



LUND UNIVERSITY

Numerisk simulering av detektionsmiljö med fältmodeller

Vannerberg, Christina

1988

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):

Vannerberg, C. (1988). *Numerisk simulering av detektionsmiljö med fältmodeller*. (LUTVDG/TVBB--3042--SE; Vol. 3042). Department of Fire Safety Engineering and Systems Safety, Lund University.

Total number of authors:

1

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

LUND UNIVERSITY · SWEDEN
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
DEPARTMENT OF FIRE SAFETY ENGINEERING
REPORT LUTVDG/ (TVBB - 3042)
ISSN 0282 - 3756

CHRISTINA VANNERBERG

NUMERISK SIMULERING AV DETEKTIONS- MILJÖ MED FÄLTMODELLER

Utredningen bekostad av BRANDFORSK

LUND 1988

SAMMANFATTNING

För att kunna beräkna tiden till aktivering av en rökdetektor krävs en beskrivning av strömnings- och temperaturförhållandena samt röktätheten i detektorns omgivning.

Den transienta utvecklingen av strömnings-, temperatur- och koncentrationsförhållandena i ett rum med en brandkälla och av godtycklig geometri kan simuleras med hjälp av sk fältmodeller.

I denna rapport presenteras resultaten från en simulering med fältmodeller av ett fall där två värmekällor i ett rum skapar konkurrerande strömningsfält.

En översikt över teorin bakom fältmodellerna ges med inriktning på användning av modellerna vid branddynamiska beräkningar.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

SAMMANFATTNING	2
INNEHÅLLSFÖRTECKNING	3
1 INLEDNING	
1.1 Bakgrund	4
1.2 Rapportens omfattning	5
2 DATORBERÄKNINGAR FÖR BRANDDETEKTION	
2.1 Kort beskrivning av programmet JASMINE	6
2.2 Modell av detektionsproblemet	6
2.3 Sammanfattning av resultaten från simuleringen	10
2.4 Kommentarer	21
2.5 Slutsatser	21
3 TEORETISK BAKGRUND FÖR FÄLTMODELLER	22
3.1 Grundläggande ekvationer	22
3.2 Turbulensmodell	24
3.3 Förbränningsmodell	28
3.4 Sotbildning	34
3.5 Strålningsmodell	35
3.6 Randvillkor	40
3.7 Numerisk metod	42
REFERENSER	46

1 INLEDNING

1.1 Bakgrund

För att kunna beräkna tiden till aktivering av tex en rökdetektor krävs en beskrivning av strömningsfältet och temperaturfördelningen i detektorns omgivning. /9/.

Det existerar sedan länge ett antal approximativa samband som beskriver takstrålen, ('ceiling-jet'), ovanför en brand, med avseende på hastighet temperatur och tjocklek. Modellen som ligger till grund för dessa samband är emellertid starkt förenklad och förutsätter oftast bl a

- stationär brand
- oändligt stor takyta, som är slät och utan hinder i form av balkar etc
- inga störningar i form av ventilationssystem eller vindpåverkan.

För ett fall där två värmekällor i ett rum, tex ett element och en mindre brand, skapar konkurrerande strömningsfält, blir strömnings- och temperaturförhållandena mycket komplicerade och de approximativa sambanden blir otillräckliga för att beskriva problemet.

En metod att erhålla realistiska temperatur-, strömnings-, och koncentrationsförhållanden för detta problem erbjuder då de sk fältmodellerna. Metoden innebär att de partiella differential-ekvationerna, som beskriver balansen av massa, rörelsemängd, energi och ämneskoncentration, ställs upp, diskretiseras och löses via dator. Metoden är under utveckling, men det kommer att dröja innan den kan tillämpas på mer generella brandförlopp, som inkluderar tex brandspridning. Redan nu kan man emellertid skönja vissa tillämpningar som är av stor betydelse för flera områden inom brand- och släckmedelsforskningen.

Det är ändamålsenligt att dela in tillgängliga datorprogram i två kategorier: rökspridningsmodeller och rumsbrandsmodeller.

Rökspridning

Utvecklingsarbete med fältmodeller för brandbeskrivning, med tonvikt på rökspridnings analys, har bedrivits vid Fire Research Station, U.K. Programmet som har utvecklats, JASMINE, kan beskriva tredimensionella och transienta förhållanden. Programmet har validerats mot en rad fullskaleförsök, (brandrum med mekanisk ventilation, vådrum utan ventilation, järnvägstunnel), och visat sig ge lovande resultat.

Genom programmet beräknas strömningshastigheter, temperaturer, gaskoncentration, etc, i ett stort antal punkter i rummet.

Nuvarande modells svaghet gäller bl a beskrivningen av brandhärden, interaktionen mellan turbulens och förbränning, samt värmetransport till omslutande ytor. Ett avgörande problem kan vara att metoden kräver beräkningskapacitet som ligger på gränsen till nuvarande datorers.

Rumsbrandmodell

Denna typ av beräkningsprogram koncentrerar sig på förbränningsrummet. BL a analyseras värmetransport mellan flamma och bränsleyta, värmetransport och förbränningsförlopp inom flamma och luftströmning i förbränningsrummet. I brandtekniska sammanhang är metoderna nya och föremål för utvecklingsarbete bl a vid Norges Tekniska Högskola. Exempel på problemställningar som studeras med fältmodeller är: tidsförloppet vid brand i rum med kontinuerligt gasutsläpp och tidsförloppet vid poolbrand i rum. Exempel på problemställningar som kan behandlas med fältmodeller är: inhomogeniteter i det övre gaslagret, väggplymer, förbränning i det övre gaslagret och flamutbredning vid hörn.

Utöver dessa två kategorier kan fältmodeller användas inom flera andra brandforskningsområden. Exempel är förutsägelser av aktivering av rökdetektorer och sprinkler, sprinklers effektivitet, samverkan mellan brandventilation och sprinkler och släckmedels förångning och penetrering genom flammor.

1.2 Rapportens omfattning

Ett exempel presenteras, där fältmodeller har använts för att beskriva hur strömningen pga naturlig konvektion från ett värmeelement kan påverka konvektionen pga en mindre brand i ett rum. Framförallt är man intresserad av hur tidsintervallet, från brandens början tills en detektor, placerad mitt i rummet, nås av brandröken, påverkas.

Simuleringen av detta problem har gjorts med hjälp av ett fältprogrampaket, som kallas JASMINE och som har utvecklats vid BRE, Fire Research Station, i England. JASMINE beskrivs i avsnitt 2.1 och resultaten av datorkörningarna presenteras i avsnitt 2.3.

I kapitel 3 ges en översiktlig beskrivning av teorin bakom de sk fältprogrammen, med inriktning på användning av modellerna vid branddynamiska beräkningar.

Teorin som presenteras är huvudsakligen hämtad från två avhandlingar, nämligen 'Beräkning av turbulent strömning med och utan gasförbränning i axiosymmetriska geometrier' av Bjarne Noren, /1/, och 'Time dependent numerical calculation of pool fire development in enclosed space' av Magnus Broström, /2/.

2 DATORBERÄKNINGAR FÖR BRANDDETEKTION

2.1 Kort beskrivning av programmet JASMINE

JASMINE är ett program som har utvecklats med syftet att analysera rökspridning i byggnader. Programmet har utvecklats vid BRE, Fire Research Station i England, och det baseras på PHOENICS version 81. PHOENICS beskrivs i kapitel 3.7.

För att kunna simulera ett brandförlopp har PHOENICS kompletterats med modeller som beskriver förbränningsprocessen, strålningen och effekten av gravitationen.

Programpaketet JASMINE innehåller olika förbränningsmodeller. Bla Magnussens 'Eddy Dissipation' modell, som beskrivs i kapitel 3.3, och Spaldings 'Eddy Break Up' modell, som i stort kan beskrivas på så sätt att förbränningen lokaliseras till regioner med kraftig turbulens.

När simuleringen, som presenteras i nästa kapitel, gjordes fanns endast en mycket grov strålningsmodell i programmet. Denna strålningsmodell innebär att bidraget från strålningen inkluderas i värmetransportkoefficienten, vilket medför att värmetransporten pga strålning modelleras som en diffusiv transport genom skiljeväggarna mellan volymselementen. Denna modell är enkel och mycket ekonomisk i fråga om beräkningstid, men den kan i vissa fall leda till stora fel i lösningen.

En bättre strålningsmodell, den sk 'Discrete Transfer' modellen, kommer att inkluderas i programmet. Denna strålningsmodell kommer dock att medföra att lösningarna blir mer tidskrävande.

I JASMINE finns det möjlighet att välja olika modeller för att beräkna värmebalansen vid ytorna.

Bla kan vägg-tjockleken indelas i mindre sektioner, varefter värmebalansen för resp sektion erhålls genom iterativ lösning av värmeledningsekvationen, som har överförs på differensform.

Den enklaste modellen är den sk 'Lumped Thermal Capacity' metoden, vilken beskrivs i kap 3.6.

2.2 Modell av detektionsproblem

Programmet JASMINE har använts för att simulera ett problem, där naturlig konvektion, som orsakas av ett värmeelement tävlar med konvektion, som genereras av en brand. Med denna simulering avser man att undersöka hur tidsintervallet, från brandens början tills förbränningsprodukter når en detektor, som är placerad mitt i taket, påverkas.

Nedan finns en beskrivning av problemet, som visar rummets geometri och hur geometrin är indelad i mindre volymselement, utvecklad effekt från värmeelementet resp branden och deras resp placering, väggarnas termodynamiska och hydrodynamiska egenskaper, strålningsegenskaper för väggar och gas fas, plus andra parametrar, som behövs vid beräkningen.

Modellen av problemet har gjorts av S. Kumar, vid Fire Research Station, som också har skrivit JASMINE koden.

Problem_beskrivning

Rummets geometri visas i figur 2.1. Rummets storlek är i x-, y- och z-led, $4\text{m} \times 2.5\text{m} \times 5\text{m}$. Geometrin utvidgas till 5m i x-riktningen, för att beskriva tryckrandvillkoret. Cellindelningen för den utvidgade geometrin visas i figurerna 2.2 a-d.

För att förhindra att en onormal tryckuppbyggnad sker i rummet lämnas en öppning i ena väggen och utanför öppningen utökas geometrin med en volym, som är $1\text{m} \times 2.5\text{m} \times 5\text{m}$, se figur 2.1. Trycket föreskrivs ett konstant värde längs den utökade volymens ränder.

Öppningens läge visas i figur 2.1. Storleken på öppningen är $0.3\text{m} \times 0.25\text{m}$.

Värmeelementet är placerat vid golvet nära den södra väggen, se figur 2.1. Storleken är $4\text{m} \times 0.5\text{m} \times 0.2\text{m}$, ($x \times y \times z$), och elementet har en stationär utgångseffekt på 4kW .

Brandens läge visas i figur 2.1. Branden tillväxer från 0 till 50 kW på 15 minuter.

Väggarna är av tegelsten, med K , ρ och C lika med $0.25\text{ W/m}^\circ\text{C}$, 1040 kg/m^3 resp $960\text{ J/kg}^\circ\text{C}$. Väggytan är hydrodynamiskt glatt med $E_{\text{wall}} = 9.0$. E_{wall} är en konstant, som är relaterad till väggens ytråhet. Det turbulenta Prandtl talet har satts till $Pr_t = 1.0$.

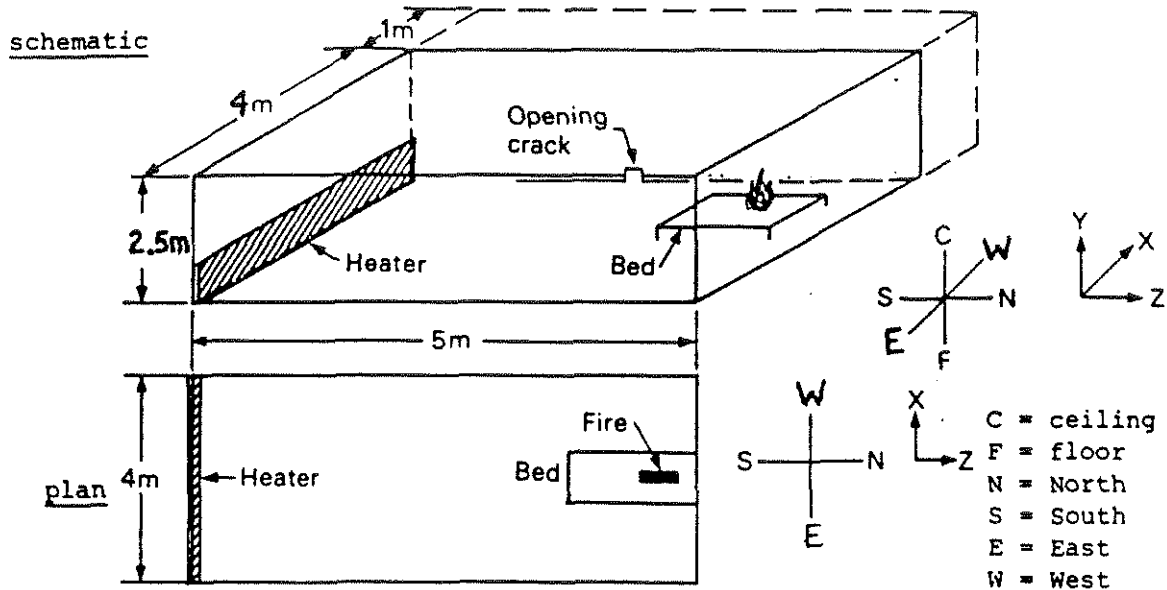
Alla väggarnas emissionsfaktorer har satts till $\epsilon_w = 0.93$.

Absorptionskoefficienten och spridningskoefficienten för gasfasen har satts till $a = 0.99$ och $s = 0.01$.

Omgivningens temperatur är 288 K och densiteten är 1.2275 .

Viskositeten μ_t är $1.82 \cdot 10^{-5}\text{ Ns/m}^2$.

Gasblandningens värmekapacitivitet, C_p , beräknas som funktion av de ingående gasernas koncentrationer.



Figur 2.1. Problemets geometri.

Simulering

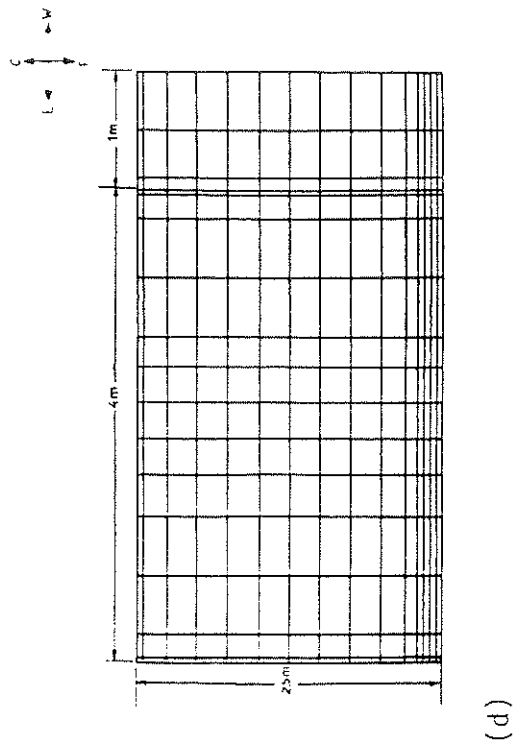
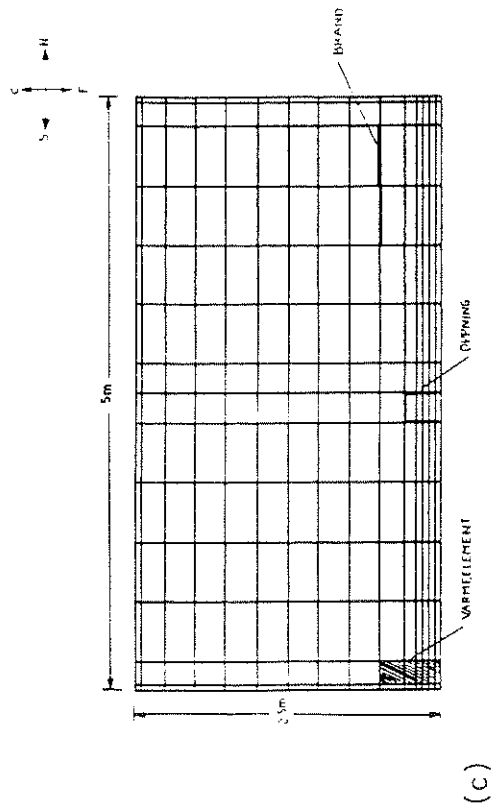
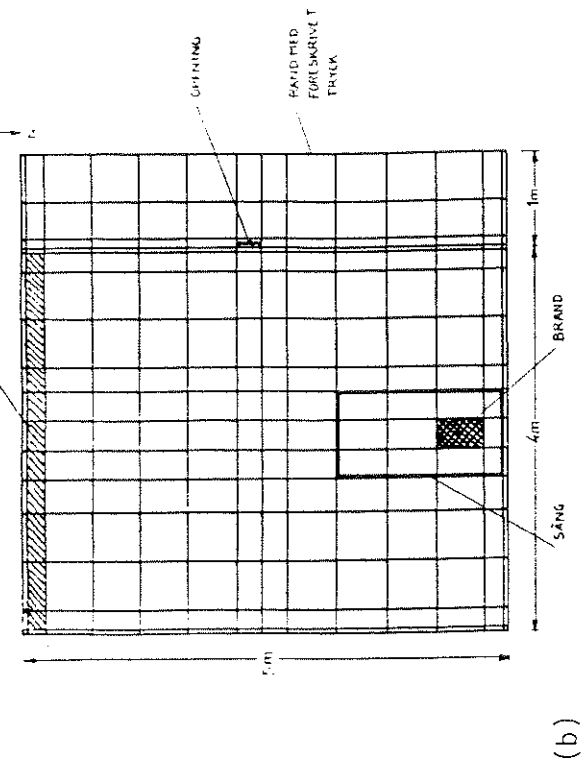
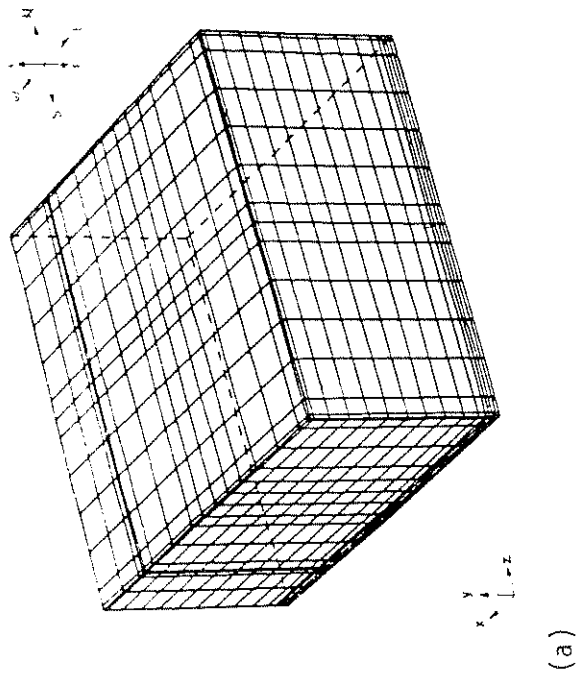
Simuleringen sker i två etapper. Först erhålls den stationära lösningen av hastighetsfältet, som genereras av värmeelementet, före brandens början.

Det stationära hastighetsfältet används sedan som begynnelsevillkor för den transienta beräkningen av brandens utveckling. I den transienta lösningen används k- ϵ modellen för att beskriva turbulensen, se kapitel 3.2, och Magnussens modell, kapitel 3.3, används för att beskriva förbränningsprocessen.

Resultaten presenteras i 1/2 minuters intervall.

Tidssteget som användes vid beräkningen var 5 sekunder. Antal iterationer som utfördes för varje tidssteg var 40 st.

Tidsåtgången vid simuleringen av brandens utveckling under 3 minuter, var 18 timmar CPU tid på en VAX 11-780.



Figur 2.2.a-d. Indelning av problemdom i finita differensceller.

2.3 Sammanfattning av resultaten från simuleringen

(Följande är en översättning av /7/).

I figurerna 2.3 - 2.9, presenteras resultaten från den numeriska simuleringen för de första 3 minuterna från brandens början.

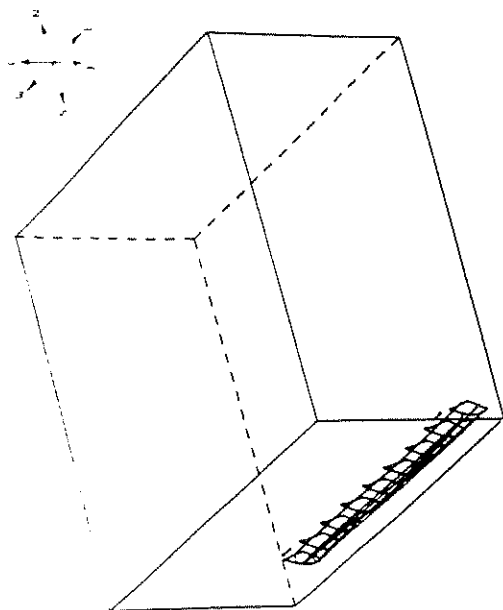
Temperaturytor och koncentrationsytor för förbränningsprodukterna visas i perspektiv från det övre syd-östra hörnet.

Figurerna 2.3 a-g och 2.4 a-g visar den transienta utvecklingen för en yta med konstant temperatur om 25°C. Figurerna 2.3 a och 2.4 a motsvarar de stationära förhållandena före brandens början. Man kan se att konvektionen från branden börjar vinna över konvektionen, som genereras av värmeelementet, vid tiden omkring 2¹/₂ till 3 minuter efter brandens början. Detta syns tydligare i figurerna 2.5 a-g, som visar hastighetsfältet i det centrala vertikalkplanet (genom branden och värmeelementet). Det stationära hastighetsfältet före brandens början, som skapas av värmeelementet, (figur 2.5 a), representeras av en enda stor virvel i det centrala vertikalkplanet. Det cirkulerande strömningsfältets kontraktion i mitten beror på närvaron av sängen, vid den norra väggen, mitt emot elementet. Närvaron av branden skapar snabbt en andra virvel. Denna virvels storlek ökar i takt med brandens tillväxt. Efter omkring 2 minuter är de båda virvlarna lika stora, och de möts i mitten av rummet. Vid detta stadium är brandens utgångseffekt omkring 6.2 kW, vilket ungefär motsvarar 1¹/₂ gånger effekten från elementet. Strax efter 2 minuter börjar konvektionen från branden att vinna över konvektionen, som genereras av värmeelementet, och efter 3 minuter har branden helt tagit överhanden, då virveln, som genereras av elementet försvinner helt. Detta visar att efter omkring 3 minuter, från brandens början, påverkas inte branden längre av elementets närvaro, dvs då brandens utgångseffekt blir något mer än två gånger större än effekten från värmeelementet.

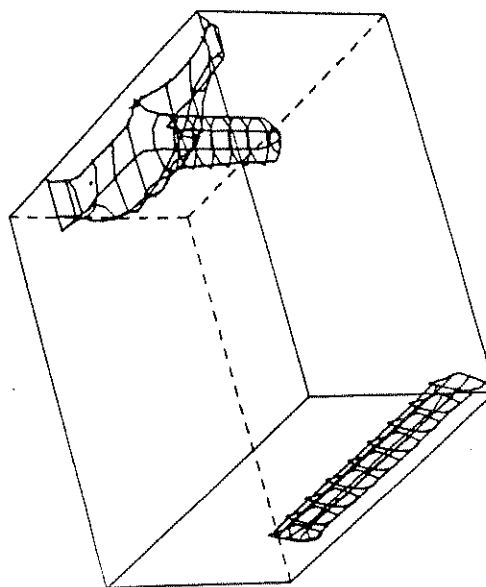
Figurerna 2.6 a-g visar den transienta utvecklingen av temperaturkonturerna för det centrala vertikalkplanet. Den låga temperaturen i brandens plym beror på den grova elementindelningen, som används i förbränningszonen. Temperatur - tid utvecklingen, som visas i figuren kan användas för att bestämma strategin för placeringen av detektorn i rummet.

Figur 2.7 visar en yta som motsvarar 0.4% massfraktion av förbränningsprodukterna, 3 minuter efter brandens början. Detta motsvarar en optisk densitet på 0.15 OD/m, eller en sikt i rummet på ungefär 7m. Ytans form visar kylningen av produkterna på vardera sidan om branden. Detta syns tydligare i vyn från sidan, genom elementet.

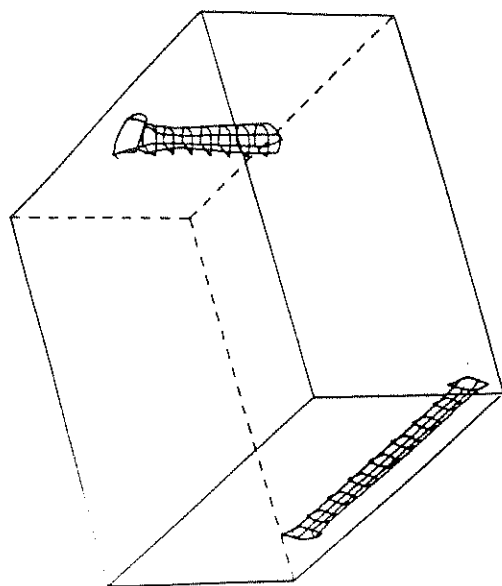
I figur 2.8 visas konturerna av förbränningsprodukternas massfraktion på det centrala vertikalkplanet. Figuren ger en detaljerad beskrivning av siktförhållandena i rummet 3 minuter efter brandens början.



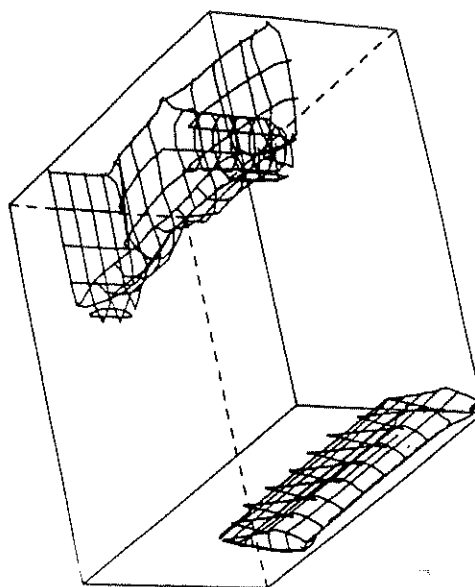
(a) Före brandens början.



(c) 1 minut



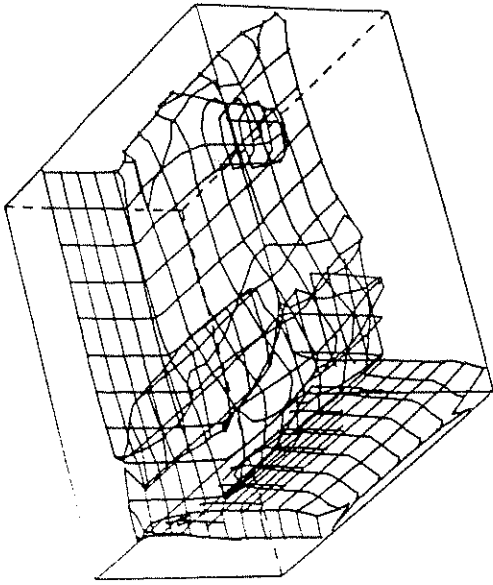
(b) 1/2 minut



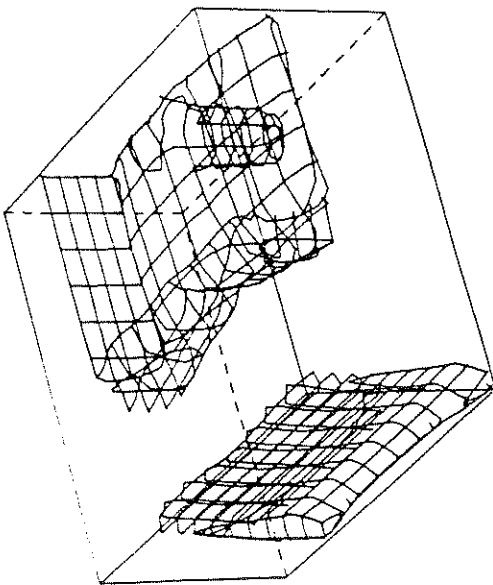
(d) 1 1/2 minut

Figur 2.3.a-d. Utveckling av temperaturytan om 25°C. Ses i perspektiv från övre syd-östra hörnet.

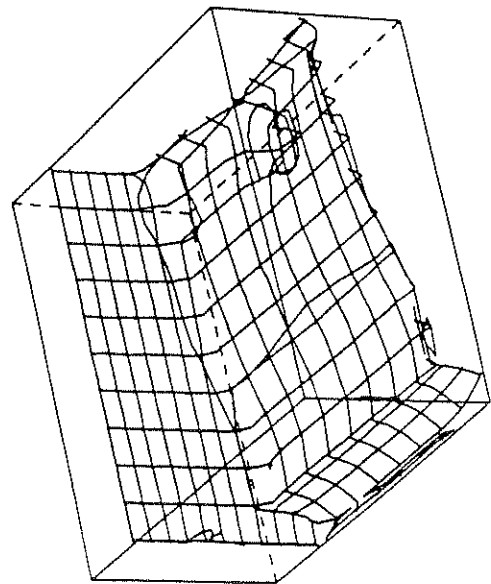
Tiden anges från brandens början.



(f) 2 1/2 minuter

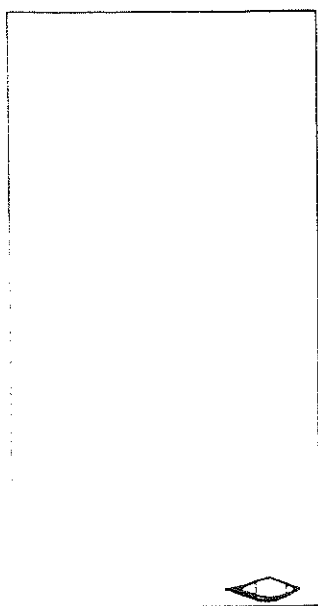


(e) 2 minuter

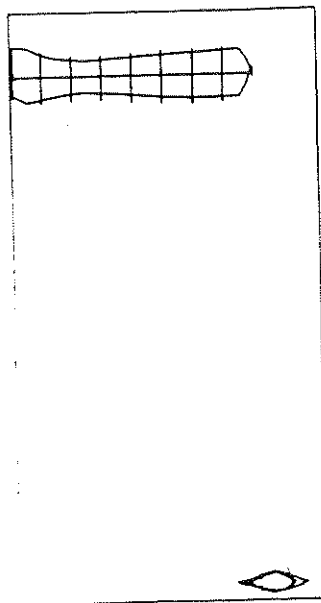


(g) 3 minuter

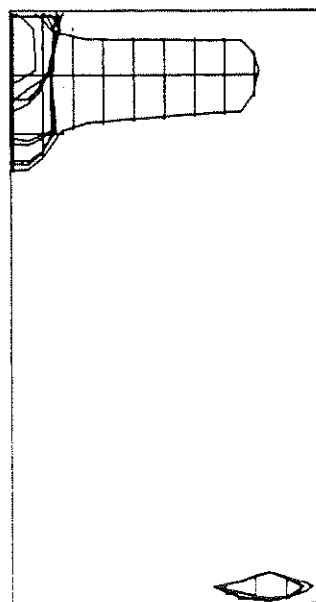
Figur 2.3.e-f. Forts.



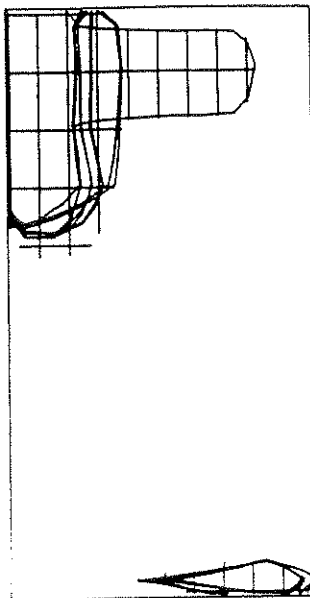
(a) Före brandens början.



(b) 1/2 minut

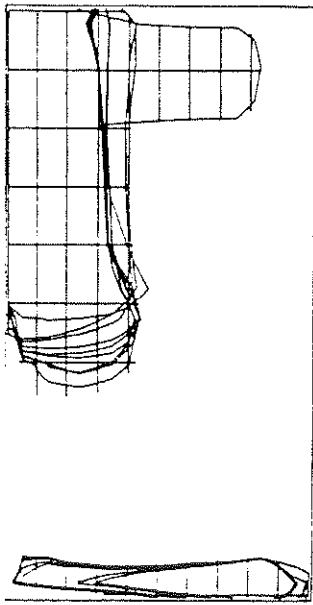


(c) 1 minut

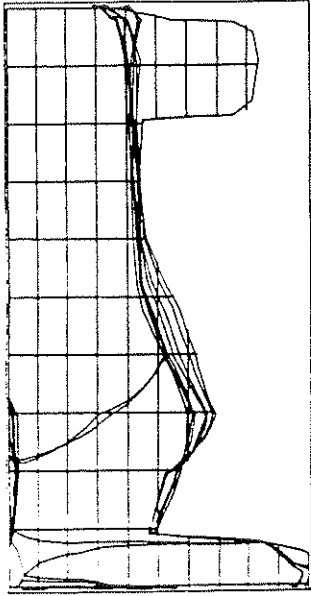


(d) 1 1/2 minut

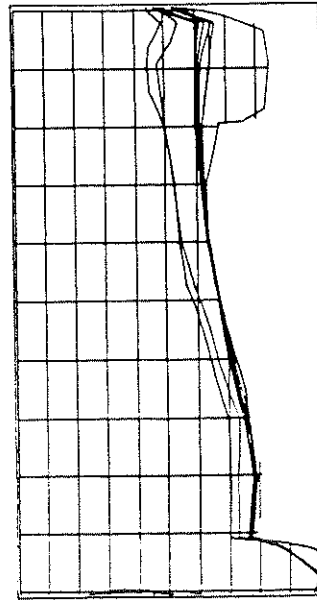
Figur 2.4.a-d. Utveckling av temperaturytan om 25°C. Vy från östra sidan. Tiderna anges från brandens början.



(e) 2 minuter

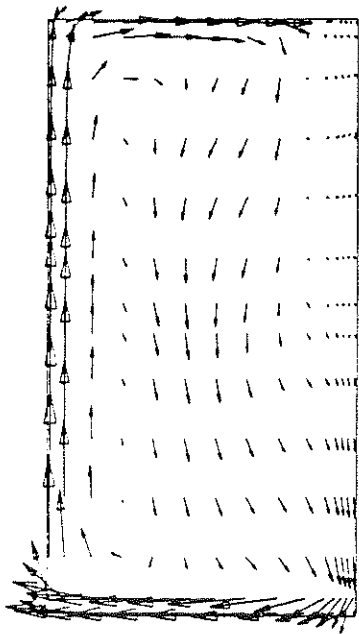


(f) 2 1/2 minuter

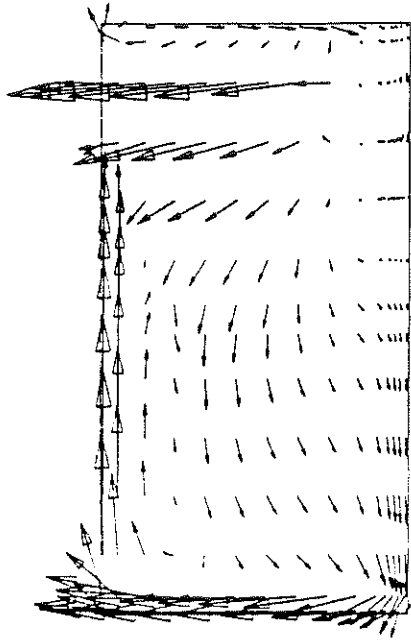


(g) 3 minuter

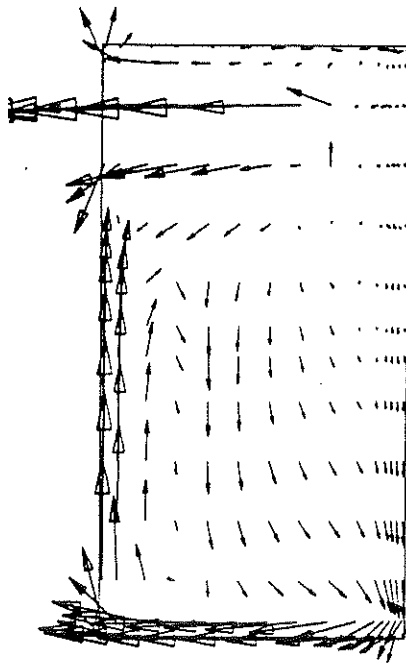
Figur 2.4.e-g. Forts.

S
→

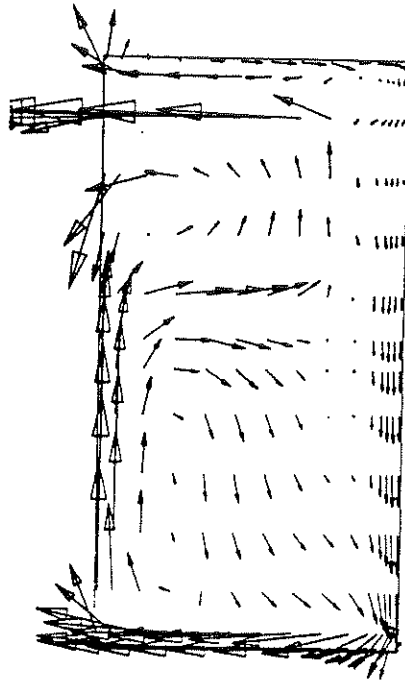
(a) Före brandens början. Stationärt hastighetsfält orsakat av värmeelementet.



(b) 1/2 minut

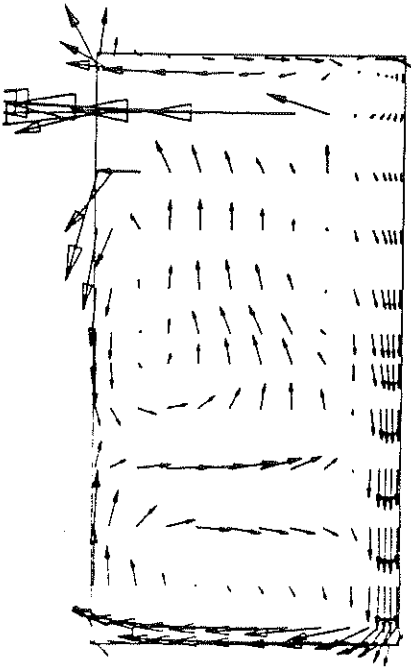


(c) 1 minut

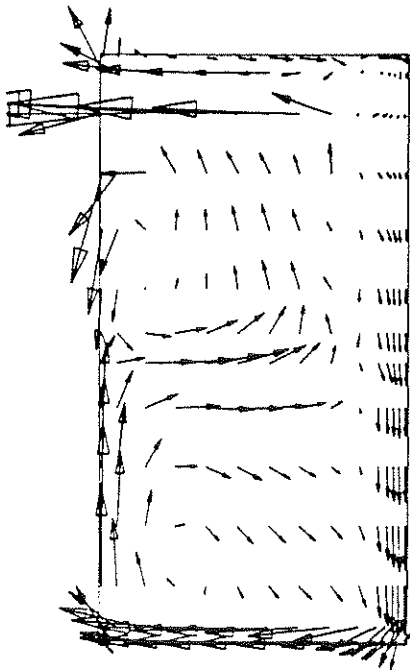


(d) 1 1/2 minut

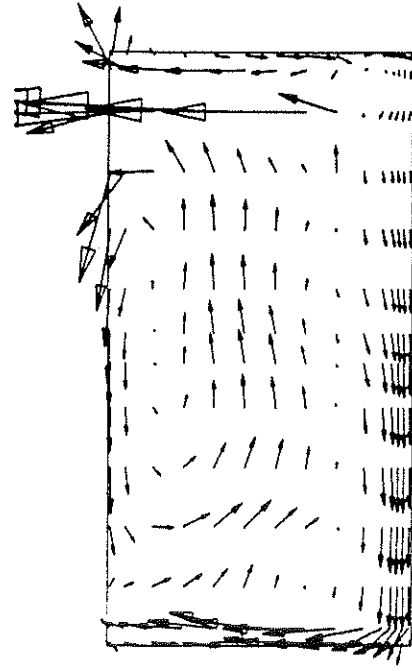
Figur 2.5.a-d. Utvecklingen av hastighetsfältet i det centrala vertikallplanet, (genom branden och elementet).



(f) 2 1/2 minuter

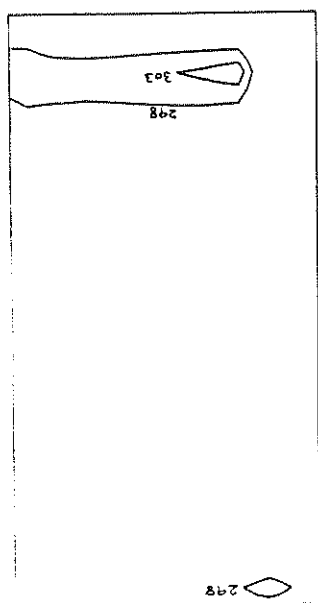


(e) 2 minuter

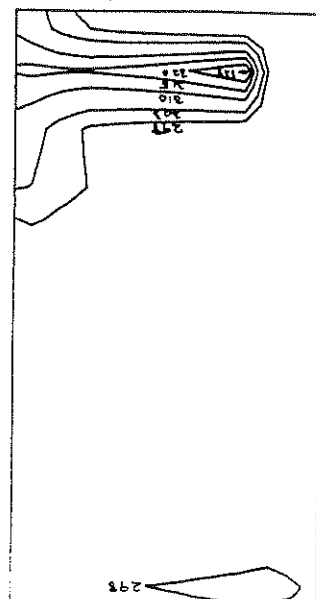


(g) 3 minuter

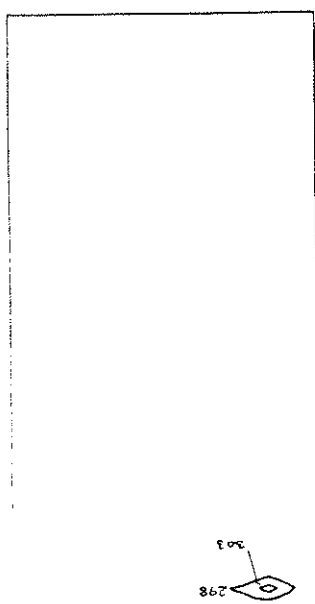
Figur 2.5.e-g. Forts.



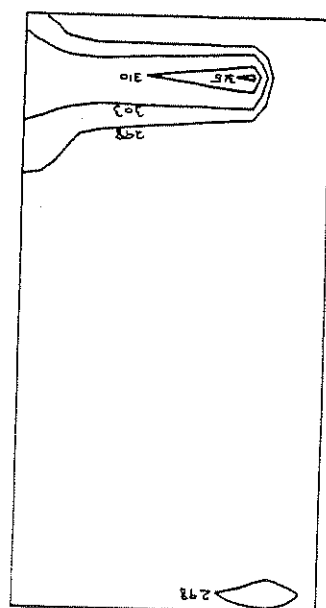
(b) 1/2 minut



(d) 1 1/2 minut

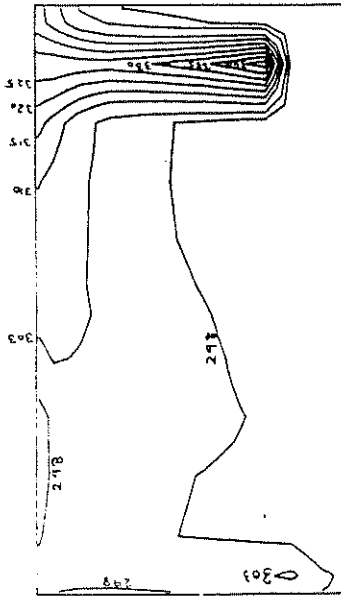


(a) Före brandens början.

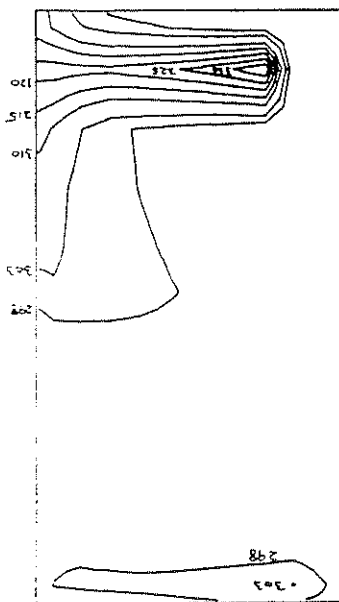


(c) 1 minut

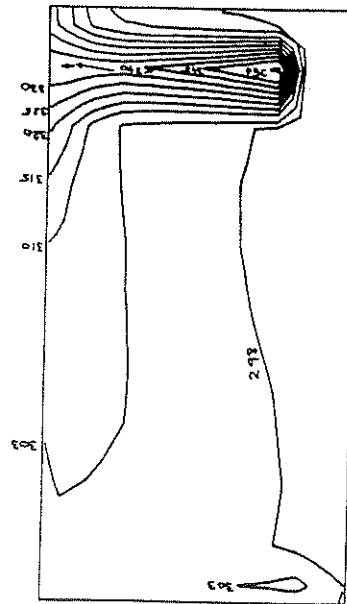
Figur 2.6.a-d. Utveckling av temperatur konturena i det centrala vertikala planet.



(f) 2 1/2 minuter

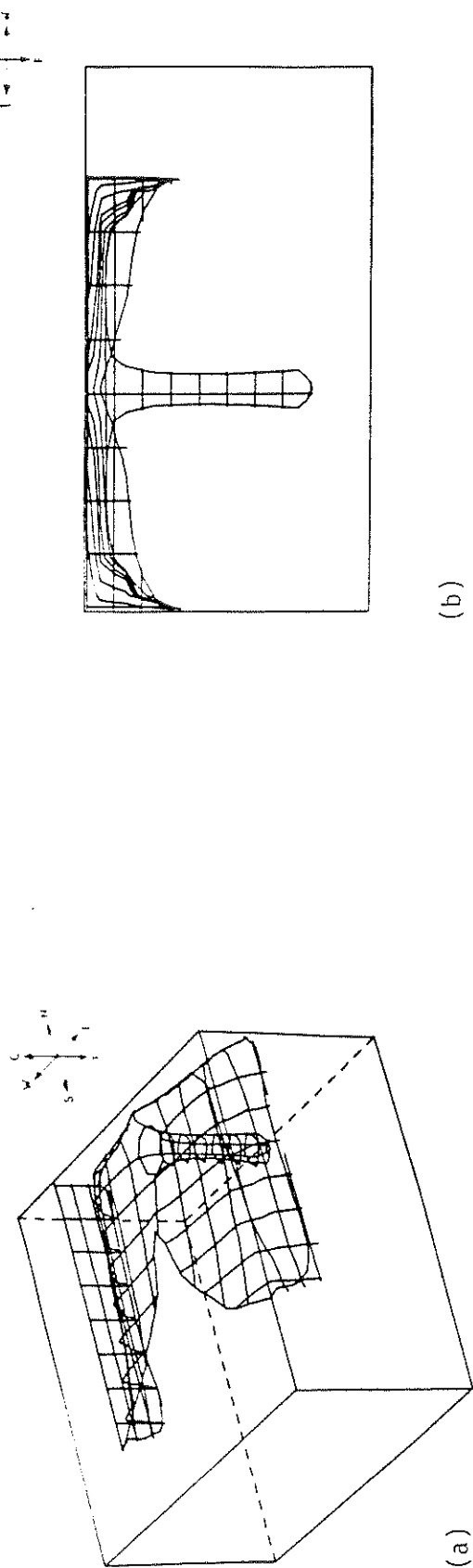


(e) 2 minuter



(g) 3 minuter

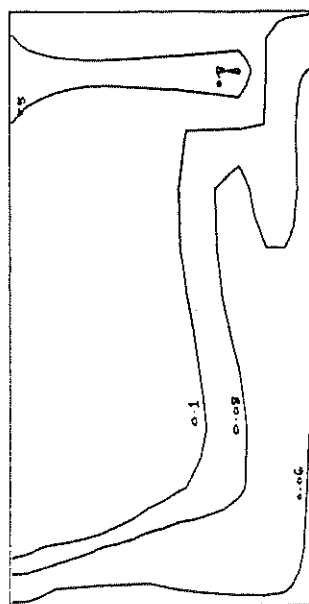
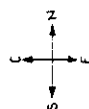
Figur 2.6.e-g. Forts.



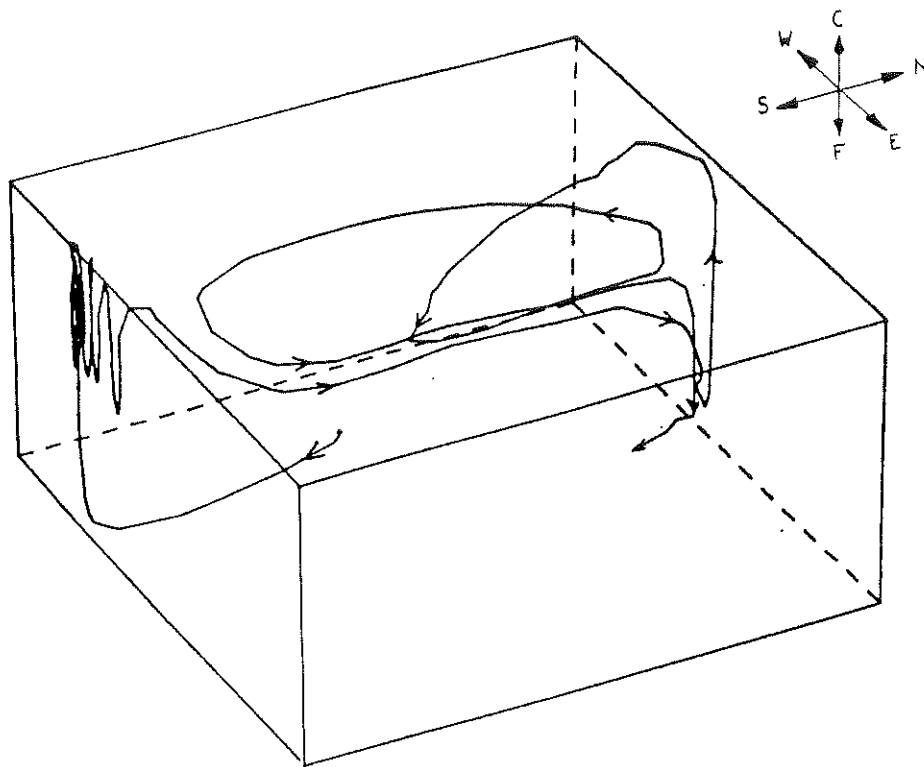
(a)

(b)

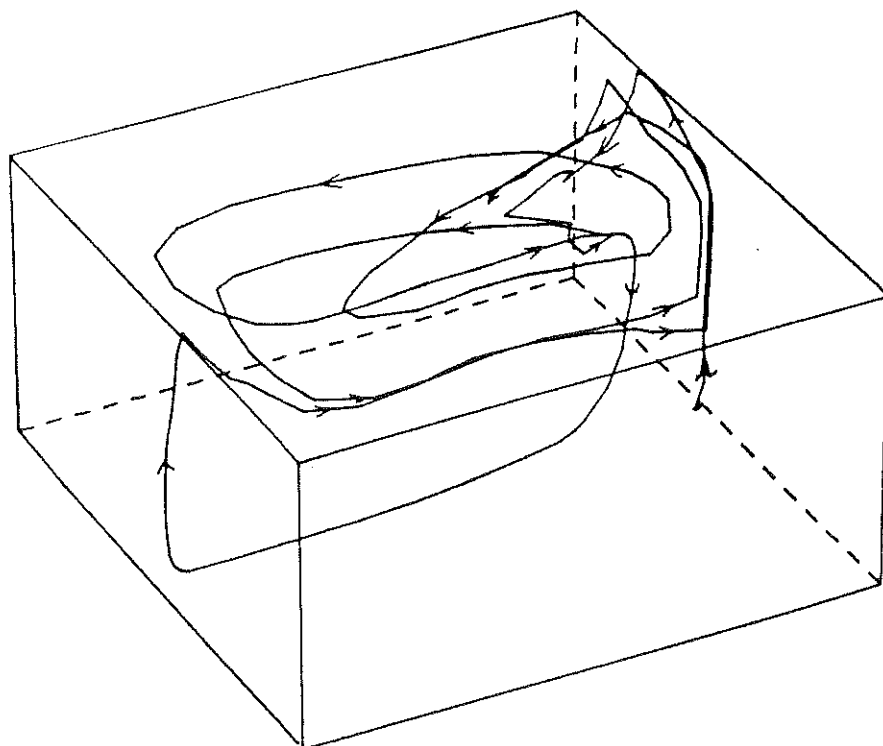
Figur 2.7.a-b. 0.4% massfraktion av förbränningsprodukter vid tiden 3 minuter efter brandens början.
(a) Vy från övre syd-östra hörnet. (b) Vy norr ifrån.



Figur 2.8. Konturer som visar massfraktionen av förbränningsprodukterna i det centrala vertikala planet vid tiden 3 minuter efter brandens början. (%)



Figur 2.9.a. En typisk strömlinje som för kall luft från öppningen in i rummet.



Figur 2.9.b. En strömlinje som för de heta förbränningsprodukterna från branden.

Den komplexa strömningen i rummet kan demonstreras genom att man följer några strömlinjer. Två typiska strömlinjer har valts i figurerna 2.9 a och b. I figur 2.9 a visas strömlinjen som för kall luft från öppningen in i rummet och i figur 2.9 b visas strömlinjen för de heta förbränningsprodukterna, som förs bort från elden. Dessa strömlinjer förser oss med upplysningar om hur luftinblandningen sker i rummet.

Det är här värt att betona att dessa resultat enbart kan anses representera en kvalitativ beskrivning av det detaljerade flödet och förbränningsprocesserna. För en noggrannare kvantitativ analys är en studie med ytterligare förfining av elementindelningen nödvändig.

2.4 Kommentarer

För att man skall erhålla relativt korrekta lösningar för en problemgeometri, ställs stora krav på valet av randvillkor och indelningen av geometrin i finitadifferensvolymer. Indelningen av problemets geometri i volymselement påverkar ofta lösningen på så sätt att en finare indelning ger en mer korrekt lösning. En finare elementindelning har dock den nackdelen att ekvationssystemet blir mycket stort, vilket medför att ett större minnesutrymme krävs, i datorn, och att exekveringstiden ökar kraftigt. Elementindelningen av geometrin måste således väljas optimalt med avseende på noggrannheten och exekveringstiden.

2.5 Slutsater

Simuleringen ger kvalitativt goda resultat för förbränningsförloppet, temperaturfördelningen och hastighetsfältet i geometrin. Kvantitativt noggranna lösningar är dock svårare att erhålla eftersom det fortfarande råder stora osäkerheter i de approximativa modeller som används för att beskriva tex turbulent förbränning och sotbildning.

Ett avgörande problem med metoden är att den kräver tillgång till datorer med mycket stor beräkningskapacitet.

3 TEORETISK BAKGRUND FÖR FÄLTMODELLER

Som visas i kapitel 2.2 kan man med hjälp av fältmodeller realistiskt beskriva den transienta utvecklingen av hastighetsfältet samt temperatur- och koncentrationsfördelningen i ett rum med en brandkälla och av godtycklig geometri.

Modellerna baseras på de sk konserveringsekvationerna för massa, rörelsemängd och energi. Därutöver behövs modeller för att beskriva turbulenta flöden, förbränning, strålning och sotbildning.

Konserveringen av massa, rörelsemängd och energi och de approximativa modellerna som beskriver turbulens, förbränning, strålning och sotbildning uttrycks som olinjära partiella differentialekvationer, vilka måste lösas numeriskt genom ett iterativt lösningsförfarande. Lösningsförfarandet innebär att det aktuella rummets geometri indelas i mindre volymselement, sk kontrollvolym, (se fig 2.2 a-d), inom vilka temperatur, koncentrationsförhållanden och andra parametrar antas konstanta. De olinjära differentialekvationerna integreras över kontrollvolymerna och approximeras till linjära ekvationer. Lösningen, som erhålls via dator, ger temperatur, koncentrationsförhållanden, strömningens hastighet och riktning, tryck, etc, i varje kontrollvolym i geometrin.

3.1 Grundläggande ekvationer

De grundläggande ekvationerna för den matematiska beskrivningen av transient, kompressibelt, visköst flöde där kemiska reaktioner pågår, är de sk konserveringsekvationerna för massa, rörelsemängd, energi och ämnen.

Konserverings_ekvationer

massa:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0$$

ρ - densitet

u_j - hastighets komponent i x_j riktningen

rörelsemängd:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} + \rho F_i$$

σ_{ij} - spännings tensorn

ρF_i -yttre krafter

För brandproblemet är gravitationen den enda yttre kraften som behöver beaktas, varför $F_2 = -g$ och $F_1 = F_3 = 0$.

Uttrycket för spänningstensorn, baseras på antagandet att flödet är Newtonskt, och skrivs

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right) + \mu_B\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$

p - tryck

μ - viskositet

μ_B - volym viskositet

Termen som innehåller μ_B försummas.

Rörelse mängds ekvationen och uttrycket för spännings tensorn ger tillsammans Navier-Stokes ekvationer

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-p\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right) \right] + \rho F_i$$

energi:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho h u_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j} q_j + \frac{Dp}{Dt} + \mu\Phi + \sum \rho_\alpha V_{\alpha i} F_{\alpha i} + Q_R$$

$$\frac{Dp}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial t}$$

$$\mu\Phi = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

$V_{\alpha i}$ - diffusionshastighet för ämne α

$F_{\alpha i}$ - yttre kraft per massenhet som verkar på ämne α

ρ_α - densitet för ämne α

h - entalpi. Entalpin definieras enligt

$$h = \sum Y_\alpha h_\alpha = \sum Y_\alpha h_\alpha^0 + \sum Y_\alpha \int_{T^0}^T c_{p\alpha} dT$$

Y_α - massfraktion av ämne α

h_α - entalpi per massenhet för ämne α

$c_{p\alpha}$ - specifik värmekapacitet vid konstant tryck för ämne α

q_j - värme flödesvektorn, som är sammansatt av tre bidrag från värmeledning, diffusion och Dufoureffekten. Värmeledningen beskrivs med Fouriers lag och bidraget från Dufoureffekten försummas.

$$q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} + \sum \rho_\alpha h_\alpha V_{\alpha i}$$

Q_R - strålningsterm

$\frac{Dp}{Dt}$ - beskriver kompressions/expansions arbete

$\mu\Phi$ - viskös dissipation

$\frac{Dp}{Dt}$ och $\mu\Phi$ försummas vid låga hastigheter och obetydliga tryckvariationer.

Ämnen:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j Y_\alpha) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_\alpha \frac{\partial Y_\alpha}{\partial x_j}) + R_\alpha$$

Y_α - massfraktion av ämne α

Γ_α - diffusivitet för ämne α . $\Gamma_\alpha = \frac{\mu}{Sc_\alpha}$

R_α - netto bildningshastighet per volymenhet genom reaktion av ämne α , 'kemisk källterm'

3.2 Turbulensmodell

Vid höga Reynolds tal övergår strömning från laminär till turbulent strömning, pga instabiliteter i det laminära flödet.

Turbulens kan beskrivas som en oregelbunden, eller slumpartad, virvlande, tre dimensionell fluid rörelse.

Den turbulenta strömningen innehåller virvlar med olika storlek och orientering. De största virvlarnas karaktär beror av flödets randvillkor och deras orientering är beroende av strömningens huvudsakliga riktningar. Vid övergång till mindre och mindre virvelstorlekar minskar riktnings beroendet. De minsta virvlarna bestäms av viskösa krafter och uppvisar inget riktningsberoende.

Kinetisk energi överförs från medelflödet till den storskaliga turbulensen och transporteras till allt mindre virvelstorlekar genom att skjuvspänningar i flödet deformerar, eller sträcker virvlarna, (på engelska sk 'vortex stretching'). Från de minsta virvlarna överförs den turbulenta kinetiska energin till termisk energi genom deformationsarbete pga viskösa skjuvspänningar. Om turbulensen inte kontinuerligt förses med energi kommer dessa viskösa förluster att medföra att turbulensen dör ut. ('Dissipation' av turbulens).

Turbulensen orsakar en snabb omblandning i fluiden, vilket ökar transporten av massa, rörelsemängd och energi. Dessa turbulenta transportprocesser kommer att dominera över transportprocesserna, som styrs av molekylär diffusion.

Navier-Stokes ekvationer är tillämpbara på både laminära och turbulenta flöden.

På grund av stora fluktuationer i det turbulenta flödet beaktas i praktiska turbulenta strömningsberäkningar enbart medelvärden av de olika fluidmekaniska storheterna.

För ingenjörsmässiga beräkningar är den sk k-ε modellen den mest använda turbulensmodellen.

k-ε modellen utvecklades av Jones och Launder 1972 och innebär att en konserverings-/transportekvation i likhet med differentialekvationerna för massa, impuls och energi, ställs upp för den turbulenta kinetiska energin, som kan betraktas som en konserverad storhet. Ytterligare en differentialekvation ställs upp för att ta hänsyn till omvandlingen av turbulent kinetisk energi till värme.

Vid praktiska turbulens beräkningar är man, som sagt, endast intresserad av medelvärden av olika storheter.

Ögonblicksvärden av densitet, hastighet och energi etc kan uttryckas som summan av medelvärdet av storheten och en fluktuerande komponent, som har medelvärdet noll.

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi'$$

Denna typ av uttryck ersätter ögonblicksvärdena i de grundläggande konserveringsekvationerna. Efter medelvärdesbildning av konserveringsekvationerna erhålls följande uttryck

massa:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} u_j) = 0$$

impuls:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} u_i' u_j') + \rho F_i$$

energi:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} h) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} h u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} h' u_j') + Q_R$$

$$h' = c_p T'$$

De termer, som är förknippade med molekyulär diffusionstransport, i den momentana energiekvationen, dvs $\sum \rho_\alpha h_\alpha V_{\alpha i}$ och $\sum \rho_\alpha V_{\alpha i} F_{\alpha i}$,

försummas i energiekvationen, som beskriver turbulenta förhållanden, eftersom transporten, som sker med diffusion, kan försummas i förhållande till den turbulenta transporten.

ämnen:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} Y_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} Y_\alpha u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\alpha \frac{\partial Y_\alpha}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} Y_\alpha' u_j') + R_\alpha$$

Densitetsfluktuationer har ej beaktats.

Tidsmedelvärdesbildning orsakar statistiska korrelationer mellan de fluktuerande komponenterna. Turbulensmodellering innebär att

dessa okända korrelationer modelleras med hjälp av bestämbara storheter.

Korrelationerna beskriver turbulent transport och de modelleras i analogi med molekyulär transport. /1, 2, 3/.

I k-ε modellen modelleras korrelationerna på följande sätt:

Hastigheten av turbulent impulstransport, eller Reynoldsspänning, modelleras i analogi med den laminära viskositetstermen

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k$$

k - turbulent kinetisk energi. k definieras enligt

$$k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$$

μ_t - turbulent virvelviskositet

Den turbulenta värmetransporten modelleras i analogi med Fouriers lag för värmeledning

$$\rho c_p \overline{T' u'_j} = - \frac{\mu_t}{Pr_t} c_p \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}$$

Den turbulenta transporten av ämnen beskrivs i analogi med Ficks lag

$$\rho \overline{Y'_\alpha u'_j} = - \frac{\mu_t}{Sc_{t\alpha}} \frac{\partial \bar{Y}_\alpha}{\partial x_j}$$

Pr_t - turbulenta Prandtl talet

$Sc_{t\alpha}$ - turbulenta Schmidt talet för ämne α

Med dessa modeller insatta i de medelvärdesbildade konserverings-ekvationerna, erhålls följande uttryck för rörelsemängds-ekvationen, energiekvationen och konserveringsekvationen för ämnen.

rörelsemängd:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij,eff} + \rho F_i$$

$$\sigma_{ij,eff} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k - \delta_{ij} p$$

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t$$

$$\mu_t \stackrel{\text{def}}{=} C_D \rho k^2 / \epsilon \quad (\text{virvelviskositet})$$

ϵ - 'dissipationshastighet' för turbulent kinetisk energi

energi:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{h}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{h u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\lambda_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial x_j}) + Q_R$$

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda + \lambda_t$$

$$\lambda_t = \frac{\mu_t}{Pr_t} c_p$$

ämnen:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{Y}_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{Y_\alpha u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_{\text{eff}_\alpha} \frac{\partial \bar{Y}_\alpha}{\partial x_j}) + R_\alpha$$

$$\Gamma_{\text{eff}_\alpha} = \Gamma_\alpha + \Gamma_{t\alpha}$$

$$\Gamma_\alpha = \frac{\mu}{Sc_\alpha} \quad (\text{diffusivitet})$$

$$\Gamma_{t\alpha} = \frac{\mu_t}{Sc_{t\alpha}} \quad (\text{virveldiffusivitet})$$

k-ε modellen

Som tidigare nämnts innebär k-ε modellen att transportekvationer för den turbulenta kinetiska energin, k, och 'dissipationen' av den turbulenta energin, ε, ställs upp och löses.

Transportekvationerna för k och ε modelleras enligt följande:

Transportekvationen för den turbulenta kinetiska energin, k, erhålls genom att rörelsemängdsekvationen, där den momentana hastigheten, u_i , har ersatts med medelvärdet och en fluktuerande

hastighet, $\bar{u}_i + u'_i$, multipliceras med den fluktuerande hastighetskomponenten, u'_i , i samma riktning i, varefter den resulterande ekvationen medelvärdesbildas.

Den exakta ekvationen för turbulent kinetisk energi kommer att innehålla nya okända korrelationstermer. Nya modellantaganden måste därför göras. Resultatet blir den modellerade konserveringsekvationen för turbulent kinetisk energi, som för isotrop, eller riktnings oberoende, turbulens uttrycks, /2/.

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k \bar{u}_j)}_I = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}((\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu) \frac{\partial k}{\partial x_j})}_{II} + \underbrace{\mu_t (\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}) (\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j})}_{III} - \underbrace{\rho \epsilon}_{IV}$$

- I) Förändring av turbulent kinetisk energi per volymenhet och tidsenhet, inklusive konvektiv transport via medelflödet.
- II) Diffusion via turbulent konvektion samt viskös diffusion av den turbulenta kinetiska energin per volymenhet och tidsenhet.
- III) Produktion av turbulent kinetisk energi.
- IV) 'Dissipation' av turbulent kinetisk energi per volymenhet och tidsenhet.

σ_k - modell koefficient

'Dissipationen' av den turbulenta kinetiska energin beskrivs med en separat differentialekvation för ϵ . Även denna ekvation innehåller komplexa korrelations termer som måste modelleras. Den modellerade ekvationen får följande utseende

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\epsilon \bar{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} + \mu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_1 \frac{\epsilon}{k} \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k}$$

C_1 , C_2 , och σ_ϵ är modell koefficienter.

I ekvationerna för k och ϵ har effekter pga naturlig konvektion, 'bouyancy' effekter, försummats.

Följande konstanter rekommenderas för turbulens beräkningar med k - ϵ metoden

$C_D = 0.09, \quad C_1 = 1.44, \quad C_2 = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.3$

3.3 Förbränningsmodell

Vid förbränningsmodellering utgår man från konserverings-ekvationen för ämnen:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{Y}_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{Y}_\alpha \bar{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_{\text{eff},\alpha} \frac{\partial \bar{Y}_\alpha}{\partial x_j}) + R_\alpha$$

$$\Gamma_{\text{eff},\alpha} = \Gamma_\alpha + \Gamma_{t,\alpha}$$

$$\Gamma_\alpha = \frac{\mu}{Sc_\alpha}$$

$$\Gamma_{t,\alpha} = \frac{\mu_t}{Sc_{t,\alpha}} \quad (\text{virvel diffusivitet})$$

Ett förbränningssystem innehåller ett stort antal ämnen som deltar i ett ännu större antal olika reaktionssteg. Dessutom är uttrycken för reaktions hastigheterna icke linjära, vilket medför att komplicerade ekvationssystem, med mycket tidskrävande lösningar, behöver ställas upp om förbrännings-systemet är sådant att den kemiska reaktionshastigheten är bestämmande för förbrännings hastigheten.

En approximation som tillämpas i de förbränningsmodeller som kommer att tas upp är att den kemiska reaktionshastigheten antas vara så snabb att förbrännings hastigheten enbart begränsas av den turbulenta omblandningen i gaserna. Detta är en radikal förenkling, som medför att endast två ämnes-ekvationer behöver lösas, nämligen en för bränsle och en för syre.

I programpaketet JASMINE finns två förbränningsmodeller inkluderade, varav den ena är Magnussens sk 'Eddy Dissipation Concept'.

Magnussens modell

/2/. Modellen utgår från en enstegs, irreversibel reaktion mellan bränsle och syre, som sker med oändlig hastighet. Kemiska reaktioner inträffar om bränsle och oxidant är blandade i molekyllär skala, (med rätt koncentrations förhållande), och om temperaturen är tillräckligt hög. Vid turbulent flöde sker omblandningen, mellan bränsle och syremolekyler, (i den molekyllära skalan), och därmed också förbränningen, inom isolerade regioner, vilkas totala volym representerar en liten andel av den totala volymen av flödet. Dessa regioner är lokaliserade mellan större virvlar i flödet och regionerna innehåller mindre flödes strukturer, (sk 'fine structures'), vilkas dimensioner är av samma storleksordning som Kolmogorovs mikroskala. I modellen antas att bränsle- och syremolekyler är homogent omblandade inom dessa strukturer.

Strukturerna har karakteristiska längd och hastighets skalor, som är möjliga att härleda genom att betrakta energitransporten från större till mindre turbulens strukturer och övergången av turbulent kinetisk energi från de minsta virvlarna till värme.

Uttrycken för längdskalan, L^* , och hastighetsskalan, u^* , beror av omvandlingen av turbulent energi till värme, ('turbulent dissipation'), och den kinematiska viskositeten.

$$L^* = 1.43 \cdot \nu^{3/4} / \epsilon^{1/4}$$

$$u^* = 1.74 \cdot (\epsilon \nu)^{1/4}$$

Uttrycken är härledda utifrån antagandet om nästan isotropisk turbulens. Detta antagande gäller för de minsta virvlarna medan de stora virvlarna i flödet är riktnings beroende.

Massfraktionen för de minsta turbulensstrukturerna, de sk 'fine structures', uttrycks

$$\gamma^* = \left(\frac{u^*}{u}\right)^3$$

och massfraktionen för de regioner som innehåller dessa strukturer ges av uttrycket

$$\gamma_\lambda = (\gamma^*)^{1/3}$$

Transporten av massa mellan de minsta turbulensstrukturerna och omgivningen uttrycks

$$\dot{m} = 2 \frac{u^*}{L} \gamma^*$$

och transporthastigheten av massa mellan regionerna, som innehåller dessa strukturer, och det omgivande flödet, ges av

$$\dot{m}_\lambda = \dot{m} / \gamma_\lambda$$

Eftersom förbränningshastigheten, R_{fu} , begränsas av omblandningen mellan bränslet och oxidanten, modelleras den med hjälp av masstransporten mellan regionerna där förbränning sker och omgivningen, dvs $\dot{m}$.

Förbrännings beroende av temperaturen avspeglas också i modellen av förbränningshastigheten, R_{fu} . Temperaturberoendet beskrivs av χ , som definieras nedan.

$$R_{fu} = \dot{m} \chi \frac{1}{1 - \gamma^* \chi} \frac{\bar{C}_{\min}}{\gamma_\lambda}$$

$$\bar{C}_{\min} = \min(\bar{C}_{fu}, \bar{C}_{ox}/r)$$

$\bar{C}_{fu}$ - medelkoncentration av bränsle

$\bar{C}_{ox}$ - medelkoncentration av syre

$\bar{C}_{pr}$ - medelkoncentration av produkter

r - stökiometrisk koefficient

$$\chi = \frac{\bar{C}_{pr}/(1+r)}{\gamma_\lambda [\bar{C}_{\min} + \bar{C}_{pr}/(1+r)]}, \quad \chi \leq 1$$

χ - andelen av de minsta turbulens strukturerna som är tillräckligt upphettade för att reaktioner skall kunna ske.

Om diffusionskoefficienten antas lika för alla ämnen, vilket är ett rimligt antagande för turbulent flöde, och eftersom

$$\bar{Y}_{fu} + \bar{Y}_{ox} + \bar{Y}_{pr} = 1$$

gäller, så räcker det att man löser transportekvationerna för syre och bränsle. Massfraktionerna för förbränningsprodukterna kan sedan erhållas med algebraiska ekvationer.

Om stökiometri antas kan 'förbrukningstermen' för syre erhållas från R_{fu} enligt

$$R_{ox} = r \cdot R_{fu}$$

Transportekvationerna för bränsle och syre får följande utseende.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{Y}_{fu}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{Y}_{fu} u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_{eff} \frac{\partial \bar{Y}_{fu}}{\partial x_j}) - R_{fu}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{Y}_{ox}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{Y}_{ox} u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_{eff} \frac{\partial \bar{Y}_{ox}}{\partial x_j}) - R_{ox}$$

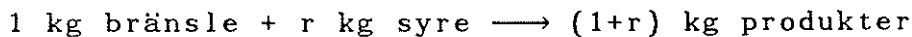
$\bar{Y}_{ox}$ - massfraktion för syre

$\bar{Y}_{fu}$ - massfraktion för bränsle

Förbränningsmodellering med sannolikhetsfördelningsfunktioner

/1/. Denna förbränningsmodell utgår också från att den kemiska reaktionshastigheten är mycket snabbare än transportprocesserna.

Man antar att när bränsle och syre samtidigt är närvarande i en punkt så sker det en ögonblicklig, irreversibel, enstegsreaktion, som resulterar i förbrännings produkter.



r - stökiometriskt förhållande.

Bildnings termerna i konserverings ekvationerna för bränsle ,syre och produkter kan uttryckas enligt följande

$$R_{fu} = R_{ox}/r = - R_{pr}/(1+r)$$

Man definierar blandningsförhållandet, dvs ett mått på bränslets och syrets omblandning, som

$$\xi = \frac{1}{1 + \frac{r}{\beta}}, \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

där $\beta = Y_{fu} - Y_{ox}/r$

Y_{fu} och Y_{ox} är de momentana värdena av massfraktionerna för bränsle och syre.

Vid stökiometriska förhållanden, dvs $\beta = 0$, fås blandningsförhållandet

$$\xi_s = \frac{1}{1 + r}$$

Man antar, som tidigare nämnts, att reaktionen mellan bränsle och syre sker i samma ögonblick som de blandas med varandra. Denna modell kallas 'blandat är bränt', och innebär att bränsle och oxidant ej kan existera samtidigt.

Om blandningsförhållandet är större än det stökiometriska blandningsförhållandet, dvs $\xi > \xi_s$, består därför blandningen bara av bränsle och produkter, och eftersom konservering av massa kräver att $Y_{fu} + Y_{ox} + Y_{pr} = 1$, erhålls massfraktionerna för bränsle, syre och produkter som

$$Y_{fu} = \frac{\xi - \xi_s}{1 - \xi_s}, \quad Y_{ox} = 0, \quad Y_{pr} = 1 - Y_{fu}$$

Då $\xi < \xi_s$ består blandningen istället av syre och produkter.

Massfraktionerna blir då

$$Y_{fu} = 0, \quad Y_{ox} = 1 - \frac{\xi}{\xi_s}, \quad Y_{pr} = 1 - Y_{ox}$$

Massfraktionerna för syre och bränsle kan således uttryckas, som funktioner av blandningsförhållandet, ξ .

$$Y_{fu}(\xi) = \frac{\xi - \xi_s}{1 - \xi_s} I(\xi - \xi_s), \quad Y_{ox}(\xi) = \left(1 - \frac{\xi}{\xi_s}\right) I(\xi_s - \xi)$$

där

$$I(x) = \begin{cases} 0 & \text{då } x < 0 \\ 1 & \text{då } x > 0 \end{cases}$$

Av denna anledning behöver endast konserveringsekvationen för blandningsförhållandet, som är en konserverad skalär, lösas, varefter massfraktionerna kan beräknas med hjälp av ovanstående uttryck.

En sannolikhetsfördelningsfunktion, $p(\xi)$, införs för att ta hänsyn till det statistiska uppträdandet av massfraktionernas fluktuationer på grund av turbulensen.

Sannolikhetsfördelningsfunktionen skall uppfylla följande villkor

$$p(\xi) \geq 0 \quad \text{då} \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

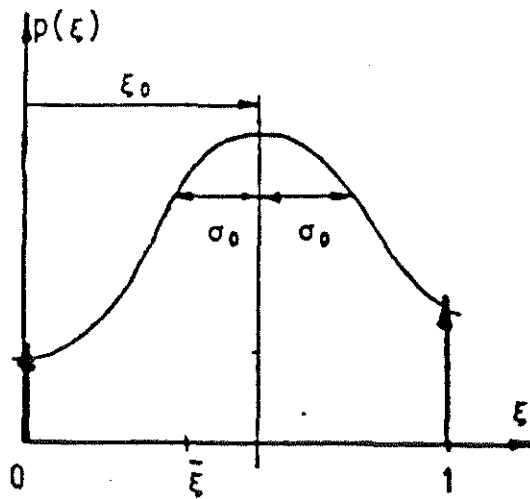
$$p(\xi) = 0 \quad \text{då} \quad \xi \geq 1 \quad \text{och} \quad \xi \leq 0$$

$$\int p(\xi) d\xi = 1$$

$P(\xi)$ uttrycks i termer av tidsmedelvärdet av blandningsförhållandet, $\bar{\xi}$, och variansen $\overline{\xi'^2}$.

Medelvärdet och variansen av blandningsförhållandet bestäms genom lösning av deras respektive konserveringsekvationer. Det finns olika möjligheter att välja sannolikhetsfördelningsfunktioner. I figur 3.1 visas ett exempel, den avklippta gaussfunktionen. Formen på funktionen beskrivs med parametrarna

ξ_0 och σ_0 , vilka kan beräknas från $\bar{\xi}$ och $\overline{\xi'^2}$.



avklippt Gaussisk

Figur 3.1. Exempel på sannolikhetsfördelningsfunktion.

Vid praktiska beräkningar av turbulenta reagerande flöden är man endast intresserad av medelvärden av de olika storheterna. Tidsmedelvärdet för en godtycklig storhet som är en funktion av blandnings förhållandet, ξ , tex massfraktionen av bränsle, beräknas enligt följande

$$\bar{\varphi} = \int \varphi(\xi) p(\xi) d\xi$$

Genom detta integrationsförfarande erhålls storhetens medelvärde som funktion av $\bar{\xi}$ och $\overline{\xi'^2}$.

Konserveringsekvationen för blandningsförhållandet erhålls från konserveringsekvationerna för bränsle och syre.

Konserveringsekvationen för blandningsförhållandets medelvärde $\bar{\xi}$ får följande uttryck

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{\xi}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{\xi} u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_{eff} \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial x_j})$$

Diffusions termerna antas vara lika för bränsle och syre. Detta antagande är rimligt vid turbulent strömning då den molekylära diffusions termen kan försummas i förhållande till den turbulenta diffusions termen, vilken är densamma för alla ämnen.

Eftersom sannolikhetsfördelningsfunktionen bestäms av både

medelvärdet, $\bar{\xi}$, och variansen $\overline{\xi'^2}$, måste även en differential-ekvation för variansen av blandningsförhållandet formuleras och lösas.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{g}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{g} u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_g \frac{\partial \bar{g}}{\partial x_j}) + 2 \frac{\mu_t}{Sc_t} \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{g}}{\partial x_j} - C_g \bar{\rho} \frac{\epsilon}{k} \bar{g}$$

$$\bar{g} = \overline{\xi'^2}$$

$$\Gamma_g = \frac{\mu}{Sc} + \frac{\mu_t}{\sigma_{tg}}$$

$$C_g = 2.8$$

σ_{tg} och C_g är modell koefficienter.

3.4 Sotbildning

Sotbildningen från förbränningen är en viktig parameter som måste modelleras och inkluderas i beräknings schemat.

Att kunna förutsäga sotbildningen har stor betydelse eftersom heta sotpartiklar i gaserna ansvarar för en stor del av strålningen.

Modelleringen resulterar i en transportekvation som bestämmer massfraktionen av sot

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{Y}_{so}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{Y}_{so} u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_{eff} \frac{\partial \bar{Y}_{so}}{\partial x_j}) + R_{so,f} - R_{so,c}$$

$\bar{Y}_{so}$ - massfraktion av sot

$R_{so,f}$ - bildningshastighet för sotpartiklar

$R_{so,c}$ - förbränningshastighet för sotpartiklar

Bildningshastigheterna fås vanligen från empiriska uttryck som anpassats till något enstaka experiment.

3.5 Strålningsmodell

Strålningen är en viktig faktor för värmetransporten vid ett brandförlopp och det är därför nödvändigt att ta med en strålningsmodell när man simulerar en dynamisk brandutveckling.

I energiekvationen ingår ett bidrag från strålningen, Q_R . Denna term uttrycks som gradienten av strålningsflödet $\vec{q}^r$

$$Q_R \equiv \nabla \cdot \vec{q}^r$$

$\vec{q}^r$ fås genom integration av den våglängdsberoende strålningsintensiteten över alla våglängder, $\lambda = 0 - \infty$, och riktningar, $\Omega = 0 - 4\pi$. /8/.

$$\vec{q}^r = \int_0^\infty \int_{4\pi} I_\lambda \underline{\Omega} d\Omega d\lambda$$

I_λ - våglängdsberoende strålningsintensitet $I_\lambda(\underline{x}, \underline{\Omega}, t)$

Ω - rymdvinkel

$\underline{\Omega}$ - riktningsvektor

Grundekvationen för strålningen, den sk utbytsekvationen, beskriver strålningsintensitetens förändring, på grund av absorption, emission och spridning, längs en sträcka ds i riktningen $\underline{\Omega}$.

Ekvationen är en konserveringslag för monokromatisk strålning, (en våglängd), i rymdvinkeln $d\Omega$ kring riktningen $\underline{\Omega}$ och skrivs på följande sätt.

$$\underline{\Omega} \cdot \nabla I_\lambda = \underbrace{\frac{dI_\lambda}{ds}}_I = - \underbrace{(k_{a,\lambda} + k_{s,\lambda}) I_\lambda}_{II + III} + \underbrace{k_{a,\lambda} \frac{E_{g,\lambda}}{\pi}}_{IV} + \underbrace{\frac{k_{s,\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} \phi I'_\lambda d\Omega'}_V$$

- I_λ - våglängdsberoende strålningsintensitet i riktningen $\underline{\Omega}$,
 $I_\lambda(\underline{x}, \underline{\Omega}, t)$
 $E_{g,\lambda}$ - våglängdsberoende strålningsintensitet för svart kropp
 $k_{a,\lambda}$ - våglängdsberoende absorptionskoefficient
 $k_{s,\lambda}$ - våglängdsberoende spridningskoefficient
 ϕ - sannolikhetsfunktion för spridning från olika riktningar, $\underline{\Omega}'$, till riktningar inom rymdvinkeln $d\Omega$ kring riktningen $\underline{\Omega}$, $\phi(\lambda, \underline{\Omega}, \underline{\Omega}')$
 I'_λ - strålnings intensitet i andra riktningar $\underline{\Omega}'$,
 $I'_\lambda \equiv I_\lambda(\underline{x}, \underline{\Omega}', t)$

- I) Förändring av strålningsintensiteten i rymdvinkeln $d\Omega$ kring riktningen $\underline{\Omega}$.
 II) Förlust genom absorption.
 III) Förlust genom spridning.
 IV) Tillskott genom emission.
 V) Tillskott av strålningsintensiteten, genom spridning från andra riktningar, som definieras med riktningsvektorerna $\underline{\Omega}'$, till riktningen $\underline{\Omega}$.

Genom integration av ovanstående ekvation över hela rymdvinkeln $\Omega = 0 - 4\pi$, och det totala våglängds området, $\lambda = 0 - \infty$, erhålls $\nabla \cdot \vec{q}^r$, eller Q_R .

För att lösa utbytes ekvationen behövs randvillkor, tex omgivande ytors temperatur och strålningsegenskaper. Ofta antas grå, eller våglängdsberoende ytor, med diffus, eller riktningsberoende, emission och reflektion.

Om absorptionskoefficienten k_a och spridningskoefficienten k_s antas konstanta med avseende på våglängden, dvs gasen antas vara grå, kan en ekvation som beskriver förändringen av den totala strålningsintensiteten erhållas genom att den våglängdsberoende utbytesekvationen integreras över det totala våglängdsområdet, $\lambda = 0 - \infty$.

$$\frac{dI}{ds} = - (k_a + k_s)I + k_a \frac{E}{\pi} + \frac{k_s}{4\pi} \int_{4\pi} P(\underline{\Omega}, \underline{\Omega}') I(\underline{x}, \underline{\Omega}', t) d\Omega'$$

I - total strålningsintensitet i riktningen $\underline{\Omega}$.

E_g - svart kropp strålning för gastemperatur T_g . $E_g = \sigma T_g^4$

P - sannolikheten att strålning i riktningen $\underline{\Omega}'$ sprids till riktningar inom rymdvinkeln $d\Omega$ kring riktningen $\underline{\Omega}$.

Ekvationen för den totala strålningsintensiteten, I , kan skrivas mer kortfattat som

$$\frac{dI}{ds}^* = -I + \frac{E^*}{\pi}$$

där

$$ds^* = k_e ds \quad (\text{optiskt djup})$$

och

$$k_e = k_a + k_s$$

E^* är ett modifierat uttryck av emissionen och skrivs

$$E^* = 1/k_e (k_a E_g + (k_s/4) \int_{4\pi} P(\underline{\Omega}, \underline{\Omega}') I(\underline{\Omega}') d\Omega)$$

En strålningsmodell, som är lämplig att använda vid fältberäkningar är den av Lockwood och Shah föreslagna 'Discrete transfer' metoden, /6/.

Denna metod innebär att begränsningsytan för den aktuella problemgeometrin delas in i ett antal areaelement. Från varje areaelements mittpunkt, P_i , sänds ett föreskrivet antal strålar

ut i representativa riktningar, $\underline{\Omega}_{P_i Q_m}$. (Index i representerar

areaelement nummer i och index m anger vilken stråle från P_i som

avses). I figur 3.2 a visas ett tvärsnitt av en problemgeometri och hur punkterna, P_i , är placerade på randen av geometrin. För

en punkt, P_i , har två strålar ritats ut. Strålarna delar in

'halvsfären' över punkten i lika andelar av rymdvinkeln, $\delta\Omega_{P_i Q_m}$.

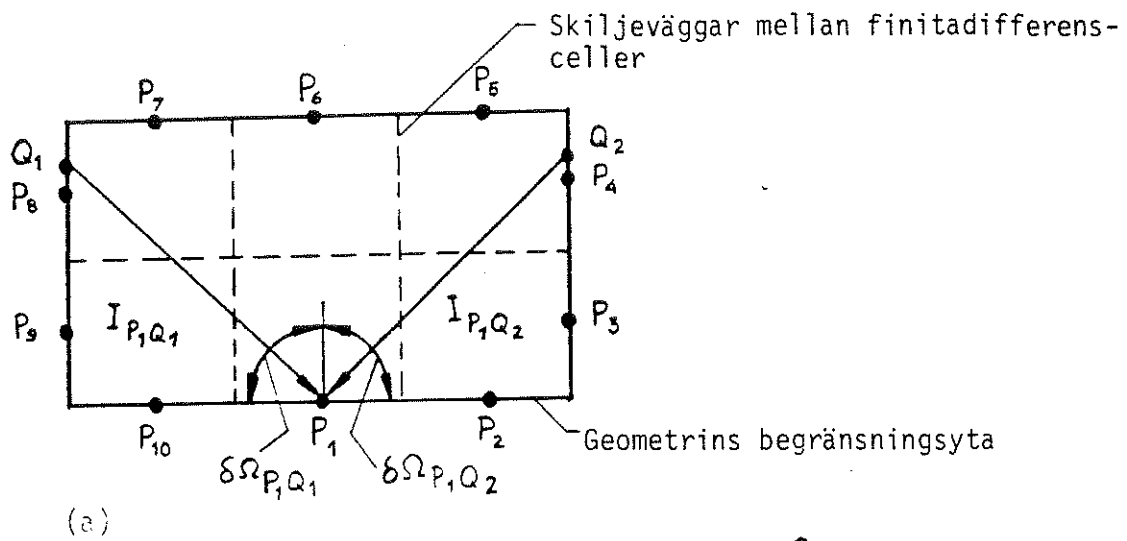
och inom dessa andelar antas strålningsintensiteten vara konstant och lika med intensiteten för resp stråle.

Utbytesekvationen löses genom iteration för var och en av strålarna mellan utgångs punkten på randen P_i och resp stråles

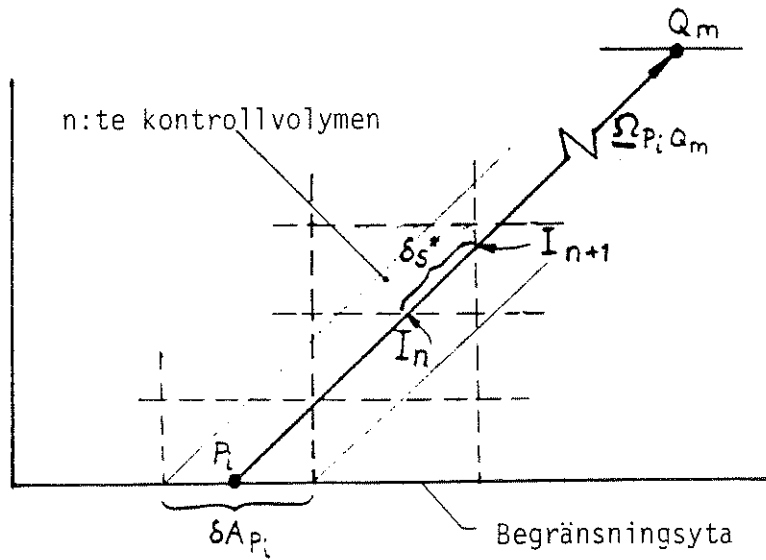
ändpunkt Q_m på motstående begränsningsyta.

Vid fältberäkningar indelas den aktuella geometrin i sk finita differensvolym, eller -celler. Inom dessa volymer betraktas densitet och temperatur etc som konstanta värden.

I figur 3.2 a visas också geometritvärsnittets indelning i volymselement.



(a)



(b)

Figur 3.2. a) Tvärsnitt av en problemgeometri, som är indelad i finitadifferensceller. Två typiska strålar visas. b) Stråle som korsar ett volymselement.

När en stråle, $\Omega_{P_i Q_m}$, transporteras genom mediet förändras

intensiteten pga absorption, emission och spridning. Förändringen av intensiteten när en stråle korsar volymselementet, n , (se figur 3.2 b), ger ett bidrag till strålningstermen i energiekvationen för det aktuella elementet, $Q_{R,n}$. Den totala

strålningstermen för varje volymselement fås genom summering av bidragen från alla korsande strålar.

Förändringen av intensiteten i ett volymselement fås genom att utbytesekvationen integreras över elementet, vilket ger

$$I e^{s^*} = \frac{E^*}{\pi} e^{s^*} + \text{konstant}$$

Om E^* kan anses konstant inom en cell, erhålls intensiteten, för en stråle som passerat ett element, enligt

$$I_{n+1} = I_n e^{-\delta s^*} + \frac{E^*}{\pi} (1 - e^{-\delta s^*})$$

I_n - strålens intensitet innan den passerat volymselementet

δs^* - optisk längd genom elementet

(Se figur 3.2 b).

Strålningstermen i energiekvationen relateras till skillnaden ($I_{n+1} - I_n$). Bidraget till strålningstermen från en stråle med riktningen $\Omega_{P_i Q_m}$, som korsar ett volymselement, n , ges av

$$Q_{R,n,j} = \left[(I_{n+1} - I_n) \Omega_{P_i Q_m} \cdot n \delta A_{P_i} \delta \Omega_{P_i Q_m} \right]_j$$

n - normalen till ytan

Den totala strålningstermen för elementet erhålls genom summering av bidragen från alla strålar som korsar volymselementet.

$$Q_{R,n} = \sum_{j=1}^k Q_{R,n,j}$$

k - totala antalet strålar som korsar volymselementet n .

Intensiteterna längs var och en av strålarna bestäms genom lösning av utbytesekvationen.

För att kunna lösa utbytesekvationen för varje stråle behövs

randvillkor, dvs utstrålad intensitet från resp ändpunkt I_{w,P_i}

och I_{w,Q_m} . Den utstrålade intensiteten från punkten P_i , dvs I_{w,P_i}

beror av den infallande strålningsintensiteten, $I_{P_i Q_m}$, från alla

utvalda riktningar $\Omega_{P_i Q_m}$, som i sin tur påverkas av den

utstrålade intensiteten från strålarnas ändpunkter, Q_m , dvs I_{w,Q_m} . På samma sätt beror de utstrålade intensiteterna I_{w,Q_m} från punkterna Q_m av den utstrålade intensiteten från varje punkt P_i på randen, dvs I_{w,P_i} . Detta medför att utbytesekvationen måste lösas iterativt.

Metoden ovan har beskrivits för gråa gaser, dvs våglängds-oberoende gaser, men eftersom CO_2 och H_2O , som inte kan betraktas som gråa gaser, ansvarar för en ganska stor del av det totala strålningsflödet från en brand, måste modellen även kunna beskriva våglängdsberoende gaser.

Detta modelleras i 'Discrete transfer' metoden på så sätt att utbytesekvationen diskretiseras med avseende på våglängden, dvs våglängdsområdet delas upp i ett antal band inom vilka absorptionskoefficienten antas vara konstant. För de olika våglängdsbanden utförs beräkningarna på samma sätt som för gråa gaser. Enligt författarna till /6/ är en uppdelning inom fyra våglängdsband tillräcklig. Beräkningstiden påverkas obetydligt av uppdelningen i fyra våglängdsband.

3.6 Randvillkor

För att kunna lösa systemet av ekvationer för en speciell geometri, måste villkor för geometriens begränsningsytor ställas upp. Dessa sk randvillkor ställer krav på de olika fluidmekaniska storheterna i närheten av begränsningsytorna.

Stela begränsningsytor

(Väggar, golv och tak)

- Hastighetskomponenterna normalt mot och parallellt med väggar blir noll.

- Massfraktionerna för ämnen bestäms av att gradienten, med avseende på normalriktningen från ytan, blir noll.

- Gradienten, med avseende på normalriktningen från ytan, för den turbulenta energin sätts lika med noll.

- I närheten av väggen sätts produktionen av turbulent energi lika med dissipationen.

- Impulsflödet till väggarna, med avseende på de parallella hastighetskomponenterna, och även randvärdet för 'dissipationshastigheten' av turbulent kinetisk energi bestäms med hjälp av en särskild turbulenslag för väggen.

Värmeledning genom omgivande ytor

Det finns olika möjligheter att beskriva värmeledningen genom väggarna. Vilken metod man väljer beror på vilket problem som skall beskrivas.

Hur väggarna modelleras har också betydelse för strålningen.

- Värmeledningen kan sättas lika med noll genom väggarna, dvs adiabatiska väggar.

- Värmegenomgången genom väggen kan uttryckas med ett konstant värde.

- Väggarnas yttemperatur kan föreskrivas.

- Det är också möjligt att beräkna värmebalansen för väggen, dvs man tar hänsyn till värmetransporten till väggytan genom konvektion och strålning, värmeförluster från väggytan till följd av emission, och värmeledning genom väggen. /2/.

Den transienta värmeledningen genom väggen styrs av ekvationen

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad \alpha = \frac{k}{\rho C_p}$$

tillsammans med begynnelsevillkoret

$$T = T_0, \quad t = 0$$

och följande randvillkor

$$\dot{q}_i'' = \dot{q}_c'' + \dot{q}_r'' - \epsilon_w \sigma T^4, \quad x = x_1$$

$$\dot{q}_0'' = h_0 (T - T_0), \quad x = x_0$$

$\dot{q}_i''$ är netto-värmetransporten till väggytan. $\dot{q}_c''$ är värmeflödet till ytan via konvektion och bestäms genom en turbulenslag för väggen. $\dot{q}_r''$ är bidrag från infallande strålning och bestäms med hjälp av strålningsmodellen. Väggytans emission betecknas $\epsilon_w \sigma T^4$.

$\dot{q}_0''$ representerar värmeövergången från väggens utsida till omgivande luft med temperaturen T_0 .

Den enklaste modellen, för att beskriva värmebalansen för en vägg, är den sk 'Lumped Thermal Capacity' modellen. Modellen innebär att man antar att hela väggens tjocklek värms upp momentant. Den förenklade värmeledningen genom väggen kan uttryckas enligt följande

$$\dot{q}_c'' + \dot{q}_r'' - \epsilon_w \sigma T^4 = h_0 (T - T_0) + \frac{\rho_w c_{p,w} \Delta x}{\Delta t} (T - T^*)$$

T^* - väggtemperatur från föregående tidsintervall

Antagandet, om att hela väggen värms upp momentant, orsakar dock att väggtemperaturen underskattas, speciellt när uppvärmningen av väggytan sker snabbt.

Vid snabba tidsförlopp är det därför bättre med en modell, där värmebalansen för väggen beskrivs med hjälp av halvoändliga väggar. /1/.

Vid väggar förekommer ofta stora gradienter för hastighetskomponenterna och temperaturen. För att man inte skall behöva dela in områdena närmast väggarna i mycket finmaskiga nätverk, använder man approximativa formler, sk väggfunktioner, för modellera hastighets- och temperatursprången.

3.7 Numerisk metod

Programmet JASMINE bygger på ett annat programpaket PHOENICS, som har utvecklats vid Cham (U.K.) LTD.

PHOENICS har utvecklats för lösning av kontinuitetsekvationen, rörelsemängdsekvationen och energiekvationen. Turbulenta flöden modelleras med k-ε modellen. PHOENICS innehåller också procedurer för lösning av kemiska reaktioner.

Ekvationerna som beskriver transport av olika storheter, som massa, rörelsemängd, energi etc, har alla samma form, /2/.

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi)}_I + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\varphi u_j)}_{II} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x_j})}_{III} + \underbrace{S_\varphi}_{IV}$$

I) Transient term, förändring av φ under tidssteget ∂t .

II) Konvektiv term, transport av φ genom konvektion.

III) Diffusiv term, transport av φ genom diffusion. Γ_φ är en diffusions koefficient.

IV) Käll term, lokal produktion eller förbrukning av φ .

Geometrin för problemet, som skall lösas, delas in i mindre volymselement, eller sk kontrollvolym. Transportekvationerna integreras sedan över dessa volymselement och partiella derivator överförs till differensapproximationer. Ekvationerna approximeras till linjära ekvationer och löses genom en iterativ lösnings algoritm.

Av lineariseringen av differentialekvationerna följer att värdet för storheten, φ , i ett volymselement kan beräknas från värdena i intilliggande volymselement och det aktuella volymselementets värde i föregående tidssteg, enligt

$$a_P \varphi_P = a_N \varphi_N + a_S \varphi_S + a_E \varphi_E + a_W \varphi_W + a_L \varphi_L + a_H \varphi_H + a_T \varphi_T + B$$

Index P betecknar det betraktade volymselementet. N, S, W, E betecknar volymselementen norr, söder, väster och öster om det betraktade volymselementet. Index H refererar till volymselementet ovanför det aktuella volymselementet. L betecknar det underliggande volymselementet. Index T betecknar bidrag från föregående tidssteg och B representerar ett bidrag från källtermen S_φ .

Vikterna a_i , ($i = N, S, E, W, H, L, T, P$), är beroende av resp φ_i . Således är kontrollvolymsekvationerna i realiteten inte linjära ekvationer. Detta medför att nya värden på vikterna måste beräknas vid varje iteration.

Koefficienten a_T beskriver inverkan från föregående tidssteg.

$$a_T = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

ρ - densitet
 ΔV - volymen av elementet
 Δt - tidssteg

Koefficienterna a_v , ($v = N, S, E, W, H, L$), representerar summan av konvektions och diffusionsbidrag från omgivande volymselement. Konvektions bidraget skrivs som

$$\rho Q_v$$

och diffusions bidraget uttrycks

$$\frac{\Gamma_v}{\Delta L} \Delta A_v$$

Q_v - är flödet genom skiljeväggen mellan två volymselement.

Γ_v - är den diffusiva transportkoefficienten som råder vid den aktuella skiljeväggen.

ΔA_v - är skiljeväggens area.

ΔL - är avståndet mellan det aktuella volymselementets nodpunkt och nodpunkten för grannelementet.

Källtermen i resp transportekvation integreras över kontrollvolymerna och approximeras till ett linjärt uttryck av φ_p .

$$S_\varphi = S_C + S_P \varphi_p$$

Koefficienten B i kontrollvolymsekvationerna skrivs

$$B = S_C \Delta V$$

och koefficienten a_p uttrycks på följande sätt

$$a_p = a_N + a_S + a_E + a_W + a_L + a_H + a_T - S_P \Delta V$$

φ_p är således ett vägt medelvärde av alla φ_i , ($i = N, S, E, W, H, L, T$) och värdet i föregående iteration φ_p^* .

Hastighetsfältet för en geometri går att lösa ut om trycket är givet. Om tryckfältet är felaktigt kommer hastighetsfältet inte att uppfylla kontinuitetsekvationen för massa.

Iterationsförfarandet börjar med att ett tryckfält, p^* , gissas. Det gissade tryckfältet resulterar i ett inkorrekt hastighetsfält u_i^* , som således inte uppfyller kontinuitets ekvationen.

Lösningss algoritmen baseras på att det korrekta trycket kan lösas med en tryckkorrektur p' , enligt

$$p = p^* + p'$$

och att motsvarande hastighetskorrekturen kan erhållas enligt

$$u_i = u_i^* + u_i'$$

Tryckkorrekturen p' kan beräknas från det inkorrekta hastighetsfältet u_i^* . Hastighetskorrekturen u_i' ges i sin tur som funktioner av tryck korrekturen p' . En detaljerad beskrivning av tryckkorrektionsmetoden finns i litteraturen /1/ och /2/.

Lösningss algoritmen, som används i PHOENICS, har utvecklats av Patankar och Spalding. Metoden, som kallas SIMPLE, kan beskrivas enligt följande:

- 1) Vid stationär lösning gissas ett tryckfält, p^* , samt hastighetsfälten, u_i^* , och skalärer, φ^* . Vid transient lösning fås p^* , u_i^* och φ^* från föregående tidssteg.
- 2) Densiteten och viktningsfaktorerna, a_i , beräknas.
- 3) Lös rörelsemängdsekvationerna för att erhålla hastighetsfältet, u_i^* , från det gissade tryckfältet.
- 4) Lös ekvationen för tryckkorrekturen p' .
- 5) Beräkna trycket, $p = p^* + p'$.
- 6) Beräkna hastighets korrekturen från tryckkorrekturen och lös ut det korrigerade hastighetsfältet, $u_i = u_i^* + u_i'$.
- 7) Beräkna alla skalärer som påverkar strömningsfältet. Övriga skalärer beräknas när en konvergent lösning för strömningsfältet erhållits.
- 8) Kontrollera om kontinuitetsekvationen är uppfylld för varje volymselement. Om kontinuitet har åstadkommit, fortsätt till

punkt 9). Om inte, uppdatera tryckfältet, $p^* = p$, hastighetsfälten och intressanta skalärer, beräkna nya a_i och repetera proceduren från punkt 3) tills kontinuiteten är tillfredsställande.

9) Lös transportekvationerna för övriga variabler såsom energi, turbulens etc. - STATIONÄR LÖSNING ERHÅLLEN - .

10) - TRANSIENT BERÄKNIG - Beräkna nya viktningsfaktorer för det nya tidssteget, uppdatera densiteten, etc.
Fortsätt till punkt 3) och börja det nya tidssteget.

För att ett konvergerat hastighetsfält skall erhållas, krävs många iterationer, (sk SWEEP i PHOENICS).

För att få lösningen att konvergera snabbare kan olika numeriska tillvägagångssätt användas. I PHOENICS finns en sådan möjlighet, där man använder ett sk falskt tidssteg. /4/. Metoden med falskt tidssteg innebär att en term

$$\varphi \rho \Delta V / \Delta t_f$$

läggs till på båda sidor om likhetstecknet i kontinuitets-ekvationen. Detta påverkar inte den slutliga lösningen, 'men ju mindre Δt_f är desto långsammare ändras φ ', tex hastigheterna u_i , 'jämfört med andra termer i ekvationen', /4/.

För vidare information angående konvergenskrav och den numeriska metodens stabilitet hänvisas till litteraturen /1/ och /2/.

REFERENSER

- 1 Noren, B.: 'Beräkning av turbulent strömning med och utan gasförbränning i axiosymmetriska geometrier', Rapport LUTMDN/(TMVK-7003)/1-136/(1985), Institutionen för Värme och Kraftteknik, Tekniska Högskolan i Lund, 1985
- 2 Broström, M.: 'Time Dependent Numerical Calculation of Pool Fire Development in Enclosed Space', Division of Thermodynamics, The Norwegian Institute of Technology, 1987
- 3 Tennekes, H., Lumley, J.L.: 'A First Course in Turbulence', The MIT Press, 1972
- 4 Petterson, P., Privat kommunikation
- 5 Burden, A., Privat kommunikation
- 6 Lockwood, F.C. och Shah, N.G.: 'A New Radiation Method for Incorporation in General Combustion Prediction Procedures', 18th Symposium (Int.) on Combustion, The Combustion Institute, pp. 1405-1414, 1981
- 7 Kumar, S.: 'Smoke Detection from a Slow Growing Fire in a Heated Compartment', bifogad i brev från BRE, Fire Research Station, Ref FRO 304/12, 16 November 1987
- 8 Williams, F.A.: 'Combustion Theory', Second Edition, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 1985
- 9 Holmstedt, G., Magnusson, S.E., Thomas, P.H.: 'Detector environment and detector response, a survey', report LUTVDG/(TVBB-3039), Department of Fire Safety Engineering, Lund University - Institute of Science and Technology, Sweden 1987