Rätt bygg- och installationsteknik

Jensen, Lars

2008

Rätt bygg- och installationsteknik

Lars Jensen

Avdelningen för installationsteknik
Institutionen för bygg- och miljöteknologi
Lunds tekniska högskola
Lunds universitet, 2008
Rapport TVIT--08/7027

Lunds Universitet

Lunds Universitet, med nio fakulteter samt ett antal forskningscentra och specialhögskolor, är Skandinaviens största enhet för forskning och högre utbildning. Huvuddelen av universitetet ligger i Lund, som har 100 400 invånare. En del forsknings- och utbildningsinstitutioner är dock belägna i Malmö, Helsingborg och Ljungbyhed. Lunds Universitet grundades 1666 och har idag totalt 6 000 anställda och 41 000 studerande som deltar i ett 90-tal utbildningsprogram och ca 1000 fristående kurser erbjudna av 88 institutioner.

Avdelningen för installationsteknik

Avdelningen för Installationsteknik tillhör institutionen för Bygg- och miljöteknologi på Lunds Tekniska Högskola, som utgör den tekniska fakulteten vid Lunds Universitet. Installationsteknik omfattar installationernas funktion vid påverkan av människor, verksamhet, byggnad och klimat. Forskningen har en systemanalytisk och metodutvecklande inriktning med syfte att utforma energieffektiva och funktionssäkra installationssystem och byggnader som ger bra inneklimat.
Nuvarande forskning innefattar bl a utveckling av metoder för utveckling av beräkningsmetoder för godtyckliga flödessystem, konvertering av direktelvärmda hus till alternativa värmesystem, vädring och ventilation i skolor, system för brandsäkerhet, alternativa sätt att förhindra rökspridning vid brand, installationernas belastning på yttre miljön, att betrakta byggnad och installationer som ett byggnadstekniskt system, analysera och beräkna inneklimatet i olika typer av byggnader, effekter av brukarnas beteende för energianvändning, reglering av golvvärmesystem, bestämning av luftflöden i byggnader med hjälp av spårgasmetod. Vi utvecklar även användbara projekteringsverktyg för energi och inomhusklimat, system för individuell energimätning i flerbostadshus samt olika analysverktyg för optimering av ventilationsanläggningar hos industrin.

Rätt bygg- och installationsteknik

Lars Jensen

ISRN LUTVDG/TVIT--08/7027--SE(60)

Avdelningen för installationsteknik
Institutionen för bygg- och miljöteknologi
Lunds tekniska högskola
Lunds universitet
Box 118
221 00 LUND

Innehållsförteckning

1 Inledning

Syftet med denna arbetsrapport är att redovisa några bygg- och installations-tekniska exempel på att välja eller bestämma rätt av följande basvärmestorlek, isolertjocklek, gränstemperatur, specifik värmeförlust och fönsteryta för att minimera en given kostnadsfunktion.

Syftet med de fem exemplen är att de skall kunna användas som en första jämförelse med andra beräkningsresultat från mer fullständiga beräknings-metoder. De fem exemplen kan också visa på att det finns ett bästa val och hur känsligt andra val är för det som skall minimeras. De fem exemplen kan också ge uppslag på att andra liknande exempel kan behandlas på detta enkla sätt.

Metodiken bygger på att använda enkla funktioner för gradtimmar, drifttid och frekvens, vilka redovisas inledningsvis i detta avsnitt och tillämpas i de följande. Dessa enkla funktioner gör det möjligt att även analytiskt beräkna vad som rätt val för en viss parameter. Detta går inte att göra för tabellerade värden för gradtimmar och drifttid eller med klimatdata för ett år. En enkel jämförelse mellan tabellvärden och funktionsvärden görs även i detta avsnitt.

Om en energibesparande åtgärd är lönsam eller inte avgörs genom att jämföra installationskostnaden med nuvärdet för alla framtida energibesparingar. Detta görs inledningsvis i avsnitt 2. En bra förenkling är att anta att realprisökningen för energi är lika med realräntan, vilket medför att summan av alla framtida besparingar är lika med antalet år multiplicerat med besparingen för första året.

Basvärmestorlek

Ett vanligt problem är att dimensionera en basvärmeenhet. Totalkostnaden för installation och drift skall minimeras. Installationskostnaden är proportionell mot effekten. Tillsatsvärme är dyrare än producerad basvärme. Det finns en basvärme-effekt som ger lägsta totalkostnad. Ett konkret exempel är val av värmepumps-effekt för en given uppgift. Detta problem behandlas i avsnitt 3.

Isolertjocklek

Vilken isolertjocklek som ger lägsta totalkostnad beräknas för fyra olika fall i avsnitt 4. Klassisk beräkning utan och med extra värmemotstånd behandlas först och därefter två fall båda med gratisvärmetillskott samt utan och med en fast värmeförlust. Fallet med endast gratisvärmetillskott medför att isolertjockleken skall minskas betydligt. Om en fast värmeförlust tillkommer ökar isolertjockleken betydligt. En möjlig tillämpning är en byggnad med givna fönster, dörrar och markisolering, där bästa isolertjocklek för väggar och tak skall bestämmas.

Gränstemperatur

Vilken gränstemperatur som ger lägsta värme- och kylkostnad bestäms för god-tyckliga specifika värme- och kylkostnader i avsnitt 5. Lika kostnader delar gräns-temperaturen året i två lika stora halvor. Den beräknade gränstemperaturen kan användas för att jämföra med på ett annat sätt bestämd gränstemperatur och visa på vad som kan ge en förbättring. Gränstemperatur för krypgrund och platta på mark kan vara olika för samma fall och en energijämförelse redovisas sist.

Specifik värmeförlust

Vilken specifik värmeförlust för en byggnad med ett givet gratisvärmetillskott som ger lägsta driftskostnad för värme och kyla är inte självklart. Kylbehovet ökar med bättre isolering samtidigt som värmebehovet minskar. Lösningen är att den specifika värmeförlusten skall vara proportionell mot gratisvärmetillskottet, kyl- och värmekostnader samt klimatdata, vilket visas i avsnitt 6.

Fönsteryta

Det går att bestämma vilken fönsteryta som ger lägst årsvärmebehov för en byggnad med ett givet gratisvärmetillskott och en given värmeförlust. Varje tillkommande m^2 fönsteryta ökar både värmeförlusten och solvärmetillskottet. Detta problem behandlas i avsnitt 7.

Enkla funktioner för frekvens, drifttid och gradtimmar

En nackdel med gradtimmetabellen är att det inte går att göra en förenklad analys som omfattar ett större temperaturområde, dvs flera rader av gradtimmetabellen. En lösning på detta problem är att ersätta gradtimmetabellen med en enkel funktion. Det enklaste antagandet som kan göras är att anta att frekvensen f är konstant i $(T_{min}\ ,\ T_{max})$ och noll för övrigt. Detta antagande om konstant frekvens bestämmer en linjär drifttidsfunktion $d_t(T_g)$, en kvadratisk gradtimmefunktion för värme $G_t(T_g)$, för kyla $G_{t\text{-}}(T_g)$ och en sorterad utetemperatur $T(t)$ över årets timmar t enligt nedan.

$f = 8760 / (T_{max} - T_{min})$	(h/°C)	(1.1)
$d_t(T_g) = f\,(T_g - T_{min})$	(h)	(1.2)
$G_t(T_g) = f\,(T_g - T_{min})^2 / 2$	(°Ch)	(1.3)
$G_{t\text{-}}(T_g) = -f\,(T_g - T_{max})^2 / 2$	(°Ch)	(1.4)
$T(t) = T_{min} + (\,T_{max} - T_{min}\,)\ t / 8760$	(°C)	(1.5)

Observera att drifttiden $d_t(T_g)$ är konstant 8760 h över T_{max} och därmed växer gradtimmefunktionen $G_t(T_g)$ linjärt över T_{max} med bidraget 8760 $(T_g - T_{max})$.

Parametrarna T_{min} och T_{max} bestäms som följer för ett gradtimmevärde $G(T_m)$ för normalårstemperaturen T_m eller egentligen mediantemperaturen för ett år. Frekvensen f bestäms därefter med (1.1).

$$T_{min} = T_m - G(T_m)/2190 \qquad (^{\circ}C) \qquad (1.6)$$

$$T_{max} = T_m + G(T_m)/2190 \qquad (^{\circ}C) \qquad (1.7)$$

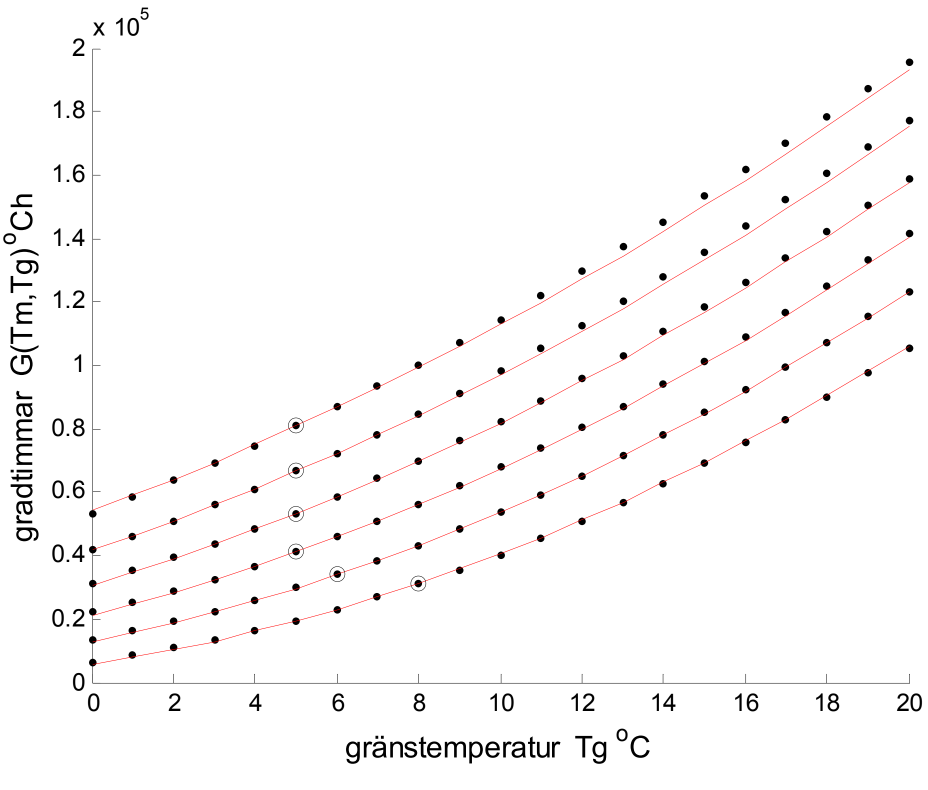
Det går även att gör anpassning för ett godtyckligt fall med paret T_s och $G(T_s)$, eftersom det saknas tabellerade värden under 5 ºC. Detta ger följande två sam-band att bestämma f och T_{min} med enligt nedan.

$$4380 = f\,(T_m - T_{min}) \qquad (h) \qquad (1.8)$$

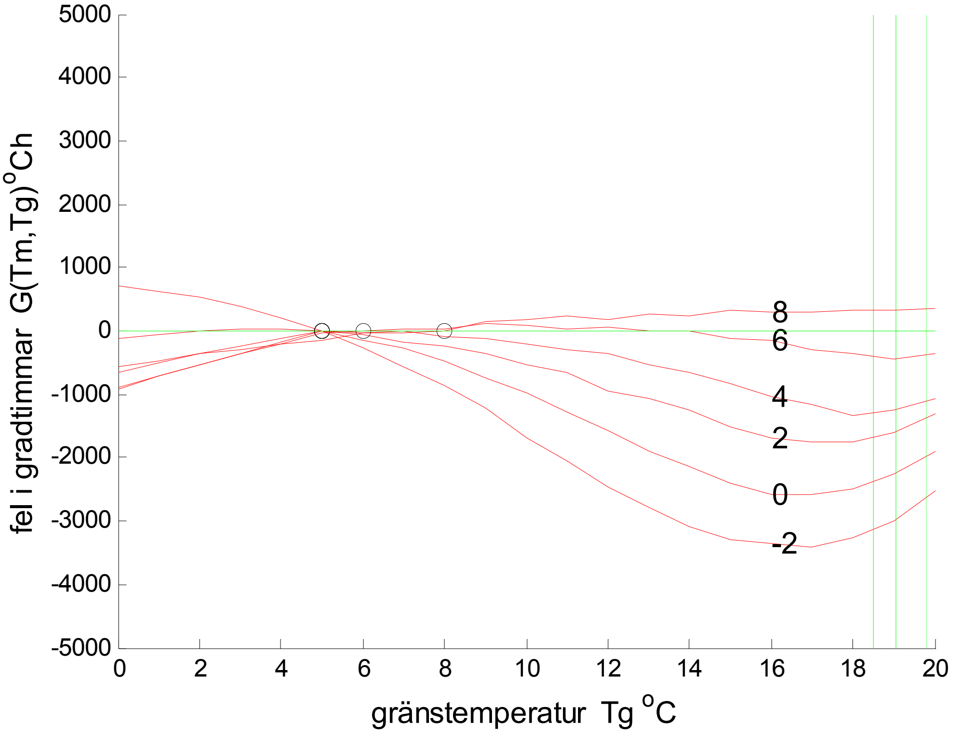
$$G(T_s) = f\,(T_s - T_{min})^2/2 \qquad (^{\circ}Ch) \qquad (1.9)$$

Parametrarna f, T_{min} *och* T_{max} har beräknats för olika normalårstemperaturer T_{un} och redovisas i Tabellappendix som Tabell F.1. De två temperaturgränserna T_{min} och T_{max} skall inte användas som lägsta respektive högsta utetemperatur.

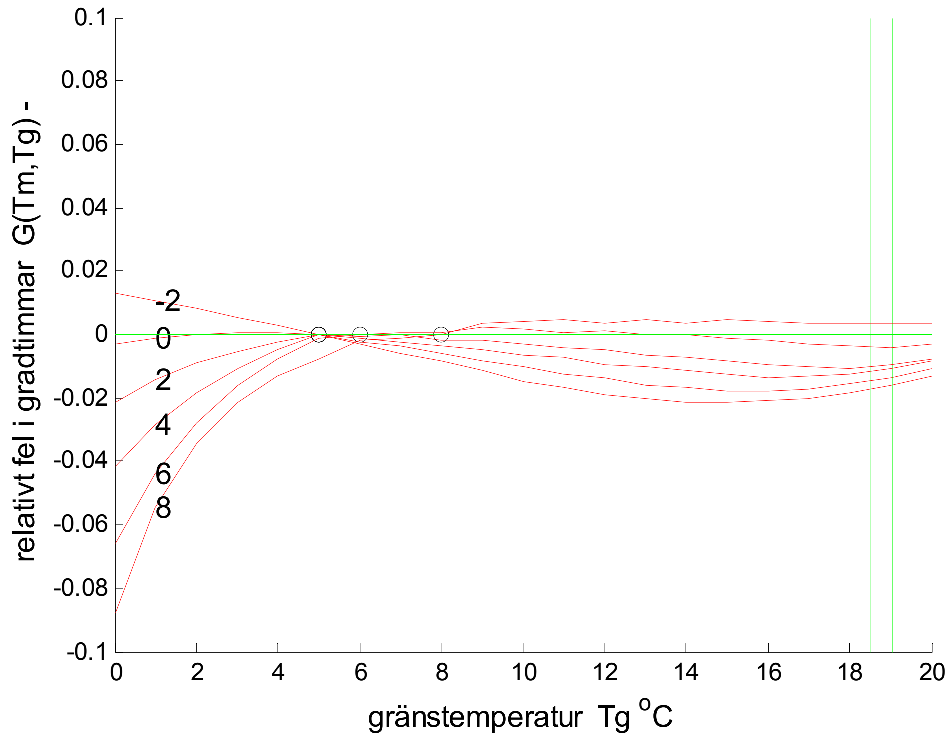
Gradtimmefunktionen enligt (1.3) har bestämts för normalårstemperaturerna -2, 0, 2, 4, 6 och 8 ºC med (1.8) och (1.9) för 5 ºC eller för normalårstemperaturen om den är högre. Tabell- och funktionsvärden för gränstemperaturerna 0 till 20 ºC redovisas i Figur 1.1, absolut fel i Figur 1.2 och relativt fel i Figur 1.3.



Figur 1.1 Tabellerade gradtimmevärden och med funktion enligt (1.3).



Figur 1.2 Fel i gradtimmevärde för funktion enligt (1.3).



Figur 1.3 Relativt fel i gradtimmevärde för funktion enligt (1.3).

2 Rätt ekonomi

Kravet för att en energibesparande investering skall vara lönsam är att investeringskostnaden är mindre än energibesparingens nuvärde. Inför följande beteckningar

k_i	investeringskostnad kr
n	antal avskrivningsår
k_b	energibesparing kr/år
p	realenergiprisökning per år
r	realränta per år

Kravet för att åtgärden skall vara lönsam kan skrivas som följer:

$$k_i < n\, k_b\, g(x) \qquad \text{(kr)} \qquad (2.1)$$

där funktionen $g(x)$ räknar om framtida energibesparingar till nuvärde enligt argumentet x, vilket är en funktion av avskrivningsår n, realenergiprisökning p och realränta r enligt nedan.

$$g(x) = (e^x - 1) / x \qquad (-) \qquad (2.2)$$

$$x = n \ln ((1 + p) / (1 + r)) \qquad (-) \qquad (2.3)$$

Beräkningen av nuvärdet av energikostnader med funktionen $g(x)$ sker kontinuerligt och inte årsvis som med den normala nuvärdesmetoden. Skillnaden är liten och motsvarar grovt ett halvt års förskjutning. Några sifferexempel på funktionen för $g(x)$ med olika energiprisökning p = 0.01(0.01)0.06 och antal avskrivningsår n = 5, 10, 20, 50 och 100. Realräntan r sätts till noll och energiprisökningen p kan därför tolkas som en ökning utöver en realränta.

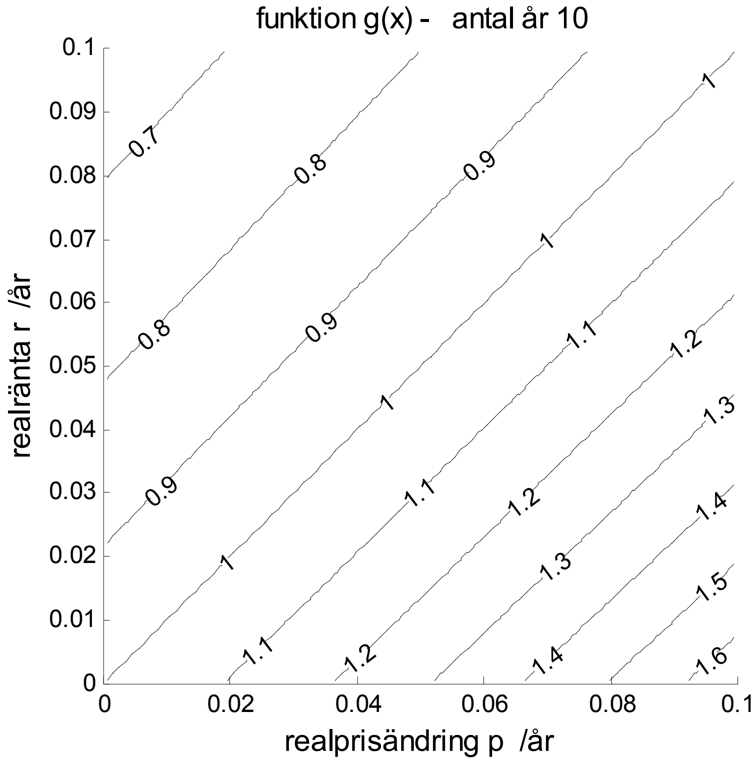
$g(x)$	p=0.01	p=0.02	p=0.03	p=0.04	p=0.05	p=0.06
n=5	1.025	1.051	1.078	1.105	1.132	1.161
n=10	1.051	1.106	1.163	1.224	1.289	1.357
n=20	1.106	1.227	1.363	1.518	1.694	1.894
n=50	1.297	1.708	2.289	3.114	4.291	5.979
n=100	1.713	3.153	6.163	12.662	26.747	58.058

Om energiprisökningen är lika med realräntan $p = r$ då förenklas ovanstående krav och olikhet genom att $x = 0$ och att $g(x) = 1.0$.

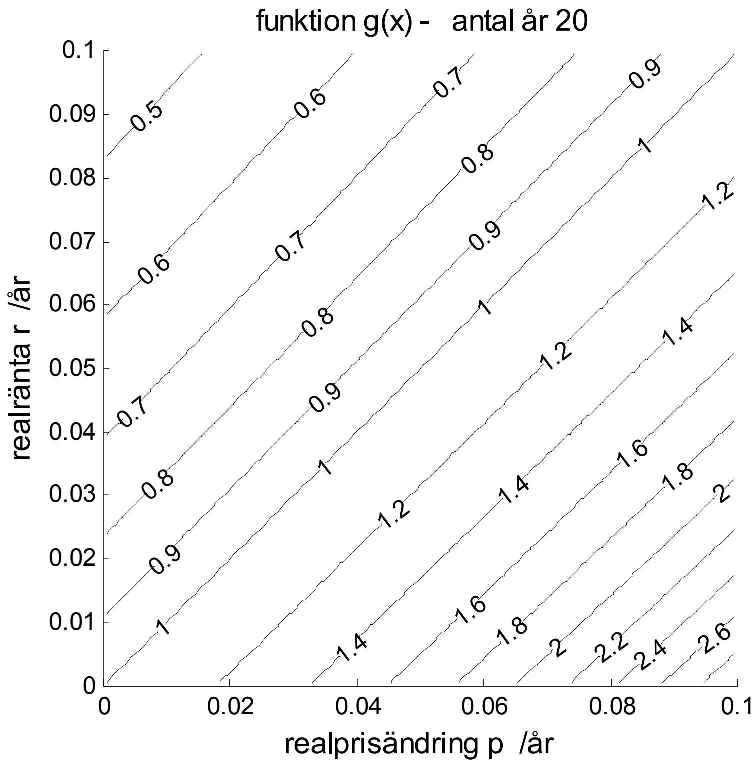
$$k_i < n\, k_b \qquad \text{(kr)} \qquad (2.5)$$

I fortsättningen kommer denna förenklande förutsättning att utnyttjas i en del av de följande optimeringarna av investeringar av olika slag.

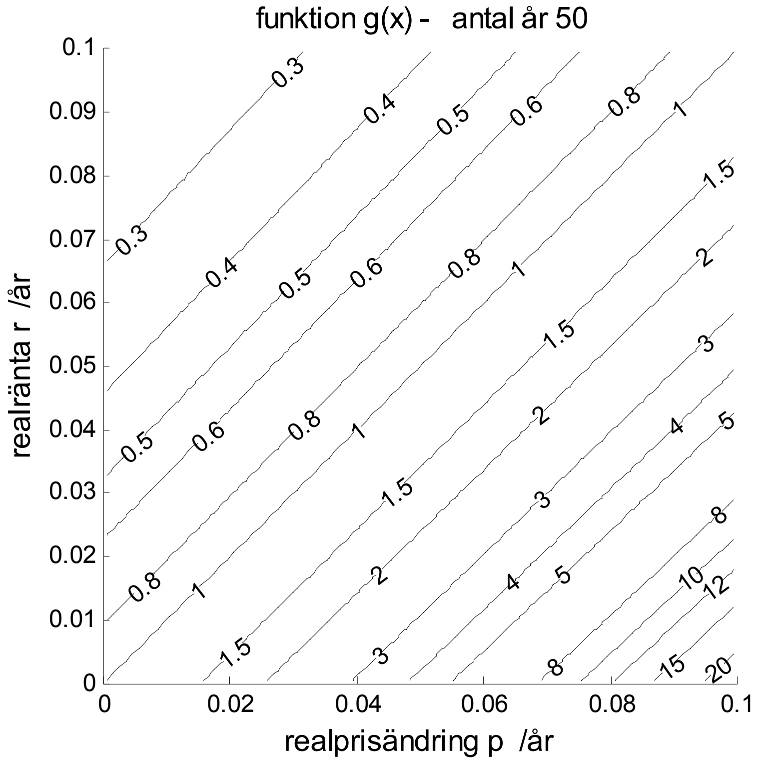
Hur nuvärdesfunktionen beror på de tre parametrarna p, r och n redovisas i Figur 2.1-4 för 10, 20, 50 respektive 100 år. Realprisökning p och realränta r varierar båda i intervallet (0.0,0.1).



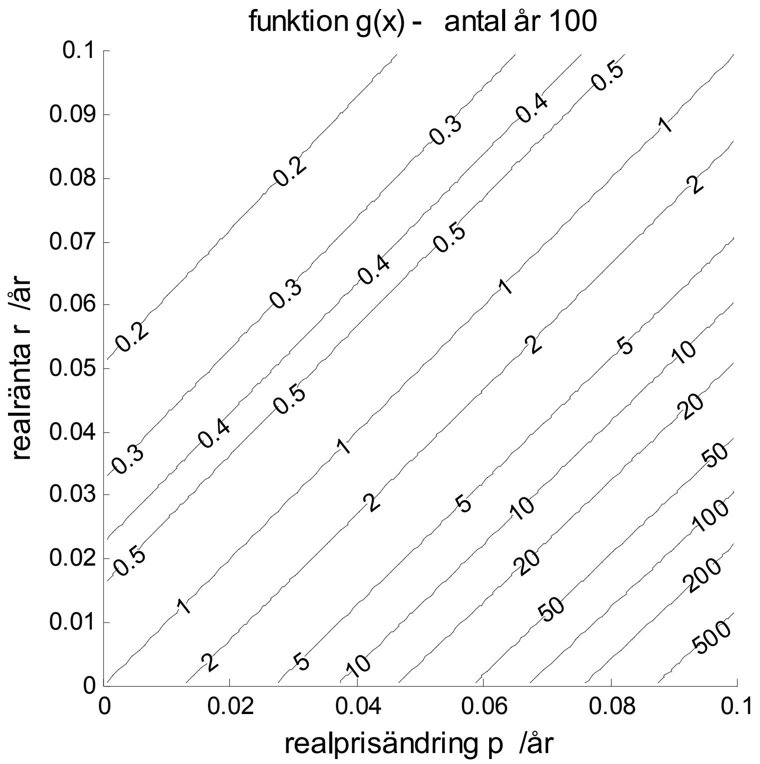
Figur 2.1 Nuvärdesfunktionen *g(x)* enligt (2.2) som funktion av *p* och *r* för 10 år.



Figur 2.2 Nuvärdesfunktionen *g(x)* enligt (2.2) som funktion av *p* och *r* för 20 år.



Figur 2.3 Nuvärdesfunktionen *g(x)* enligt (2.2) som funktion av *p* och *r* för 50 år.



Figur 2.4 Nuvärdesfunktionen *g(x)* enligt (2.2) som funktion av *p* och *r* för 100 år.

3 Rätt basvärmestorlek

En elvärmd byggnad skall förses med ett nytt basvärmesystem, vilket skall täcka värmebehovet ner till en bryttemperatur T_b. Resten av värmebehovet täcks med det befintliga elvärmesystemet med en högre driftkostnad k_t jämfört med basvärmesystemets driftskostnad k_b. Installationskostnaden antas vara linjärt effektberoende med parametern k_i. De tre delkostnaderna för installation, basdrift och tillsatsdrift under n år kan skrivas som följer:

$K_i(T_b) = Q\ (T_g - T_b)\ k_i$ (kr) (3.1)

$K_b(T_b) = n\ Q\ (G_t\ (T_g) - G_t\ (T_b)\ )\ k_b$ (kr) (3.2)

$K_t(T_b) = n\ Q\ G_t\ (T_b)\ k_t$ (kr) (3.3)

Den totala kostnaden för n år utan hänsyn till ränta och prisökningar kan skrivas som summan av delkostnaderna:

$K(T_b) = Q\ [\ (T_g - T_b)\ k_i + n\ G_t\ (T_g)\ k_b + n\ G_t\ (T_b)\ (k_t - k_b)\ ]$

(kr) (3.4)

Minimering av totalkostnaden $K(T_b)$ med avseende på T_b ger efter derivering sambandet:

$0 = -\ Q\ k_i - Q\ n\ d_t(T_b)\ k_b + Q\ n\ d_t(T_b)\ k_t$ (kr/°C) (3.5)

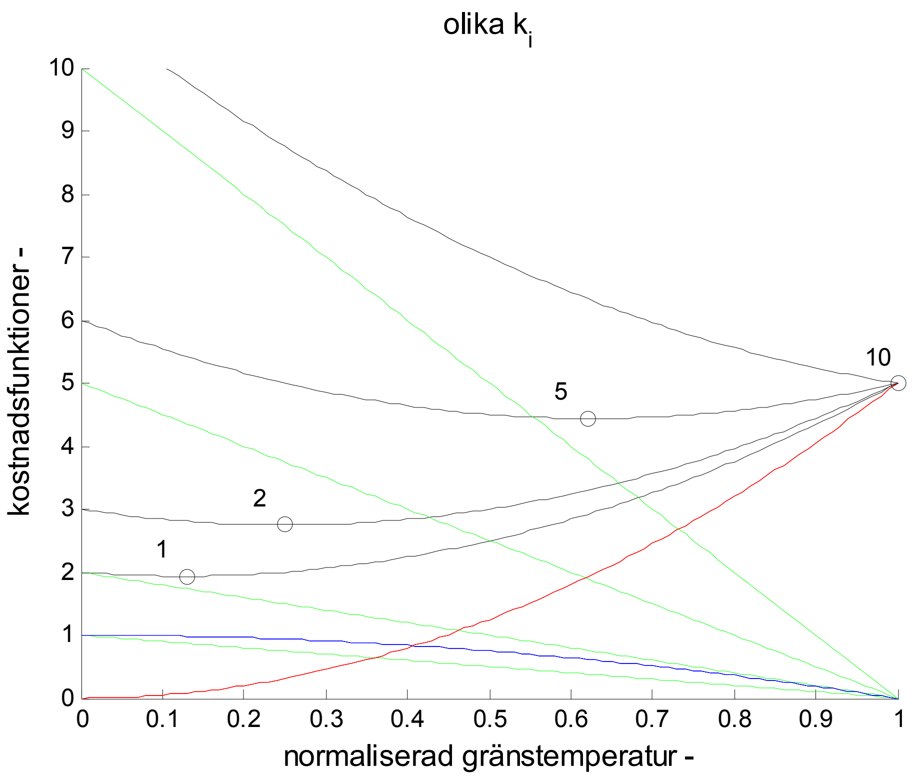
och efter omskrivning och förkortning av Q fås drifttiden för när basvärme-systemet inte täcker hela värmebehovet:

$d_t\ (T_b) = k_i\ /\ n\ (\ k_t - k_b\ )$ (h) (3.6)

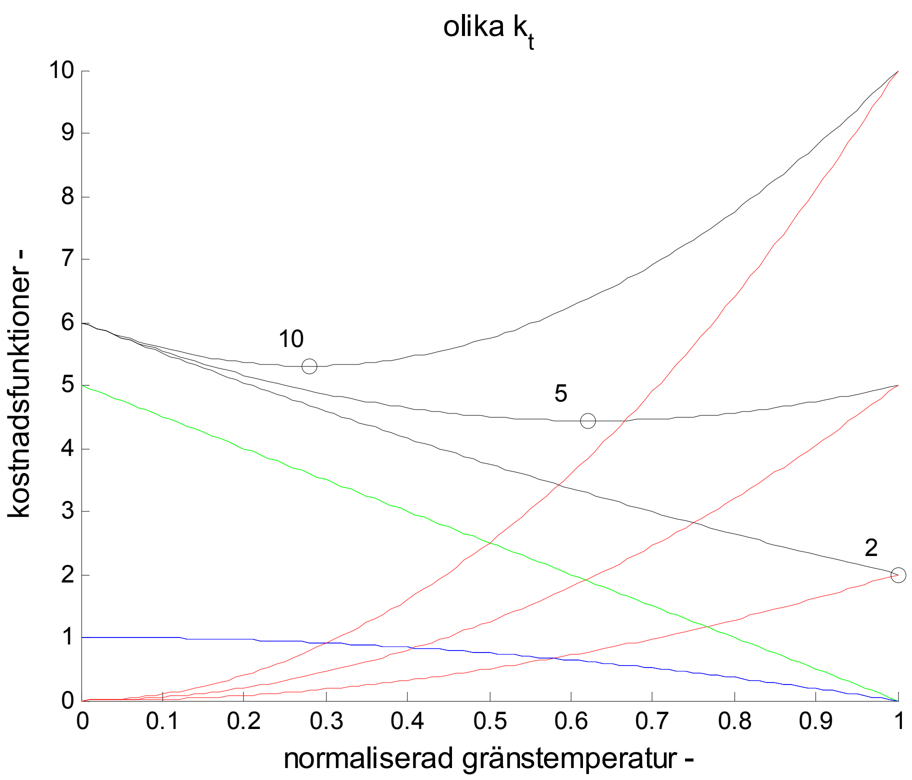
Den sökta bryttemperaturen T_b kan bestämmas genom sökning eller enkelt med en drifttidsfunktion enligt (1.2). Lösningen kan då skrivas som:

$T_b = T_{min} + k_i\ /\ (\ n\ (k_t - k_b)\ f\ )$ (°C) (3.7)

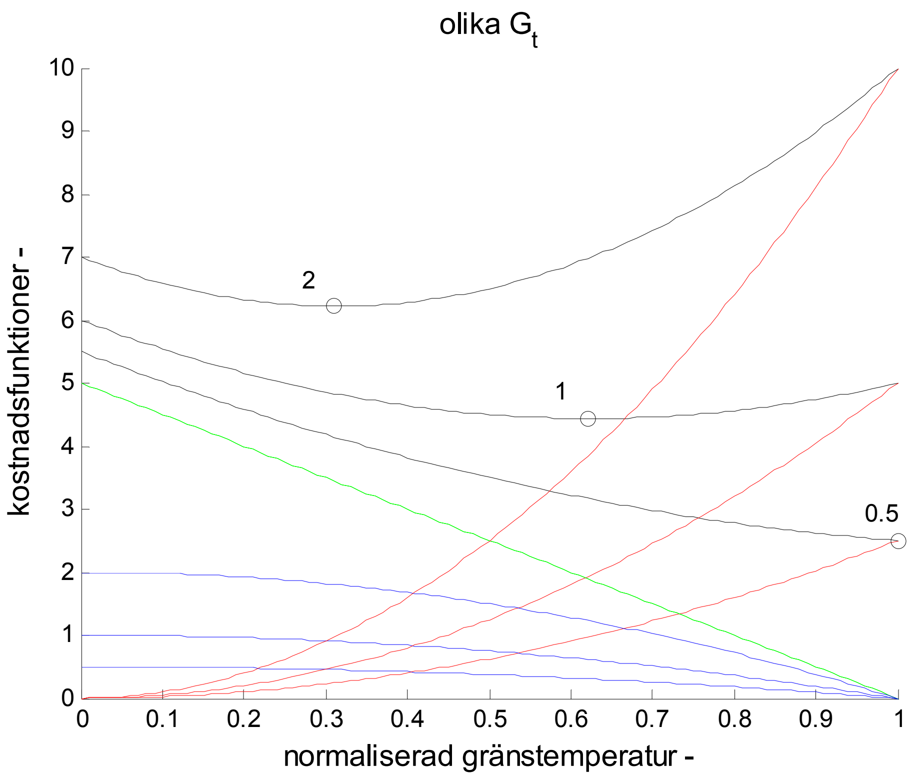
Beräkningsprincipen demonstreras med tre normerade exempel med olika installationskostnad k_i 1, 2, 5 och 10 kr/W, olika tillsatsvärmekostnad k_t 2, 5 och 10 kr/Wh och olika klimat G_t 0.5 1 och 2 ºCh redovisas i Figur 3.1-3 för respektive fall som funktion av den normerade bryttemperaturen T_b. Basvärme-kostnaden är 1 kr/Wh.



Figur 3.1 Olika kostnader som funktion av bryttemperatur och för olika k_i.



Figur 3.2 Olika kostnader som funktion av bryttemperatur och för olika k_t.



Figur 3.3 Olika kostnader som funktion av bryttemperatur och för olika G_t.

Exempel 3.1

Optimera storlek och därmed bryttemperatur för ett basvärmesystem för normalårstemperatur 8°C med uppgifterna k_i = 12000 kr/kW, n = 20 år, k_b = 0.3 kr/kWh, k_t = 0.9 kr/kWh och frekvensen f fås från Tabell F.1.

Tillämpa beräkningsuttryck (3.7) enligt nedan.

$$T_b = -6.2 + 12000/20\ (0.9-0.3)\ 308.4 = -3.0\ °C$$

Exempel 3.2

Är en liten värmepump med följande data ekonomisk för normalårstemperatur 8°C? Är värmepumpen för stor eller för liten om den täcker värmebehovet ner till 0°C? Kostnaden är 30 000 kr och antalet avskrivningsår är 10. Värmeeffekten ut från värmepumpen är 5 kW och värmefaktorn är 2.5. Elkostnaden är 1 kr/kWh.

Beräkna en ekonomisk bryttemperatur med (3.7). Baseffektkostnaden k_b blir 0.4 kr/kWh med värmefaktorn 2.5 och elkostnaden 1 kr/kWh. Effektkostnaden fås som kvoten 30 000 / 5 = 6000 kr/kW. Värmepumpen är inte för stor.

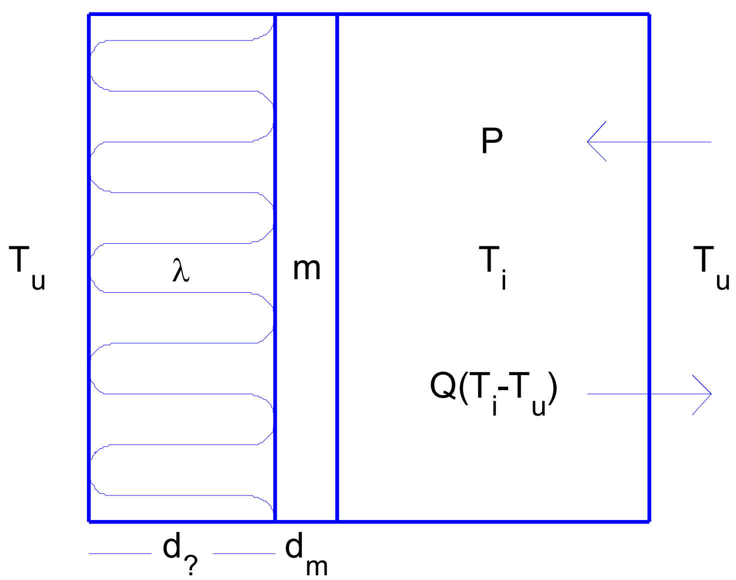
$$T_b = -6.2 + 6000/10\ (1.0 - 0.4)\ 308.4 = -3.0\ °C$$

4 Rätt isolertjocklek

Vad som är rätt isolertjocklek för värmeisolering för en byggnad kan beräknas på ett flertal sätt beroende på vilka förutsättningar som skall gälla för ett givet ute- och inneklimat. Problemet kan formuleras för en yta på 1 m^2 enligt Figur 4.1 och med tre val som kan skrivas som:

- utan eller med extra värmemotstånd m m^{2}K/W
- utan eller med extra värmetillskott P W/m^2
- utan och med extra värmeförlust Q W/Km^2

Fallen utan innebär att motsvarande variabel är lika med noll. De tre valen kan i princip utvecklas till åtta olika fall, men i fortsättning kommer endast fyra av dessa att behandlas i följande underavsnitt.



Figur 4.1 Principmodell för bestämning av rätt isolertjocklek.

Det enklaste fallet är utan något extra värmetillskott $P = 0$ för vilket det går att ange rätt isolertjocklek med ett analytiskt uttryck som gäller för godtyckliga extra värmemotstånd m.

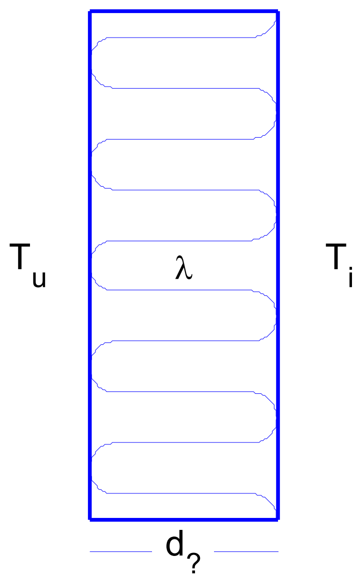
Det svårare fallet med extra värmetillskott $P > 0$ innebär att en del av värme-behovet täcks av extra värmetillskott utan kostnad. Aktiv uppvärmning sker därför inte för utetemperatur upptill innetemperatur utan till en lägre gränstemperatur.

Fallet med extra värmetillskott $P > 0$ och utan extra värmeförlust $Q = 0$ kan behandlas analytiskt för ett klimat vars gradtimmar beskrivs med en funktion som är kvadratiskt i gränstemperaturen enligt (1.3).

Fallet med både extra värmetillskott $P > 0$ och extra värmeförlust $Q > 0$ kan behandlas analytiskt, men det går inte att skriva rätt isolertjocklek med ett enkelt explicit uttryck. Endast numeriska resultat kommer att redovisas.

Rätt isolertjocklek för $m = 0$ och $P = 0$

Rätt isolertjocklek för en byggnad kan beräknas med vissa förenklade antaganden och parametrar enligt Figur 4.2 nedan för 1 m^2 isolering.



Figur 4.2 Principmodell för bestämning av rätt isolertjocklek.

Totalkostnaden för n år för 1 m^2 isolering kan skrivas som:

$$K(d) = d\,k_i + n\,G_t\,k_e\,\lambda / d \qquad \text{(kr)} \qquad (4.1)$$

λ	isoleringens värmeledningstal, W/m^2°C
d	isolertjocklek, m
k_i	isolerkostnad, kr/m^3
n	antal avskrivningsår, -
k_e	värmekostnad, kr/Wh
G_t	gradtimmar, °Ch

Notera att värmeövergångstal för olika ytor har försummats. Minima fås efter derivering och nollställning av totalkostnaden $K(d)$ som följer:

$$d_{m=0} = (n\ G_t\ \lambda\ k_e \,/\, k_i\ )^{0.5} \qquad \text{(m)} \qquad (4.2)$$

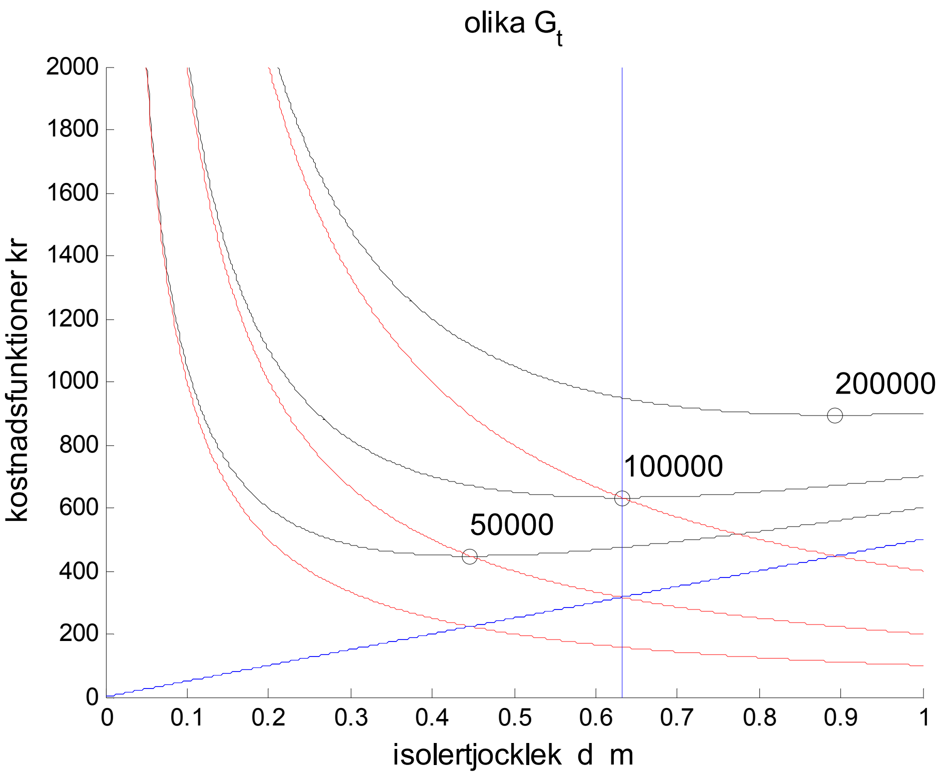
Notera att täljaren i (4.2) $n\ G_t\ \lambda\ k_e$ är driftsenergikostnaden för en isolering med tjockleken 1 m. Om denna kostnad är lika stor som materialkostnaden k_i för 1 m isolering eller egentligen för 1 m^3 blir rätt isolertjocklek 1 m. Kostnadsfunktionen $K(d)$ enligt (4.1) kan skrivas om med den rätta isolertjockleken $d_{m=0}$, vilket visar att kostnaden mellan material och energi fördelas lika när $d=d_{m=0}$.

$$K(d) = k_i\ (\ d + d_{m=0}^{2} \,/\, d\ ) \qquad \text{(kr)} \qquad (4.3)$$

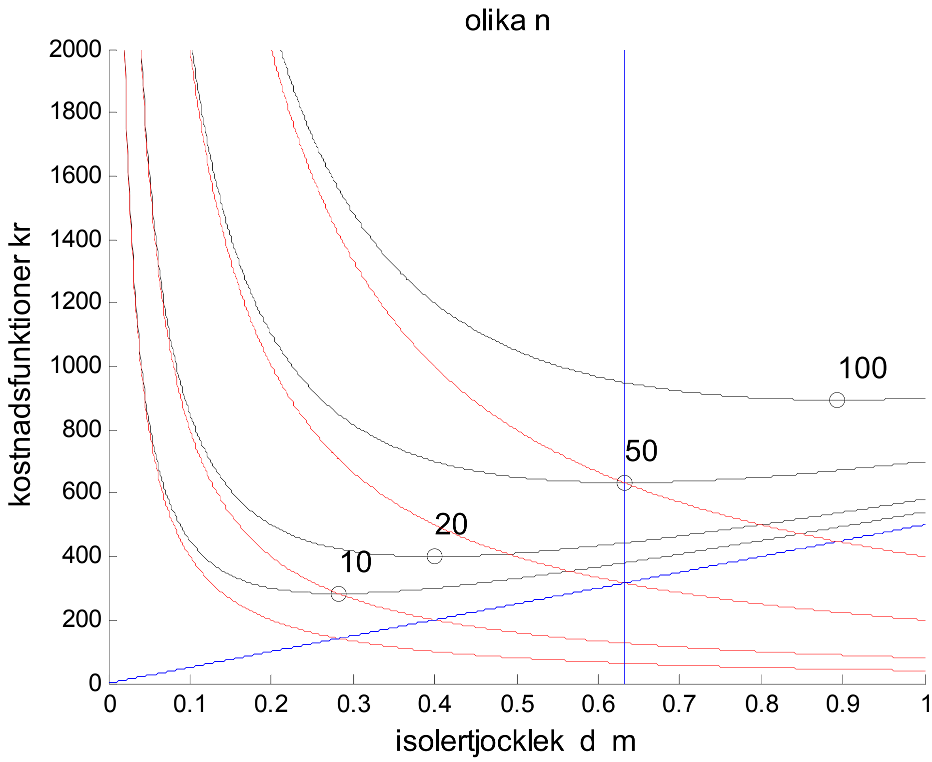
Insättning av $d=d_{m=0}$ ger följande:

$$K(d_{m=0}) = 2\ k_i\ d_{m=0} \qquad \text{(kr)} \qquad (4.4)$$

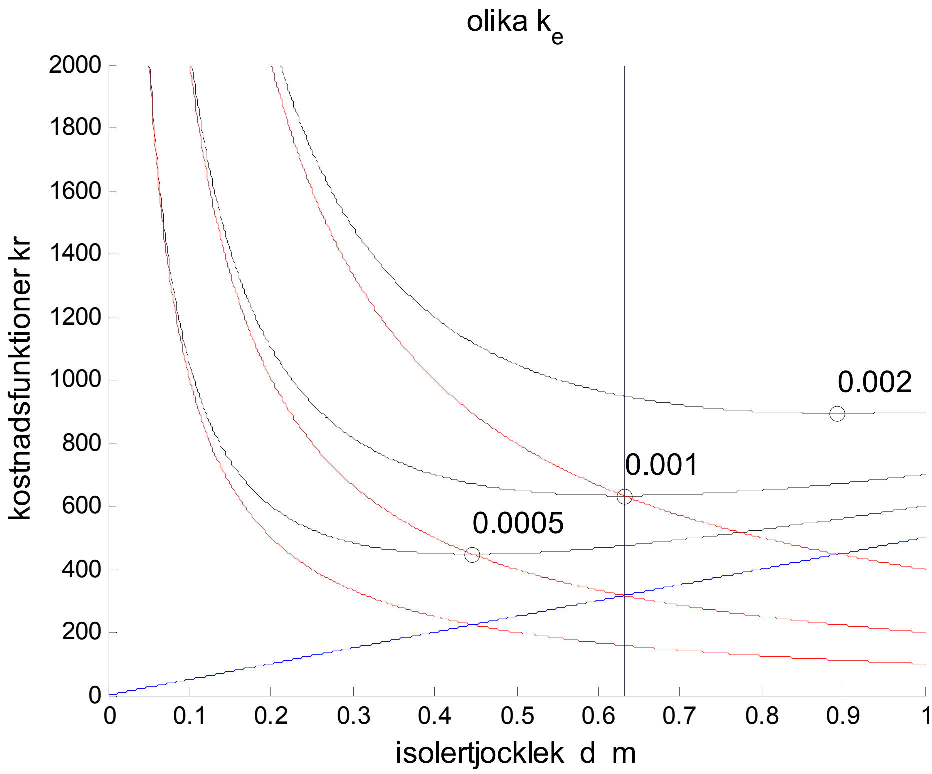
Totalkostnad, materialkostnad och energikostnad redovisas i Figur 4.3-5 som funktion av isolertjocklek för tre olika fall med olika klimat, olika antal år och olika energikostnad och olika extra värmemotstånd. Basdata är följande n = 50 år, G_t = 100 000 °Ch, λ = 0.04 W/m^2°C, k_e = 0.001 kr/Wh och k_i = 500 kr/m^3. Rätt isolertjocklek för basfallet är enligt (4.2) $d_{m=0}$ = 0.632 m eller 632 mm.



Figur 4.3 Kostnader som funktion av isolertjocklek för olika G_t k°Ch.



Figur 4.4 Kostnader som funktion av isolertjocklek för olika antal driftsår *n*.



Figur 4.5 Kostnader som funktion av isolertjocklek för olika energipris k_e kr/Wh.

En naturlig frågeställning är hur känslig är totalkostnadfunktionen för rätt val av isolertjocklek? En enkel metod är att testa några isolertjocklekar som är en faktor f = 0.5, 0.8, 1, 1.25 och 2 gånger den rätta isolertjockleken. Kvoten mellan de två totalkostnadsfunktionerna för en isolertjocklek *fd* och för rätt isolertjocklek *d* kan skrivas som följer:

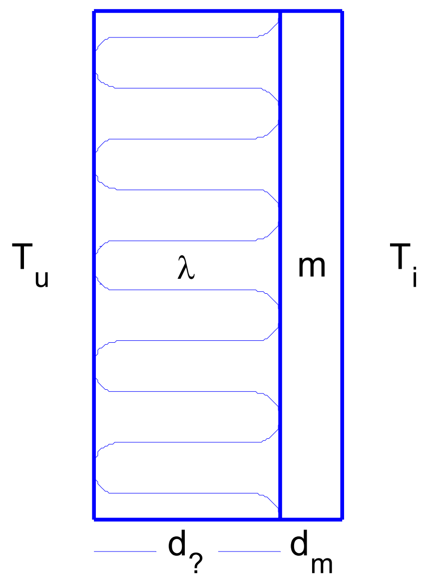
$$K(fd) / K(d) = (f + 1 / f) / 2 \qquad (-) \qquad (4.5)$$

Resultatet för totalkostnadskvoten för de fem fallen blir 1.250, 1.025 1.000 1.025 och 1.250. Det framgår av både siffror och kvoten enligt (4.5) att samma geometriska avvikelser ger samma totalkvot. Siffrorna visar också att även mycket stora relativa fel en halvering av isolertjockleken eller en fördubbling ger endast en ökning av totalkostnaden med en fjärdedel. Totalkostnadsfunktionen är ganska flack.

Rätt isolertjocklek för $m > 0$ och $P = 0$

Totalkostnaden för n år för 1 m^2 isolering med extra värmemotstånd m kan beskrivas med förutsättningar i Figur 4.6 och skrivas som:

$$K(d) = d\, k_i + n\, G_t\, k_e / (m + d / \lambda)) \qquad (kr) \qquad (4.6)$$



Figur 4.6 Principmodell för bestämning av rätt isolertjocklek.

Minima för totalkostnaden fås efter derivering och nollställning av $K(d)$ som följer efter mindre omskrivning och med utnyttjande av (4.2) som:

$$d_{m>0} = d_{m=0} - m\,\lambda \qquad \text{(m)} \qquad (4.7)$$

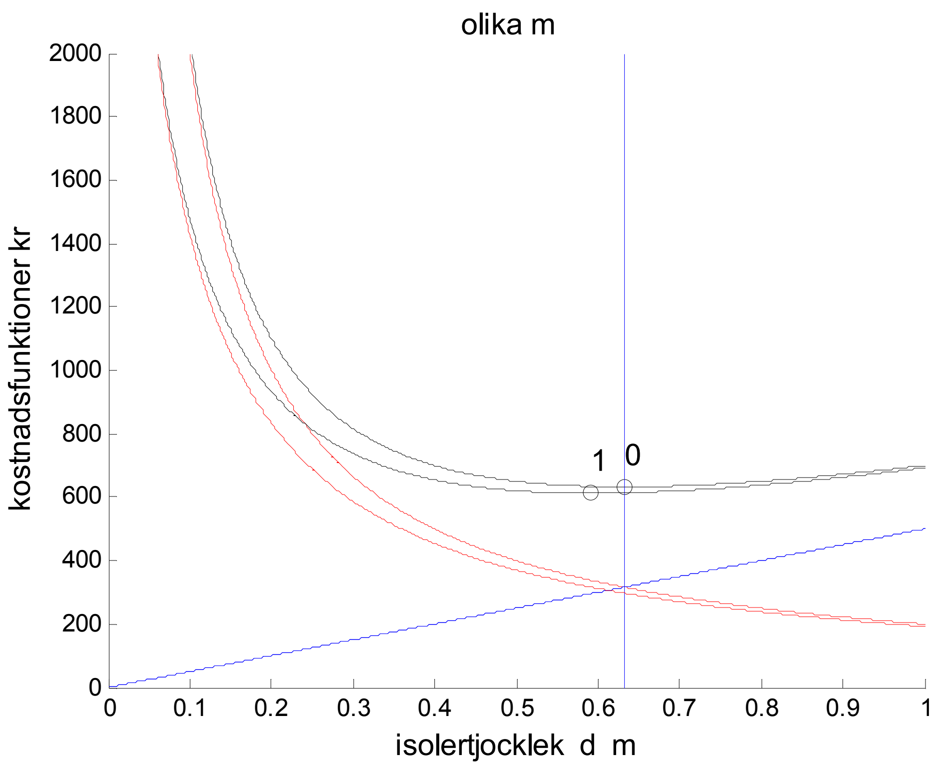
Det går också att tolka det extra värmemotståndet m som en extra isolering med tjockleken $d_m = m/\lambda$, vilket ger uttrycket:

$$d_{m>0} = d_{m=0} - d_m \qquad \text{(m)} \qquad (4.8)$$

Uttrycket (4.8) ovan visar att rätt isolertjocklek är lika med den för fallet utan något extra värmemotstånd minskad med den ekvivalenta isolertjockleken d_m för det extra värmemotståndet.

Insättning av lösningen enligt (4.7) i (4.6) ger nästan samma totalkostnads-funktion som tidigare för fallet utan något extra värmemotstånd. Energikostnaden är den samma, men installationskostnaden är givetvis något mindre. En förklaring till det snarlika resultatet är att det går alltid att addera en konstant kostnad till (4.9) för det extra värmemotståndets isolertjocklek som $d_m\,k_i$ utan att minimet påverkas, eftersom att (4.9) blir lika med (4.1).

$$K(d_{m>0}) = d_{m>0}\,k_i + n\,G_t\,k_e\,\lambda\,/\,d_{m=0} \qquad \text{(kr)} \qquad (4.9)$$



Figur 4.7 Kostnader som funktion av isolertjocklek för värmemotstånd m Km^2/W.

Exempel på det extra värmemotståndets betydelse visas i Figur 4.7 utan och med ett extra värmemotstånd på 1 Km^2/W, vilket motsvarar 0.04 m isolering. Förskjutning för minimet mellan de två fallen motsvarar just denna fiktiva isolertjocklek.

Rätt isolertjocklek för $m = 0$ och $P > 0$

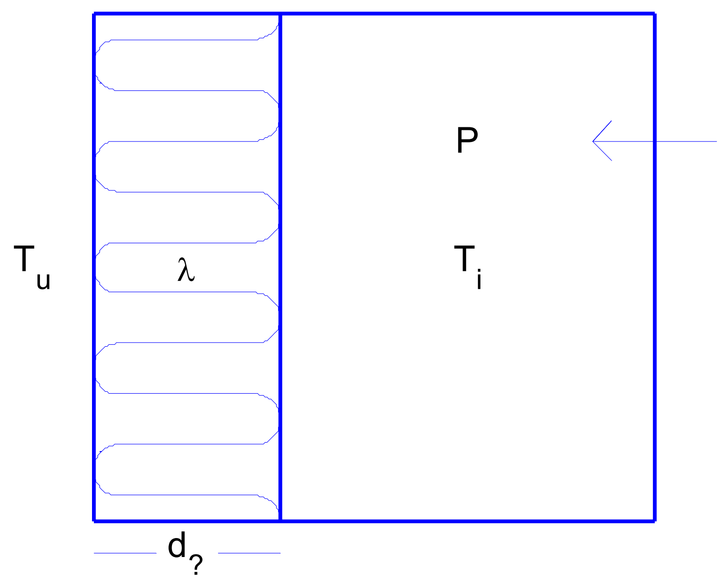
Hur isolertjockleken påverkas om det finns gratisvärme behandlas i detta avsnitt.

Totalkostnaden för n år för 1 m^2 isolering kan formuleras för ett gratisvärme-tillskott P W/m^2. Antalet gradtimmar påverkas genom att gränstemperaturen för uppvärmning ändras som funktion av gratisvärmetillskott P W/m^2. Gränstemperaturen kan skrivas som följer:

$$T_g = T_i - P\, d / \lambda \qquad (^{\circ}C) \qquad (4.10)$$

$$K(d) = d\, k_i + n\, G_t(T_g)\, k_e\, \lambda / d \qquad (kr) \qquad (4.11)$$

Om gradtimmefunktionen $G_t(T_g)$ anges som en kvadratisk funktion enligt (1.3) går det att beräkna en analytisk lösning för vad som är rätt isolertjocklek.



Figur 4.8 Principmodell för bestämning av rätt isolertjocklek.

Minima för kostnadsfunktionen enligt (4.11) har tidigare beräknats för fallet utan gratisvärmetillskott *P* och utan övrig värmeförlust *Q*. Minima för fallet med enbart gratisvärmetillskott *P* och utan övrig värmeförlust *Q* kan anges som följer:

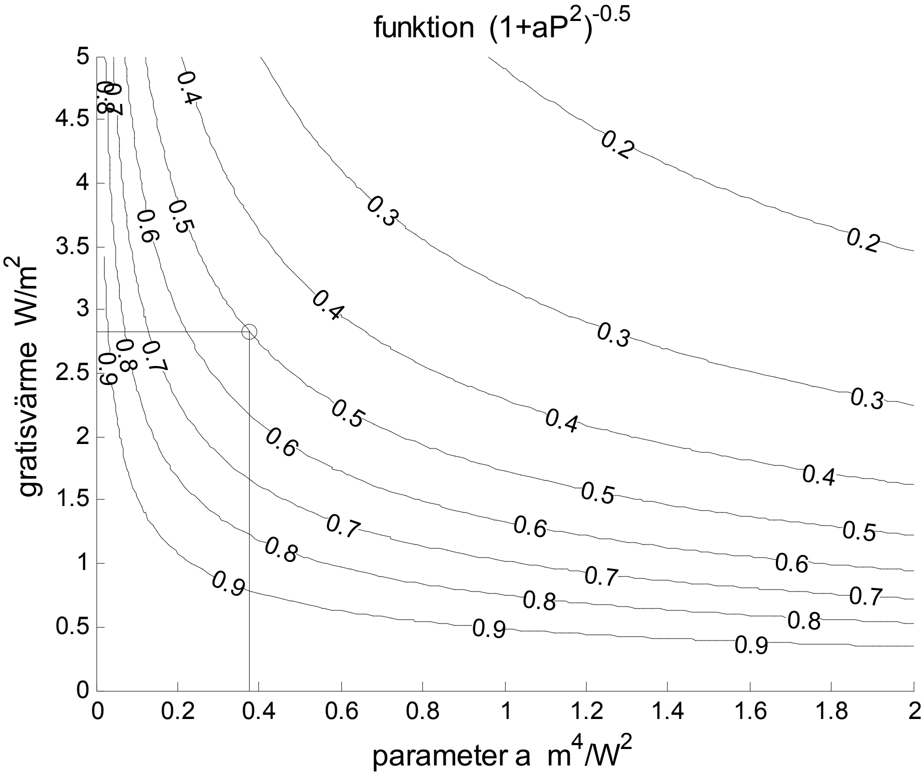
$$d_{P>0} = [\, n\, G_t\, \lambda\, k_e / k_i\, (1+aP^2)]^{0.5} \qquad \text{(m)} \qquad (4.12)$$

Omskrivning och jämförelse med $d_{m=0}$ enligt (4.2) och införandet av parametern *a* ger följande:

$$d_{P>0} = d_{m=0}\, (1+aP^2)^{-0.5} \qquad \text{(m)} \qquad (4.13)$$

$$a = f\, k_e\, n / 2\, \lambda\, k_i \qquad (\mathrm{m^4/W^2}) \qquad (4.14)$$

Parametern *a* kan beräknas till 0.375 för några typiska siffervärden är f = 300 h/ºC, λ = 0.04 W/m^2°C, k_e = 0.001 kr/Wh, k_i = 500 kr/m^3 och n = 50 år. Uttrycket (4.8) och (4.9) visar att om termen $aP^2 = 3$ halveras isolertjockleken och för det aktuella fallet fås detta för P = 2.83 W/m^2, vilket visas i Figur 4.9.



Figur 4.9 Funktionen (1+aP^2)$^{-0.5}$ som funktion av parametrarna *a* och *P*.

Rätt isolertjocklek för $m = 0$, $P > 0$ och $Q > 0$

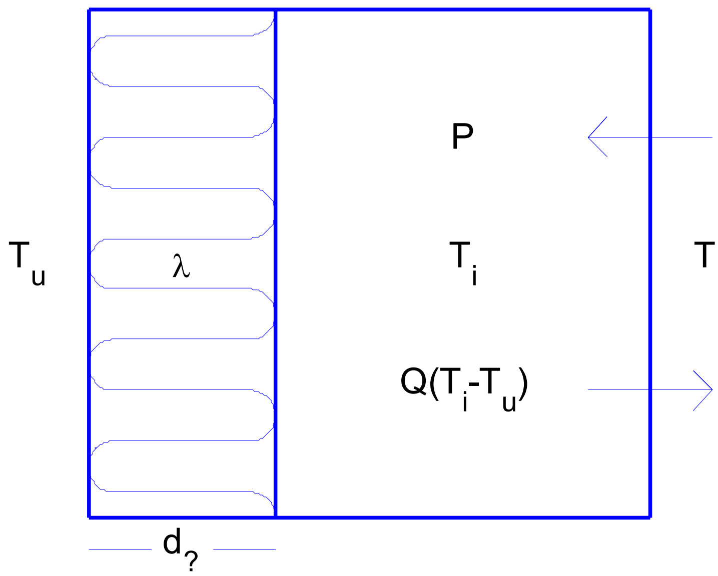
Hur isolertjockleken påverkas om det finns gratisvärme och andra av isoler-tjockleken oberoende värmeförluster undersöks i detta avsnitt. Principmodellen redovisas i Figur 4.10.

Totalkostnaden för n år för 1 m^2 isolering kan formuleras för ett gratisvärme-tillskott P W/m^2 och en fast värmeförlust Q W/Km^2. Antalet gradtimmar påverkas genom att gränstemperaturen för uppvärmning ändras som funktion av att skrivas som gratisvärmetillskott P W/m^2 och en fast värmeförlust Q W/Km^2. Gränstemperaturen kan skrivas som följer:

$$T_g = T_i - P / (Q + \lambda / d) \qquad (^\circ\mathrm{C}) \qquad (4.15)$$

$$K(d) = d\, k_i + n\, G_t(T_g)\, k_e\, (Q + \lambda / d) \qquad (\mathrm{kr}) \qquad (4.16)$$

Notera att den fasta värmeförlusten Q W/Km^2 både påverkar gränstemperaturen enligt (4.15) och totalkostnaden enligt (4.16) som skall minimeras.



Figur 4.10 Principmodell för bestämning av rätt isolertjocklek.

Ett sätt att reda ut denna frågeställning är att beräkna den optimala isoler-tjockleken med lägst totalkostnad som en funktion av både gratisvärme och andra värmeförluster. Både gratisvärme och övriga värmeförluster kvantifieras per m^2 isolering. Undersökningsintervallen för gratisvärme och övriga värmeförluster har satts till (0,5) W/m^2 respektive (0,0.5) W/Km^2.

De valda övre gränserna för de två undersökningsintervallen ovan kan jämföras med data för ett enplans småhus med en golvyta på 100 m^2 och en sammanlagd fönsteryta och dörryta på 20 m^2. Antag att tak och väggars isolering skall bestämmas, vilket ger en yta på 180 m^2 (hela fasadytan med fönster och dörrar är 100 m^2). Antag att övriga förluster är 20 W/K för fönster och dörrar, 24 W/K för golv och 10 W/K för köldbryggor, vilket sammanlagt blir 54 W/K. Motsvarande förlust för normenlig ventilation är 42/W/K och en ökning från 0.35 l/sm^2 till 0.45 l/sm^2 ger 54 W/K. Den extra värmeförlusten för blir därför utan och med ventilation 0.3 respektive 0.6 W/Km^2. Om ventilationen förses med värmeåter-vinning med verkningsgraden 0.5 blir den extra värmeförlusten 0.45 W/Km^2.

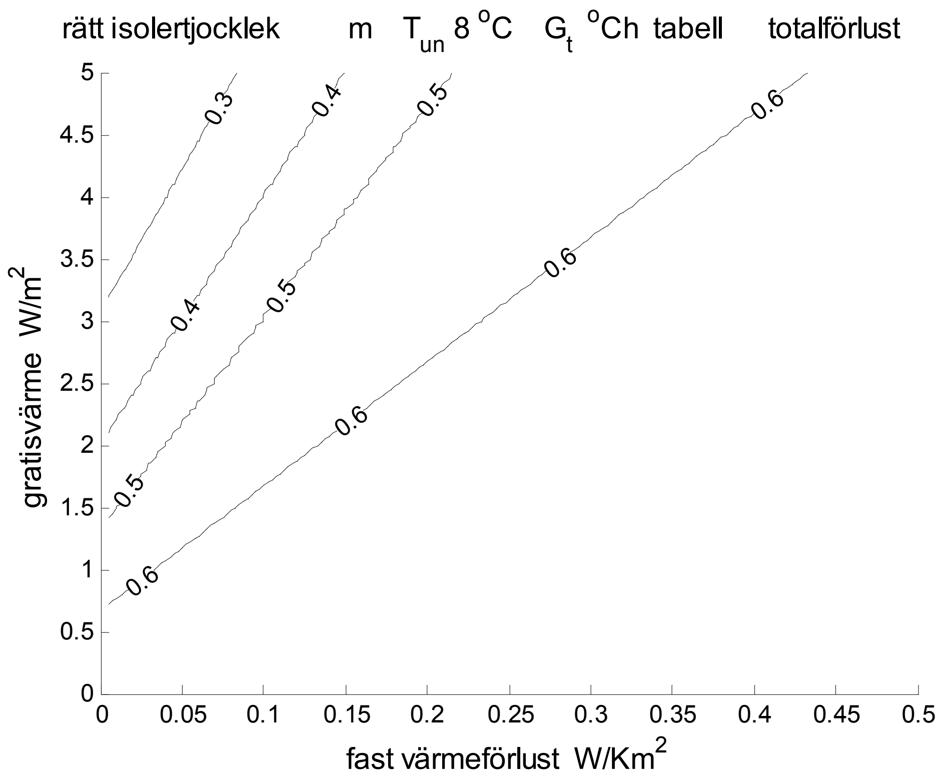
Antag att olika gratisvärmetillskott kan anges som 180 W personvärme, 180 W hushållsel och 180 W solinstrålning över året. Detta ger ett specifikt värmetill-skott på 3 W/m^2.

Beräkning av rätt isolertjocklek har genomförts och redovisas i Figur 4.11-16 för tre olika klimat med normalårstemperaturerna 8, 4 och 0 ºC och med gradtimme-tabell och en kvadratisk gradtimmefunktion. Övriga indata är samma som tidigare n = 50 år, λ = 0.04 W/m^2°C, k_e = 0.001 kr/Wh och k_i = 500 kr/m^3 och T_i = 20ºC. Beräkningen har skett genom att beräkna totalkostnaden för isolertjocklekarna 1(1)1000 mm och bestämma lägsta totalkostnad och tillhörande isolertjocklek.

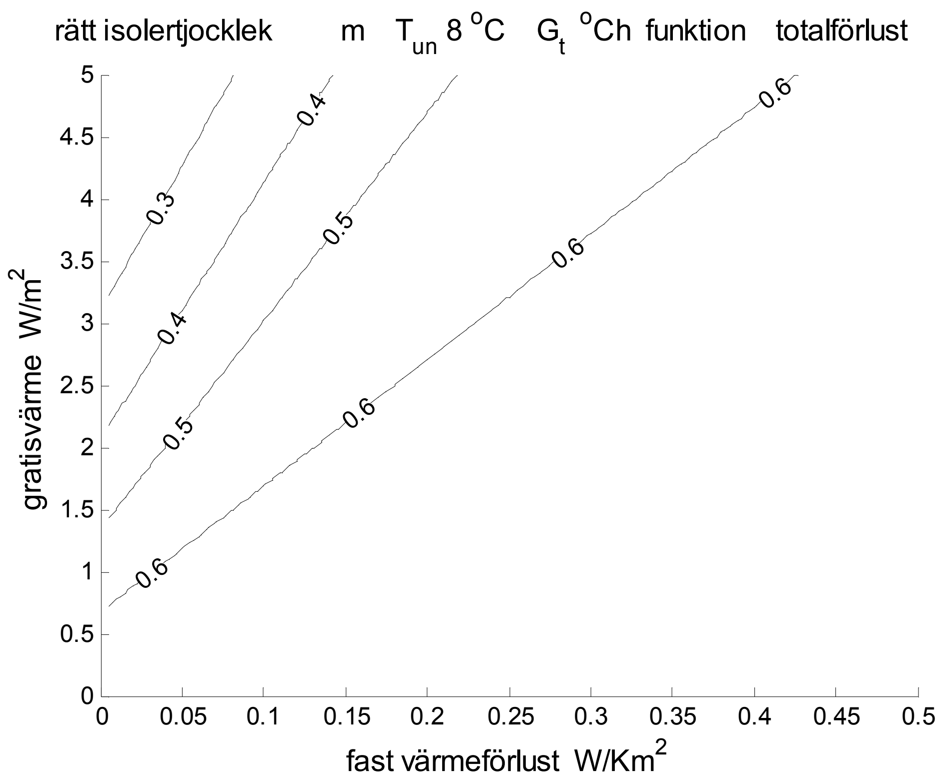
Rätt isolertjocklek utan hänsyn till gratisvärmetillskott kan beräknas med gradtimmetabeller enligt (4.1) till 0.650, 0.752 och 0.842 m för de tre normalårstemperaturerna 8, 4 respektive 0 ºC. Antalet gradtimmar är 105500, 141300 respektive 177200 ºCh. De tre isolertjocklekarna kan i princip läsas ut ur origo för Figur 4.11, 4.13 respektive 4.15.

Skillnaden mellan gradtimmar från tabell och från en förenklad funktion enligt (1.3) är liten. Störst skillnad blir det för höga gratisvärmeeffekter P och höga extra värmeförluster Q.

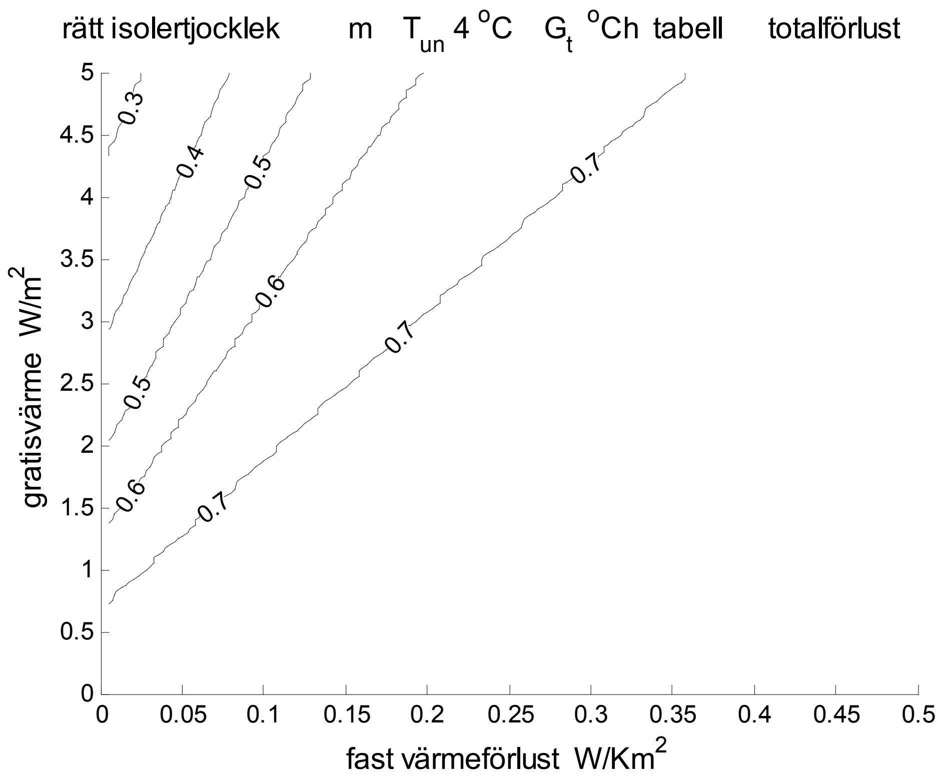
Redovisningen i Figur 4.11-16 kompletteras med att gränstemperatur, gradtimme-värde, isoleringens U-värde, relativ värmeförlust och även den relativa material-kostnaden lika med kvoten för materialkostnad dividerat med totalkostnaden redovisas i Figur 4.17-31 för gradtimmetabellvärden och samma tre normalårstemperaturer 8, 4 och 0 ºC och med fem underavsnitt.



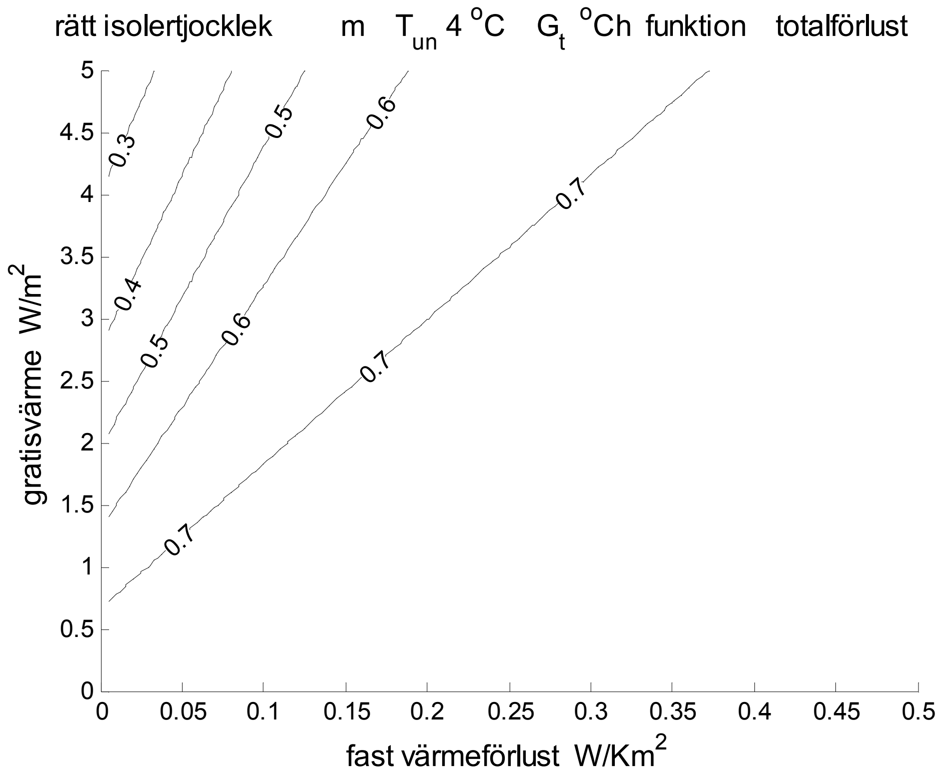
Figur 4.11 Isolertjocklek för normalårstemperatur 8 ºC med ºCh-tabell.



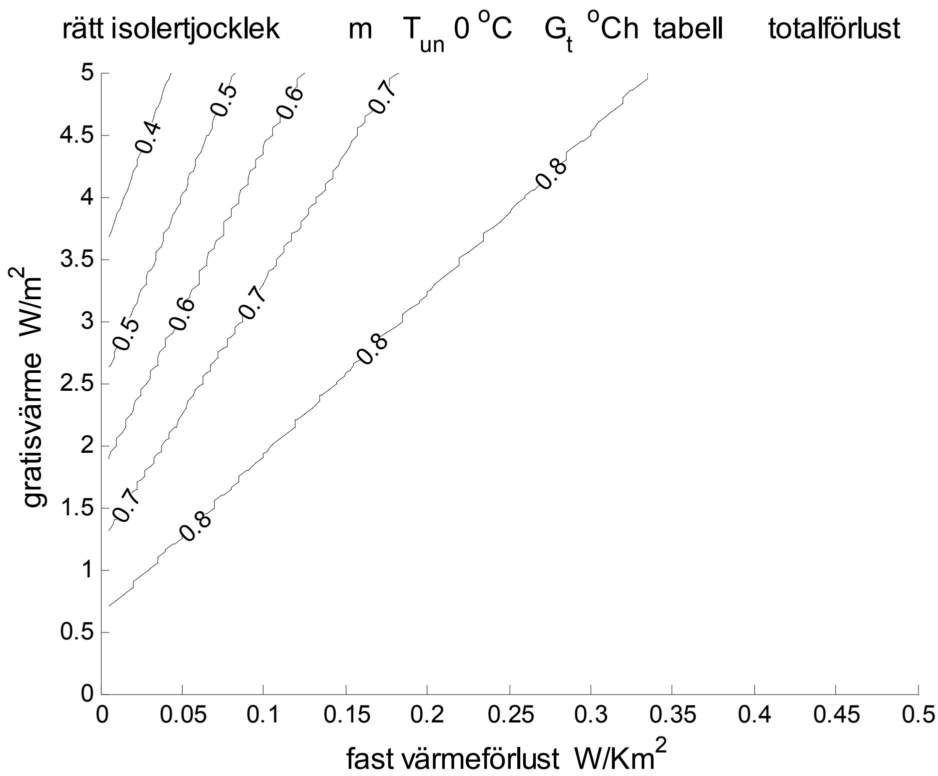
Figur 4.12 Isolertjocklek för normalårstemperatur 8 ºC med ºCh-funktion.



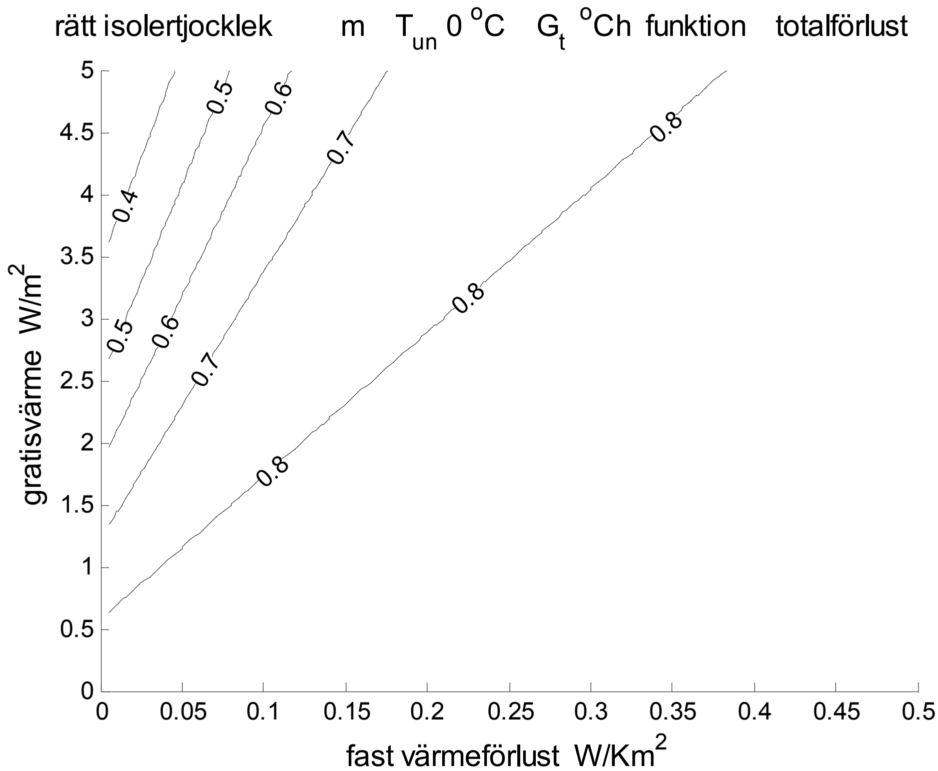
Figur 4.13 Isolertjocklek för normalårstemperatur 4 ºC med ºCh-tabell.



Figur 4.14 Isolertjocklek för normalårstemperatur 4 ºC med ºCh-funktion.



Figur 4.15 Isolertjocklek för normalårstemperatur 0 ºC med ºCh-tabell.



Figur 4.16 Isolertjocklek för normalårstemperatur 0 ºC med ºCh-funktion.

Isokurvorna för rätt isolertjocklek i Figur 4.11-16 visar att om den extra värme-förlusten är liten minskar rätt isolertjocklek betydligt helt i enlighet med (4.12). Om den extra värmeförlusten är proportionell mot gratisvärmetillskottet ändras rätt isolertjocklek inte alls. En isokurva för rätt isolertjocklek kan skrivas på formen nedan som visar att gratisvärmetillskottet P är en linjär funktion av den extra värmeförlusten Q där λ/d och ΔT är konstanter.

$$P = (Q + \lambda / d) \Delta T \qquad (\text{W/m}^2) \qquad (4.17)$$

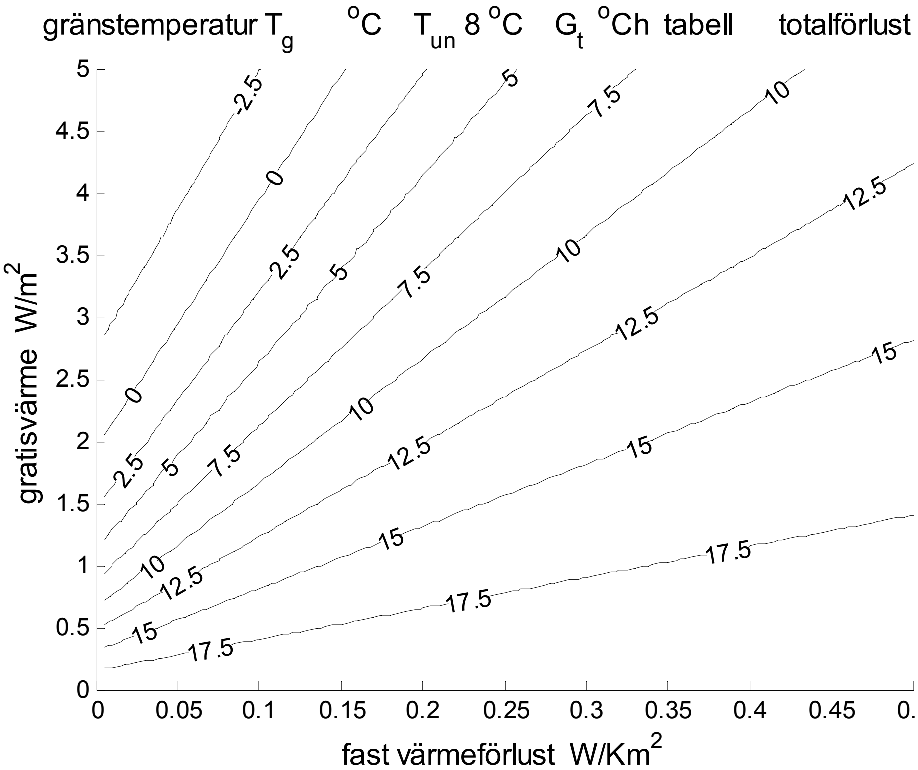
Insättning av (4.17) i (4.15) ger följande samband för gränstemperaturen T_g:

$$T_g = T_i - \Delta T \qquad (^\circ\text{C}) \qquad (4.18)$$

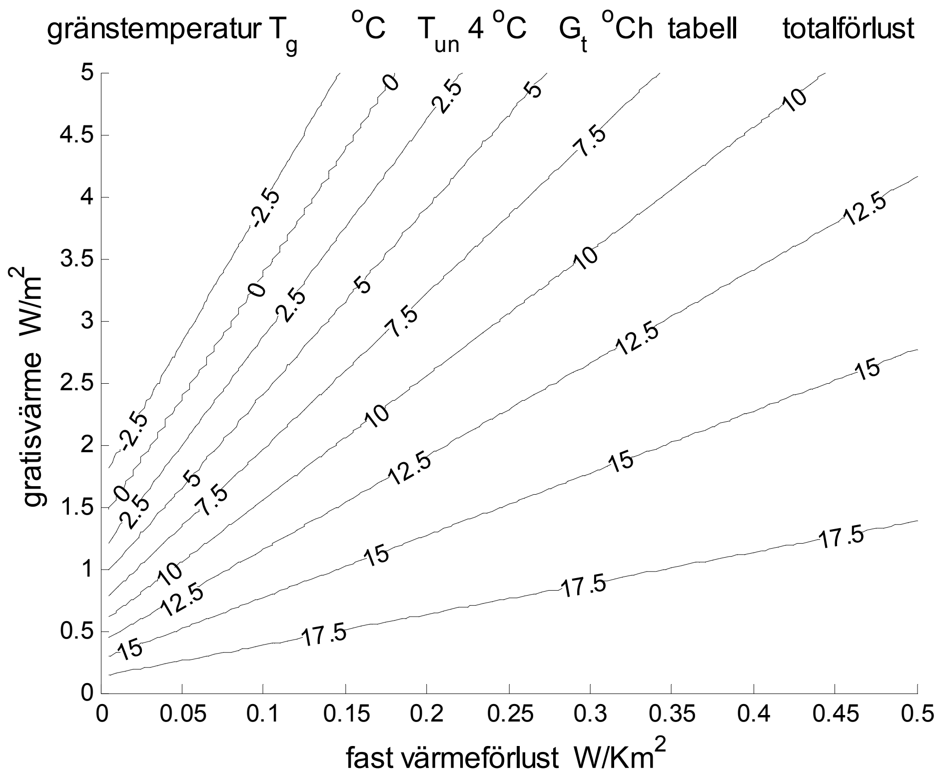
Uttrycket (4.18) visar att gränstemperaturen blir en konstant och därmed också antalet gradtimmar. Kostnadsfunktionen enligt (4.16) blir den samma som (4.1) bortsett från $n\ G_t(T_g)\ k_e\ Q$ som är oberoende av isolertjockleken. Detta innebär att den rätta isolertjockleken d är den samma för alla P och Q som uppfyller (4.17).

Gränstemperatur för $m = 0$, $P > 0$ och $Q > 0$

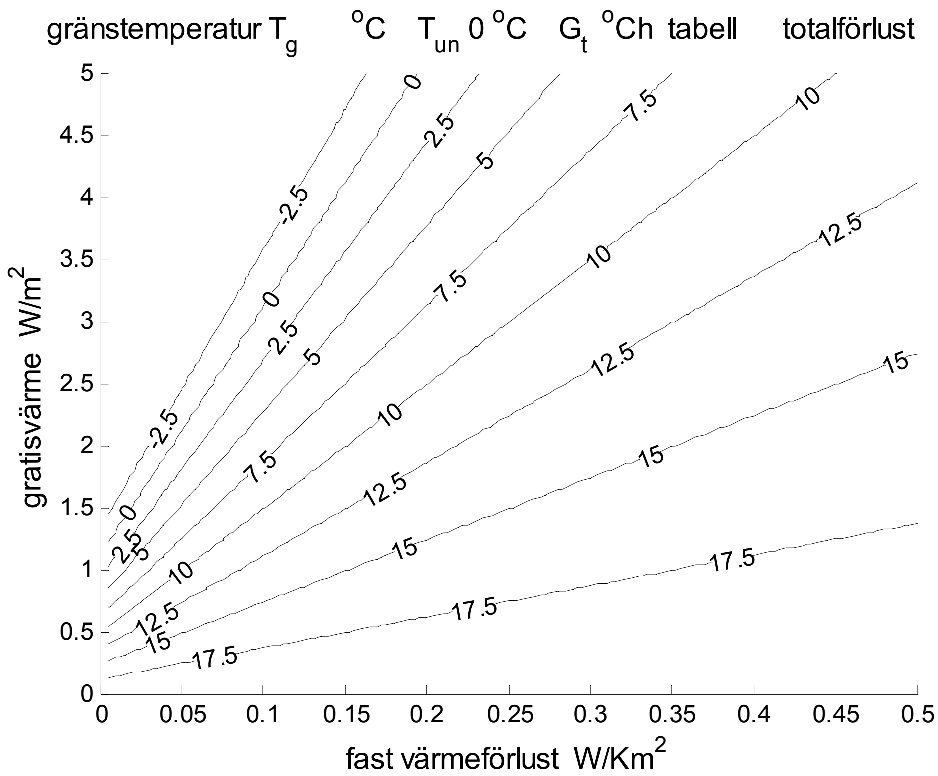
Hur gränstemperaturen påverkas av gratisvärme och extra värmeförluster redovisas i detta avsnitt för samma klimat som innan i Figur 4.17-19.



Figur 4.17 Gränstemperatur T_g °C för normalårstemperatur 8 °C och °Ch-tabell



Figur 4.18 Gränstemperatur T_g ºC för normalårstemperatur 4 ºC och ºCh-tabell.



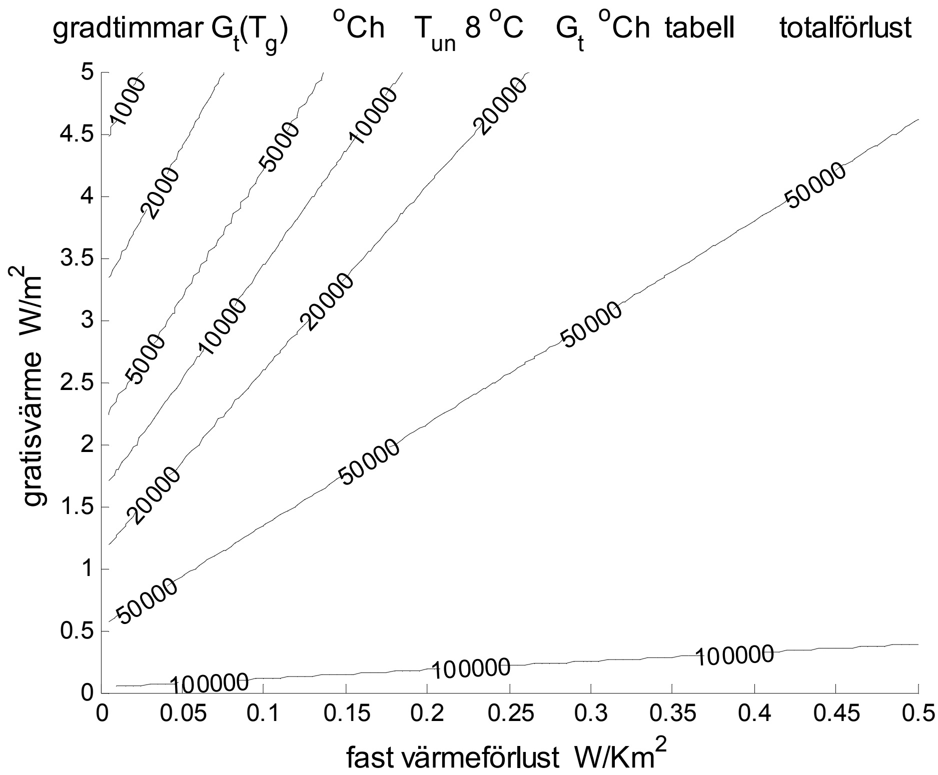
Figur 4.19 Gränstemperatur T_g ºC för normalårstemperatur 0 ºC och ºCh-tabell.

Isokurvorna för gränstemperaturen i Figur 4.17-19 är räta linjer, vilket tidigare har visats med beräkningsuttrycken (4.17-18).

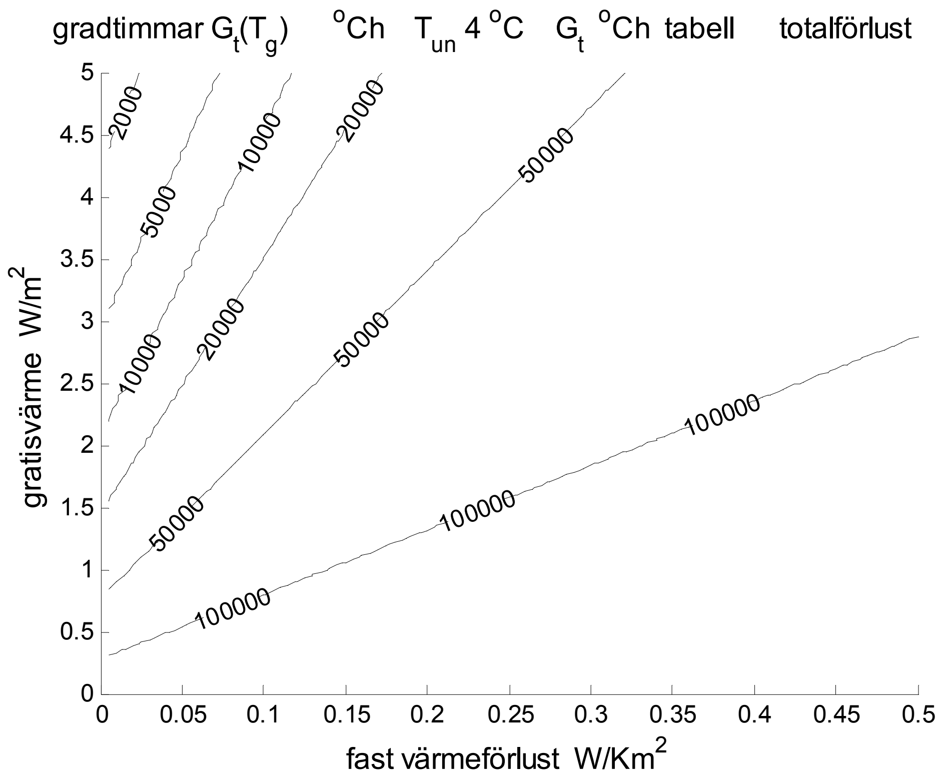
Gradtimmar för $m = 0$, $P > 0$ och $Q > 0$

Hur antalet gradtimmar påverkas av gratisvärme och extra värmeförluster redovisas i Figur 4.20-22 i detta avsnitt för samma klimat som innan.

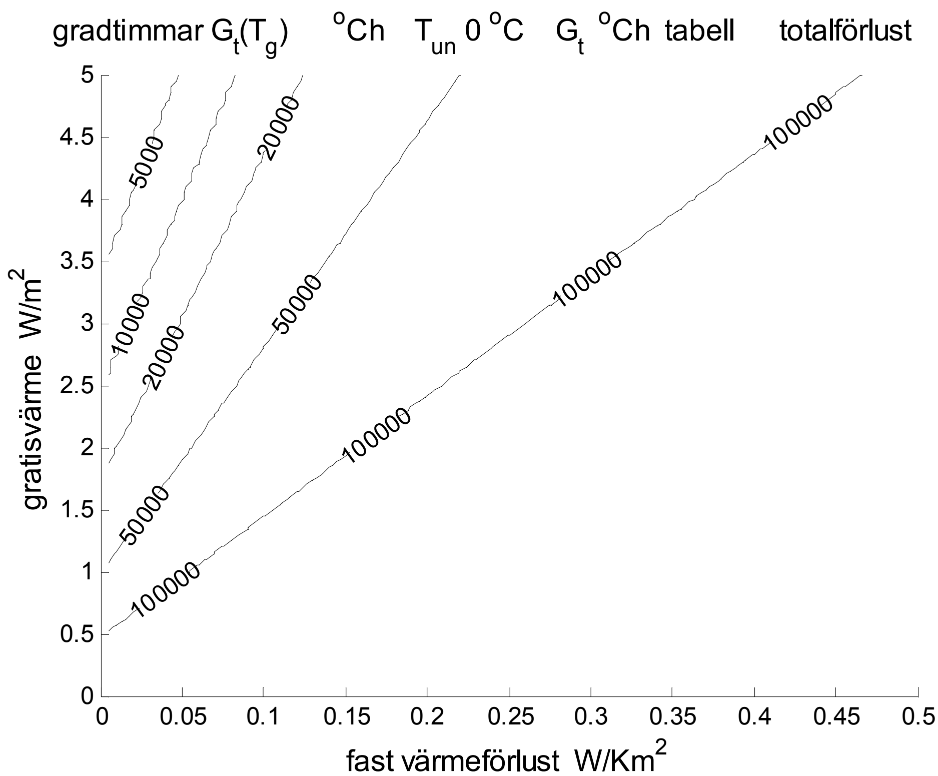
Isokurvorna för antalet gradtimmar i Figur 4.20-22 är räta linjer, vilket tidigare har visats med beräkningsuttrycken (4.17-18).



Figur 4.20 Gradtimmar $G_t(T_g)$ ºCh för normalårstemperatur 8 ºC med ºCh-tabell.



Figur 4.21 Gradtimmar $G_t(T_g)$ ºCh för normalårstemperatur 4 ºC med ºCh-tabell.

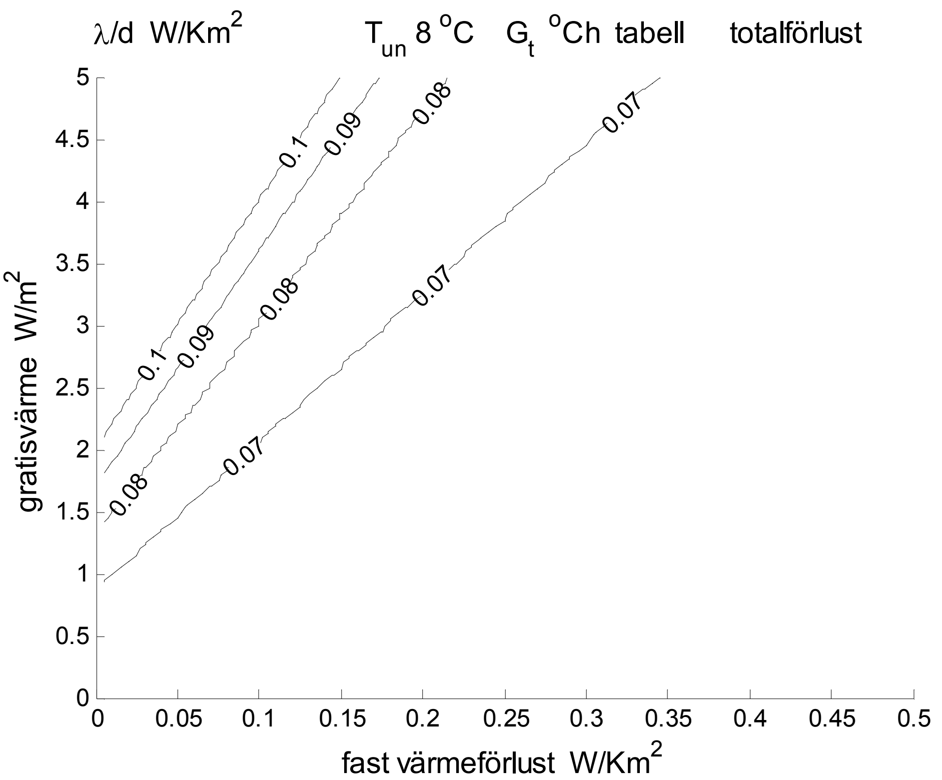


Figur 4.22 Gradtimmar $G_t(T_g)$ ºCh för normalårstemperatur 0 ºC med ºCh-tabell.

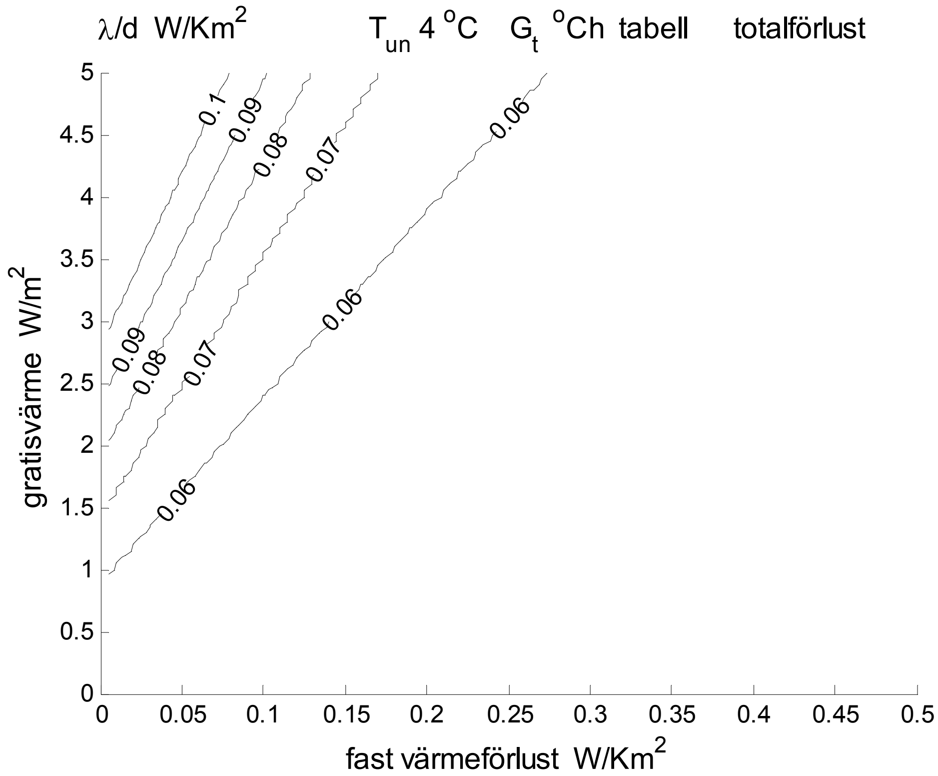
U-värde λ/d för *m* = 0, *P* > 0 och *Q* > 0

Hur isolertjockleken påverkas av gratisvärme och extra värmeförluster redovisas i Figur 4.23-25 i detta avsnitt för samma klimat som innan.

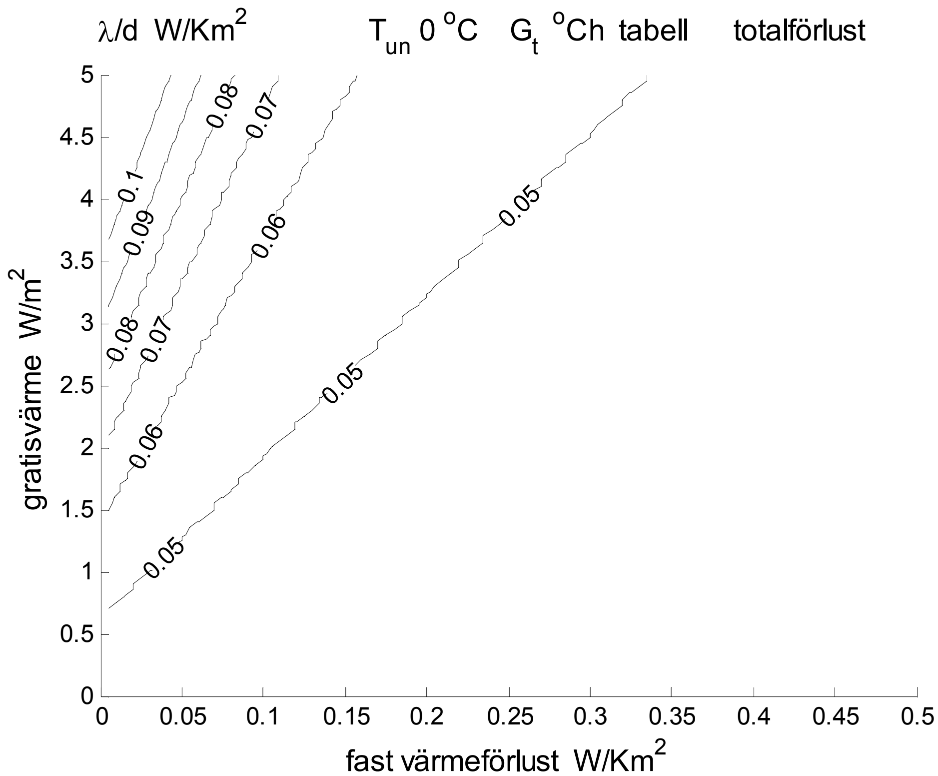
Isokurvorna för isoleringens U-värde i Figur 4.23-25 är räta linjer, vilket tidigare har visats med beräkningsuttrycken (4.17-18), eftersom räta linjer gäller för konstant isolertjocklek.



Figur 4.23 U-värde W/Km^2 för normalårstemperatur 8 ºC med ºCh-tabell.



Figur 4.24 U-värde W/Km^2 för normalårstemperatur 4 ºC med ºCh-tabell.



Figur 4.25 U-värde W/Km^2 för normalårstemperatur 0 ºC med ºCh-tabell.

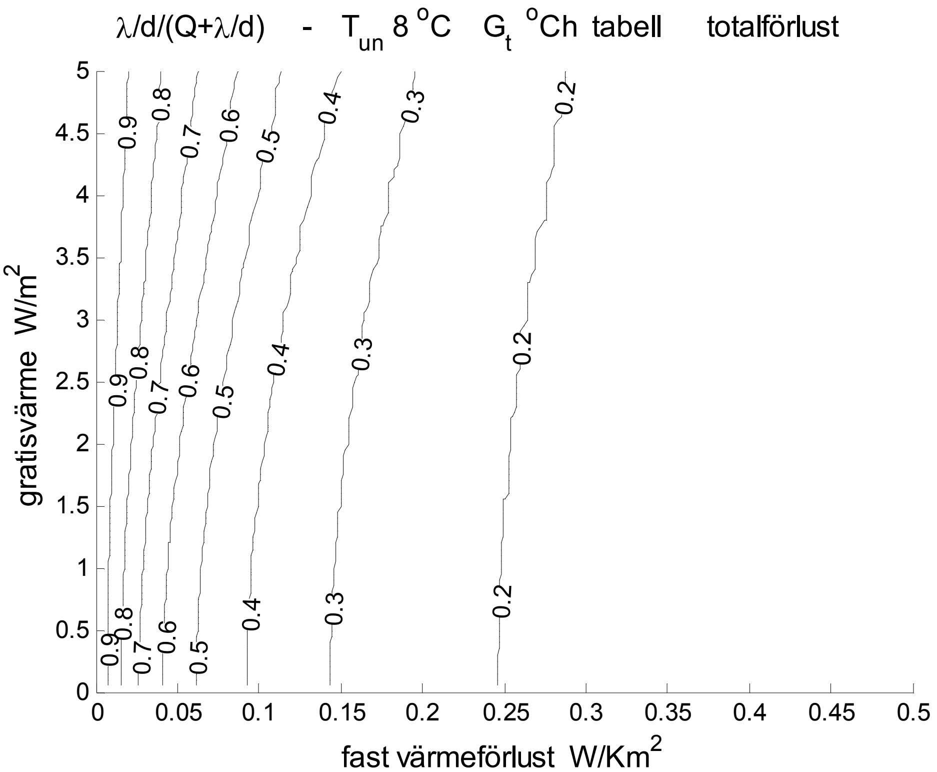
Relativ värmeförlust för $m = 0$, $P > 0$ och $Q > 0$

Hur den relativa värmeförlusten eller isoleringens relativa U-värde påverkas av gratisvärme och en fasta värmeförlust redovisas i Figur 4.26-28med samma tre klimatfall som tidigare avsnitt.

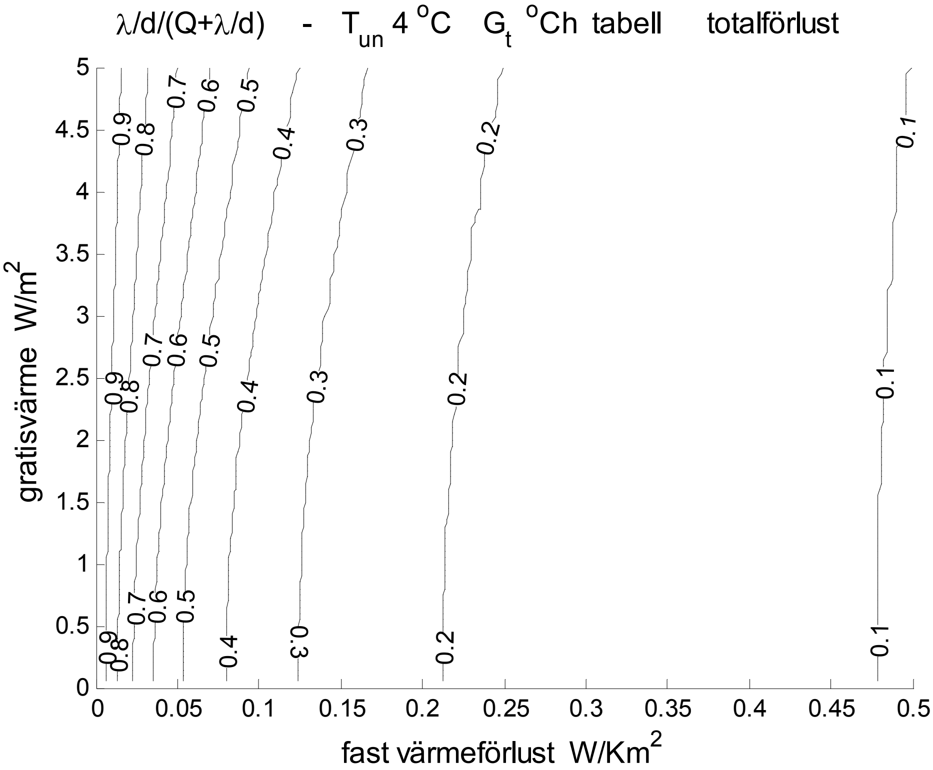
Den relativa värmeförlusten eller det relativa U-värdet u kan skrivas som:

$$u = (\lambda / d) / (Q + \lambda / d) \qquad (^{\circ}C) \qquad (4.19)$$

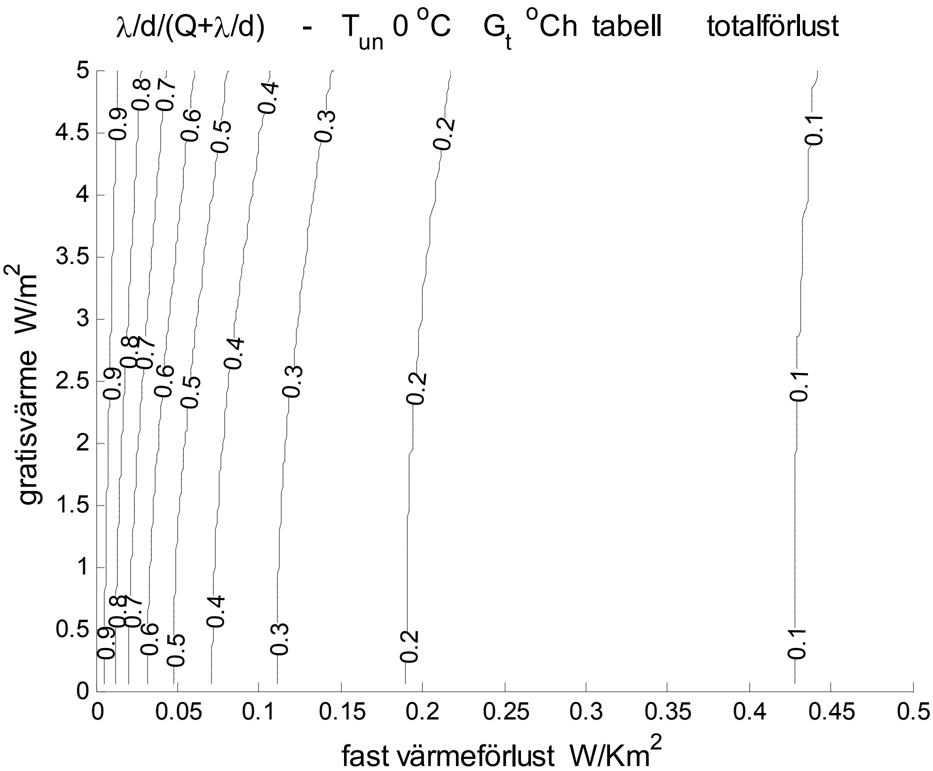
Isokurvorna i Figur 4.26-28 visar att för små fasta värmeförluster Q dominerar isoleringens värmeförlust λ/d och tvärtom.



Figur 4.26 Relativ värmeförlust för normalårstemperatur 8 ºC med ºCh-tabell.



Figur 4.27 Relativ värmeförlust för normalårstemperatur 4 ºC med ºCh-tabell.



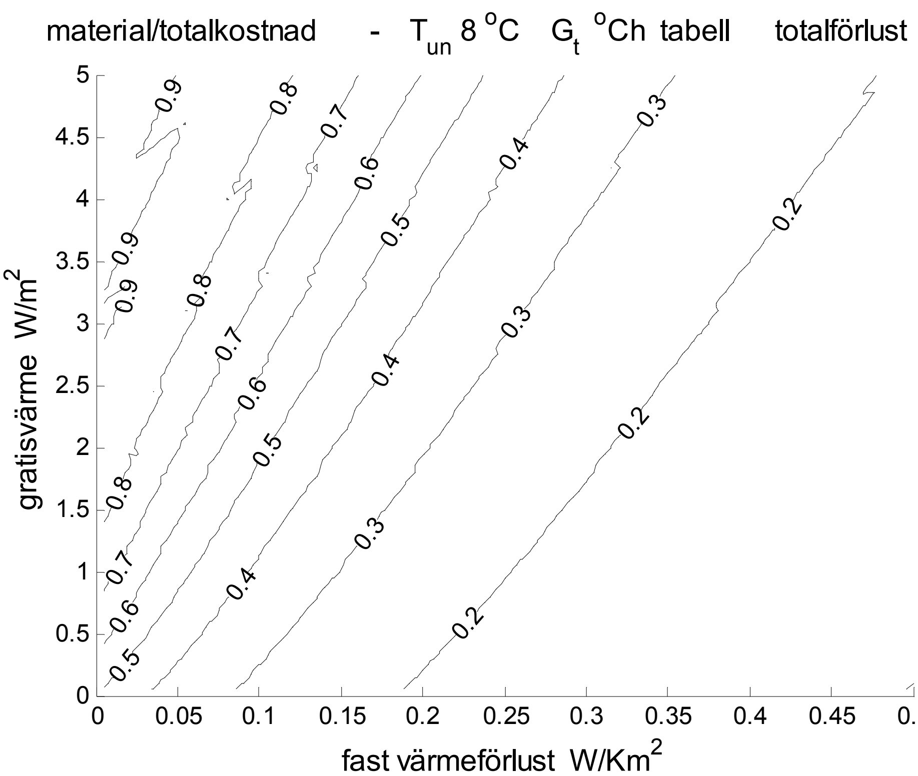
Figur 4.28 Relativ värmeförlust för normalårstemperatur 0 ºC med ºCh-tabell.

Material/totalkostnad för $m = 0$, $P > 0$ och $Q > 0$

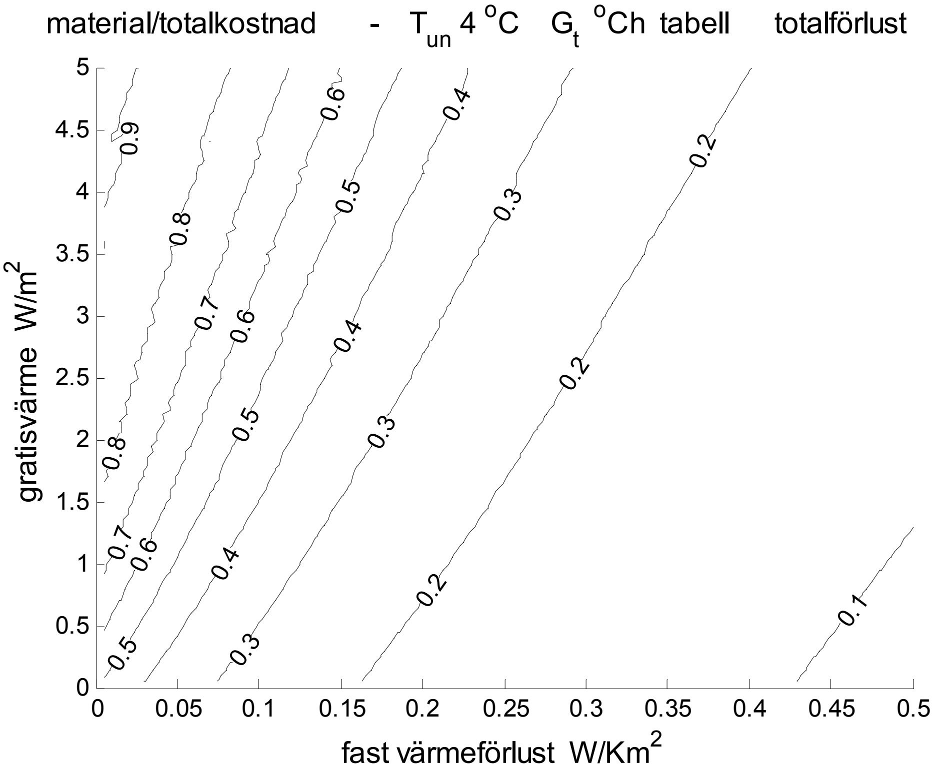
Hur stor det av totalkostnaden som är materialkostnad redovisas i Figur 4.29-31 för samma klimatfall som tidigare.

Isokurvorna visar som väntat att den relativa materialkostnaden är 0.5 utgående från origo för ett fall utan något gratisvärmetillskott P och utan någon fast värmeförlust Q, vilket framgår av (4.3-4).

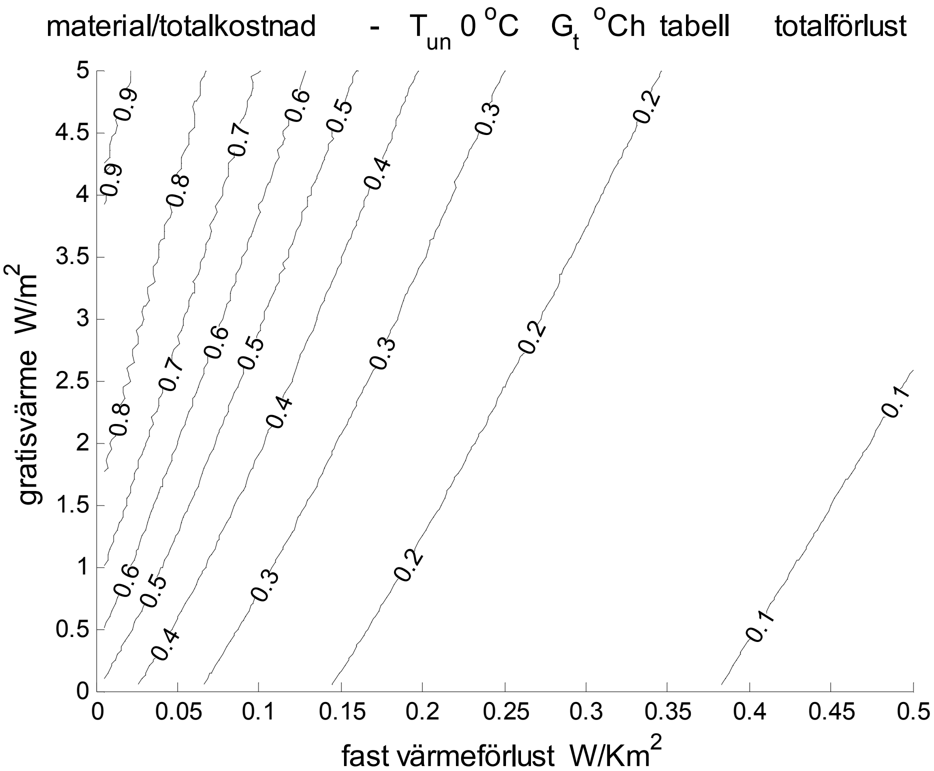
Den relativa materialkostnaden i Figur 4.29-31 ökar med ökande gratisvärme-tillskott, vilket främst beror att antalet gradtimmar minskar och därmed värmebehovet trots att isolertjocklek minskar, vilket framgår i Figur 4.11-16.



Figur 4.29 Material/totalkostnad för normalårstemperatur 8 ºC med ºCh-tabell.



Figur 4.30 Material/totalkostnad för normalårstemperatur 4 ºC med ºCh-tabell.



Figur 4.31 Material/totalkostnad för normalårstemperatur 0 ºC med ºCh-tabell.

5 Rätt gränstemperatur

Vad som är rätt gränstemperatur eller egentligen den innetemperatur som ger lägst kostnad för värme och kyla för en byggnad kan beräknas med vissa förenklade antaganden och parametrar. Kostnader, uteklimat och byggnadens specifika värmeförlust är givna enligt nedan.

k_v	värmekostnad kr/Wh
k_k	kylkostnad kr/Wh
Q	byggnadens specifika värmebehov W/°C
$G_t(T_{gv})$	gradtimmar för värmebehov °Ch
T_{gv}	gränstemperatur för värmebehov °C
$G_{t-}(T_{gk})$	gradtimmar för kylbehov °Ch
T_{gk}	gränstemperatur för kylbehov °C

Samma gränstemperatur för värme- och kylbehov

Den gemensamma gränstemperaturen betecknas T_g. Driftkostnaden för ett år kan skrivas som summan av värme och kylkostnad enligt nedan:

$$K(T_g) = Q\, G_t(T_g)\, k_v - Q\, G_{t-}(T_g)\, k_k \qquad \text{(kr)} \qquad (5.1)$$

Minima fås efter derivering och nollställning av årskostnaden $K(T_g)$ som följer med kravet att drifttiden för värmefallet skall uppfylla:

$$k_k\, d_{t-}(T_g) = k_v\, d_t(T_g) \qquad \text{(kr/W)} \qquad (5.2)$$

De två drifttiderna kan skrivas som följer:

$$d_t(T_g) = 8760\, k_k / (\, k_v + k_k\,) \qquad \text{(h)} \qquad (5.3)$$

$$d_{t-}(T_g) = 8760\, k_v / (\, k_v + k_k\,) \qquad \text{(h)} \qquad (5.4)$$

Gräns- eller bryttemperaturen T_g kan beräknas med den förenklade drifttids-funktionen enligt (1.2). Tillämpning ger följande:

$$T_g = (\, k_k\, T_{max} + k_v\, T_{min}\,) / (\, k_v + k_k\,) \qquad \text{(°C)} \qquad (5.5)$$

Parametrarna T_{min} och T_{max} kan tas från tabell F.1.

Om kostnaden för värme och kyla är lika skall gränstemperaturen T_g väljas lika med årets mediantemperatur T_{un}. Drifttiden för värmedrift är lika med drifttiden för kyldrift. Observera att detta inte behöver innebära att värmebehovet är exakt lika med kylbehovet, eftersom årsmedeltemperaturen kan vara annorlunda.

Olika gränstemperatur för värme- och kylbehov

Det kan vara lämpligt att ha en dödzon ΔT mellan värmedrift och kyldrift ur energisynpunkt och ur komfortsynpunkt. De två gränstemperaturerna för värme och för kyla kan nu skrivas som följer:

$$T_{gv} = T_g - \Delta T/2 \qquad (^\circ C) \qquad (5.6)$$

$$T_{gk} = T_g + \Delta T/2 \qquad (^\circ C) \qquad (5.7)$$

Drifttiden för dödzonen $d_{\Delta T}$ kan beräknas enkelt som $f\Delta T$. Frekvensen är omkring 250 h/ºC, vilket medför att för en dödzon på 4 ºC blir drifttiden 1000 h i död-zonen. Resterande drifttid för värmedrift och kyldrift kan beräknas som:

$$d_t(T_{gv}) = (8760 - d_{\Delta T})\, k_k / (k_v + k_k) \qquad (h) \qquad (5.8)$$

$$d_{t\text{-}}(T_{gk}) = (8760 - d_{\Delta T})\, k_v / (k_v + k_k) \qquad (h) \qquad (5.9)$$

Hur mycket som värmebehov och kylbehov minskar kan skattas med var sin reduktionsfaktor enligt nedan, där en reduktionsfaktor på ett innebär ingen reduktion.

$$r_v(T_g, \Delta T) = [1 - \Delta T/2(T_g - T_{min})]^2 \qquad (-) \qquad (5.10)$$

$$r_k(T_g, \Delta T) = [1 - \Delta T/2(T_{max} - T_g)]^2 \qquad (-) \qquad (5.11)$$

Den relativa ändringen är större för kylbehovet än för värmebehovet. Några siffror är ΔT = 4 ºC, T_{min} = -5 ºC, T_{max} = 20 ºC och T_g = 15 ºC, vilket ger reduktionsfaktor för värme på 0.81 och för kyla på 0.36. De ursprungliga värme- och kylbehoven är proportionella mot $(T_g - T_{min})^2$ och $(T_{max} - T_g)^2$, vilket blir 400 mot 25 energienheter. Motsvarande besparingar i värme och i kyla kan beräknas till 76 respektive 16 energienheter.

Jämförelse mellan krypgrund och platta på mark

I detta underavsnitt görs en enkel jämförelse för samma byggnad med krypgrund eller med platta på mark. Gratisvärmetillskottet är P W. Byggnadens specifika värmeförlust Q W/K är den samma för båda fallen. Den specifika värmeförlusten direkt till uteluft är rQ W/K och mot mark $(1-r)Q$ W/K.

Den dimensionslösa parametern r är nära ett. Krypgrunden antas vara välventilerad och jämställs därför med uteluft. Innetemperaturen är T_i ºC. Mark-temperaturen är lika med årsmedeltemperaturen T_{um} ºC för ett förenklat klimat med konstant frekvens för intervallet (T_{min}, T_{max}), vilket innebär att $T_{um} = (T_{min} + T_{max})/2$. Gränstemperaturen T_{kg} för fallet med krypgrund beräknas som:

$$T_{kg} = T_i - P/Q \qquad (ºC) \qquad (5.12)$$

Gränstemperaturen T_{pm} för fallet med platta på mark kan beräknas efter att gratis-värmetillskottet minskats med den konstanta markförlusten som:

$$T_{pm} = T_i - P/rQ + (1-r)(T_i - T_m)/r \qquad (ºC) \qquad (5.13)$$

Hur gränstemperaturen T_{pm} varierar med parametern r redovisas i Figur 5.1 för ett fall med P = 500 W och Q = 100 W/K för ett förenklat klimat med temperatur-intervallet (-6,20) ºC. Årsmedeltemperaturen blir 7 ºC.

Om parametern $r = 1$ är det ingen skillnad mellan de två fallen. Det går också att visa att om innetemperaturen T_i är större än årsmedeltemperaturen T_{um} är gräns-temperaturen T_{pm} större än T_{kg}. Kurvan för gränstemperaturen T_{pm} blir alltid lika med innetemperaturen T_i när hela gratisvärmetillskottet P är lika med markför-lusten $(1-r)Q(T_i-T_m)$, vilket sker för r-värdet 0.615 ($r=1-P/Q(T_i-T_m)$).

Det totala värme- och kylbehovet för krypgrund E_{kg} och för platta på mark E_{pm} kan beräknas och kvoten E_{pm}/E_{kg} redovisas i Figur 5.2 för fyra olika kostnadspar för värme och kyla, nämligen 1:0, 1:1, 1:10 och 0:1. Kurvorna visar att det alltid finns ett minima för energikvoten, vilket är när hela gratisvärmetillskottet är lika med markförlusten , vilket sker för r-värdet 0.615 ($r=1-P/Q(T_i-T_m)$).

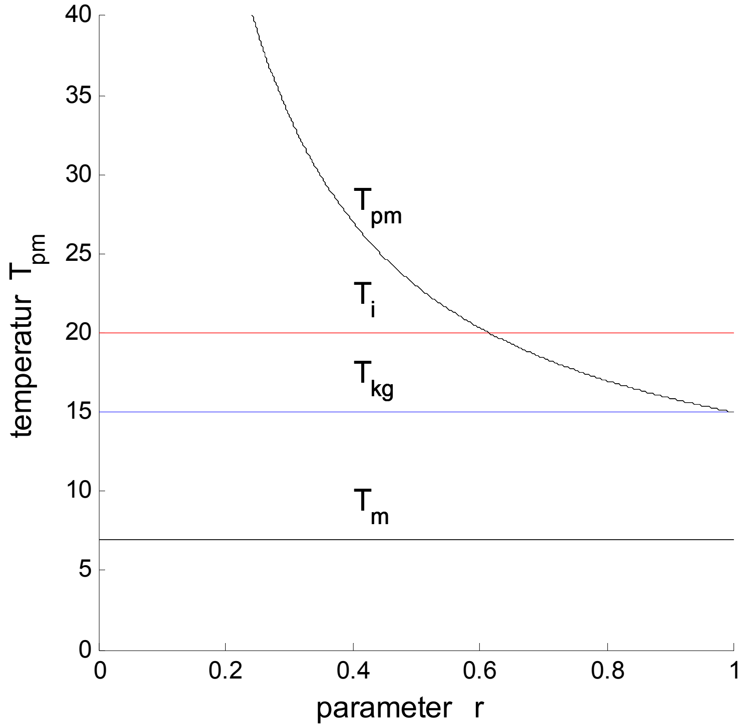
Kurvorna visar också att det för alla kostnadspar finns två skärningspunkter med samma totalkostnad. Fallet med r=1 innebär att de två byggnadsfallen är lika, eftersom det inte finns en direkt värmeförlust mot mark. Det andra fallet innebär att de två värmekostnaderna är lika och att de två kylkostnaderna är lika, vilket ger ett samband för värme och ett för kyla som visas nedan.

$$r(T_{pm} - T_{min})^2 = (T_{kg} - T_{min})^2 \qquad (ºC^2) \qquad (5.14)$$

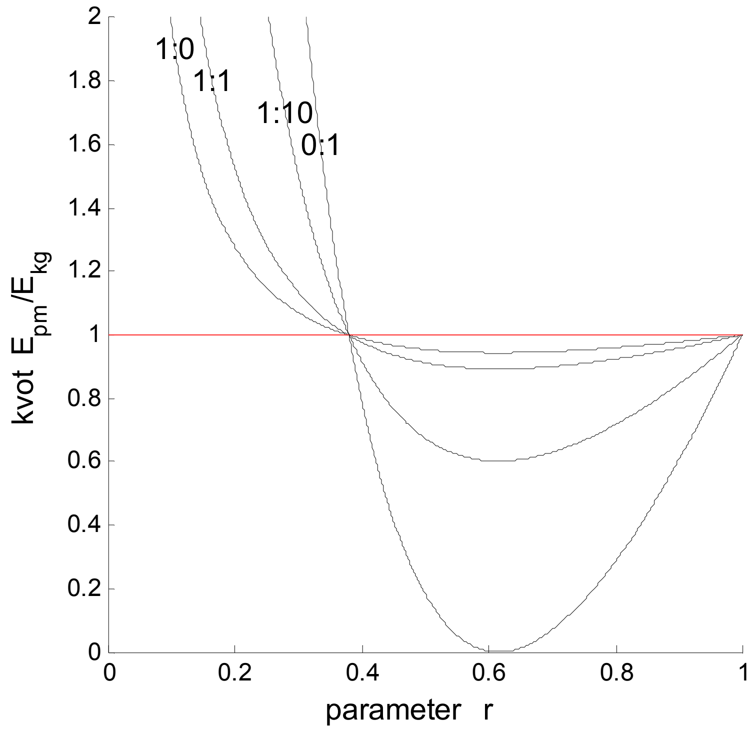
$$r(T_{max} - T_{pm})^2 = (T_{max} - T_{kg})^2 \qquad (ºC^2) \qquad (5.15)$$

Beräkning med aktuella värden ger två lösningar för T_{pm} 15 respektive 28.125 ºC med tillhörande r-värden 1 respektive 0.379. Kurvorna för olika kostnadspar visar att om kylkostnaden är låg blir energikvoten nära ett för rimliga värden för parametern r och att energikvoten avtar med ökande kylkostnad relativt värme-kostnad.

Slutsatsen är att platta på mark är bättre än krypgrund ur energisynpunkt för samma specifika värmeförlust och rimliga innetemperaturer.



Figur 5.1 Olika temperaturer som funktion av parametern *r*.



Figur 5.2 Energikvoten E_{pm}/E_{kg} som funktion av parametern *r*.

6 Rätt specifik värmeförlust

Vad som är rätt specifik värmeförlust för en byggnad med både värme- och kylbehov kan är inte självklart. Om det inte finns något gratisvärmetillskott skall en byggnad isoleras obegränsat om kostnaden för isolering kan försummas.

Det är uppenbart att om det finns ett gratisvärmetillskott kan detta användas för att minska värmebehovet, men samtidigt ökar kylbehovet. Gränstemperaturen T_g mellan värmebehov och kylbehov bestäms av innetemperaturen minskad med kvoten mellan gratisvärmetillskott P och byggnadens specifika värmeförlust Q. Det förutsätts att gratisvärmetillskottet inte kan vädras bort eller påverkas av det specifika värme/kylbehovet.

Vad som är rätt specifik värmeförlust Q för en byggnad med både värme- och kylbehov kan beräknas med vissa förenklade antaganden och parametrar enligt.

k_v	värmekostnad kr/Wh
k_k	kylkostnad kr/Wh
Q	byggnadens specifika värmebehov W/K
$G_t(T_g)$	gradtimmar för värmebehov °Ch
$G_{t\text{-}}(T_g)$	gradtimmar för kylbehov °Ch
P	gratisvärmetillskott W

Driftkostnaden för ett år kan skrivas som:

$$K(Q) = Q\, G_t(T_g)\, k_v - Q\, G_{t\text{-}}(T_g)\, k_k \qquad \text{(kr)} \qquad (6.1)$$

De två gradtimmefunktionerna förenklas med användandet av (3.7) och (7.3). Gränstemperaturen T_g beskrivs med (2.6). Det går att skriva om driftkostnadsfunktionen ovan på formen:

$$K(Q) = f\,[\, a\, Q + b\, P + c\, P^2 / Q\,]/2 \qquad \text{(kr)} \qquad (6.2)$$

Parametrarna *a, b* och *c* ges av uttrycken som följer:

$$a = k_v\,(T_i - T_{min})^2 + k_k\,(T_i - T_{max})^2 \qquad (\text{krK}^2/\text{Wh}) \qquad (6.3)$$

$$b = -\,2\,k_v\,(T_i - T_{min}) - 2\,k_k\,(T_i - T_{max}) \qquad (\text{krK/Wh}) \qquad (6.4)$$

$$c = k_v + k_k \qquad (\text{kr/Wh}) \qquad (6.5)$$

Ett minimum med avseende på Q finns till $K(Q)$ enligt (6.2) om $a > 0$ och $c > 0$ efter derivering och nollställning som:

$$Q = P\,(c/a)^{0.5} \qquad \text{(W/°C)} \qquad (6.6)$$

Uttrycket (6.6) ovan visar att den specifika värmeförlusten Q är direkt proportionell mot gratisvärmetillskottet P. Detta är naturligt och inses av att om två identiska byggnader optimeras som en byggnad måste resultatet bli det samma. Notera att om gratisvärmetillskottet är noll fås lösningen att isolera byggnaden maximalt.

Kvoten mellan gratisvärmetillskott P_g och byggnadens specifika värmeförlust Q är lika med ändringen i gränstemperatur dT_g, vilket kan skrivas som:

$$dT_g = P / Q = (a/c)^{0.5} \qquad \text{(W/°C)} \qquad (6.7)$$

Insättning av (6.3) och (6.4) i (6.7)ger följande:

$$dT_g = [\,(k_v\,(T_i - T_{min})^2 + k_k\,(T_i - T_{max})^2) / (k_v + k_k)\,]^{0.5} \qquad \text{(°C)} \qquad (6.8)$$

Beräkningsgången blir att först beräkna dT_g och därefter Q med känt P. Uttrycket ovan visar att det är förhållandet mellan kostnaden för värme och kyla och innetemperaturens förhållande till utetemperaturens definitionsintervall som har betydelse.

En viktig förutsättning är dock att både innetemperaturen T_i och den resulterande gränstemperaturen T_g ligger i utetemperaturens definitionsintervall (T_{min}, T_{max}).

Exempel 6.1

Beräkna hur gränstemperaturen, specifikt värmebehov, värmekostnad, kylkostnad och totalkostnad för en byggnad påverkas för olika kostnader för kyla i förhållande till värme. Kostnadskvoten mellan kyla och värme är 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5 och 10.

Antag vidare innetemperaturen är 20°C, att normalårstemperatur är 6°C, att gratisvärmetillskottet är 1000 W och värmekostnaden är 0.001 kr/Wh.

Tabell F.1 ger T_{min} = - 9.48 °C, T_{max} = 21.48 °C för T_{um} = 6 °C. Den enklaste beräkningsgången är att först beräkna ändringen i gränstemperatur dT_g enligt (6.8), därefter byggnadens specifika värmeförlust Q enligt (6.6) och sist de två kostnadstermerna i (6.1). Resultatet redovisas i sammanställningen nedan.

k_k / k_v -	Q W/°C	gränstemperatur °C	värmekostnad kr	kylkostnad kr	totalkostnad kr
0.1	36	-8.1	9	441	450
0.2	37	-6.9	34	848	882
0.5	42	-4.1	171	1920	2090
1.0	48	-0.9	502	3386	3889
2.0	58	2.9	1278	5702	6980
5.0	83	7.9	3523	10790	14313
10.0	111	11.0	6593	17264	23858

Kostnaderna ovan kan översättas till energier och skall jämföras med gratisvärmetillskottet lika med 8760 kWh. Slutsatsen är att gratisvärmetillskottet är betydande i energibalansen. Siffrorna ovan visar att byggnaden skall isoleras sämre ju högre kylkostnaden är relativt värmekostnaden.

Variationen i isoleringsgrad är dock ganska måttlig som funktion av kvoten mellan kyl- och värmekostnad.

Notera att dock att värmekostnaden är given lika med 0.001 kr/Wh, medan kylkostnaden varierar relativt denna.

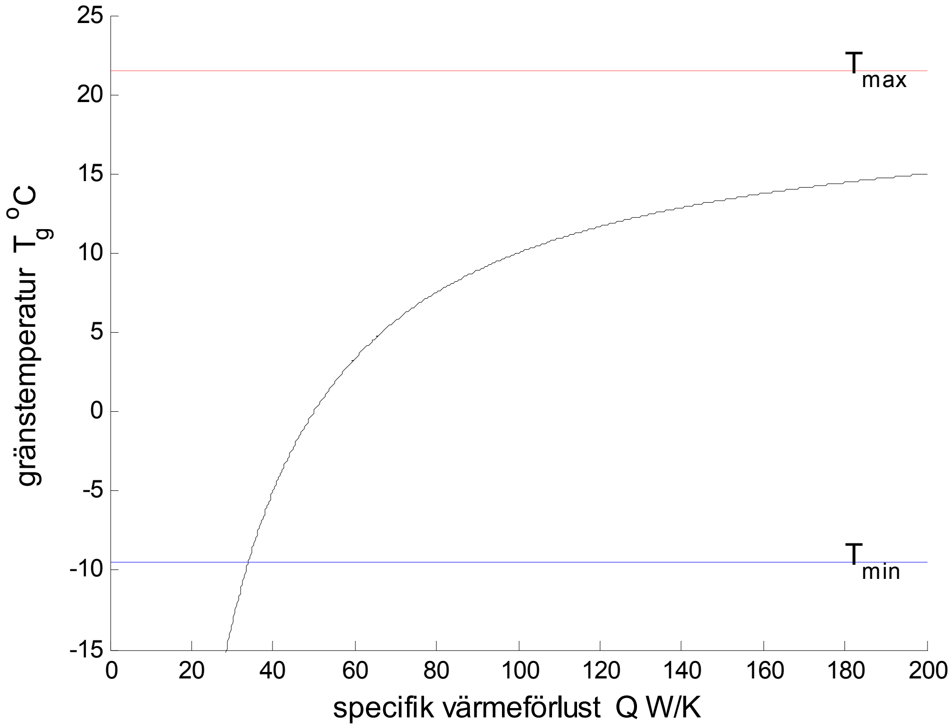
Gränstemperatur och alla kostnadsfunktioner redovisas för kostnadskvoterna mellan kyl och värme 0.1, 1 och 10 i Figur 6.1-4.

Exempel 6.2

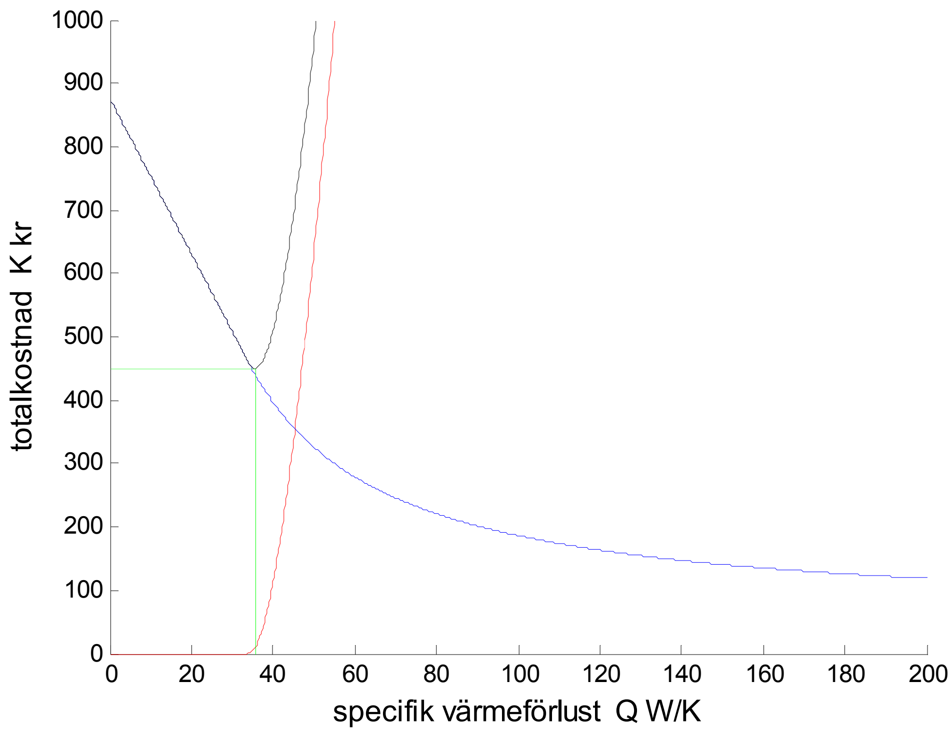
En jämförelse görs med fallet utan gratisvärmetillskott som tidigare behandlats i avsnitt 5. Beräkning sker med (5.5) och resultatet sammanställs nedan.

k_k / k_v -	gränstemperatur med gratisvärme °C	gränstemperatur utan gratisvärme °C
0.1	-8.1	-6.7
0.2	-6.9	-4.3
0.5	-4.1	0.8
1.0	-0.9	6.0
2.0	2.9	11.2
5.0	7.9	16.3
10.0	11.0	18.7

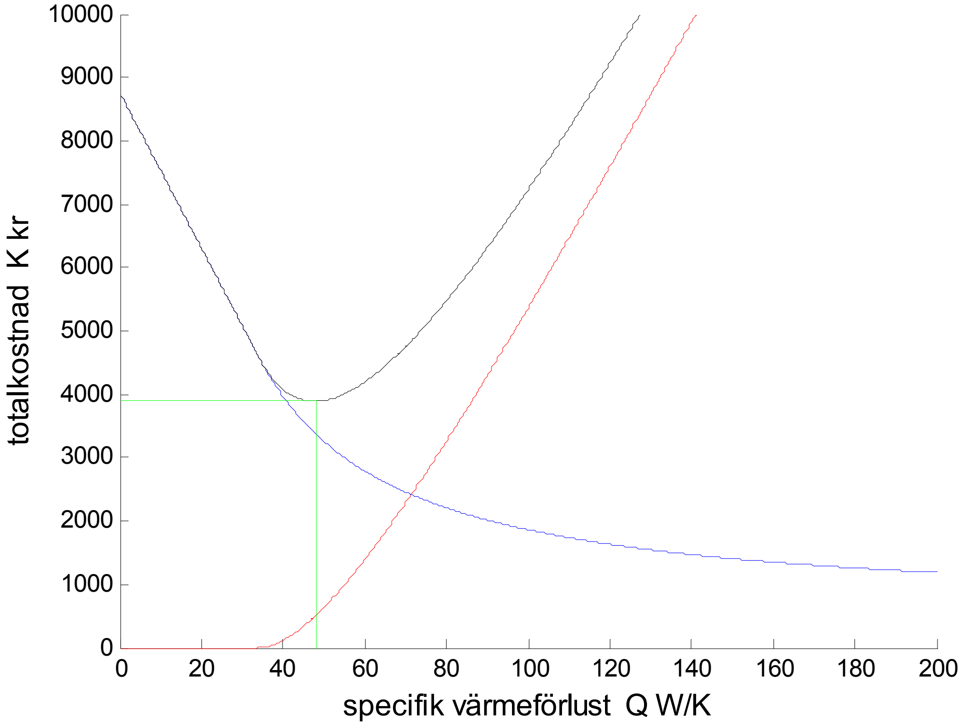
Gränstemperaturer för fallet utan gratisvärmetillskott ligger givetvis högre än med gratisvärmetillskott. Notera att vid lika kostnad för kyla och värme blir gränstemperaturen lika med normalårstemperaturen 6 °C.



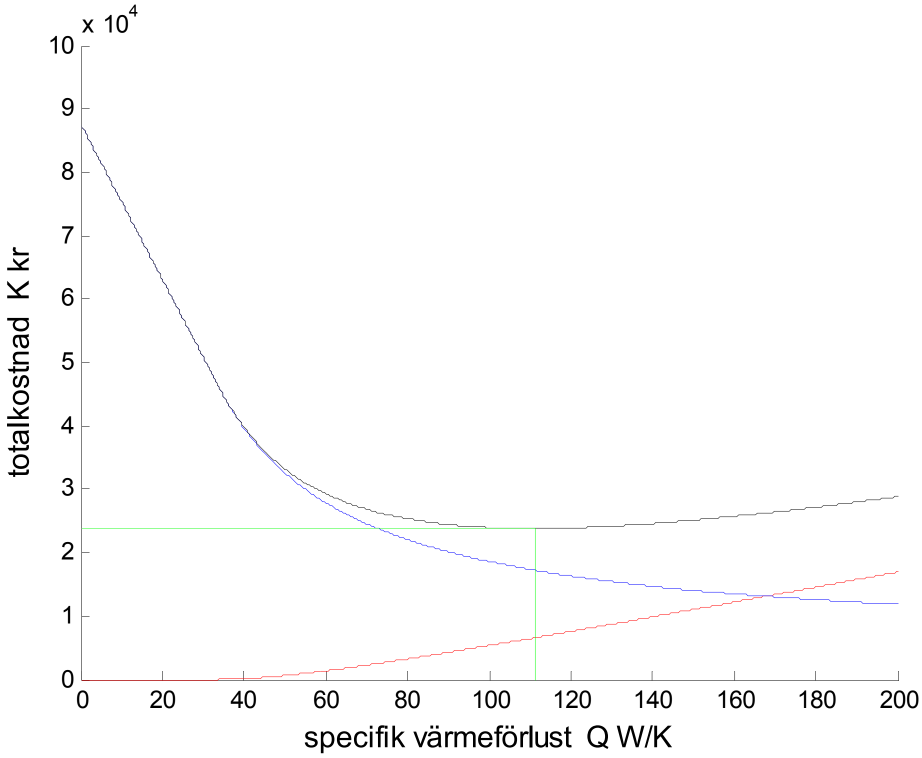
Figur 6.1 Gränstemperatur som funktion av specifika värmeförlust.



Figur 6.2 Värme-, kyl- och totalkostnad som funktion av Q W/K för $k_k/k_v = 0.1$



Figur 6.3 Värme-, kyl- och totalkostnad som funktion av Q W/K för $k_k/k_v = 1$.



Figur 6.4 Värme-, kyl- och totalkostnad som funktion av Q W/K för $k_k/k_v = 10$.

7 Rätt fönsteryta

Vad som är rätt fönsteryta för en byggnad med enbart hänsyn till värmebehov kan beräknas med vissa förenklade antaganden och parametrar enligt.

A	fönsterarea m^2
Q_0	byggnadens specifika värmebehov utan fönster W/K
dQ	ökat värmebehov för byte till 1 m^2 fönster W/Km^2
Q	byggnadens specifika värmebehov W/K
P_0	fast gratisvärmetillskott W
dP	solvärmetillskott W/m^2
P	totalt gratisvärmetillskott W

Byggnadens total specifika värmebehov Q och det totala gratisvärmetillskottet kan skrivas som en funktion av fönsterytan A som följer.

$$Q = Q_0 + dQ\,A \qquad \text{(W/K)} \qquad (7.1)$$

Det totala gratisvärmetillskottet P kan skrivas som en funktion av fönsterytan A som följer.

$$P = P_0 + dP\,A \qquad \text{(W)} \qquad (7.2)$$

Gränstemperaturen beräknas som en funktion av Q och P som följer.

$$T_g = T_i - P\,/\,Q \qquad (°\text{C}) \qquad (7.3)$$

Årsvärmebehovet kan skrivas som en funktion av fönsterarean A med hjälp av den förenklade gradtimmefunktionen enligt (1.3) för gränstemperaturen T_g enligt (7.3). Både Q och P också är funktioner av fönsterarean A.

$$E(A) = Q\,f\,(T_i - P\,/\,Q - T_{min})^2\,/\,2 \qquad \text{(Wh)} \qquad (7.4)$$

Det finns två förutsättningar för att minimeringen inte skall urarta. Det första kravet innebär att det finns ett värmebehov när inte finns några fönster. Det fasta gratisvärmetillskottet räcker inte till.

$$P_0/Q_0 < T_i - T_{min} \qquad (°\text{C}) \qquad (7.5)$$

Det andra kravet innebär att oändlig fönsteryta inte kan eliminera värmebehovet helt.

$$dP < dQ\,(\,T_i - T_{min}\,) \qquad \text{(W)} \qquad (7.6)$$

Årsvärmebehovet kan ha ett minimum om P ökar mer är Q med ökande fönsteryta A. Kravet för ett minimum är att derivatan för $E(A)$ skall vara negativ för $A = 0$. Detta ger kravet:

$$dP > dQ\,(\,P_0/Q_0 + T_i - T_{min}\,)\,/\,2 \qquad \text{(W)} \qquad (7.7)$$

Minima fås efter derivering och nollställning av årsvärmebehovet $E(A)$, vilket ger ett samband mellan P och Q, vars kvot beskrivs med dT enligt nedan.

$$P/Q = 2\,dP/dQ - T_i + T_{min} = dT \qquad (°C) \qquad (7.8)$$

Den sökta fönsterytan kan beräknas som följer med uttrycken för P och Q.

$$A = (\,P_0 - Q_0\,dT\,)/(\,dQ\,dT - dP\,) \qquad (m^2) \qquad (7.9)$$

Exempel 7.1
Beräkna den optimala fönsterytan för en byggnad med följande data P_0 = 1000 W, Q_0 = 200 W/°C, innetemperatur T_i = 20°C, lägsta temperatur T_{min} = -10°C och en fönstertyp med dP = 40 W/m^2 och dQ = 2 W/m^2°C.

Först kontrolleras att det finns ett minima med (7.7), vilket är uppfyllt enligt både för 40 W/m^2 nedan

$$40 > 2\,(\,1000\,/\,200 + 20 - 10\,)\,/\,2 = 35 \quad (W/m^2)$$

Temperaturskillnaden dT mellan innetemperatur och gränstemperatur beräknas därefter enligt (7.8), vilket ger

$$dT_{40} = 2 \cdot 40\,/\,2 - 20 - 10 = 10\ °C$$

Insättning i (7.9) ger slutligen den sökta fönsterytan som

$$A_{40} = (\,1000 - 200 \cdot 10\,)\,/\,(\,2 \cdot 10 - 40\,) = 50\ m^2$$

Exempel 7.2

Beräkna den optimala fönsterytan för en byggnad med följande data P_0 = 1000 W, Q_0 = 200 W/°C, innetemperatur T_i = 20°C, lägsta temperatur T_{min} = -10°C och en fönstertyp med dP = 50 W/m^2 och dQ = 2 W/m^2°C.

Först kontrolleras att det finns ett minima med (7.7), vilket är uppfyllt enligt både för 50 W/m^2 nedan

$$50 > 2\ (\ 1000 / 200 + 20 - 10\ ) / 2 = 35 \quad (\mathrm{W/m^2})$$

Temperaturskillnaden dT mellan innetemperatur och gränstemperatur beräknas därefter enligt (7.8), vilket ger

$$dT_{50} = 2 \cdot 50 / 2 - 20 - 10 = 20\ °\mathrm{C}$$

Insättning i (7.9) ger slutligen den sökta fönsterytan som

$$A_{50} = (\ 1000 - 200 \cdot 20\ ) / (\ 2 \cdot 20 - 50\ ) = 300\ \mathrm{m}^2$$

Exempel 7.3

Hur värmebehovet beror av fönsterytan jämfört med det ideala fallet kan beräknas med (8.8) och för samma uppgifter som i exempel 7.1.

Detta har gjorts för fönsterytorna A = 0(10)100 m^2 och resultatet redovisas nedan. Siffrorna visar att minimet är mycket flackt. En fönsteryta +/- 50 m^2 kring det optimala värdet 50 m^2 ökar värmebehovet relativt det optimala med mindre än en tjugondel.

A m^2	$E(A)/E(50)$
0	1.042
10	1.024
20	1.013
30	1.005
40	1.001
50	1.000
60	1.001
70	1.004
80	1.008
90	1.014
100	1.021

Exempel 7.4
Som exempel 7.3 utgående från exempel 7.2 med dP = 50 W/m^2. Det relativa värmebehovet redovisas för fönsterytorna A=0(100)600 m^2. Siffrorna visar att minimet är något mindre flackt än tidigare. En fönsteryta +/- 200 m^2 kring det optimala värdet 300 m^2 ökar värmebehovet relativt det optimala med en åttondedel eller 0.125.

A m^2	$E(A)/E(300)$
0	1.563
100	1.125
200	1.021
300	1.000
400	1.013
500	1.042
600	1.080

Exempel 7.5
Beräkna vilket solvärmeutbyte för ett fönster dP W/m^2 som minst krävs att det skall löna sig för en byggnad med följande data P_0 = 1000 W, Q_0 = 200 W/°C, innetemperatur 20°C, lägsta temperatur T_{min} = -10°C och dQ = 2 W/m^2°C. Kravet för minima (7.7) ger att

$$dP > dQ\ (\ P_0/Q_0 + T_i - T_{min}\ )\ /\ 2$$

$$dP > 2\ (\ 1000\ /\ 200 + 20 -- 10\ )\ /\ 2 = 35 \quad (\mathrm{W/m^2})$$

Exempel 7.6
Beräkna vilket solvärmeutbyte för ett fönster dP W/m^2 som minst krävs för att det inte skall krävas uppvärmning av en byggnad med samma data som i exempel 7.5. Kravet för minima (7.6) ger att

$$dP > dQ\ (\ T_i - T_{min}\ ) = 2\ (\ 20 -- 10\ ) = 60 \quad (\mathrm{W/m^2})$$

Notera att minimeringen bara kan avse solvärmeutbyte från 35 till 60 W/m^2.

Exempel 7.7
Beräkna vilket solvärmeutbyte för ett fönster dP W/m^2 som minst krävs att det skall löna sig för en byggnad med samma data som i exempel 7.5 och utan något basgratisvärmetillskott. Kravet för minima (7.7) ger att

$$dP > dQ\ (\ P_0/Q_0 + T_i - T_{min}\ )\ /\ 2$$

$$dP > 2\ (\ 0\ /\ 200 + 20 -- 10\ )\ /\ 2 = 30 \quad (\mathrm{W/m^2})$$

Tabellappendix A-F

Detta appendix innehåller åtta olika tabeller, varav fyra anger olika gradtimmevärden. Gradtimmetabellerna är hämtade från VVS-handboken Tabeller och diagram (1974). Alla gradtimmetabeller har gränstemperaturen T_g som y-axel. Samtliga tabeller har normalårstemperaturen T_{un} eller mediantemperaturen som x-axel.

Tabellvärden från VVS-handbokens tabell 7:30,1 och 7.34,1 har sorten kJh/kg luft år som kan sättas lika med °Ch, eftersom specifika värmet för luft kan sättas till 1000 J/kgK.

Sammanställningen nedan visar vilka tabeller som redovisas i vilken följd och deras ursprung. Tabell A och B är en tabell som delats i två halvor. Tabellvärden för gränstemperaturer från 5 till 25 ºC är hämtade från VVS-handbokens Tabell 7:30,1 och de är avrundade till hela hundratal, medan resterande tabellvärden har beräknats från varaktighetskurvor i VVS-handboken 7:28,1 och redovisas utan någon avrundning.

Referenser till beräkningsuttrycken (2.7) och (7.4-5) nedan återfinns i arbets-rapporten TVIT--08/7023 med titeln Utetemperaturberoende årsenergibehov – Teoridel.

Tabell	Typ	Ursprung
A	ºCh-tabell G_{0024}	VVS-handboken 7:30,1 tabell
B	ºCh-tabell G_{0024}	VVS-handboken 7:28,1 diagram
C	ºCh-tabell G_{0921}	VVS-handboken 7:34,1 tabell
D	ºCh-tabell G_+	beräknad enligt (2.7) med Tabell A och C
E	årsmedeltemperatur	beräknad med Tabell A och VVS-handboken 7:31,1 tabell
F.1	frekvensfunktion f	beräknad (7.4)
F.2	frekvensfunktion $f_{min}\,f_{max}$	beräknad (7.4-5)
F.3	frekvensfunktion f_{mix}	beräknad (7.4-5)

Tabell A Gradtimmar °Ch G_{0024} för hela dygnet 0-25 ºC

T_g °C	T_{un} °C -2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
25	238900	229400	220300	211200	202000	192900	184000	174900	165600	156800	147300
24	230100	220600	211600	202500	193300	184200	175300	166300	157000	148300	138700
23	221400	211900	202900	193800	184600	175600	166700	157700	148500	139800	130300
22	212750	203200	194300	185200	176000	167000	158200	149200	140000	131300	121900
21	204100	194600	185700	176600	167500	158600	149700	140800	131600	123000	113600
20	195500	186100	177200	168100	159000	150100	141300	132400	123300	114800	105500
19	187000	177600	168700	159700	150600	141800	133000	124200	115200	106700	97600
18	178500	169200	160300	151300	142300	133600	124900	116100	107200	98900	90000
17	170100	160800	152000	143100	134100	125400	116800	108200	99500	91400	82700
16	161700	152500	143800	135000	126100	117500	109000	100500	92000	84200	75700
15	153500	144300	135700	127000	118200	109700	101400	93200	84900	77200	69000
14	145400	136300	127700	119200	110500	102300	94100	86100	78000	70600	62700
13	137400	128400	120000	111500	103100	95000	87100	79300	71500	64300	56600
12	129600	120800	112400	104200	96000	88000	80300	72700	65200	58200	50900
11	121900	113300	105100	97000	89000	81400	73900	66500	59300	52500	45400
10	114500	106000	98000	90100	82400	74900	67700	60600	53600	47100	40300
9	107200	99000	91200	83500	76000	68800	61800	54900	48200	42000	35500
8	100200	92200	84600	77200	69900	62900	56200	49600	43200	37100	31100
7	93500	85800	78300	71100	64100	57400	50800	44500	38400	32600	26900
6	87000	79500	72300	65300	58500	52000	45800	39700	33900	28400	23000
5	80750	73500	66500	59700	53200	47000	41000	35200	29700	24500	19500
4	74773	67794	61066	54537	48310	42382	36655	31129	25904	20980	16260
3	69043	62338	55884	49631	43680	38030	32582	27337	22397	17763	13340
2	63560	57131	50955	44981	39310	33942	28780	23824	19178	14847	10740
1	58323	52174	46278	40586	35200	30120	25248	20590	16248	12233	8460
0	53333	47466	41853	36447	31350	26562	21988	17634	13607	9920	6500

Tabell B Gradtimmar G_{0024} °Ch för hela dygnet -25- 0 ºC

T_g °C	T_{un} °C -2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	53333	47466	41853	36447	31350	26562	21988	17634	13607	9920	6500
-1	48590	43007	37681	32565	27760	23270	19000	14957	11254	7910	4861
-2	44093	38797	33761	28937	24430	20242	16282	12559	9190	6191	3523
-3	39843	34837	30093	25566	21360	17480	13835	10440	7400	4742	2457
-4	35840	31126	26678	22451	18550	14982	11660	8582	5860	3539	1631
-5	32083	27664	23515	19591	16000	12749	9736	6959	4549	2558	1014
-6	28573	24451	20604	16987	13710	10763	8037	5555	3450	1778	577
-7	25310	21488	17946	14639	11661	8994	6548	4353	2544	1175	287
-8	22293	18774	15540	12530	9827	7430	5255	3339	1813	727	116
-9	19523	16310	13369	10633	8197	6059	4145	2496	1237	410	31
-10	17000	14080	11411	8938	6757	4868	3203	1808	798	202	2
-11	14711	12063	9654	7434	5497	3844	2416	1260	477	79	0
-12	12637	10248	8087	6108	4404	2975	1770	836	257	20	0
-13	10768	8626	6700	4951	3467	2248	1250	519	117	1	0
-14	9093	7184	5481	3949	2673	1650	844	295	40	0	0
-15	7602	5913	4420	3093	2010	1169	537	146	7	0	0
-16	6283	4801	3505	2370	1467	792	315	59	0	0	0
-17	5126	3838	2726	1770	1032	506	164	15	0	0	0
-18	4121	3013	2072	1281	693	299	72	1	0	0	0
-19	3256	2316	1532	891	437	157	22	0	0	0	0
-20	2522	1736	1095	590	254	70	3	0	0	0	0
-21	1907	1261	750	365	131	22	0	0	0	0	0
-22	1402	882	487	206	55	3	0	0	0	0	0
-23	994	588	293	102	16	0	0	0	0	0	0
-24	675	368	159	40	2	0	0	0	0	0	0
-25	432	211	74	10	0	0	0	0	0	0	0

Tabell C Gradtimmar G_{0921} °Ch för kl 09-21 5-25 ºC

T_g °C	T_{un} °C -2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
25	114000	109400	104800	100400	95700	91300	86900	82300	77700	73200	68500
24	109700	105100	100500	96100	91400	87000	82600	78000	73400	69000	64300
23	105400	100800	96200	91800	87100	82700	78400	73800	69300	64800	60200
22	10100	96500	91900	87500	82900	78500	74200	69600	65100	60800	56200
21	96800	92200	87700	83300	78700	74300	70000	65500	61100	56800	52300
20	92600	88000	83500	79200	74600	70200	66000	61500	57200	52900	48500
19	88400	83900	79400	75100	70500	66200	62000	57600	53300	49100	44900
18	84300	79800	75300	71000	66500	62300	58100	53800	49600	45600	41400
17	80200	75800	71300	67100	62600	58500	54400	50100	46000	42100	38100
16	76200	71800	67400	63200	58800	54700	50700	46600	42600	38800	34900
15	72200	67900	63600	59400	55100	51100	47200	43200	39300	35600	31800
14	68400	64100	59800	55800	51500	47600	43700	39900	36100	32600	28900
13	64600	60400	56200	52200	48000	44200	40500	36700	33100	29600	26100
12	60900	56700	52600	48700	44700	40900	37300	33700	30200	26900	23500
11	57300	53200	49200	45400	41600	37800	34300	30800	27400	24200	21000
10	53800	49800	45900	42200	38400	34800	31400	28100	24800	21700	18700
9	50400	46500	42700	39100	35500	32000	28700	25400	22300	19400	16400
8	47100	43300	39600	36100	32600	29200	26100	23000	20000	17200	14400
7	44000	40300	36700	33300	29900	26600	23600	20600	17700	15000	12400
6	40900	37300	33800	30500	27300	24200	21200	18400	15600	13100	10700
5	38000	34500	31100	27900	24800	21800	19000	16300	13700	11300	9000

Tabell D Gradtimmar G_+ °Ch enligt (2.7) 5-25 ºC

T_g °C	T_{un} °C -2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
25	5450	5300	5350	5200	5300	5150	5100	5150	5100	5200	5150
24	5350	5200	5300	5150	4750	5100	5050	5150	5100	5150	5050
23	5300	5150	5250	5100	5200	5100	4950	5050	4950	5100	4950
22	5375	5100	5250	5100	5100	5000	4900	5000	4900	4850	4750
21	5250	5100	5150	5000	5050	5000	4850	4900	4700	4700	4500
20	5150	5050	5100	4850	4900	4850	4650	4700	4450	4500	4250
19	5100	4900	4950	4750	4800	4700	4500	4500	4300	4250	3900
18	4950	4800	4850	4650	4650	4500	4350	4250	4000	3850	3600
17	4850	4600	4700	4450	4450	4200	4000	4000	3750	3600	3250
16	4650	4450	4500	4300	4250	4050	3800	3650	3400	3300	2950
15	4550	4250	4250	4100	4000	3750	3500	3400	3150	3000	2700
14	4300	4050	4050	3800	3750	3550	3350	3150	2900	2700	2450
13	4100	3800	3800	3550	3550	3300	3050	2950	2650	2550	2200
12	3900	3700	3600	3400	3300	3100	2850	2650	2400	2200	1950
11	3650	3450	3350	3100	2900	2900	2650	2450	2250	2050	1700
10	3450	3200	3100	2850	2800	2650	2450	2200	2000	1850	1450
9	3200	3000	2900	2650	2500	2400	2200	2050	1800	1600	1350
8	3000	2800	2700	2500	2350	2250	2000	1800	1600	1350	1150
7	2750	2600	2450	2250	2150	2100	1800	1650	1500	1300	1050
6	2600	2450	2350	2150	1950	1800	1700	1450	1350	1100	800
5	2375	2250	2150	1950	1800	1700	1500	1300	1150	950	750

Tabell E Beräknad årsmedeltemperatur T_{um} °C

T_{un} °C	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
T_{um} °C	-2.27	-1.19	-0.16	0.89	1.95	2.98	4.00	5.04	6.12	7.12	8.23

Tabell F.1 Förenklad frekvensfunktion enligt (7.4)

T_{un} °C	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
T_{min} °C	-22.13	-20.64	-19.11	-17.53	-15.95	-14.37	-12.74	-11.07	-9.48	-7.89	-6.20
T_{max} °C	18.13	18.64	19.11	19.53	19.95	20.37	20.74	21.07	21.48	21.89	22.20
f h/°C	217.54	223.04	229.19	236.34	244.01	252.23	261.69	272.51	282.96	294.24	308.43

Tabell F.2 Förenklad frekvensfunktion enligt (7.4-5)

T_{un}°C	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
T_{min} °C	-22.13	-20.64	-19.11	-17.53	-15.95	-14.37	-12.74	-11.07	-9.48	-7.89	-6.20
T_{max} °C	17.05	17.88	18.47	19.09	19.75	20.29	20.74	21.23	21.96	22.37	23.12
f_{min} h/°C	217.54	223.04	229.19	236.34	244.01	252.23	261.69	272.51	282.96	294.24	308.43
f_{max} h/°C	229.88	232.02	237.13	242.09	246.76	253.39	261.69	269.82	274.45	285.05	289.67

Tabell F.3 Förenklad frekvensfunktion enligt (7.4-5)

T_{un}°C	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
T_{min} °C	-22.13	-20.64	-19.11	-17.53	-15.95	-14.37	-12.74	-11.07	-9.48	-7.89	-6.20
T_{max} °C	17.05	17.88	18.47	19.09	19.75	20.29	20.74	21.23	21.96	22.37	23.12
f_{mix} h/°C	223.54	227.44	233.09	239.18	245.38	252.81	261.69	271.16	274.45	285.05	298.75