Reglering av farkoster

Svensson, Göran; Bergman, Sten-Åke; Bjerke, Ola; Dymling, Stephan; Grgic, Alexander; Grimsberg, Mikael; Henningsson, Bertil; Kleverman, Mats; Månsson, Lennart; Nielsen, Lars

1979

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

CODEN: LUTFD2/(TFRT-7165)/1-055/(1979)

REGLERING AV FARKOSTER

S-Å BERGMAN, O BJERKE, S DYMLING, A GRGIĈ, M GRIMSBERG,
B HENNINGSSON, M KLEVERMAN, L MÅNSSON, L NIELSEN,
G SVENSSON

INSTITUTIONEN FÖR REGLERTEKNIK
LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MARS 1979

Dokumentutgivare
Lund Institute of Technology

Handläggare Dept of Automatic Control
G Olsson, B Wittenmark

Författare
S-A Bergman, O Bjerke, S Dymling, A Grgić,
M Grimsberg, B Henningsson, M Kleverman,
L Månsson, L Nielsen, G Svensson

Dokumentnamn
REPORT

Dokumentbeteckning
LUTFD2/(TFRT-7165)/1-055/(1979)

Utgivningsdatum
March 1979

Ärendebeteckning

Dokumenttitel och undertitel
Reglering av farkoster (Control of vehicles)

Referat (sammandrag)

This is a report of a special group working in parallel with the course "Reglerteknik AK" (Introductory course in Automatic Control). The subject was modeling and control of airplanes and ships.

Referat skrivet av
B Wittenmark

Förslag till ytterligare nyckelord

Klassifikationssystem och -klass(er)

Indextermer (ange källa)

Omfång
56 pages

Övriga bibliografiska uppgifter

Språk
Swedish

Sekretessuppgifter

ISSN

ISBN

Dokumentet kan erhållas från
Department of Automatic Control
Lund Institute of Technology
Box 725, S-220 07 LUND 7, Sweden

Mottagarens uppgifter

Pris

DOKUMENTDATABLAD enligt SIS 62 10 12

SIS-DB 1

Blankett LU 11:25 1976–07

Specialgrupp Reglerteknik Ak

Sten-Åke Bergman
Ola Bjerke
Stephan Dymling
Alexander Grgiĉ
Mikael Grimsberg
Bertil Henningsson
Mats Kleverman
Lennart Månsson
Lars Nielsen
Göran Svensson

0. INTRODUKTION

Gruppen har studerat dynamik och reglering av två modeller av flygplan respektive båt.

Hjälpmedel var teori ur Reglerteknik allmän kurs och simulering på analogimaskin och dator.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING:

1 INLEDNING

1.1

Detta arbete har utförts parallellt med de första grundläggande studierna i reglerteknik.

Vid utbildning med hjälp av projektstudier brukar man inhämta nya teoretiska kunskaper, först när en svårighet dyker upp och ett behov av mer teori föreligger. Vårt arbete kan alltså ej klassificeras som inlärning av reglerteori med hjälp av ett projekt.

I vårt arbete har vi inhämtat teorin först för att sedan se efter ifall vi kan förbättra vårt system med dessa nya kunskaper. Emellertid, i vissa fall har vi inte kunnat uppfylla systemspecifikationerna med de kunskaper vi hade utan först senare i kursen erhöll vi de erfoderliga verktygen. Hur pass man kan kalla det projketarbete i vanlig bemärkelse eller inte kan diskuteras, men är i och för sig ointressant.

Målsättning:

I början av arbetet behövs litteratursökning, vilket är ett ofta glömt kapitel i utbildningen. Detta skulle i viss mån åtgärdas. På samma sätt skulle avslutningen av arbetet - rapportskrivningen - också täcka över - åtminstone delvis - en lucka i utbildningen.

Arbetet skulle också öka förståelsen av vad teori försöker säga, så att man inte bara behandlar problem rent mekaniskt med hjälp av formelsamling.
Från ord till matematik var ett av de "honnörsord" vi hade inför arbetet. Härmed syftas på att det vanliga ekvationslösandet också skulle föregås av uppställningen av själva ekvationen utifrån problemet som skulle lösas. Detta är också en av de försummade delarna av utbildningen, tyvärr.

Man skulle här kunna följa "orden" genom de matematiska manipulationerna och få en känsla för vad reglerteorin försöker utföra.
Sist men inte minst skulle handhavandet både med matematiken och de praktiska hjälpmedlen bli bättre än vad själva kursen normalt ger.

Flyggruppen

Arbetets målsättning har inte varit att ta fram en styrautomat - autopilot - inte ens ett underlag för en sådan.
Då arbetet från början begränsas av både kunskaps- och tidsramar och dessutom endast skall fylla några teknologers behov - ej någon kunds - har utgångspunkten varit:

1. Styrservo för endast höjdroder
2. Flygplanets arbetspunkt är planflygt - horisontell flygning -, utan bankning - lutning -, och med konstant fart.
3. De olika fallen har skiljt sig åt i avseende på fart och höjd.
4. Styrservot skall uppfylla specifikationerna för en stegändring - stigning - i de olika flygfallen.

Båtgruppen

1. Undersöka olika modellers dynamiska egenskaper
2. Att undersöka hur man med olika styrlagar kan förbättra möjligheterna att enkelt styra de olika båtarna.

2 VAL AV MODELL

2.1 Modell för flygplan

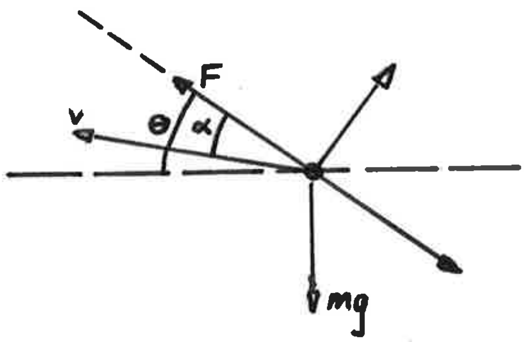
En av de viktigaste punkterna vid undersökning av flygplansdynamik är att välja en lämplig matematisk modell.
En möjlighet att erhålla en modell är att starta från aerodynamiska formler och samband. P.g.a. att ett flygplan är mycket komplicerat aerodynamiskt sett är denna metod knappast praktiskt genomförbar. Förenklingar är tydligen nödvändiga.
Ett mera praktiskt sätt är att införa de tillstånd som behövs, vinklar, accelerationer, o.dyl. och sedan mäta sig till approximativa formler.
För flygplanet valdes som arbetspunkt flygning rakt fram. På detta sätt slipper man att ekvationerna för höjdled kopplas med de sidled. I fortsättningen undersöks sambanden för höjdreglering.

En "lagom" omfattande modell hittades i Lee (1967) där det amerikanska flygplanet F-101 B hade undersökts.

De longitudinella rörelserna beskrevs av:

$$\begin{pmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\delta} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \alpha \\ \delta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix} u$$

θ = pitchvinkel
α = attackvinkel
δ = höjdroderdeflektion
u = styrsignal till roder



v = fpl.-hastigheten
F = Motordragkraft.

Fig. 2.1.1 Definitionen av α och θ

$$A = \begin{pmatrix} M_q + M_{\dot{\alpha}} & M_\alpha + M_{\dot{\alpha}} Z_w & M_{\delta_e} + M_{\dot{\alpha}} Z_{\delta_e}/u_1 \\ 1 & Z_w & Z_{\delta_e}/u_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

De i A ingående aerodynamiska derivatørna var bestämda för olika flygfall, d.v.s höjder och farter.

2.2 Båt

I den fysikaliska beskrivningen som har använts, för att få en matematisk modell av olika båtar, har det gjorts en rad förenklingar.

Följande antagande har gjorts (se även fig. 2.2.1):

i) Båten betraktas som en stel kropp

ii) Roderdynamiken har försummats

iii) Rotationer kring x-, resp. y-axel försummas

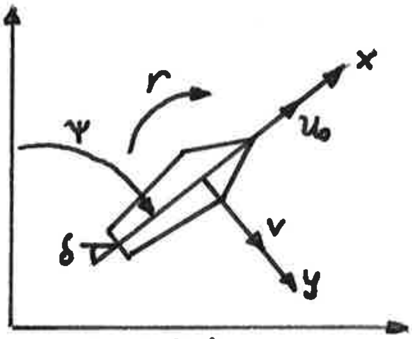


Fig. 2.2.1

Under dessa förutsättningar och med vissa antagande beträffande de hydrostatiska krafterna, så studeras två modeller med följande rörelseekvationer.

1) "Sea Sovereign" Fullt lastad kallad BAT 1:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = a_1 v + a_{11} v \cdot |v| + a_2 r + b_1 \delta & \text{Kraftekvationen} \\ \frac{dr}{dt} = a_3 v + a_4 r + a_{22} r \cdot |v| + b_2 \delta & \text{Momentekvationen} \\ \frac{d\psi}{dt} = r \end{cases}$$

2) "Sea Splendour" Ballast, kallad BAT 2:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = a_1 v + a_{11} v \cdot |v| + a_2 r + b_1 \delta & \text{Kraftekvationen} \\ \frac{dr}{dt} = a_3 v + a_4 r + b_2 \delta & \text{Momentekvationen} \\ \frac{d\psi}{dt} = r \end{cases}$$

Värdet på de ingående parametrarna finns redovisade i bilaga 1. Se även Åström (1976). Ekvationerna 1) och 2) är normaliserade, d.v.s dimensionsfria variabler har införts. Här är detta gjort så att en längdenhet är båtens längd, L, tidsenheten är L/v, där V är båtens hastighet, och en massenhet är $\rho L^3/2$, där ρ är vattnets densitet.

Utgående från ekvationerna 1/ och 2) linjäriserades kring punkten v=o,r=o.
För att kunna använda teorin för linjära tidsinvarianta system. De linjäriserade ekvationerna blir:

BAT 1 och BAT 2;

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\begin{pmatrix} v \\ r \\ \psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v \\ r \\ \psi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{pmatrix} \delta \\ \\ y = (0\ 0\ 1)\begin{pmatrix} v \\ r \\ \psi \end{pmatrix} \end{cases}$$

3 ANALYS AV DYNAMIKEN

3.1 Flygplan

Formeln ur Lee (1967) skrevs om på standardform där

$$\dot{x} = A'x + B'u \quad ; \quad x = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \alpha \end{pmatrix} \quad ; \quad u = \delta$$

överföringsfunktionen Go(s) från δ till $\dot{\theta}$ blir då

$$G_0(s) = \frac{K(s+b)}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

där K, b, ζ, ω, erhölls av mätningar av de aerodynamiska derivatorna.

Koefficienterna för en del flygfall som undersöktes närmare framöver visas nedan.

Flyfall	macktal	höjd(m)	K	b	ζ	ω
1	0.2	0	2.707	0.3615	0.3885	1.349
9	1.0	0	43.77	1.674	0.2981	8.585
30	1.4	7.000	35.68	0.8518	0.1627	7.883
56	1.8	15.000	18.22	0.3833	0.0937	5.629

Ur mät-data kunde pol och nollställen inritas i diagram, se fig. 3.1.1

Bodediagram för flygfall 1 och 56, se fig. 3.1.2

Impulssvaret g(t) för systemet är

$$g(t) = K \frac{e^{-\zeta\omega t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot \left[\sin(\omega\sqrt{1-\zeta^2} \cdot t + \tau) + b \sin(\omega\sqrt{1-\zeta^2} \cdot t) \right] \quad ; \quad \tau = \arctan \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{-\zeta}$$

D.v.s ett svängande system, vinkelfrekvens

med realdelen $\quad -e^{-\zeta\omega t}$

Ur fig. 3.1.1 ses att frekvensen ökar med farten samt dämpningen är bäst på låga höjder.

Vid landning är systemet långsamt och dåligt dämpat.

En lämplig regulator ska nu realiseras.

3.2 Båt

Som framgick av avsnitt 2 kan för båda de studerade båtarna systemet skrivas på tillstånds form:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

där:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} v \\ r \\ \psi \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u = \delta \qquad C_\psi = (\ 0\ 0\ 1\ )$$

I vissa fall kan även r vara den intressanta utsignalen.
Då skrivs istället $C_r = (\ 0\ 1\ 0\ )$

För att härleda överföringsfunktionen för systemet utnyttjas formeln: $G(s) = C(sI-A)^{-1}B$. Se Åström (1976).
Det förutsätts då att $x(t=0)=0$

För att invertera $(sI-A)$ används t.ex. Cramers regel, varvid resultatet blir:

$$(sI-A)^{-1} = \frac{1}{\det(sI-A)} \begin{pmatrix} s(s-a_4) & a_2 s & 0 \\ a_3 s & s(s-a_1) & 0 \\ a_3 & s-a_1 & (s-a_1)(s-a_4)-a_2a_3 \end{pmatrix}, \text{ där}$$

$$\det(sI-A) = s(s^2-(a_1+a_4)s + (a_1a_4-a_2a_3)).$$

Överföringsfunktionen G_ψ erhålls nu efter enkla matrisoperationer som

$$G_\psi(s) = \frac{b_2 s + (b_1a_3 - b_2a_1)}{s(s^2 - (a_1+a_4)s + (a_1a_4 - a_2a_3))} \underset{\text{def}}{=} \frac{b_2(s - z_1)}{s(s^2 + K_2 s + K_3)}$$

där $z_1 = a_1 - \frac{b_1a_3}{b_2}$

$$K_2 = -(a_1 + a_4)$$

$$K_3 = (a_1a_4 - a_2a_3)$$

Nämnaren i $G_\psi(s)$ kan faktoriseras och $G_\psi(s)$ skrivs då:

$$G_\psi(s) = \frac{K(s-z_1)}{s(s-p_1)(s-p_2)}$$

		Båt 1	Båt 2
där: $z_1 = a_1 - \frac{b_1}{b_2} a_3$	=	- 1.245	- 1.266
$K_2 = -(a_1+a_4)$	=	2.403	1.298
$K_3 = (a_1 a_4 - a_2 a_3)$	=	- 0.598	0.486
$K = b_2$	=	- 0.790	- 1.236
$A = -\frac{1}{2}(K_2 - \sqrt{K_2^2 - 4K_3})$	=	- 2.630	- 1.870
$P_2 = -\frac{1}{2}(K_2 + \sqrt{K_2^2 - 4K_3})$	=	+ 0.227	- 0.260

Bodediagram för båt 2 finns i fig. 3.2.1.

Båt 1 har alltså en pol i höger halvplan och är därmed instabil, medan båt 2 är stabil med båda polerna i vänstra halvplanet.

Instabiliteten för båt 1 är dock införd genom linjäriseringen av systemet och är alltså inte en fysisk realitet. Detta kan inses av fig. 3.2.2-4, simuleringar av olika driftsfall för de båda båtarnas linjära modeller jämförs med de olinjära. I figurerna konstateras lätt att skillnaden mellan det linjära och olinjära systemet för båt 1 är av väsentlig typ medan motsvarande för båt 2 bara är en grad skillnad. Simuleringarna är utförda på Instutitionen för Regleringstekniks PDP-15 med simuleringspaketen SIMNON.

Pol och ena komplexkonjugerade nollställets placering vid olika flygfall.

fig 3.1.1

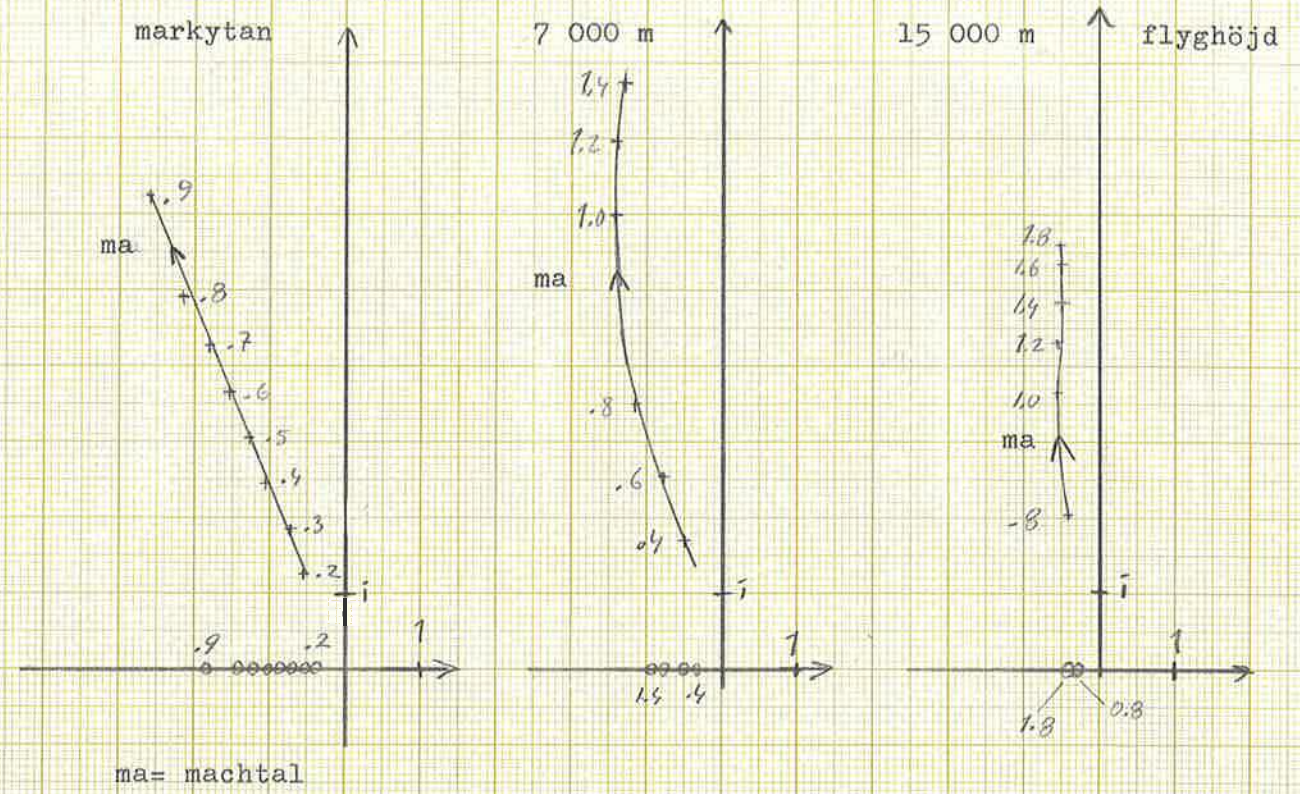
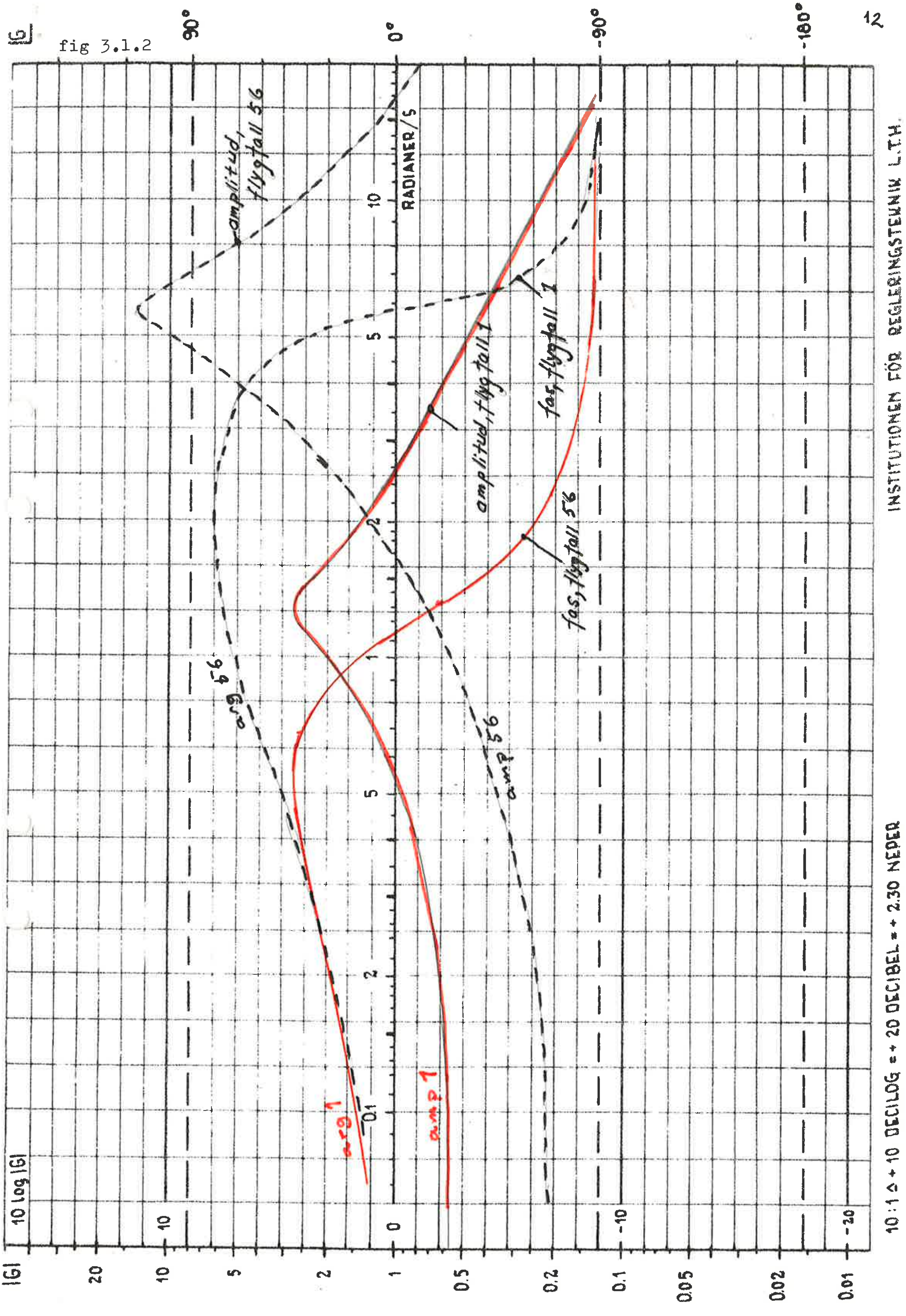


fig 3.1.2


G
90°
0°
-90°
-180°
RADIANER/S
0.1
2
5
1
2
5
10
amplitud, flygfall 56
amplitud, flygfall 1
fas, flygfall 1
fas, flygfall 56
arg 56
amp 56
arg 1
amp 1
10 log |G|
10
0
-10
-20
|G|
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
INSTITUTIONEN FÖR REGLERINGSTEKNIK L.T.H.
10:1 ≙ +10 DECILOG = +20 DECIBEL = +2.30 NEPER

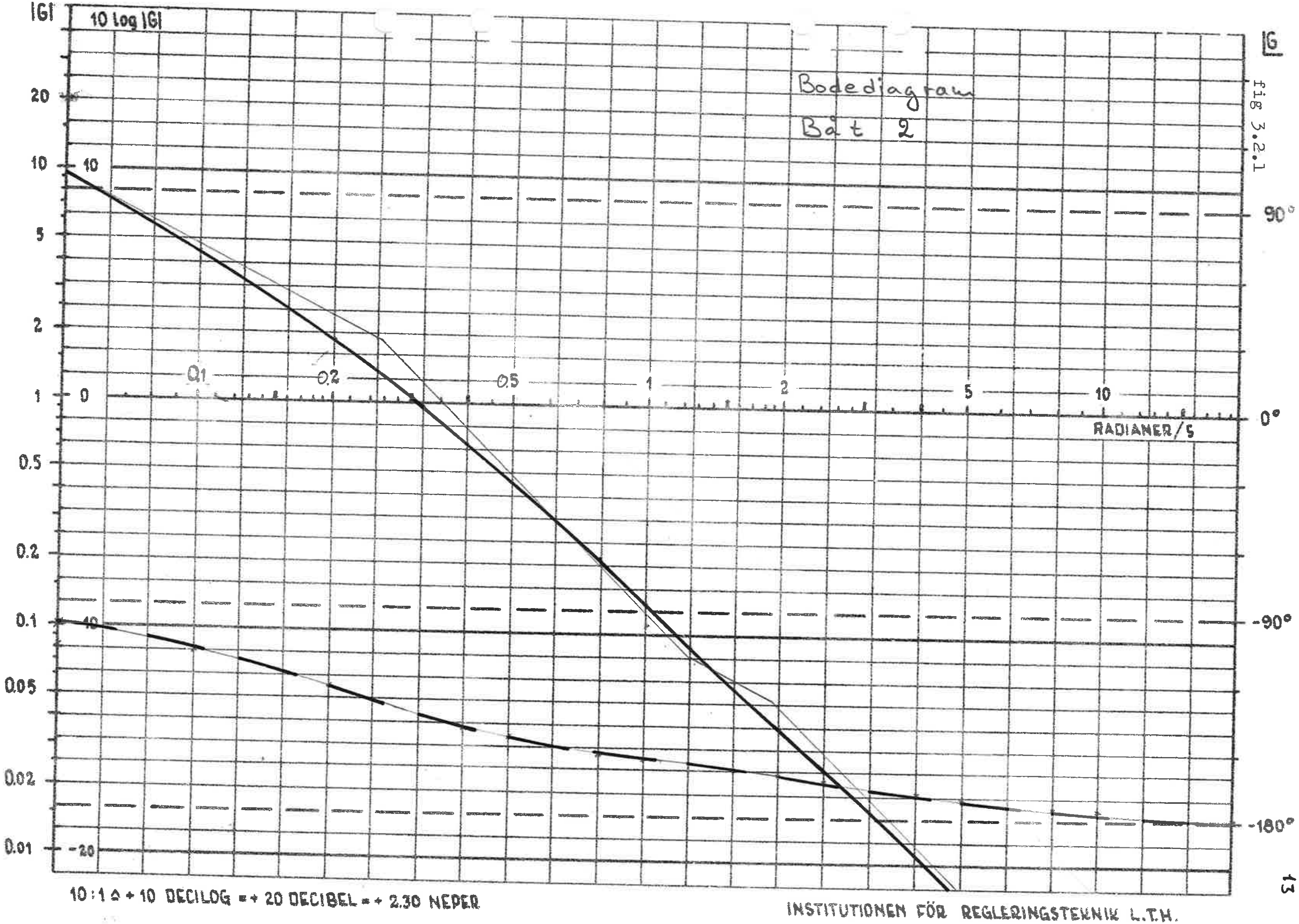


fig 3.2.1
Bodediagram
Båt 2
|G|
10 log |G|
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
10
0
-10
-20
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
RADIANER/S
90°
0°
-90°
-180°
10:1 ≙ +10 DECILOG = +20 DECIBEL = +2.30 NEPER
INSTITUTIONEN FÖR REGLERINGSTEKNIK L.T.H.

fig 3.2.2

PLOT U R V

BAT1

Stationary point around the origin, r=0, v=0 is unstable

Pulse of rudder 0.1 during 10 time units.

Observe, that the new stationary point is a circular movement.

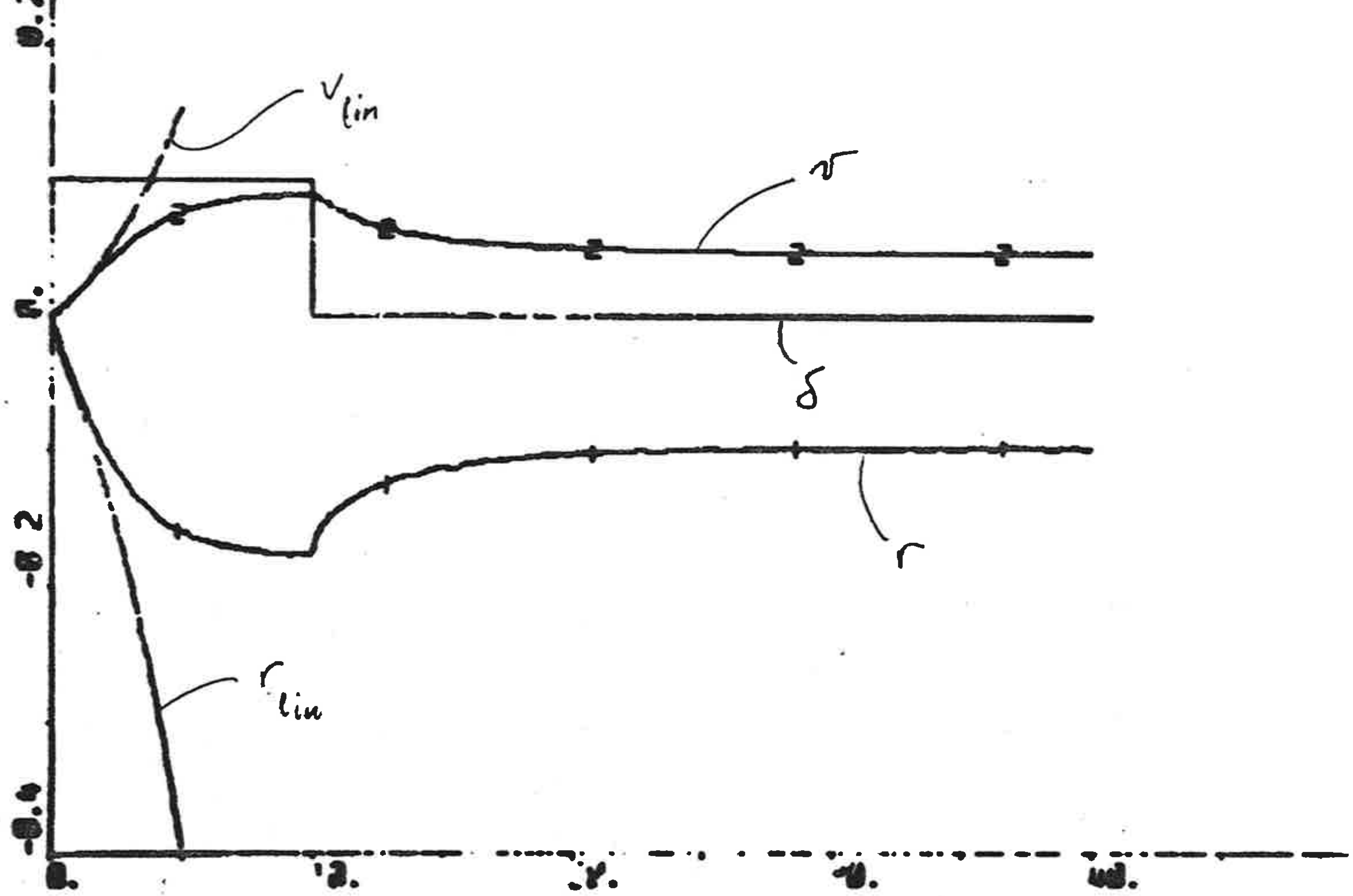


fig 3.2.3

BAT2

PLOT U R V

System BAT2

The rudder is disturbed during 10 time units as a pulse.

1. Nonlinear model, stable stationary point in origin
2. Linear model, stable stationary point.

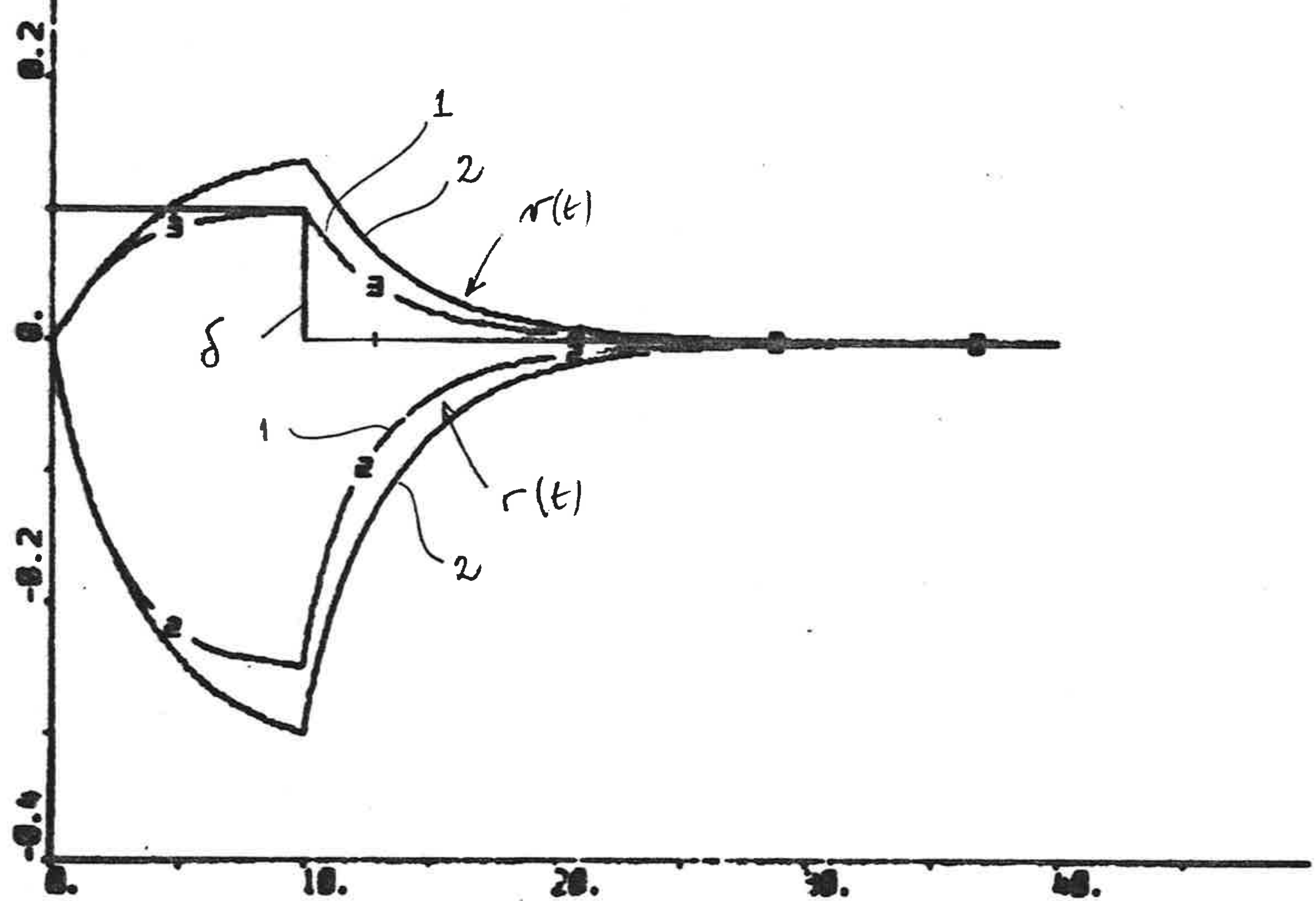
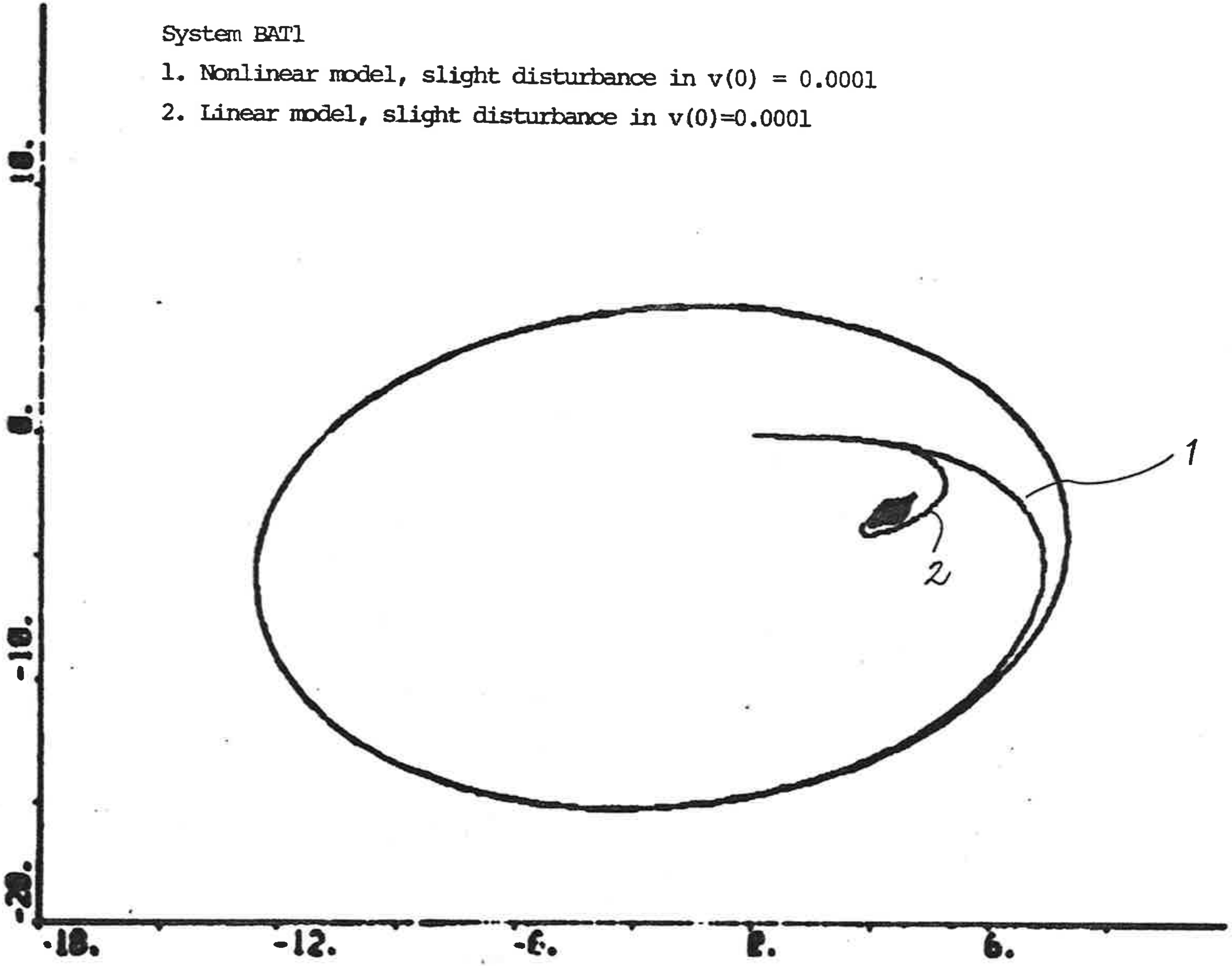


fig 3.2.4

BA. 1

PLOT Y(X)
A11=-2.017



4. SPECIFIKATIONER

4.1 Flygplan

Om piloten ändrar referensvärdet för höjdvinkelhastigheten vill han inom en sekund ha fått maximala svaret. Indikationen att insvängningen är klar, är den lilla återgång som sker efter att maximum passerats.

Följande krav ansågs eftersträvansvärda:

Stegsvar: $\dot{\theta}_r \rightarrow \dot{\theta}$

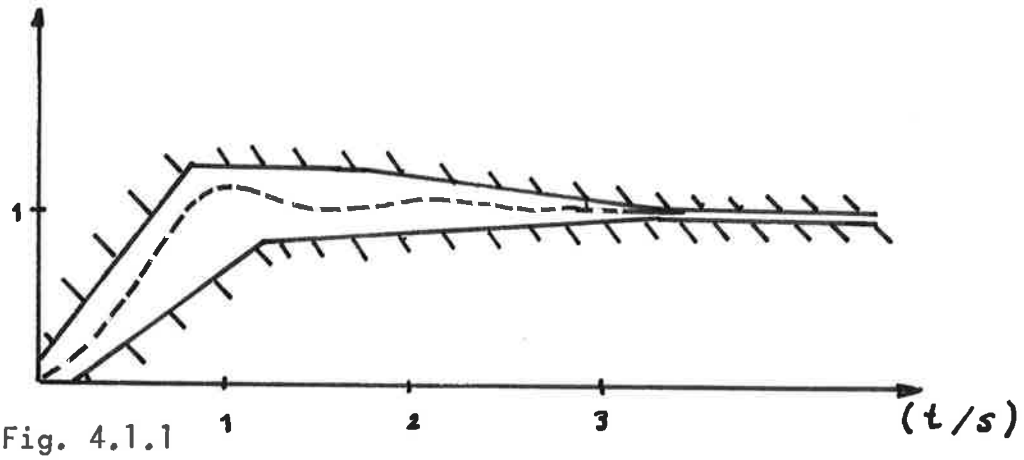


Fig. 4.1.1

Den steckade kurvan anger det för piloten idealiska uppförandet.

Ytterligare krav:

Styrsignalen, d.v.s roderutslaget i grader, ska

1. vara av samma storleksordning som ändringen av höjdvinkelhastigheten (i grader per sekund)
2. samtidigt inte variera för mycket.

Kravet " 1 " för att rodret ska vara mekaniskt realiserbart och kravet " 2 " för att hålla slitaget nere.

4.2 Båt

Vid studium av det återkopplade systemet från ψ_{ref} *till* ψ har målet varit, att under bivillkoret att roderutslaget δ inte får överstiga $\pm 20°$, försöka minimera överslång och lösningstid hos stegsvaret.

5. PID-REGLERING

5.1 Flygplan

På instutionens analogimaskin simulerades systemet med PI-regulator för flygfall 1.

Det öppna systemets överföringsfunktion gavs av

$$Go(s) = \frac{K\ (s+b)}{s^2+2\zeta\omega s+\omega^2}$$

systemekvationen på styrbar kanonisk form

$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\zeta\omega & -\omega^2\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}u$$

$$y = (K \quad Kb)\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$$

där för flygfall 1:

$K = 2{,}71$
$b = 0{,}36$
$2\zeta\omega = 1{,}05$
$\omega^2 = 1{,}82$

PI-regulator

PI-regulatorns överföringsfunktion $G_I = K_I\ (1+ \frac{1}{T_I s})$.

Under simuleringen visade det sig omöjligt att uppfylla specifikationerna för systemet. En avvägning mellan översläng och lösningstid fick göras och ett bästa resultat erhölls där

översläng 17 %
lösningstid 2,8 s

Fig. 5.1.1

Resultatet är inte tillfredsställande, dels uppfylles inte specifikationerna och dels är systemet för slängigt för att vara godtagbart.
Systemet kan göras mycket snabbt med PI-regulator så en D-del hjälper inte att uppfylla specifikationerna.

PDP - 11

För att närmare studera systemets uppförande vid PI-regulatorn och en lokal återkoppling (fig. 5.1.2) används färdiga program till PDP-11.

För att ytterligare göra systemet mer verklighetstroget infördes ett servo med överföringsfunktionen.

$$Gs\ (s) = \frac{10}{s+10}$$

som gjorde att kretsöverföringsfunktionen blev

$$G\ (s) = Go\ (s) \cdot Gs\ (s)$$

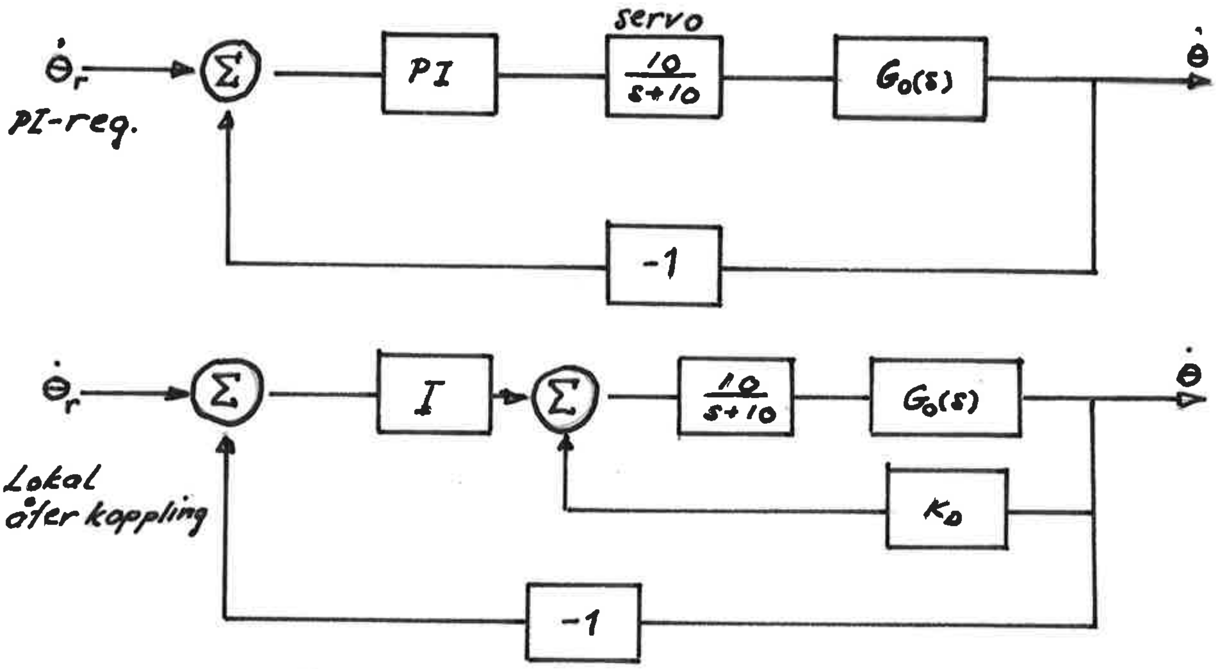


Fig. 5.1.2

Med hjälp av PDP-11:an beräknades rotorterna vid olika K_I och T_I värden (fig. 5.1.3) för PI-regulatorn och olika K_D och T_D värden (fig. 5.1.4) för den lokala återkopplingen.

<u>PI-reg</u>: systemet har två reella nollställen

s= -b

s= $-1/T_I$

där för flygfall 1 b= 0,36.

Rotorten över kontrollpolerna visade att det borde finnas ett lämpligt K_I för T_I mellan 1,0 - 0,2 som får systemet att uppfylla specifikationerna.

Men det återkopplade systemet har en dipol nära origo som inverkar på systemets uppförande (fig. 5.1.5).

För stora K_I närmar sig polen nollstället men den relativa dämpningen minskar samtidigt. Detta visar att PI-reglering inte går att använda enligt våra specifikationer.

Lokal återkoppling

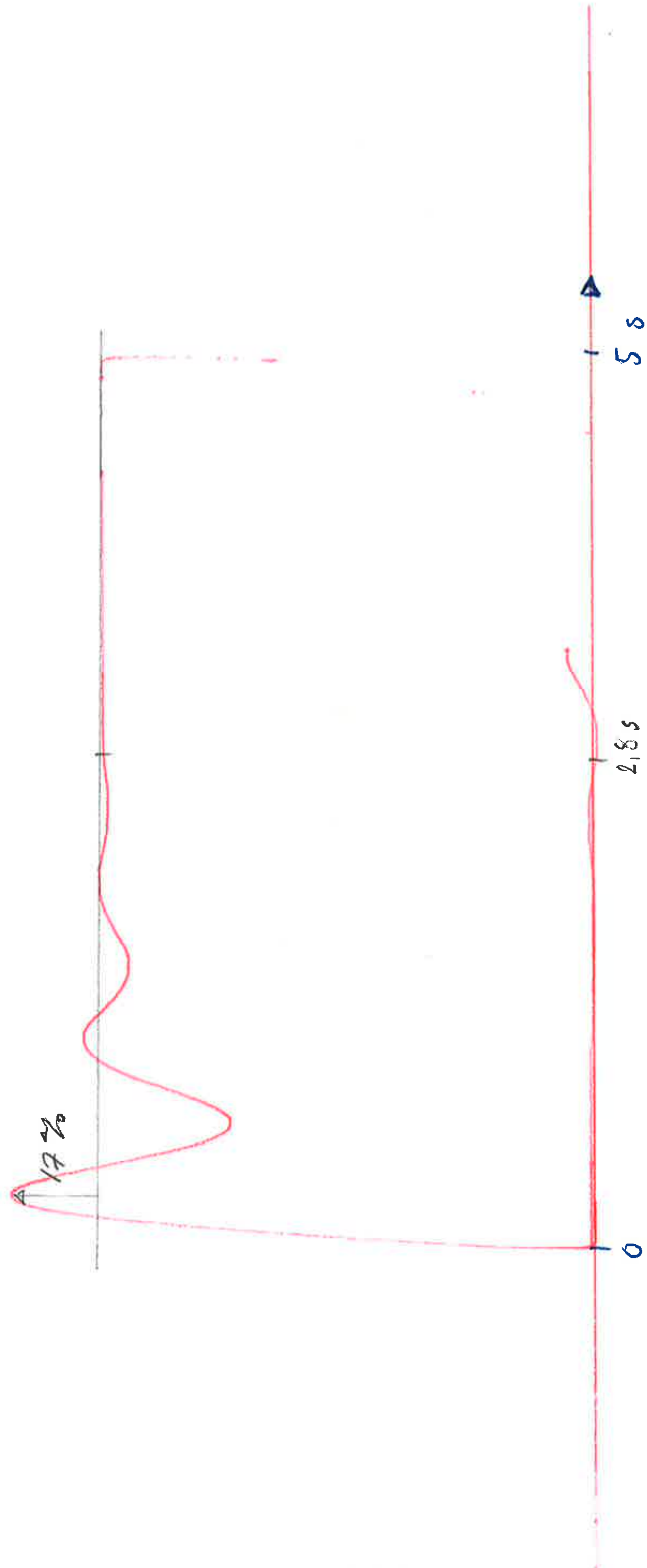
Enligt rotorten över kontrollpolerna borde det finnas ett lämpligt $T_I \in (0.2,1)$ för $K_I \in (2.0,1.0)$ som gör att systemet uppfyller kraven. Även här finns det en dipol som påverkar systemets uppförande. (fig. 5.1.6)

PDP-15

På PDP-15 simulerades systemet för flygfall 56. Simulering på dator visade sig vara ett mycket bekvämt sätt att studera reglersystemen. Givetvis erhölls samma resultat som på analogimaskin. (fig. 5.1.7 - 5.1.9)

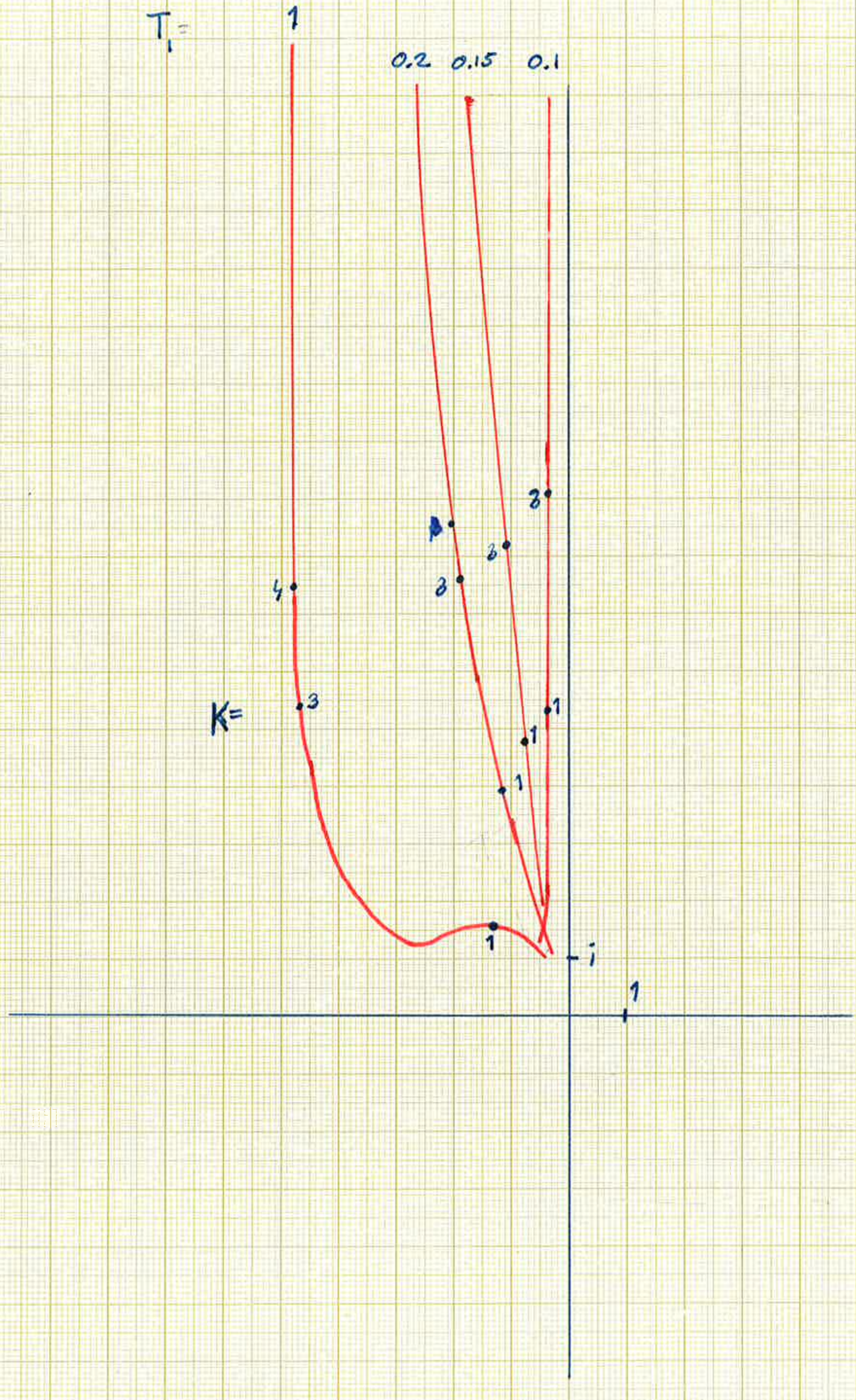
fig 5.1.1

Flygfall 1
PI-regulator



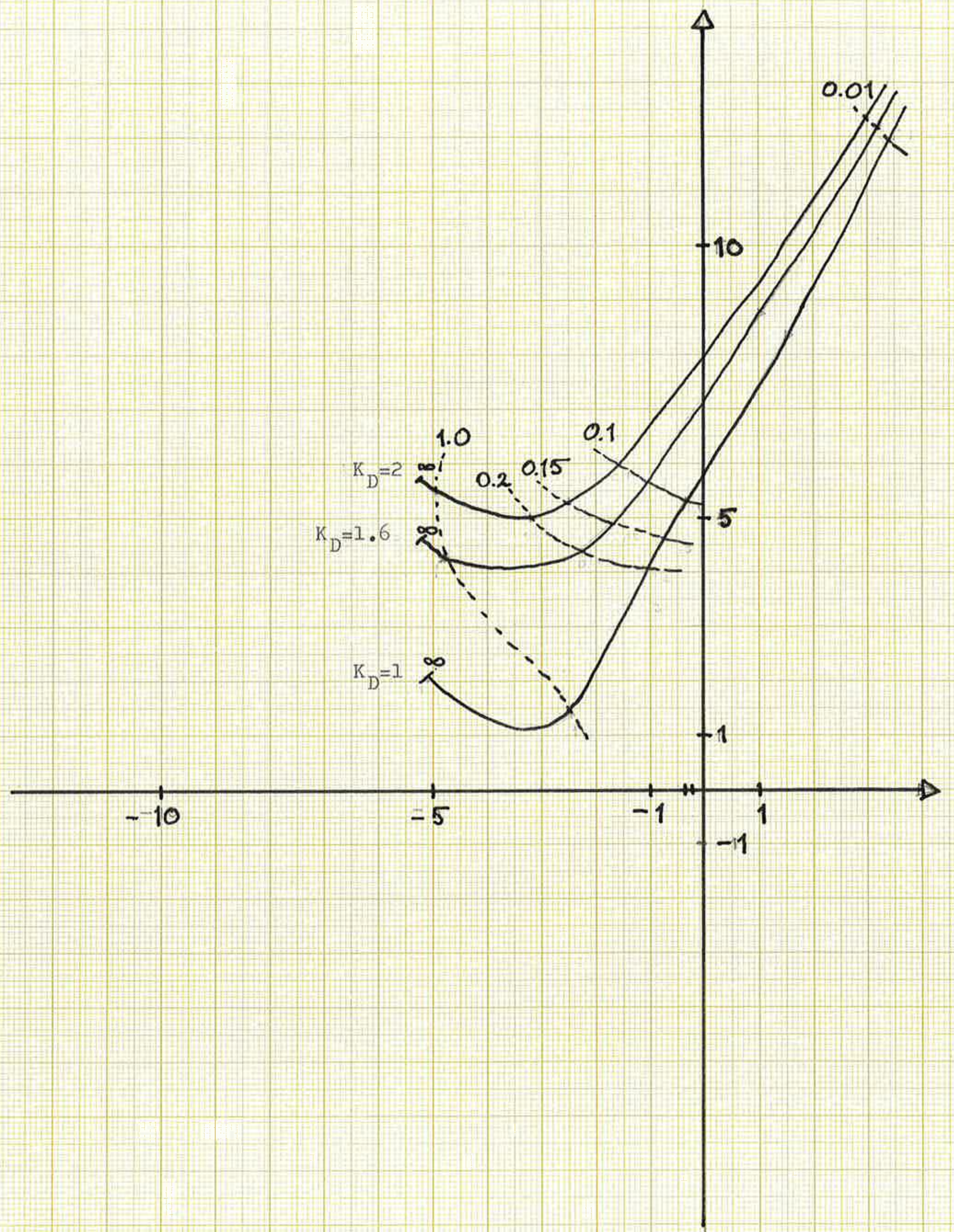
Rotorten för de komplexkonjugerade polerna.
Servo med PI-regulator.

fig 5.1.3



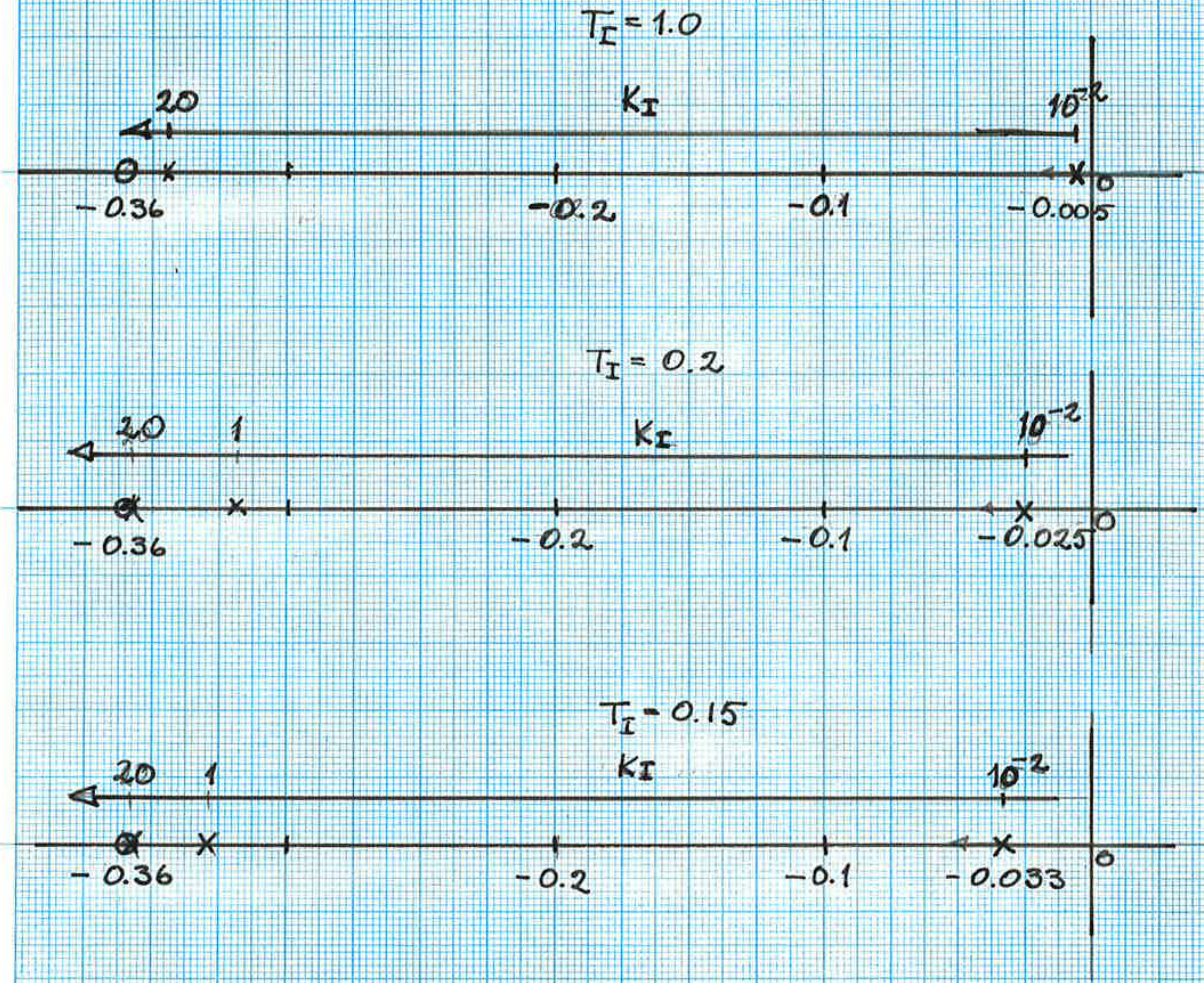
Rotorten för de komplexkonjugerade polerna.
Servo med lokal återkoppling.

fig 5.1.4



Dipolens läge som funktion
av T_I och K_I.
PI-regulator med servo.

fig 5.1.5



Dipolens läge som funktion
av T_I och K_I.
Lokal återkoppling med servo.

fig 5.1.6

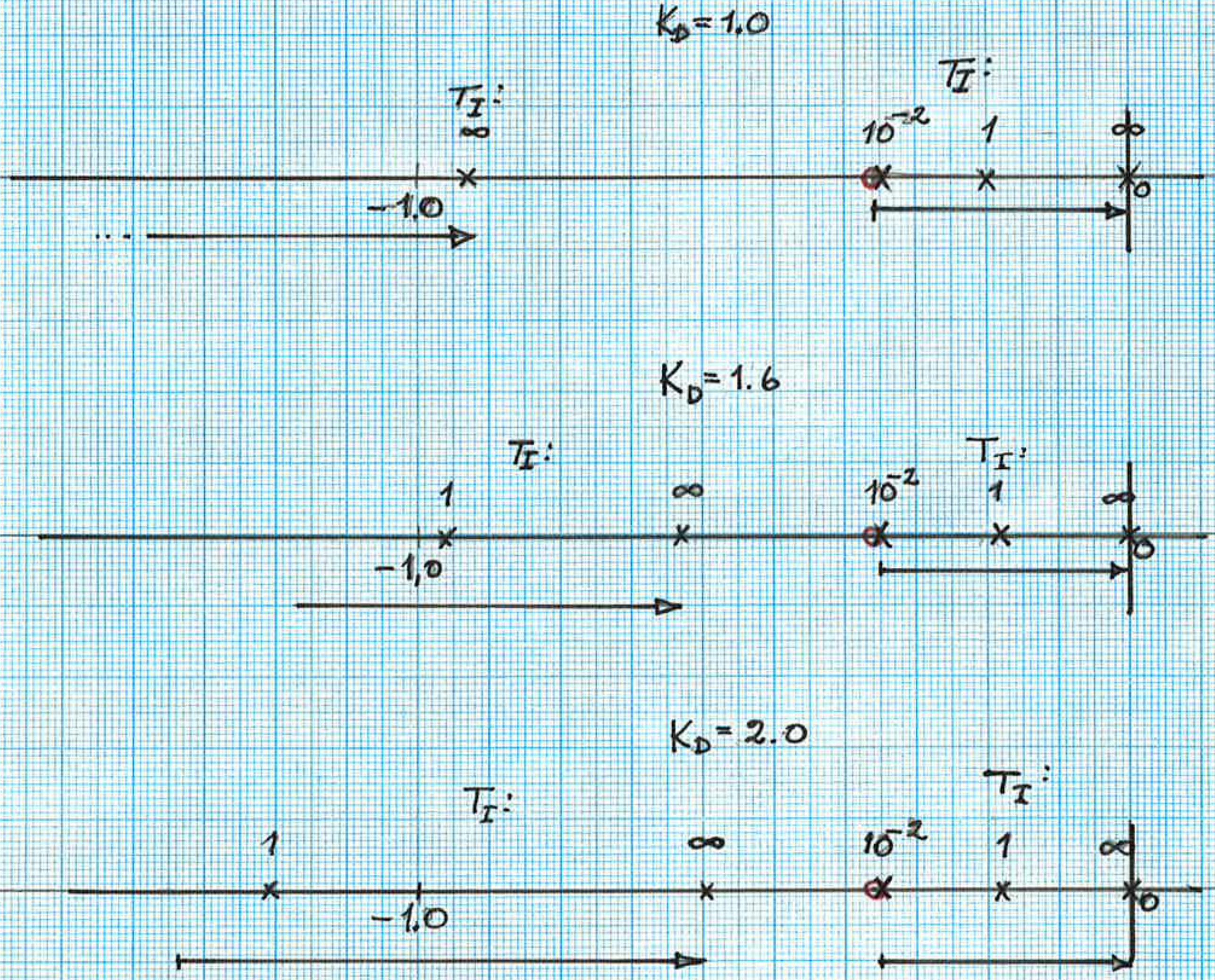


fig 5.1.7

$K_I=4$
$T_I=0.4$

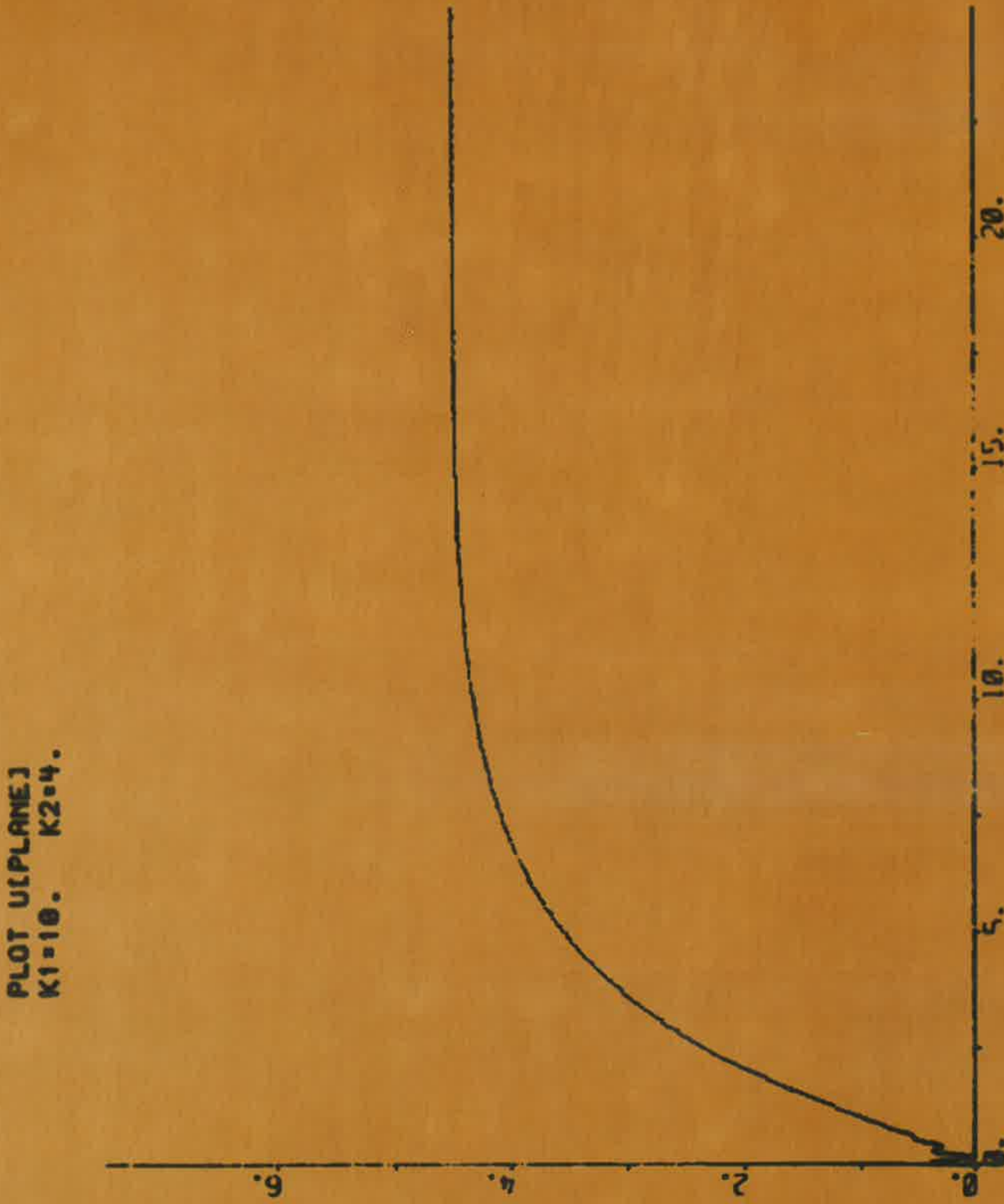


fig 5.1.8

$K_I=0.4$
$T_I=0.27$

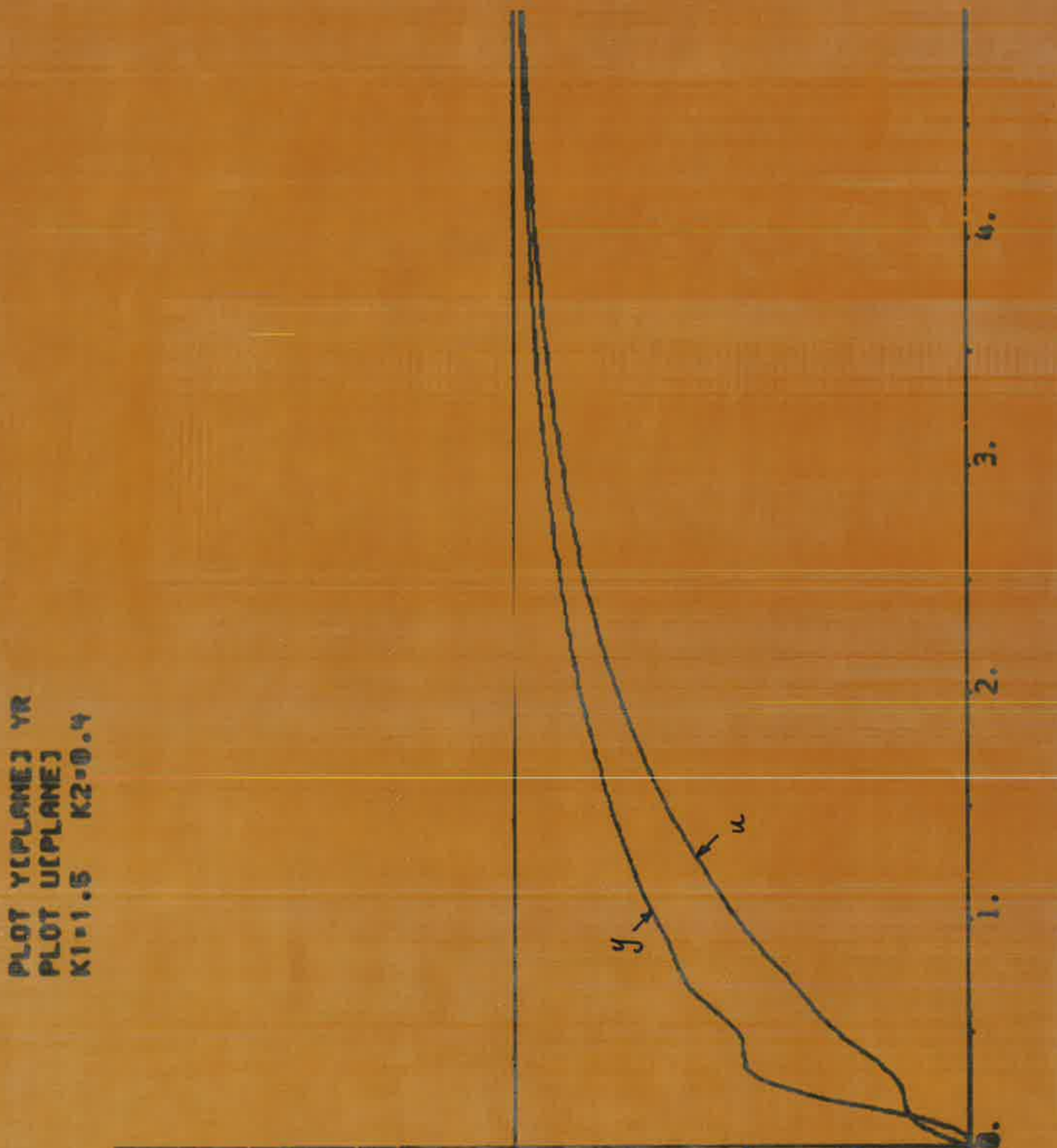
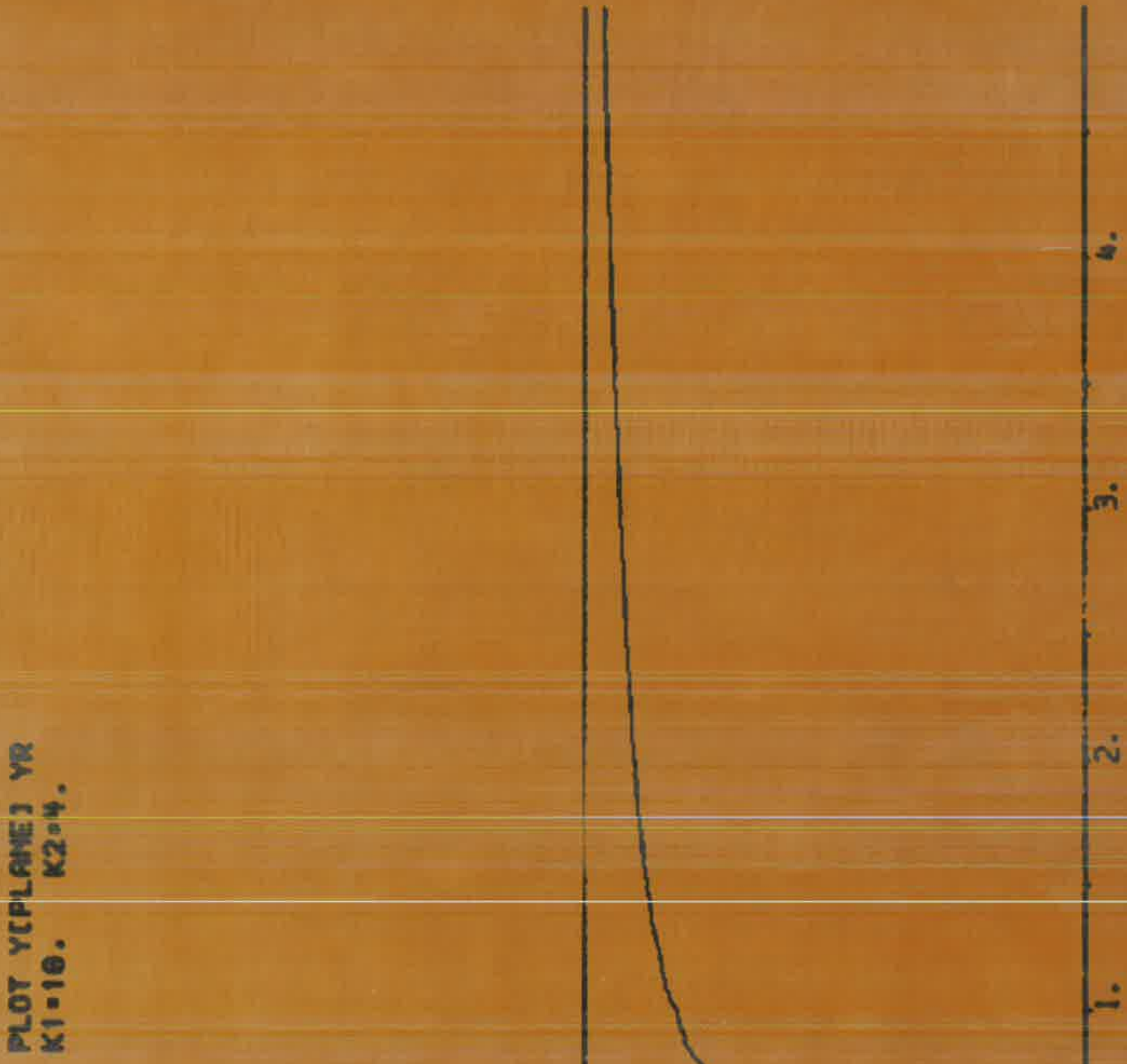


fig 5.1.9

$K_I=4$
$T_I=0.4$



5.2 Båt

För analys av PID-reglering används en regulator modell enligt fig. 5.2.1.

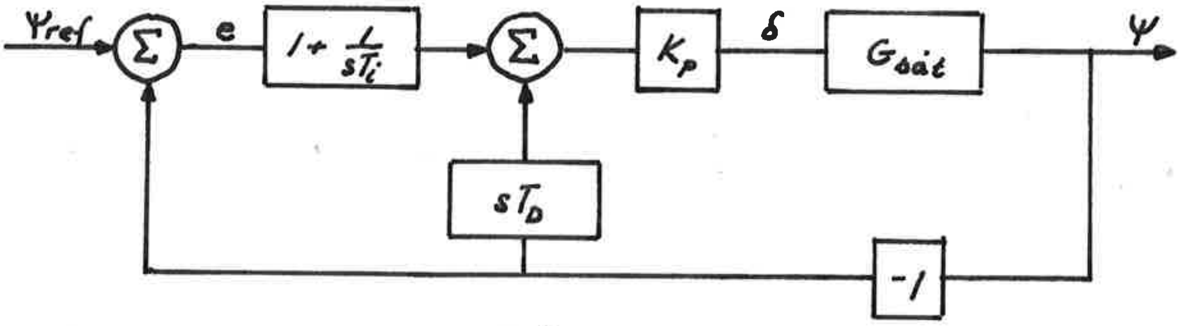


Fig. 5.2.1

Överföringsfunktioner från Ψ_{ref} till Ψ blir:

$$\Psi = \frac{G_{Båt}K_p(1+ 1/sT_i\ )}{1+G_{Båt}K_p(1+ 1/sT_i+sT_D)}$$

Här bör noteras att nämnaren i denna överföringsfunktion är samma som i ett enkelt återkopplat system med hel PID-regulator på felsignalen. (se fig. 5.2.2)

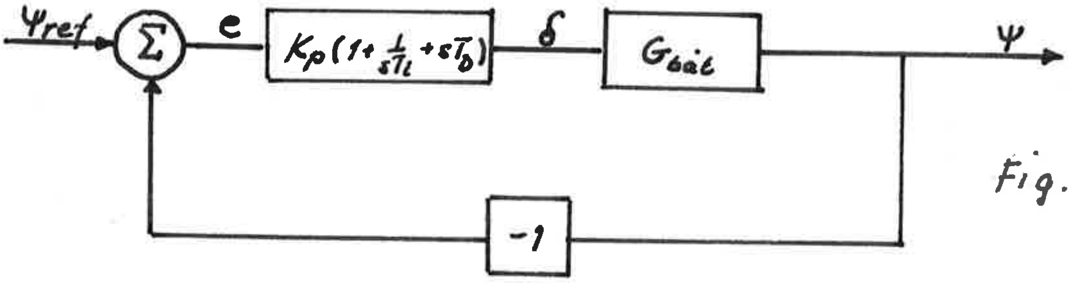


Fig. 5.2.2

Detta innebär att programmet .ROOT, ur ett programpaket för PDP 11 som beräknar polerna till ett enkelt återkopplat system om krets-överföringsfunktionen specificeras, även kan användas för att be-räkna poler till det lite mer komplicerade systemet enligt fig. 5.2.1.

Anledning till att modell enligt fig. 5.2.1 används, är att slippa derivera felsignalen som ju t.ex. vid stegstörningar på varierar snabbt.

För båt 1 användes först programmet .ROOT på systemet med både T_D och $\frac{1}{Ti}$ satta till noll.

Körningarna visade att systemet är asymptotiskt stabilt då $Kp < -1.56$.

Anledningen till att stabiliteter uppträder för negativt K_p är att roderutslaget är definierat så att positivt roderutslag med förminskning i kursvinkeln. Negativt K_p innebär alltså inte en positiv återkoppling.

Vidare gav körningarna att självsvängningstiden för systemet

$$T_o = \frac{2\pi}{0.8} = 7,9 \text{ s}$$

Dessa uppgifter utnyttjades till att göra en förstahandsbestämning av parametrarna T_D och T_i enligt Ziegler-Nichols självsvängningsmetod:

$$\begin{aligned} K_p &= -1.56/0.6 &\approx -3 \\ T_i &= T_o/2 &\approx 4 \\ T_D &= T_o/8 &\approx 1 \end{aligned}$$

Ytterligare beräkningar utfördes med .ROOT-programmet för olika parametervärden i närheten av de ovan bestämda.
Dessa gjordes dels för att få en uppfattning om polernas lägen, dels för att få koefficienterna till nämnarpolynomet för det återkopplade systemet. Nästa steg blev nämligen att simulera systemet med hjälp av programmet .LAPL ur samma programpaket.
Detta program beräknar en funktion f(t) om dess Laplacetransform specificeras på formen:

$$F(s) = \frac{a_o s^m + \ldots + a_m}{b_o s^n + \ldots + b_n}$$

Koeffcienterna b_i erhölls alltså från .ROOT-programmet medan a_i beräknades för hand.
Simulering av stegsvar utfördes för olika parameterkombinationer.
Plottar för en av de bättre regulatorinställningarna finns i fig. 5.2.3-4. Vi valde parametrarna $K_p = -3$, $T_i = 5$, $T_D = 1.5$.
Båda figurerna visar samma system fast i olika skalor.
I figur 4 finns även en plott över roderutslaget δ vid stegstörning på ψ_{ref}. Denna visar felet med teoretiska analyser som den utförda. Roderutslaget behöver nämligen vara ca -3 rad i början av kursändringen. Det maximala roderutslaget på den verkliga båten är ca. 0,35 rad och dessutom används en linjäriserad modell som förutsätter små korrektioner.

fig 5.2.3

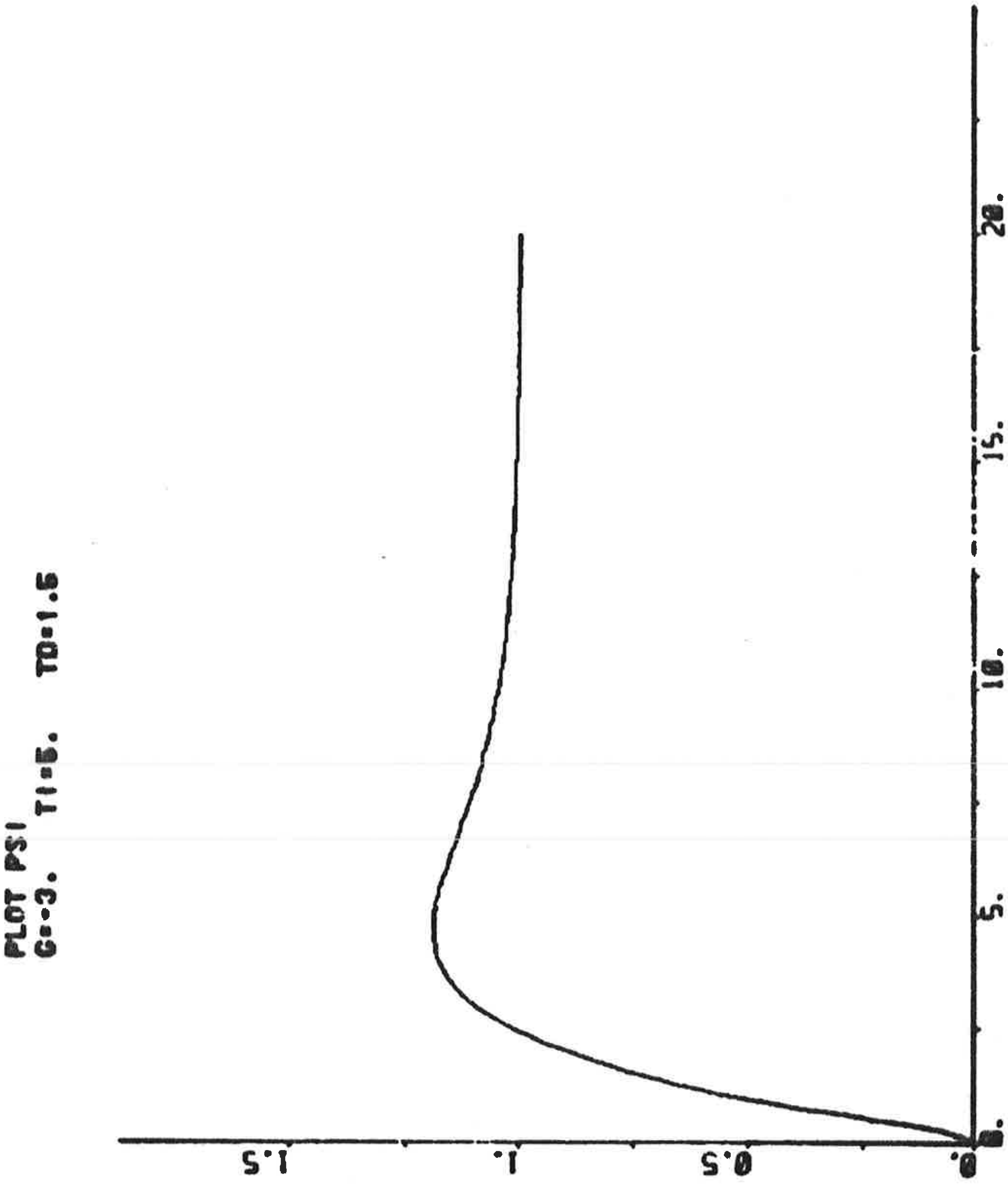
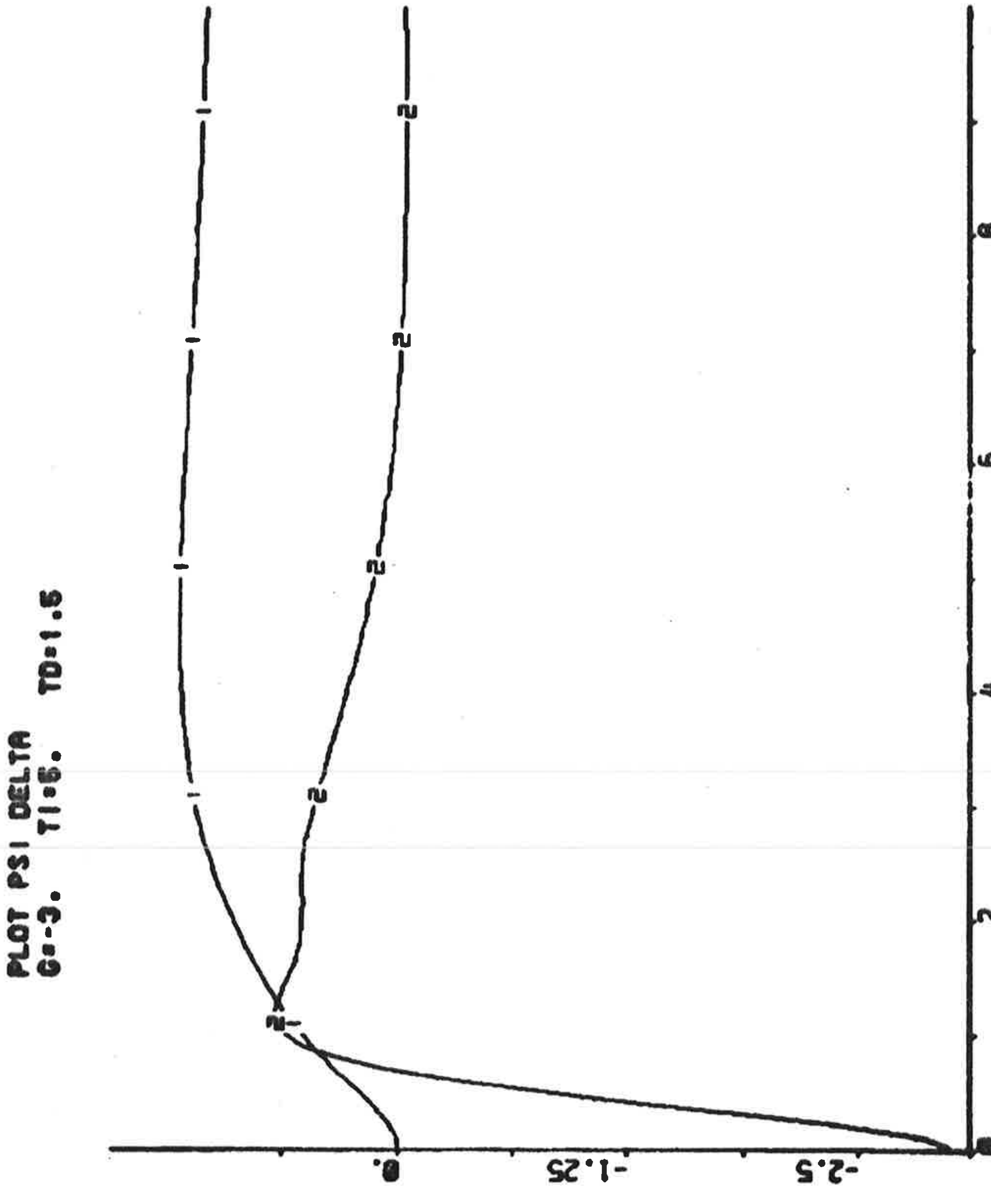


fig 5.2.4



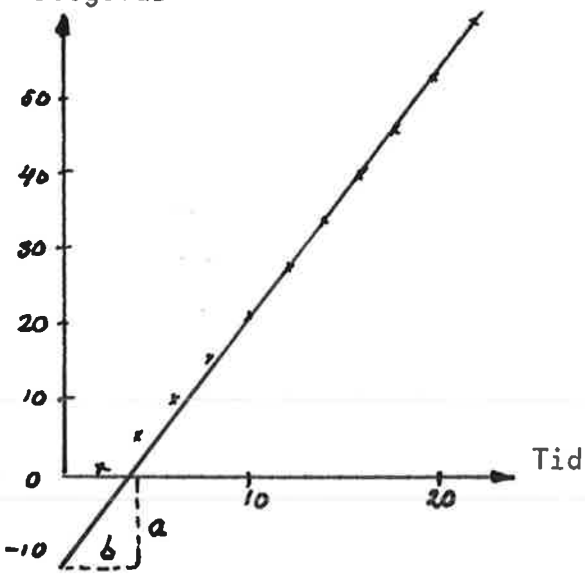
Överföringsfunktionen från roder till kursvinkel för Båt 2 är:

$$G_{båt}(s) = -1.236 \frac{s + 1.266}{s(s+0.260)(s+1.870)} = K \cdot \frac{s+z}{s(s+p_1)(s+p_2)}$$

För den stabila Båt 2 gäller att systemet ej kan sättas i självsvängning, om man ej tar hänsyn till tidskonstanterna hos rodermaskineriet. Således kan Nichols-Zieglers, på självsvängning baserade metod för regulatorinställning ej användas. Försök gjordes att med hjälp av .ROOT-programmet få det öppna systemet i självsvängning. Eftersom det väsentligen är av andra graden går det ej. Tredje gradens system fås då en faktor $(1+T_s)$ införes i nämnaren. Denna faktor härrör från rodermaskineriets tidsfördröjning. För att inte göra systemet mera komplicerat får det vara oförändrat och Nichols-Zieglers metod med studium av processens stegsvar användes som riktmärke.

LAPLACE-programmet ger då $\delta(s) = 1/s$

Stegsvar



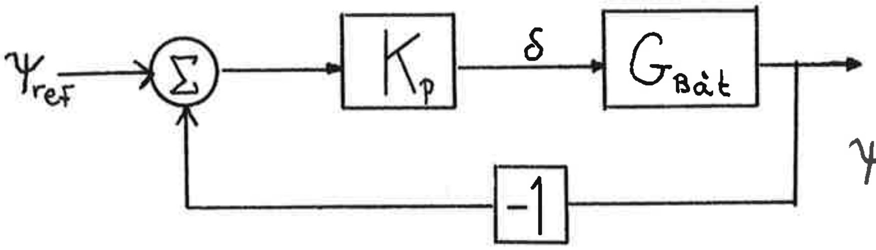
Regulatorinställning enligt Nichols & Ziegler:

Regulator	K	T_i	T_D
P	1/a =0.083		
PI	0.9/a =0.075		
PID	1.2/a =0.100	2b=8	b/2 =2

a = 12

b = 4

Enbart proportionell regulator



$\Psi(s) = G_{Båt}(s) \quad _{ref}(s)$

Fig 5.2.5

$$\Psi(s) = \frac{K_p K s + K_p K_z}{s^3 + (p_1+p_2)s^2 + (p_1p_2+K_p)s + K_p z}\Psi_{ref}(s)$$

Då $\Psi_{ref}(s) = 1/s$ fås med insatta värden på konstanterna:

$$\Psi(s) = \frac{K_p 1.236s + K_p 1.565}{s^4 + 2.13s^3 + (0.486+K_p)s^2 + K_p 1.266s} =$$

$$= \frac{b_3 s + b_4}{s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s}$$

LAPLACE-programmet matades med följande värden :

K_p (enligt Nichols-Ziegler)	b_3	b_4	a_1	a_2	a_3
0.083	0.1	0.13	0.13	0.57	0.11

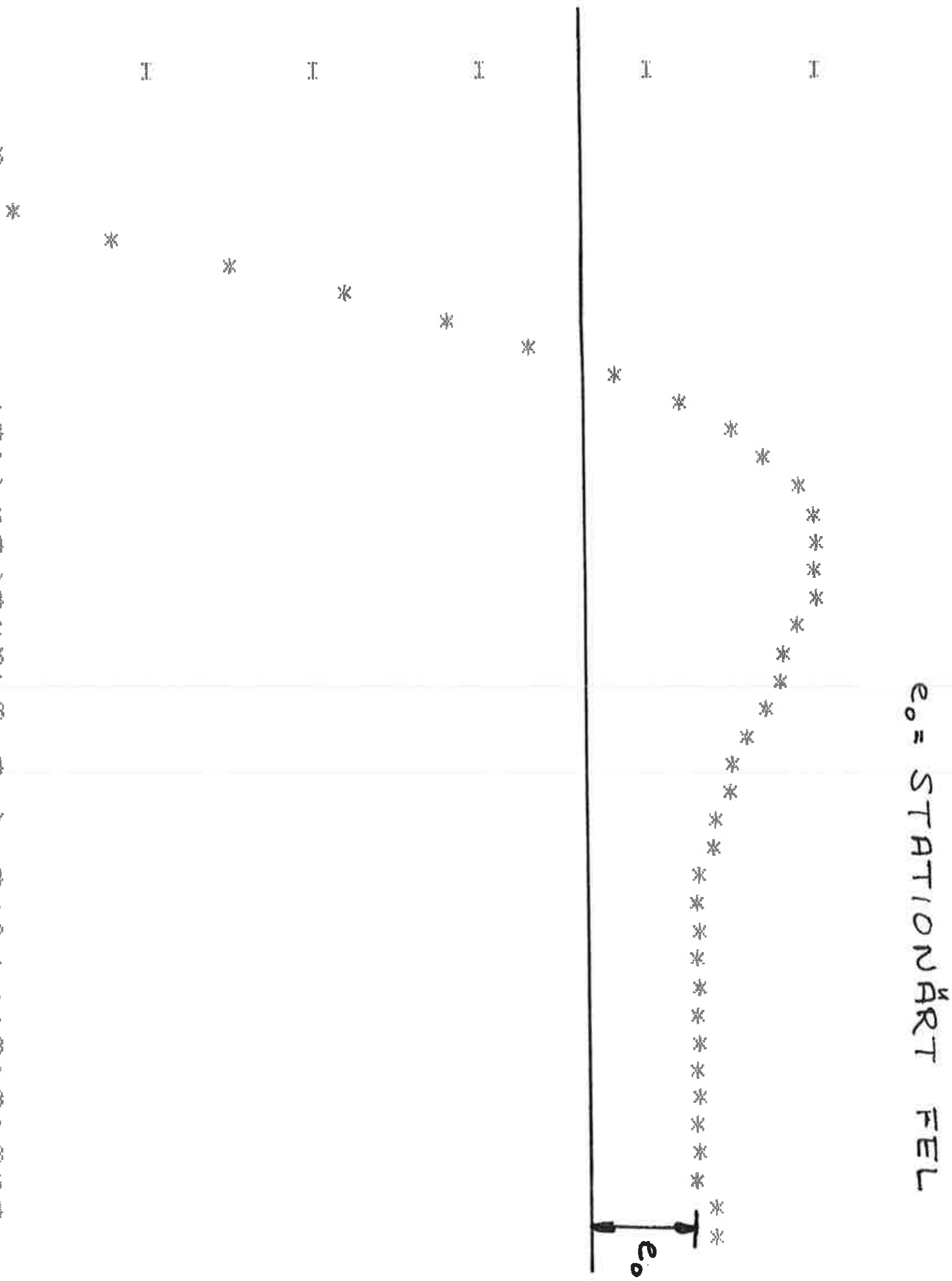
Vid ett begränsat antal körningar på datorn hittades ingen bättre kombination. Stegsvaret till ovanstående värden redovisas på nästa sida. (Fig. 5.2.6)

fig 5.2.6

```
 4 ORDER OF LAPLACE TRANSFORM
DENOMINATOR COEFFICIENTS
 2.13
 .57
 .11
 0
NOMINATOR COEFFICIENTS
 0
 0
 .1
 .13
SAMPLING TIME= 1            SIMULATION TIME= 40
ONE SCALE UNIT =   .21999 UNITS

     0         I         I         I         I         I         I

 0   *
      1*  .0397783
      2   .134069
      3   .260526
      4   .404202
      5   .553431
      6   .699163
      7   .834718
      8   .955552
      9   1.05897
      10   1.14384
      11   1.21024
      12   1.25919
      13   1.29237
      14   1.31185
      15   1.31994
      16   1.31896
      17   1.31114
      18   1.29852
      19   1.28293
      20   1.26587
      21   1.24858
      22   1.23201
      23   1.21684
      24   1.20351
      25   1.19227
      26   1.1832
      27   1.17624
      28   1.17124
      29   1.16799
      30   1.16624
      31   1.16571
      32   1.16614
      33   1.16728
      34   1.16889
      35   1.17078
      36   1.17279
      37   1.17478
      38   1.17665
      39   1.17834
      40   1.1798
```




```
 0  0
 1  .0397783
 2  .134069
 3  .260526
```

PID-regulator

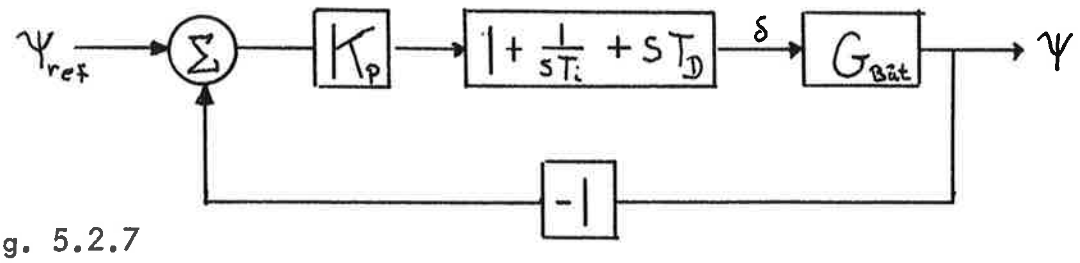


Fig. 5.2.7

Om Ψ_{ref} är ett steg så ger deriveringen av flanken mycket stora signaler, varför denna typ är olämplig.

Alternativ koppling: " $\frac{I\ P}{D}$ - regulator":

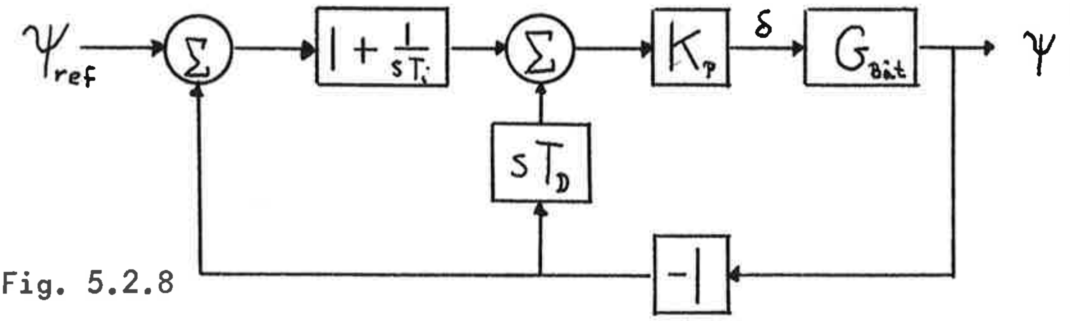


Fig. 5.2.8

Med denna koppling deriveras ej flanken hos steget. Egentligen är två överförinsfunktioner intressanta, nämligen:

$$\Psi = G_1 \Psi_{ref} \text{ och } \delta = G_2 \Psi_{ref}$$

Den första, G_1, ger som tidigare en bild av reglersystemets effektivitet. Den andra, G_2, ger möjlighet till kontroll av rodervinkelns amplitud, vilken är begränsad av hållfasthetsskäl.

Då $\Psi_{ref}(s) = \frac{1}{s}$ fås:

$$\Psi(s) = \frac{KK_p s^2 + KK_p(z+1/T_i)s + KK_p z/T_i}{s^5+(p_1+p_2+KK_pT_D)s^4+(p_1p_2+KK_p+KK_pzT_D)s^3+KK_p(z+\frac{1}{T_i})s^2+KK_p\frac{z}{T_i}\cdot s} =$$

$$= \frac{b_3s^2+b_4s+b_5}{s^5+a_1s^4+a_2s^3+a_3s^2+a_4s}$$

Bästa stegsvar erhölls med regulatorinställning enligt Nichols-Ziegler:

K_p	T_1	T_D	b_3	b_4	b_5	a_1	a_2	a_3	a_4
0.10	8	2	0.124	0.172	0.020	2.377	0.924	0.218	0.020

Stegsvar se fig. 5.2.9

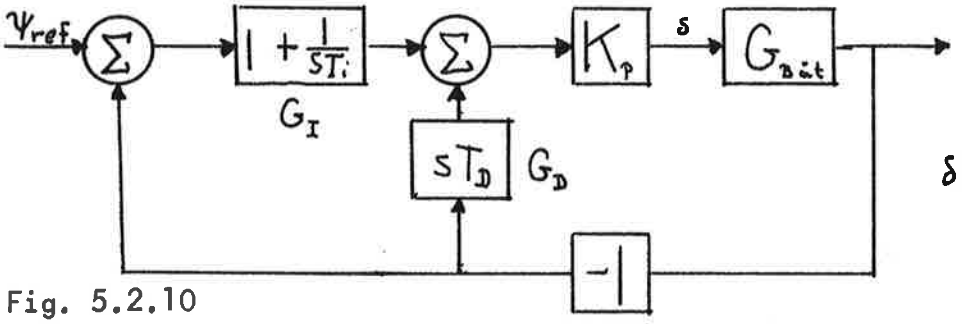
Sea Splendor är 300 m lång. Med en hastighet på 16 knop blir en tidsenhet ca 30 sekunder. Med nedanstående PID-regulator fås ett insvängningsförlopp på ca 20 tidsenheter, dvs 10 minuter.

```
    fig 5.2.9
 5 ORDER OF LAPLACE TRANSFORM
DENOMINATOR COEFFICIENTS
 2.377
 .924
 .218
 .02
 0
NOMINATOR COEFFICIENTS
 0
 0
 .124
 .172
 .02
SAMPLING TIME= 1              SIMULATION TIME= 40
ONE SCALE UNIT =  .20686 UNITS

    0         I         I         I         I         I         I

 0  *
     1* .0473817
     2  .155831
     3  .297389   *
     4  .454215           *
     5  .612637                   *
     6  .762296                          *
     7  .895862                                *
     8  1.00872                                       *
     9  1.09861                                          *
     10  1.16517                                             *
     11  1.20953                                              *
     12  1.2339                                                  *
     13  1.24116                                                 *
     14  1.23456                                                 *
     15  1.21743                                               *
     16  1.19297                                              *
     17  1.1641                                              *
     18  1.13333                                            *
     19  1.10274                                          *
     20  1.07392                                         *
     21  1.04802                                        *
     22  1.02578                                       *
     23  1.00756                                     *
     24  .993423                                     *
     25  .983187                                     *
     26  .976502                                    *
     27  .972899                                    *
     28  .971845                                    *
     29  .972791                                    *
     30  .975202                                    *
     31  .978584                                    *
     32  .982506                                    *
     33  .986606                                     *
     34  .990598                                     *
     35  .994269                                     *
     36  .997474                                     *
     37  1.00013                                     *
     38  1.00221                                     *
     39  1.00371                                      *
     40  1.00468                                      *
```

Undersökning av rodervinkeln δ:s storlek



$\delta(s) = G(s) \cdot \Psi_{ref}(s)$

Fig. 5.2.10

$$\begin{cases} \Psi = \delta G_{båt} \\ \delta = K_p[(\Psi_{ref} - \Psi)G_I - G_D\Psi] \end{cases}$$

Då $\Psi_{ref}(s) = \frac{1}{s}$ fås:

$$\delta(s) = \frac{K_p s^4 + K_p(P_1+P_2+\frac{1}{T_i})s^3 + K_p \frac{(P_1+P_2)}{T_i} s^2 + K_p \frac{P_1P_2}{T_i} s}{s^5+(P_1P_2+KK_pT_D)s^4+(P_1P_2+KK_p+KK_p zT_D)s^3+KK_p(z+\frac{1}{T_i})s^2+KK_p\frac{z}{T_i}\cdot s} =$$

$$= \frac{b_1 s^4+b_2 s^3+b_3 \cdot s^2+b_4 \cdot s}{s^5+a_1 s^4+a_2 s^3+a_3 s^2+a_4 s}$$

Med regulatorinställning enligt Nichols-Ziegler:

K_p	T_i	T_D	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
0.10	8	2	2.377	0.924	0.218	0.020	0.10	0.226	0.075	0.006

Stegsvaret, fig. 5.2.11, visar att maximala roderutslaget är 0.1 rad $\approx$ 5.7° , vilket ligger väl inom rodermaskineriets gränser.
På grund av att dynamiken hos rodersystemet är försummad antar rodret sin styrvinkel momentant då insignalen är ett steg.

Sammanfattning

Den stabila Båt 2 klarar sig kanske med en enkel proportionell regulator, men blir något snabbare och lite bättre dämpad med en PID-regulator. Dessutom saknas det stationära felet. Den instabila Båt 1 blir asymptotisk stabil med en P-regulator men knappast praktisk stabil. Däremot ger här en PID-regulator en snabb insvängning men roderutslaget blir då något udda.

fig 5.2.11


```
 5 ORDER OF LAPLACE TRANSFORM
DENOMINATOR COEFFICIENTS
 2.377
 .924
 .218
 .02
 0
NOMINATOR COEFFICIENTS
 .1
 .226
 .075
 6.00000E-03
 0
SAMPLING TIME= 1              SIMULATION TIME= 40
ONE SCALE UNIT =  .0194666 UNITS


  I         0         I         I         I         I         I

             0  .1                                              *
             1  .0903637                                   *
             2  .079836                                *
             3  .0672846                         *
             4  .0536426                  *
             5  .0399259           *
             6  .0269509  *
             7  .015*061
             8 *5.36664E-03
           *0
       *    0
     *      0
    *       0
   *        0
   *        0
    *       0
     *      0
      *     0
       *    0
        *   0
         *  0
          * 0
           *0
-3.86551E-04*
 7.15610E-04*
            *5   1.51720E-03
            *6   2.04244E-03
            *7   2.32563E-03
            *8   2.40689E-03
            *9   2.32855E-03
            *0   2.13226E-03
            *1   1.85673E-03
            *2   1.53627E-03
            *3   1.19981E-03
 8.70501E-04*
 5.65736E-04*
 2.97476E-04*
 7.28216E-05*
-1.05269E-04*
-2.37197E-04*
-3.25925E-04*
```

6. TILLSTÅNDSÅTERKOPPLING

6.1 Flygplan

Vid tillståndsåterkoppling finns det två saker som kan begränsa våra möjligheter att få önskad utsignal.

1. specifikationer på utsignalen
2. störningar

Vi kommer inte att behandla 2.
För att tillståndsåterkoppling överhuvudtaget skall vara möjlig så måste vi kräva att systemet är observerbart. För flygplanet är detta uppfyllt.

Modell

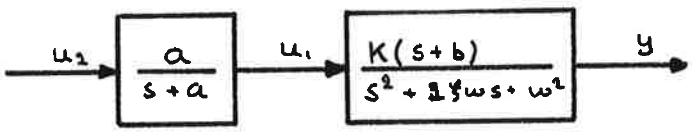


Fig. 6.1.1

Med tillståndsåterkoppling kan vi helt bestämma hur utsignalen ska se ut. Vi bestämmer oss för följande signal:

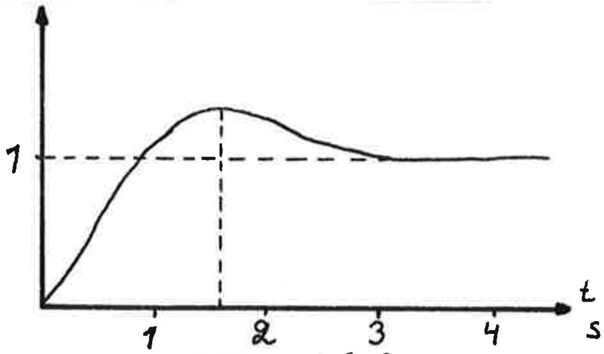


Fig. 6.1.2

Formen på utsignalen bestämmes av systemets kontrollpoler. (se sid. 199 i Åström, Reglerteori)

$$\zeta = 0.5 \Rightarrow \theta = 60$$
$$3/\omega_0 = 1.0 \Rightarrow \omega_0 = 3$$

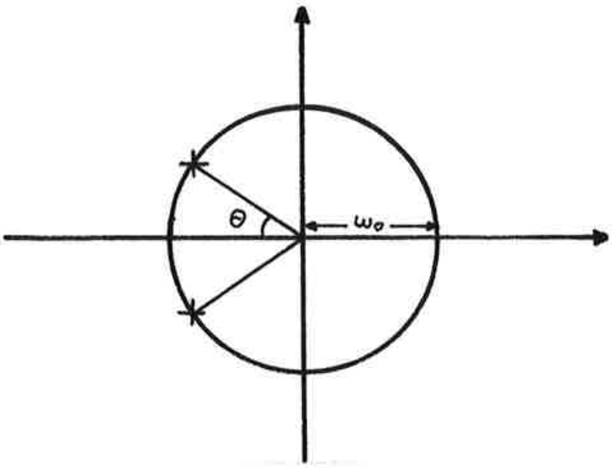


Fig. 6.1.3

Kontrollpolerna är nollställda till P (s) = s^2+3s+9 eftersom systemet har ett nollställe i -b så lägger vi en pol just där.

Den fjärde polen lägger vi lite godtyckligt i -3.

Vi har alltså fått att karakteristiska ekvationen för systemet skall ha följande utseende för att uppfylla specifikationen.

$$p(s) = (s^2+3s+9)(s+b)(s+3) =$$
$$= s^4+(6+b)s^3+(9+6b)s^2+(27+9b)s+27b$$

Regulatorstruktur

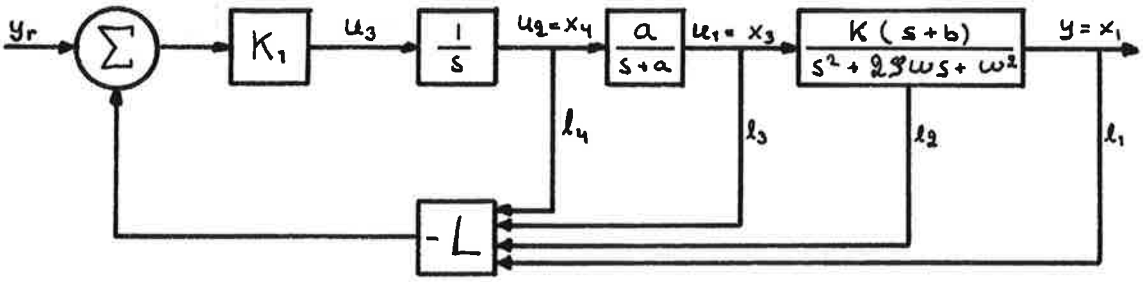


Fig. 6.1.4

$$x = \begin{pmatrix} -2 & 1 & K & 0 \\ - & 0 & Kb & 0 \\ 0 & 0 & -a & a \\ -K_1 l_1 & -K_1 l_2 & -K_1 l_3 & -K_1 l_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_1 \end{pmatrix} y_r$$

$$y = (1\ 0\ 0\ 0\ )x$$

vi har skrivit ursprungliga systemet på observerbar form.

<u>Karakteristiska ekvationen:</u>

$$\begin{aligned} \det\,(sI-(A-K_1 BL)) \Rightarrow (\sigma = 2j\omega) = {} & s^4 + s^3(\sigma + a + K_1 l_4) + \\ & + s^2(\omega^2 + \sigma(a+K_1 l_4) + aK_1(l_4+l_3)) + \\ & + s(\sigma a K_1(l_4+l_3) + aKK_1(l_1+bl_2) + (a+K_1 l_4)\omega^2) + \\ & + a\omega^2 K_1(l_4+l_3) + aKK_1(\omega^2 l_2 - l_1 b - \sigma b l_2) \end{aligned}$$

vi har 5 obekanta: l_1, l_2, l_3, l_4, K_1

och 5 ekvationer : 4 ur specifikationen på karakteristiska ekvationen

den femte ekvationen $\dot{x}_{oo} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Vi fick följande värden för några flygfall:

Flygfall	K_1	l_1	l_2	l_3	l_4
1	0.996	0.240	0.408	5.986	-4.703
5	0.121	0.081	-0.247	47	-50.03
9	0.0617	10.011	-2.230	25.475	-120,7
30	0.0757	-0.1871	-1.962	9.396	-75.53

I figur 6.1.5 kan vi se resultatet av återkopplingen.
Vi kan konstatera att insignalen U_1 uppfyller specifikationerna.

I figur 6.1.6 kan vi se att FF-9 är väldigt känslig för parametervariationer. En ändring av K_1 från 0.0617 till 0.07 medför att systemet blir instabilt.
Botemedlet får bli att man lägger en "inre-loop" för att stabilisera systemet.

6.2 Båt

PID-reglering kunde inte uppfylla de specifikationer som givits. En möjlig väg är då återkoppling från samtliga tillstånd. Betrakta systemet.

$$x = A \cdot x + B \cdot u$$
$$y = C \cdot x$$

Vid tillståndsåterkoplling används styrlagen
$U = U - L \cdot X$

Matrisen väljs i detta fall så systemet får två långsamma egenvärden samt ett snabbt egenvärde.

Bestämning av L-vektorn

Betrakta matrisen A-BL och sök dess egenvärden. Följande ekvation kan då sättas upp.

$$\begin{vmatrix} s+(b_1l_1-a_1) & b_1l_2-a_2 & b_1l_3 \\ b_2l_1-a_3 & s+b_2l_2-a_4 & b_2l_3 \\ 0 & -1 & s \end{vmatrix}$$

$$= s^3+\alpha s^2+\beta s+\gamma$$

där $s^3+\alpha s^2+\beta s+\gamma$ är det karakteristiska polynomet.

Lös l_1 l_2 och l_3 samtidigt som aktuella värden på A och B-matrisen sätts in

$l_3 = -1.017\cdot\gamma$
$l_2 = 3.885\ (1.163+0.458\alpha+0.106\beta-0.0852\gamma)$
$l_1 = 9.434\alpha+7.452\ l_2-22.670$

Egen värden önskas i -2, -0.3, -0.3
Detta medför att:

$\alpha = 2.6$
$\beta = 1.29$
$\gamma = 0.18$
och att

$l_3 = -0.1831$
$l_2 = 0.3637$
$l_1 = 4.5687$

Processen simulerades med SIMNON på PDP-15. Vid simulering plottades kursvinkel PSI och rodervinket V. Se fig. 6.2.1.
Jämförelse med PID-reglering visar att insvängningstiden ökar medan överslängen försvinner helt. Vidare blir rodervinkel initialt betydligt mindre.

Flygfall 9

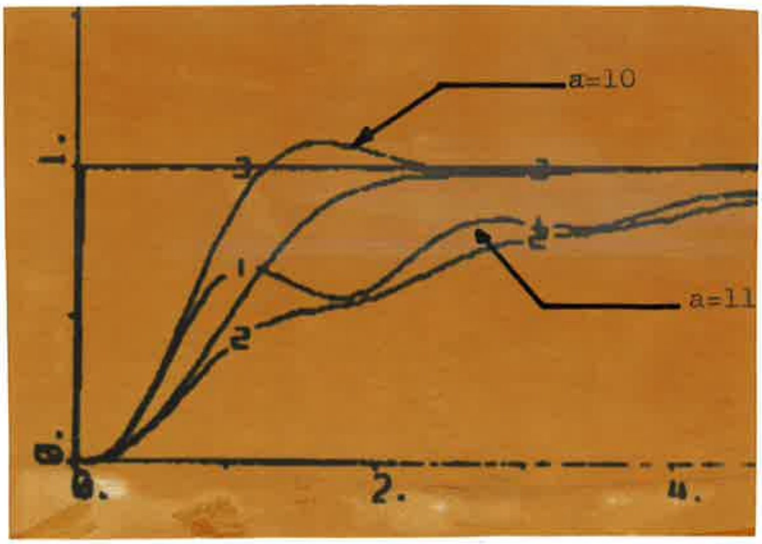


fig 6.1.5

Flygfall 9

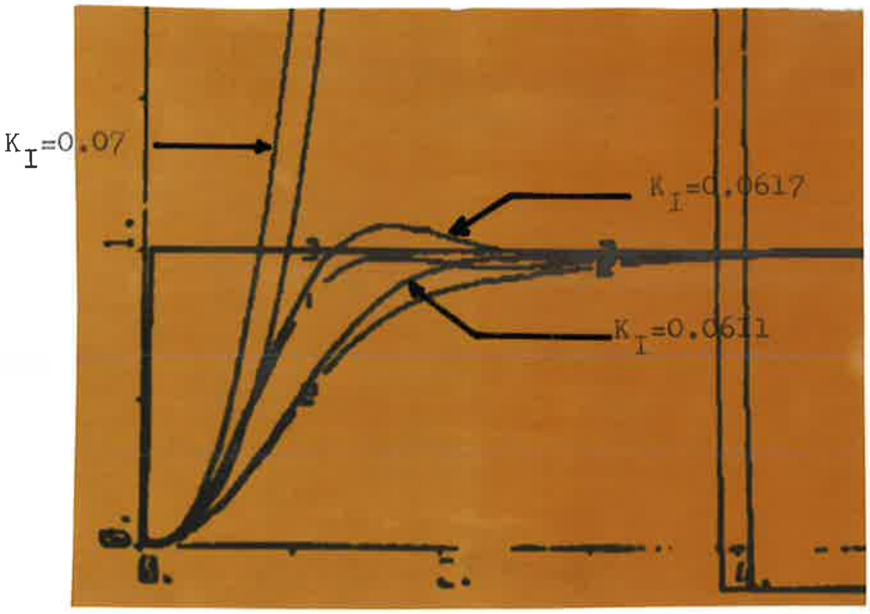


fig 6.1.6

$\lambda_1 = -2$

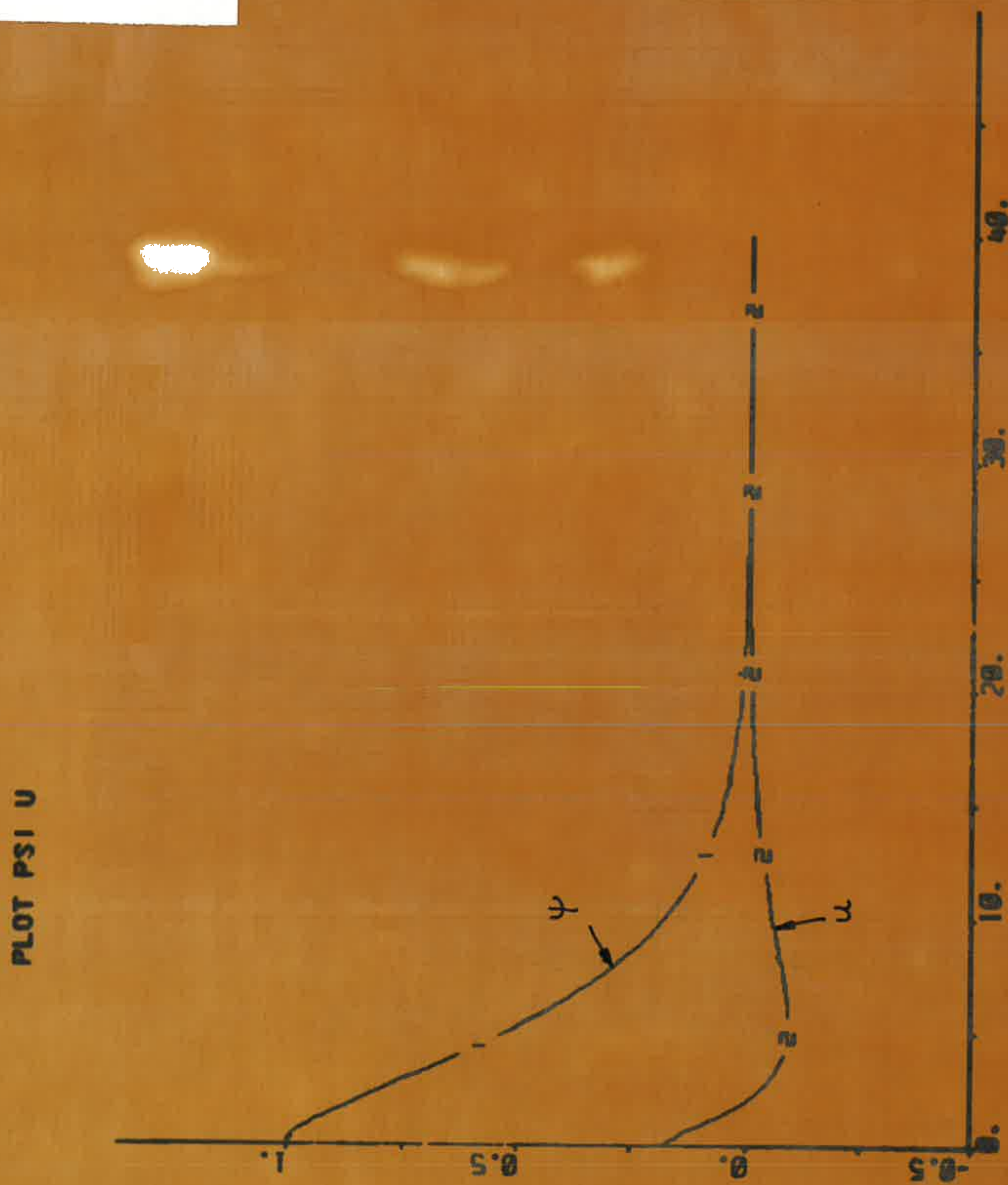
$\lambda_{2,3} = -0.3$

$u = u_r - Lx$

$u_r = 0$

$\psi(0) = 1$

fig 6.2.1



7. REKONSTRUKTION

7.1 Båt

Ett problem med tillståndsåterkoppling är behovet av mätsignaler från samtliga tillståndsvariabler. Ett sätt att lösa detta är att rekonstruera de mätsignaler som är svåra att mäta.

Betrakta systemet

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$$

Matrisen K väljes så att $\hat{x}$ är en god approximation till x.

Rekonstruktion då endast kursen ψ kan mätas

Den enda tillståndsvariabeln som kan mätas med lätthet är kursen ψ. De övriga tillståndsvariablerna rekonstrueras då ur kursen ψ. Matrisen A-KC önskas väljas så att det rekonstruerade systemet får sina egenvärden i -5. Dessa egenvärden valdes så det rekonstruerade systemet får egenvärden som är dubbelt så snabba som det öppna systemet snabbaste egenvärden. Det bör påpekas att denna uppskattning endast endast är en första grov uppskattning.

Beräkningar ger att matrisen K skall väljas så att

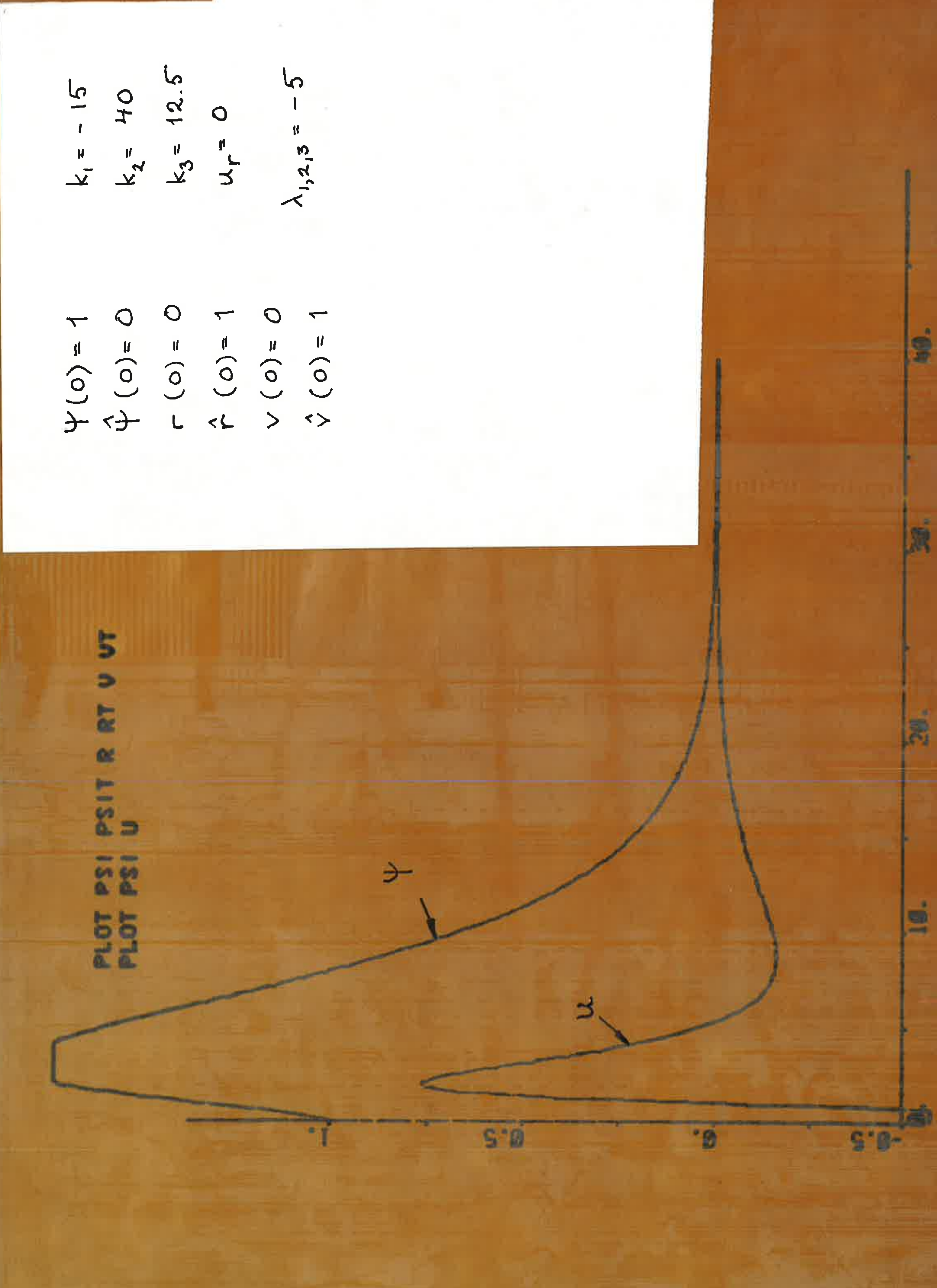
$$K = \begin{bmatrix} -15 \\ 40 \\ 12.5 \end{bmatrix}$$

Resultat

Processen simulerades med SIMNON på PDP-15. Vid simuleringen plottades kursvinkel PSI och rodervinkel V. Se fig. 7.1.1.

En jämförelse med tillståndsåterkoppling visar att insvängningstiden blir obetydligt längre och att efter ca. 10 tidsenheter blir förloppen likartade. Den kraftiga skillnaden i början beror på att rekonstruktionen testades med sämsta tänkbara förutsättning d.v.s rekonstruerade variabeln och tillståndsvariabel skillde sig maximalt ifrån varandra.

fig 7.1.1



$\psi(0) = 1$
$\hat{\psi}(0) = 0$
$r(0) = 0$
$\hat{r}(0) = 1$
$v(0) = 0$
$\hat{v}(0) = 1$
$k_1 = -15$
$k_2 = 40$
$k_3 = 12.5$
$u_r = 0$
$\lambda_{1,2,3} = -5$
PLOT PSI PSIT R RT V VT
PLOT PSI U
ψ
u
0.
10.
20.
30.
40.
-0.5
0.
0.5
1.

8. SAMMANFATTNING

8.1 Flygplan

För att uppfylla specifikationerna räcker det ej med en PID-regulator, däremot gav tillståndsåterkoppling en tillfredställande reglering. En svårighet är dock det känsliga beroendet av parameterna i vissa flygfall.

8.2

PID-reglering av stabila båten (Båt 1) gav önskat uppförande, medan den instabila båtens (Båt 2) reglering lyckades med tillståndsåterkoppling.

REFERENSER

Lee Y S (1967): A Time-Optimal Adaptive Control System via Adaptive Switching Hypersurface, IEEE Trans Autom Control, Aug, 367-375

Åström K J, Källström C (1976):Identification of Ship Steering Dynamics, Automatica, vol 12, 9-22

Åström K J (1976): Reglerteori, Almqvist & Wiksell

Bilaga 1a

```
CONTINUOUS SYSTEM BAT1
"SEA SOVEREIGN FULLY LOADED

"AUTHOR K J ASTROM 750120

INPUT DELTA       "RUDDER ANGLE
OUTPUT BETA       "SIDE SLIP ANGLE
STATE V R PSI X Y
DER DV DR DPSI DX DY

INITIAL
V:0.
R:0.
PSI:0.
X:0
Y:0.

OUTPUT
BETA=V/U0

DYNAMICS
DV=A1*V+A11*V*ABS(V)+A2*R+B1*DELTA     "CONSERVATION OF LINEAR MOMENTUM
DR=A3*V+A4*R+A22*R*ABS(V)+B2*DELTA     "CONSERVATION OF ANGULAR MOMENTUM
DPSI=R
DX=U0*COS(PSI)+V*SIN(PSI)
DY=U0*SIN(PSI)+V*COS(PSI)

A1:-0.581
A2:-0.335
A3:-4.945
A4:-1.822
B1:0.106
B2:-0.790
A11:-2.017
A22:-12.88
U0:1.

END
```

Bilaga 1b

```
CONTINUOUS SYSTEM BAT2
"SEA SPLENDOUR BALLAST

"AUTHOR K J ASTROM 750201

INPUT DELTA        "RUDDER ANGLE    max ± 20° (= ± 0.35)
OUTPUT BETA        "SIDE SLIP ANGLE
STATE V R PSI X Y
DER DV DR DPSI DX DY

INITIAL
V:0.
R:0.
PSI:0.
X:0
Y:0.

OUTPUT
BETA=V/U0

DYNAMICS
DV=A1*V+A11*V*ABS(V)+A2*R+B1*DELTA        "CONSERVATION OF LINEAR MOMENTUM
DR=A3*V+A4*R+B2*DELTA                     "CONSERVATION OF ANGULAR MOMENTUM
DPSI=R
DX=U0*COS(PSI)+V*SIN(PSI)
DY=U0*SIN(PSI)+V*COS(PSI)

A1:-0.936
A2:-0.362
A3:-1.745
A4:-1.194
B1:0.234
B2:-1.236
A11:-2.00
U0:1.

END
```