



# LUND UNIVERSITY

## Experimentellt studium av tillväxtflytbrott hos armerade betongbalkar

Hillerborg, Arne

1971

[Link to publication](#)

*Citation for published version (APA):*

Hillerborg, A. (1971). *Experimentellt studium av tillväxtflytbrott hos armerade betongbalkar*. (Bulletin of Division of Structural Mechanics and Concrete Construction, Bulletin 23; Vol. Bulletin 23). Lund Institute of Technology.

*Total number of authors:*

1

### General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117  
221 00 Lund  
+46 46-222 00 00



LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY · LUND · SWEDEN · 1971

DIVISION OF STRUCTURAL MECHANICS AND CONCRETE CONSTRUCTION · BULLETIN 23

ARNE HILLERBORG

# EXPERIMENTELLT STUDIUM AV TILLVÄXTFLYT- BROTT HOS ARMERADE BETONGBALKAR

---

# EXPERIMENTELLT STUDIUM AV TILLVÄXTFLYTBROTT HOS ARMERADE BETONGBALKAR

av professor Arne Hillerborg  
Institutionen för Byggnadsstatik, LTH

---

---

## FÖRORD

De i rapporten redovisade försöken har till större delen bekostats genom Halmstads Järnverks stipendium 1968, som tilldelades Institutionen för Byggnadsstatik vid Lunds Tekniska Högskola.

Till en viss del har kostnaderna täckts med medel från anslag C 554 från Statens Råd för Byggnadsforskning.

Försöken har utförts och delvis bearbetats av civ.-ing. Ulf Hjörnlitz.

## MOTIV TILL UNDERSÖKNINGEN

I belastningsbestämmelser anges vissa laster eller delar av laster såsom **rörliga**. Sådan last skall enligt SBN 67 förutsättas "placerad i rimlig position och riktning på sådant sätt att tillsammans med vilande last fås maximal inverkan i dimensionerande snitt".

Hittills har bestämning av kraft- och momentfördelningar i statiskt obestämda betongkonstruktioner i regel baserats på elasticitetsteorien. Därvid kan man entydigt bestämma inverkan av att den rörliga lasten placeras i olika positioner. En rörlig last leder alltid till större sammanlagd inverkan — uttryckt t. ex. i form av total armeringsåtgång eller i form av summan av dimensionerande stöd- och fältmoment i ett fack — än en vilande last av samma storlek.

Vid revision av betongbestämmelserna vinner plasticitetsteorien (gränslastmetoden) insteg som en alternativ beräkningsmetod för statiskt obestämda konstruktioner i vissa fall. Sålunda infördes redan i 1957 års konstruktionsbestämmelser för massiva betongplattor (SOU 1957:25) brottlinjeteorien som en alternativ beräkningsmetod. Vid pågående revision av de allmänna konstruktionsbestämmelserna för armerad betong räknar man med att gränslastmetoden kommer att godtagas som beräkningsmetod även för andra typer av konstruktioner, i första hand kontinuerliga balkar, men sannolikt även för ramar, bågar, skivor och skal under vissa förutsättningar. Den främsta praktiska orsaken till att man vill införa gränslastmetoden är att den ofta leder till väsentliga förenklingar vid bestämning av dimensionerande moment.

Vid övergången från en hävdvunnen beräkningsmetod, elasticitetsteorien, till en ny, gränslastmetoden, måste man se till att man inte omedvetet inför ökade risker i form av t. ex. minskad brottsäkerhet. De två metoderna kommer också att användas parallellt och man bör då kräva att de får konkurrera på lika villkor, d. v. s. man bör inte medvetet acceptera att den ena metoden medför exempelvis lägre brottsäkerhet än den andra.

Enligt gränslastmetoden, så som den normalt tillämpas, är summan av dimensionerande stöd- och fältmoment i ett fack enbart beroende av maximal last på detta fack, men oberoende av lasten på angränsande fack. Summan av dimensionerande stöd- och fältmoment blir därför densamma för en rörlig last som för en lika stor vilande last.

Brottsäkerheten för en konstruktion med enbart vilande last kan anses vara densamma oberoende av om dimensioneringen baseras på elasticitetsteorien eller på gränslastmetoden. Om en last är rörlig istället för vilande medför detta inga förändringar av dimensionerande (maximala) moment enligt gränslastmetoden, men vissa ökningsmoment enligt elasticitetsteorien. Erhållna brottsäkerheter blir alltså i detta fall olika vid tillämpning av elasticitetsteori och gränslastmetod. Detta är, som ovan påpekats, olämpligt, eftersom två parallellt begagnade metoder inte bör leda till systematiska skillnader ifråga om brottsäkerheter.

Ett sätt att komma tillrätta med dessa motstridigheter — och kanske i många fall det bästa sättet — vore att ändra beräkningsreglerna därhän att även elasticitetsteorien ger samma summamoment i ett fack oberoende av om lasten är rörlig eller vilande. Här förutsättes emellertid att en sådan förändring inte kommer till stånd, utan att istället gränslastmetoderna måste

anpassas till att ta hänsyn till skillnad mellan vilande och rörlig last på ungefär samma sätt som elasticitetsteorien. Detta sker genom att vid plasticitetsteoretiska beräkningar ta hänsyn till risken för **växelflytbrott** och **tillväxifytbrott**. Då dessa båda begrepp inte torde vara allmänt bekanta skall de förklaras och analyseras något för att ge en bakgrund till försöken och dessas utvärdering.

## TEORETISK BAKGRUND

### Förutsättningar

Vid den plasticitetsteoretiska diskussionen förutsättes idealelastoplastiskt material, där sambandet mellan moment och krökning har ett principiellt förlopp enl. fig 1, karakteriserat av att plasticering, d. v. s. kon-

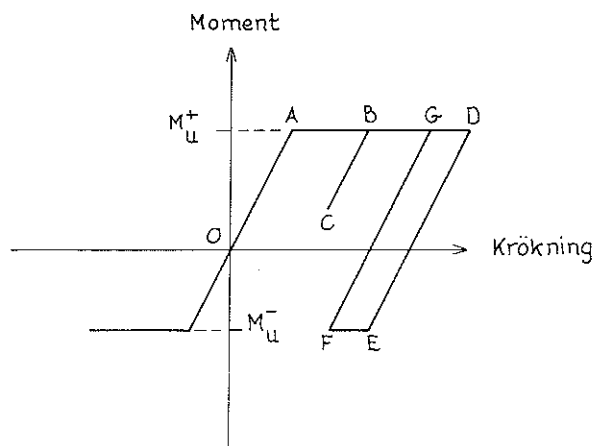


Fig 1. Ideal-elastoplastiskt samband mellan moment och krökning.

stant moment vid ökad krökning, inträder vid flytmomenten  $M_u^+$  resp.  $M_u^-$  medan för momentvärden däremellan proportionalitet råder mellan momentändring och krökningsändring (elastiska förhållanden).

För att demonstrera innebörden av dessa förutsättningar har i fig 1 visats ett tänkt moment-krökningsförlopp bestående av en krökningsökning OA, som vid A leder till plasticering. Krökningen tänkes öka till punkten B, där avlastning BC sker och därefter förnyad pålastning CB, följt av ytterligare krökningsökning BD. Vid en därpå följande stor krökningsminskning DEF uppnås plasticering åt motsatt håll. Vid förnyad krökningsökning följer momentet linjen FG.

För att från O komma till B, G eller D fordras plasticering, d. v. s. plastiska (kvarstående) deformationer. Från B till C och åter till B äger endast elastiska deformationer rum. Från D till F och åter till D äger plastiska deformationer EF och GD rum.

### Växelflytbrott

Om någon punkt i en konstruktion under inverkan av rörlig last utsätts för plasticering i omväxlande positiv och negativ riktning (t. ex. cykeln DEFGD i fig 1) ett tillräckligt stort antal gånger, uppstår växelflytbrott. Om växelflytbrott skall undvikas får krökningsvariationerna inte vara så stora, att plastiska deformationer måste ingå i cykeln. Maximal tillåten krökningsvariation enl. fig 1 är alltså FG (eller ED, som har samma storlek).

Växelflytbrottet förutsätter att momentet i det kritiska snittet växlar tecken under inverkan av rörlig last.

Risken för växelflytbrott måste beaktas vid dimensionering enligt gränslastmetoder. Hur detta tillgås skall inte närmare beskrivas här, då växelflytbrottet endast nämnts för fullständighetens skull, eftersom fenomenet är besläktat med tillväxtflytbrott. Inträsserade hänvisas exempelvis till [1].

## Tillväxtflytbrott

För att förklara tillväxtflytbrottet skall vi studera balken i fig 2. På vardera facket verkar en ständig last  $P_o$  och en rörlig last  $P_r$ , angripande i fackmitt. Balkens flytmoment är vid stöd  $M_{us}$  (positivt vid dragning i överkant) och i fält  $M_{uf}$  (positivt vid dragning i underkant).

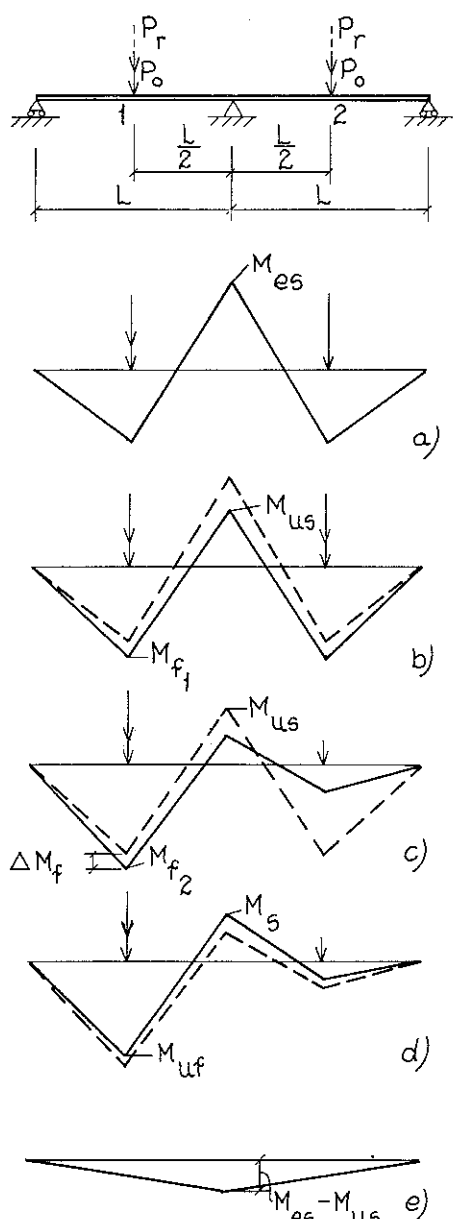


Fig 2. Trestödsbalk utsatt för växlande last  
a) Elasticitetsteoretisk momentfördelning vid full last  
b) Momentfördelning av full last om  $M_{es} > M_{us}$   
c) Momentfördelning efter borttagande av  $P_r$  på fack 2 om  $M_{f2} \leq M_{uf}$   
d) Motsvarande om  $M_{f2} > M_{uf}$   
e) Kvarstående moment efter avlastning från b)

i underkant). Vi förutsätter att balken i övrigt är så utformad, att flytning inte uppträder annat än för maximala stöd- och fältmoment.

Gränslastmetodens lösning vid engångsbelastning kan skrivas

$$M_{uf} + \frac{1}{2} M_{us} = \frac{(P_o + P_r) L}{4} \quad (1)$$

Enligt elasticitetsteorien är stödmomentet vid full last (fig 2 a)

$$M_{es} = \frac{3(P_o + P_r) L}{16} \quad (2)$$

Låt oss förutsätta att  $M_{us} < M_{es}$ , vilket innebär att flytning äger rum vid stödet då  $P_o$  och  $P_r$  anbringas i båda facken (balken förutsättes i utgångsläget vara spänningsfri i obelastat tillstånd) enligt fig 2 b.

Eftersom stödmomentet får värdet  $M_{us}$ , blir fältmomentet vid full last i båda facken

$$M_{f1} = \frac{(P_o + P_r) L}{4} - \frac{1}{2} M_{us} \quad (3)$$

Låt oss nu tänka oss att vi tar bort  $P_r$  från fack 2. Då minskar stödmomentet och för denna laständring uppträder balken elastiskt vid stöd, se fig 1, gren BC. Om flytning inte heller uppträder i något annat snitt, så uppträder hela balken elastiskt ifråga om inverkan av denna laständring. Detta innebär, att stödmomentet ändras med

$$\Delta M_s = -\frac{3 P_r L}{32}$$

och att fältmomentet i fack 1 ändras med

$$\Delta M_f = \frac{3 P_r L}{64}$$

till

$$M_{f2} = \frac{(P_o + P_r) L}{4} + \frac{3 P_r L}{64} - \frac{1}{2} M_{us} \quad (4)$$

enligt fig 2 c.

Om  $M_{f2} \leq M_{uf}$  uppträder ingen flytning vid laständringen utan hela beteendet är elastiskt. Detta innebär att en förnyad pålastning med  $P_r$  i fack 2 medför en elastisk återgång till exakt samma förhållande, som rådde före avlastningen. Av symmetriskäl kan på samma sätt lasten  $P_r$  avlägsnas från fack 1 utan att någon flytning inträder.

Om å andra sidan  $M_{f2} > M_{uf}$  kan inte  $M_{f2}$  uppnås, utan flytning inträffar i fack 1 och fältmomentet antar värdet  $M_{uf}$  (fig 2 d). Samtidigt verkande stödmoment är då

$$M_s = \frac{(P_o + P_r) L}{2} - 2 M_{uf} \quad (5)$$

Om därefter lasten  $P_r$  åter inbringas i fack 2, ökar stödmomentet, under förutsättning av elastisk verkan, till

$$M_s = \frac{(P_o + P_r) L}{2} + \frac{3 P_r L}{32} - 2 M_{uf} \quad (6)$$

Enligt förutsättningen ( $M_{f2} > M_{uf}$ ) och ekv (4) gäller

$$M_{f2} = \frac{(P_o + P_r) L}{4} + \frac{3 P_r L}{64} - \frac{1}{2} M_{us} > M_{uf}$$

vilket även kan skrivas

$$\frac{(P_o + P_r) L}{2} + \frac{3 P_r L}{32} - 2 M_{uf} > M_{us}$$



varför, med hänsyn till ekv (6)

$$M_s > M_{us}$$

d. v. s.  $M_s$  kan inte uppnås, utan flytning uppträder vid stöd och stödmomentet ställer in sig på värdet  $M_{us}$ .

Vi är nu tillbaka i samma momentfördelning som före avlastningen av fack 2 (fig 2 b), men under av- och pålastningen har flytning ägt rum i mitten av fack 1 och vid stöd. Förnyad av- och pålastning av  $P_r$  i fack 2 ger förnyad flytning i fack 1 och vid stöd. Varje sådan cykel medför kvarstående vinkeländringar och kvarstående deformationer hos fack 1. Förloppet vid stöd visas i fig 3. För varje avlastning

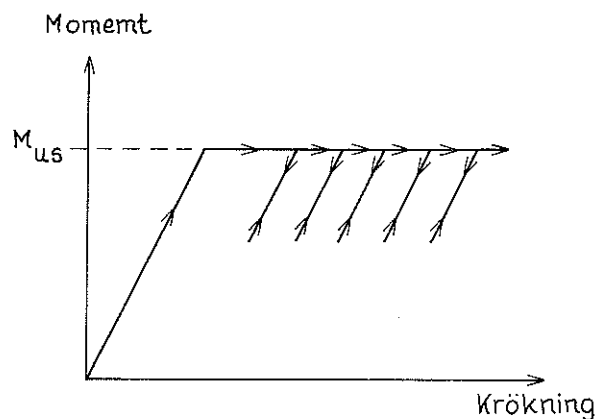


Fig 3. Successivt ökande krökning vid tillväxtflytbrott.

sker en elastisk återgång. Vid pålastningen sker först en elastisk ökning, därefter en flytning. Efter tillräckligt stort antal lastcykler är konstruktionen förstörd på grund av för stora sammanlagda deformationer. Fenomenet kallas **tillväxtflytbrott**.

Vi finner alltså att **gränslastmetodens lösning med hänsyn till tillväxtflytbrott** (d. v. s. villkoret för att tillväxtflytbrottet nätt och jämnt skall undvikas) för det visade fallet är

$$M_{uf} + \frac{1}{2} M_{us} = \frac{(P_o + P_r) L}{4} + \frac{3 P_r L}{64} \quad (7)$$

En jämförelse med ekv. (1) visar att risken för tillväxtflytbrott innebär krav på höjda flytmoment, eller, vid given hållfasthet, lägre brottlaster.

Om vi antar att den rörliga lasten  $P_r$  utgör en viss andel  $\alpha$  av totallasten

$$P_r = \alpha (P_o + P_r)$$

kan ekv (7) skrivas

$$M_{uf} + \frac{1}{2} M_{us} = \frac{(P_o + P_r) L}{4} \left( 1 + \frac{3\alpha}{16} \right) \quad (8)$$

Vid oförändrad hållfasthet hos balken reduceras alltså brottlaster i förhållande till brottlaster vid engångsbelastning med en faktor

$$\frac{1}{1 + \frac{3\alpha}{16}}$$

Reduceringsfaktorn blir 0,84 för  $\alpha=1$  och 0,91 för  $\alpha=0,5$ .

Ett studium av uppbyggnaden av ekv (7) visar att högra ledet består av en första term, som anger inverkan av engångsbelastning och en andra term, som ger tilläggsinverkan med hänsyn till tillväxtflytbrott. I den första termen ingår enbart storheter från aktuellt fack (p. g. a. den valda balkens symmetri framgår detta inte klart av ekvationen). Den andra termen däremot anger elasticitetsteoretisk förändring av fältmomentet orsakade av lastvariationer på **angränsande fack**. Vid vissa spännvidds-, styvhets- och lastförhållanden kan därför den andra termen bli väsentligt större än i det valda exemplet. De i exemplet angivna siffervärdena kan således inte tas som bevis för att sänkningen av brottlaster på grund av tillväxtflytbrottet alltid är relativt obetydlig. Detta belyses närmare i /2/.

Om balken i fig 2 är dimensionerad så att tillväxtflytbrott undviks, sker endast en flytning, som i det valda exemplet antagits ske vid stöd. Genom denna flytning erhålles avvikelser mellan elasticitetsteoretiska momentkurvor och verkliga. Avvikelsena motsvarar den ändring av momentfördelningen, som uppkommer på grund av flytningen. Denna ändring av momentfördelningen kvarstår i princip efter avlastningen enligt fig 2 e. Momentfördelningarna vid de olika lastkombinationerna kan ses som sammansatta av elasticitetsteoretiska moment och kvarstående moment. Fördelningen av kvarstående moment måste givetvis uppfylla jämvikt villkoren för obelastad konstruktion.

Beträffande generella metoder för bestämning av gränslast med hänsyn till tillväxtflytbrott hänvisas t. ex. till /1/.

Vid plasticitetsteoretisk dimensionering med hänsyn till tillväxtflytbrott beräknas först dimensionerande moment vid full last. Därefter ökas dessa med elasticitetsteoretiskt beräknade momenttillskott orsakade av avlastning av rörlig lastandel i angränsande fack. I de flesta praktiska fall kan man erhålla dessa momenttillskott med tillräcklig noggrannhet med hjälp av enkla approximativa regler.

## FÖRSÖK

### Avsikten med försöken

Ovan visade beräkningar för studium av tillväxtflytbrott baseras på ideal-elastoplastiska förhållanden enligt fig 1. Det verkliga sambandet mellan moment och krökning för armerad betong avviker från denna idealiserade kurva. Största skillnaden torde ligga i kurvornas form vid första pålastningen, medan kurvornas form vid upprepade av- och pålastningar mera närmar sig den idealiserade kurvan, utan att dock helt överensstämmer med denna.

Huvudändamålet med försöken är att för en tvåspanssbalk bestämma gränslasten för tillväxtflytbrott i förhållande till gränslasten vid engångsbelastning. En jämförelse mellan försöksvärden och teoretiska värden visar då om de teoretiska beräkningarna ger godtagbar överensstämmelse med försöken trots skillnader mellan verkliga och idealiserade samband mellan moment och krökning.

Som tidigare påpekats består skillnaden mellan gränslasterna för tillväxtflytbrott och för brott av engångsbelastning av det elasticitetsteoretiska tillskottet i fältmoment vid avlastning av intilliggande fack.



Denna inverkan påverkas följaktligen av styvhetsfördelningen inom konstruktionen. Högre styvhet vid stöd medför sålunda större ändring av stödmoment och alltså även större ändring av fältmoment i ett fack vid laständring i intilliggande fack. Man kan därför förvänta att skillnaden mellan gränslasten för växelflytbrott och för brott av engångsbelastning skall öka med ökat förhållande mellan styvhet vid stöd och styvhet i fält.

För en armerad betongbalk varierar styvheten dels längs balken, dels med tiden beroende på fortskridande uppsprickning. Vidare blir styvhetsfördelningen olika beroende på vald armeringsfördelning.

Någon teoretisk utredning av inverkan av dessa faktorer har inte utförts, men för att få en viss indikation beträffande armeringsfördelningens inverkan har två olika serier provats med olika förhållanden mellan mängd stöd- och fältarmering. I princip bör man erhålla större skillnad mellan gränslast för växelflytbrott och för brott av engångsbelastning vid högre värden på detta förhållande.

## Försökens uppläggning

Samtliga försök utfördes med balkar, vars mått och uppläggningsförhållanden framgår av fig 4.

Under försökens gång uppmättes nedböjningarna i punkterna 1—4 (se fig 4) i förhållande till stöden A, B och C. Dessutom mättes upplagsreaktionen vid C.

Nedböjningarna mättes med mätur, graderade i hundraedels millimeter.

Krafterna  $P_1$  och  $P_2$  påfördes med hjälp av manuella domkrafter. Krafterna mättes med Bofors 5 Mp last-

celler typ LS 1, kopplade till givarindikatorer typ BKL-1. Upplagsreaktionen vid C mättes med en 10 Mp mikrokraftmätare från CE Johansson.

Vid varje försök utfördes först en stegvis symmetrisk pålastning ( $P_1=P_2$ ) upp till en lastnivå  $P_1=P_2=P$ . Därefter startades en cyklisk belastning, där varje cykel omfattade följande fyra belastningskombinationer

- |              |           |
|--------------|-----------|
| a) $P_1=P$   | $P_2=P/3$ |
| b) $P_1=P$   | $P_2=P$   |
| c) $P_1=P/3$ | $P_2=P$   |
| d) $P_1=P$   | $P_2=P$   |

Lastväxling skedde i allmänhet var 5:e minut, varför varje lastcykel tog en tid av 20 minuter.

Ett så stort antal lastcykler genomfördes, att man ansåg sig kunna avgöra om deformationen närmade sig ett asymptotvärde eller om de successiva deformationstillskotten skulle leda till kollaps. Antalet lastcykler var i regel minst 10.

I vissa fall, då stabiliseringstendensen var tydlig, höjdes nivån  $P$ , varefter nya cykler utfördes på denna nivå.

Som sista moment utfördes en belastning till brott. Därvid ökades först  $P_1$  och  $P_2$  jämsides tills bärförmågan var uttömd i ett fack. Därefter höjdes i vissa fall lasten i det andra facket tills bärförmågan uppnått även i detta fack. Med användning av dessa uppmätta statiska brottlaster kan de växlande lasterna uttryckas i procent av statiska brottlaster med större noggrannhet än om de statiska brottlasterna bestämts på annat sätt, t.ex. genom beräkning eller prov på särskilda balkar. Inverkan på den statiska brottlasten av tidigare genomförda lastcykler är erfarenhetsmässigt ringa.

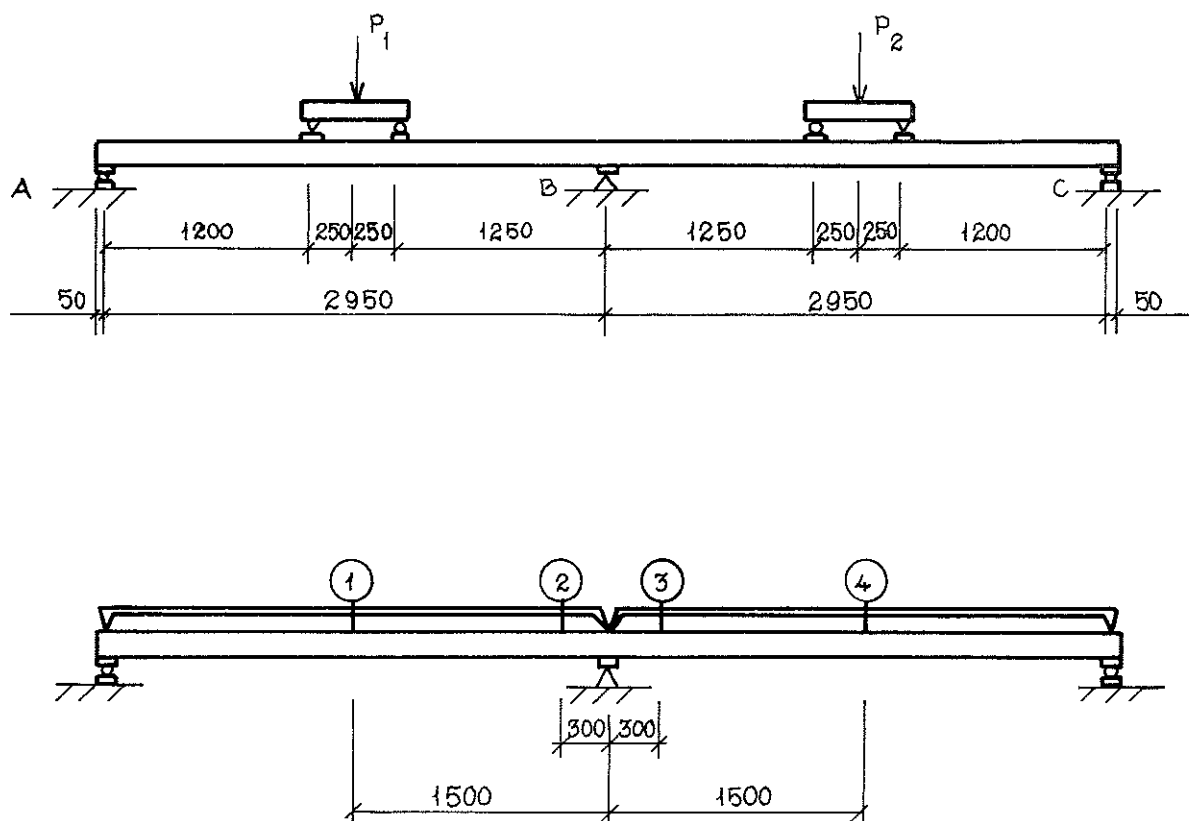


Fig 4. Uppläggning, belastningsordning och anordning för nedböjningsmätning vid försöken. Balkbredd 200 mm, balkhöjd 150 mm.

## Data för provkropparna

Två serier balkar provades. Armeringen i de dimensionerande snitten för de två serierna framgår av tabell 1. Den väsentliga skillnaden mellan serierna består i förhållandet mellan mängden stöd- och fältarmering. Balkarnas totala bärförmåga är däremot ungefär densamma.

TABELL 1

|   |                       | Serie |          |
|---|-----------------------|-------|----------|
|   |                       | 1     | 2        |
| Stöd  | Armering              | 4ø10  | 2ø10+1ø6 |
|   | $A_a$ cm <sup>2</sup> | 3,14  | 1,85     |
|   | $\mu$ %               | 1,26  | 0,74     |
| Fält  | Armering              | 3ø10  | 4ø10     |
|   | $A_a$ cm <sup>2</sup> | 2,35  | 3,14     |
|   | $\mu$ %               | 0,94  | 1,26     |
| $A_{a, \text{stöd}}/A_{a, \text{fält}}$       |                       | 1,33  | 0,59     |
| $(M_{\text{stöd}}/M_{\text{fält}})$ el. teori |                       |       |          |
| Symmetrisk last                               |                       | 1,36  |          |
| Ogynnsam lastställning                        |                       | 1,15  |          |

Som framgår av tabellen har serie 1 ett förhållande mellan stöd- och fältarmering, som ungefär stämmer med elasticitetsteorien, medan serie 2 har relativt stor omfördelning av armering från stöd till fält.

Armeringen utgjordes av Ks 40 med en sträckgräns av 5100 kp/cm<sup>2</sup>.

För betongen eftersträvades en kubhållfasthet vid provningstillfället av 250 kp/cm<sup>2</sup>. Erhållen kubhållfasthet framgår av tabell 2. Den bestämdes på tre 15 cm provkuber för varje balk i anslutning till provbelastningen.

## Försöksresultat

Huvuddata för de provade balkarna framgår av tabell 2.

När för samma balk flera lastnivåer angetts innebär detta att balken först utsatts för angivet antal lastcykler vid en nivå varefter lasten höjts till närmast högre nivå etc.

I samband med försöken utfördes ett mycket stort antal mätningar av nedböjningar, sprickbredder och upplagsreaktioner.

Vid bearbetningen visade det sig att uppmätta upplagsreaktioner gav obetydlig information om de här studerade problemen, delvis beroende på för låg noggrannhet hos använda instrument. Upplagsreaktionerna har därför inte redovisats.

Vidare erhöles inga väsentliga extra informationer ur nedböjningsmätningarna nära mittstödet. Därför har nedböjningsmätningarna endast redovisats för fältmitt.

Ett studium av uppmätta sprickbredder visar en tendens likartad den som erhålles ur nedböjningsmätningarna, d. v. s. när nedböjningarna ökar, ökar i regel sprickbredderna. På grund av att antalet sprickor också ökar, blir dock ofta ökningen av maximala sprickbredden inte lika markant som ökningen av nedböjningen, och sprickbreddsmätningarna ger därför sämre informationer om uppträdande flytfenomen än vad nedböjningsmätningarna gör.

Redovisningen av mätningarna har således inskränkts till att avse nedböjningsmätningarna intill fältmitt (punkt 1 och 4 i fig 4). Vidare har endast nedböjningarna vid slutet av varje lastcykel redovisats, d. v. s. då full aktuell last verkar på båda facken. Vissa försök har gjorts att bearbeta nedböjningsvärdena för andra lastställningar inom lastcykeln, men ingen väsentlig ytterligare belysning av tillväxtflyttförfloppet har framkommit vid denna bearbetning.

Redovisade diagram anger således nedböjningar

TABELL 2

| Balk<br>nr | Kubhåll-<br>fasthet<br>kp/cm <sup>2</sup> | Uppmätt effektiv<br>höjd, mm |     |      | Statisk brott-<br>last, Mp |                      | $P_u/P_{u, \text{ teor}}$ | Lastnivåer P<br>vid lastväx-<br>ling, Mp | $P/P_u$ | Antal cykler      |
|------------|---|------------------------------|-----|------|----------------------------|----------------------|---------------------------|--|---------|-------------------|
|            |   | Fält                         |     | Stöd | $P_{u, \text{ teor}}$      | $P_u$                |                           |  |         |                   |
|            |   | AB                           | BC  |      |                            |                      |                           |  |         |                   |
| 1—1        | 370                                       | 127                          | 131 | 125  | 3,30                       | 3,60                 | 1,09                      | 3,00                                     | 0,83    | 16                |
| 1—2        | 320                                       | 126                          | 128 | 123  | 3,30                       | 3,50                 | 1,06                      | 2,70                                     | 0,77    | 11                |
| 1—3        | 310                                       | 124                          | 128 | 112  | 3,25                       | 3,60                 | 1,11                      | 2,55                                     | 0,71    | 8                 |
|            |   |                              |     |      |                            |                      |                           | 2,70                                     | 0,75    | 5                 |
| 1—4        | 360                                       | 128                          | 128 | 111  | 3,15                       | 3,80                 | 1,21                      | 3,15                                     | 0,83    | 10                |
| 1—5        | 310                                       | 127                          | 131 | 115  | 3,21                       | (3,60) <sup>1)</sup> | (1,12) <sup>1)</sup>      | 3,30                                     | 0,92    | 5,5 <sup>3)</sup> |
| 2—1        | 270                                       | 125                          | 125 | 122  | 3,25                       | 3,45                 | 1,06                      | 2,40                                     | 0,70    | 10                |
|            |   |                              |     |      |                            |                      |                           | 2,70                                     | 0,78    | 10                |
|            |   |                              |     |      |                            |                      |                           | 3,00                                     | 0,87    | 10                |
| 2—2        | 280                                       | 130                          | 123 | 126  | 3,21                       | 3,75 <sup>2)</sup>   | 1,17                      | 2,85                                     | 0,76    | 10                |
|            |   |                              |     |      |                            |                      |                           | 3,15                                     | 0,84    | 5 <sup>3)</sup>   |
| 2—3        | 220                                       | 128                          | 127 | 123  | 3,29                       | 3,50 <sup>2)</sup>   | 1,06                      | 3,15                                     | 0,90    | 2 <sup>3)</sup>   |
| 2—4        | 260                                       | 128                          | 128 | 135  | 3,35                       | 3,85                 | 1,16                      | 2,85                                     | 0,74    | 10                |
|            |   |                              |     |      |                            |                      |                           | 3,00                                     | 0,78    | 10                |
|            |   |                              |     |      |                            |                      |                           | 3,30                                     | 0,86    | 10                |

<sup>1)</sup> Uppskattade värden

<sup>2)</sup> Gäller AB. Dessförinnan brott i BC av växellast

<sup>3)</sup> Brott efter angivet antal cykler

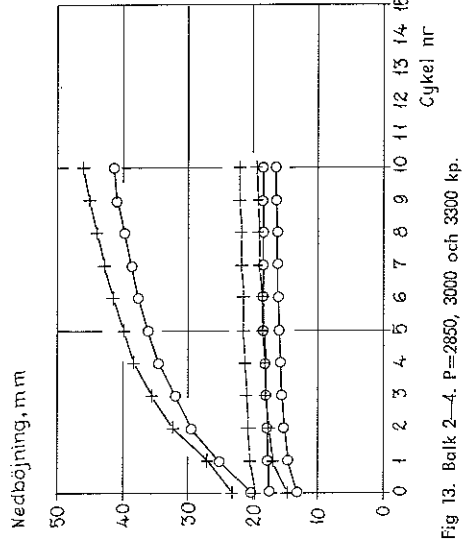
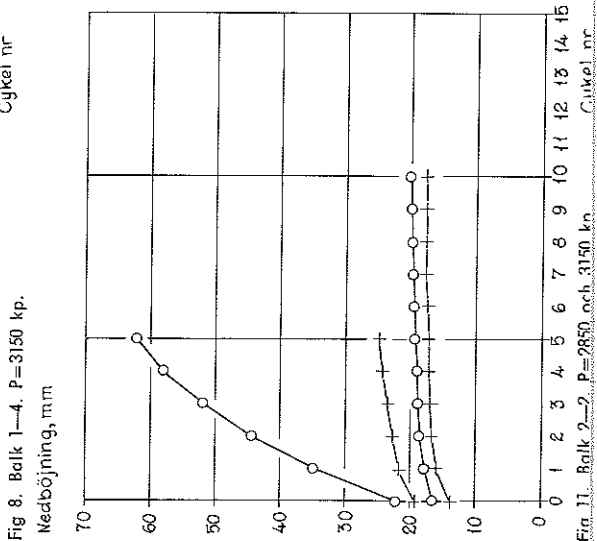
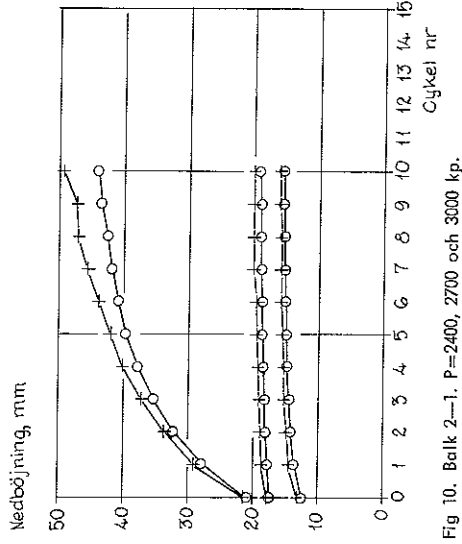
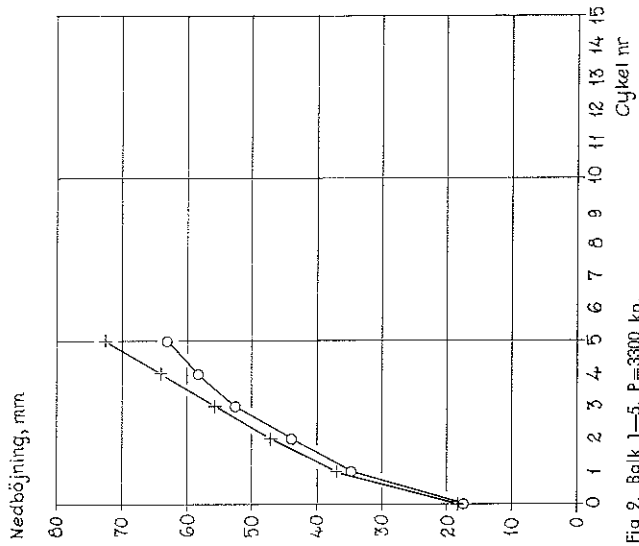
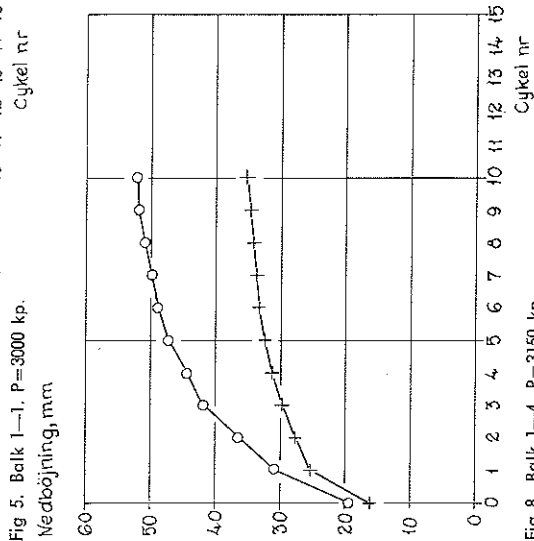
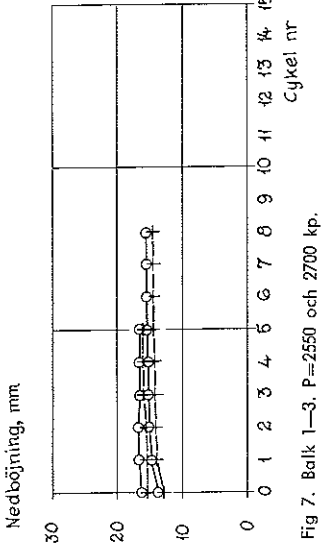
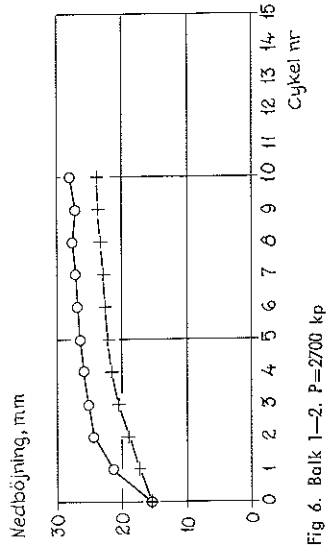
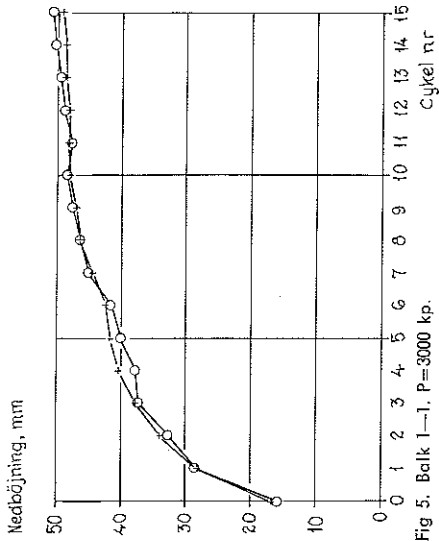


Fig 5-13. Nedböjning vid lastväxling.  
+ fack AB  
o fack BC

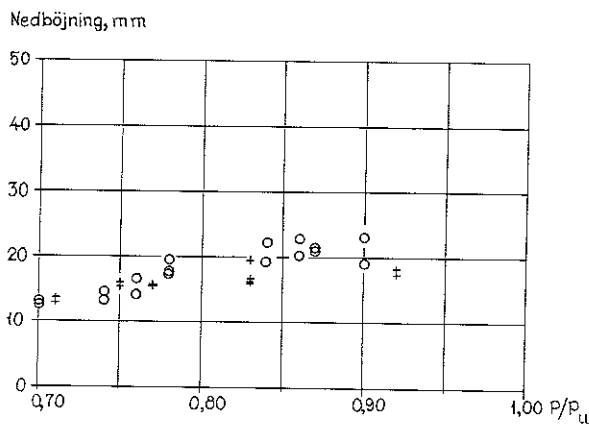


Fig 14. Nedböjning efter första pålastning som funktion av  $P/P_u$   
+ serie 1  
o serie 2

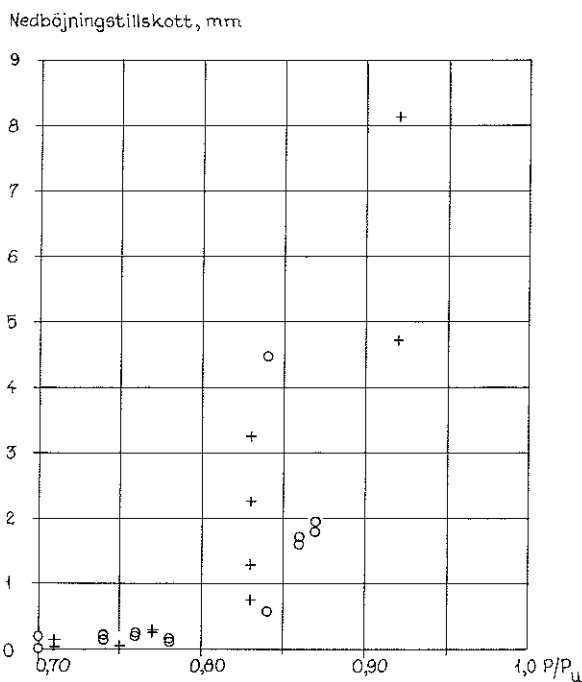


Fig 16. Nedböjningstillskott vid femte lastcykeln som funktion av  $P/P_u$  för samtliga balkar.  
+ serie 1  
o serie 2

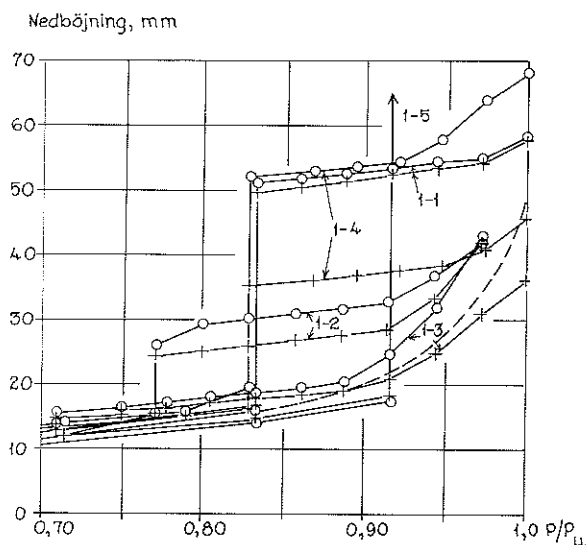


Fig 18. Serie 2. Nedböjning under hela belastningsförloppet, mätt vid lika last på båda facken.  
+ fack AB  
o fack BC  
--- ungefärlig medelnedböjning vid engångsbelastning.  
Vertikal linje markerar växelbelastning.

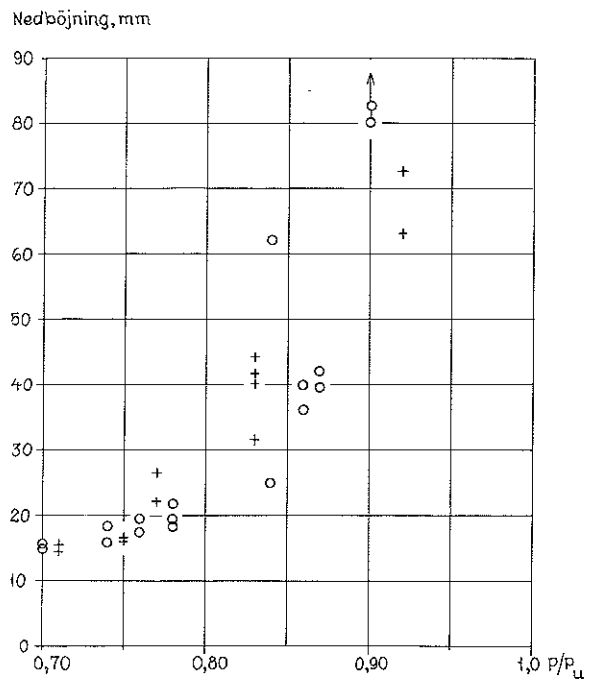


Fig 15. Nedböjning efter 5 lastcykler som funktion av  $P/P_u$  för samtliga balkar.  
+ serie 1  
o serie 2  
▲ brott före femte cykeln

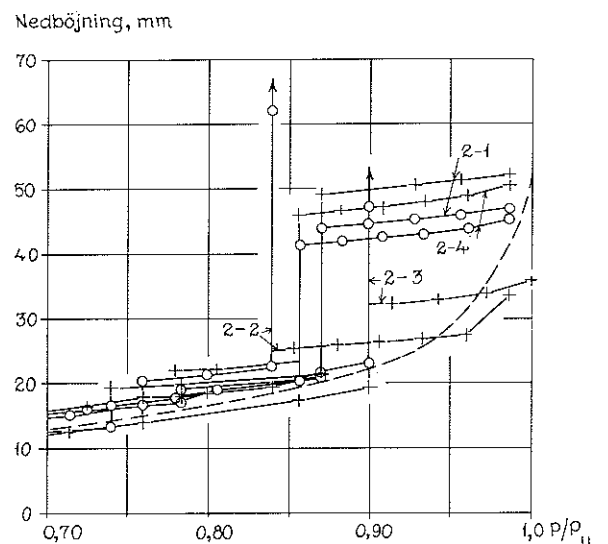


Fig 17. Serie 1. Nedböjning under hela belastningsförloppet, mätt vid lika last på båda facken.  
+ fack AB  
o fack BC  
--- ungefärlig medelnedböjning vid engångsbelastning.  
Vertikal linje markerar växelbelastning.

intill fältmitt efter genomförandet av senaste kompletta lastcykeln (eller före växelbelastning) och med full aktuell last på båda facken.

Figurerna 5—13 visar nedböjningens variation med antal lastcykler. Antalet lastcykler avser aktuell lastnivå, d. v. s. beräkningen av antalet startar från noll varje gång lastnivån höjs.

Man kan av dessa diagram se hur nedböjningen håller sig nära stabil vid lägre lastnivåer, medan den vid högre lastnivåer ökar för varje cykel, vilket kan ses som en indikation på att tillväxtflytbrott kan befaras.

I figurerna 14—18 har nedböjningen angivits på olika sätt som funktion av  $P/P_u$ , där  $P$  är aktuell last och  $P_u$  är statisk brottlast. Avsikten med dessa diagram är att söka bedöma vid vilket värde på  $P/P_u$

som tillväxtflytfenomen börjar bli väsentliga. Teoretiskt kan man nämligen förvänta att detta skall ske vid ett och samma värde på  $P/P_u$  för samtliga försök.

Vid studiet av figurerna 14–18 måste man beakta osäkerheten i  $P/P_u$ , som beror främst på en viss osäkerhet ifråga om  $P_u$ .

I figur 14 visas nedböjningen efter första pålastning till den lägsta lastväxlingsnivån och i figur 15 nedböjningen efter de 5 första lastcyklerna. En jämförelse visar att växelbelastningen börjar spela väsentlig roll för nedböjningen från  $P/P_u > 0,80$ .

I figur 16 visas nedböjningstillskottet under femte cykeln. Därav framgår även att tillväxtflytningen sker då  $P/P_u$  är större än c:a 0,80.

I figurerna 17 och 18 visas det totala nedböjningsförloppet som funktion av  $P/P_u$  för serie 1 resp. 2. Kurvornas form betingas av att lastväxling skett på vissa nivåer. Att alla balkar inom en serie lagts in i samma diagram ger en svårighet att följa alla förloppens detaljer, men det har avsiktligt gjorts för att få ett samlat intryck.

I figurerna 17 och 18 har även lagts in ungefärlig statisk nedböjningskurva. En jämförelse med denna visar att erhållna nedböjningar vid lastväxling är av samma storleksordning som nedböjning av en 10–15% större statisk last. Detta gäller alla nivåer, även när den statiska lasten närmar sig brottvärdet.

I de fall brott erhållits vid lastväxlingar har  $P/P_u$  haft värden mellan 0,84 och 0,92 och brottet har erhållits redan efter 2–6 lastväxlingar. Inte i något fall har balkar tålt 10 cykler vid  $P/P_u > 0,87$ . Vid balkarna 2–1 och 2–4 sker med  $P/P_u = 0,87$  resp. 0,86 fortfarande påtagliga tilläggsflytningar vid 10:e cykeln, men en minskande tendens kan märkas. Dessa balkar hade sannolikt men icke säkert uppnått brott efter många cykler. De torde ligga ungefär vid gränsen för tillväxtflytbrott.

Försöken syns indikera att för det studerade fallet lasten vid tillväxtflytbrott ligger vid 85–90% av statisk brottlast och att antalet erforderliga lastcykler för uppnående av tillväxtflytbrott endast är av storleksordning 2–5 st då lastnivån ligger vid 90% av den statiska brottlasten.

Att döma av försöksresultaten bör man tydligen ur såväl brottsäkerhets- som deformationssynpunkt i det aktuella fallet med hänsyn till tillväxtflytfenomen endast tillåta 85–90% av den statiskt tillåtna lasten.

Någon tydlig skillnad mellan serie 1 och 2 kunde inte iakttagas.

## JÄMFÖRELSE MELLAN FÖRSÖKS- VÄRDEN OCH TEORETISKA VÄRDEN

Teoretisk beräkning av last vid tillväxtflytbrott kan, som ovan visats, ske genom att man till inverkan av full last enligt plasticitetsteorien adderar de av avlastningar orsakade momentökningarna, beräknade enligt elasticitetsteorien.

Vid statisk belastning med vid försöken aktuell lastfördelning enligt figur 4 blir sambandet mellan brottlast  $P_u$  och momentupptagande förmåga  $M_{uf}$  i fält och  $M_{us}$  vid stöd bestämt av (med längdenhet meter)

$$M_{uf} = \frac{1,5 \cdot 1,2}{2,95} P_u - \frac{1,2}{2,95} M_{us}$$

d. v. s.

$$P_u = \frac{2,95}{1,8} M_{uf} + \frac{1}{1,5} M_{us}$$

En elasticitetsteoretisk beräkning visar att avlastning med  $2 P/3$ , såsom skedde vid försöken, ger ett momenttillskott i fält, som är

$$\Delta M_f = 0,0726 P$$

Om  $P_f$  betecknar teoretisk last vid tillväxtflytbrott, då  $M_{uf}$  och  $M_{us}$  är utnyttjade, erhålles alltså

$$M_{uf} = \frac{1,5 \cdot 1,2}{2,95} P_f - \frac{1,2}{2,95} M_{us} + 0,0726 P_f$$

där de första två termerna på högra sidan anger fältmoment då  $M_{us}$  är fullt utnyttjad vid statisk last och den sista termen anger tillskottet till fältmomentet vid avlastning på det andra facket.

Man erhåller

$$1,12 P_f = \frac{2,95}{1,8} M_{uf} + \frac{1}{1,5} M_{us} = P_u$$

$$P_f = 0,89 P_u$$

I ovanstående beräkning har bortsetts från egenvikten. Inverkan av denna är dock endast c:a 4% av total brottlast och påverkar förhållandet  $P_f/P_u$  först i tredje decimalen.

Det ur försöken bedömda förhållandet  $P_f/P_u$  i intervallet 0,85–0,90 stämmer alltså väl med teoretiska beräkningar. Det av teorien givna värdet synes vid försöken motsvara en last, som kan medföra tillväxtflytbrott redan efter ett fåtal lastväxlingar.

## SLUTSATSER

Försöken synes peka mot följande viktiga slutsatser, som dock skulle behöva verifieras med mera omfattande försök.

1. Tillväxtflytbrottet är en praktisk realitet, som kan uppstå redan efter ett fåtal lastväxlingar. Man kan alltså icke, såsom ofta sker, bortse från tillväxtflytbrottet därför att det skulle fordra orealistiskt många lastväxlingar.

2. Dimensionering med hänsyn till tillväxtflytbrott kan ske enligt i litteraturen angivna teoretiska metoder, innebärande att till plasticitetsteoretiskt bestämda moment vid full last läggs de momenttillskott, som enligt elasticitetsteorien uppstår vid tänkbar ogynnsam avlastning av vissa partier.

Praktisk beräkning av momenttillskotten torde i regel inte fordra någon noggrann elasticitetsteoretisk beräkning, utan kan ske enligt enkla approximativa regler.

3. Någon inverkan av valt förhållande mellan mängd stöd- och fältarmering kunde inte iakttagas vid försöken.

## SAMMANFATTNING

Tillväxtflytbrottfenomenet beskrivs och metoder att teoretiskt ta hänsyn till det anges.

Försök med 9 st symmetriska tvåspanssbalkar av armerad betong visar god överensstämmelse med teoretiska beräkningar, och de visar dessutom att tillväxtflytbrott kan uppstå redan vid ett fåtal lastväxlingar då lastnivån motsvarar den teoretiska tillväxtflytbrottlasten. I motsats till vad som ibland hävdas är därför risken för tillväxtflytbrott en realitet, som åtminstone i vissa fall bör beaktas vid dimensionering enligt gränslastmetoder.

---

## LITTERATUR

- /1/ **Neal, B. G.**, 1956, The plastic methods of structural analysis. London.
- /2/ **Dyrbye, Claës**, 1970, Continuous girders with distributed live loads. International Association for Bridge and Structural Engineering Publications Volume 30—I.

# Förteckning över hittills utgivna Tekniska meddelanden

|   |                                  |      |
|---|----------------------------------|------|
| ( 1) Erfarenheter av slät armering med höga påkänningar.                              | Åke Holmberg                     | 1956 |
| ( 2) Betongpålars armering.   | Åke Holmberg                     | 1956 |
| ( 3) Sandwichelement av samverkande skivor.   | Åke Holmberg                     | 1957 |
| ( 4) Stångförespända fabriksgjorda betongbalkar. Bergbultar HJS 80.                   | Åke Holmberg                     | 1959 |
| ( 5) Studium av balkupplag och pelarhuvuden vid montagebyggnad.                       | Åke Holmberg                     | 1960 |
| ( 6) Skarvning av HJS 70 med Forssellringar.  | Carl Forssell                    | 1960 |
| ( 7) Studier rörande armeringsnäts hållfasthet och förankring.                        | Åke Holmberg                     | 1960 |
| ( 8) Vippningsproblem vid hissning och montering av slanka balkar.                    | Ove Pettersson                   | 1960 |
| ( 9) Synpunkter på häftsvevning av armeringsstål.                                     | Hans Hoffstedt                   | 1961 |
| 10 Sandwichelement i provning och tillämpning.  | Åke Holmberg och Erik Plem       | 1961 |
| (11) Risken för galvanisk korrosion vid konstruktioner med sandwichelement.           | Gustav Nilsson                   | 1961 |
| (12) Eldsvåda som "brandprov i full skala".   | Paul Johannesson                 | 1961 |
| (13) Pelares bygelarmering.   | Åke Holmberg                     | 1962 |
| 14 Dragförsök med bergförankringar av förespänningsstål.                              | Birger Ludvigson                 | 1963 |
| 15 Fördelad förlängning hos stål.   | Åke Holmberg och Torsten Möller  | 1963 |
| 16 Källarmurars värmeisolering.   | Åke Holmberg                     | 1964 |
| 17 Armeringsstänger som pålar.  | Allan Bergfelt                   | 1964 |
| 18 Förankring av spännarmering i förespänd betong.                                    | K.-G. Bernander                  | 1965 |
| 19 Armerings kraftöverföring och förankring.  | Åke Holmberg och Sten Lindgren   | 1967 |
| 20 Avvikelser i armeringsstängernas läge.   | Arne Johansson och Birger Warris | 1967 |
| 21 Betongarmering toleranser och säkerhet.  | Ivar Magnusson                   | 1967 |
| 22 Hållfastheten hos bockade armeringsstänger.  | Bo Törnwall                      | 1967 |
| 23 Några undersökningar på kontinuerliga betongbalkar med överarmerat stödtvärnsnitt. | Tage Petersson                   | 1969 |
| 24 Säkerhetsfaktorer för stål- och betongkonstruktioner Skillnader och motiv          | Lars Östlund                     | 1970 |
| 25 Imperfektioner vid montagebyggande med betongelement.                              | Sven Sahlin                      | 1971 |
| Beräkningsmässig hänsyn till imperfektioner i montagebyggen.                          | Mogens Lorentsen                 | 1971 |
| 26 Experimentellt studium av tillväxtflytbrott hos armerade betongbalkar.             | Arne Hillerborg                  | 1971 |