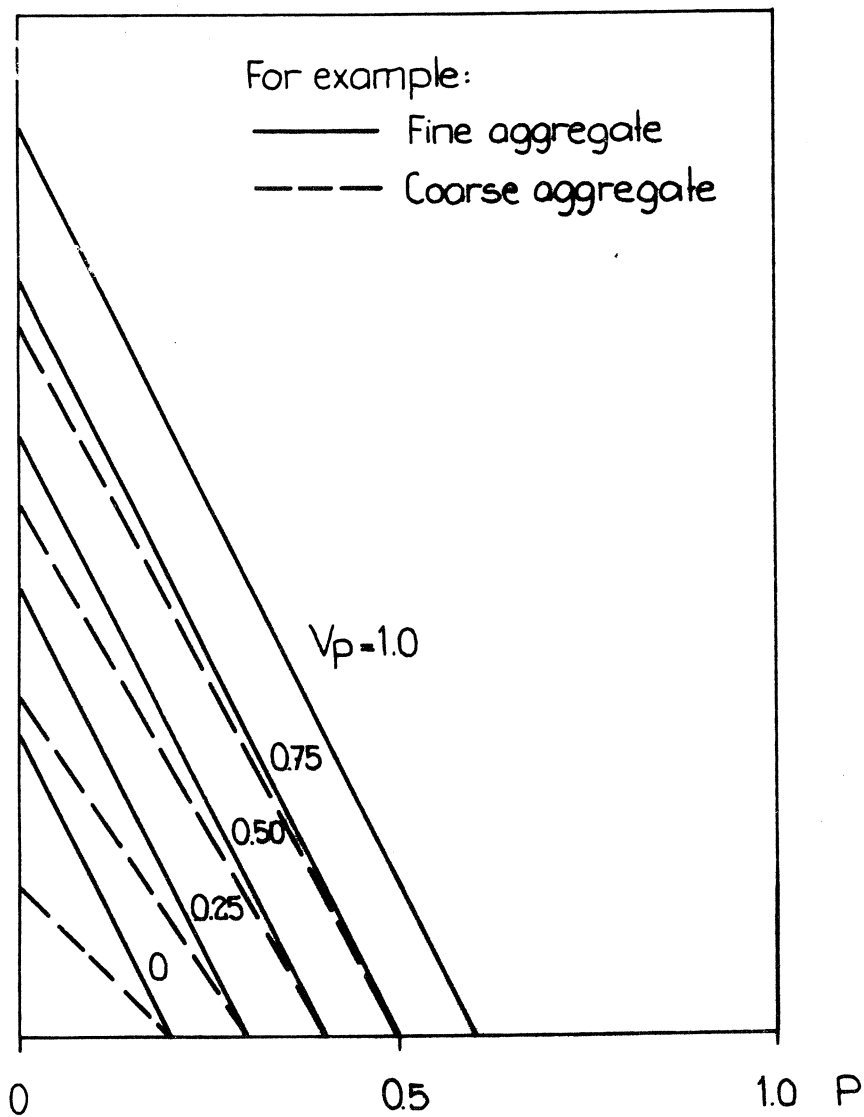
σ 

Fig 105: Hypothetical way of taking size of aggregate into account in a strength-porosity relationship. P_{CR} is unchanged. cf the theoretical fig 74.

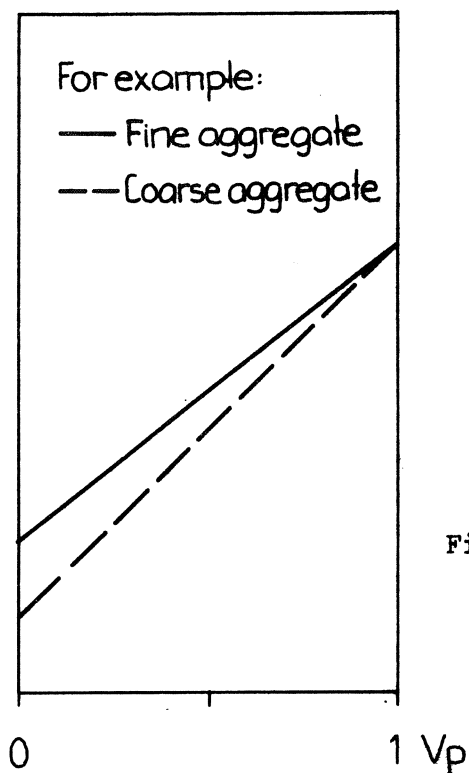
 σ_0 

Fig 106: Effect on theoretical strength σ_0 by size of aggregate. The figure plotted from fig 105 at $P = 0$.

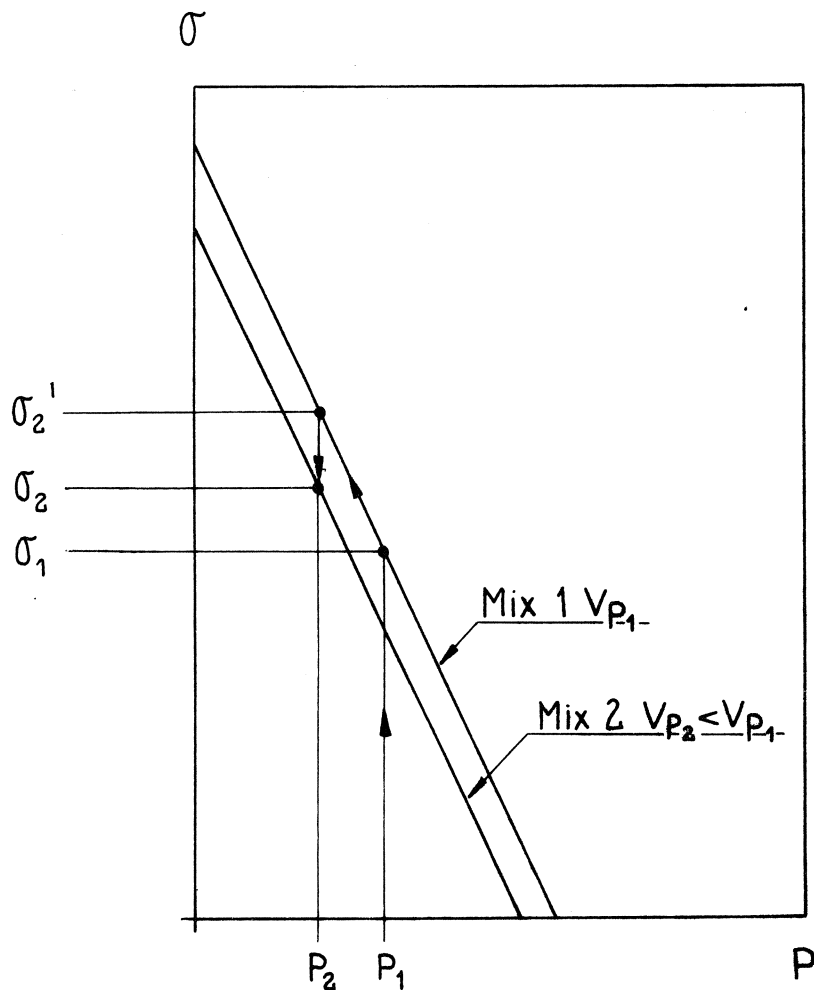


Fig 107: Principles of the possible simultaneous effect on strength of porosity and change in cement content. By increase in aggregate content porosity is lowered from P_1 to P_2 . However because of an increase in aggregate content from V_{P_1} to V_{P_2} the increase in strength is not $\sigma_2' - \sigma_1$ but only $\sigma_2 - \sigma_1$.

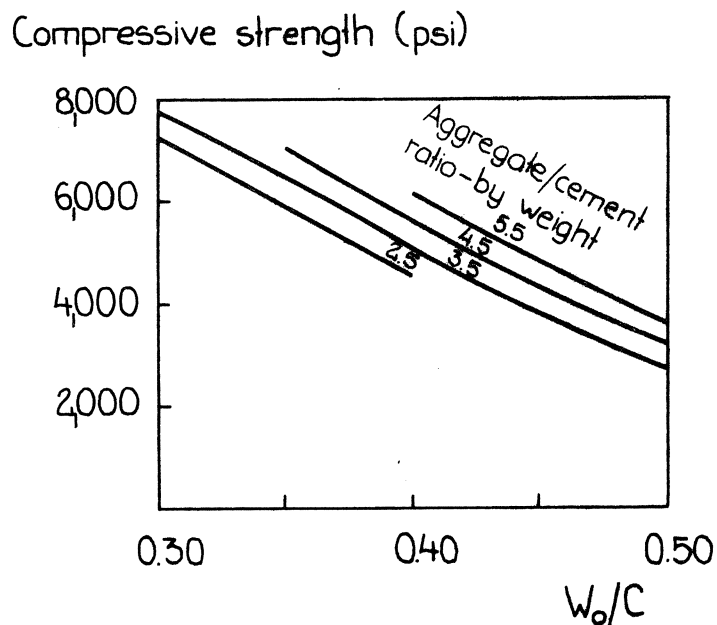


Fig 108: Effect of aggregate content on strength. Thaulow /1955/.

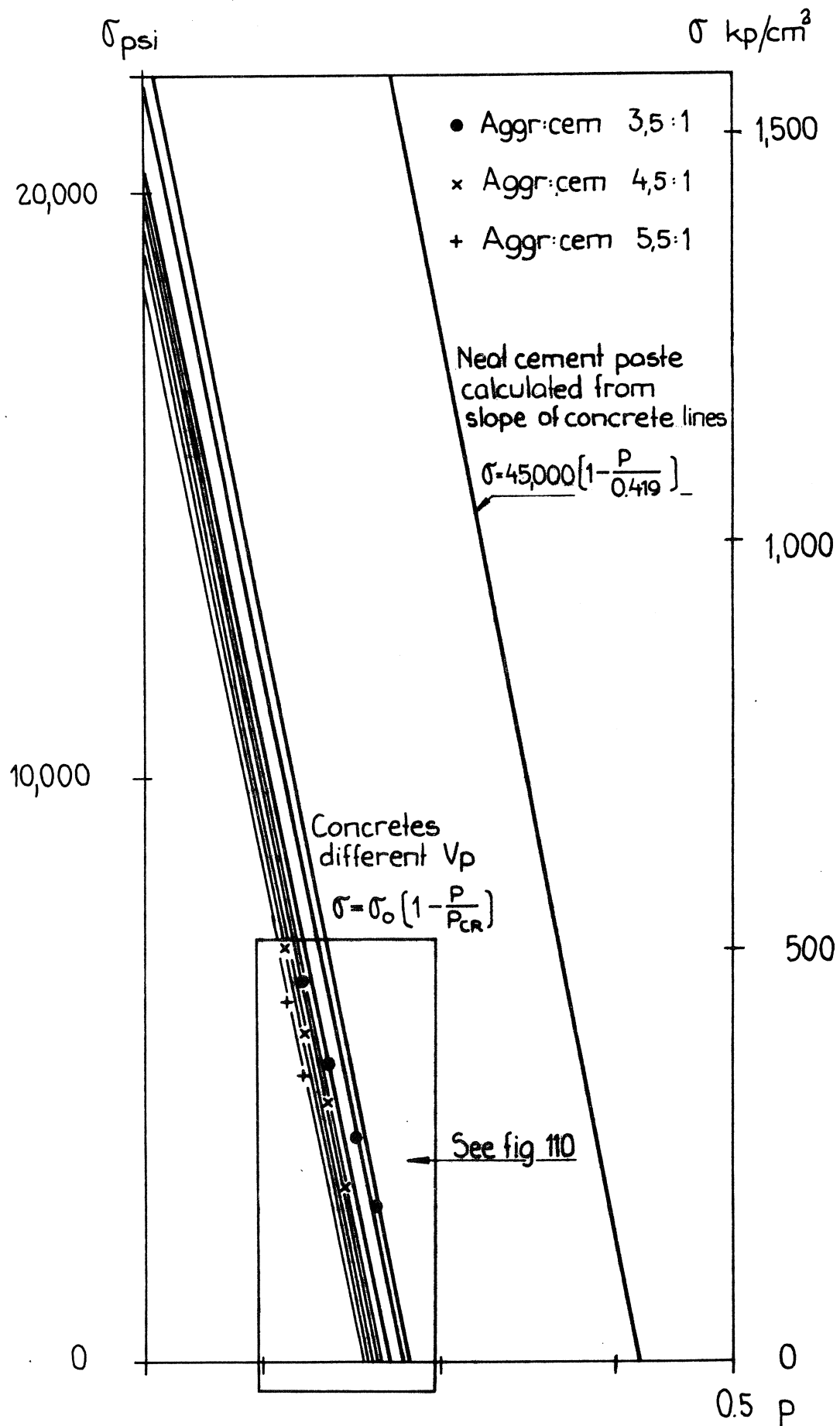


Fig 109: Strength-porosity lines calculated from data in fig 108.

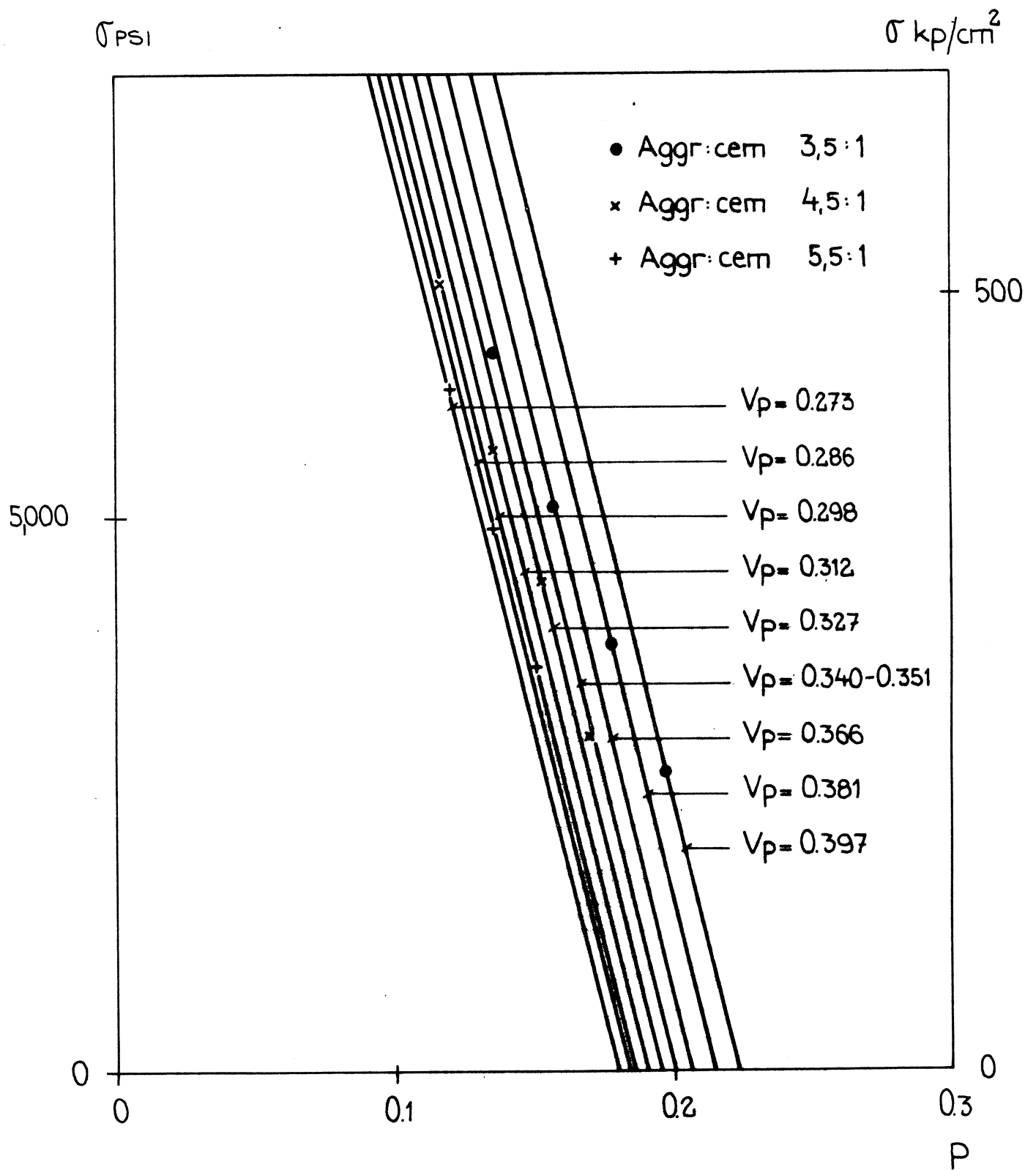


Fig 110: Magnified part of fig 109.

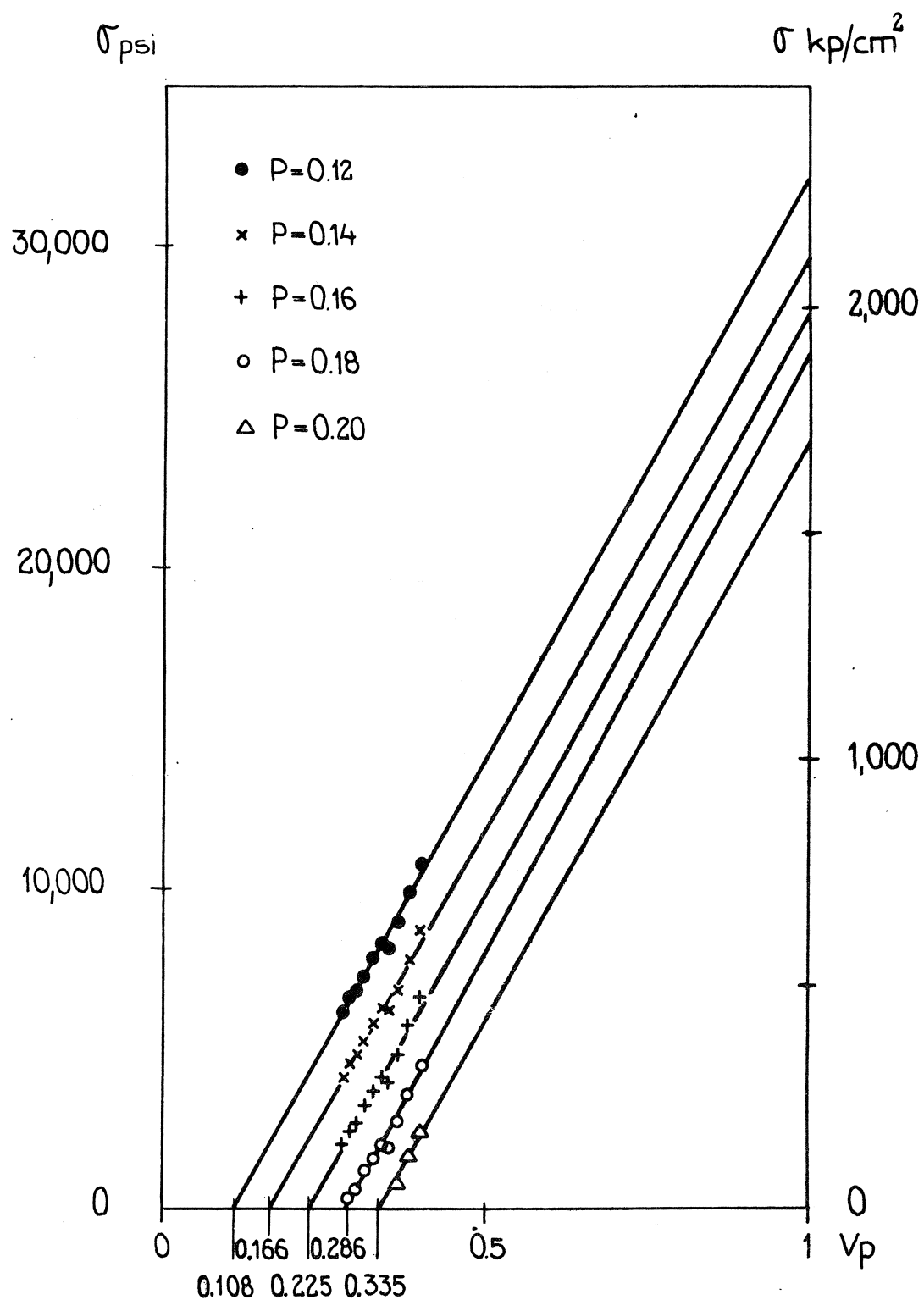


Fig 111: Strength of concretes as function of paste at constant total porosity. Experimental data from figs 108, 110.

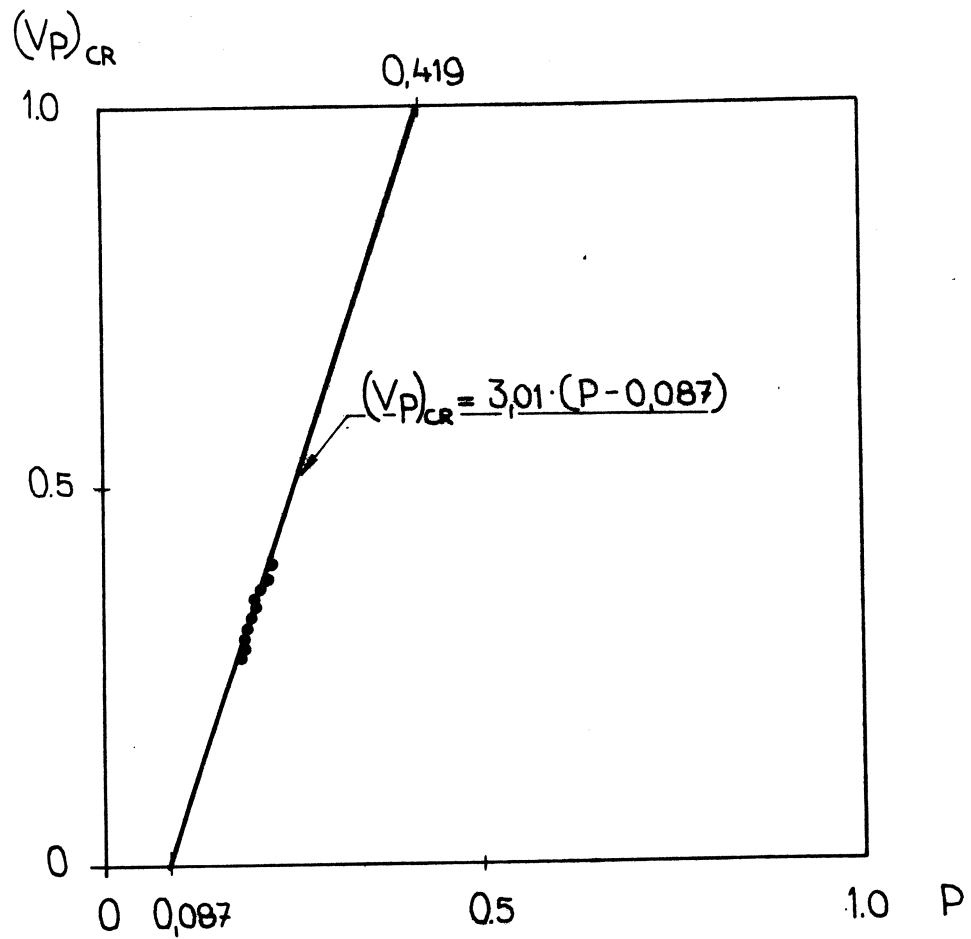


Fig 112: Critical volume fraction of cement paste (at $\sigma = 0$) as function of total porosity in concretes. Experimental data from figs 108, 110.

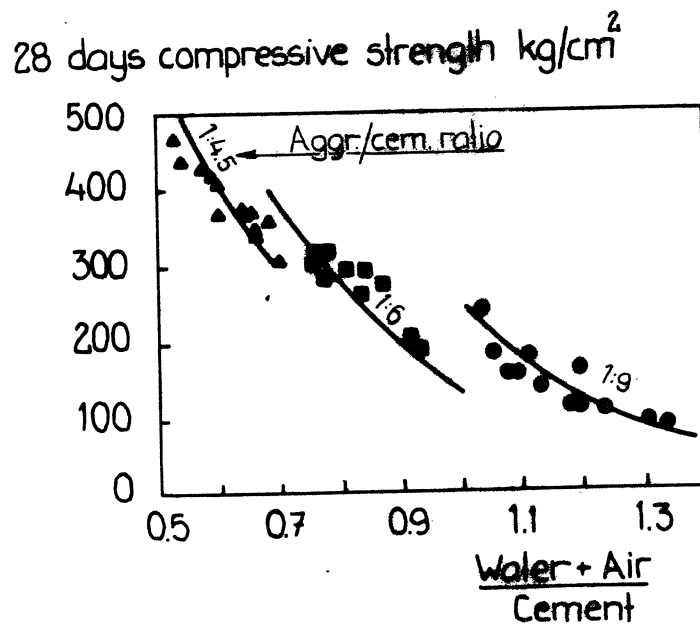


Fig 113: Effect of aggregate content on strength. Thaulow /1955/.

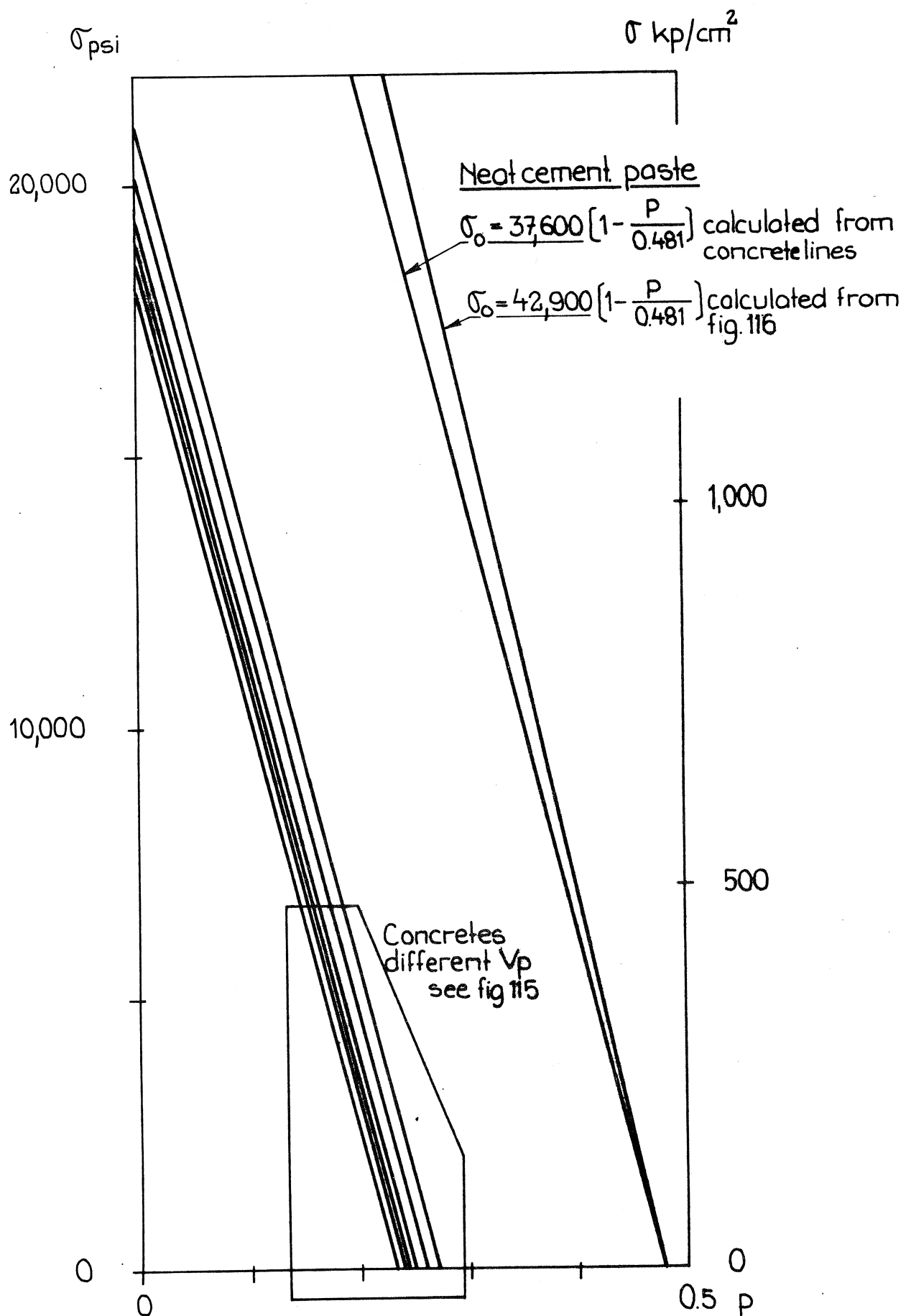


Fig 114: Strength - porosity lines calculated from data in fig 113.

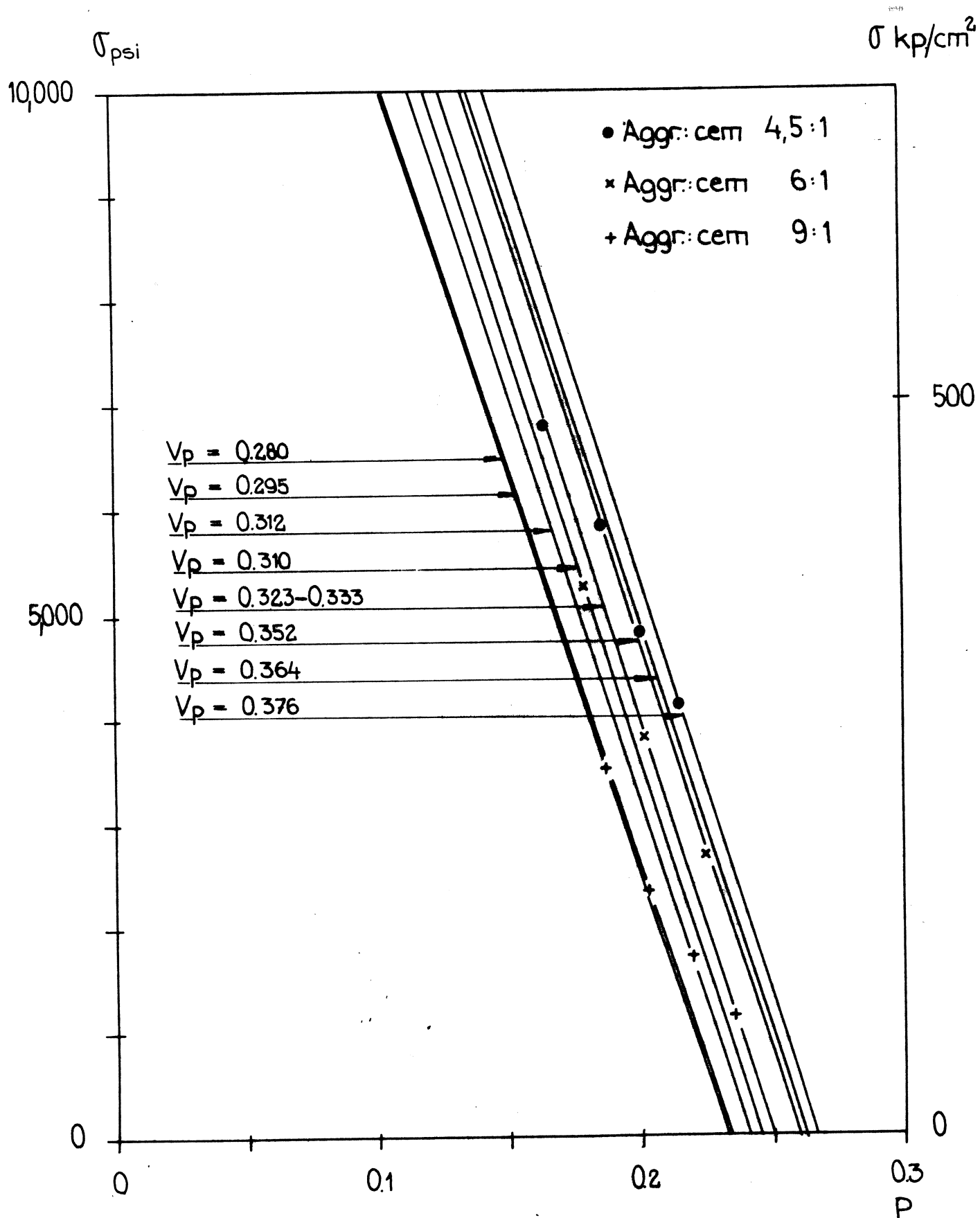


Fig 115: Magnified part of fig 114.

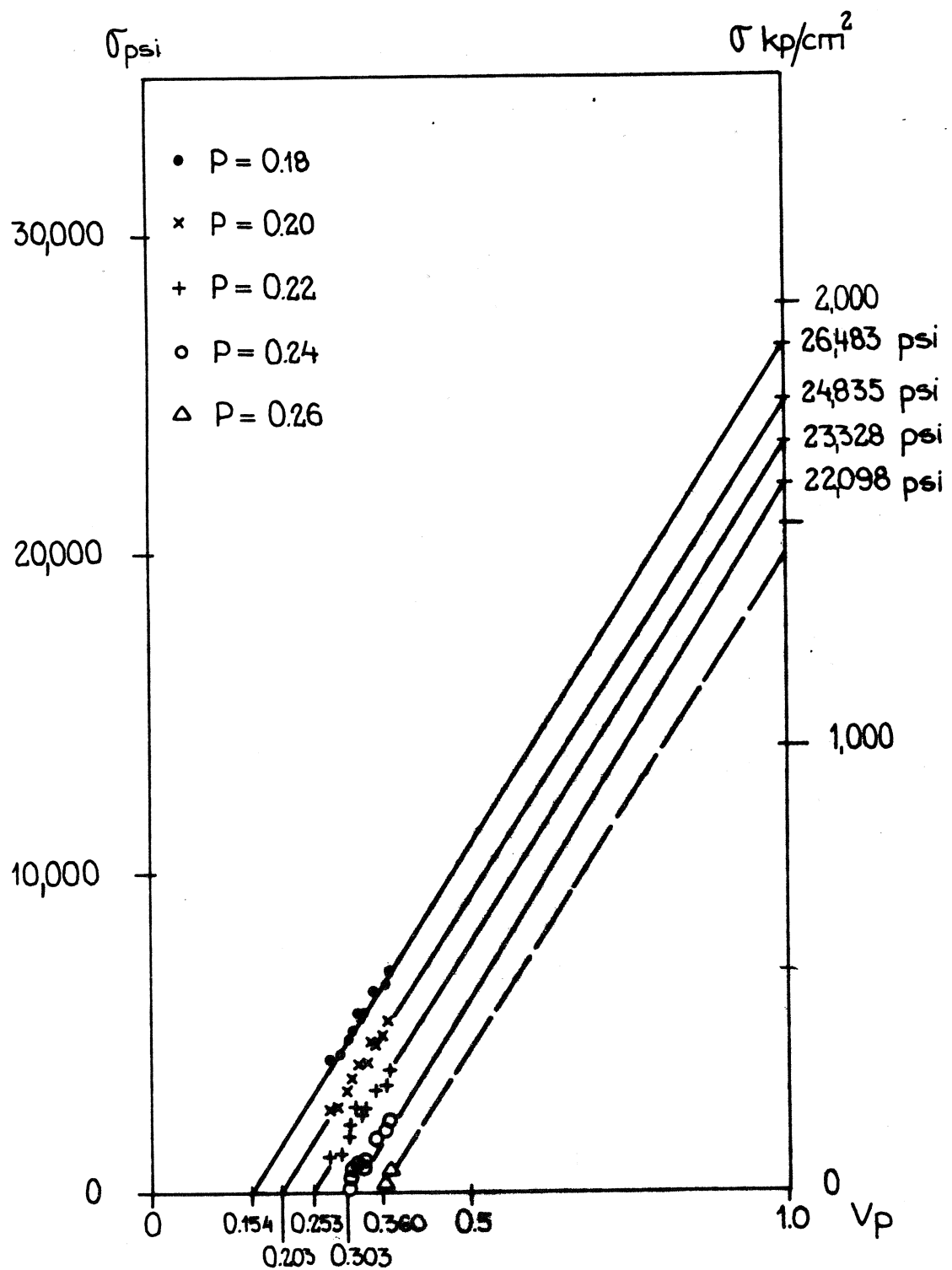


Fig 116: Strength of concretes as function of volume fraction of paste at constant total porosity. Experimental data in fig 113, 115.

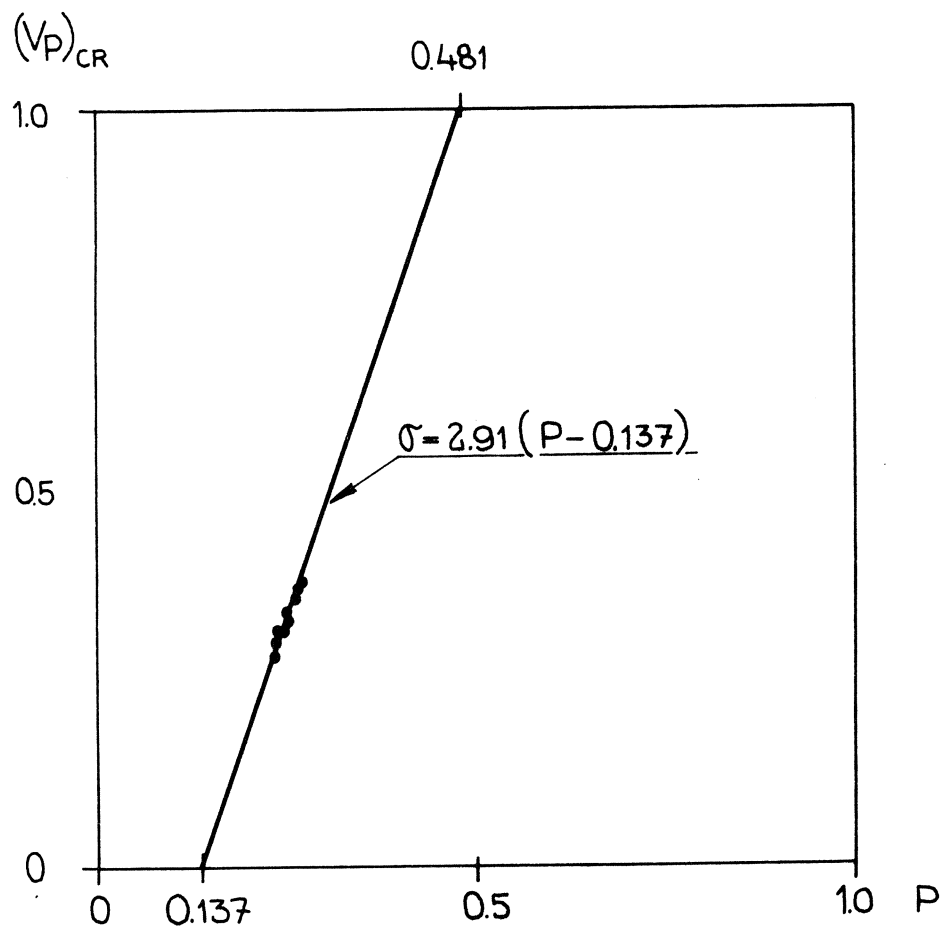


Fig 117: Critical volume fraction of cement paste (at $\sigma = 0$) as function of total porosity in concretes. Experim. data from figs 113, 115.

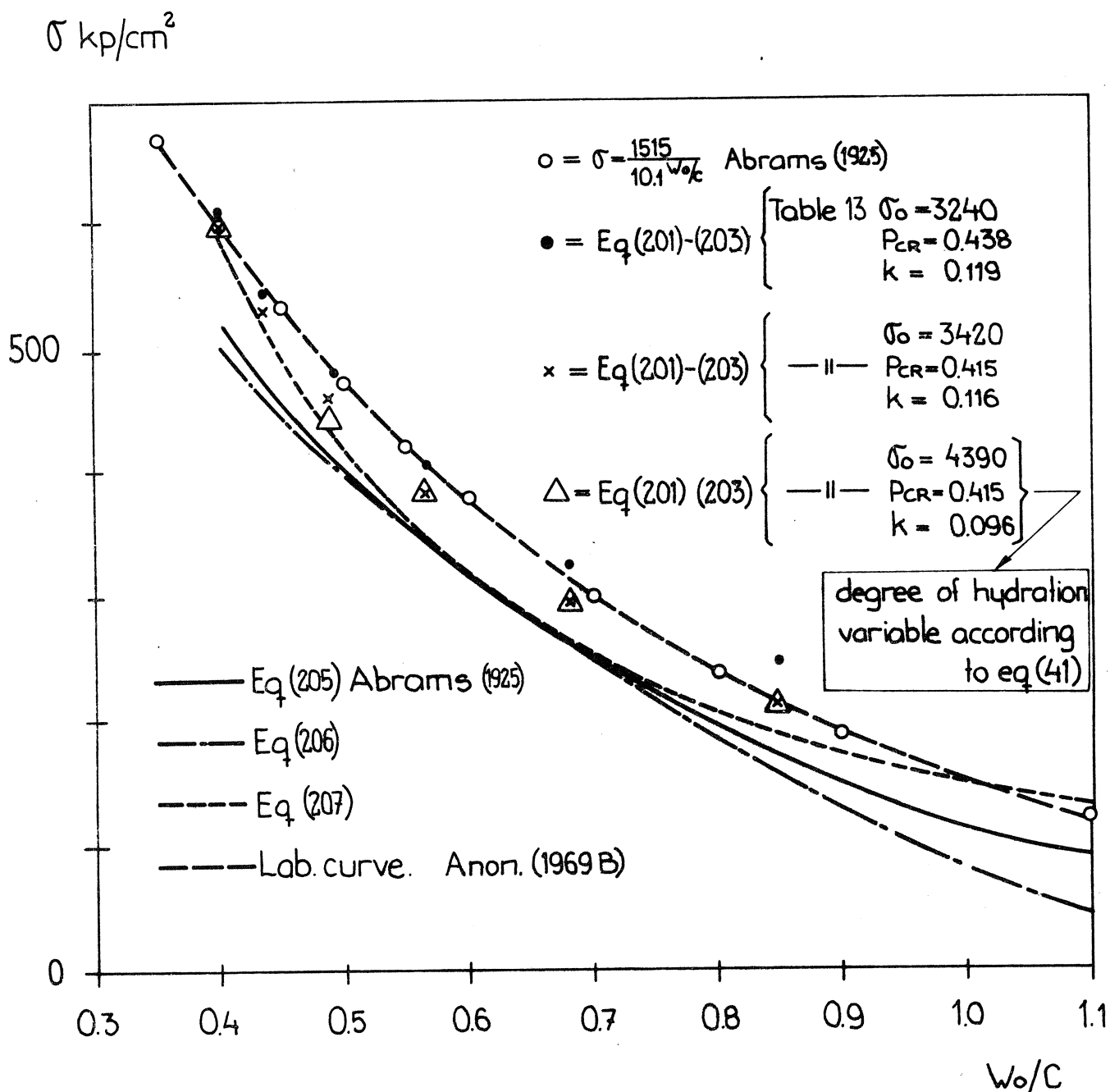


Fig 118: Different experimental curves, concrete compression strength versus water cement ratio. Calculated values on basis of constants in Table 13 are indicated.

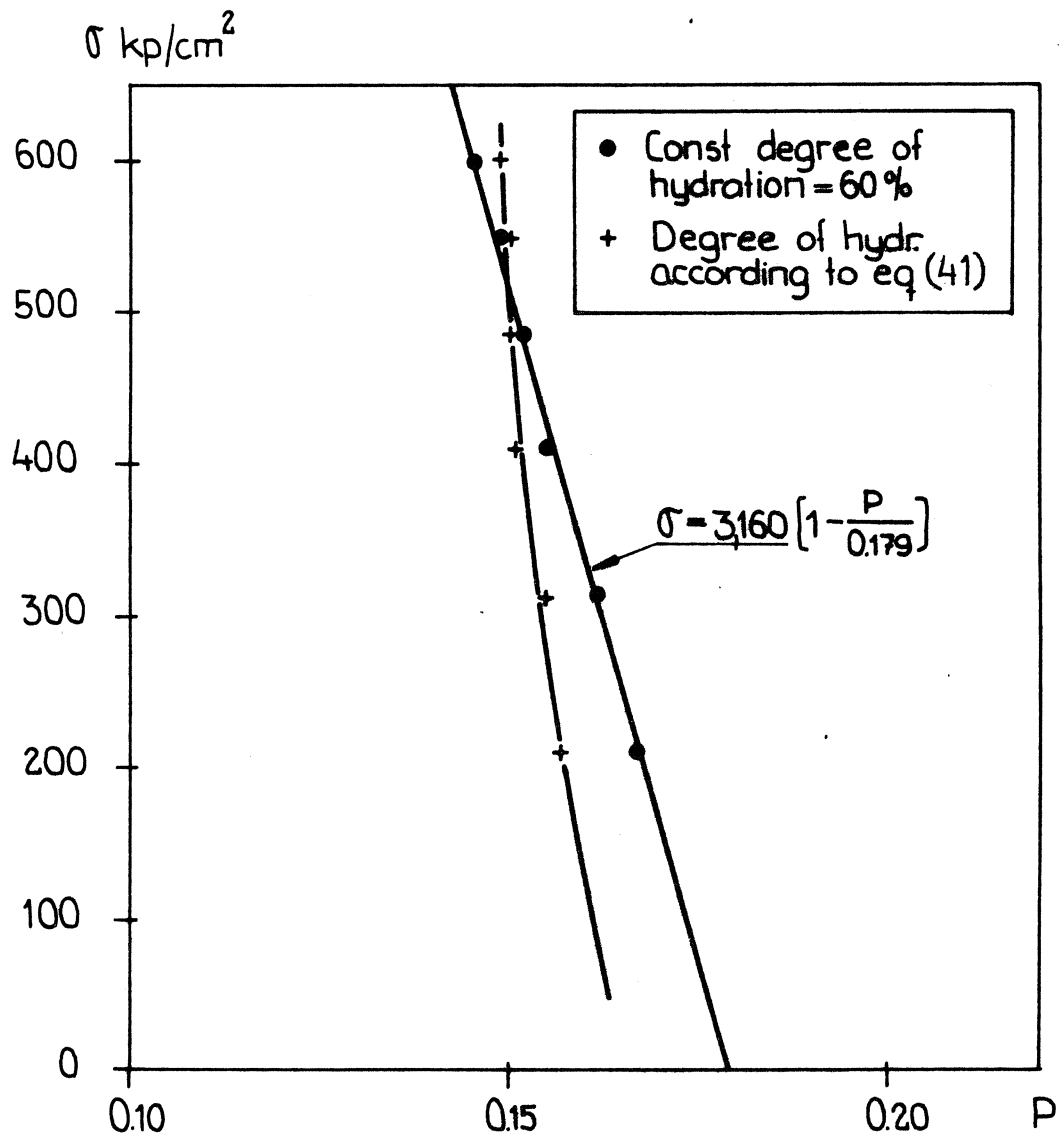


Fig 119: Calculated range of porosity variation of concretes in the strength range 200 - 600 kp/cm^2 which corresponds to water cement range 0,90 - 0,40.

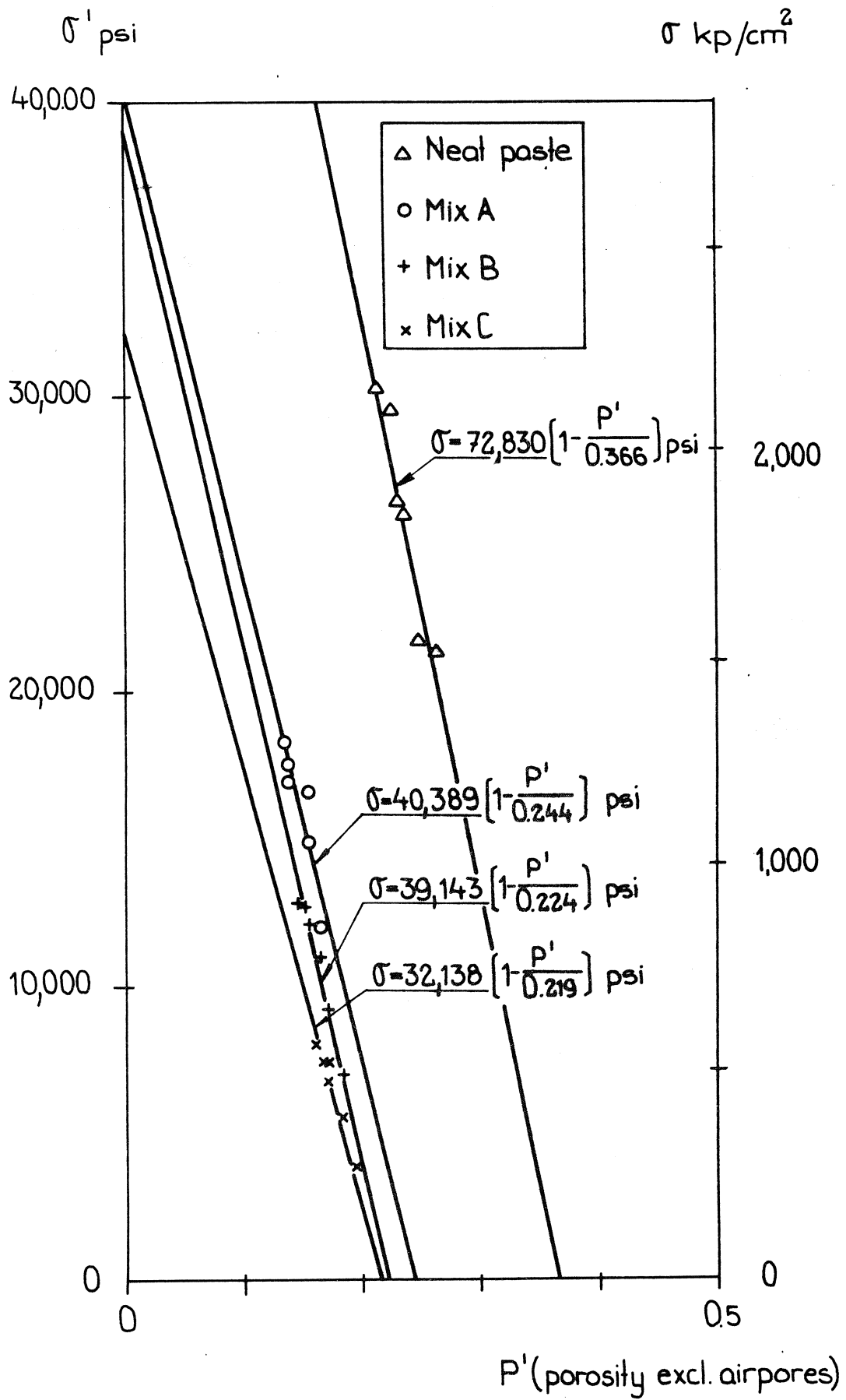


Fig 120: Strength - porosity lines of the mixes
 in fig 60 when the effect of air pores
 is neglected by use of eq (209).

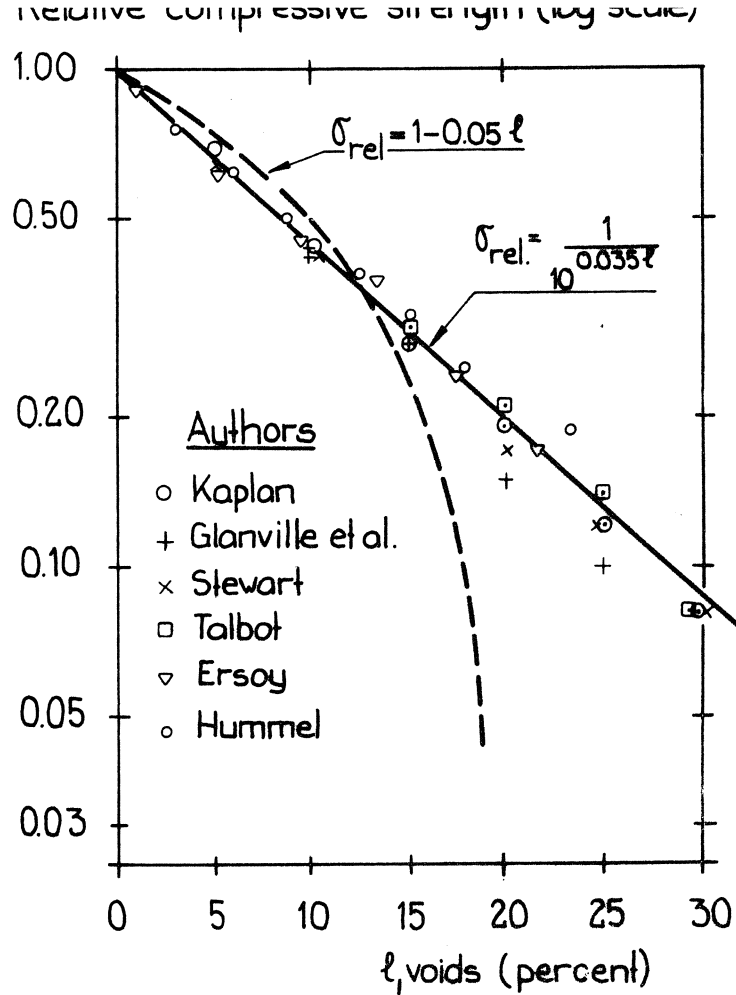


Fig 121 a: Effect of air pores on compressive strength of concrete. Popovics /1970/.

Relative strength, velocity or dynamic E

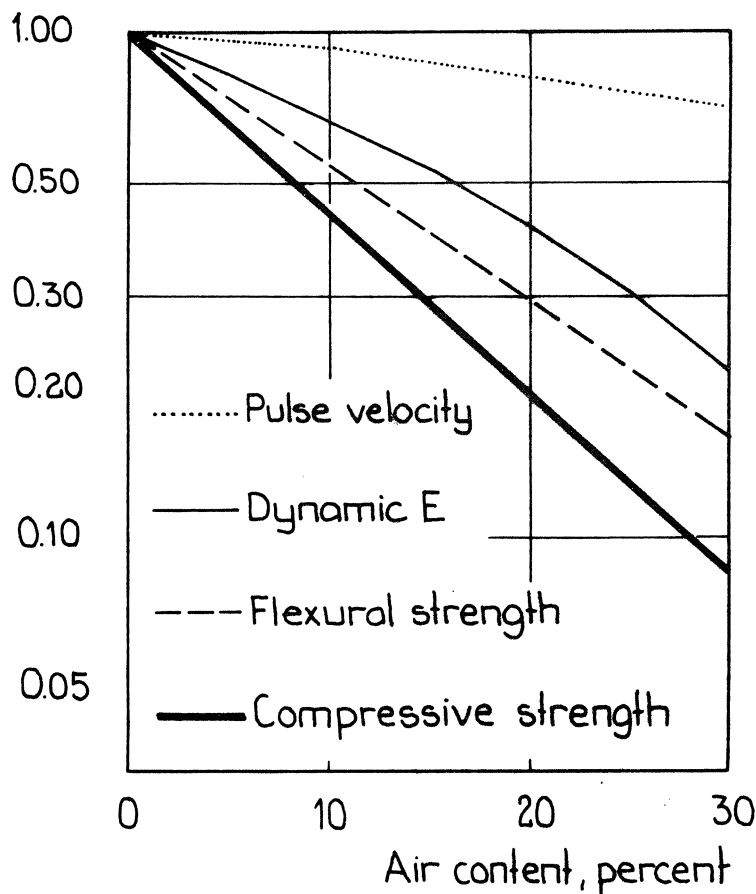


Fig 121 b: Effect of air pores on different mechanical properties of concrete. Popovics /1970/.

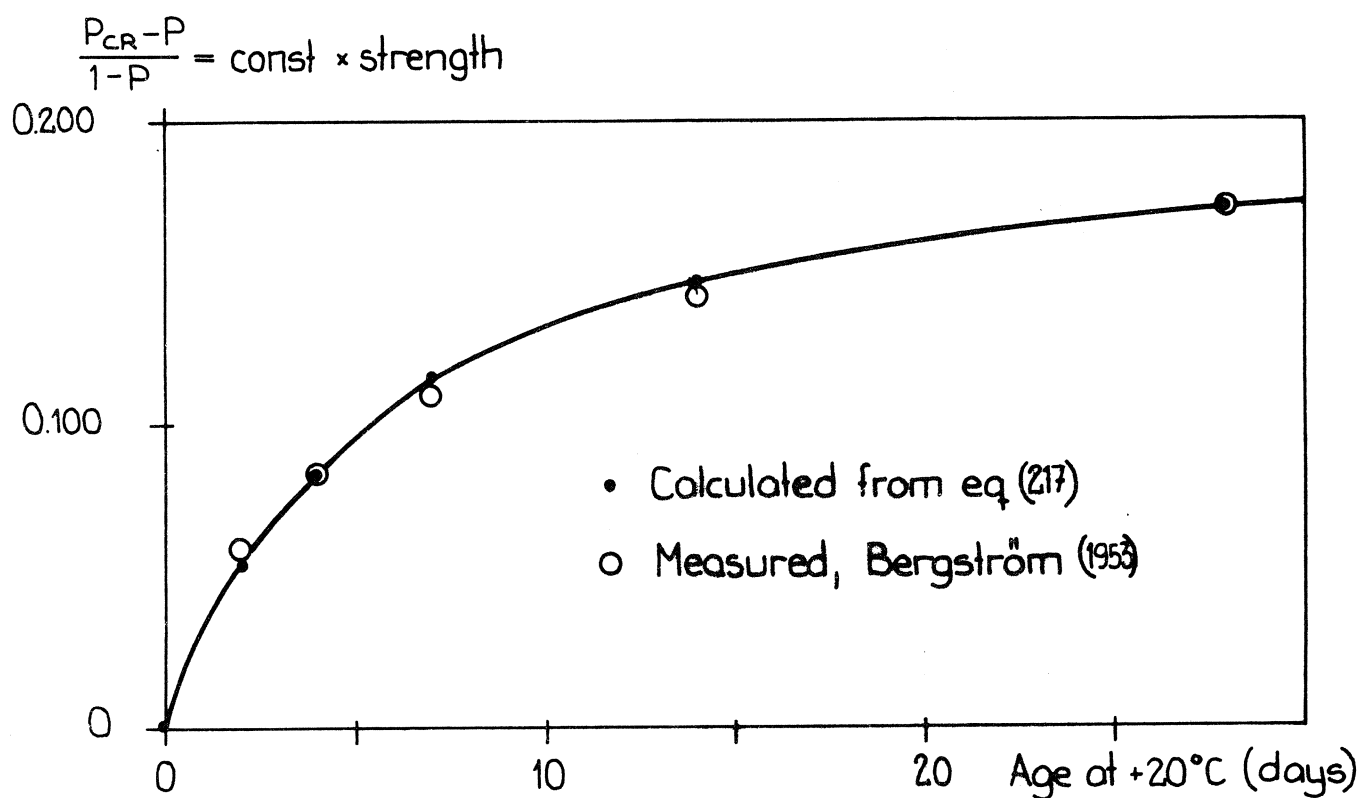


Fig 122: Wilcox' theory as expressed in eq (217) applied on a hydrating portland cement paste with $w/c = 0,50$. Experimental data on concretes^o (from time - temperature functions) are indicated in the figure.

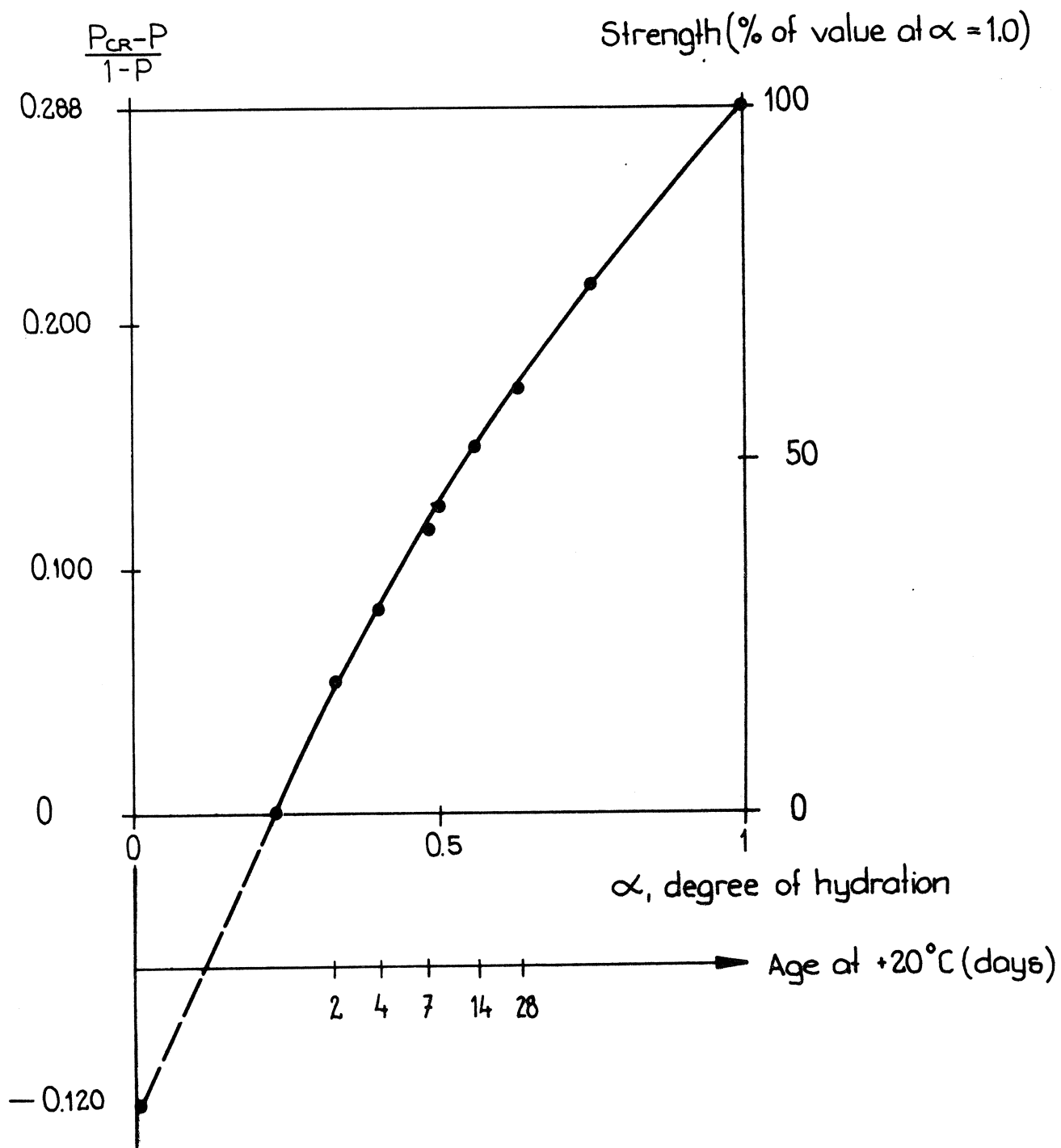


Fig 123: In principle the same curve as in fig 122. However strength values according to Wilcox eq (217) plotted versus degree of hydration which makes determination of theoretical strength σ_0 possible.

σ % of value at 28 days

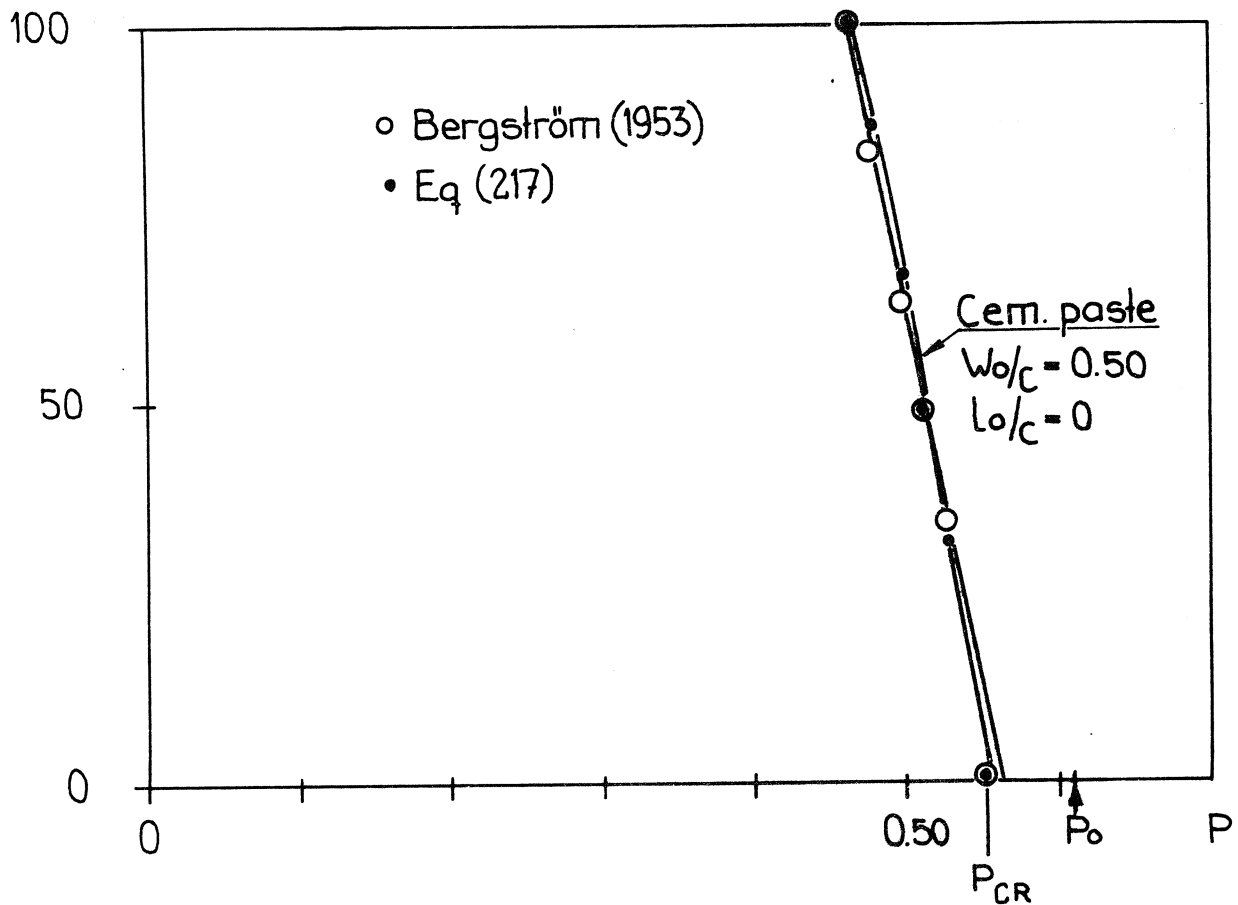


Fig 124: Same cementpaste as in fig 122. Strength according to Wilcox'eq (217) and according to experimental data on concrete plotted against total porosity. P_0 is porosity of fresh paste. cf fig 92.

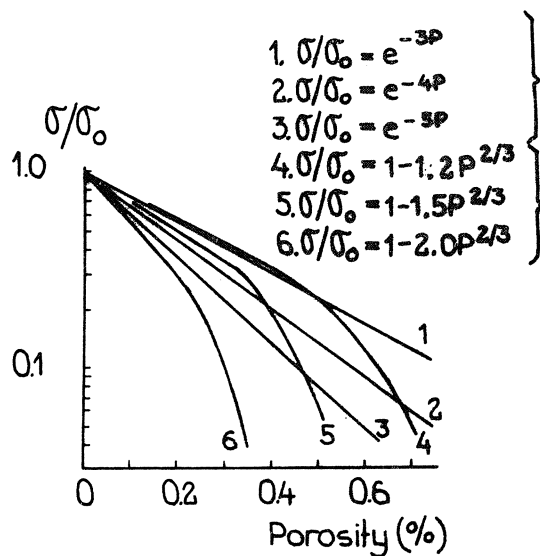


Fig 125: Eudier's eq (220) compared to Ryshkewitch's eq (2). Bailey & Hill /1970/.

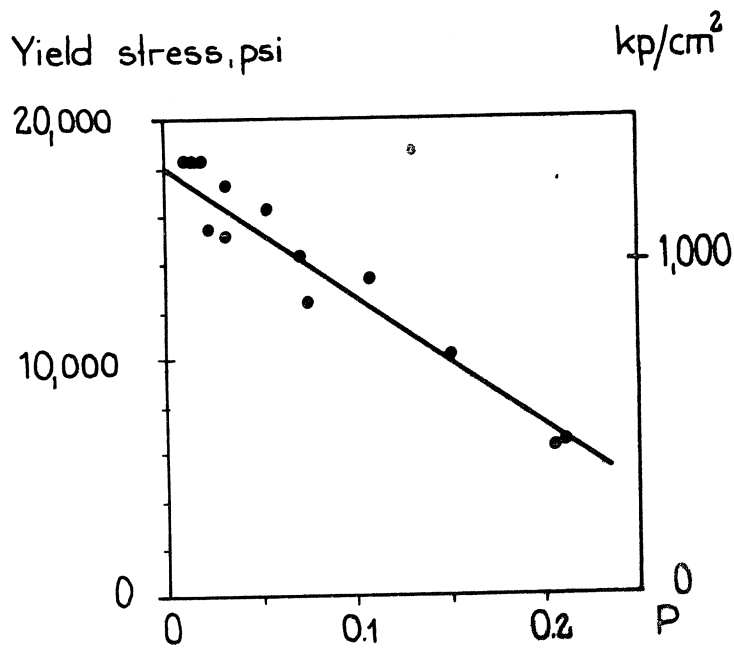


Fig 126: Effect of porosity on Yield stress of sintered brass. Rostoker & Liu /1970/.

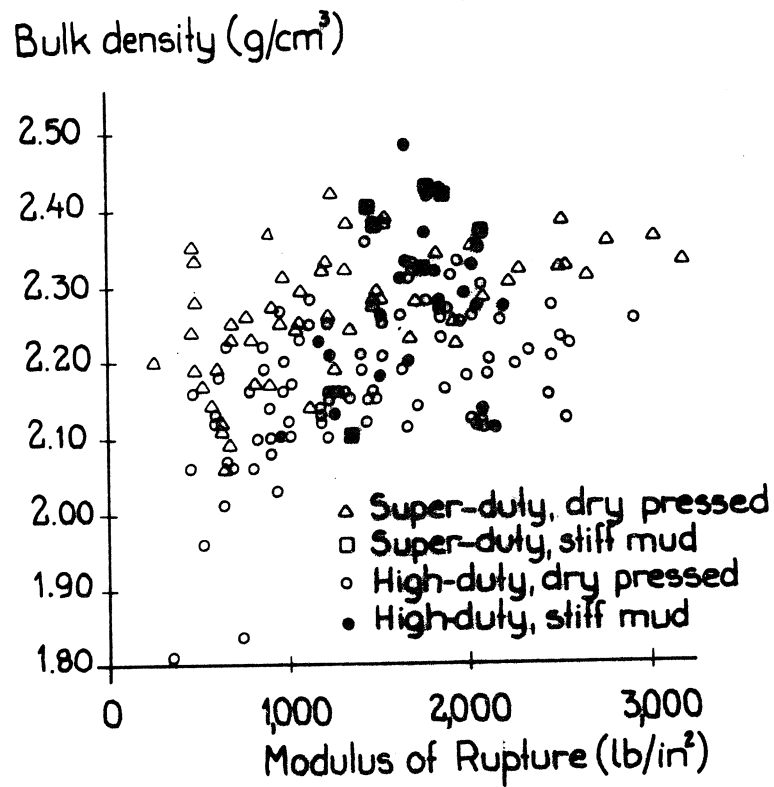
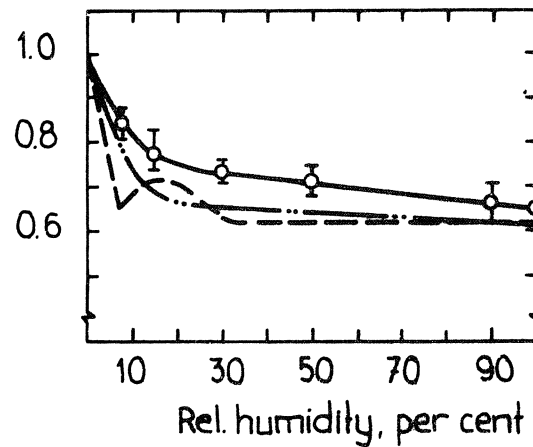


Fig 127: Examples of great deviations in strength-porosity relations. Refractory bricks. Astbury /1966/.

H/H_0 or σ/σ_0



- Change in microhardness of porous silica glass, H
- Change in strength of portland cement paste, σ
- Change in strength of fused quartz, σ

Fig 128: Effect of moisture condition on hardness and strength of porous and nonporous materials. cf fig 34: Feldman & Sereda /1970/

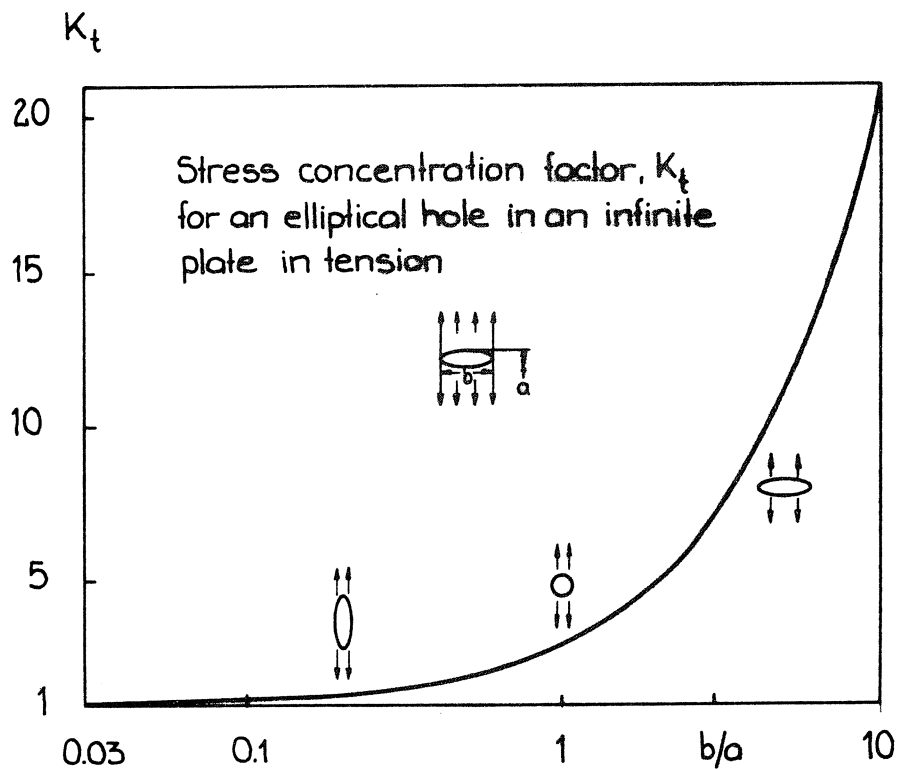


Fig 129: Stress concentration factor, eq (224), around an elliptical cylindrical hole. Polakowski & Ripling /1966/.

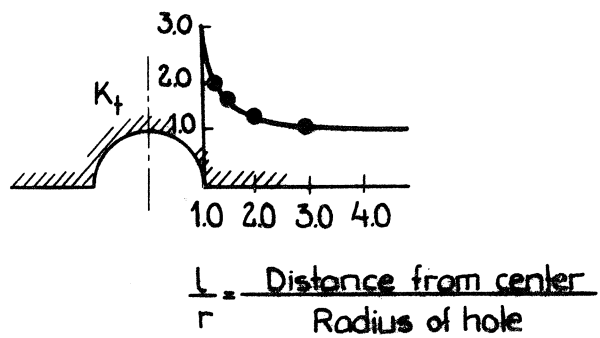


Fig 130: Stress gradient at edge of a circular cylindrical hole. Polakowski & Ripling /1966/.

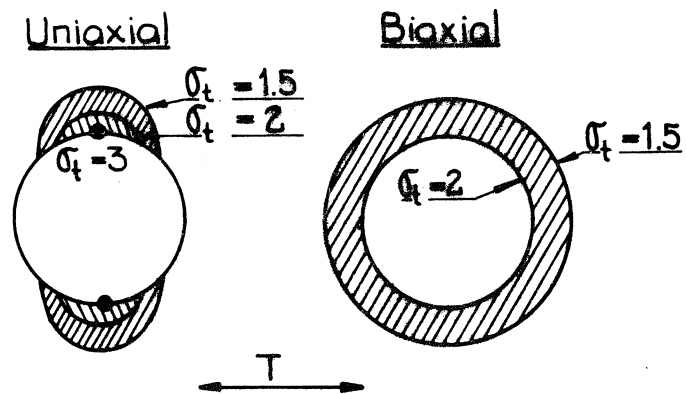
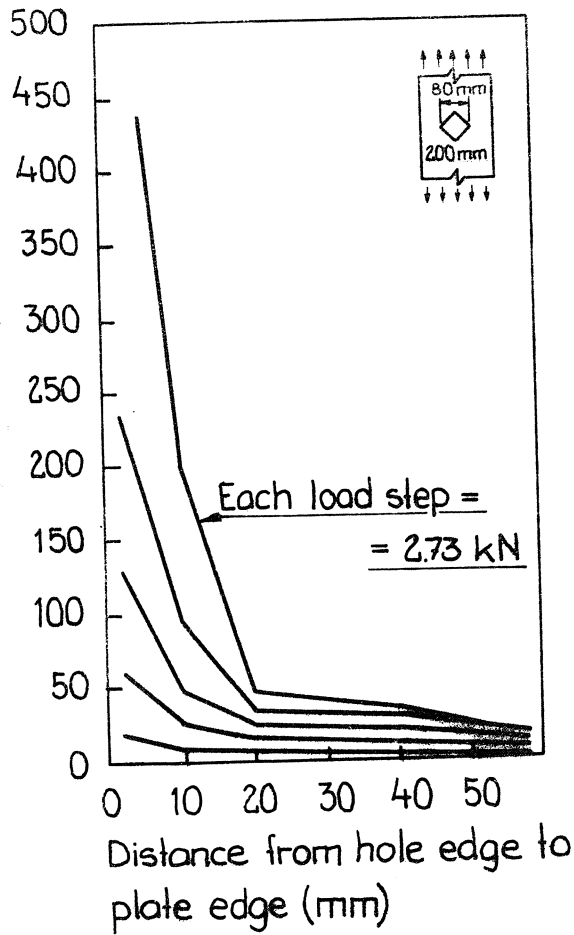


Fig 131: Schematic variation of tangential stress around a spherical hole at uniaxial and biaxial loads. Bertolotti & Fulrath /1967/.

Tensile strain ($\mu\epsilon$)



Tensile strain ($\mu\epsilon$)

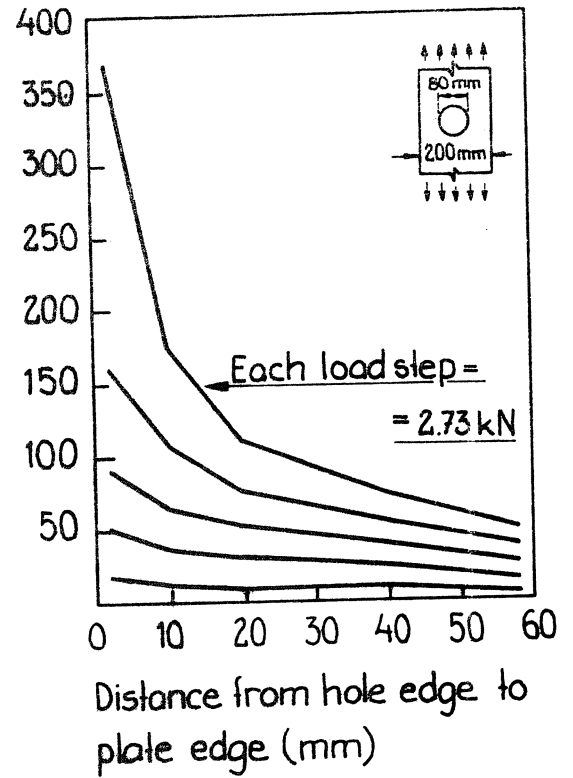


Fig 132: Measured effect of hole shape on strain distribution in concrete. Raju /1971/.

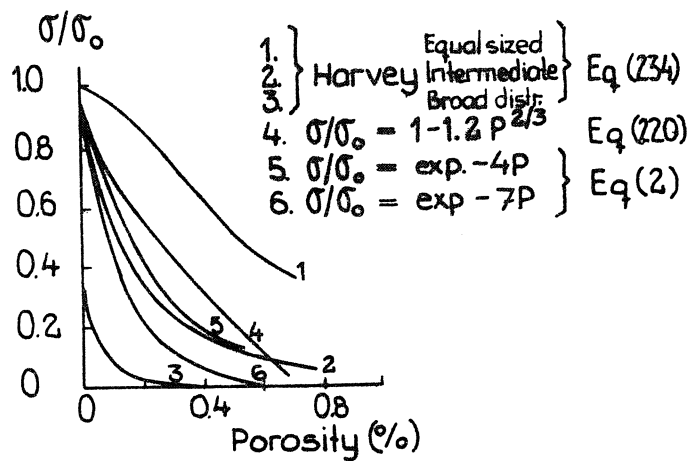


Fig 133: Effect of pore size distribution on strength according to Harvey, eq (234), (235). Bailey & Hill /1970/.

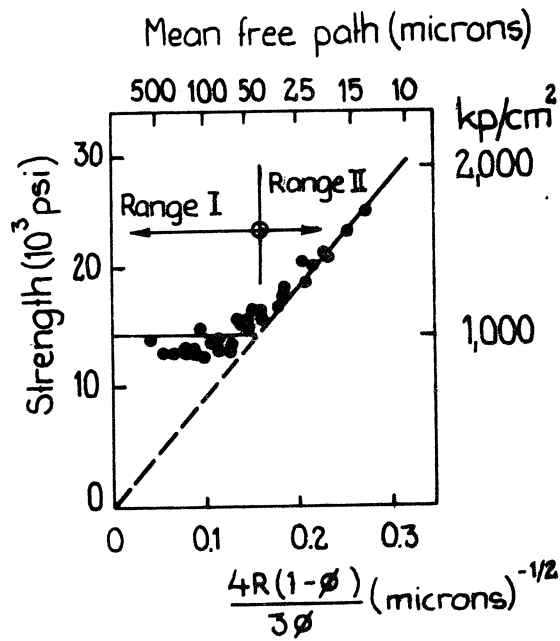


Fig 134: Strength of dispersion strengthened glass plotted against reciprocal root of mean free path between particles. cf eq (239) and (241). Hasselman & Fulrath /1966/.

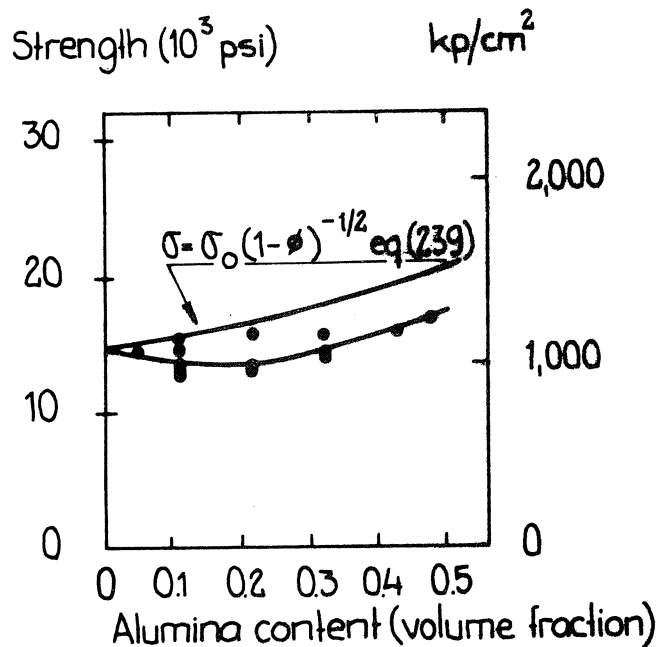


Fig 135: Strength in range I (cf fig 134 and eq (239)) of dispersion strengthened glass as function of amount of disperse phase. Hasselman & Fulrath /1966/.

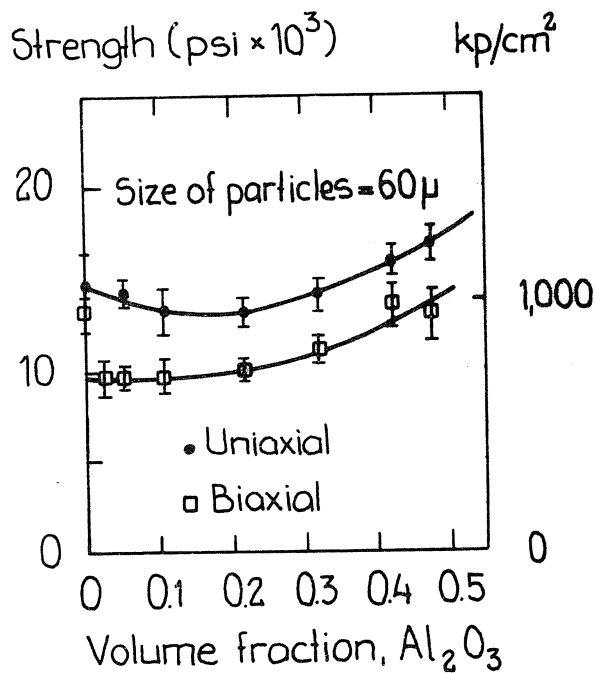


Fig 136: Strength in range I (cf fig 134 and eq (239)) of dispersion strengthened glass as function of amount of disperse phase and state of loading. Hasselman & Fulrath /1967/.

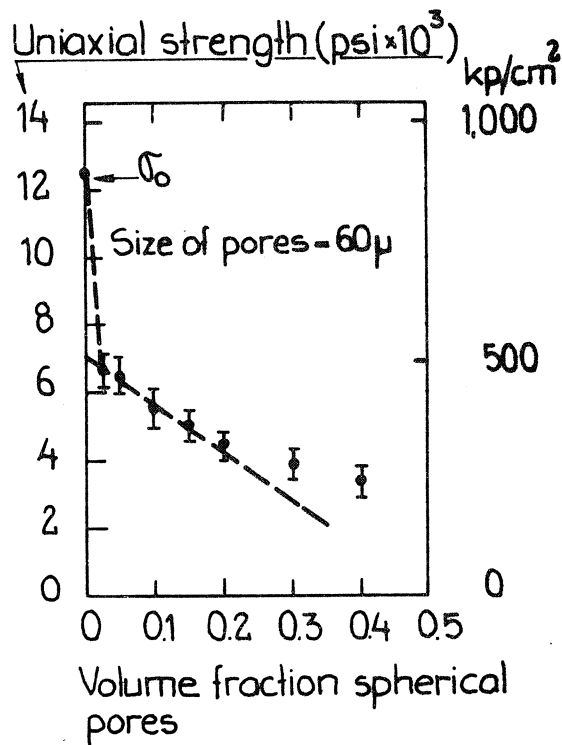


Fig 137: Uniaxial strength of porous glass plotted against porosity. Note the great decrease in strength at small porosities. cf fig 139 curve I. Hasselman & Fulrath /1967/.

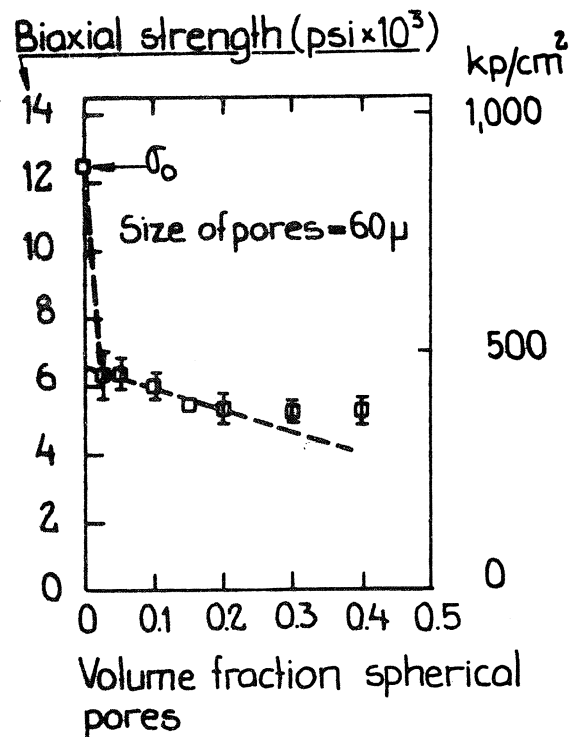


Fig 138: Biaxial strength of the same material as in fig 138. Note the great decrease in strength at small porosities. cf fig 139 curve I. Hasselman & Fulrath /1967/.

Relative strength

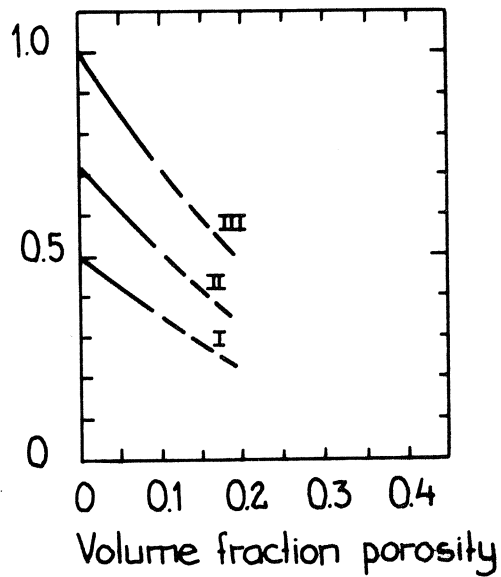
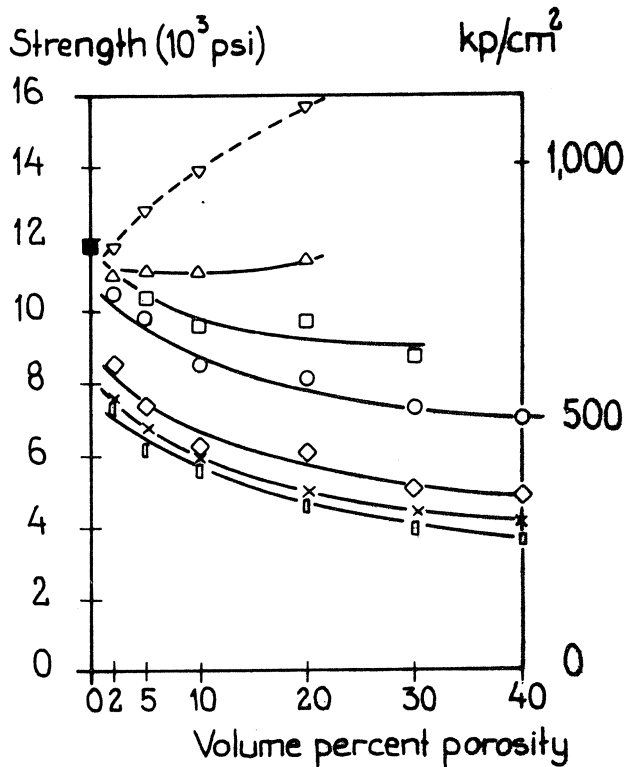


Fig 139: Proposed effect of micromechanical stress concentrations on the strength of a porous brittle material. Curve I flaw size << pore size. Curve III flaw size >> pore size. Curve II flaw size ≈ pore size. Hasselman & Fulrath /1967/.

Uniaxial



Pore size

- 0 porosity
- ▽ 5-10 μ
- △ 5-10 μ alcohol treated
- 10-20 μ
- 20-36 μ
- ◇ 36-44 μ
- × 74-106 μ
- ◻ 106-186 μ

Fig 140: Effect of pore size on uniaxial strength of porous glass. cf fig 139. Bertolotti & Fulrath /1967/.

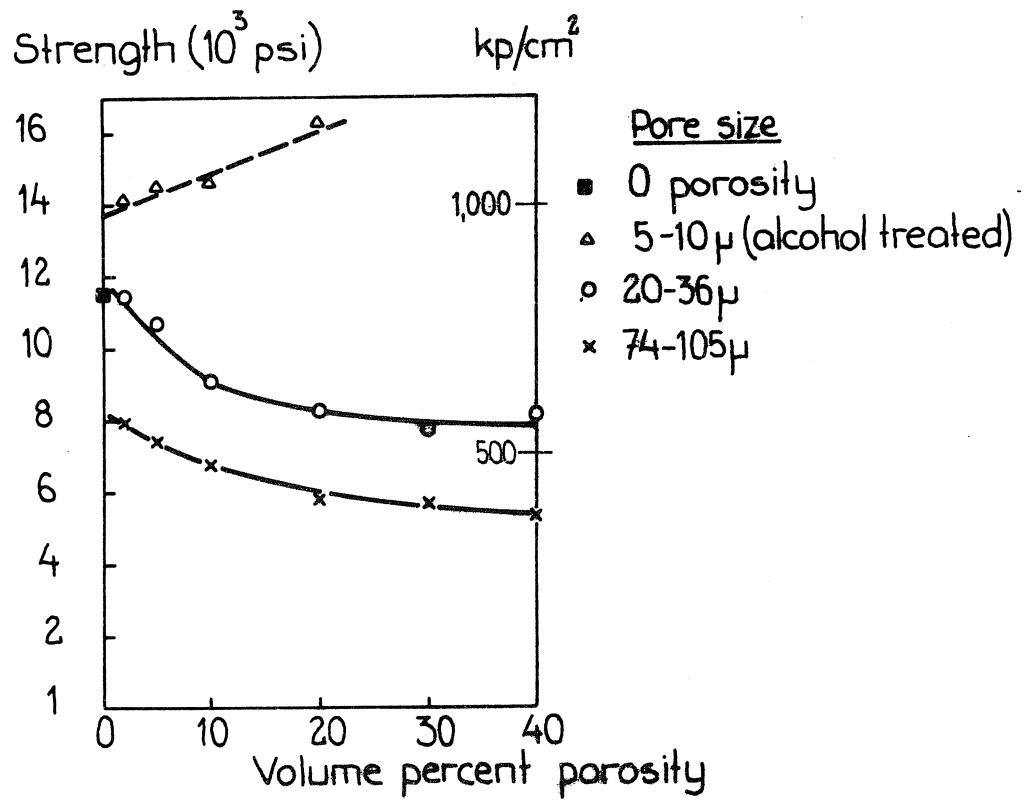


Fig 141: Effect of pore size on uniaxial strength of porous glass. cf fig 139. Bertolotti & Fulrath /1967/.

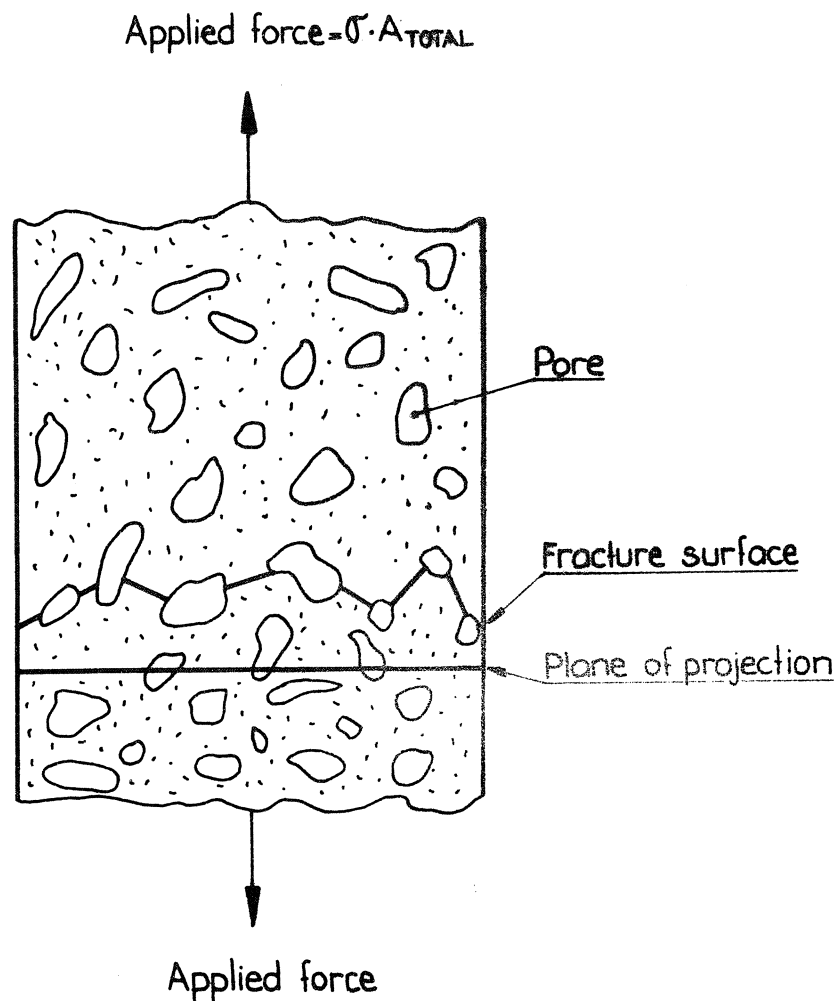
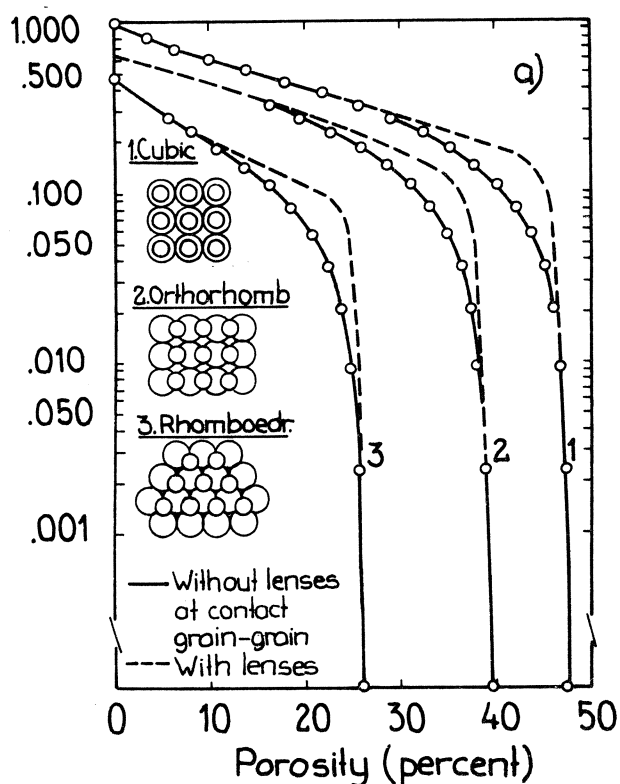


Fig 142: Supposed path of fracture of a porous material.

contact area between two grains of unit volume



Relative strength $\frac{\sigma}{\sigma_0}$

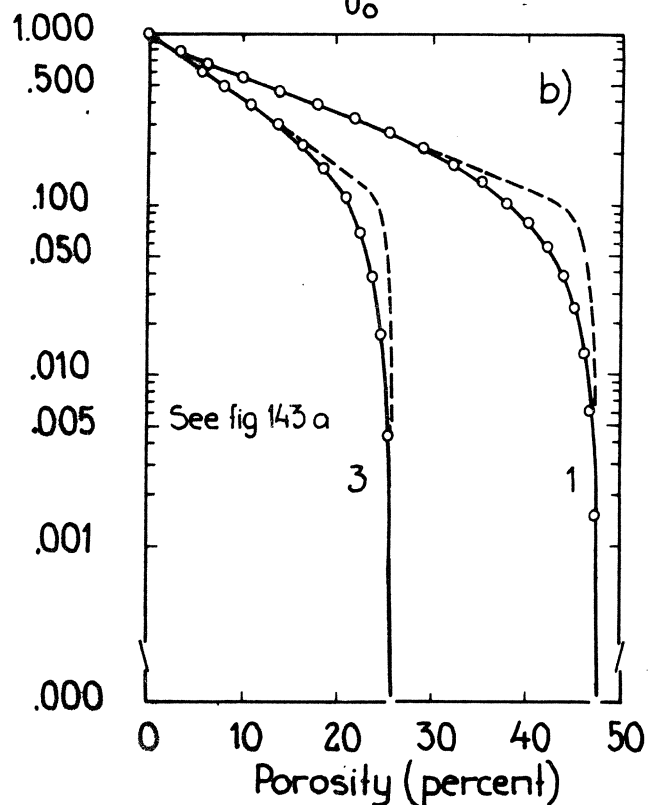


Fig 143 (a) - (b): Theoretical connections between contact area grain - grain, relative strength and porosity of a poly crystalline brittle material. Knudsen /1959/.

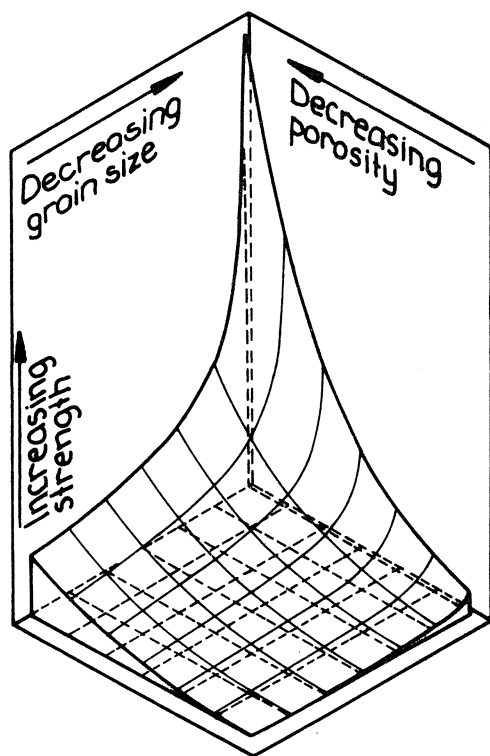
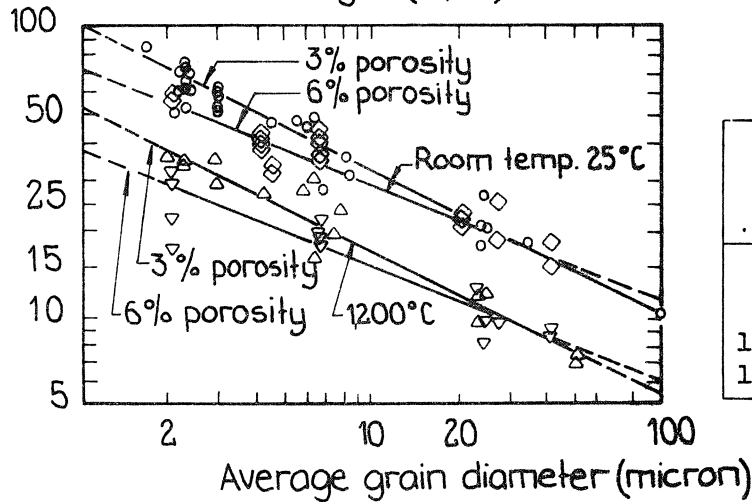


Fig 144: Connection between strength - grain size and porosity of a poly-crystalline brittle material. Knudsen /1959/.

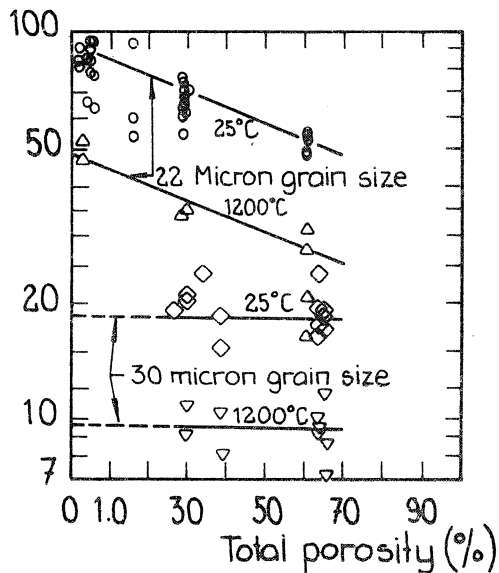
Transverse bend strength (kpsi)



Test temp (°C)	Nominal porosity (%)	k	A
25	3	100,000	0.50
25	6	70,500	0.40
1200	3	52,000	0.50
1200	6	37,000	0.40

Fig 145: Influence of grain size on strength of porous alumina at constant porosity. Passmore & al /1965/.

Transverse bend strength (kpsi)



Test temp (°C)	Nominal grain size (μ)	σ_o (psi)	B
25	2.2	92,000	9.35
25	30	18,500	0.34
1200	2.2	48,400	9.29
1200	30	9,650	0.33

Fig 146: Influence of porosity on strength of porous alumina at constant grain size. Passmore & al /1965/.

Ratio of critical crack size to grain size, c/G

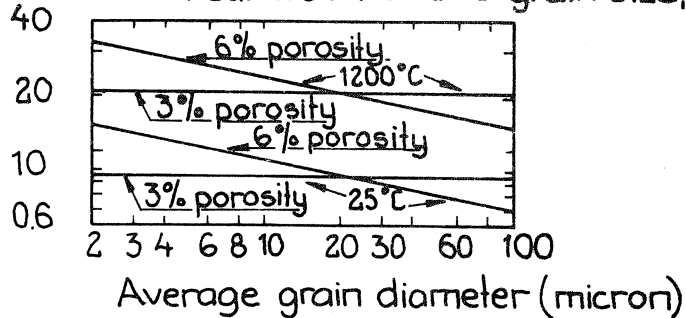


Fig 147: Dependence of calculated critical crack size according to Griffith on porosity and grain size. Sintered Al_2O_3 . Data from figs 145, 146. Passmore & al /1965/.

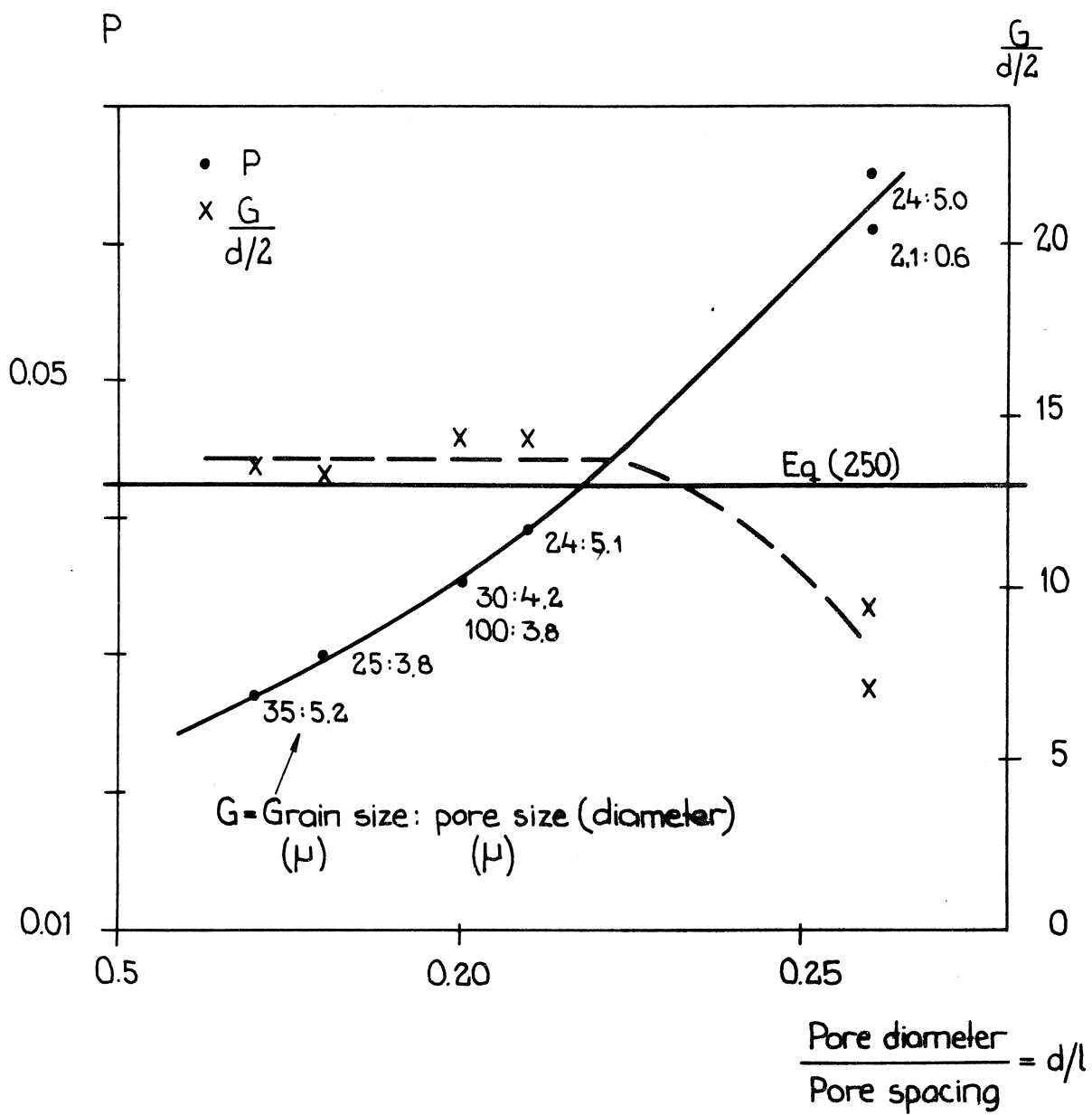


Fig 148: Dependence of porosity on factor d/l in the material in figs 145 - 147, together with the connection between pore-size and grain size, eq (250).

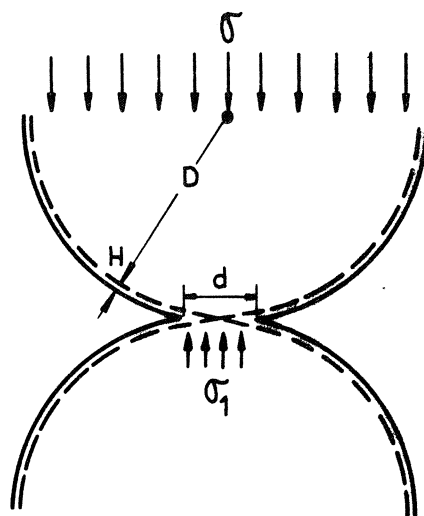


Fig 149: Bache's model of contact phase grain - grain in a porous material. Bache /1970/.

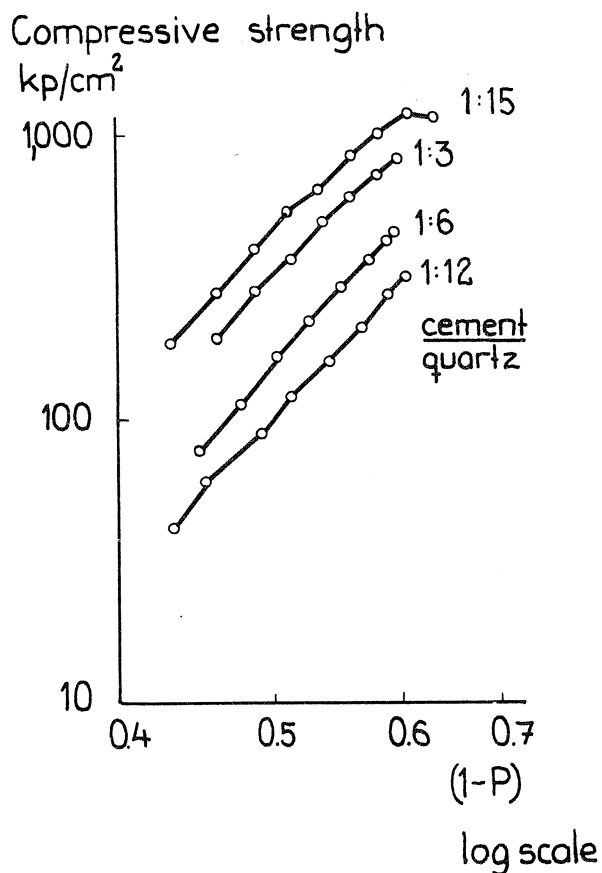


Fig 150: Relation of compressive strength of cement mortars with aggregate of fine quartz to factor $(1 - P)$ at different ratios cement /quartz. Bache /1970/.

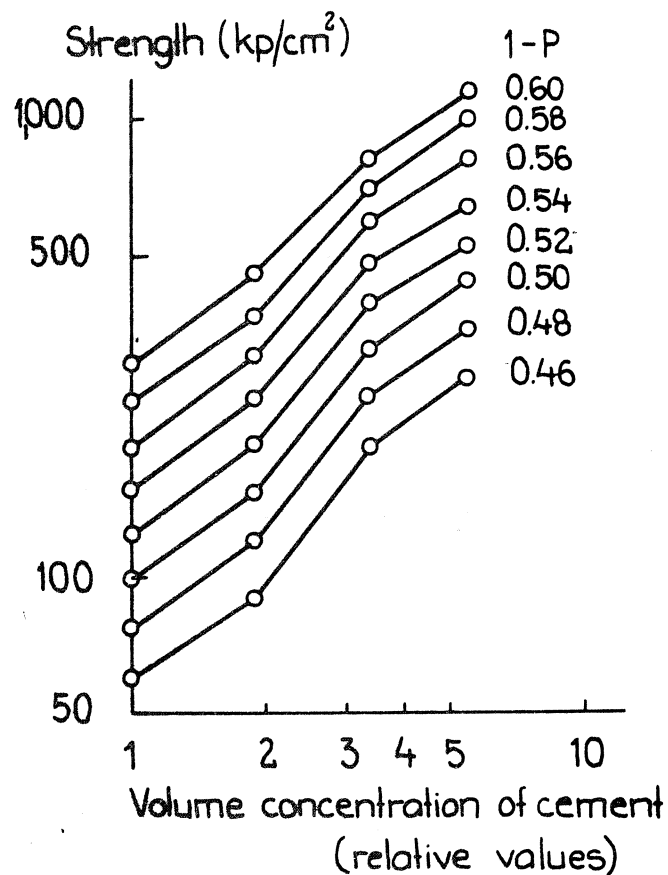


Fig 151: Relation of compressive strength of mortars with aggregate of fine quartz to cement content. cf figs 102, 111 and 116. Bache /1970/.

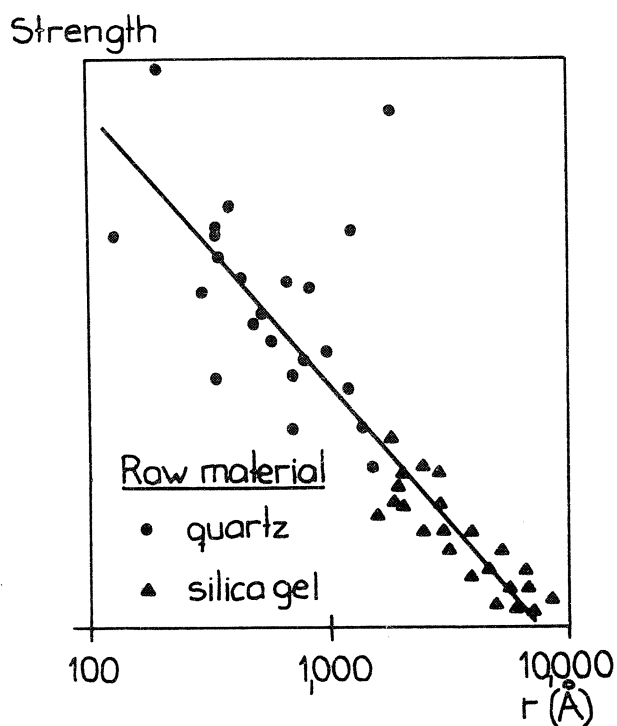


Fig 152: Effect of pore size on strength of autoclaved calcium silicate hydrates. Note fig 22. Šatava /1965/.

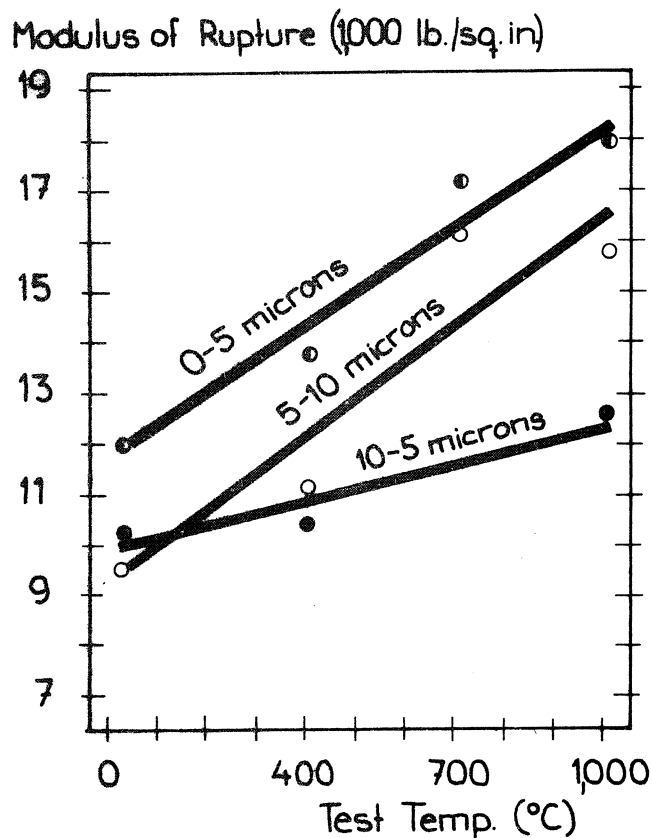


Fig 153: Effect of grain size on strength of sintered UO_2 . Burdick & Parker /1956/.

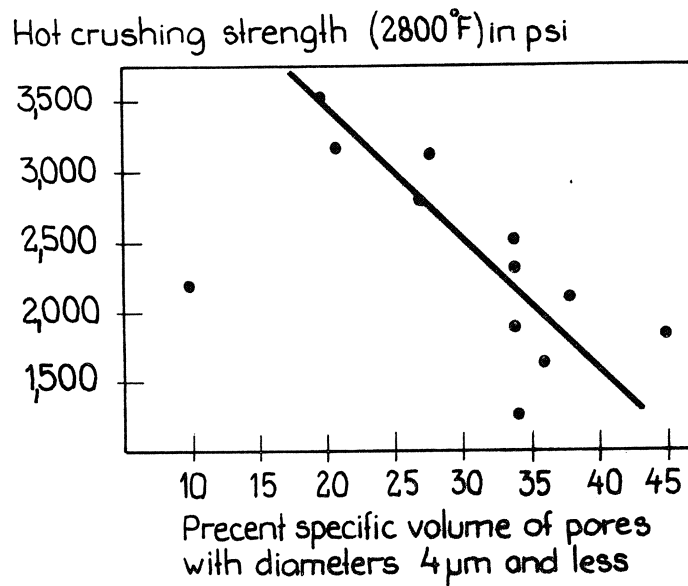


Fig 154: Effect of pore size on hot crushing strength of BOF refractories
Books & al /1970/.

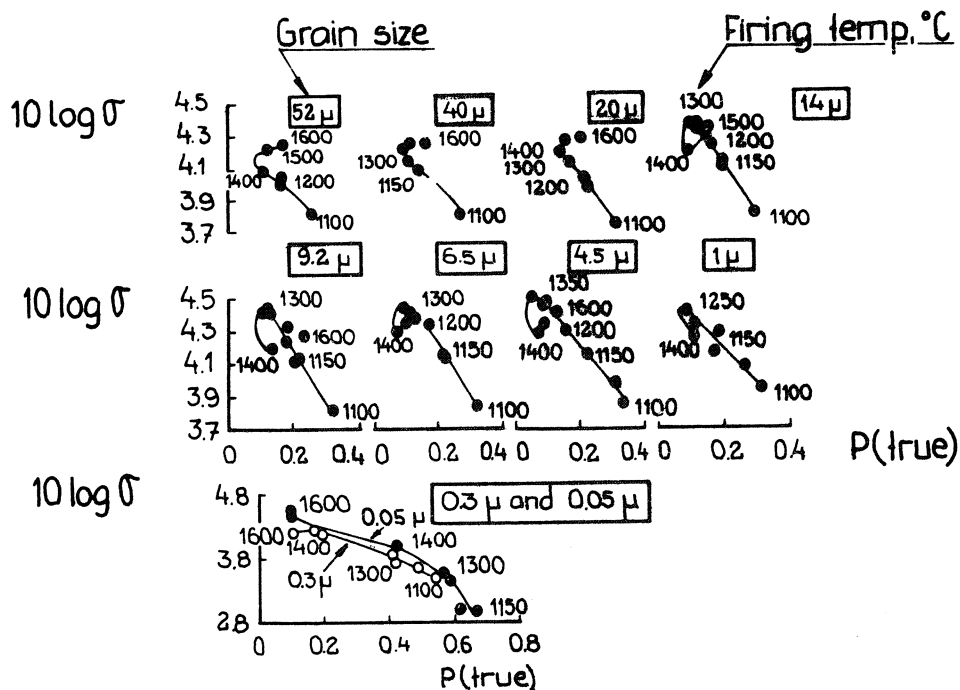


Fig 155: Connection between porosity - grain size - firing temperature of sintered Alumina.
Astbury /1966/.

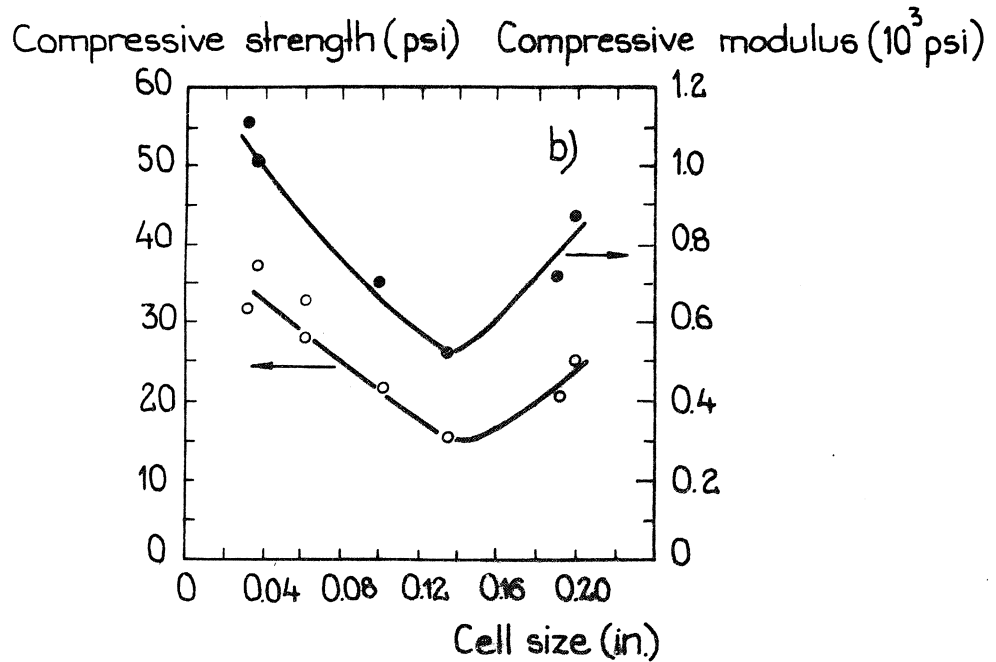
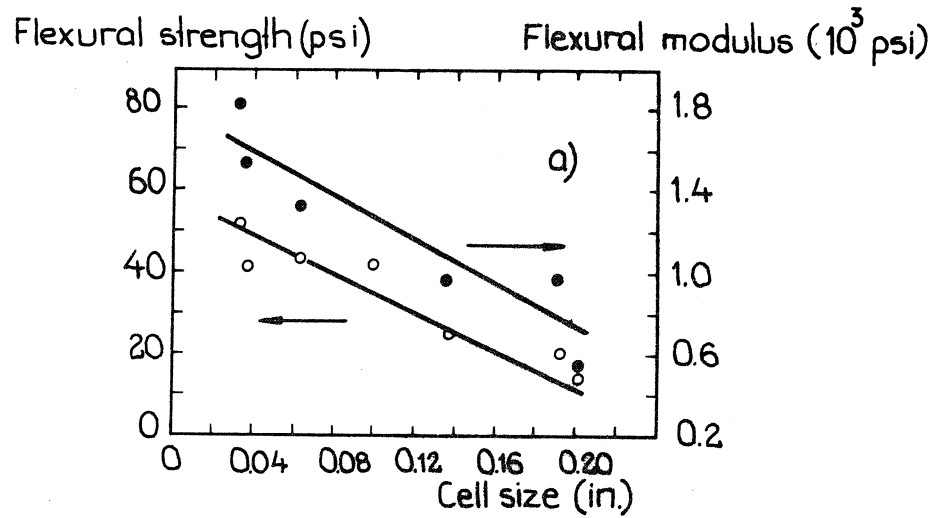


Fig 156 (a)-(b): Effect of cell size on strength of extruded foam of polystyrene. Lanceley/1966/.

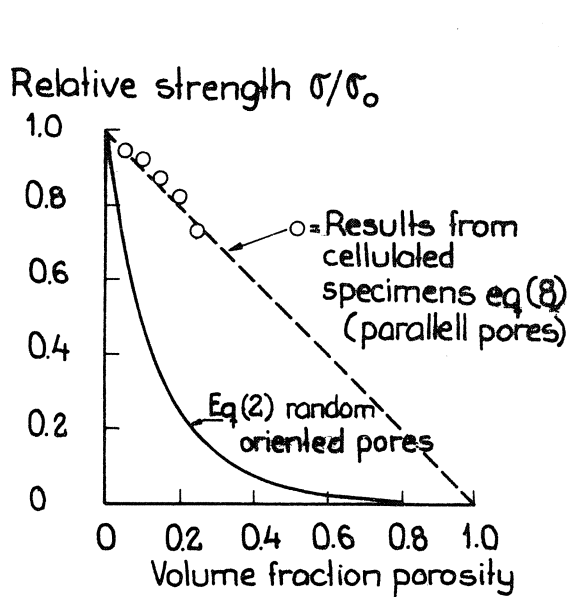


Fig 157: Effect of pore shape on strength-porosity relationship. Shanley & Knapp /1965/.

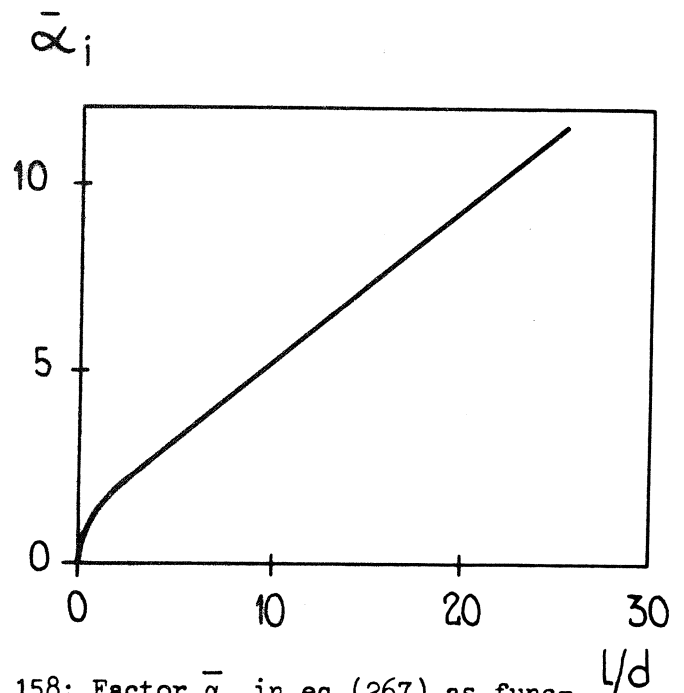


Fig 158: Factor $\bar{\alpha}_i$ in eq (267) as function of length-diameter ratio at random oriented cylindrical pores.

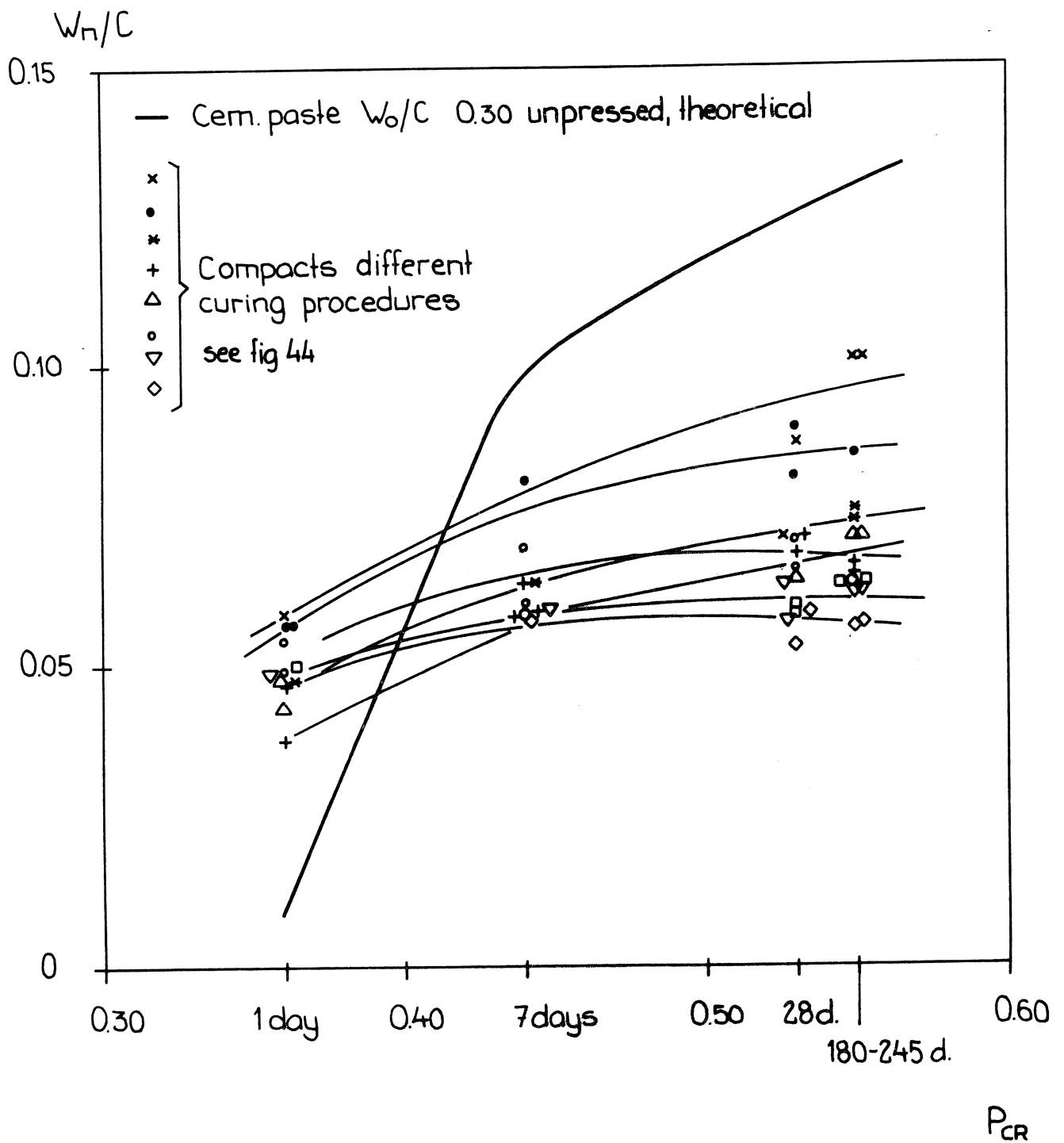


Fig 159: Connection between degree of hydration and critical porosity of cement pastes and compacts tested by Bajza /1970/. Data from fig 44. In the figure is indicated a theoretical curve for a certain cement-paste.

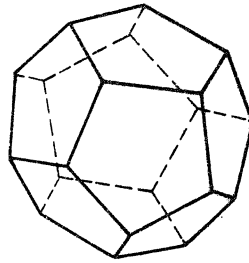


Fig 160: Pentagonal dodechaedron unit cell of a foam plastics.

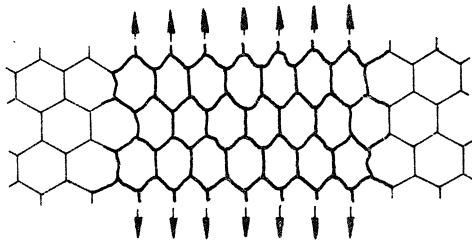


Fig 161: Deformation of cells at tension. Patel & Finnie /1970/.

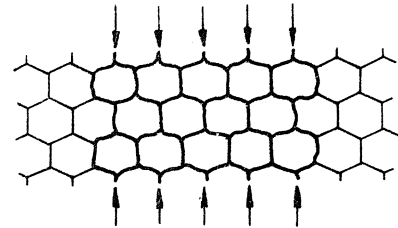


Fig 162: Deformation of cells at compression. Patel & Finnie /1970/.

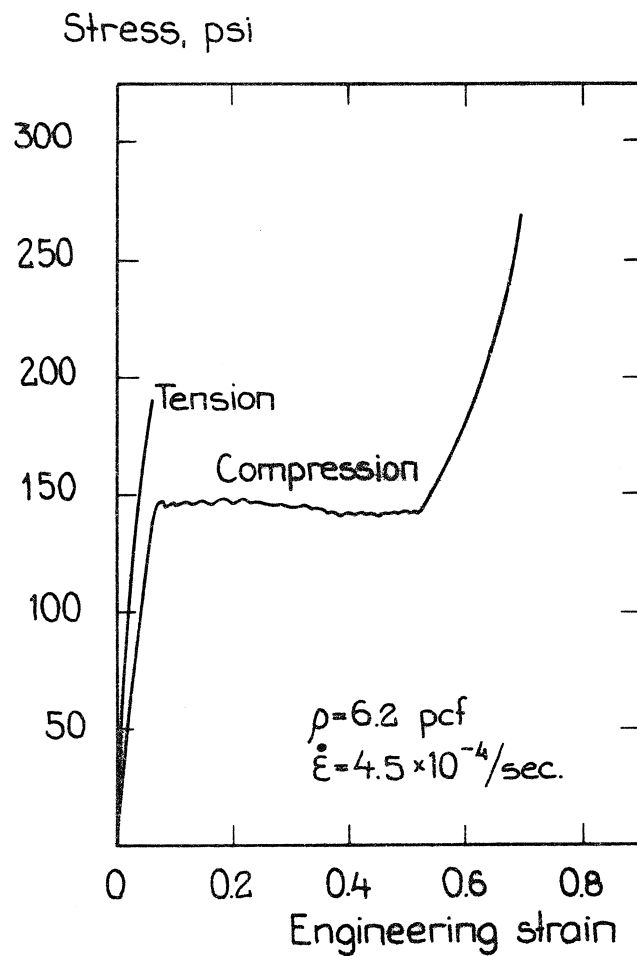


Fig 163: Stress-strain curves of a polyurethane foam. Patel & Finnie /1970/.

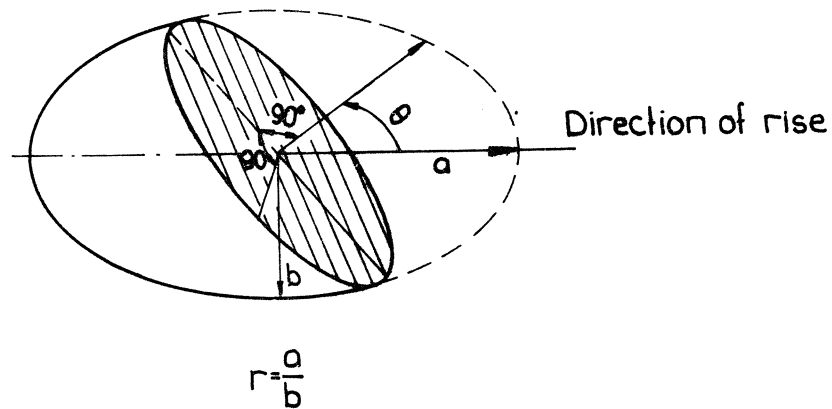
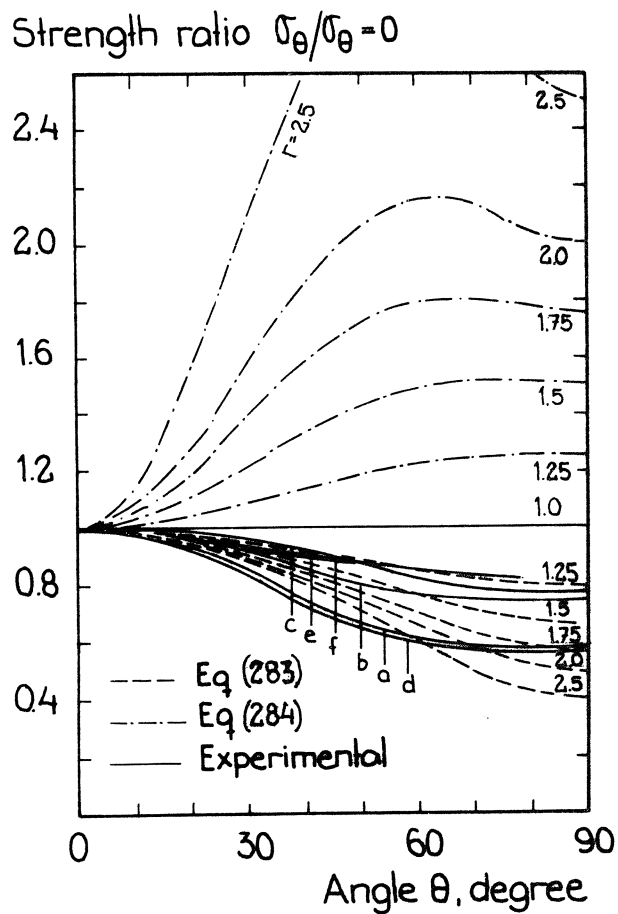


Fig 164: Hypothetical elliptical cell used for calculation of effect of direction of load on strength.



Experiments on three foams

Tension foam I a

foam II b

foam III c

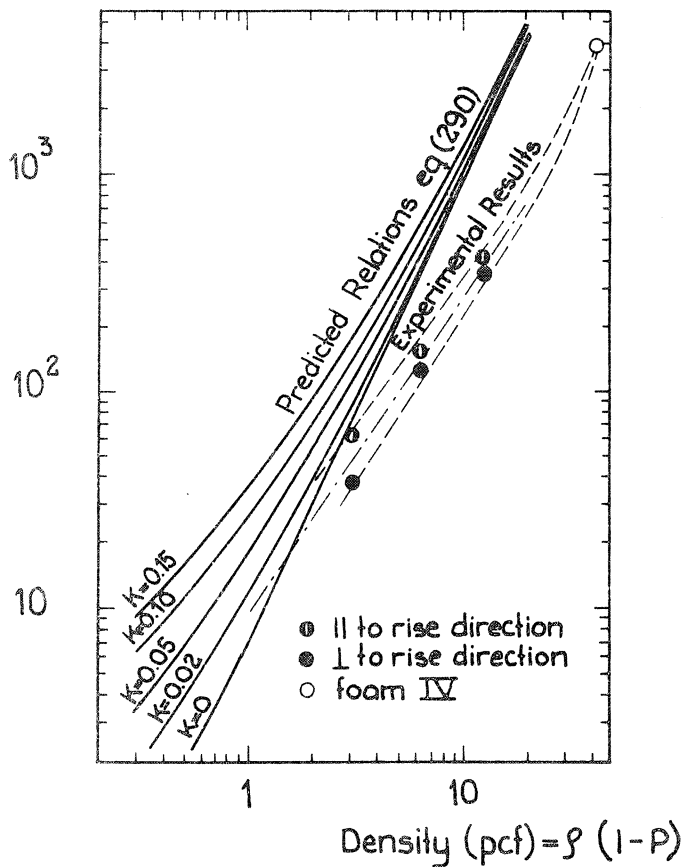
Compression foam I d

foam II e

foam III f

Fig 165: Theoretical and empirical effect of direction of load (cf fig 164) on strength of a foam plastics. Patel & Finnie /1970/.

Yield strength in compression (psi)



Fracture stress in tension (psi)

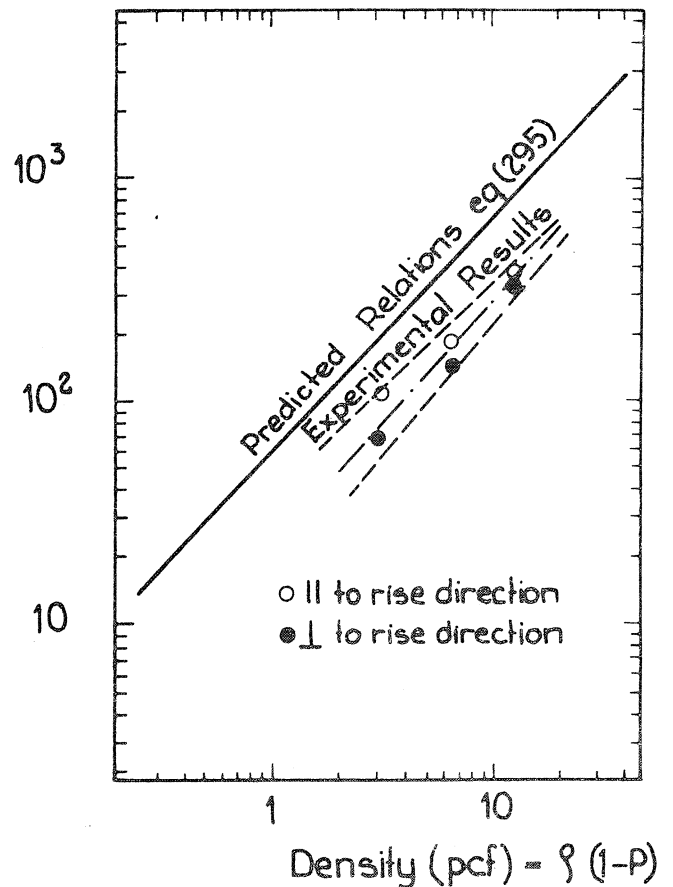


Fig 166: Predicted compressive strength-density relation according to eq (290) for a foam plastics together with experimental data. Patel & Finnie /1970/.

Fig 167: Predicted tensile strength-density relation according to eq (295) for a foam plastics together with experimental data. Patel & Finnie /1970/.

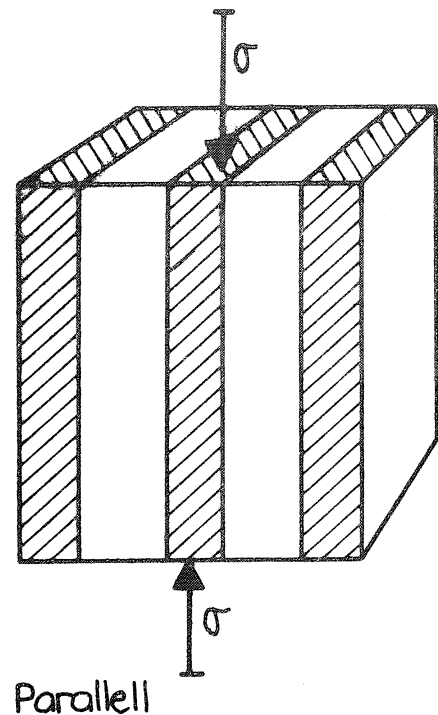
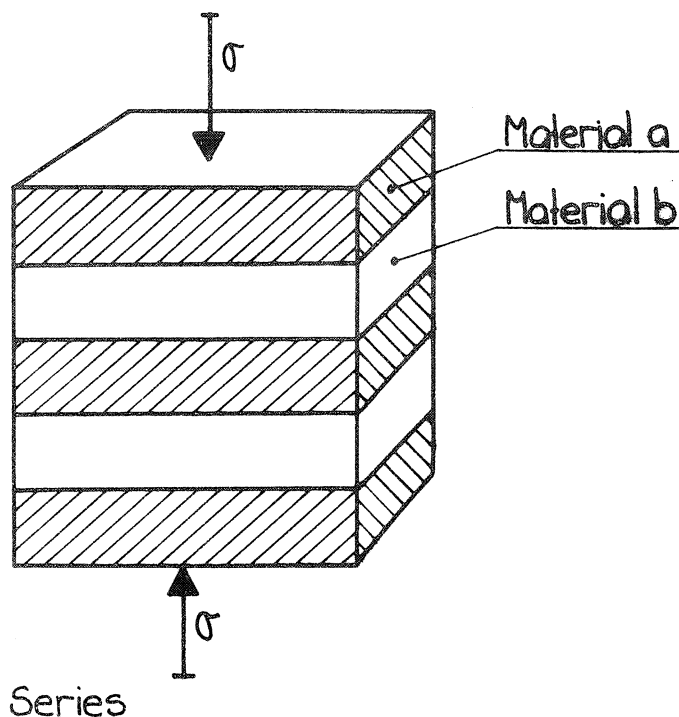


Fig 168: The extreme series and parallel models for calculation of Young's modulus.

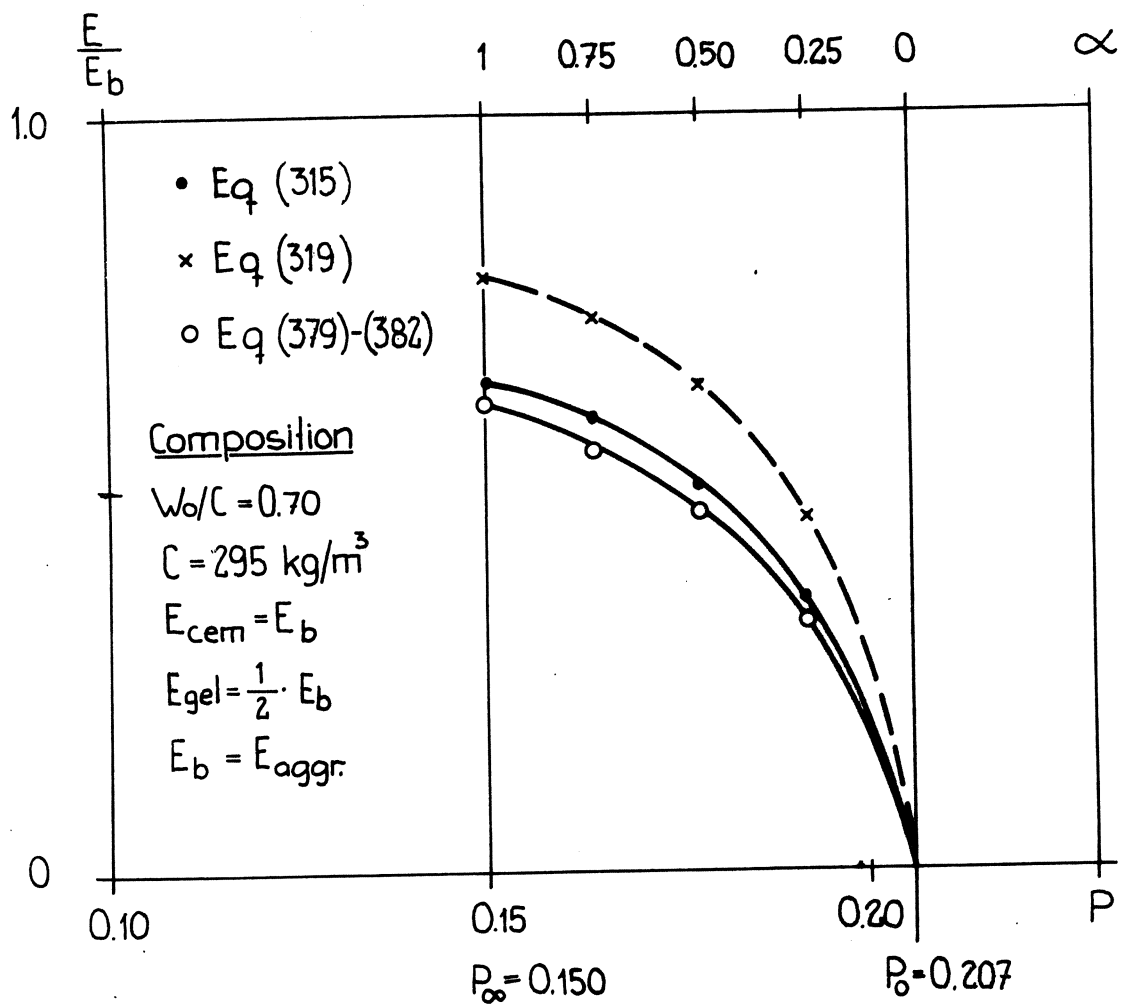


Fig 169: Theoretical calculation of variation of Young's modulus of a concrete with decreasing porosity during or increasing degree of hydration α .

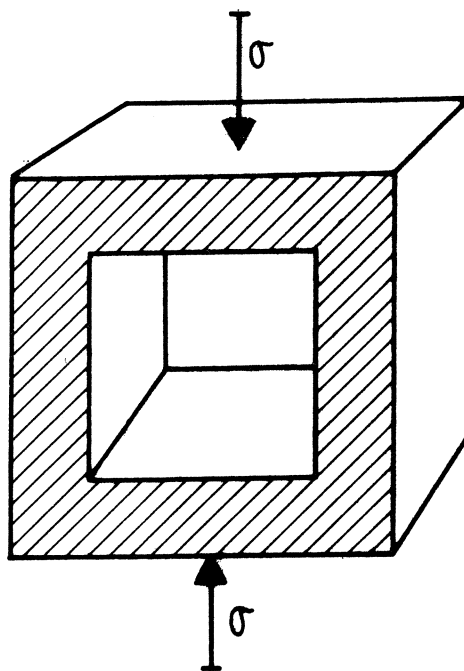


Fig 170: Counto's model of a porous material (eq (321)).

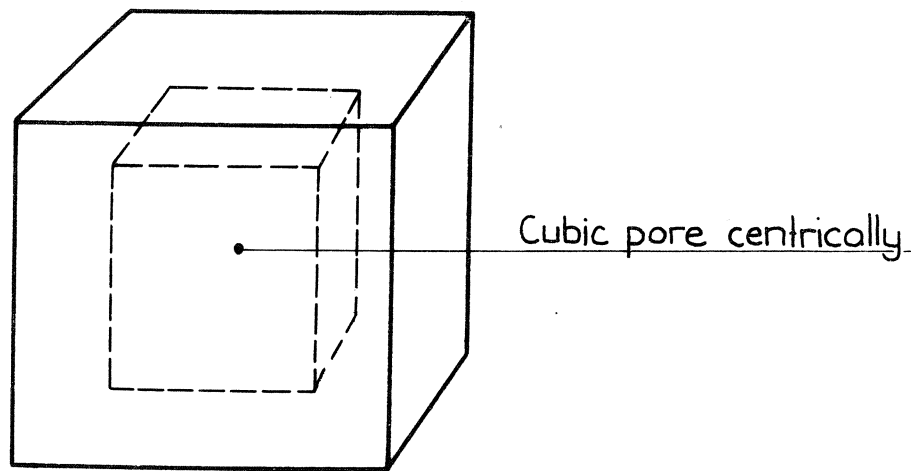


Fig 171: Model of a porous material leading to eq (322) for E-modulus.

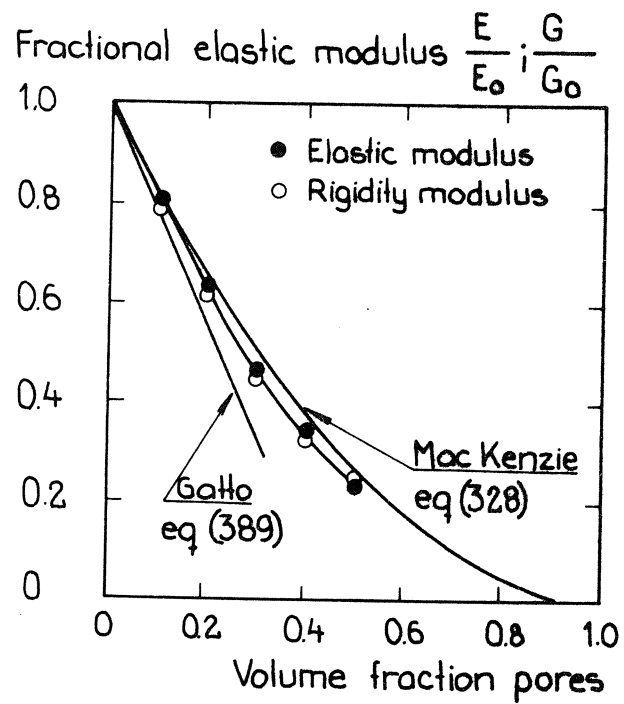


Fig 172: Application of Mackenzie's eq (328) on alumina, Coble & Kingery /1956/.

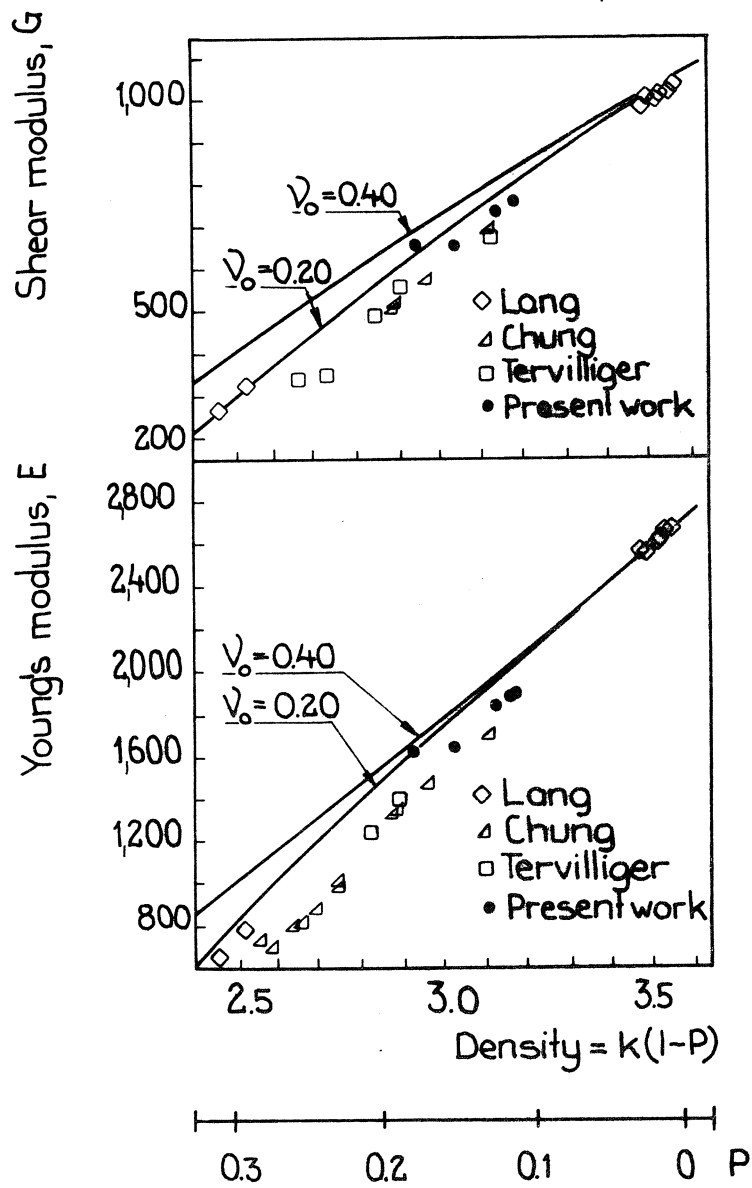


Fig 173: Experimental data of spinell together with Mackenzie's eqs (323), (326) for two values of Poissons's ratio. Schreiber /1968/.

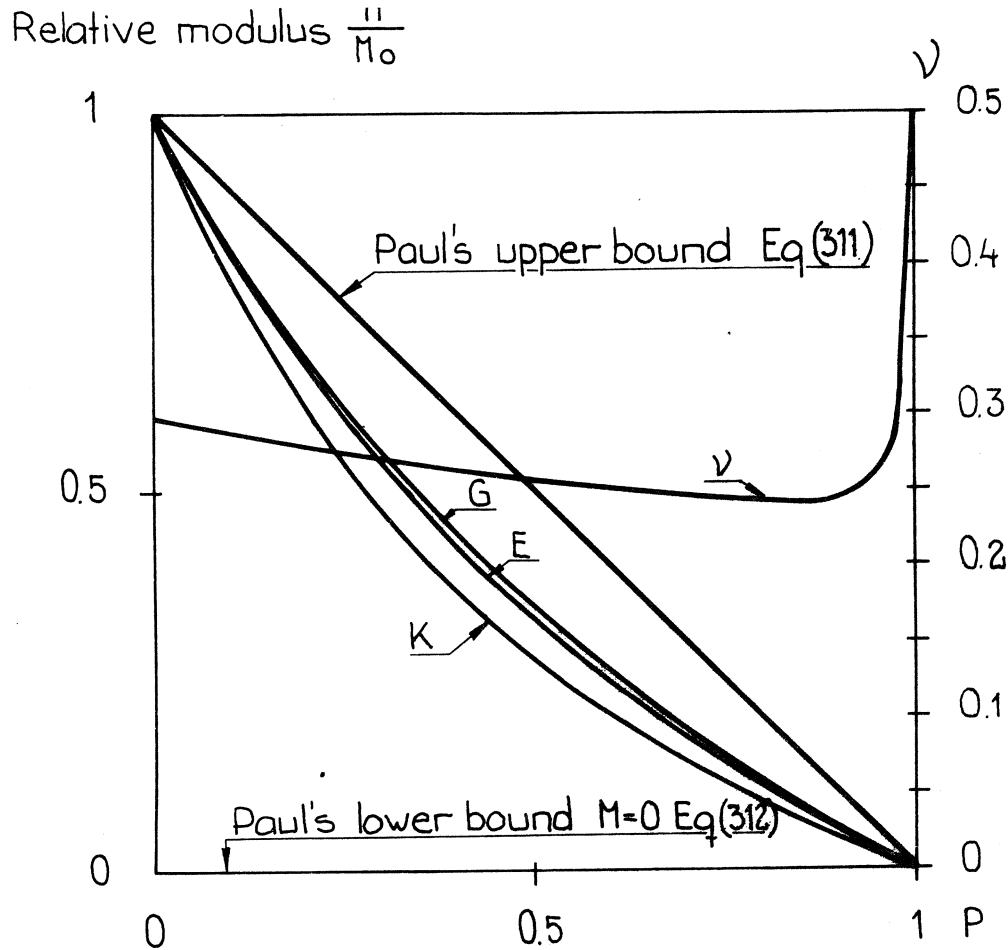


Fig 174: Hashin's expressions for elastic constants at $\nu_0 = 0,30$. K calculated from eq (323), G and E are medium values obtained from eq (328) and (308).

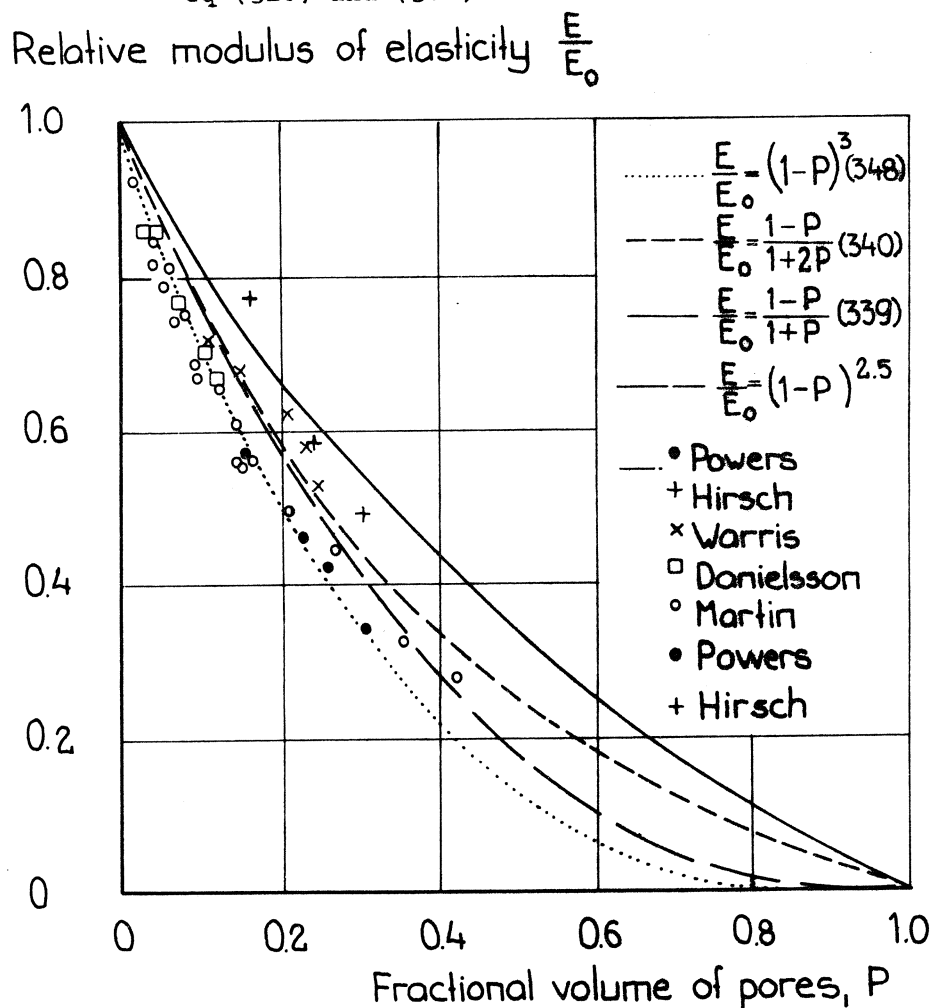


Fig 175: Hansen's expression for E-modulus of cement paste together with some other expressions and empirical data. Hansen /1965/.

Relative modulus of elasticity

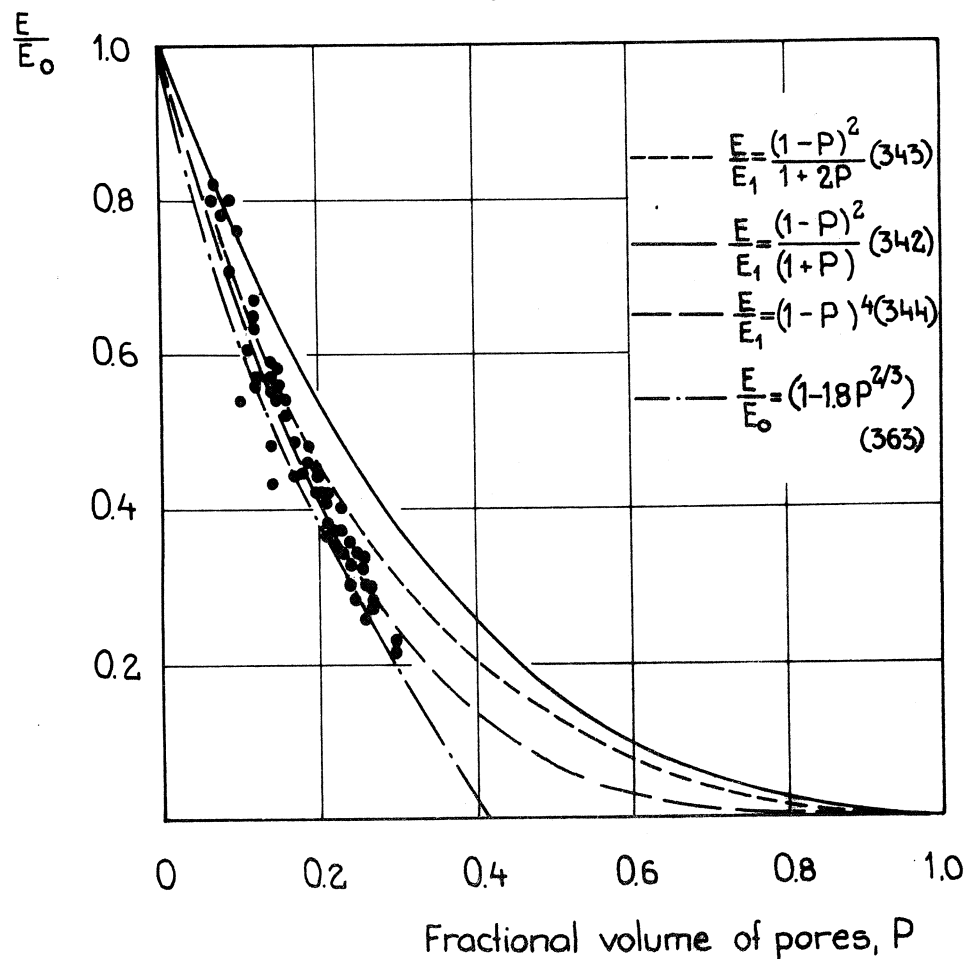


Fig 176: Hansen's expression for effect of compaction pores on E-modulus together with some other expressions and empirical data. Hansen /1965/.

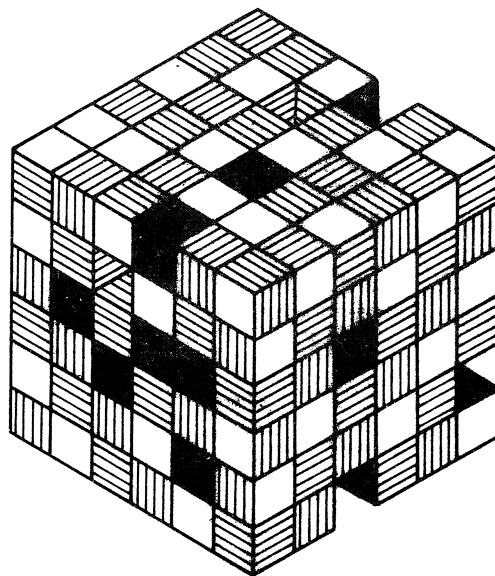


Fig 177: Helmuth & Turks model for calculation of elastic moduli of cement paste. Each small cube is a stack of tobermorite crystals. A lack of cube is a pore. Helmuth & Turk /1966/.

Elastic modulus $\times 10^{-6}$ (psi)

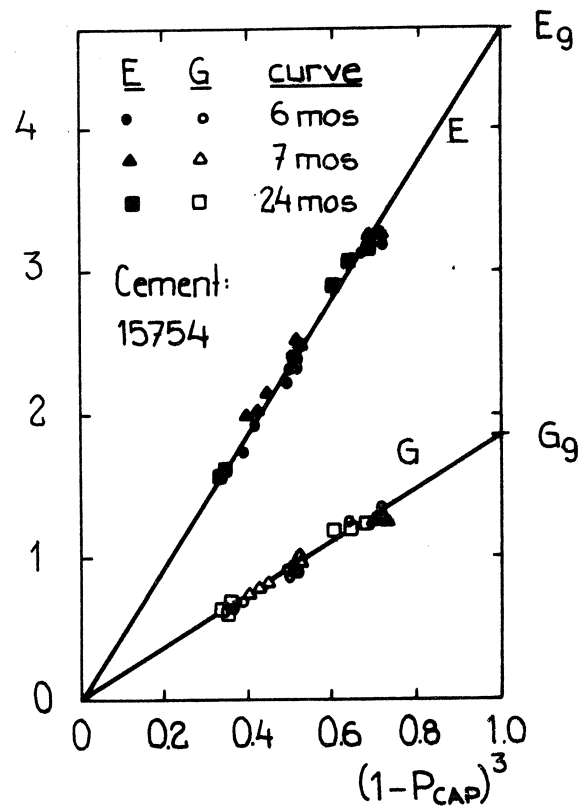


Fig 178: Application of cube law, eq (349), on portland cement pastes. Helmuth & Turk /1966/.

Elastic modulus $\times 10^{-6}$ (psi)

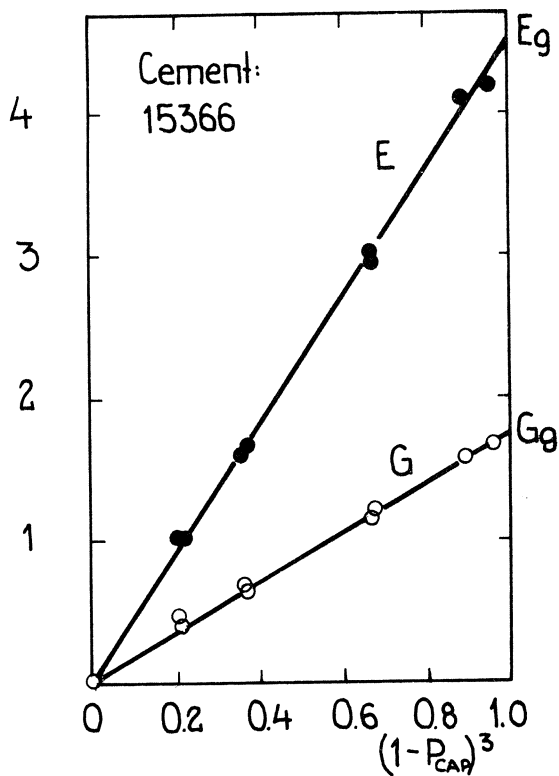


Fig 179: Application of cube law eq (349) on portland cement pastes. Helmuth & Turk /1966/.

Elastic modulus $\times 10^{-6}$ (psi)

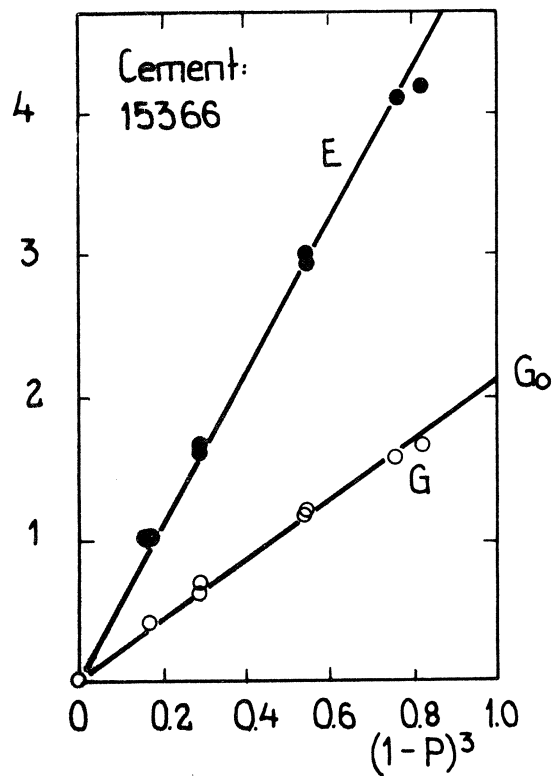


Fig 180: Application of cube law, eq (350) on portland cement pastes. Helmuth & Turk /1966/.

Poisson's ratio, ν

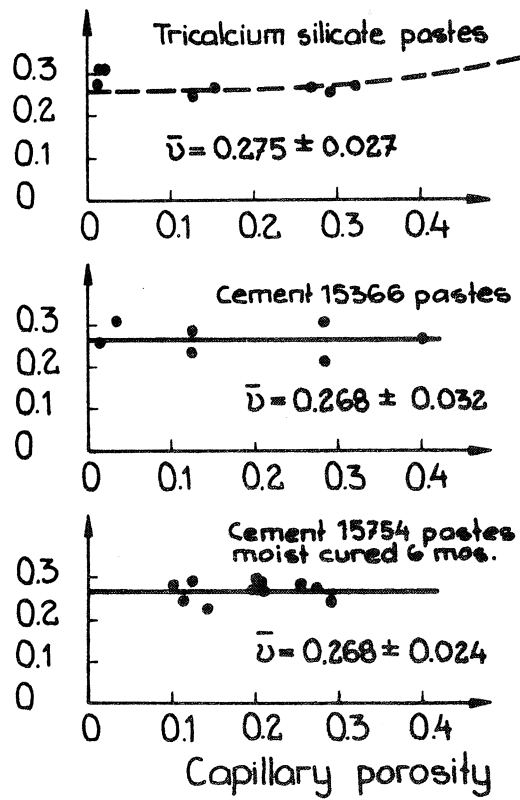


Fig 181: Variation of Poisson's ratio with porosity for the cement pastes in figs 178-180. Helmuth & Turk /1966/.

Elastic modulus, $E (10^6 \text{ p.s.i.})$

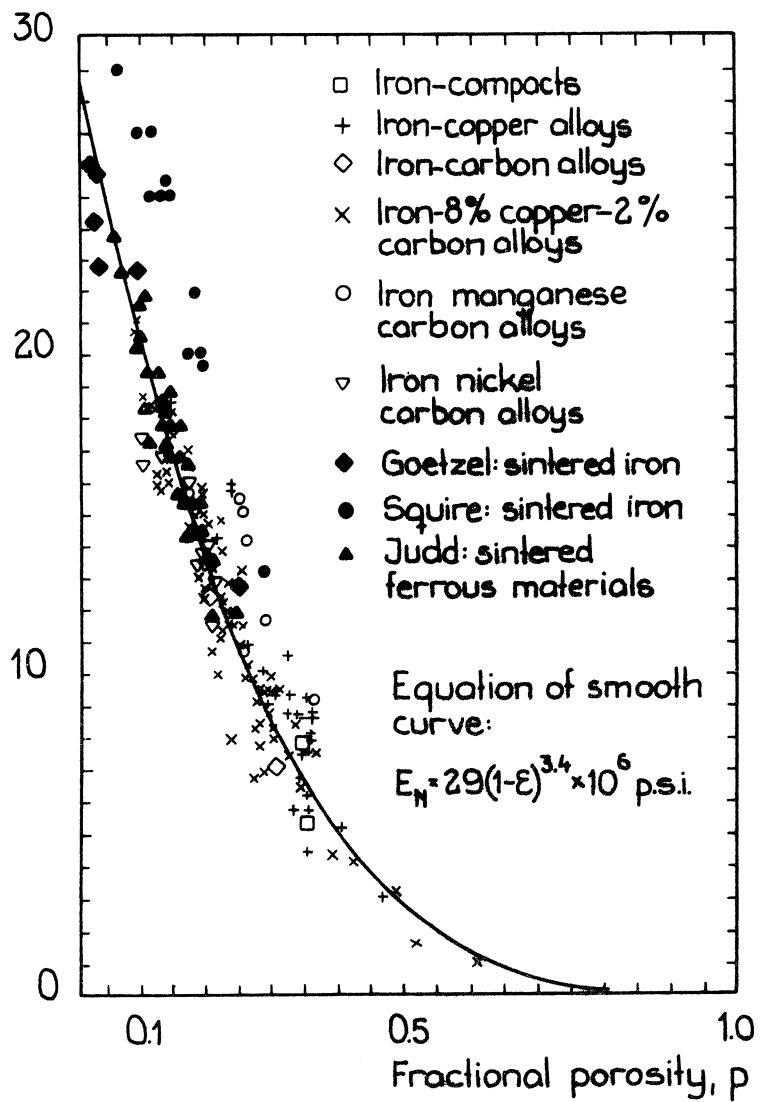


Fig 182: Young's modulus versus porosity for a large number of sintered porous metals. Cahn /1966/.

Log_{10} (elastic modulus E kg/cm²)

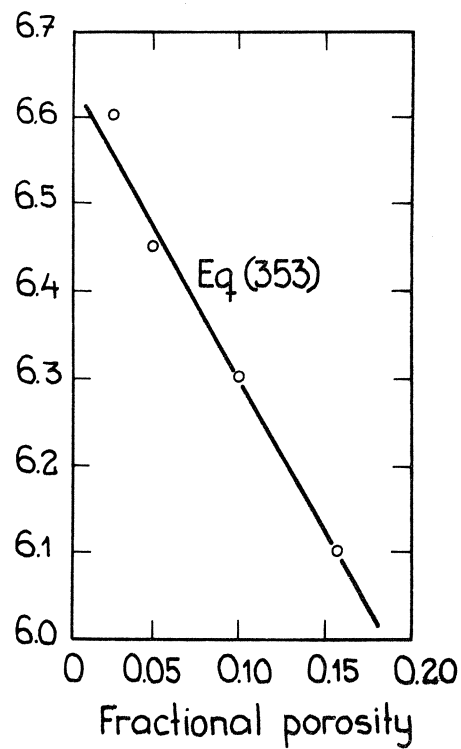


Fig 183: Variation of elastic modulus with porosity for hot pressed beryllia. Murray & al /1958/.

Young's modulus, kilobars

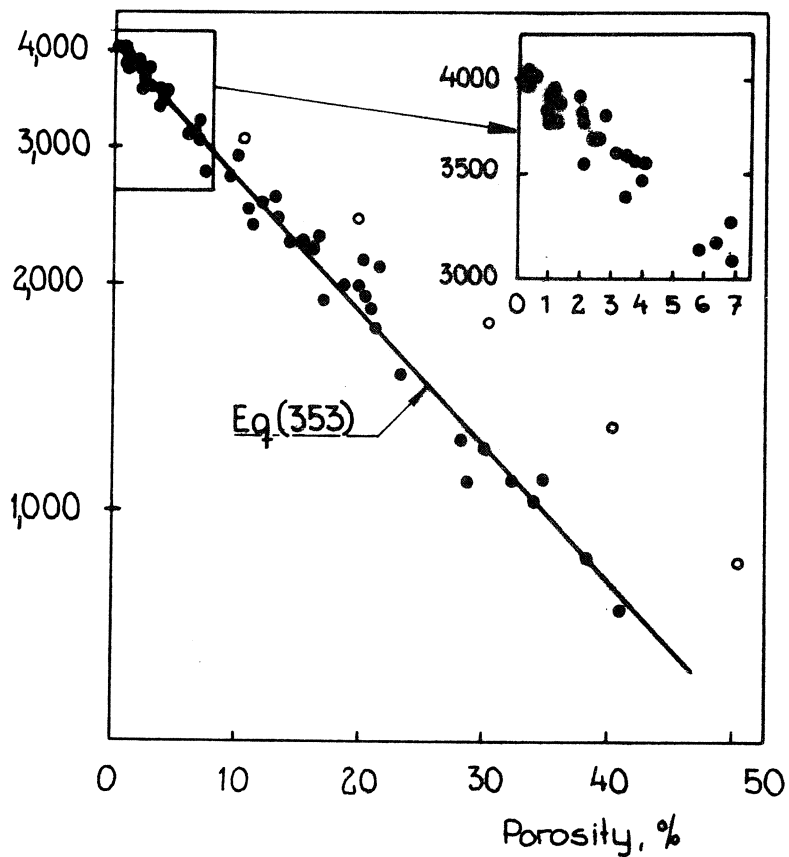


Fig 184: Young's modulus of porous alumina versus porosity. Data according to 11 authors. Knudsen /1962/.

Elastic (E) and shear (G) moduli $\times 10^{-6}$ psi

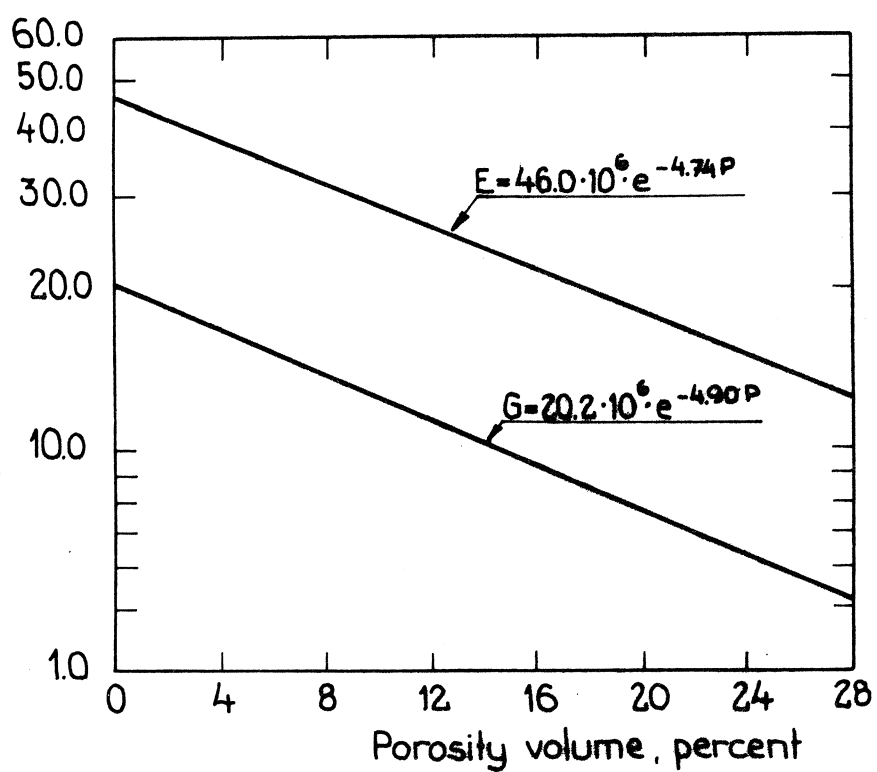


Fig 185: Elastic moduli of porous magnesia versus porosity. Data according to 6 authors. Stokes /1964/.

Modulus of elasticity $\times 10^{-4}$ kp/sq cm

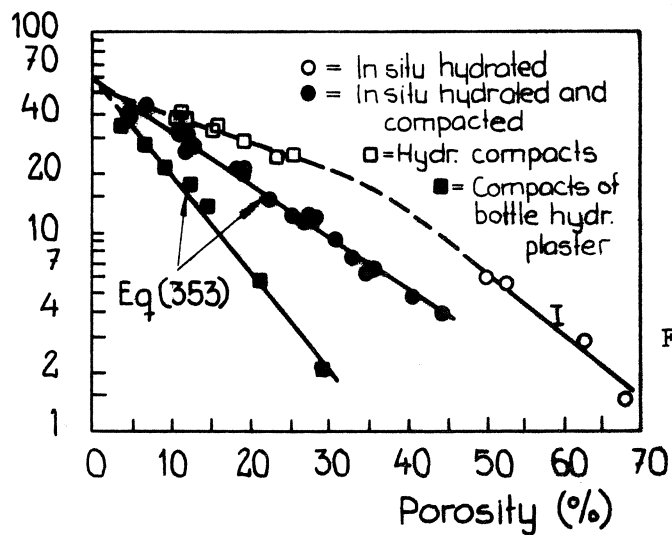


Fig 186: Young's modulus of gypsum versus porosity. Feldman & Sereda /1968/.

Modulus of elasticity 10^{-4} kp/sq cm

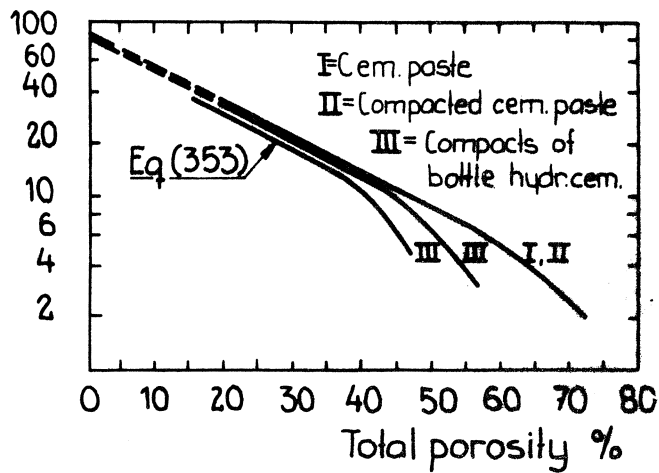


Fig 187: Young's modulus of cement pastes. Soroka & Sereda /1968/.

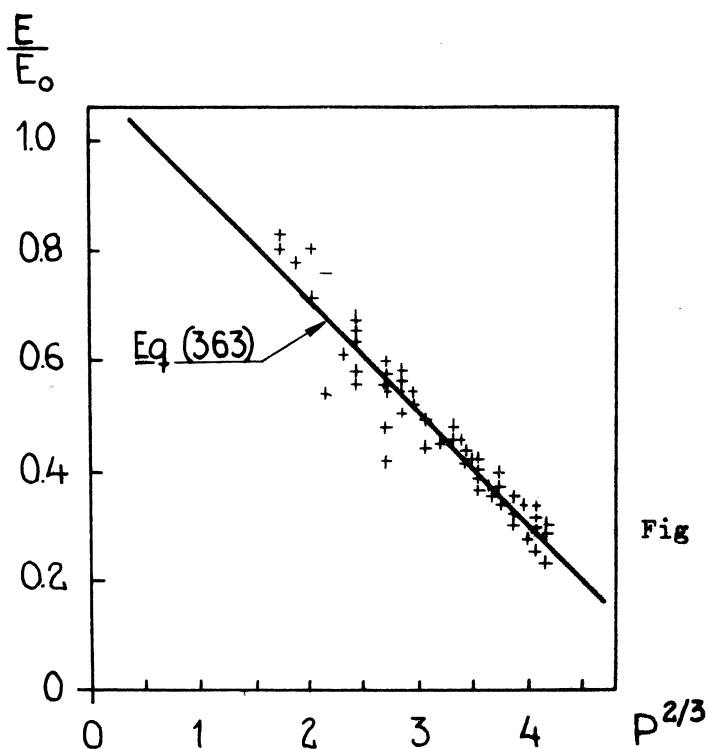


Fig 188: Dynamic Young's modulus of concrete plotted as (amount of compactions pores) $^{2/3}$. Martin & Haynes /1971/.

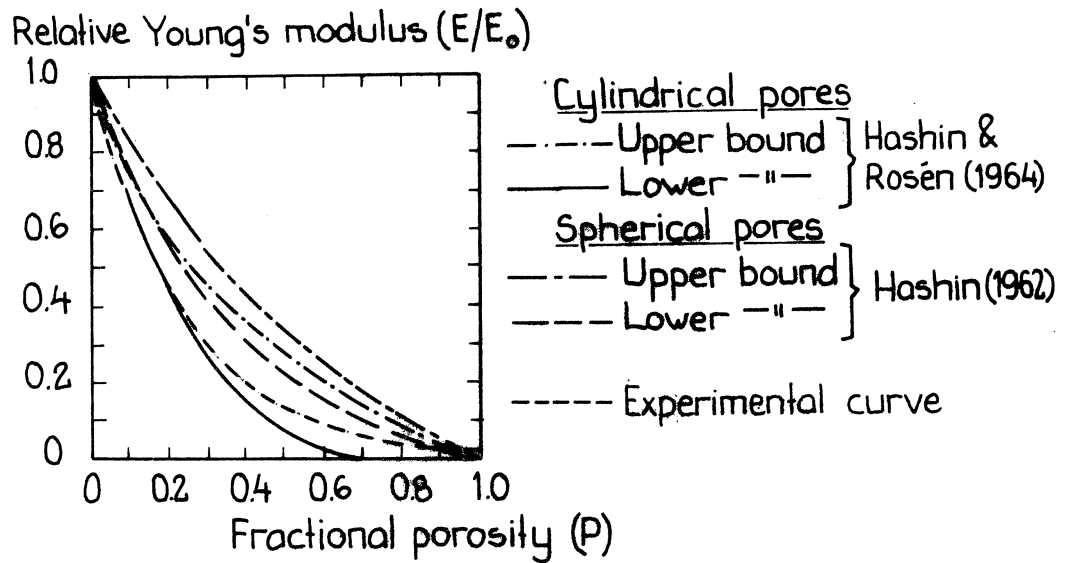


Fig 189: Upper and lower bounds for spherical and cylindrical pores together with an experimental curve. Hasselman & Fulrath /1965/.

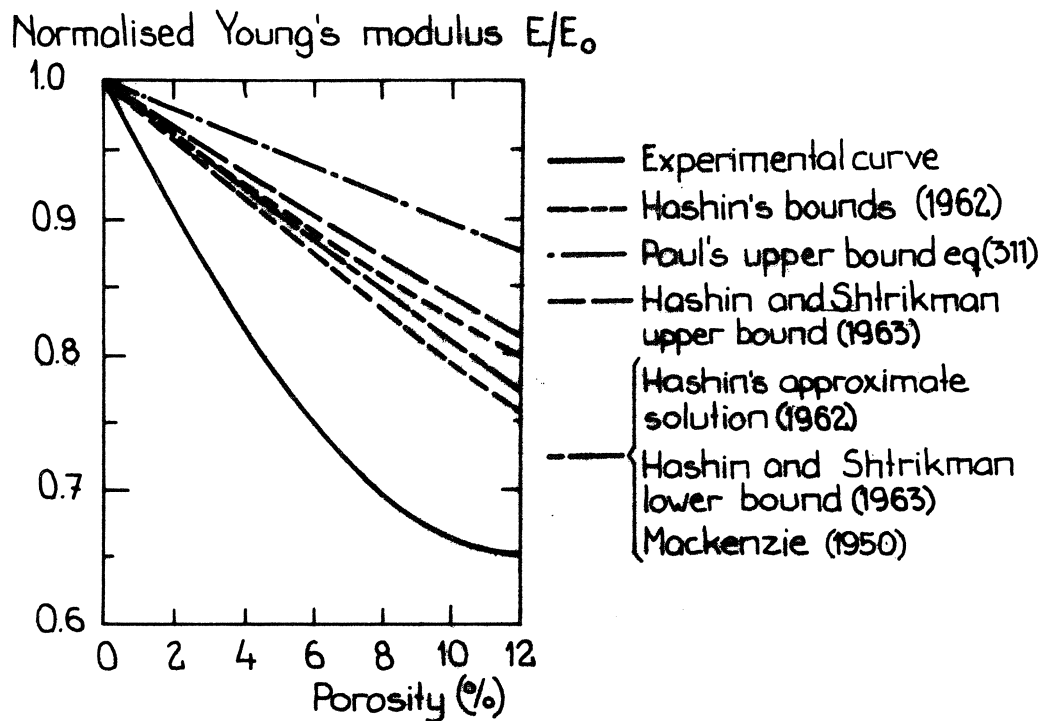


Fig 190: Different bounds for spherical pores together with experimental curve. Janowsky & Rossi /1967/.

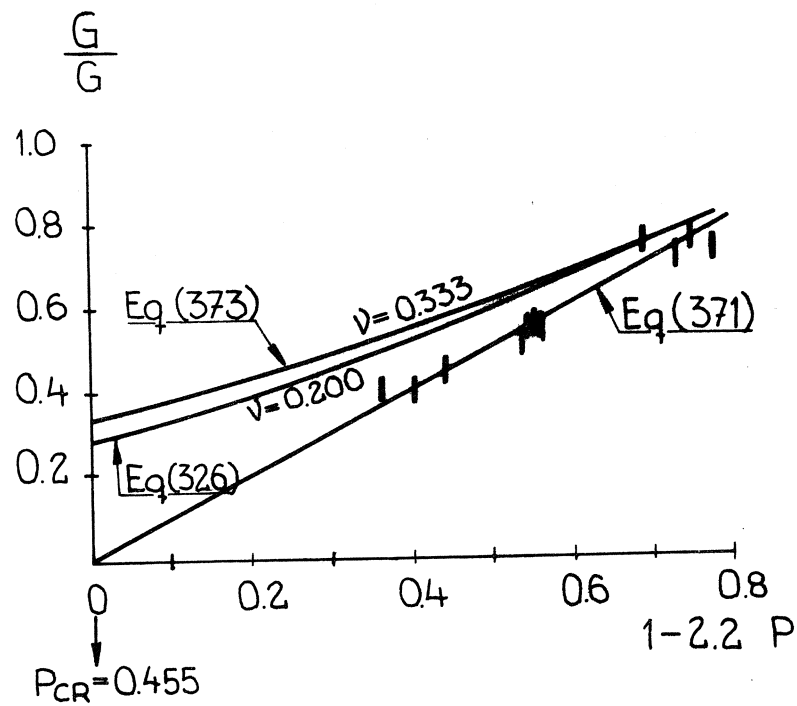


Fig 191: Relative shear modulus plotted versus factor $1 - 2.2 P$ (cf eqs (369)(371)). Experimental data from fig 178. Theoretical exact curves according to Mackenzie eq (326) are indicated, eq (373).

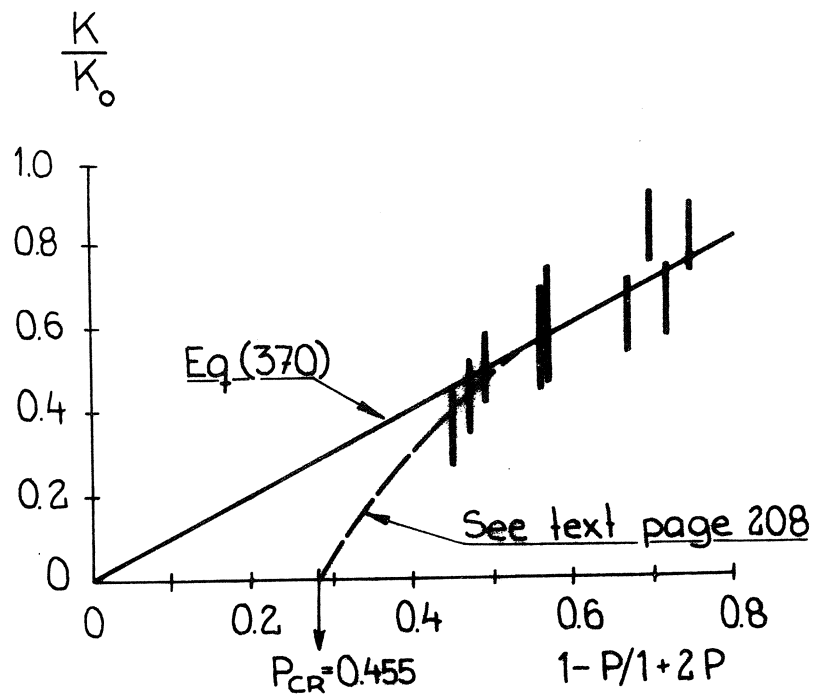


Fig 192: Relative bulk modulus plotted versus factor $\frac{1-P}{1+2P}$ (cf eqs (367) (370)). Experimental data from fig 178.

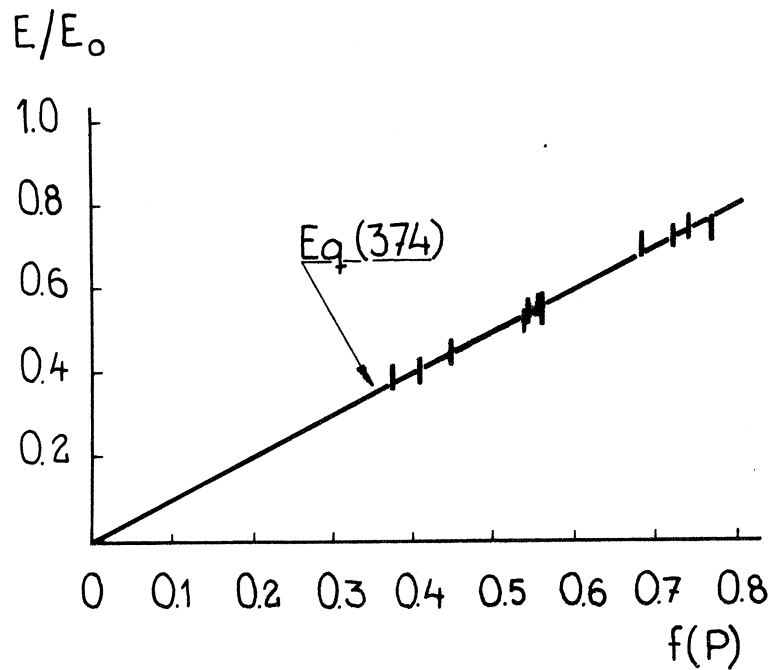


Fig 193: Relative Young's modulus E/E_0 plotted against $f(P)$ according to eq (374) for $A = 2,2$ and $D = 2,0$. Experimental data according to fig 178. Lawrence & al /1971/.

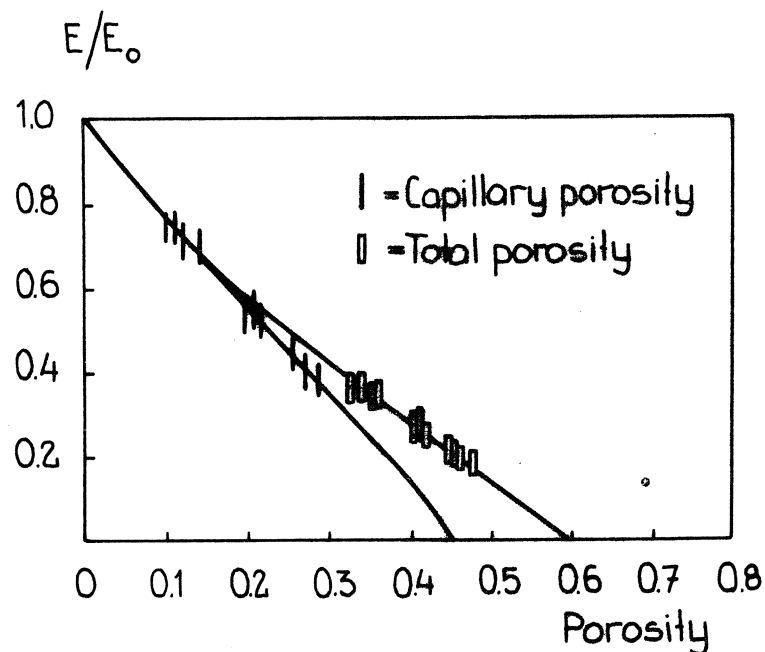


Fig 194: Same data as in fig 193, however relative Young's modulus plotted versus total or capillary porosity. Note the occurrence of a critical porosity. Lawrence & al /1971/.

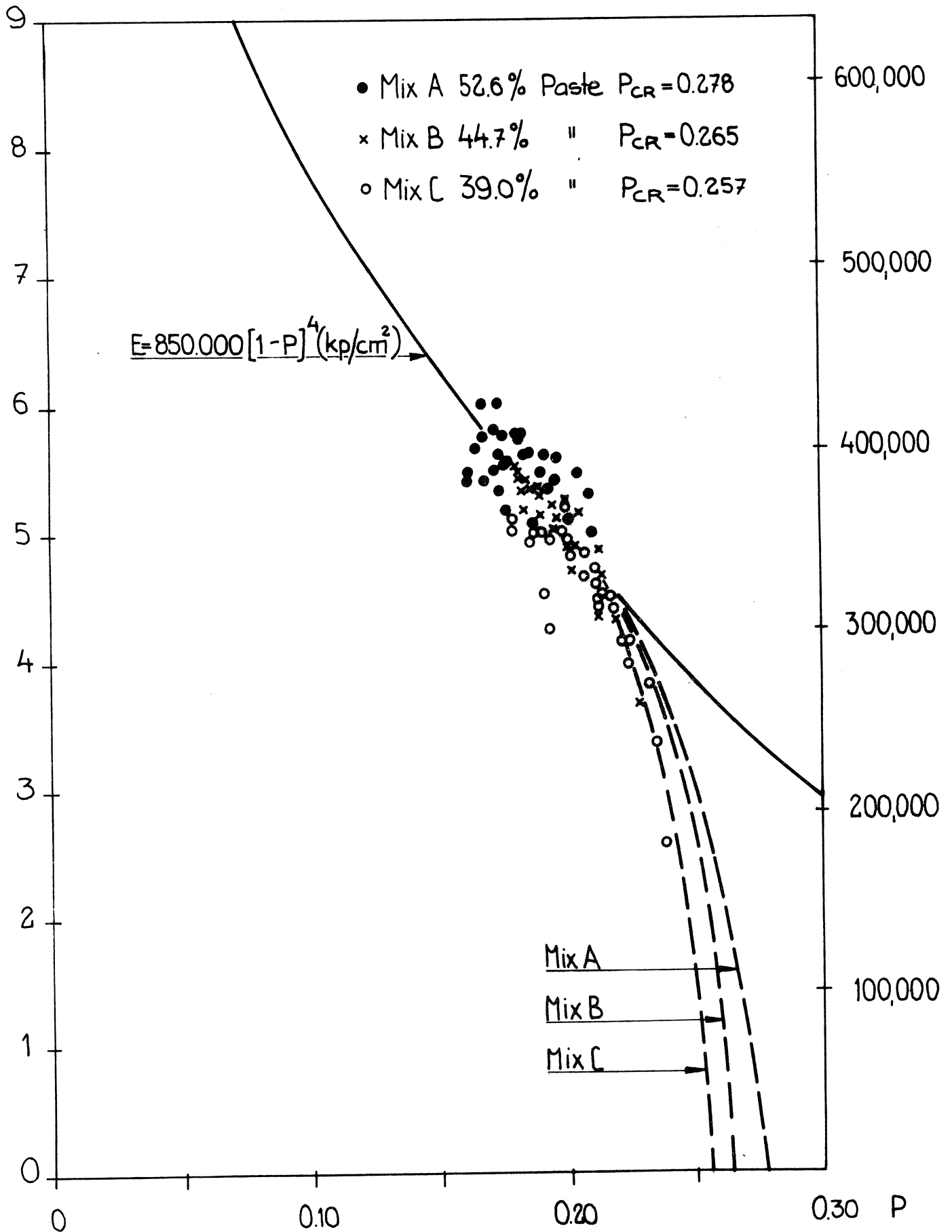
$E \cdot 10^{-6} (\text{psi})$ kp/cm^2 

Fig 195: Young's modulus of cement mortars calculated from velocity of sound plotted versus total porosity. Porosity calculated from eq (184), critical porosity from eq (80). Data from Powers & Brownyard /1948/.

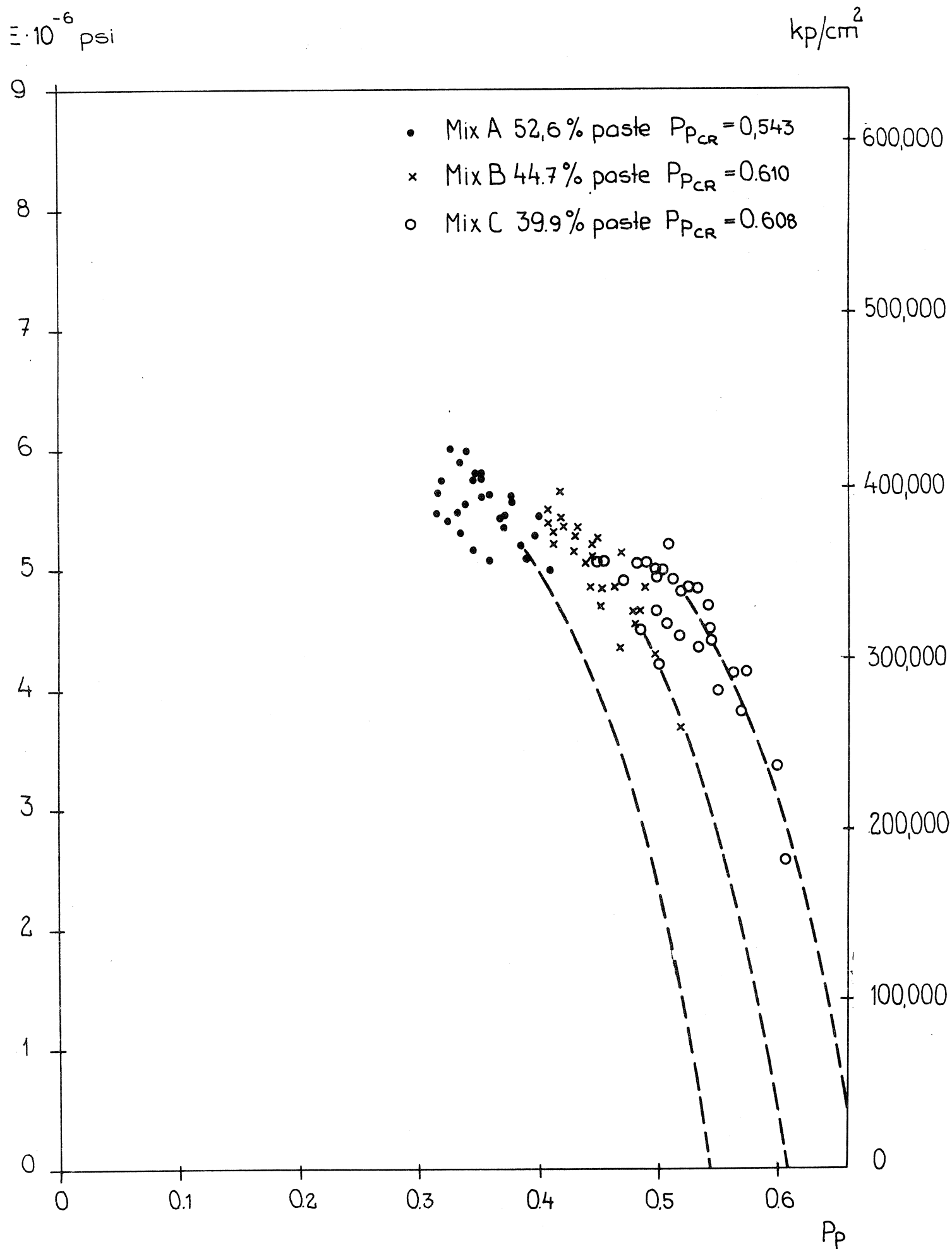


Fig 196: Same data as in fig 195 plotted versus paste porosity.

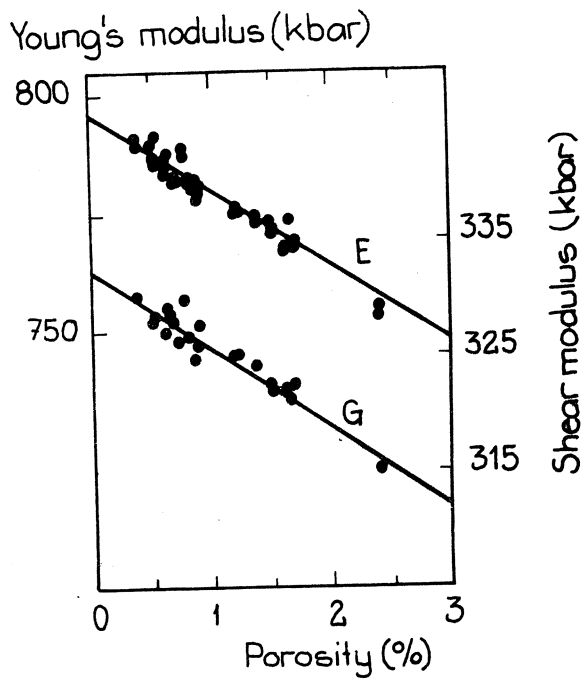


Fig 197: Effect of porosity on elastic moduli of glass at small porosities. Hasselman & Fulrath /1964/.

Stress concentration for spherical cavity; α, β, γ

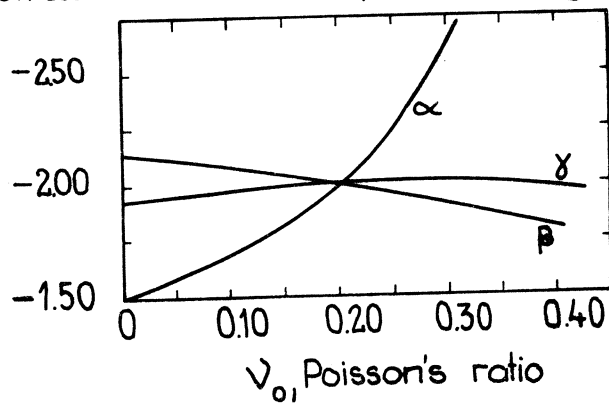


Fig 198: Factors α, β, γ in eqs (390), (391), (394) as function of Poisson's ratio of matrix. Rossi /1968/.

γ : Stress concentration for oriented spheroid

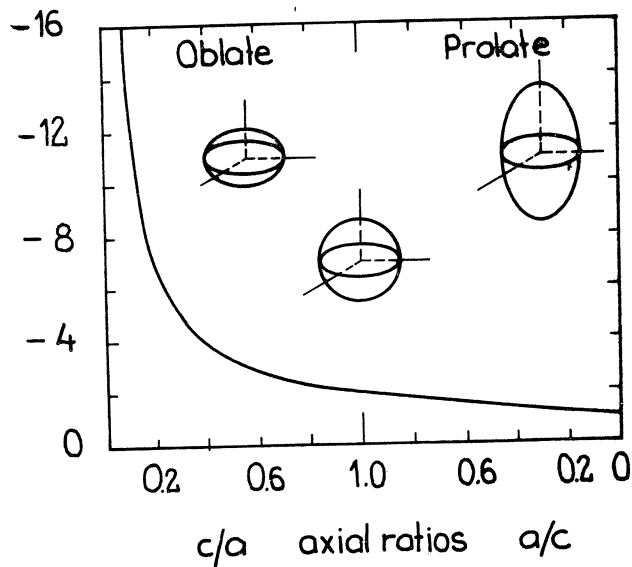


Fig 199: Stress concentration factor γ in eq (394) as function of pore shape at oriented pores. Rossi /1968/.

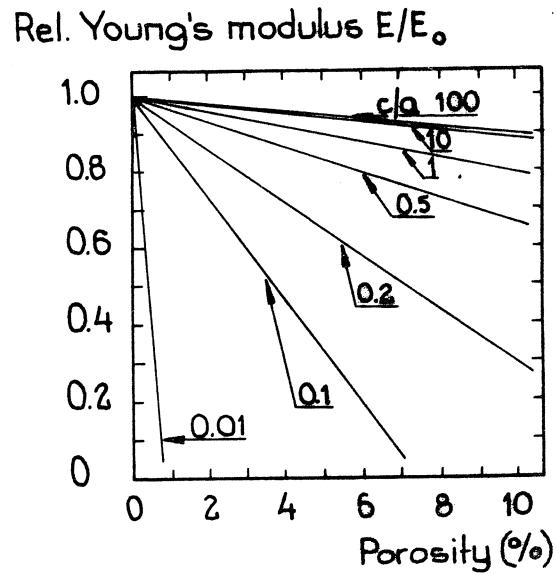
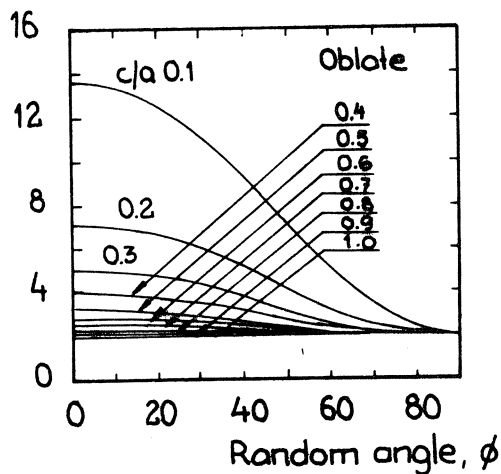


Fig 200: Relative Young's modulus plotted as function of porosity at oriented spheroidal cavities. Rossi /1968/.

$\bar{\gamma}_i$: Stress concentration for random spheroidal cavity



δ : Stress concentration for random spheroidal cavity

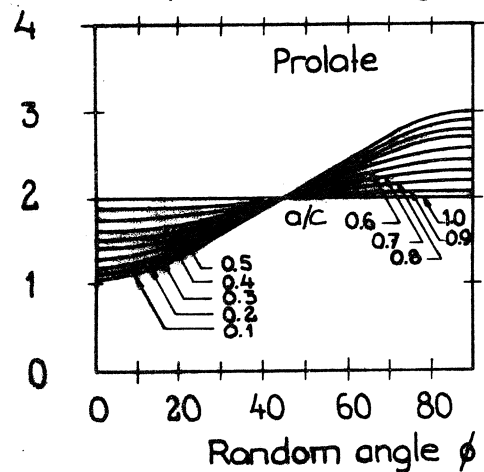


Fig 201 (a)-(b): Stress concentration factor $\bar{\gamma}$ at random pore orientation as function of pore orientation, eq (900), Rossi /1968/.

$\bar{\gamma}$; Stress concentration for random spheroid

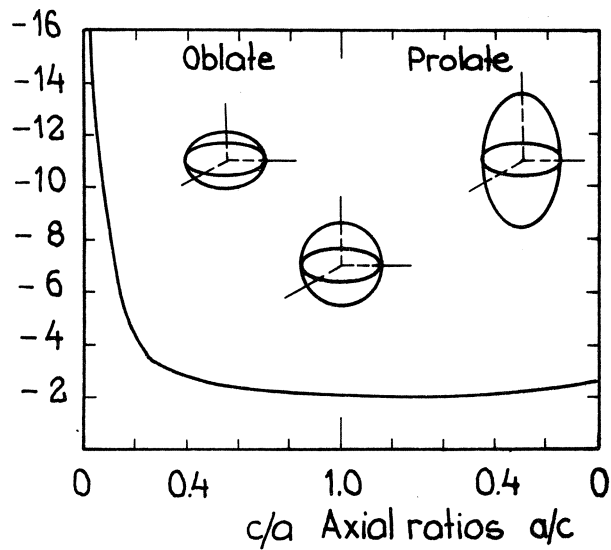


Fig 202: Stress concentration factor γ as function of pore shape at random orientation of cavities. cf fig 199. Rossi /1968/.

Rel. Young's modulus E/E_0

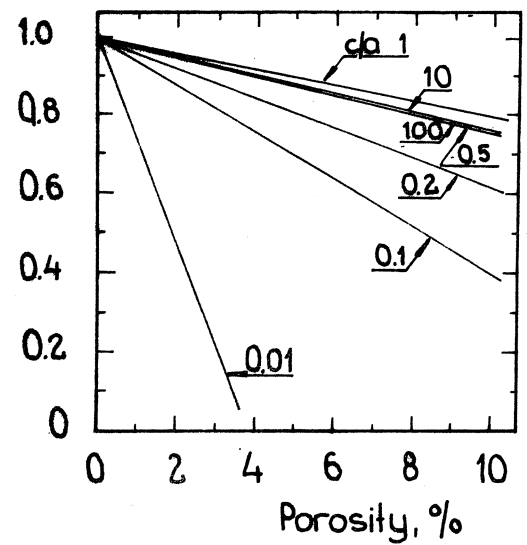


Fig 203: Relative Young's modulus plotted as function of porosity at random spherical cavities. cf fig 200. Rossi /1968/.

Ductility, ‰

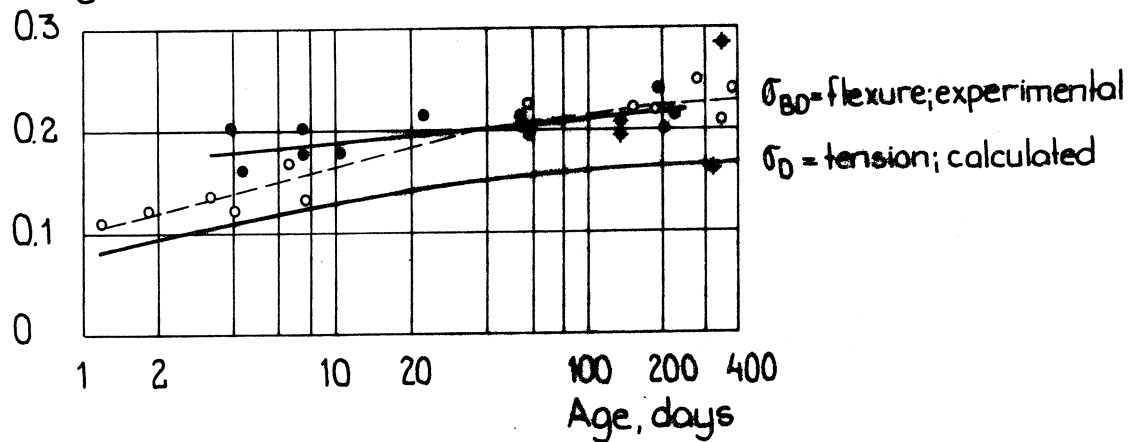


Fig 204: Ductility of cement mortars 1:3 at flexure as function of age. Theoretical pure tension curve indicated. Löfquist /1946/.

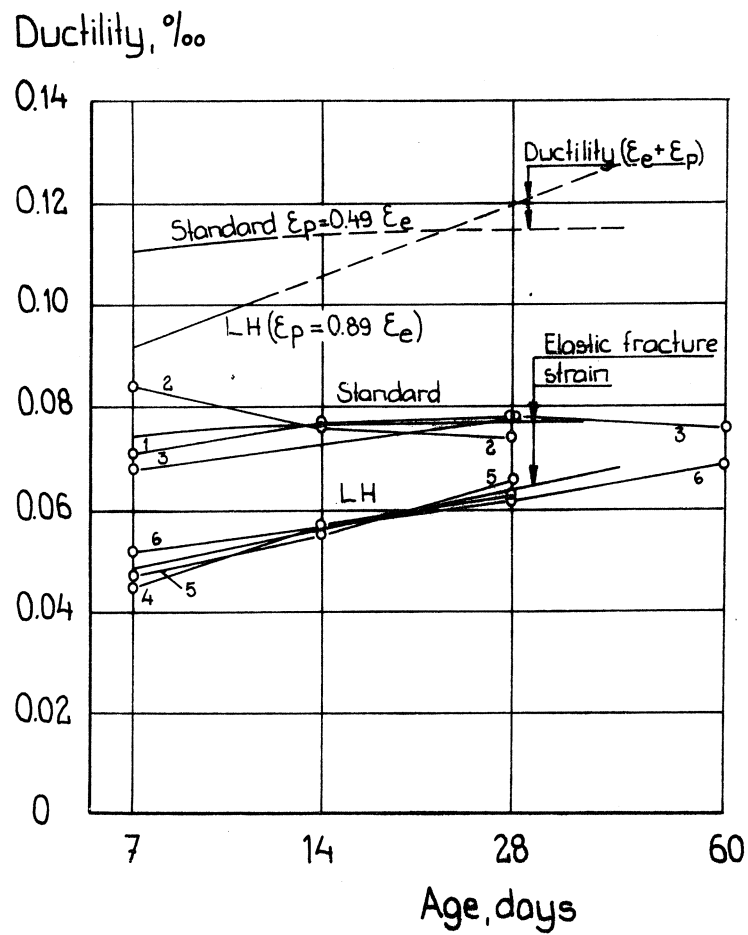


Fig 205: Ductility of concrete at fracture, $\epsilon_e + \epsilon_p$, and the elastic part, ϵ_e , as function of age and cement type. Löfquist /1946/.

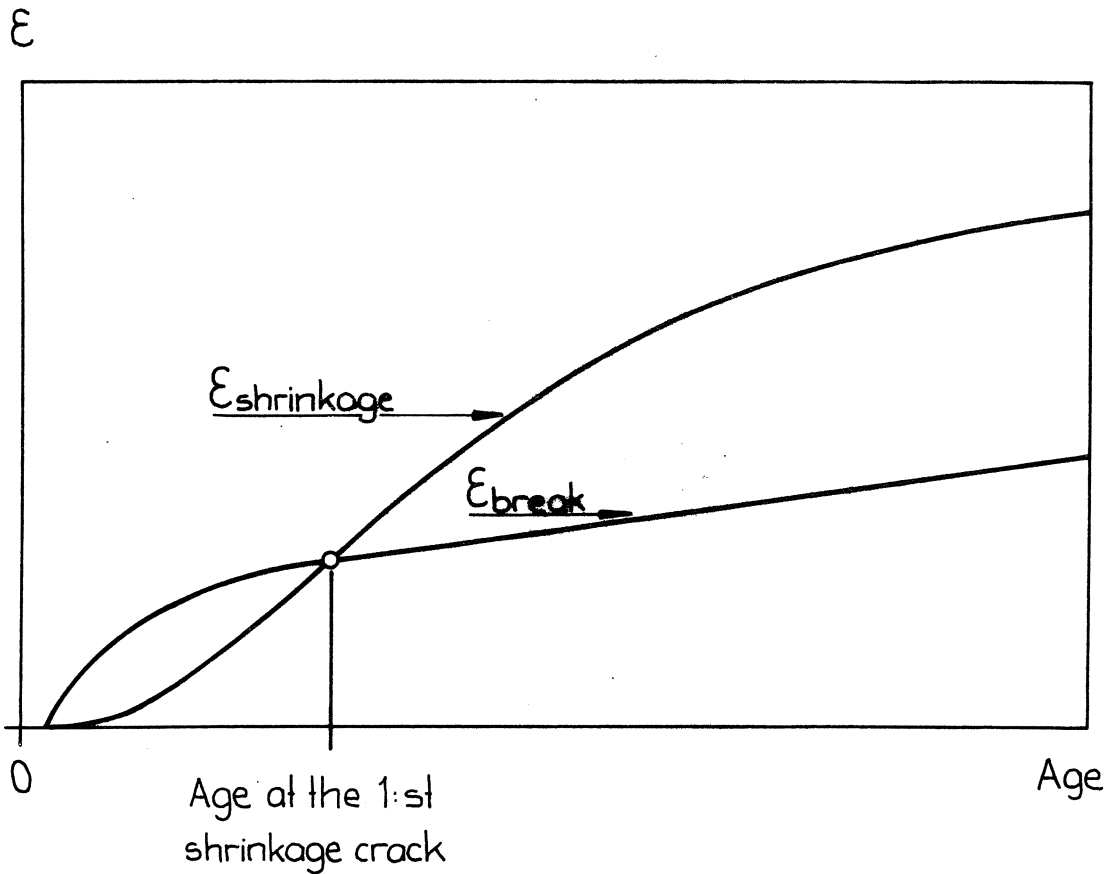


Fig 206: Principles of occurrence of a shrinkage crack.

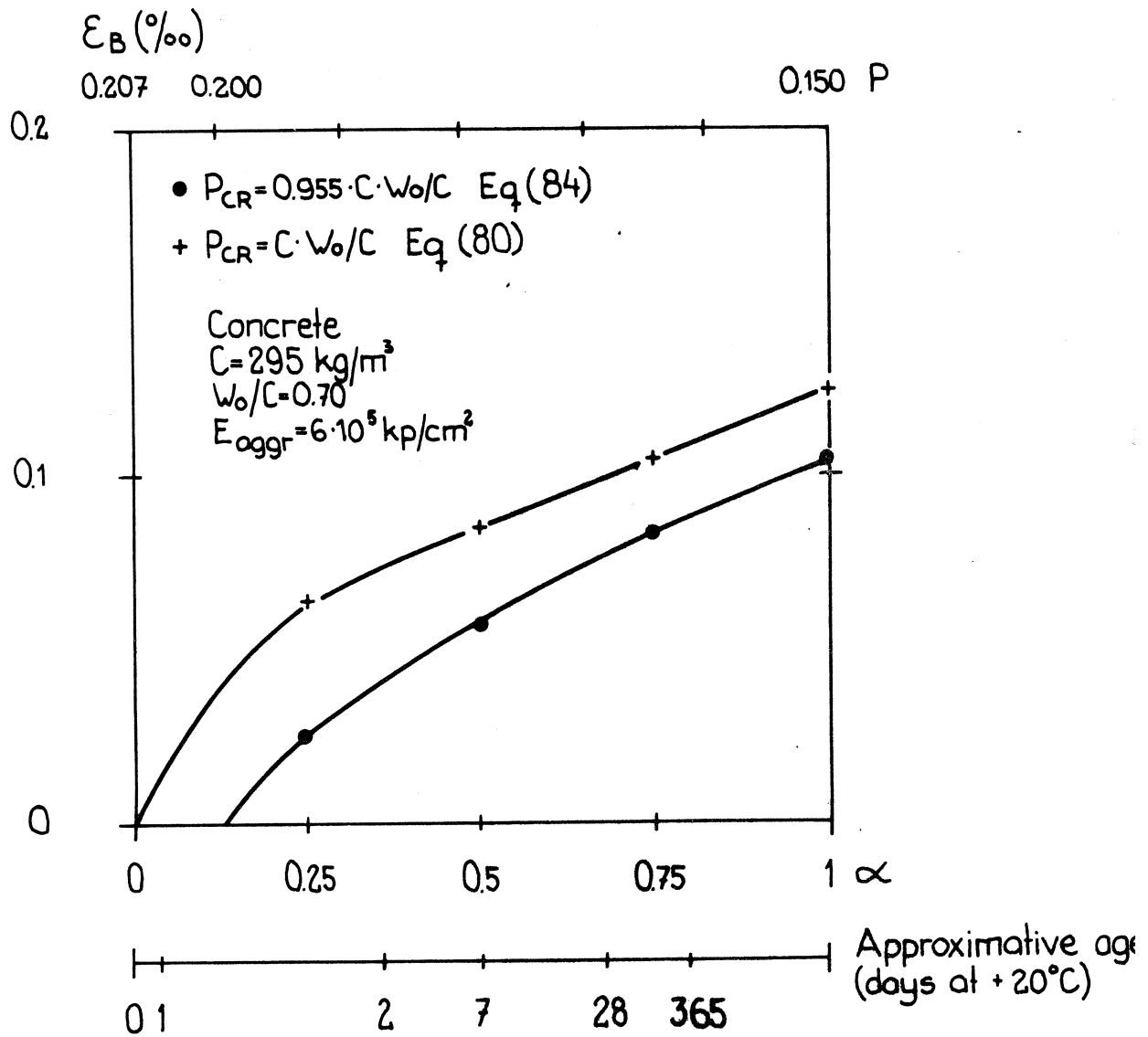


Fig 207: Calculated connections fracture strain, ϵ_B , concrete age, degree of hydration, α , and porosity, P of a certain concrete.

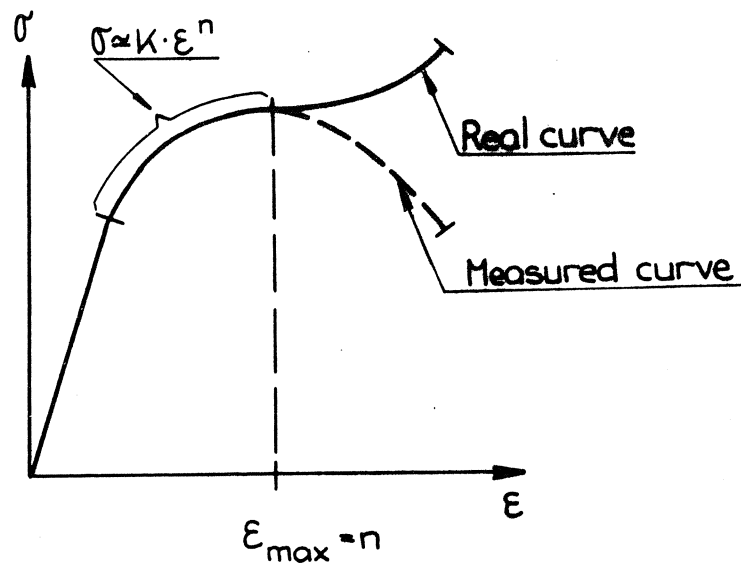


Fig 208: Definition of strain hardening exponent n in eq (432).

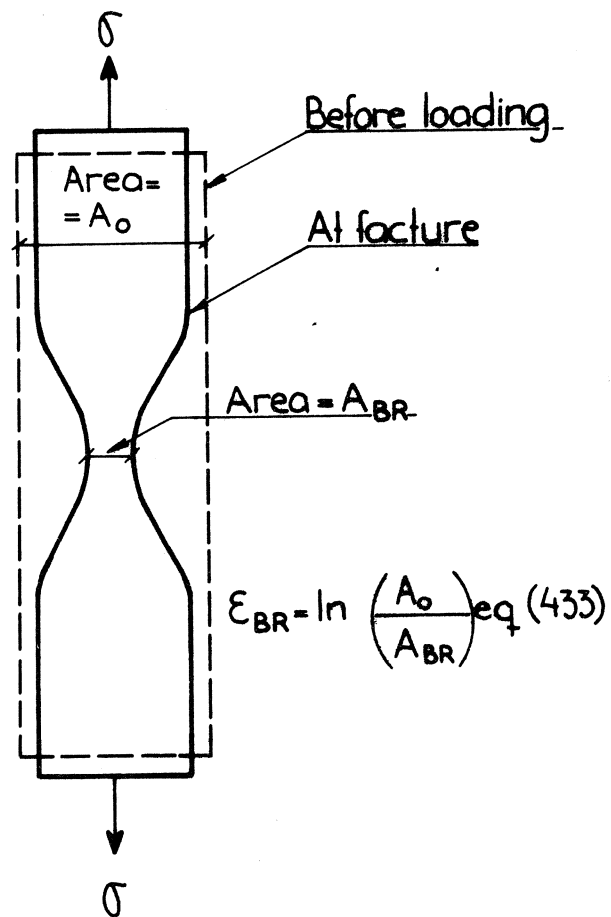


Fig 209: Definition of "true fracture strain".

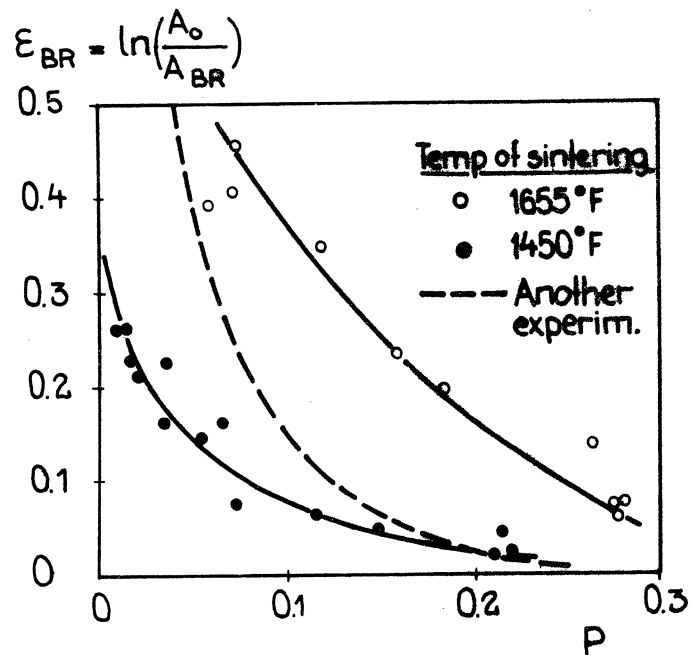


Fig 210: Effect of porosity of sintered brass on true fracture strain. Rostoker & Liu /1970/.

$$\epsilon_{BR} = \ln A_0 / A_{BR}$$

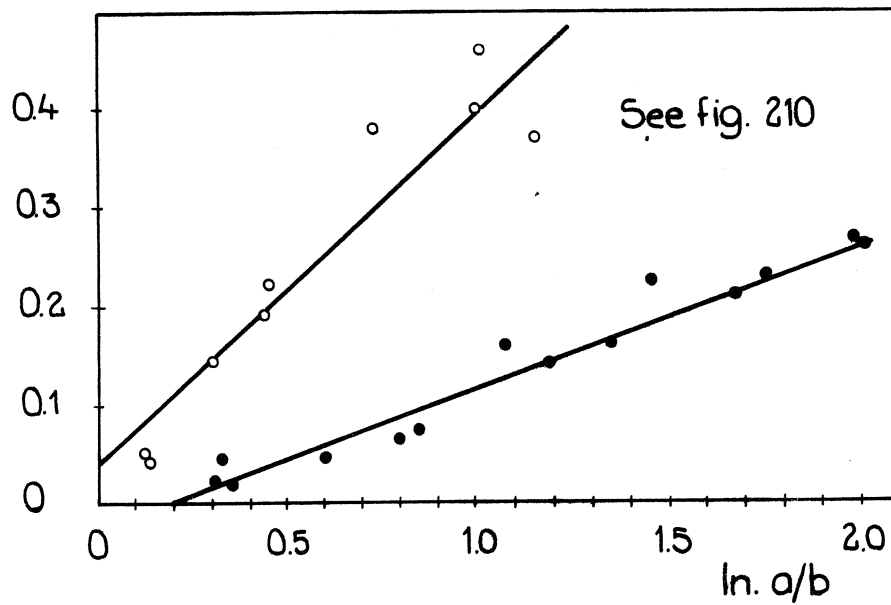


Fig 211: Effect of ratio pore spacing to pore diameter on true fracture strain of sintered brass.
Rostoker & Liu /1970/.

$$\epsilon_{BR} = \ln A_0 / A_{BR}$$

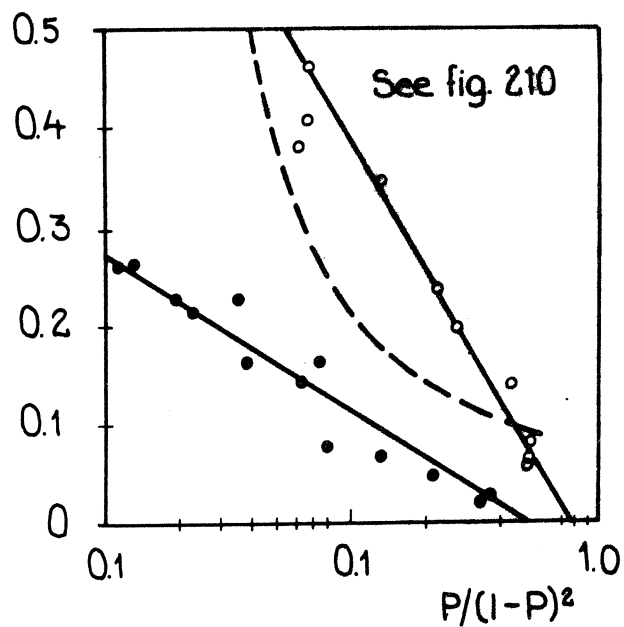


Fig 212: True fracture strain of sintered brass plotted versus factor $P/(1-P)^2$ (cf eq (440))
Rostoker & Liu /1970/.

Thermal stress resistance, $T_3(^{\circ}\text{C})$

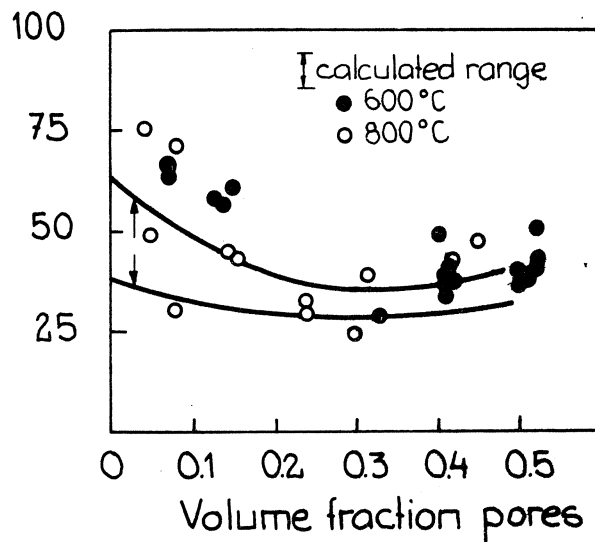


Fig 213: Thermal stress resistance parameter T_3 (eq (443)) of alumina as function of porosity. Coble & Kingery /1956/.

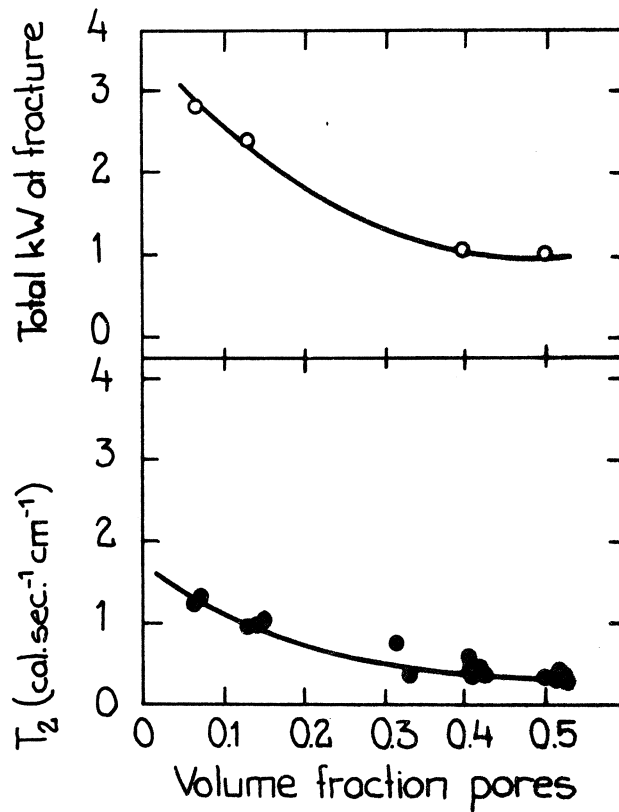


Fig 214: Thermal stress resistance parameter T_2 (eq (442)) of alumina as function of porosity. Coble & Kingery /1956/.

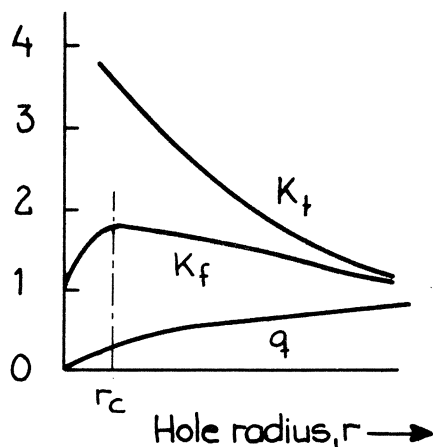


Fig 215: Stress concentration parameters K_t , K_f and q (eq (454)) around a spherical hole as function of hole size. Polakowski & Ripling /1966/.

Unit strain, radians/in $\times 10^3$

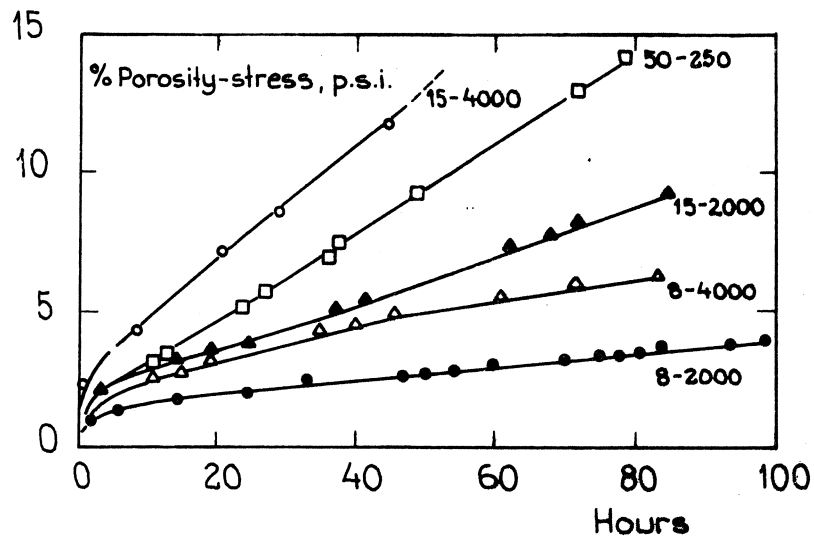


Fig 216: Torsional creep of alumina as function of porosity and stress at 1275°C. Coble & Kingery /1956/.

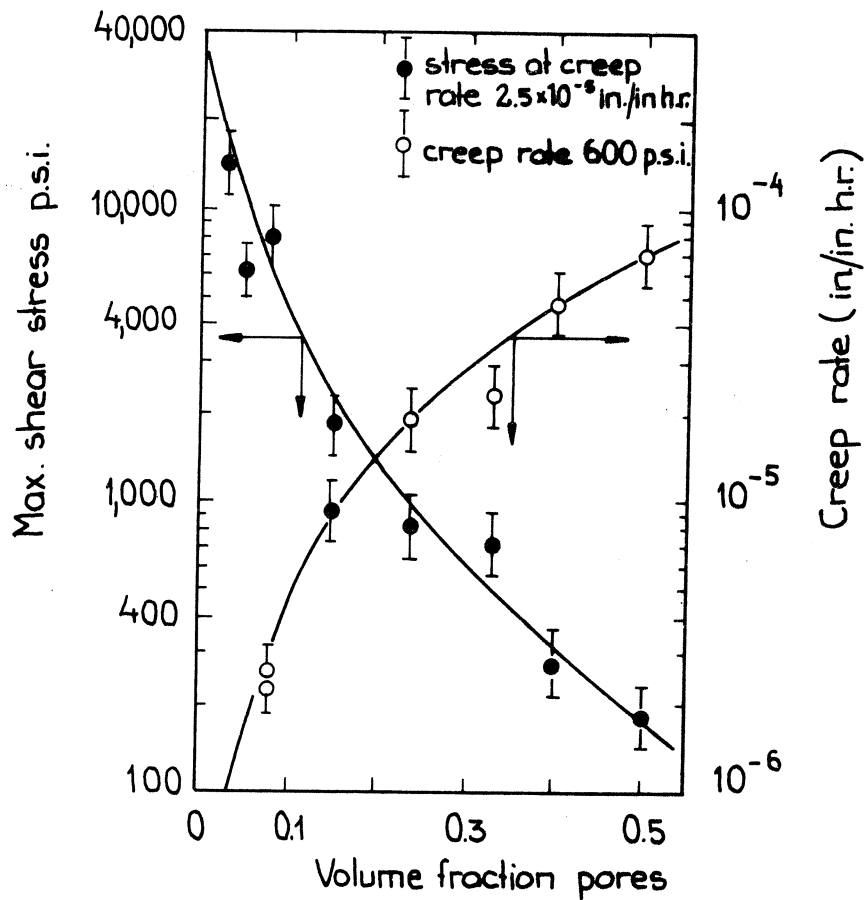


Fig 217: Torsional creep rate at constant stress and stress at constant creep rate as function of porosity. Sintered alumina. Coble & Kingery /1956/.

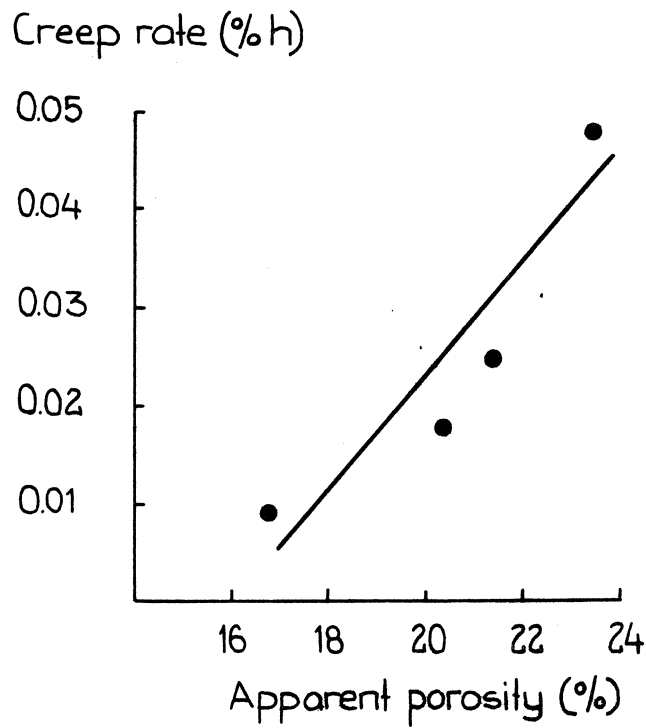


Fig 218: Creep of sillimanite brick. Astbury /1967/.

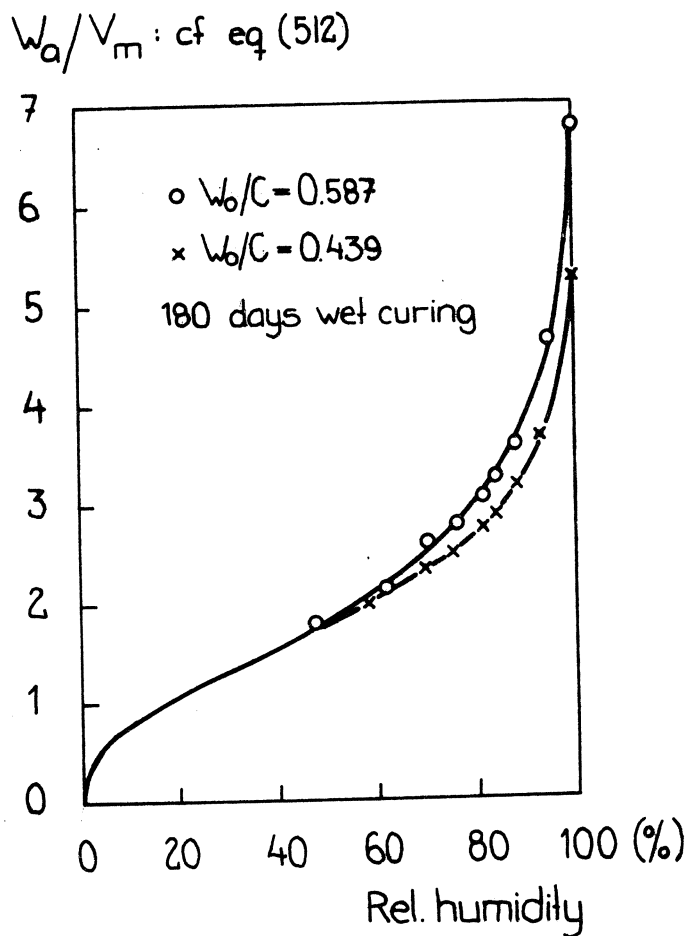


Fig 219: Absorption isotherms of two portland cement pastes. Powers & Brownyard /1948/.

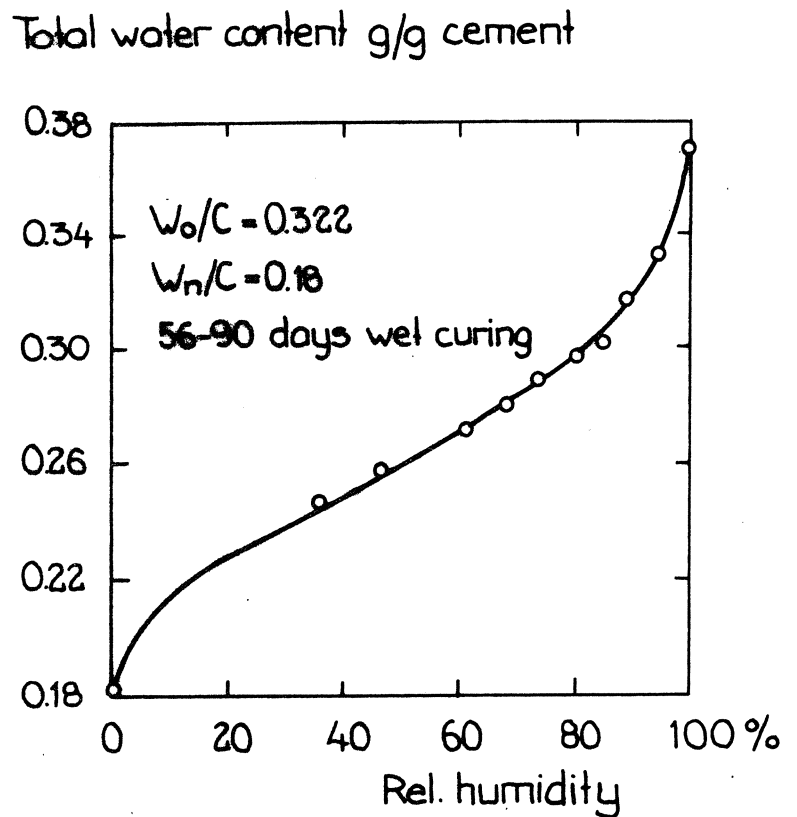


Fig 220: Absorption isotherm for a portland cement paste. Powers & Brownyard /1948/.

$$\frac{1}{k_1} \cdot \epsilon_{RH \rightarrow 100\%}$$

$$\epsilon_{RH \rightarrow 100\%} (\text{‰})$$

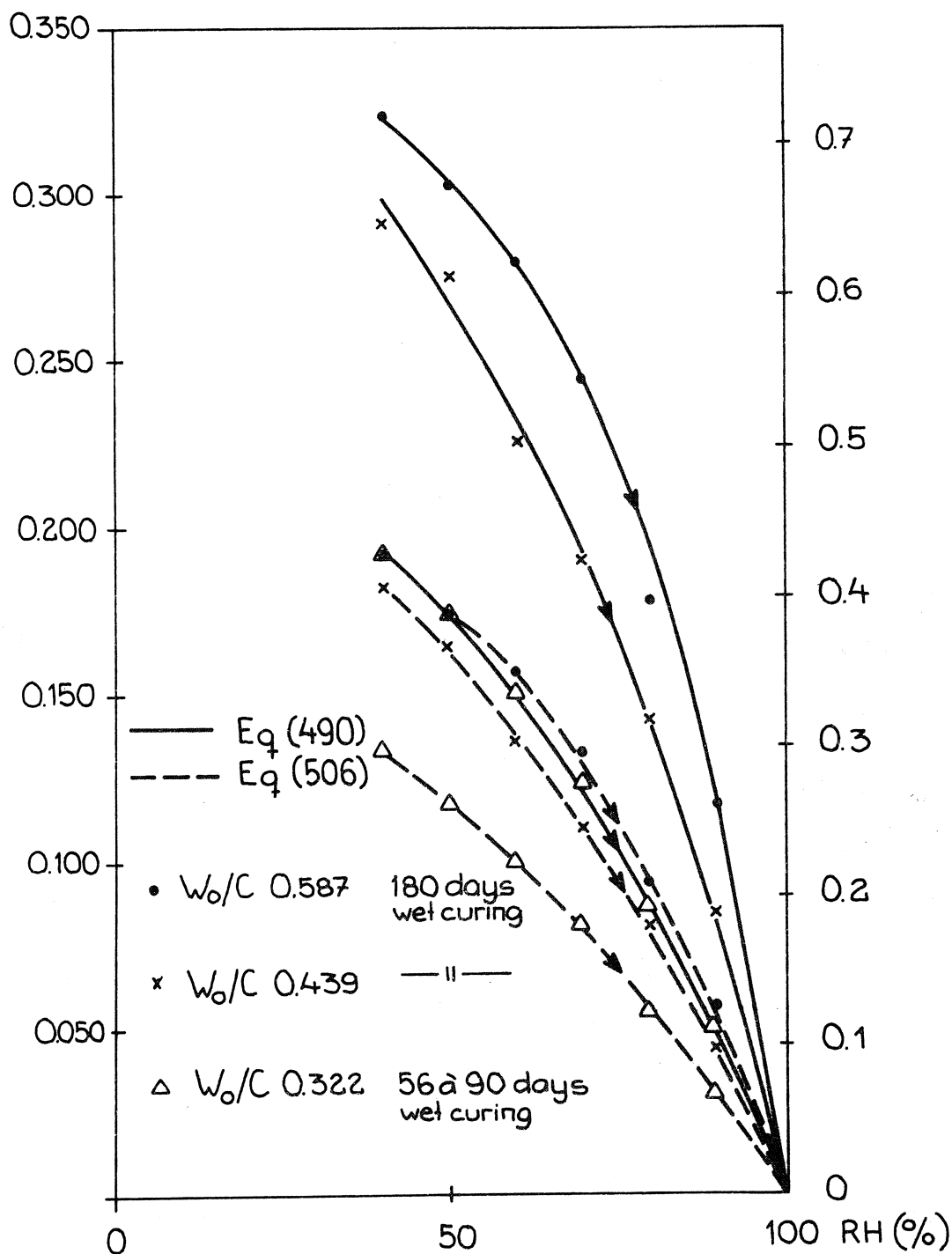


Fig 221: Calculated equilibrium shrinkage (swelling) curves for the three cement pastes in figs 219 and 220.

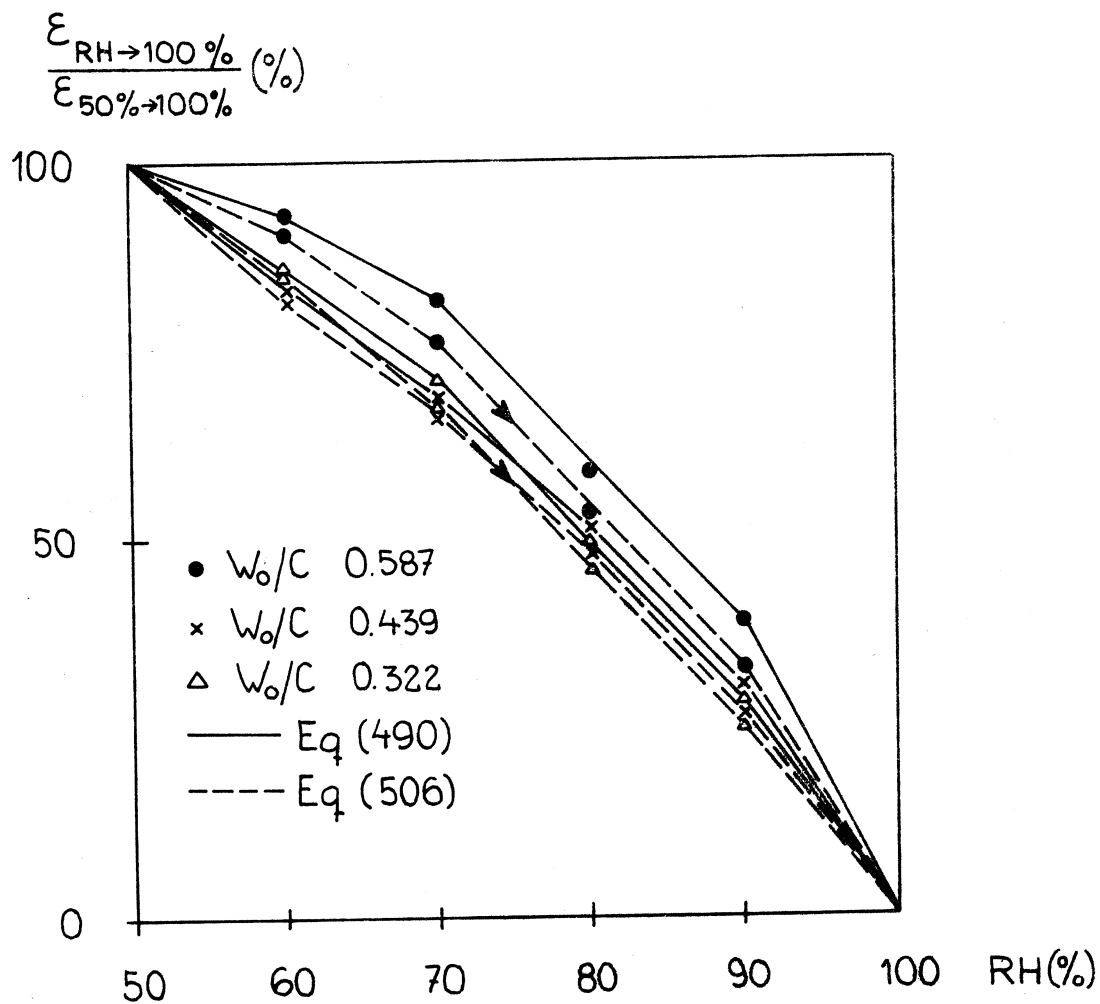


Fig 222: Curves in fig 221 reduced to 100% at 50% rel humidity.

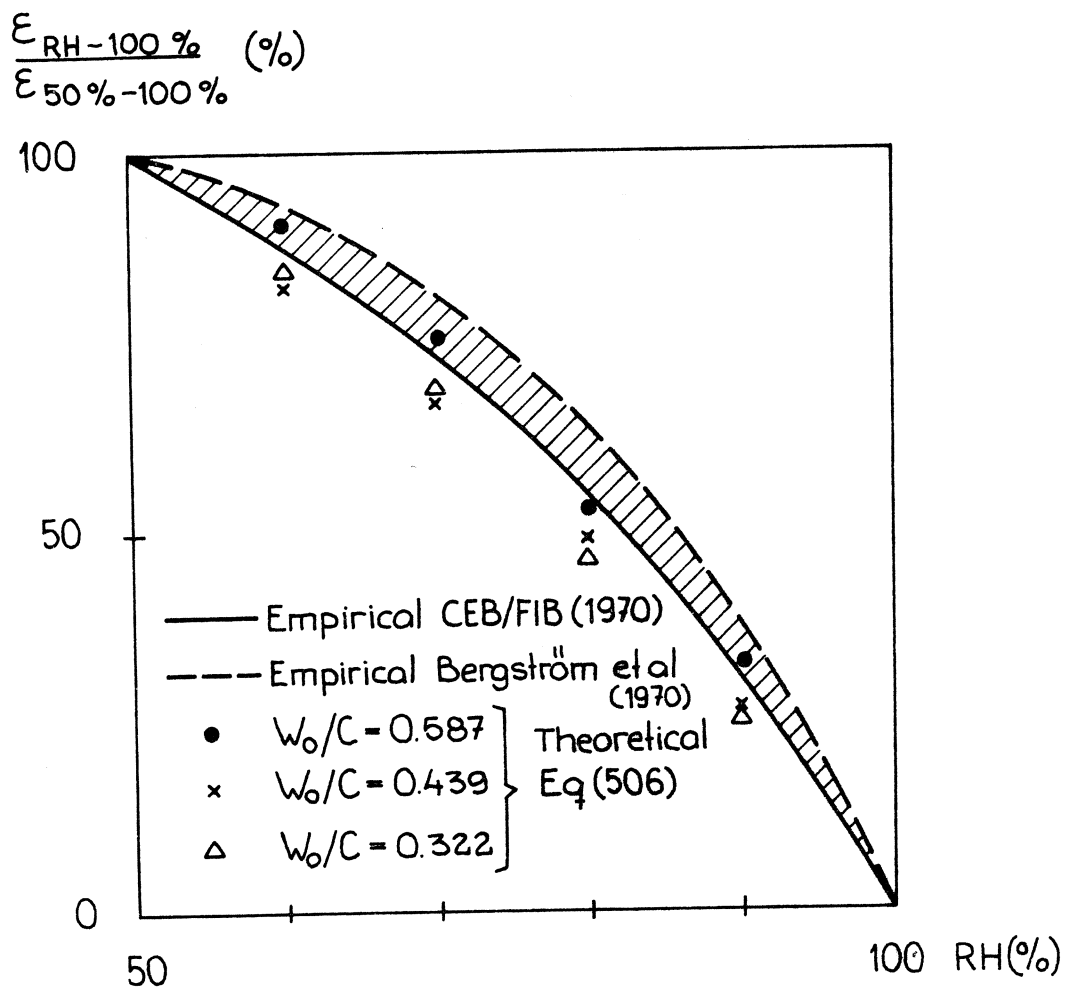


Fig 223: Comparison of theoretical curves in fig 222 with experimental curves. of shrinkage

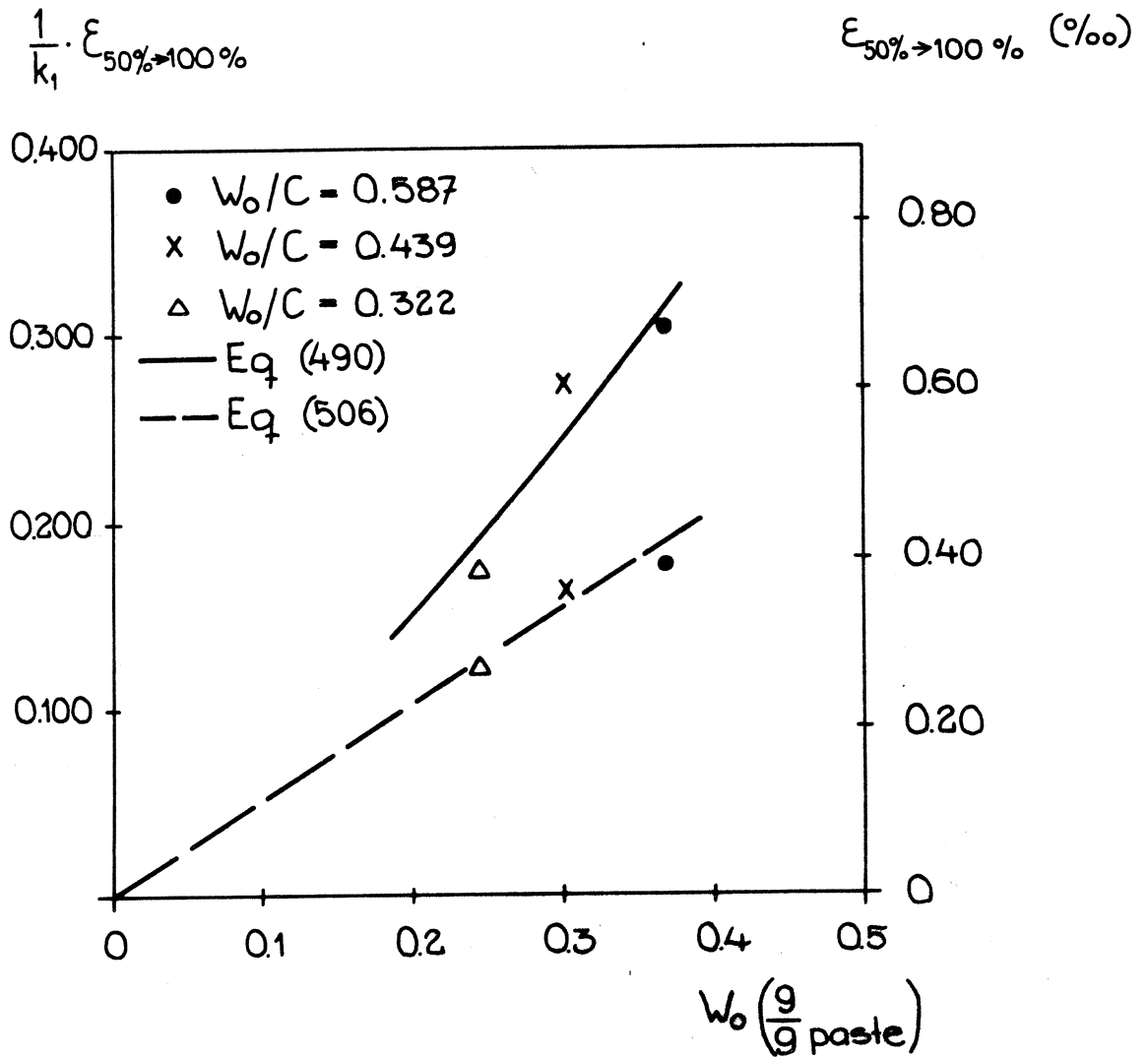


Fig 224: Theoretical shrinkages (swellings) in the range 50% RH - 100% RH for the pastes in figs 219 and 220 as function of amount of water.

Shrinkage (10^{-4})

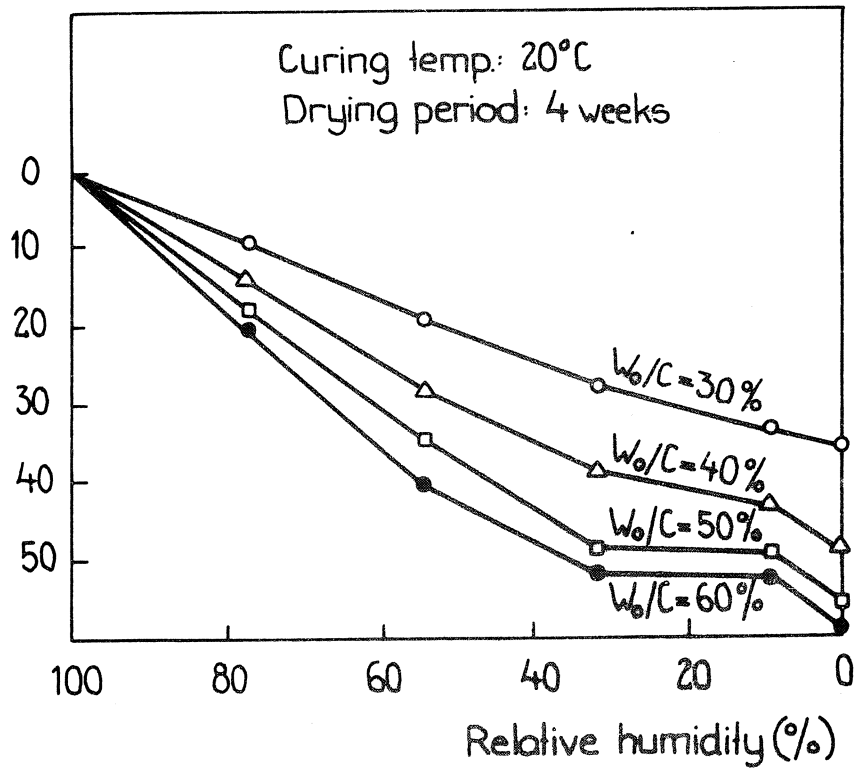


Fig 225: Equilibrium shrinkage curves for cement pastes at different water cement ratios. Chujo & Kondo /1969/.

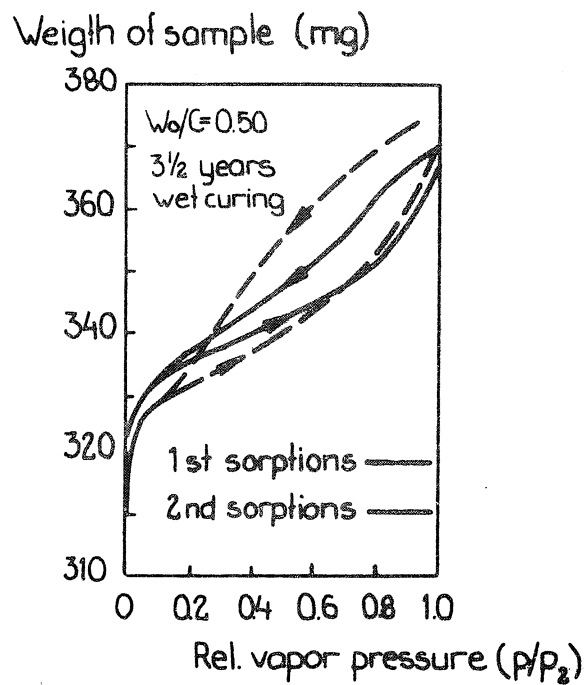


Fig 226: First and second desorptions and adsorptions of a cement paste. Powers & Brownyard /1948/.

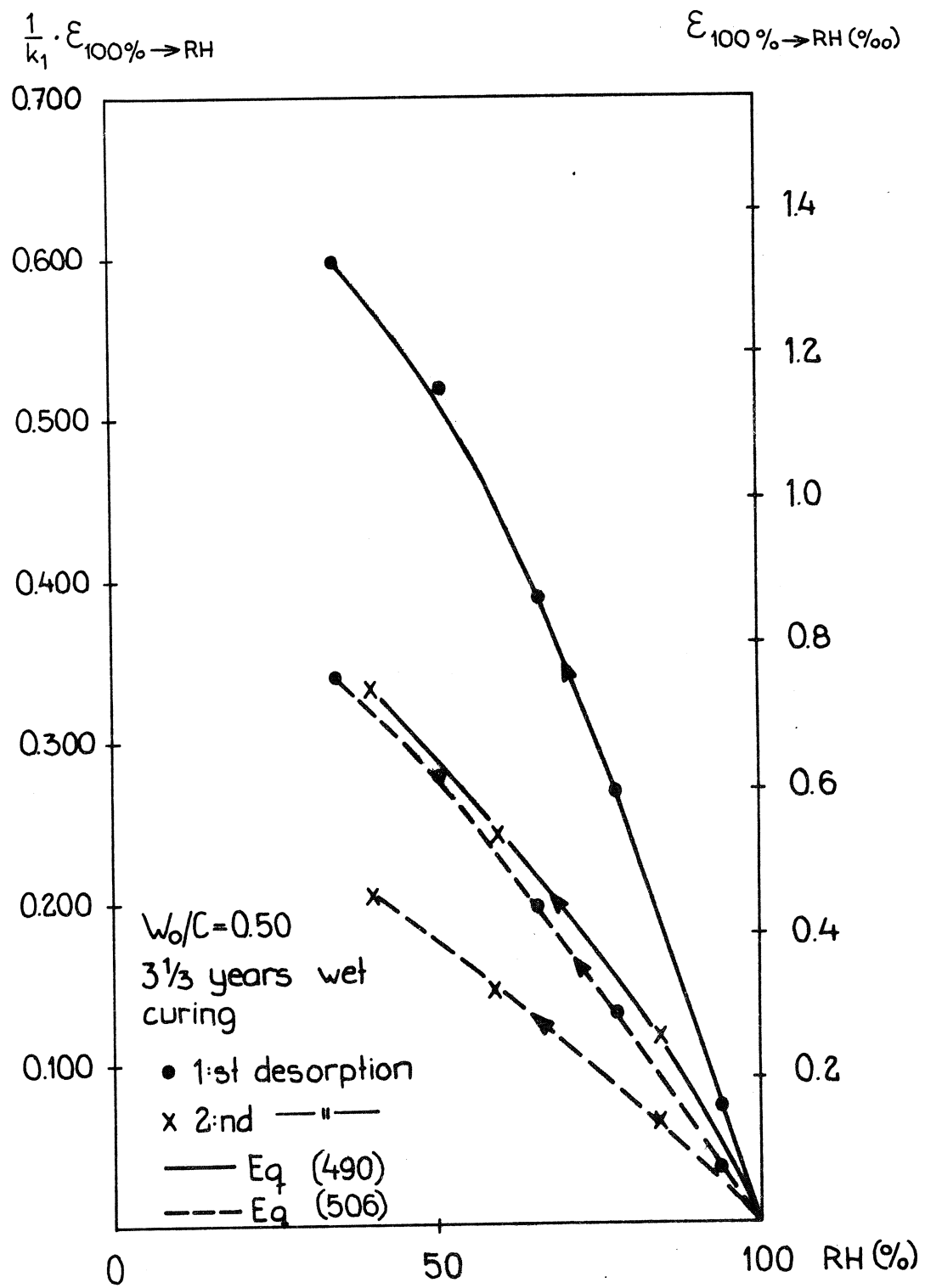


Fig 227: Calculated equilibrium shrinkage curves for the cement paste in fig 226.

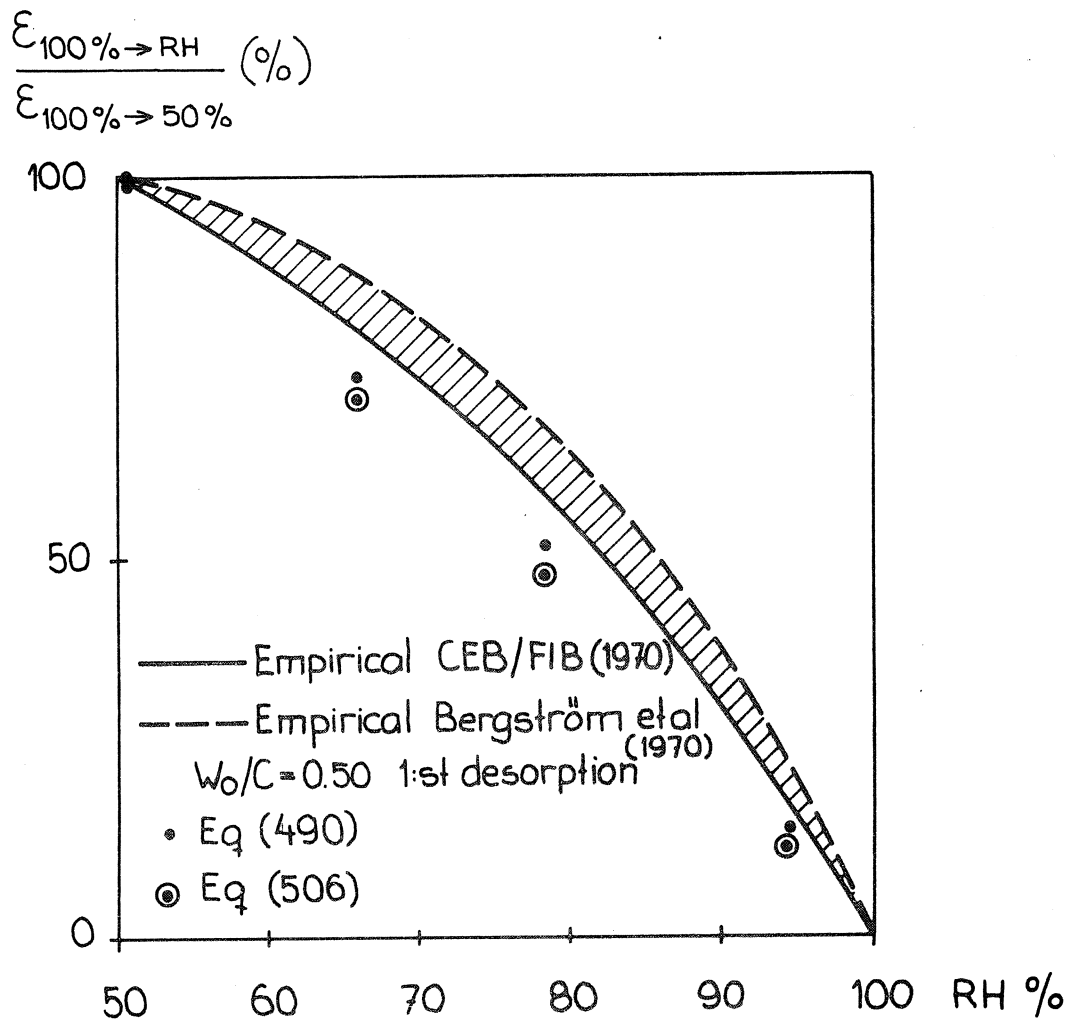


Fig 228: Comparison of theoretical curves in fig 227 reduced to 100% at RH = 50% with experimental curves.

$$\frac{1}{k_3} \cdot \epsilon_{100\% \rightarrow 50\%}$$

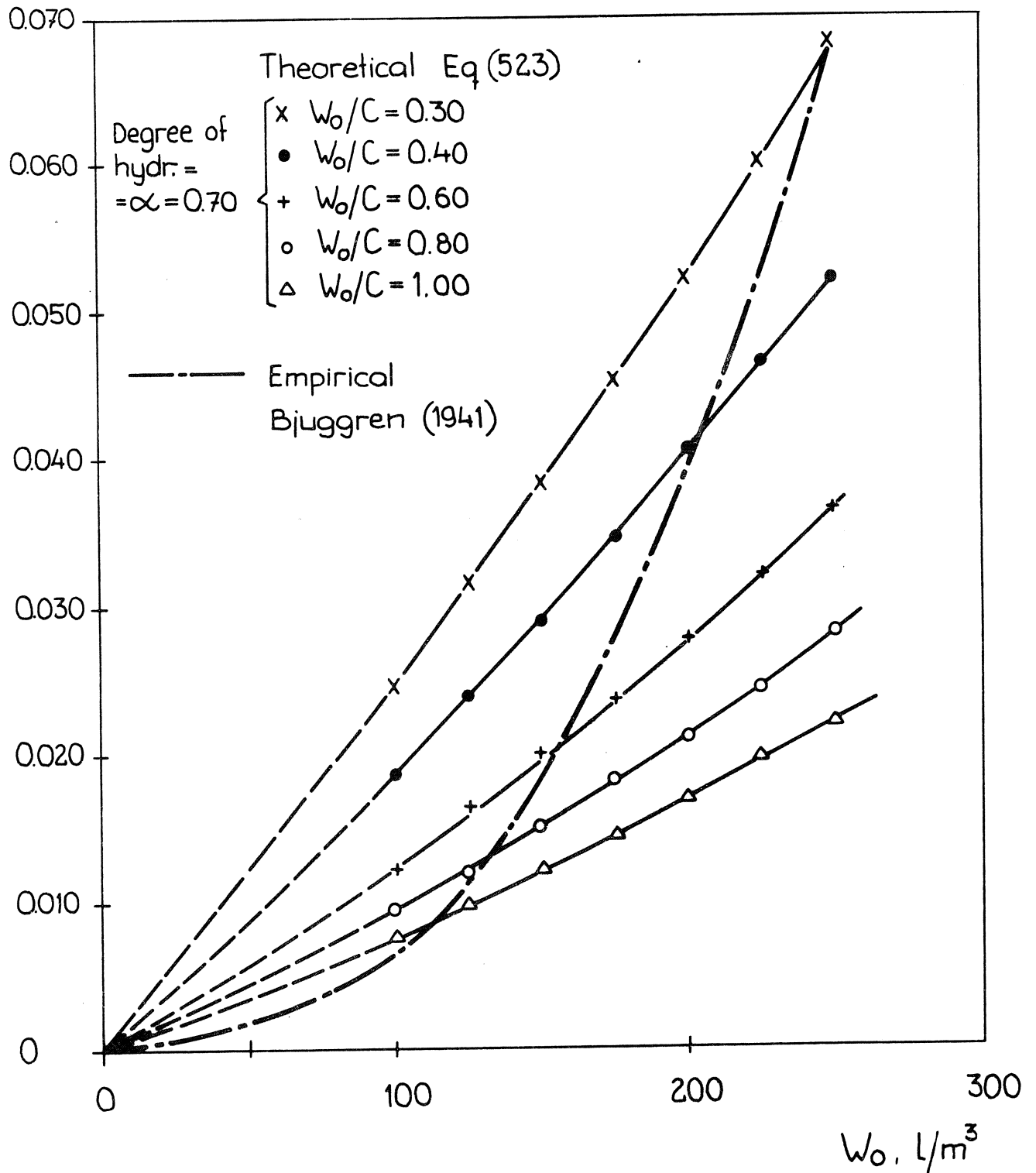


Fig 229: Comparison of theoretical equation for shrinkage of concretes as function of amount of mixing water (eq (523)) with experimental curve.

