LUND UNIVERSITY

Reglerteknik -- En elementär introduktion. Kapitel 5: PID-reglering

Åström, Karl Johan

1982

Document Version:
Förlagets slutgiltiga version

Link to publication

Citation for published version (APA):
Åström, K. J. (1982). *Reglerteknik -- En elementär introduktion. Kapitel 5: PID-reglering*. (Research Reports TFRT-3166). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

Total number of authors:
1

General rights
Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:
Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.
• Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
• You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
• You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: https://creativecommons.org/licenses/

Take down policy
If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

Download date: 19. Dec. 2025

CODEN:LUTFD2/(TFRT-3166)/1-050/(1982)

REGLERTEKNIK-
en elementär introduktion

Kapitel 5
PID reglering

Karl Johan Åström

INSTITUTIONEN FÖR REGLERTEKNIK
LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA, JANUARI 1982

Department of Automatic Control
Lund Institute of Technology
P.O. Box 118
S-221 00 Lund Sweden

Document name
Report

Date of issue
January

Document Number
CODEN: LUTFD2/(TFRT-3166)/1-050/(1982)

Author(s)
K J Åström

Supervisor

Sponsoring organisation
FOSAM

Title and subtitle
Regelerteknik–En elementär introduktion. Kapitel 5–PID REGLERING.
(Control Engineering–An elementary introduction. Chapter 5–PID CONTROL.)

Abstract

PID control is one of the most common types of control. It combines three ideas, feedback, prediction by tangential extrapolation and integral action. These ideas are presented in detail. PID controllers can be adjusted with simple rules of thumb. These are discussed. Different ways of implementing PID control, analog as well as digital are also discussed. Practical hints on PID control are given.

Key words
Simple regulators; PID control; Tuning rules; Reset windup;

Classification system and/or index terms (if any)

Supplementary bibliographical information

ISSN and key title

ISBN

Language
Swedish

Number of pages
49

Recipient's notes

Security classification

The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 lubbis lund.

KAPITEL 5

PID-REGLERING

PID reglering är den vanligaste reglerformen. Den kombinerar tre idéer, återkopplingsprincipen, prediktion och integralverkan. Dessa idéer behandlas utförligt. En stor fördel med PID-reglering är att regulatorn i många fall kan ställas in med hjälp av enkla tumregler. Dessa presenteras. Olika sätt att förverkliga PID regulatorer analogt och digitalt behandlas också liksom flera praktiska tips om PID reglering.

5.1 INLEDNING

För en PID regulator råder följande samband mellan reglerfel e och styrsignal u:

$$u = K \left[e + T_D \frac{de}{dt} + \frac{1}{T_I} \int^t e(s)\, ds \right]. \tag{5.1}$$

Styrsignalen är alltså sammansatt av tre termer där P betecknar proportionaltermen, vilken är proportionell mot felet, D derivatatermen, vilken är proportionell mot felets derivata och I integraltermen, vilken är proportionell mot felets tidsintegral. Det finns flera olika specialfall som erhålles genom att utesluta någon eller några av termerna. Man talar således också om P, I, PI, PD och PID regulatorer. I formeln (5.1) sammansätts de olika termerna additivt. Det förekommer också att PID regulatorn representeras som

$$u = K\,(1 + pT_D)\,(1 + \frac{1}{pT_I})\,e, \tag{5.2}$$

där $p = d/dt$ är derivationsoperatorn. Utnyttjas denna representation kan man även tala om mer komplicerade regulatorer, t.ex. DPID regulatorer, som har ytterligare en derivataterm. Namnet PID regulator används ofta som ett typnamn

för alla regulatorer av denna typ.

Regulatorer av PID-typ massproduceras för många olika tillämpningar. Den årliga produktionen kan troligen räknas i miljontal. PID regulatorn är ett grundläggande byggelement för industriell automatisering. Den finns i praktiskt taget alla industrier. Rader av hundratals tättplacerade PID regulatorer är en vanlig syn i kontrollrum i industrier. Många specialregulatorer, är också baserade på PID reglering. Det är anmärkningsvärt att en så enkel regulator som PID regulatorn kan ge en tillfredsställande reglering för många olika typer av processer. En lämplig dimensionering av processerna gör också att de kan regleras tillfredsställande med PID regulatorer. Vidare är PID regulatorn ofta lätt att använda och lätt att ställa in. Det är också intressant att notera att många av de nya mikrodatorbaserade reglersystem som nu konstrueras utformas så att de för användaren ser ut som PID regulatorer. Detta medför att användaren kan bruka sina tidigare erfarenheter.

I detta avsnitt ges en översikt av PID-reglering. Proportionalverkan (P) och derivataverkan (D) behandlas först. Därefter beskrivs integralverkan (I). Olika sätt att ställa in regulatorerna ges också. En regulator med I-verkan har ett instabilt tillstånd. Om processens styrvariabel av någon anledning begränsas då det finns ett reglerfel så kan integralen växa upp till mycket stora värden. Detta fenomen, som kallas integrator-uppvridning (eng. reset windup), diskuteras också. Olika sätt att realisera PID regulatorerna praktiskt behandlas också kortfattat. En utförligare diskussion ges i kapitel 10.

5.2 PROPORTIONAL- OCH DERIVATAVERKAN

En möjlighet att undvika de svängningar som kan erhållas med till-från reglering är att modifiera till-från regulatorn så att styrvariabelns värde är proportionellt mot reglerfelet vid små avvikelser. Reglerstrategin är således

$$u = u_p(e) = \begin{cases} u_{max} & e > e_0 \\ Ke + u_0 & |e| < e_0 \\ u_{min} & e < -e_0 \end{cases} \tag{5.3}$$

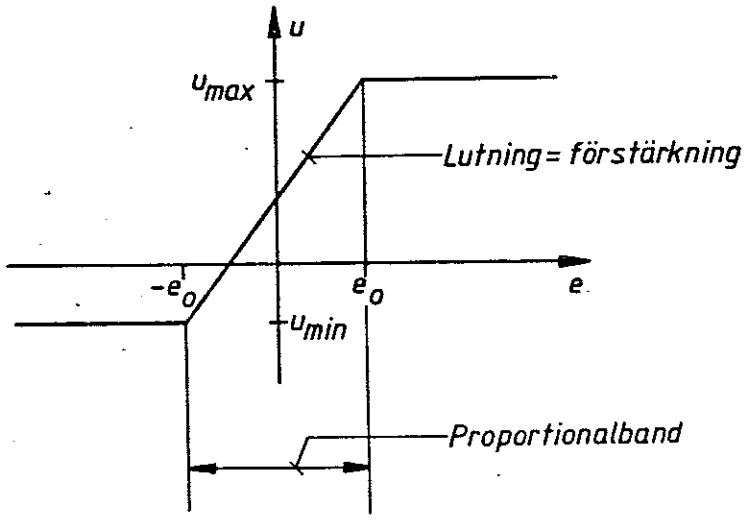

Fig. 5.1 - Samband mellan styrvariabel och reglerfel för proportionell regulator.

där

$$u_0 = \frac{u_{max} + u_{min}}{2}$$

$$K = \frac{u_{max} - u_{min}}{2} .$$

Storheten $2e_0$ kallas proportionalband. Talet K, som är proportionellt mot inverterade värdet av proportionalbandet, kallas regulatorns förstärkning. Proportionalbandet anger det område där regulatorn arbetar linjärt. Se figur 5.1. Proportionalbandet anges antingen i absoluta tal eller i procent av maximalfel. Proportionalbandet kan anges i den enhet som utsignalen mätes i, t.ex. grader Celcius vid temperaturreglering. Om man arbetar med normaliserade enheter är det vanligt att proportionalbandet anges i procent. Se fig. 5.2.

För en process, vars dynamik kan beskrivas som en integrator, kan styrningen baseras enbart på felet. Ty om styrsignalen sättes noll då reglerfelet är noll, så förblir reglerfelet noll. För processer med ytterligare tröghet kan reglerfelets tidsderivata ej påverkas momentant. I sådana fall är det fördelaktigt att basera regleringen på det predikterade reglerfelet e_p. Jämför diskussionen av till-från reglering i kapitel 4.

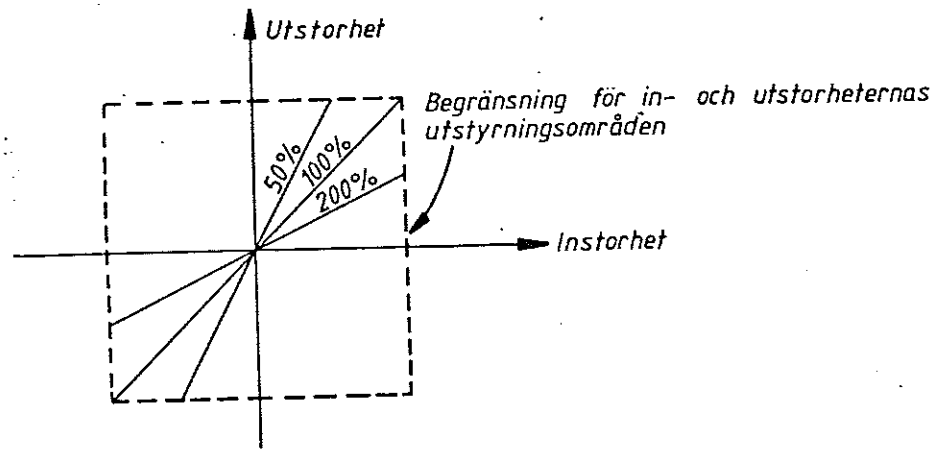

Fig. 5.2 - Samband mellan förstärkning och proportionalband.

En enkel prediktion ges av

$$e_p = e + T_D \frac{de}{dt} \tag{5.4}$$

där e är reglerfelet och T_D derivatatiden eller prediktionshorisonten. Regulatorn ges nu av

$$u = u_p(e_p),$$

där funktionen u_p ges av (5.3). Inom proportionalbandet beskrivs regleringen av

$$u = K \left[e + T_D \frac{de}{dt}\right]. \tag{5.5}$$

Reglerformen kallas PD reglering därför att styrsignalen är proportionell mot reglerfelet och reglerfelets derivata inom proportionalbandet.

En derivationsoperator kan ej realiseras exakt. Termen de/dt brukar därför approximeras med

$$T_D \frac{de}{dt} \approx \frac{pT_D}{1 + pT_D/N} e. \tag{5.6}$$

Vanliga värden är N = 3-30. Derivatatermen infördes för att prediktera reglerfelet. Reglerfelet är differensen mellan referensvärdet y_r och utsignalen, dvs

$e = y_r - y.$

Ofta kan referensvärdet y_r ej predikteras. Detta är t.ex. fallet då referensvärdesändringarna är stegformade. Derivatatermen de/dt ersättes därför ofta med -dy/dt. Inom proportionalbandet gäller då

$$u = K\left[e - T_D \frac{dy}{dt}\right]. \tag{5.7}$$

Observera att signalen dy/dt ej nödvändigtvis behöver bestämmas genom att derivera utsignalen. I vissa fall är det möjligt att direkt mäta signalen dy/dt. Om y representerar en vridningsvinkel så kan dy/dt t.ex. mätas med hjälp av en tachometer. En annan möjlighet är att signalen kan bildas genom att filtrera andra signaler i systemet.

Med lämpligt val av T_D ger prediktionsformeln (5.4) exakt resultat för vissa processer av andra ordningen. I det generella fallet kräver prediktion att alla tillståndsvariabler är kända. I det allmänna fallet ges prediktionen av

$$e_p = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

där $x_1, x_2, \ldots, x_n$ är systemets tillståndsvariabler.

För processer med stora trögheter, t.ex. sådana som har överföringsfunktioner av typen

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^4},$$

kan det vara gynnsamt att använda högre derivator av utsignalen för att förbättra prediktionen av reglerfelet. I regulatorer för termiska processer förekommer t.ex. DPID regulatorer, som har en extra derivataterm. Då derivering används får man alltid vara försiktig med högfrekventa mätfel. Detta är ännu mer kritiskt om högre derivator används.

För processer som kan beskrivas med linjära differentialekvationer finns systematiska metoder för att prediktera reglerfelet, <u>observerare</u> och <u>Kalmanfilter</u>. Detta behandlas i kapitel 9.

5.3 INTEGRALVERKAN

Regulatorer med proportionalverkan har en väsentlig nackdel. De kan inte garantera att reglerfelet är noll i stationärt tillstånd. Detta gäller också de regulatorer som baseras på prediktion av reglerfelet. Stationära fel kan bl.a. orsakas av störningar och kalibreringsfel. Följande resonemang ger en intuitiv förklaring av detta. Om det finns en störning så måste den kompenseras med ett värde på styrvariabeln som är skilt från noll. Eftersom styrvariabeln är proportionell mot reglerfelet, så är även reglerfelet skilt från noll. Observera att resonemanget ej påverkas av om derivator av reglerfelet förekommer i styrlagen, eftersom derivatorna är noll i stationäritet.

Några egenskaper hos en krets med proportionell reglering illustreras i figur 5.3. Det framgår av figuren att stationära fel erhålles såväl vid börvärdesomställningar som vid belastningsförändringar.

Det stationära felet kan elimineras med en nollägesjustering (bias). Styrlagen blir då av formen

$$u = K \cdot e + b, \tag{5.8}$$

där b är nollägesinställningen (bias). Det är emellertid obekvämt att ständigt behöva justera in nolläget så att rätt stationära värden erhålles. Det finns en enkel metod att automatiskt se till att reglerfelet alltid är noll i stationärt tillstånd. Om den proportionella regulatorn byts ut mot styrlagen

$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int^{t} e(s)\, ds\right] \tag{5.9}$$

erhålles en <u>proportionell och integrerande regulator</u> (<u>PI regulator</u>). Det är lätt att förstå att integraltermen har stor betydelse för de stationära egenskaperna, ty om reglerfelet har ett medelvärde som är skilt från noll kommer integraltermen så småningom att bli mycket stor.

Följande resonemang visar att en regulator med I-verkan alltid ger reglerfelet noll i stationärt tillstånd. Antag att det finns ett stationärt tillstånd med konstant reglerfel e_0 och konstant styrsignal. Då gäller enligt (5.9) att

$$u(t) = K\,[e_0 + te_0/T_I].$$

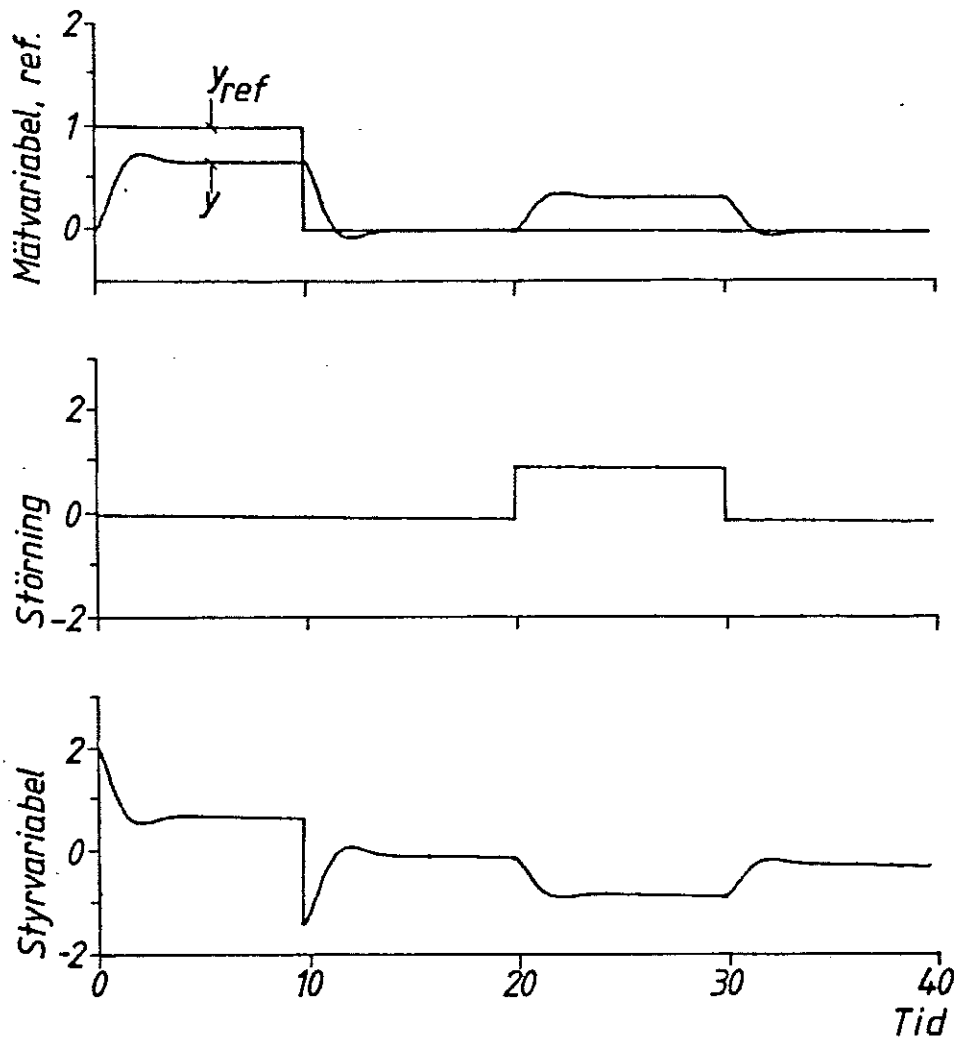

Fig. 5.3 - Simulering av process med proportionell reglering.

Styrsignalen u är konstant endast om reglerfelet e_0 är noll. Resonemanget gäller uppenbarligen så snart det i styrlagen finns en term som är proportionell mot reglerfelets integral. Observera att det antagits att det stationära tillståndet uppnås. Det är naturligtvis ingalunda säkert, ty det stationära tillståndet kan vara instabilt.

I figur 5.4 illustreras nyttan med integraltermen. Jämför med motsvarande proportionella regulator i fig. 5.3. Den enklaste regulatorn med I-verkan är

$$u(t) = \frac{K}{T_I} \int^{t} e(s)\, ds. \qquad (5.10)$$

Denna regulator kallas integrerande regulator eller I-regulator. I äldre litteratur

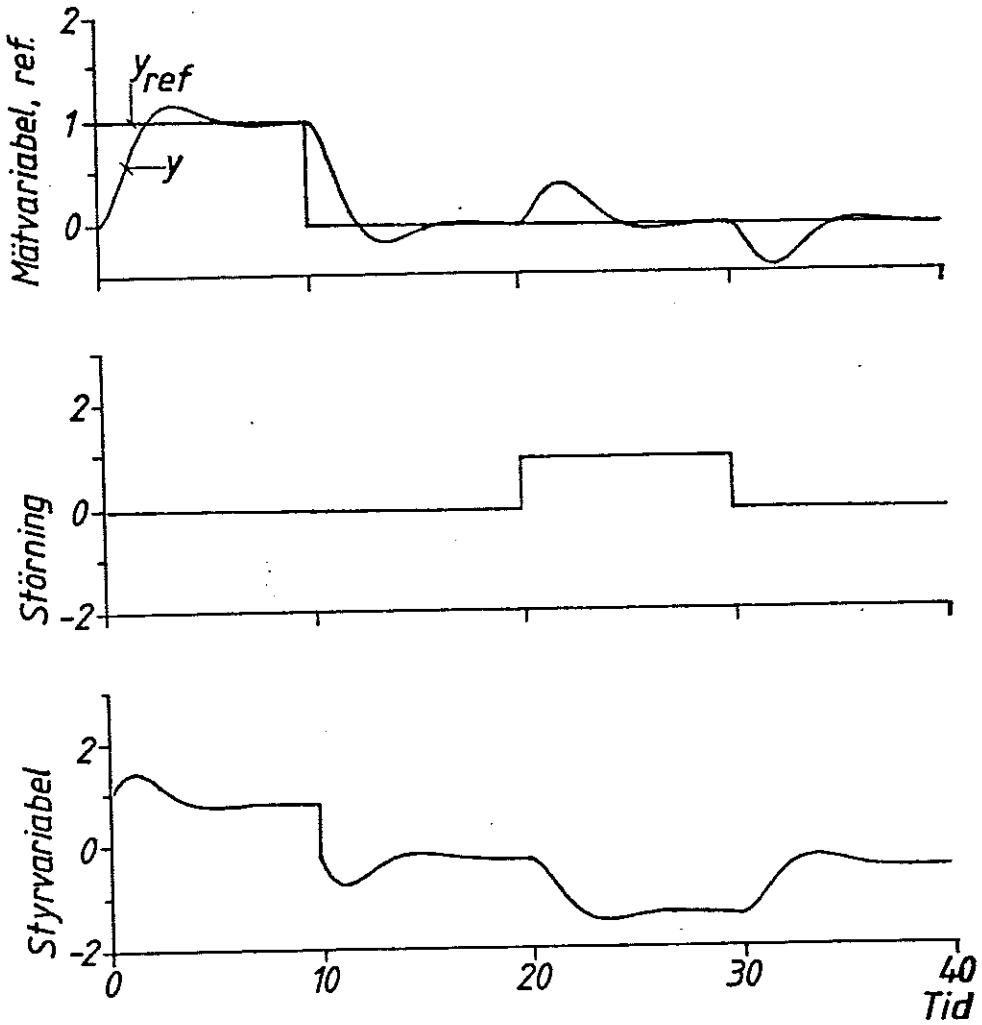

Fig. 5.4 - Illustrerar egenskaperna hos en regulator med integralverkan. Jfr. fig. 5.3.

kallas reglerformen även flytande reglering.

Integralverkan genom automatisk nollägesjustering

Vi skall nu visa att integralverkan också kan erhållas genom automatisk justering av nolläget. Utgå från den proportionella regulatorn (5.8) som har nollägesjustering. Ett sätt att justera b automatiskt visas i Fig. 5.5.

Idéen är följande: Man försöker att ställa in signalen b så att den svarar mot

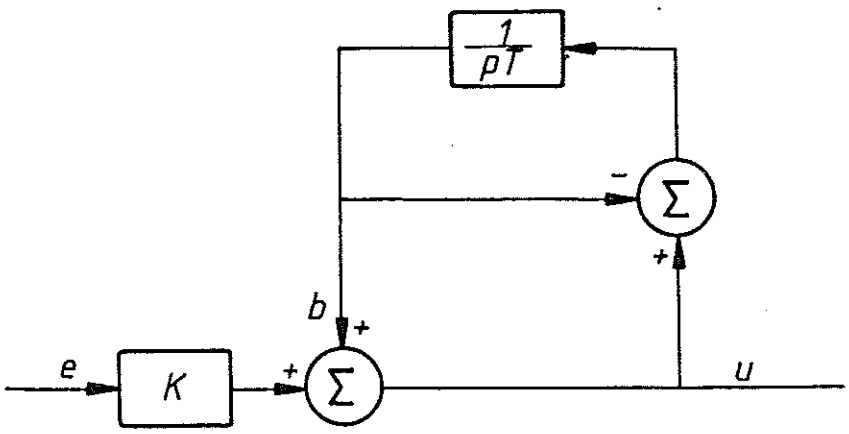

Fig. 5.5 - Proportionell reglering med automatisk nollägesjustering.

styrsignalens medelvärde. Detta åstadkommes genom att låta b vara medelvärdet av u. Medelvärdet bildas genom att integrera signalerna. Lite analys avslöjar hur systemet fungerar. Systemet beskrivs av ekvationerna

$$u = b + v \tag{5.11}$$

$$b = \frac{1}{T}\int^{t} (u - b)ds \tag{5.12}$$

där vi för enkelhets skull infört

$$v = Ke$$

För att få reda på insignal - utsignal sambandet skall variabeln b elimineras i ovanstående ekvationer. Detta kan lätt göras med operatorkalkyl. Ekvation (5.12) kan skrivas

$$pTb = u - b$$

eller

$$(1 + pT)b = u \tag{5.13}$$

Multiplikation av ekvation (5.11) med 1 + pT ger

$$(1 + pT)u = (1 + pT)b + (1 + pT)v$$

Addition med (5.13) ger nu

$$pTu = (1 + pT)v$$

eller

$$u = (1 + \frac{1}{pT})v = v + \frac{1}{T}\int^{t} v(s)ds$$

$$= K\left[e + \frac{1}{T}\int^{t} e(s)ds\right]$$

Detta visar klart att kopplingen i Fig. 5.5 har de önskade egenskaperna.

Kopplingen i Fig. 5.5 var i själva verket en av de tidigaste metoderna för att erhålla integralverkan. Den förklarar varför integralverkan har kallats för automatisk nollägesjustering (eng. automatic reset). Kopplingen används fortfarande i många kommersiella regulatorer bl.a. i Foxboro regulatorer. Den har vissa fördelar som vi skall se i avsnitt 5.9.

5.4 PID-VERKAN

Genom att kombinera proportional-, derivata- och integral- verkan erhålles den s.k. PID-regulatorn, vars funktion inom proportionalbandet beskrivs av

$$u(t) = K\left[e(t) + T_D\frac{de(t)}{dt} + \frac{1}{T_I}\int^{t} e(s)\,ds\right]. \qquad (5.14)$$

Derivatatermen approximeras med (5.6). För att undvika svårigheter med att derivera referensvärdet byts termen de/dt ofta mot -dy/dt. Reglerfunktionen kan då beskrivas med

$$u(t) = K\left[e(t) - T_D\frac{dy}{dt} + \frac{1}{T_I}\int^{t} e(s)\,ds\right]. \qquad (5.15)$$

Talet K är regulatorns <u>förstärkning</u>, T_I kallas <u>integraltiden</u> och T_D kallas <u>derivatatiden</u>.

Om man tar hänsyn till att derivatatermen realiseras med approximationen (5.6) får PID-regulatorn överföringsfunktionen

$$G(s) = K\left[1 + \frac{1}{sT_I} + \frac{sT_D}{1 + sT_D/N}\right]. \tag{5.16}$$

Regulatorn kan parametriseras på många olika sätt. I stället för att ange förstärkningen K anges ofta proportionalbandet

$$p_B = \frac{u_{max} - u_{min}}{K}.$$

Parametrarna T_I och T_D är ofta graderade i tidsenheter men det händer att kvoten T_D/T_I ges i stället för T_I.

Det förekommer även att PID-regulatorn parametriseras på följande sätt:

$$G'(s) = K' \frac{1 + sT_I'}{sT_I} \cdot \frac{1 + sT_D'}{1 + sT_D'/N}. \tag{5.17}$$

Enkla räkningar ger följande samband mellan parametrarna för $N = \infty$:

$$K = K'(T_I'+T_D')/T_I'$$

$$T_I = T_I' + T_D'$$

$$T_D = T_I'T_D'/(T_I'+T_D').$$

Parametrarna i regulatorn (5.17) kan beräknas ur K, T_I och T_D endast om

$$T_I > 4T_D$$

Då gäller

$$K' = \frac{K}{2}\left[1 + 1 - 4T_D/T_I\right]$$

$$T_I' = \frac{1}{2}\left[T_I + T_I^2 - 4T_IT_D\right]$$

$$T_D' = \frac{1}{2}\left[T_I - T_I^2 - 4T_IT_D\right].$$

Beträffande valet av parametrisering så är (5.16) kanske mer naturlig om man arbetar i tidsplanet medan (5.17) kanske är att föredra om man arbetar i frekvensplanet. Båda parametriseringarna förekommer och det är inget som tyder på att någon skulle ha stora fördelar. Det är också lätt att transformera

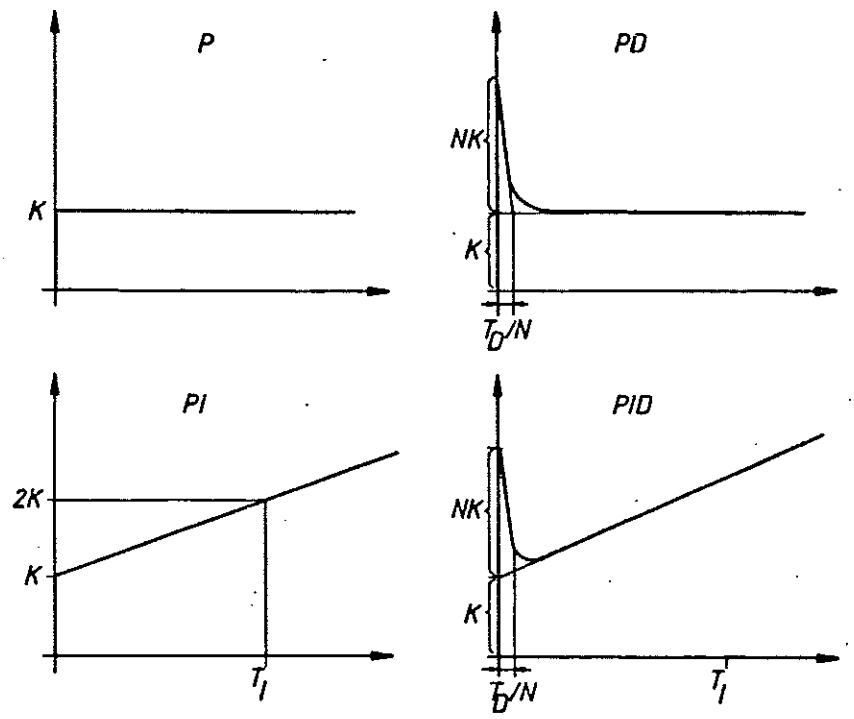

Fig. 5.6 - Stegsvar för P, PD, PI och PID regulatorer.

parametrarna (om $T_I > 4T_D$). Eftersom parametriseringen (5.16) är något allmännare, kommer denna att användas i fortsättningen.

I figur 5.6 visas stegsvaren för P, PD, PI och PID regulatorer. Eftersom regulatorparametrarna lätt kan avläsas ur regulatorns stegsvar, och detta är lätt att registrera, så är stegsvaren användbara för att kontrollera om regulatorn är riktigt kalibrerad.

5.5 REGULATORINSTÄLLNING

Inställningen av en regulator beror av processdynamiken, störningarna och det slutna systemets önskade prestanda. Det finns många sätt att ställa in en regulator. Den metod som kräver minst teoretiska kunskaper består i att man empiriskt lär sig hur regulatorns parametrar K, T_I och T_D påverkar det slutna systemets egenskaper för några typiska system. Denna kunskap kan förvärvas efter någon dags träning på en simulator, en pilotanläggning eller en verklig

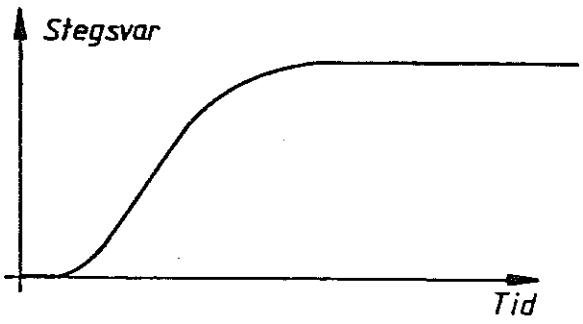

Fig. 5.7 - Monotont stegsvar som representerar dynamiken i många industriella processer.

process. Kunskapen brukar läras ut på elementära kurser i reglerteknik för instrumentmekaniker och driftspersonal. Det är naturligtvis nyttigt för varje reglertekniker att ha denna kunskap så att han för enkla reglerkretsar kan ställa diagnos av typen "förstärkningen är för hög" eller "integraltiden är för kort".

I detta avsnitt skall vi studera processer med linjär dynamik och monotont stegsvar. Se fig. 5.7. Sådana system är representativa för många industriella processer, t.ex. temperatur, tryck, flöde och nivåreglering. Det förutsättes att störningarna försummas och att den slutna kretsen egenskaper bedöms med hjälp av dess stegsvar.

Förstärkningsparametern K

Denna parameter påverkar stationära fel, stabilitet och bandbredd. En ökning av förstärkningen K medför att de stationära felen minskar, stabiliteten försämras och bandbredden ökar. Den ökade bandbredden medför att systemet blir snabbare men mer känsligt för mätbrus. Jämför fig. 5.8. Observera att stationära fel erhålles såväl vid börvärdesändringar som vid laststörningar.

Integraltiden T_I

Integraltermens funktion är att eliminera stationära fel genom att bilda reglerfelets medelvärde och kompensera styrsignalens nivå. Integralverkan ökar med avtagande T_I. En minskning av T_I försämrar stabiliteten. Figur 5.9 belyser vad

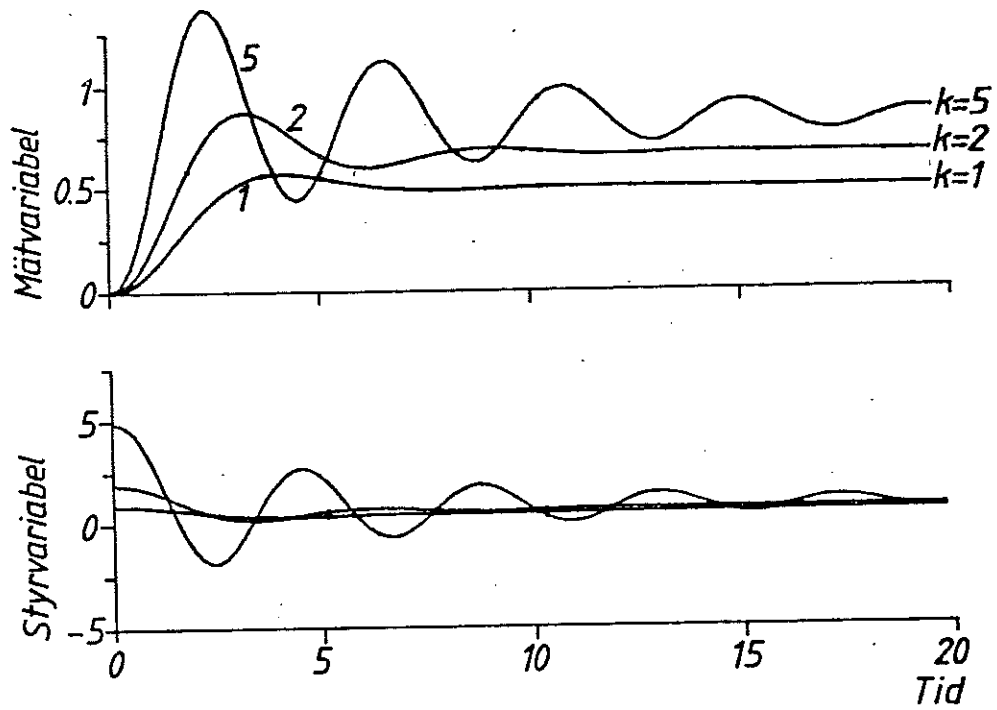

Fig. 5.8 - Illustrerar inverkan av förstärknings-parametern K i ett system med proportionell reglering, P-reglering. Processen har överföringsfunktionen $G(s) = (1+s)^{-2}$. Ett enhetssteg i det slutna systemets referensvärde har gjorts vid tiden $t = 0$.

som händer då integraltiden ändras i en PI-regulator. Om integraltiden för en PI-regulator är väsentligt större än övriga tidskonstanter i systemet så kan det slutna systemet uppfattas som ett servo som försöker att få villkoret

$$e(t) + \frac{1}{T_I} \int^{t} e(s)\, ds = 0$$

uppfyllt. Detta innebär

$$T_I \frac{de}{dt} + e = 0$$

eller

$$e(t) = e^{-t/T_I}\, e(0).$$

Reglerfelet går således exponentiellt mot noll med tids- konstanten T_I. Jämför Figur 5.9 och resonemanget i avsnitt 2.4.

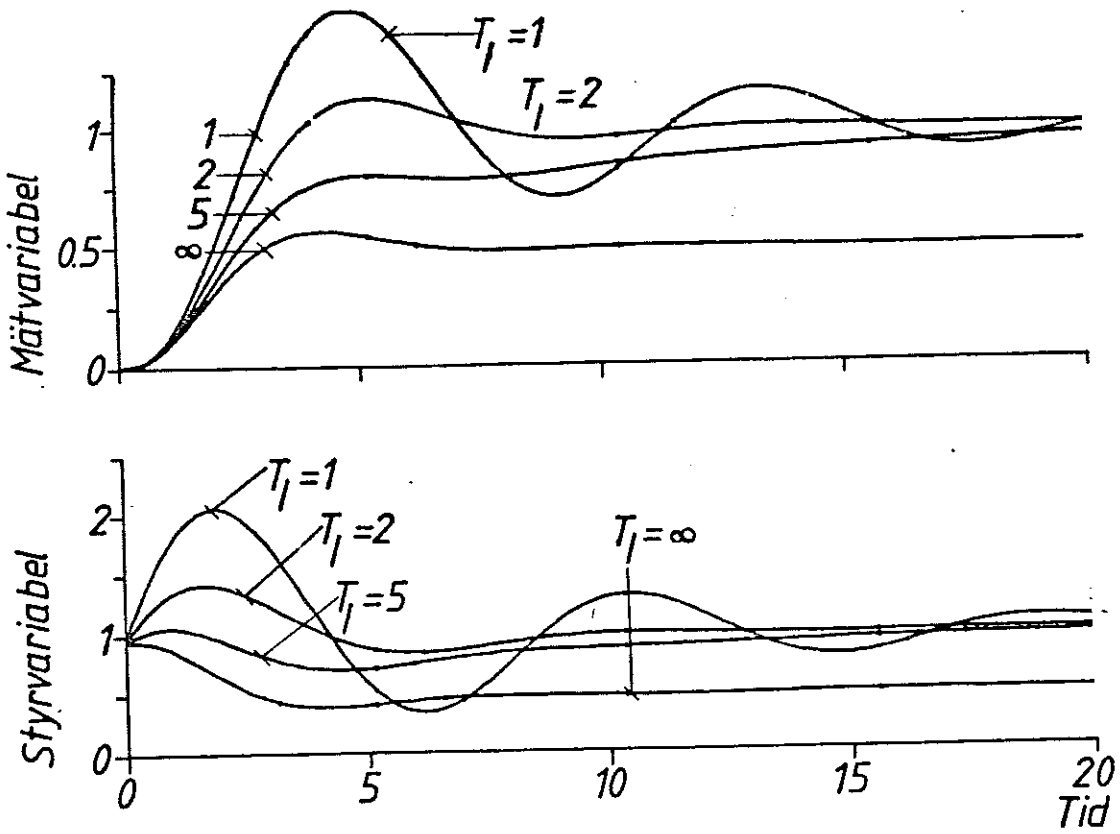

Fig. 5.9 - Illustrerar inverkan av integraltiden T_I i en krets med PI-reglering.

Derivatatiden T_D

Derivatatermen infördes för att kunna basera regleringen på en prediktion av det framtida reglerfelet. Derivatatiden, som också kan kallas prediktionshorisont, bör väljas så att den motsvarar den tid det tar för en ändring i styr- variabeln att bli klart märkbar i utsignalen. Derivatatiden är den parameter som är svårast att justera. En ökning av derivatatiden förbättrar stabiliteten och ökar bandbredden. Om ett kritiskt värde på derivatatiden överskrides så försämras dock stabilitet och bandbredd.

Om derivatatiden i en PD-regulator är större än övriga tidskonstanter i systemet, så kan det slutna systemet betraktas som ett servo, vilket försöker göra $e_p = 0$. Detta innebär att

$$e_p = e + T_D \frac{de}{dt} = 0.$$

Lösningen av denna differentialekvation ger

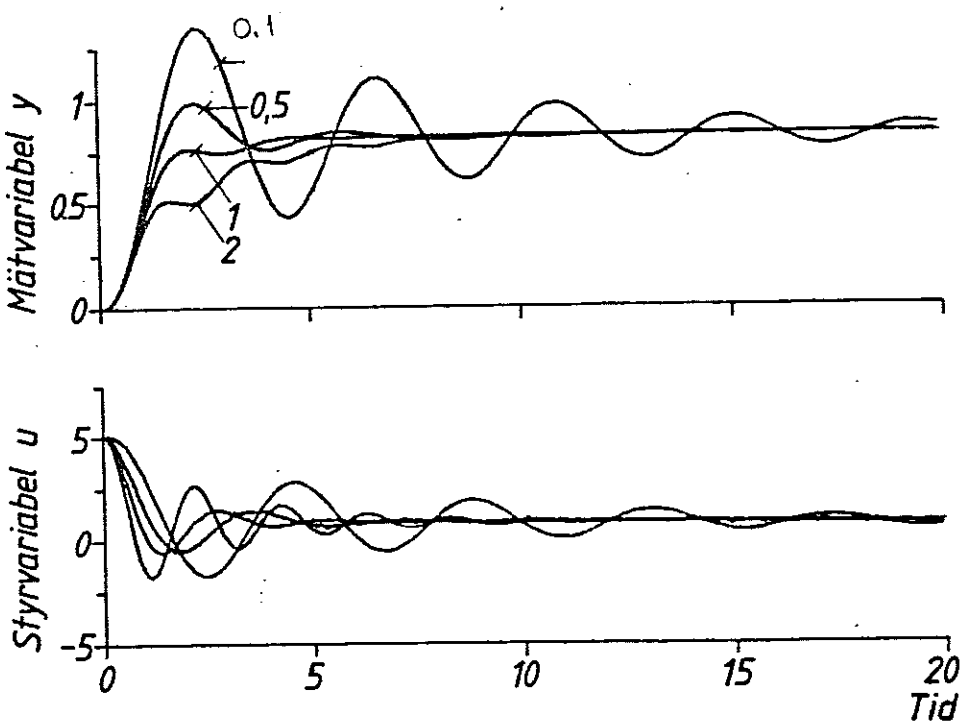

Fig. 5.10 - Illustrerar verkan av derivatatermen T_D i en krets med PD-reglering. I regulatorn deriveras utsignalen.

$$e(t) = e^{-t/T_D}\, e(0).$$

Reglerfelet går således exponentiellt mot noll med tidskonstanten T_D. Jämför diskussionen i avsnitt 2.4. Stora värden på derivatatiden medför alltså att systemet kan bli mycket långsamt. Inverkan av derivatatermen belyses i fig. 5.10.

Vid stora värden på integraltid och derivatatid i en PID-regulator gäller på motsvarande sätt att reglerkretsen eftersträvar att göra uttrycket

$$e + T_D \frac{de}{dt} + \frac{1}{T_I} \int^t e(s)\, ds$$

noll. Detta innebär att

$$T_I T_D \frac{d^2 e}{dt^2} + T_I \frac{de}{dt} + e = 0.$$

Det är i allmänhet svårare att ställa in derivatatiden T_D än att ställa in

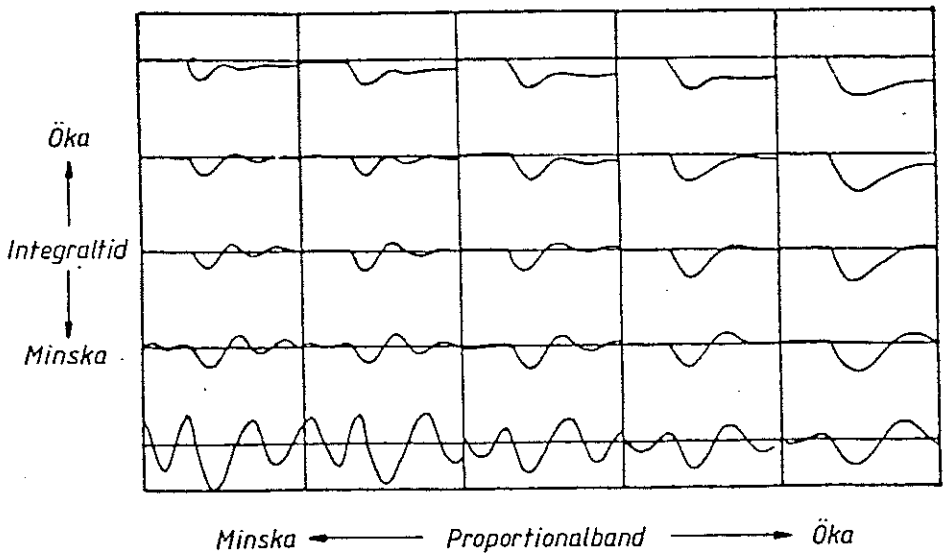

Fig. 5.11 - Inställningskarta för PI-regulator. Figuren visar reglerfelet vid en stegstörning i lasten. (Kopierad med tillstånd från FOXBORO manual.)

förstärkningen K och integraltiden T_I. PID-regulatorer utförs därför ofta så att derivataverkan kan kopplas bort. Förvånansvärt många PID-regulatorer fungerar därför som PI-regulatorer.

Inställningskartor

De empiriska fakta som diskuterats i detta avsnitt brukar ofta sammanfattas i så kallade inställningskartor (eng. tuning maps). För en viss typ av process visas man då stegsvar eller reglerfel för olika värden på regulatorparametrarna. I fig. 5.11 och 5.12 visas exempel på inställningskartor som används för industriella standardregulatorer. Inställningskartorna i fig. 5.11 och 5.12 visar reglerfelet vid en stegstörning i lasten. Man kan uppnå god färdighet i att ställa in PID-regulatorer genom att studera inställningskartor.

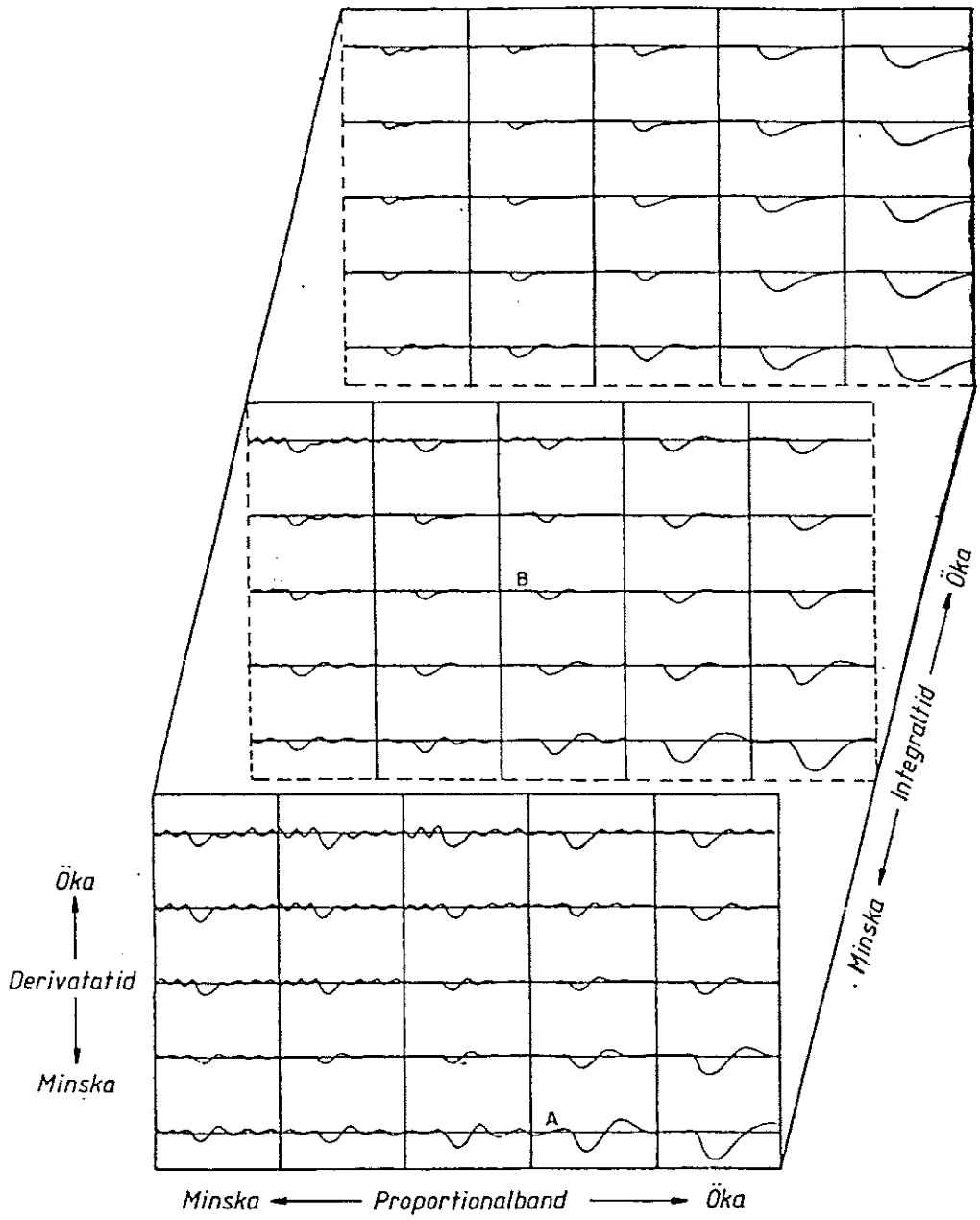

Fig. 5.12 - Inställningskarta för PID-regulator. Figuren visar reglerfelet vid en stegstörning i lasten för olika regulatorinställningar. (Kopierad med tillstånd från FOXBORO manual.)

5.6 ZIEGLER OCH NICHOLS REGLER

Eftersom en bra regulatorinställning beror på den reglerade processens dynamik, är det naturligt att basera inställningen av regulatorn på en mätning av processens dynamiska egenskaper. Ziegler och Nichols har utarbetat två enkla

Tabell 5.1 - Rekommenderade regulatorinställningar baserade på Ziegler-Nichols metod baserad på självsvängning. I tabellen anges också den ungefärliga dämpade svängningstiden T_P för det slutna systemet.

Regulator	K	T_I	T_D	T_P
P	$0.5\ K_c$			T_c
PI	$0.45\ K_c$	$0.83\ T_c$		$1.43\ T_c$
PID	$0.6\ K_c$	$0.5\ T_c$	$0.12\ T_c$	$0.85\ T_c$

metoder för regulatorinställning som bygger på denna princip.

Självsvängningsmetoden

I den ena metoden kopplas regulatorn först som en ren proportionell regulator, dvs $T_I = \infty$ och $T_D = 0$. Regulatorns förstärkning ökas sedan tills det slutna systemet uppnår gränsen för instabilitet. Det kritiska värdet på förstärkningen K_c och svängningens period T_c registreras. Lämpliga värden på regulatorparametrarna i olika fall ges i tabell 5.1. Experimentet, som ger kritisk förstärkning och svängningsperiod, kan tolkas som en mätning av processens överföringsfunktion i den punkt där den ger 180 graders fasförskjutning. Metoden illustreras med ett exempel.

E x e m p e l 5.1

I fig. 5.13 visas insignal och utsignal för en process med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$$

när den proportionella regulatorns förstärkning ställts in på det kritiska värdet $K_c = 4$. Ur fig. 5.13 erhålles den kritiska periodtiden $T_c = 6.3$. Lämpliga värden på parametrarna K, T_I och T_D erhålles sedan ur tabell 5.1. I fig. 5.14 visas stegsvaren för de slutna system som erhålles med de olika regulatorerna. Observera i fig. 5.14 att den proportionella regulatorn ger ett stort stationärt fel.

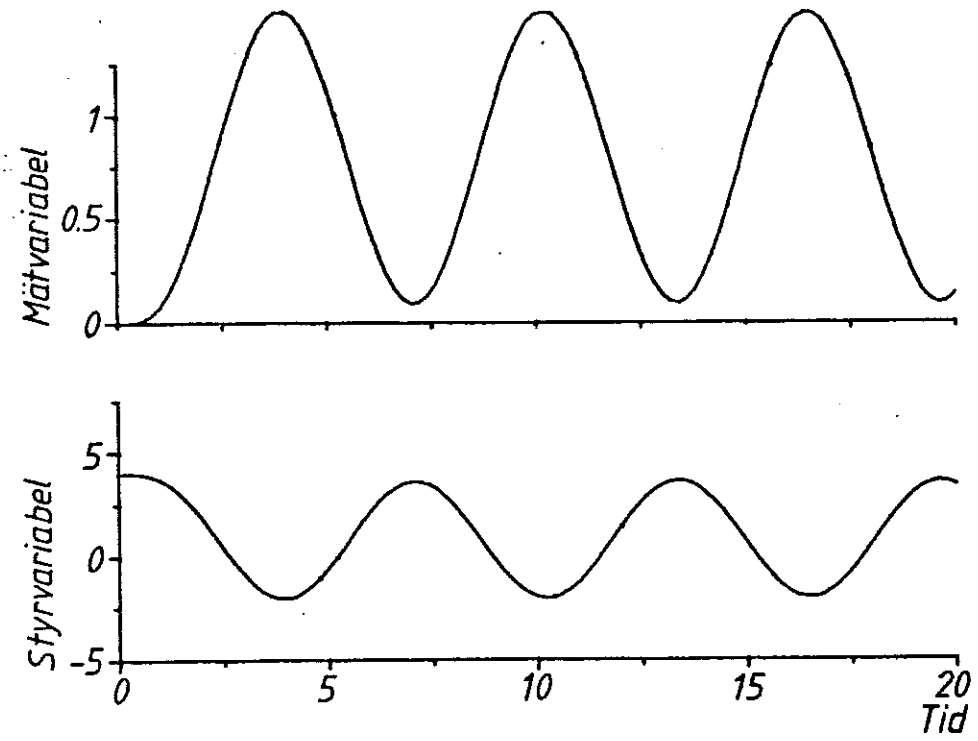

Fig. 5.13 - Illustration av inställning av kritisk förstärkning.

Styrvariabeln har ett mycket stort initialvärde, u(0) = 5 för PID-regulatorn. Detta beror på att formen (5.12), där referensvärdet deriveras, har använts vid simuleringen. Detta kan undvikas genom att använda den modifierade styrlagen (5.13). □

Stegsvarsmetoden

Självsvängningsmetoden kan endast användas då processen utan risk kan försättas i självsvängning. Ziegler och Nichols har även angivit en annan metod som bygger på att det öppna systemets stegsvar registreras. Stegsvaret karakteriseras med två parametrar, som erhålles på följande sätt. Den punkt där stegsvarets lutning är störst bestäms. Tangenten till stegsvaret i denna punkt ritas sedan. Tangentens skärning med koordinataxlarna ger talen a och T_d. Se fig. 5.15. Lämpliga värden på regulatorns parametrar erhålles sedan ur tabell 5.2. Ett exempel illustrerar användingen av metoden.

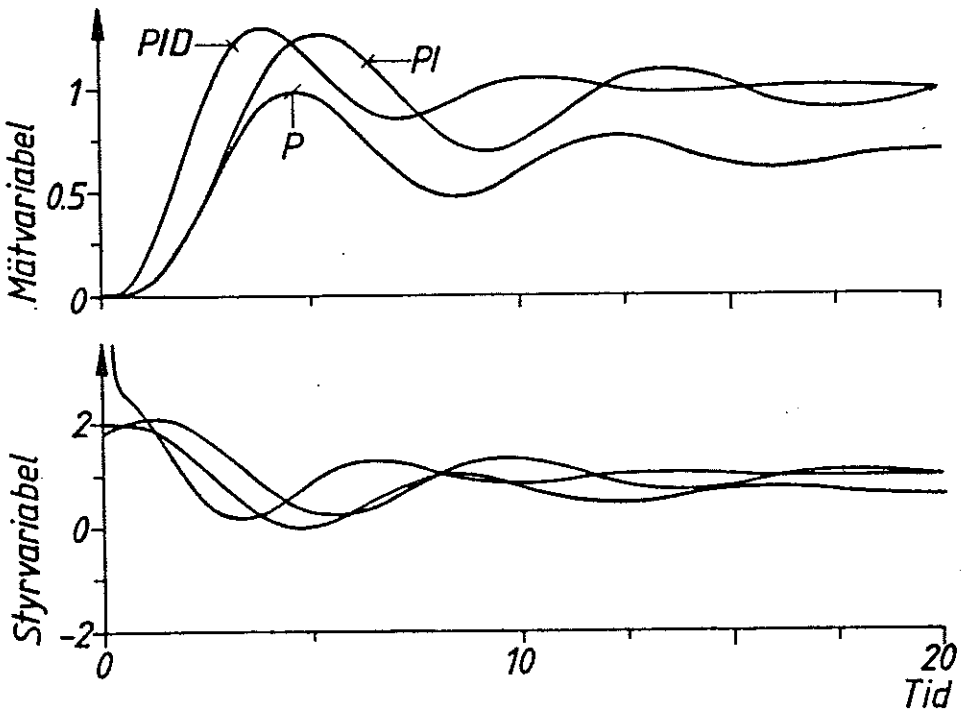

Fig. 5.14 - Stegsvar för slutet system som erhålles då P, PI och PID regulatorer justeras enligt Ziegler och Nichols regler. Parametervärdena är K = 2 för P-regulatorn, K = 1.8 för PI-regulatorn och K = 2.4, T_I = 3.1 och T_D = 0.78 för PID-regulatorn.

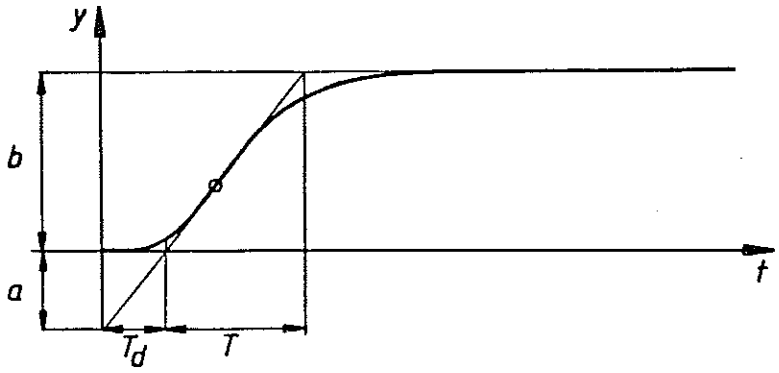

Fig. 5.15 - Bestämning av parametrarna a och T_d ur processens svar på ett enhets steg i styrvariabeln.

E x e m p e l 5.2

I fig. 5.16 visas stegsvaret för ett system med överföringsfunktionen

Tabell 5.2 - Rekommenderade regulatorinställningar för Ziegler och Nichols metod baserad på processens stegsvar.

Regulator	K	T_I	T_D
P	1/a		
PI	0.9/a	3 T_d	
PID	1.2/a	2 T_d	$T_d/2$

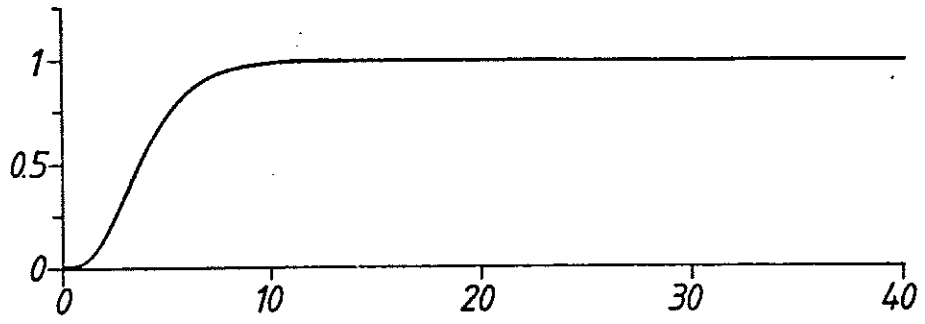

Fig. 5.16 - Det öppna systemets stegsvar.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^4} .$$

Ur figuren erhålles a = 0.32 och T_d = 1.42. Tabell 5.2 ger följande inställningar:

P-regulator	K = 3.1		
PI-regulator	K = 2.8	T_I = 4.3	
PID-regulator	K = 3.8	T_I = 2.8	T_D = 0.71

En jämförelse med exempel 5.1 visar att de erhållna regulatorerna har högre förstärkning och lägre integraltid än motsvarande regulatorer i exempel 5.1. Systemen är alltså sämre dämpade än de system som visas i fig. 5.14. □

Tabell 5.3 - Regulatorinställningar enligt Ziegler-Nichols metod baserad på självsvängning för ett system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{a}{sT_d} \exp(-sT_d).$$

Regulator	K	T_I	T_D	T_P
P	0.7/a			4 T_d
PI	0.6/a	3.3 T_d		5.7 T_d
PID	0.84/a	2 T_d	$T_d/2$	3.4 T_d

Diskussion

Det är en allmän erfarenhet att Ziegler och Nichols regel, som baseras på mätning av processens stegsvar, ger system med dålig dämpning därför att förstärkningen är för hög och integraltiden för låg. Om det system vars stegsvar visas i fig. 5.15 approximeras med en tidsfördröjning och en integrator, så kan den kritiska förstärkningen då självsvängning uppträder beräknas till $K_c = \pi/(2a)$ och den kritiska periodtiden till $T_c = 4T_d$. En tillämpning av Ziegler och Nichols regel baserad på självsvängning ger då regulatorparametrar enligt tabell 5.3. En jämförelse med tabell 5.2 visar att förstärkningsparametern i tabell 5.3 genomgående är lägre.

Om reglerna i tabell 5.3 tillämpas på exemplet med $a = 0.32$ och $T_d = 1.42$ erhålles följande inställningar:

P-regulator	$K = 2.1$		
PI-regulator	$K = 1.4$	$T_I = 4.7$	
PID-regulator	$K = 2.6$	$T_I = 2.8$	$T_D = 0.7$

Dessa inställningar ger svar som är ganska lika de som visas i fig. 5.14.

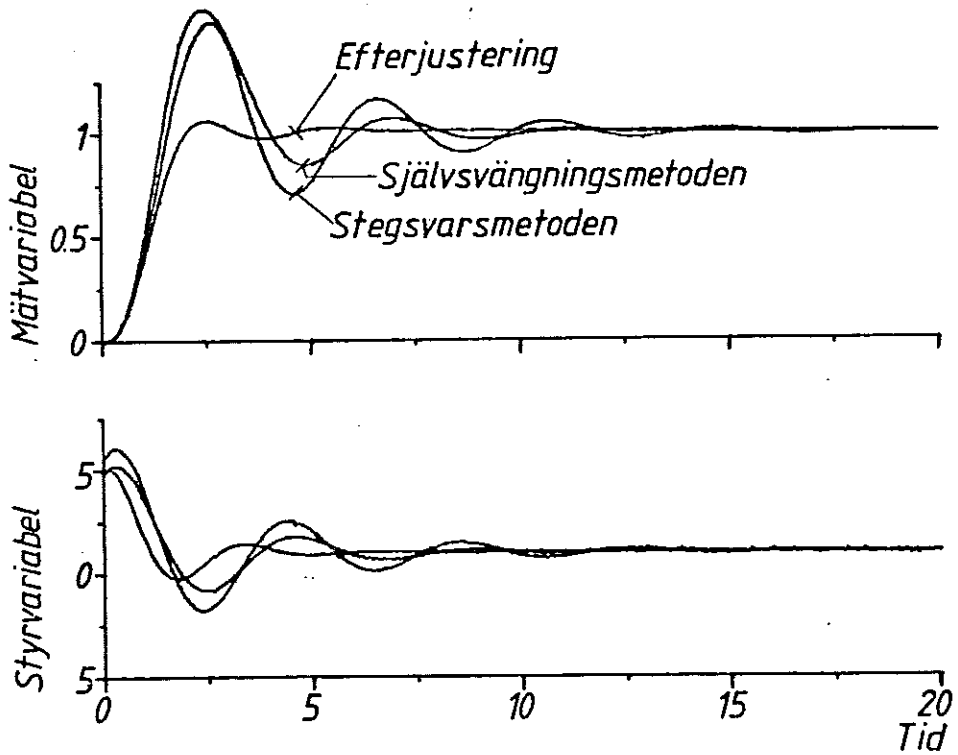

Fig. 5.17 - Stegsvar för slutet system med PID-regulator inställd med Ziegler och Nichols metod baserad på självsvängning ($K = 4.8$, $T_I = 1.8$ och $T_D = 0.45$), Ziegler och Nichols metod baserad på stegsvar ($K = 5.5$, $T_I = 1.6$, $T_D = 0.40$) och manuellt efterjusterade värden ($K = 5$, $T_I = 5$, $T_D = 0.7$).

Begränsningar i Ziegler och Nichols regler

Ziegler och Nichols rekommendationer är utarbetade för linjära system, vars dynamik kan beskrivas med en tidsfördröjning och två tidskonstanter. Exempel 5.1 och 5.2 visar att reglerna kan leda till system med dålig dämpning. Inställningsreglerna ger dock rätt storleksordning på parametrarna. De erhållna värdena bör därför betraktas som riktvärden, vilka tas som utgångspunkt för manuell trimning. Detta illustreras i fig. 5.17. Vid trimningen inställes den önskade periodtiden (insvängningshastigheten) med T_I och T_D. Ofta brukar dessa parametrar justeras så att deras kvot är 4. Systemets dämpning justeras sedan med parametern K.

Det är många faktorer som försummats vid utformandet av Ziegler och Nichols regler t.ex. processtörningar och mätbrus. Kraven på systemets prestanda uppträder endast i form av okulärbesiktning av systemets svar på en stegändring i börvärdet eller ett steg i en processtörning. Den som ofta ställs inför uppgiften

att trimma vissa typer av regulatorer gör därför klokt i att göra egna modifikationer av koefficienterna i Ziegler och Nichols tabeller.

Sammanfattningsvis kan man säga att Ziegler och Nichols regler är enkla. I vissa fall leder de till bra resultat men i andra fall är resultaten otillfredsställande. För system av låg ordning utan tidsfördröjning kan reglerna ge instabila slutna system. Resultaten är också otillfredsställande för system där tidsfördröjningen är mycket större än den dominerande tidskonstanten. Den metod där systemet först bringas i självsvängning ger något pålitligare resultat än den metod som baseras på mätning av öppna systemets stegsvar. I allmänhet ger Ziegler och Nichols regler system där stegsvaret har en relativt kraftig översläng. Svaren på belastningsstörningar är som regel bättre.

På grund av nackdelarna hos Zieglers och Nichols' metod så har många försök gjorts för att få förbättrade regler. Det finns i litteraturen många sådana förslag. De modifierade reglerna är i allmänhet mer komplicerade. Det finns naturligtvis fall då de modifierade reglerna ger bättre resultat men de lider av samma principiella begränsningar. Det är nämligen svårt att med ett fåtal parametrar karakterisera ett reglerproblem. Detta avsnitt avslutas med ett exempel som visar att reglerna för inställning av en proportionell regulator kan vara helt felaktiga om processdynamiken är något utöver det vanliga.

E x e m p e l 5.3

I Fig. 5.18 visas stegsvaret för ett enkelt slutet system med proportionell reglering. Observera att bra stegsvar erhålles för låga och höga förstärkningar. Systemet är stabilt om förstärkningen K är mindre än 3 eller större än 8. Det är instabilt för $3 \leq K \leq 8$.

Systemet som simulerats i Fig. 5.18 har överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{(s+6)^2}{12s(s+1)^2}$$

□

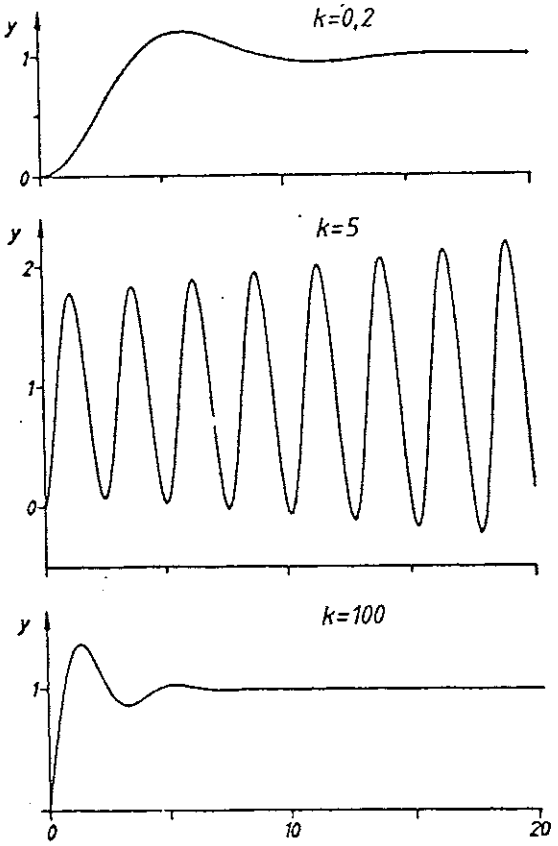

Fig. 5.18 - Stegsvar för enkelt slutet system med proportionell reglering.

5.7 ANDRA INSTÄLLNINGSREGLER

Ziegler och Nichols inställningsregler har den stora fördelen att vara mycket enkla. Reglerna är dock utvecklade för mycket speciella omständigheter. Processdynamiken skall kunna approximeras väl av en tidsfördröjning och högst två tidskonstanter. Dynamiken karakteriseras med två tal, k_c och ω_c för självsvängningsmetoden och a och T_d för stegsvarsmetoden. Kriteriet är approximativt att amplitudmarginalen skall vara 2. Det har gjorts många försök att utarbeta modifierade inställningsregler. I litteraturen finns många förslag till sådana regler. Dessa bygger på att fler parametrar införs för att ge en noggrannare beskrivning av processdynamiken. Vidare har andra kriterier för en god inställning införts.

De modifierade reglerna lider av samma principiella begränsningar som Ziegler och Nichols regler. De gäller endast för speciella kriterier och under speciella förutsättningar om processdynamiken. Det är t.ex. inte alltid möjligt att

karakterisera processdynamiken med ett fåtal parametrar. I mer komplicerade fall får man i stället använda de systematiska metoder som finns för att dimensionera reglersystem. Då de systematiska metoderna används bestäms först en matematisk modell för processen och störningarna. Sedan bestäms en regulator som uppfyller kraven på det slutna systemet. De systematiska metoderna har den fördelen att de ger regulatorn och dess parametrar. De anger också om en PID regulator är tillräcklig eller om en mer komplicerad regulator behövs. Nackdelen med de systematiska metoderna är att de kräver kunskap om metoderna. Metodernas användning kan dock förenklas avsevärt genom tillgång till program för datorstödd konstruktion. I detta avsnitt ges en kortfattad beskrivning av några olika inställningsregler.

Kriterier

Innan inställningsreglerna anges skall vi kortfattat diskutera några olika sätt att formulera de krav som kan ställas på ett reglersystem. Det har många gånger sagts att inställningen av en regulator beror av processens och störningarnas egenskaper. Detta innebär t.ex. att olika inställningar bör användas för störningar med kort varaktighet (spikar), störningar med lång varaktighet (steg) och periodiska störningar. Inställningen beror också på störningarnas angreppspunkt. Det är också viktigt att veta om det finns högfrekventa störningar i mätsignalen (mätbrus).

Det har gjorts många försök att finna lämpliga kriterier för inställning av regulatorer. Ett bra kriterium bör vara säkert, selektivt och enkelt att använda. Några kriterier som används skall nu presenteras.

Grundtonens dämpning

Detta kriterium bygger på att alla signaler i ett linjärt system är av formen

$$x(t) = \sum_{k=0}^{n} A_k \, e^{-\sigma_k t + i\omega_k t} \quad .$$

För reglersystem är det ofta en svängningsmod

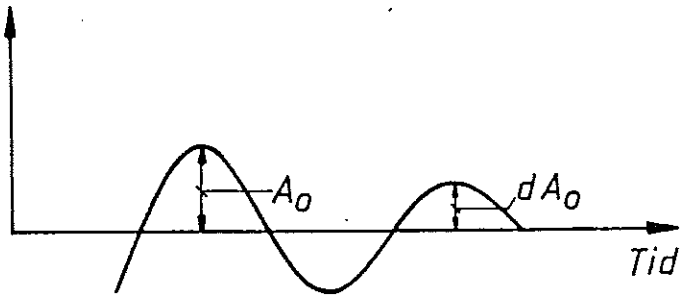

Fig. 5.19 - Mätning av dämpningsfaktorn för en dämpad svängning.

$$x_0(t) = A_0 \, e^{-\sigma_0 t + i\omega_0 t}$$

som dominerar. Som kriterium kan dämpningsfaktorn

$$d = \frac{x_0(t + 2\pi/\omega_0)}{x_0(t)} = \exp\,(-2\pi\,\sigma_0/\omega_0)$$

för den dominerande svängningen användas. Dämpningsfaktorn är oberoende av de störningar som påverkar systemet. Den kan mätas på det sätt som visas i fig. 5.19.

För processreglering är det vanligt att välja dämpningsfaktorn d = 0.25. På engelska kallas detta QAD (Quarter Amplitude Damping). Denna dämpningsfaktor svarar ungefär mot amplitudmarginalen $A_m = 2$. I stället för att ange dämpningsfaktorn d, används ibland den relativa dämpningen

$$\zeta = \frac{\sigma_o}{\sqrt{\sigma_o^2 + \omega_o^2}}$$

Sambandet mellan dämpningsfaktorn d och den relativa dämpningen ζ ges av

$$d = \exp\left[-\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right].$$

Värdet d = 0.25 motsvarar $\zeta = 0.2$, vilket i många fall är i minsta laget. Värdet $\zeta = 0.5$ svarar mot d = 0.027.

Förkortning av processens poler

För system vars väsentliga tröghet består i en eller två tidskonstanter är det vanligt att för servoproblem kräva att regulatorn skall ha nollställen som kompenserar dessa poler. Om processen har en största tidskonstant T och en PI-regulator används så skall integraltiden för regulatorn väljas till T. Observera att detta ej är bra för reglerproblem där störningar skall elimineras.

Optimeringskriterier

För att kriterier skall vara lätta att använda är det önskvärt att de skall medge att det slutna systemets egenskaper kan karakteriseras med ett tal. Det är då lätt att avgöra om en regulator är bättre än en annan. Den bästa inställningen kan också anges som den inställning som gör talet så stort eller så litet som möjligt. Kriterier av detta slag kallas optimeringskriterier och motsvarande regulatorer kallas optimala regulatorer. Även om ett systems prestanda ofta kan relateras till ekonomiska faktorer så är det ofta svårt att uttrycka detta i matematiska termer. Val av kriterier blir därför ofta subjektiva. Ordet optimalt, som ju egentligen betyder den bästa, blir då också missvisande. Tyvärr missbrukas ordet ofta i samband med diskussion om regulatorinställning. Kom därför ihåg att optimalitet alltid anges i relation till ett kriterium som ofta väljs subjektivt. Vid diskussion om regulatorinställning erhålles optimalitetskriterier ofta på följande sätt. Reglerfelet e bestämmes för en ändring i referensvärdet eller för en given störning, t.ex. en impuls, ett steg eller en ramp. Sedan beräknas någon funktion av felet som ett kriterium.

Det integrerade felet (eng. integrated error) definieras av

$$IE = \int_0^\infty e(t)\, dt.$$

Detta kriterium är lätt att beräkna. Kriteriet blir emellertid noll om felet e är periodiskt.

Det integrerade absolutfelet (eng. integrated absolute error) definieras av

$$IAE = \int_0^\infty |e(t)|\, dt$$

och integrerade kvadratfelet (eng. integrated squared error) av

$$ISE = \int_0^\infty e^2(t)\ dt$$

För servosystem förekommer också det integrerade tidsmulti- plicerade absolutfelet (eng. integrated time absolute error) som definieras av

$$ITAE = \int_0^\infty t|e(t)|\ dt$$

och visat sig vara mycket användbart.

Kriterier som baseras på överföringsfunktionens egenskaper

Det finns också flera kriterier som baseras på krav på systemets överföringsfunktion. Ett kriterium är att kräva att frekvenskurvan är maximalt flat, dvs att så många derivator av överföringsfunktionen som möjligt är noll. Detta leder till att överföringsfunktionens poler skall vara symmetriskt placerade på en cirkel, s.k. Butterworth konfiguration. För andra ordningens system svarar det mot en relativ dämpning på 0.707.

Sammanfattning av inställningsreglerna

Några olika inställningsregler skall nu anges. Vi utgår från att processen har det stegsvar som visas i fig. 5.15. Stegsvaret karakteriseras med parametrarna a, T_d och T. Jämfört med Ziegler och Nichols regler har således en extra parameter T införts. De inställningsregler som ges är QAD, dvs en fjärdedels dämpningsfaktor, minimering av IAE, ISE och ITAE. Vidare anges ett kriterium BO (ty. Betragsoptimum), som baseras på förkortning av den dominerande tidskonstanten och val av dämpning 0.707, samt SO (ty. Symmetrische Optimum), som baseras på inställning som ger en maximalt flat frekvenskurva. Som en jämförelse ges också Ziegler och Nichols inställning (ZN). Se tabell 5.4 och 5.5. Det framgår av tabellen att de olika inställningsreglerna ger samma storleksordning på regulatorparametrarna för P och PI regulatorer. Reglerna BO och SO är något mer konservativa än de övriga. Reglerna skiljer sig emellertid vad beträffar valet av derivatatid, vilket återspeglar de olika inställningsfilosofierna. Detta belyser också svårigheterna med att finna generella regler för val av derivatatid.

Tabell 5.4 - Några olika inställningsregler för P och PI regulatorer $r = T_d/T$.

	P-reglering aK	PI-reglering aK	T_I/T_d
ZN	1	0.9	3
QAD	(1+0.3r)	0.9(1+0.1r)	3.3(1+0.1r)/(1+2.2r)
IAE	0.9	1	$1.6r^{-0.3}$
ISE	$1.4r^{0.1}$	1.3	$2r^{-0.26}$
ITAE	0.5	0.86	$1.5r^{-0.3}$
BO	0.5	0.5	T_1 $(T_1 < 4T_d)$
SO		0.5	4

Tabell 5.5 - Några olika inställningsregler för PID-regulatorer $r = T_d/T$.

	aK	T_I/T_d	T_D/T_d
ZN	1.2	2	0.5
QAD	1.3(1+0.2r)	2.5(1+0.2r)/(1+0.6r)	0.4/(1+0.2r)
IAE	$1.4r^{0.1}$	$1.1r^{-0.25}$	$0.5r^{0.14}$
ISE	$1.5r^{0.06}$	$0.9r^{-0.23}$	0.6
ITAE	$1.36r^{0.06}$	$1.2r^{-0.26}$	0.4
BO	0.5	T_1	T_2
SO	0.5	4	T_2

5.8 REGLERBARHET OCH REGULATORVAL

Även om inställningsreglerna är grova så ger de riktvärden. De kan också användas för att kvalitativt bedöma begränsningar i prestanda som orsakas av processdynamiken. Det går också att få värdefulla synpunkter på val av regulatorer. Betrakta en process med monotont stegsvar enligt fig. 5.15. Processen har förstärkningen b. Om en proportionell regulator användes följer det av tabellerna 5.2, 5.4 och 5.5 att regulatorns förstärkning är av storleksordningen 1/a. Kretsförstärkningen är således b/a. Det följer då av ekvation (2.13) i avsnitt 2.6 att det statiska felet är

$$\frac{1}{1 + b/a} = \frac{a}{a + b} .$$

För att statiska felet skall vara mindre än 10 % resp 1 % krävs att $a < b/9$ resp $a < b/99$. Kvoten a/b, som lätt kan bestämmas grafiskt ur stegsvaret, anger således direkt det statiska fel som kan erhållas med proportionell reglering. Det är då också lätt att bedöma när det är nödvändigt att införa integralverkan.

Vid en rimlig inställning är integraltiden av samma storleksordning som det slutna systemets dominerande tidskonstant. Enligt tabell 5.2 är T_I två till tre gånger större än T. Det slutna systemets dominerande tidskonstant vid PID reglering är därför av storleksordningen 4 T_d.

Derivataverkan är ej så effektiv om T_d är stor i förhållande till T. En vanlig regel är att derivataverkan ej utnyttjas om $T_d > 1.5$ T. Man kan intuitivt inse att derivataverkan ej gör så stor nytta på följande sätt. Derivataverkan infördes primärt för att prediktera reglerfelet. För processer med stora tidsfördröjningar är det ej tillräckligt att göra prediktion enbart med hjälp av utsignalens derivata. Det är mycket viktigt att också känna styrvariabelns förhistoria.

Fig. 5.20 illustrerar hur en lämplig reglerform kan väljas och hur det slutna systemets prestanda kan bedömas utgående från processens stegsvar. I fall A är kvoten b/a mycket stor (>50). En proportionell regulator med hög förstärkning är således lämplig. I fall B är $b/a \approx 10$. Med proportionell är det ej möjligt att få högre kretsförstärkning än 10. Om detta ej är acceptabelt så måste integralverkan införas. I fall C är $b/a \approx 2.5$ och i fall D är $b/a \approx 0.7$. Den tillåtna kretsförstärkningen är då så låg att integralverkan är nödvändig.

I fall B är $T_d = 0.1$. Vid proportionell reglering blir periodtiden då ungefär 0.5. I fall C och D är $T_d = 0.2$ resp. 0.6, med PI reglering blir då periodtiderna 1.1 resp. 3.5. I fallen A och B kan systemet snabbas upp med hjälp av deriverande kompensering. Vinsten med deriverande kompensering är betydligt mindre i fall C och i fall D lönar det sig ej att använda derivataterm.

För processreglering anges ofta följande rekommendationer: flödesreglering I, tryck och nivå P, temperatur och koncentration PID, i andra fall PI.

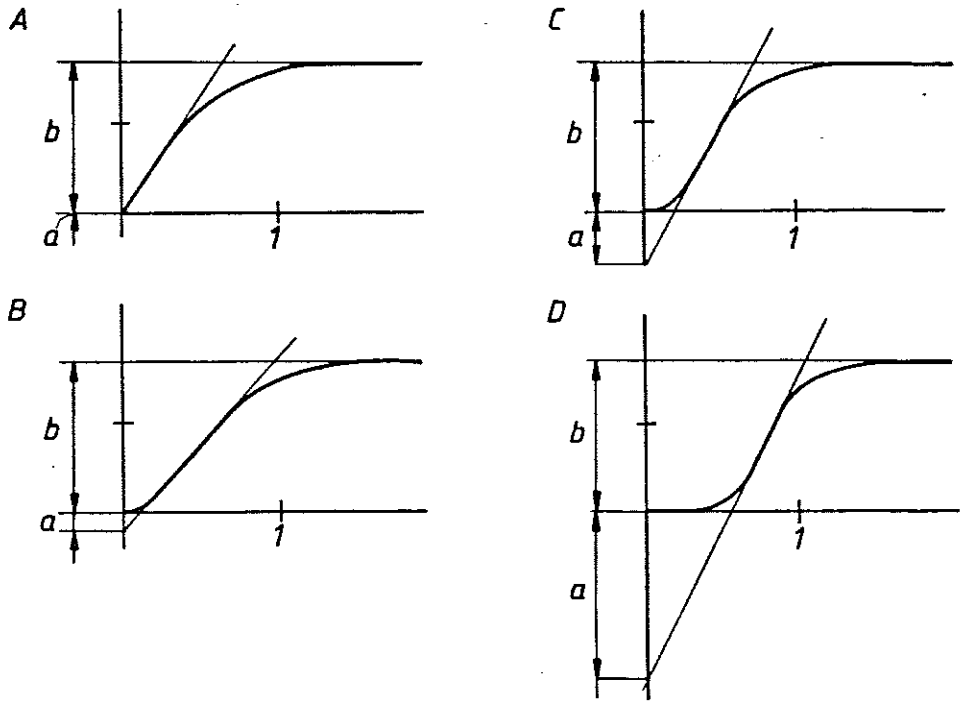

Fig. 5.20 - Illustrerar hur val av reglerform kan göras och hur det slutna systemets prestanda kan bedömas utgående från stegsvaret.

5.9 INTEGRALTERMENS AVIGSIDOR

En regulator kan betraktas som ett dynamiskt system där referensvärdet och mätsignalen är insignal och styrsignalen till processen är utsignal. En regulator med integrerande verkan har ett tillstånd som kan representeras av integralens aktuella värde. Detta tillstånd är ej stabilt, ty tillståndet går ej mot noll om insignalen sättes till noll. Detta framgår direkt av formeln (5.1), som innehåller en obestämd integral. De signaler som erhålles då en PID-regulator anslutes till ett system beror alltså på vilket värde regulatorns tillstånd har vid inkopplingstillfället.

Det är ofta önskvärt att processer kan styras såväl manuellt som automatiskt. Det är därför vanligt att regulatorer utformas så att de kan kopplas om från automatisk till manuell drift, s.k. hand-automatik omkoppling. Vid manuell drift påverkas styrvariabeln direkt genom s.k. "öka/minska knappar" på regulatorn, vilka direkt påverkar styrvariabeln. Om man ej vidtager speciella åtgärder med regulatorns tillstånd så kan integralen ha ett sådant värde att styrvariabeln gör ett språng vid omkoppling från manuell till automatisk drift. Om integratorns värde alltid ställs in så att regulatorns utsignal överensstämmer med det manuellt

inställda värdet så uppträder inga problem. Ett sådant arrangemang brukar kallas stötfri övergång (eng. bumpless transfer).

Det följer av ekvation (5.15) att det blir språng i regulatorns utsignal om regulatorparametrarna ändras. Om ändringarna görs då reglerfelet och dess derivata är noll, så blir det emellertid inga språng i utsignalen för en PI regulator. Eftersom integraldelen i en PID regulator som regel är skild från noll, så kommer ändringar av K och T_I att leda till språng i utsignalen för en PID regulator. Speciella knep s.k. stötfri parameter omställning (eng. bumpless parameter changes) får tillgripas för att undvika detta. En vanlig lösning för analoga regulatorer är att regulatorn kopplas om till manuell drift vid en parameterändring. Om regulatorn har stötfri övergång så ges integratorn automatiskt ett korrekt värde vid omkoppling till automatisk drift.

Det instabila tillståndet hos en regulator med integralverkan kan leda till problem vid reglering av processer med begränsad styrvariabel. Om styrvariabeln uppnått sin begränsning och det fortfarande finns ett reglerfel, så kan integratorns utsignal växa till stora värden. När reglerfelet minskar och så småningom byter tecken kan det ta lång tid innan reglerfelets integral minskat till sådan nivå att styrvariabeln ändras från sitt gränsläge. Detta fenomen, som leder till stora överslängar eller instabilitet vid stora börvärdesändringar eller stora störningar, har på engelska givits det talande namnet reset windup. I brist på bättre översätts detta med integratoruppvridning.

Det finns många sätt att undvika integratoruppvridning. Börvärdets ändringshastighet kan begränsas så att mättning undvikes. Integralverkan kan begränsas så att den endast träder i funktion då reglerfelet är tillräckligt litet. Om integralverkan förverkligas genom automatisk nollägesjustering såsom visas i Fig. 5.5 så kan integratoruppvridning undvikas om ställdonets läge utnyttjas för nollägesjusteringen. Se Fig. 5.21. Om ställdonets läge ej mätes kan det approximativt beräknas med hjälp av en mättning. Det faktum att integratoruppvridning ej uppträder i regulatorn i Fig. 5.21, har varit ett skäl till att kopplingen är så vanlig.

En mycket bra metod för att undvika integratoruppvridning är att detektera att styrvariabeln mättar och att återställa integraldelen till ett värde som motsvarar ställdonets mättningsnivå. En koppling för detta visas i Fig. 5.22. Den bygger på en olinjär återkoppling. Om utsignalen ej mättar så händer ingenting. Då utsignalen går i mättning träder den olinjära återkopplingen i funktion och

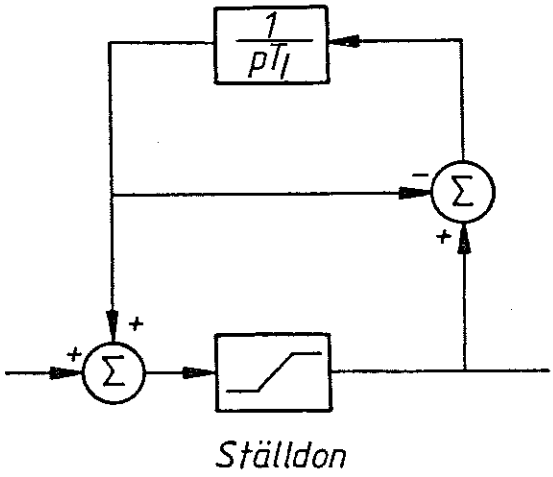

Fig. 5.21 - Integralverkan genom automatisk nollägesjustering. Integratoruppvridning undvikes genom att nollogesjusteringen baseras på återkoppling från ställdonets läge.

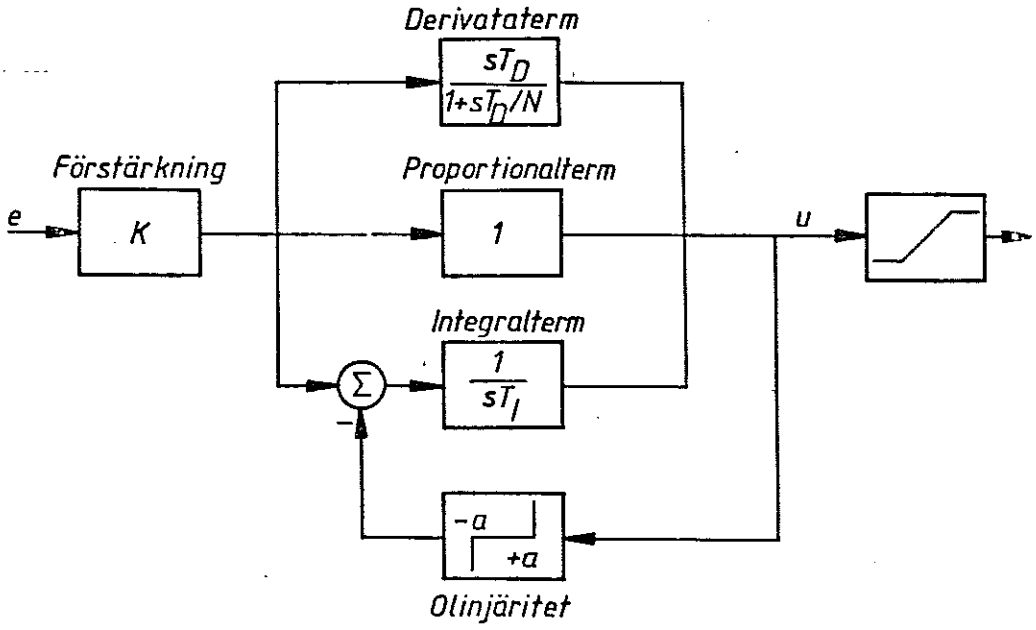

Fig. 5.22 - PID regulator med koppling för undvikande av integratoruppvridning.

integratorn ställs in på ett sådant värde att signalen u antar något av mättnadsvärdena. För att kretsen skall fungera krävs kunskap om de signalnivåer då ställdonet mättar. Värdet a bör väljas så att olinjäriteten träder i funktion innan ställdonet går i mättning.

För reglering av satsvisa processer är det ofta mycket viktigt att undvika integratoruppvridning. En regulator som undviker uppvridning kallas därför ibland PI-sats (PI-batch). Nyttan med att införa speciella kopplingar som undviker integratoruppvridning belyses med ett exempel.

E x e m p e l 5.4

Betrakta ett system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{10}{s(s+10)}$$

Detta kan t.ex. representera en motordrift. Antag att styrsignalens värden är begränsade till intervallet (-1,1). Systemet kan t.ex. representera en motor driven av en förstärkare med strömbegränsning. För att undvika stationära fel vid momentstörningar används en regulator med integrerande verkan. Rimliga värden på regulatorns parametrar är $K = 10$, $T_I = 0.5$, $T_D = 0.1$ och $N = 10$. Med förstärkningen $K = 10$ blir proportionalbandet $2e_0 = 0.2$. För störningar, som är så små att reglerfelet ligger inom proportionalbandet, begränsas ej styrvariabeln. Det slutna systemet kan då beskrivas med linjära ekvationer. Systemets stegsvar framgår av fig. 5.23.

Systemets egenskaper förändras drastiskt om störningarna blir så stora att reglerfelet kommer utanför proportionalbandet. Fig. 5.24 illustrerar vad som kan hända. Då styrsignalen mättar erhålles en mycket stor översläng. Fenomenet kan förklaras på följande sätt. Stegsvaret är så stort att reglerfelet kommer utanför proportionalbandet. Styrsignalen antar omedelbart sitt största värde och reglerfelet börjar att avta. Det stora reglerfelet leder emellertid till att integraldelen växer ("integratorn dras upp"). Då reglerfelet passerar noll har integraldelen sitt största värde. Eftersom regleringen väsentligen baseras på summan av felet och integraltermen, kommer styrsignalen fortfarande att anta sitt maximala värde. Kombinationen av integralverkan och begränsning i styrsignalen leder alltså till att det tar alltför lång tid innan pådraget minskar med en stor översläng som följd. Observera att överslängen är betydligt större än proportionalbandet.

Det är lätt att eliminera nackdelen genom att förändra regleralgoritmen. Vad som behövs är att ge regulatorn information om att styrsignalen mättar och se till att integraldelen ger ett sådant värde att regulatorns utsignal blir lika med

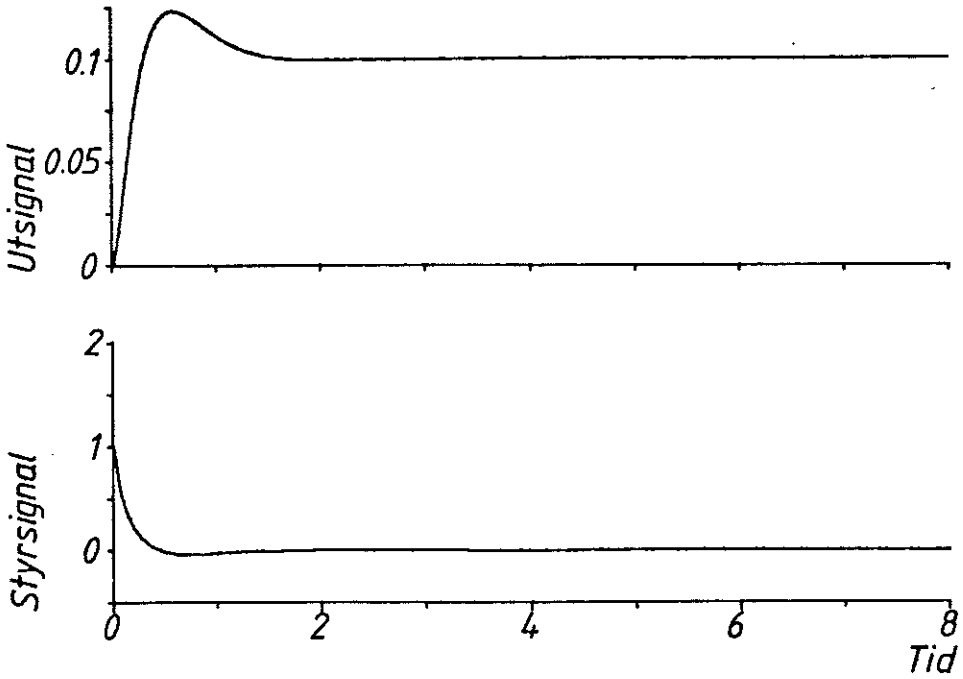

Fig. 5.23 - Stegsvar vid vanlig PID reglering. Steget är så litet att reglerfelet alltid ligger inom proportionalbandet.

begränsningen. I Fig 5.23 visas vad som händer då denna typ av modifierade PID regulatorer används på processen. Förändringen i referensvärdet ger reglerfel $e = 1$ som är större än proportionalbandet $e_0 = 0.1$. Styrsignalen uppnår omedelbart begränsningen och integraltermen ges ett negativt värde. Felet minskar sedan och integraltermen sätts fortfarande automatiskt så länge som regulatorns utsignal antar mättningsvärdet. Vid tiden $t = 0.6$ börjar pådraget att minska. Observera att reglerfelet är positivt och större än proportionalbandet vid denna tidpunkt. Skälet till att styrsignalen trots detta minskar är att integraltermen är negativ. Insvängningen blir mycket mjuk och utan översläng. Exemplet visar hur integratoruppdragning kan undvikas genom att införa olinjäriteter i regulatorn. □

En genomgång av resonemanget i exemplet kan ge indikationer på situationer då problem med integratoruppdragning kan förväntas. Problem kan ej uppträda om störningarna är så små att reglerfelet alltid ligger inom proportionalbandet. För att integratoruppdragning skall kunna förekomma måste också processdynamiken vara trög så att det tar lång tid för reglerverkan att bli märkbar. Effekten är allvarligare för sådana processer som är känsliga för överslängar. Ett exempel är temperaturreglering i en extruder där materialet kan fördärvas om den önskade temperaturen överskrids alltför mycket.

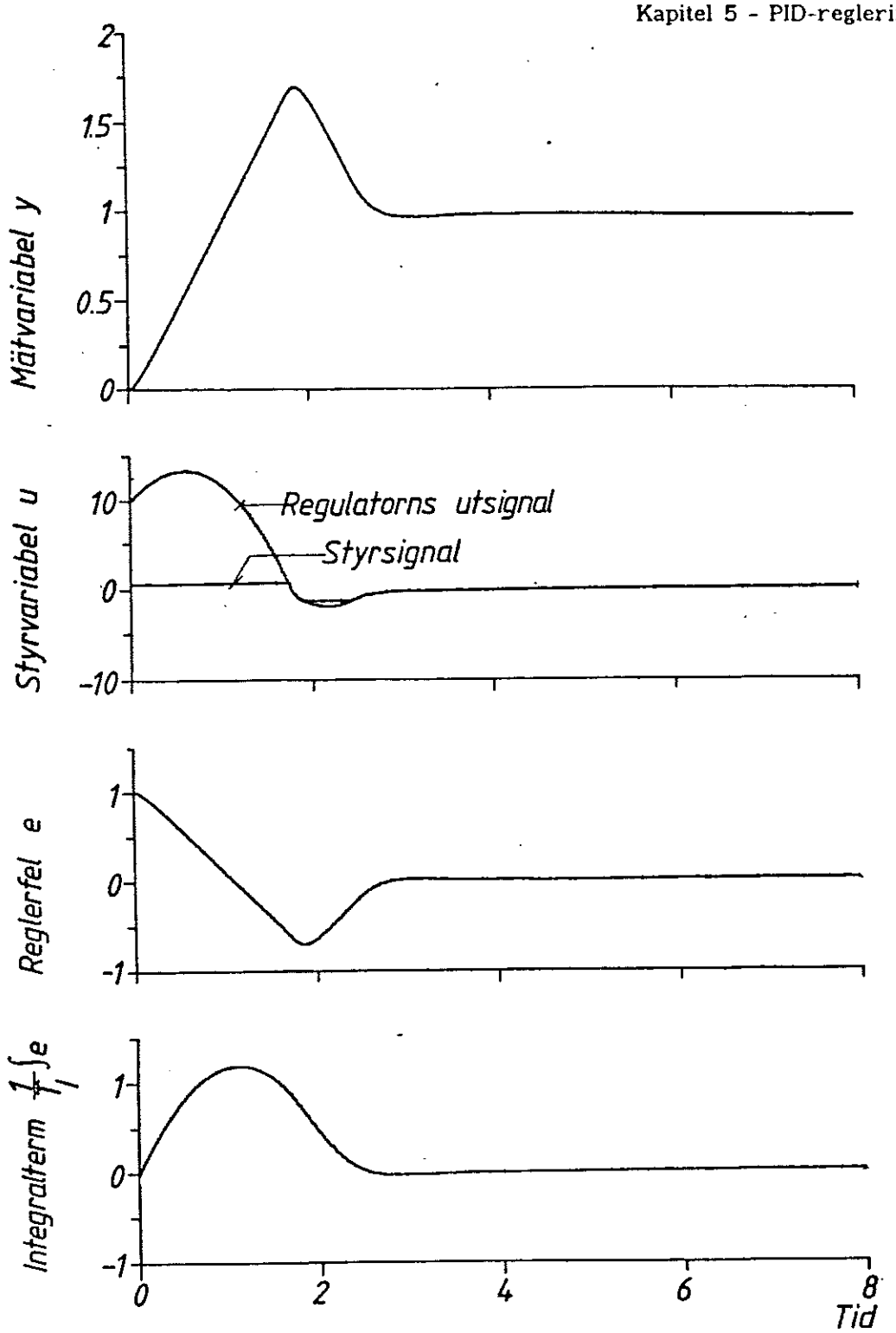

Fig. 5.24 - Stegsvar vid vanlig PID reglering. Steget är så stort att integratoruppvridning uppträder.

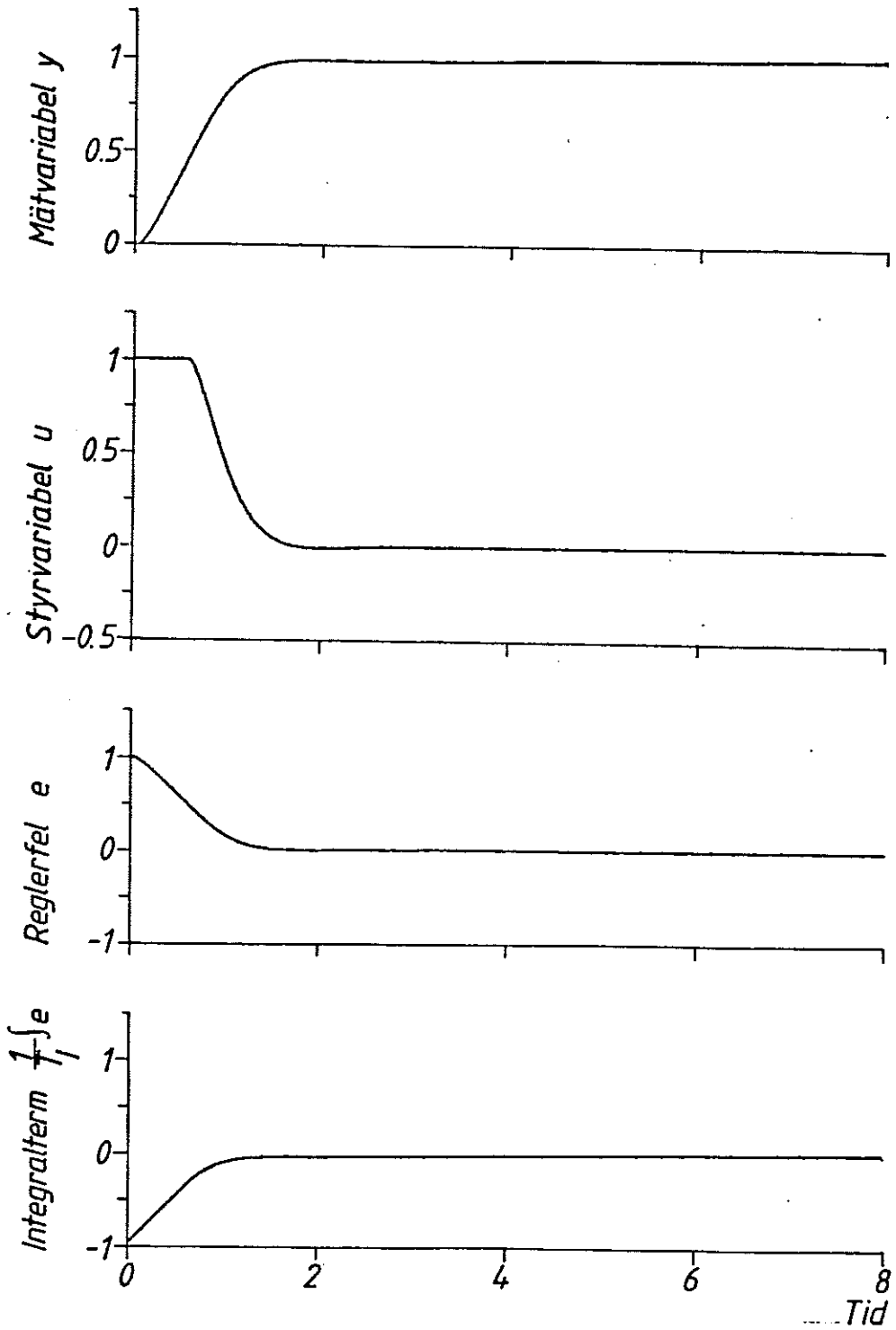

Fig. 5.25 - Stegsvar med speciell PID regulator som undviker integratoruppvridning. Steget är så stort att reglerfelet ligger utanför proportionalbandet till en början.

5.10 OLINJÄRITETER

I avsnitt 5.9 visades att drastiska förbättringar kunde göras genom att införa olinjäriteter i en regulator. Det finns många andra fall när olinjär reglering är bra därför att processen är olinjär. Ett typiskt exempel är pH-reglering då regulatorn bör ha låg förstärkning vid små fel men hög förstärkning vid stora fel. Detta kan åstadkommas genom att göra regulatorns parametrar beroende av reglerfelet. Följande fall är vanliga:

$$K = K^0 |e|$$

$$T_I = T_I^0 |e|$$

$$T_D = T_D^0 |e|$$

På engelska kallas reglerformerna "error squared on gain", "error squared on integral" resp. "error squared on derivative". På svenska skulle detta kunna översättas till kvadrerad proportional, integral och derivataverkan. Kombinationer kan naturligtvis också förekomma. I exempel 4.5 visades t.ex. att det var gynnsamt att multiplicera derivatatiden med felets absolutbelopp. En liknande effekt kan uppnås genom att införa en dödzon, dvs

$$u = \begin{cases} u + d & u \leq -d \\ 0 & |u| \leq d \\ u - d & u \leq d \end{cases}$$

Detta kan också vara gynnsamt om man vill undvika onödigt slitage av ställdonen.

Utförligare diskussioner av olinjära regulatorer ges i kapitel 8 och 10.

5.11 FÖRVERKLIGANDE AV PID REGULATOR

Vi skall nu kortfattat beröra hur en PID regulator kan förverkligas. En utförligare diskussion ges i Kapitel 10.

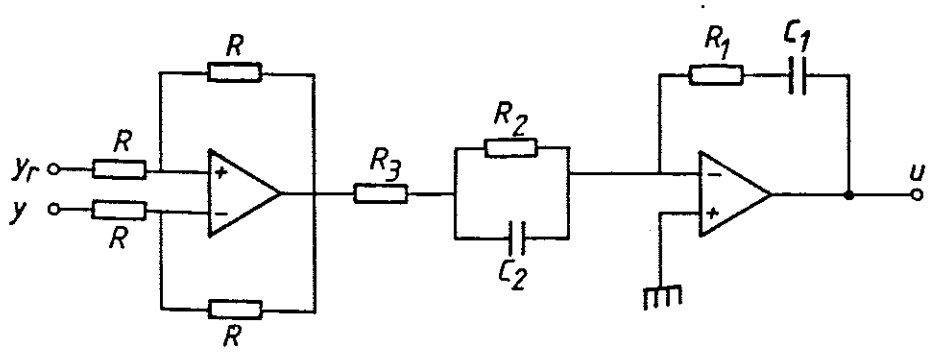

Fig. 5.26 - Exempel på analog PID regulator. Regulatorn har överföringsfunktionen (5.17) med $K = R_1R_4/[R(R_1+R_3)]$, $T_I' = R_1C_1$, $T_D' = R_2C_2$ och $N' = R_3/R_2+1$.

Analog teknik

En analog PID regulator kan realiseras genom att efterbilda kopplingen i Fig. 5.22. Detta kan göras med hjälp av återkopplade operationsförstärkare. En enkel koppling visas i Fig. 5.26. Flera andra varianter diskuteras i Kapitel 10.

Datorstyrning

För digital reglering behövs först ett enkelt operativsystem som kan starta ett program med regelbundna tidsintervall. Ett sådant operativsystem kan styras av en klocka såsom illustreras i Fig. 5.27. Operativsystemet fungerar så här. Vid en puls från klockan startar operativsystemet programmet. Då detta exekverats tar operativsystemet över och väntar tills nästa klockpuls kommer. För proportionell reglering kan programmet se ut så här

```
YR = ADIN(1)
Y  = ADIN(2)
E  = YR-Y
U  = K*E
DAUT(U)
```

Efter varje klockpuls beordras en analog-digital omvandling på kanal 1 och 2. De omvandlade talen tilldelas variablerna YR respektive Y. Sedan beräknas reglerfelet E och utsignalen U. Signalen U omvandlas sedan från digital till analog form. Digital-analog omvandlaren är sådan, att den bibehåller sitt gamla värde tills en ny

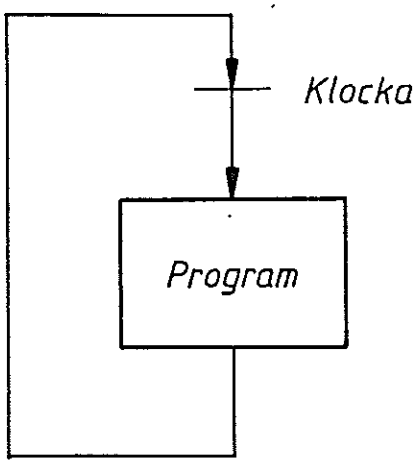

Fig. 5.27 - Principschema för ett enkelt operativsystem.

omvandling beordras.

Om tiden mellan två på varandra följande klockpulser är tillräckligt kort så erhålles en reglerverkan, som är nästan identisk med en analog P-regulator.

För att åstadkomma integralverkan så approximeras integralen

$$I(t) = \frac{K}{T_I} \int^{t} e(s)ds$$

med summan

$$I(t) \approx \frac{Kh}{T_I} \sum_{1}^{\infty} e(t-kh).$$

Summan kan beskrivas med rekursionsformeln

$$I(t) = I(t-h) + \frac{Kh}{T_I} e(t-h).$$ framåtdifferenser

Programmet för PI reglering kan då se ut så här

```
YR  = ADIN(1)
Y   = ADIN(2)
E   = YR-Y
U   = K*E+I
DAUT(U)
```

I = I+K*H/TI*E

Observera att digital analogomvandlingen görs innan I delen uppdateras. Detta har den fördelen att tidsfördröjningen som orsakas av beräkningarna ej blir onödigt lång.

För att göra en digital PID regulator måste derivatatermen också approximeras. Enligt ekvation 5.6 kan derivatatermen skrivas så här

$$u_d = \frac{pT_D}{1+pT_D/N}\, e$$

där p är differentialoperatorn. Uttrycket kan förenklas på följande sätt

$$u_d = \frac{pT_D+N-N}{1+pT_D/N}\, e = \left[N - \frac{N}{1+pT_D/N}\right] e$$

$$= N\left[1 - \frac{N/T_D}{p+N/T_D}\right]e = N\left[e - z\right]$$

där

$$z = \frac{N/T_D}{p+N/T_D}\, e$$

Observera att omskrivningen leder till den representation av derivatan som ges av blockschemat i Fig. 5.28a. Det kan jämföras med approximation av derivatan med en differens som visas i Fig. 5.28b. Variabeln z uppfyller således differentialekvationen

$$\frac{dz}{dt} + (N/T_D)z = (N/T_D)e$$

Om derivatan approximeras med en differens finner vi

$$\frac{z(t) - z(t-h)}{h} + \frac{Nz(t)}{T_d} = \frac{Ne(t)}{T_D}$$ bakåtdifferenser

Dvs.

$$z(t) = z(t-h) + (Nh/T_d)\ (e(t) - z(t-h))$$

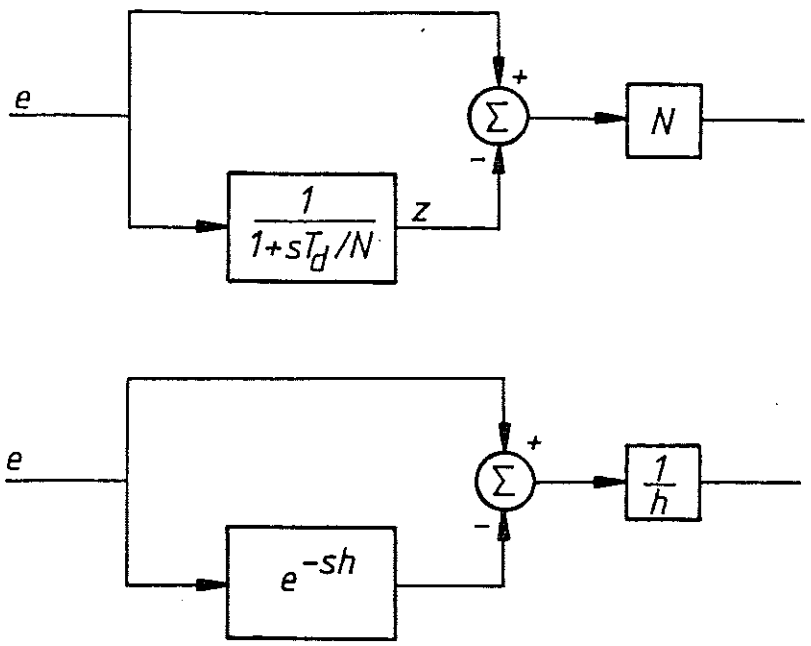

Fig. 5.28 - Olika approximationer av derivatan.

Vi finner således att programmet för PID reglering blir då

```
E = Y-YR
Z = Z+N*H/(TD+N*H)(E-Z)
U = K*(E+N*(E-Z))+I
I = I+K*H/TI*E
```

där analog-digital och digital-analog omvandlingarna utelämnats ur koden.

Hur integratoruppvridning undvikes

För att undvika integratoruppvridning skall den olinjäritet som visas i Fig. 5.22 förverkligas. Vid datorstyrning kan det lätt åstadkommas genom att detektera när styrsignalen mättar och återställa integraldelen. För att se hur koden skall skrivas betrakta t.ex. PI reglering. Den nominella styrsignalen UN beräknas då ur

```
E  = YR-Y
UN = K*E+I
```

Om den nominella styrsignalen UN överstiger mättnadsvärdet UH, så skall integraldelen sättas till

IN = UH-K*E = UH-K*E-I+I

dvs.

IN = I+UH-UN

På samma sätt gäller om den nominella styrsignalen underskrider den undre mättnadsgränsen UL att

IN = UL-K*E = I+UL-UN

Koden för en PI regulator som undviker integratoruppvridning kan då skrivas på följande sätt

```
E  = YR-Y
UN = K*E+I
U  = UN
IF UN < UL THEN U=UL
IF UN > UH THEN U=UH
I  = I+U-UN+K*H*E/TI
```

Motsvarande formler för PID regulator ges i nedanstående Lista 5.1. I denna listning har derivatan endast tagits med avseende på mätsignalen. Detta är ordnat genom att byta E mot -Y i uttrycken för derivataverkan.

Lista 5.1. Program för digital PID regulator i Applesoft Basic.

```
100  REM
     ***************************
     *       PID REGULATOR     *
     *  AUTHOR: K J ÅSTRÖM     *
     ***************************
110  REM FEATURES
     DERIVATIVE ON MEASUREMENT
     ANTI WINDUP
120  REM VARIABLES
     YR REFERENCE
     Y  MEASUREMENT
     U  REGULATOR OUTPUT
130  REM PARAMETERS
     K  GAIN
     TI INTEGRATION TIME
     TD DERIVATION TIME
     N  MAX DERIVATION GAIN
     H  SAMPLING PERIOD
     UL LOW OUTPUT LIMIT
     UH HIGH OUTPUT LIMIT
140 :
200  REM
        PRECOMPUTATIONS
210  AI = K * H / TI
220  AD = N * H / (TD + N * H)
230  KD = K * N
240 :
300  REM
        MAIN PROGRAM
310  E = YR - Y
320  Z = Z - AD * (Z + Y)
330  V = K * E + I - KD * (Y + Z)
340  U = V
350  IF U < UL THEN U = UL
360  IF U > UH THEN U = UH
370  I = I + U - V + AI * E
380 :
390  RETURN
```