LUND UNIVERSITY

# Olika sätt att definiera mognadsgrad - en jämförelse

Fagerlund, Göran

1988

Link to publication

*Citation for published version (APA):*
Fagerlund, G. (1988). *Olika sätt att definiera mognadsgrad - en jämförelse*. Cementa.

*Total number of authors:*
1

**General rights**
Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:
Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.
• Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
• You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
• You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

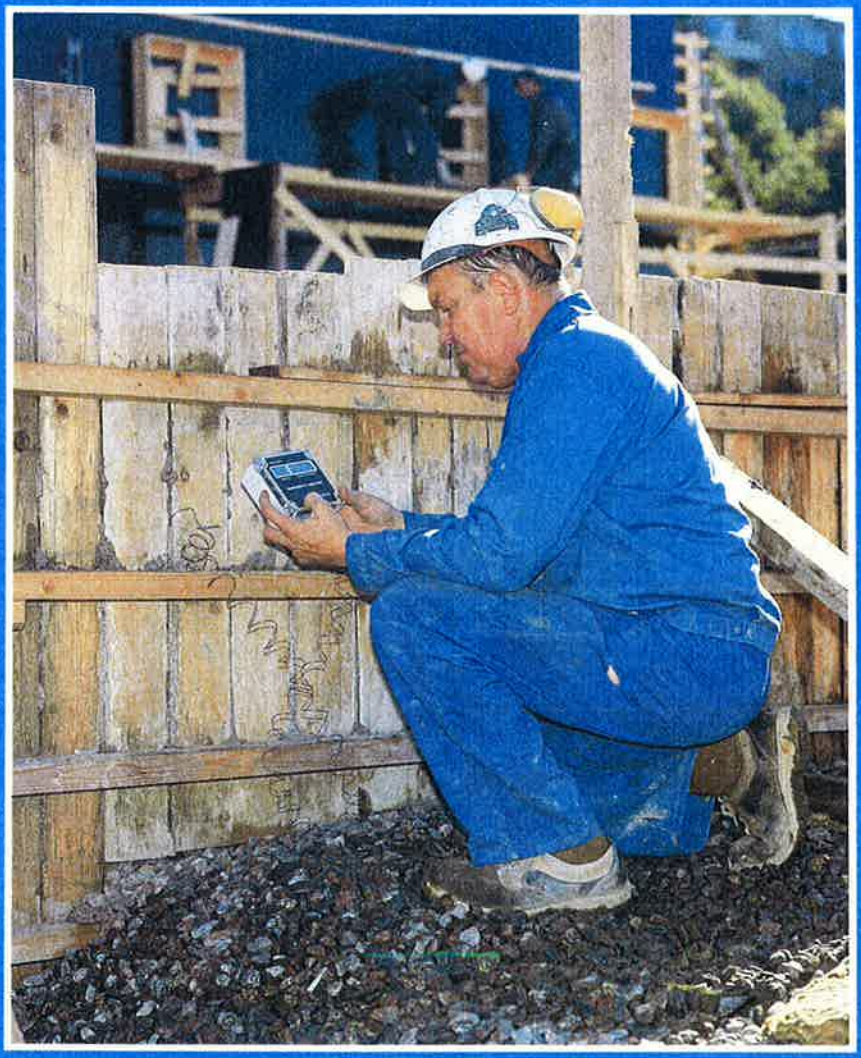
Read more about Creative commons licenses: https://creativecommons.org/licenses/

**Take down policy**
If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

Download date: 19. Dec. 2025



Göran Fagerlund

# Olika sätt att definiera mognadsgrad

## en jämförelse

# Innehåll


Inledning 5

TT-faktorn. Cementets reaktionshastighet ökar i direkt proportion till temperaturen. 6

Arrheniusfunktionen. Cementets reaktionshastighet ökar progressivt med ökande temperatur. 7

Samband mellan TT-faktorn och Arrheniusfunktionen. 8

Är aktiveringsenergin dvs "aktiveringstemperaturen" verkligen en konstant? 11

Lämpliga konstanter för svenska cement i normala betonger. 14

Experimentell bestämning av relativa reaktionshastigheter $k_\Theta$ samt av $T_0$ och $\Theta_0$. 15

Beräkning av ekvivalent härdningstid $t_{20}$. 17

Automatiska mognadsgradsmätare – korrigering av mätvärdet. 18

Sammanfattning 20

Referenser 21

BILAGA: Beräkningsexempel 22

# Inledning

För att man skall kunna riva betongformar utan att ras eller andra skador uppstår måste betongen ha uppnått en viss lägsta hållfasthet. Inte heller får betongen frysa förrän den uppnått en viss hållfasthetsnivå (5 MPa). Det är därför oerhört viktigt att man mäter hållfasthetstillväxten i betongkonstruktionen under de första dygnen. Den enda rationella metoden är att göra en temperaturmätning och sedan beräkna hur *mognadsgraden* eller *mognadsåldern* utvecklas med tiden. Hållfasthetsutvecklingen fås sedan ur en s k tendenskurva som bestämts för den aktuella betongen och som gäller en fix temperatur – normalt +20°C. Principerna för användning av mognadsgrad ges i rapport [1].

Vid beräkning av mognadsgraden eller mognadsåldern gör man vissa antaganden om cementets reaktionshastighet vid olika temperaturer. Den framräknade mognadsgraden – åldern påverkas av valet av temperaturberoende. Följande tre sätt att beskriva cementets temperaturberoende är vanligast:

Alt 1: Ett rent *experimentellt* – empiriskt – samband mellan reaktionshastighet och temperatur används.

Alt 2: Reaktionshastigheten antas vara noll under en viss fix temperatur (normalt –10°C) och sedan växa linjärt med ökande temperatur. Detta är förutsättningen bakom den s k *TT-faktorn.*

Alt 3: Reaktionshastigheten antas öka progressivt med ökande temperatur enligt en s k *Arrheniusfunktion.*

*Alt 1* ger alltid en korrekt eller sann mognadsgrad och mognadsålder medan *alt 3* och i synnerhet *alt 2* ger avvikelser från den sanna mognadsgraden, mognadsåldern.

Man kan emellertid komma mycket nära det sanna resultatet även vid alt 2 och 3 genom att anpassa den *konstant* som ingår i mognadsuttrycken för dessa bägge alternativ till den aktuella medeltemperaturnivån hos den aktuella betongen. I rapporten anges vilka konstantvärden som bör användas vid olika temperaturnivåer för svenska cement. Det visar sig att man utan stora fel kan använda samma konstantvärden över ett mycket stort temperaturintervall (ca 25°C). Det räcker därför att ha ett konstantvärde för vanlig "platsbyggbetong" och en annan för värmehärdad betong, "elementbetong".

I dag finns det bekväma mognadsgradsmätare som ger mognadsgraden eller mognadsåldern direkt. Dessa mätare baseras antingen på TT-faktorn eller på Arrheniusfunktionen. Tyvärr är de så gott som alltid programmerade med ett enda konstantvärde som dels skall täcka hela temperaturintervallet –10°C till +70°C och som dels inte alltid gäller för svenska cement. I rapporten visas hur man på ett enkelt sätt kan korrigera det aktuella mätvärdet från en sådan "felprogrammerad" mätare till ett sant resultat.

# —TT-faktorn. Cementets reaktionshastighet ökar— i direkt proportion till temperaturen.

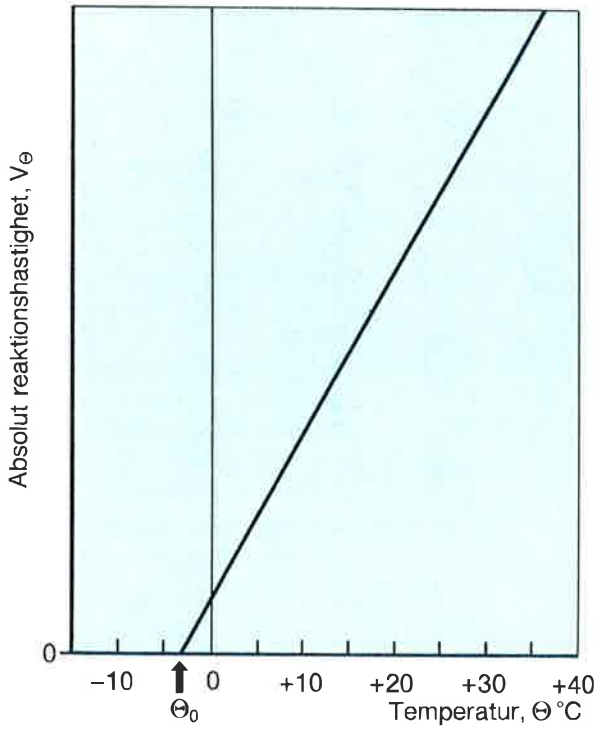
Den *absoluta* reaktionshastigheten $V_\Theta$ antas öka linjärt med temperaturen. Vid en viss referenstemperatur $\Theta_0$ antas reaktionshastigheten vara noll. Då gäller

$$V_\Theta = A(\Theta - \Theta_0) \qquad (1)$$

där A är en konstant som beror på cementets "snabbhet" medan konstanten $\Theta_0$ är i stort sett oberoende av cementsorten så länge man arbetar med normala portlandcement.

Vid $\Theta = +20°C$ gäller

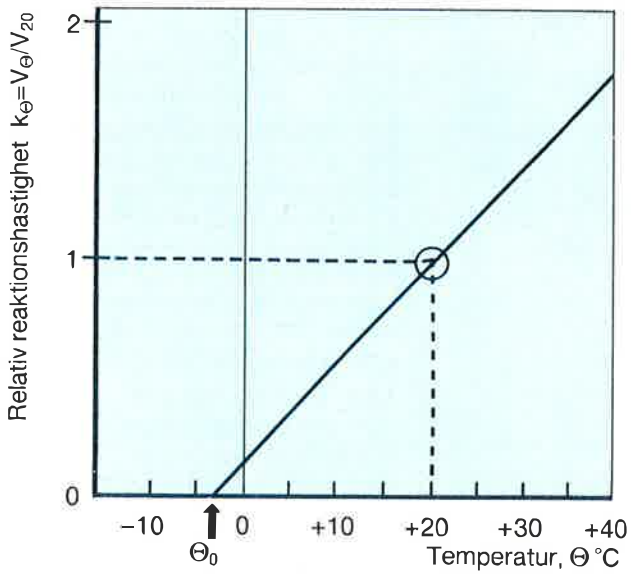
$$V_{20} = A(20 - \Theta_0) \qquad (2)$$




*Figur 1.*

Den *relativa* reaktionshastigheten $k_\Theta$ dvs reaktionshastigheten vid temperaturen $\Theta$ relativt reaktionshastigheten vid temperaturen +20°C fås genom att dividera ekv (1) med ekv (2)

$$k_\Theta = \frac{V_\Theta}{V_{20}} = \frac{\Theta - \Theta_0}{20 - \Theta_0} \qquad (3)$$




*Figur 2.*

"Cementsnabbhetskonstanten" A försvinner alltså när den relativa hastigheten beräknas.

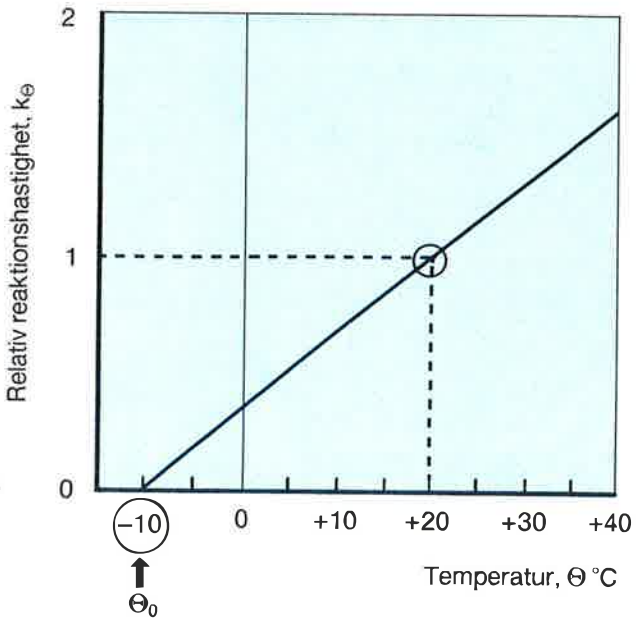
Normalt sätts referenstemperaturen $\Theta_0 = -10°C$. Då fås

$$k_\Theta = \frac{\Theta + 10}{30} \qquad (4)$$

Detta är den definition av reaktionshastigheten som ligger bakom TT-faktorn. TT-faktorn definieras nämligen på följande sätt

$$TT = (\Theta + 10) \cdot t \qquad (5)$$

där t är den tid (tim) under vilken betongtemperaturen varit $\Theta$°C.




*Figur 3.*

# -Arrheniusfunktionen. Cementets reaktionshastighet- ökar progressivt med ökande temperatur.

Experiment visar att reaktionshastigheten ökar progressivt med ökande temperatur. Ofta beskrivs reaktionshastigheten med den s k *Arrheniusfunktionen*, vilken gäller för s k "termiskt aktiverade processer".

Den absoluta reaktionshastigheten beskrivs då på följande sätt.

$$V_\Theta = B \cdot e^{-\frac{E}{RT}} \qquad (6)$$

där B är en konstant som beror på cementets snabbhet (jfr konstanten A i ekv (1)). E är den s k aktiveringsenergin i J/mol. R är allmänna gaskonstanten dvs 8,314 J/mol · grad Kelvin och T är absoluta temperaturen grad Kelvin.

$$T = 273 + \Theta \qquad (7)$$

Ofta slås E/R ihop till en konstant $T_0$ som får sorten °K. $T_0$ kan kalls en "aktiveringstemperatur". Ekv (6) kan då skrivas

$$V_\Theta = B \cdot e^{-\frac{T_0}{273+\Theta}} \qquad (8)$$

Denna ekvation är den direkta motsvarigheten till ekv (1) men som till skillnad från denna ger ett *krökt* samband.

Konstanten B i ekv (8) motsvarar A i ekv (1) medan "aktiveringstemperaturen" $T_0$ i ekv (8) motsvarar "referenstemperaturen" $\Theta_0$ i ekv (1).

Vid $\Theta = +20°C$ gäller

$$V_{20} = B \cdot e^{-\frac{T_0}{293}} \qquad (9)$$

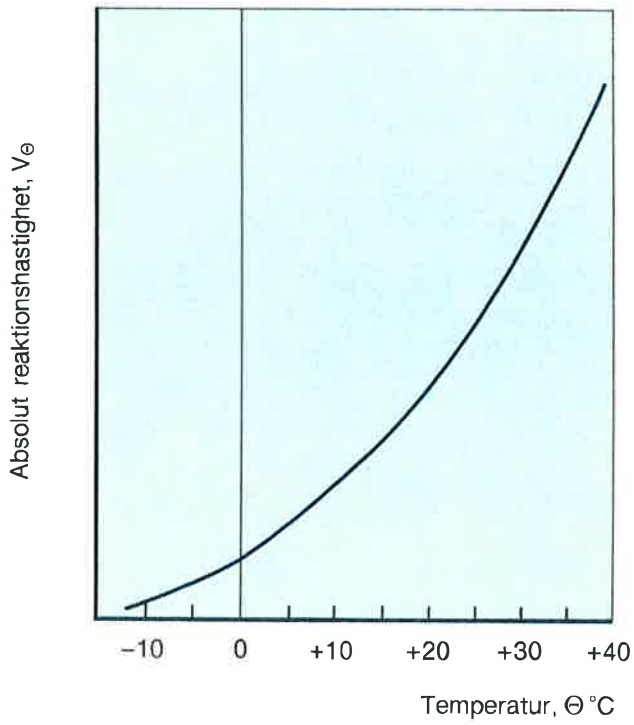
Den *relativa* reaktionshastigheten $k_\Theta$ fås genom division av ekv (8) med ekv (9)

$$k_\Theta = \frac{V_\Theta}{V_{20}} = \frac{e^{-\frac{T_0}{273+\Theta}}}{e^{-\frac{T_0}{293}}} \qquad (10)$$

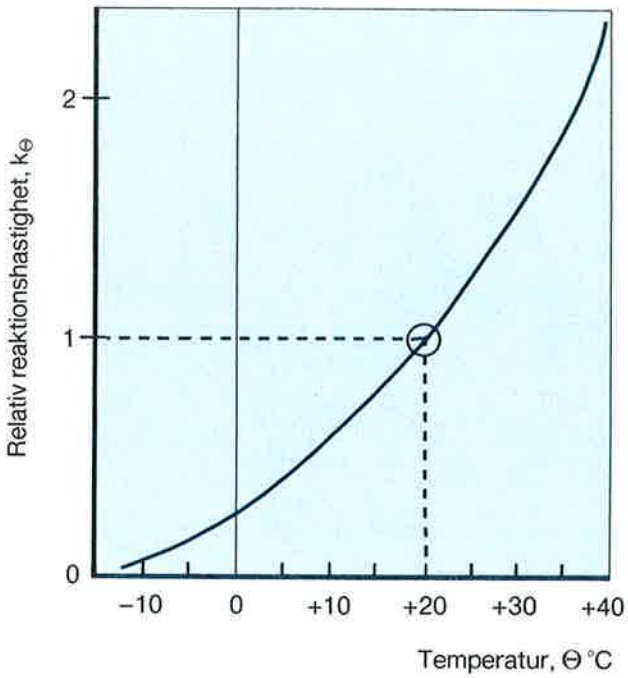
dvs efter hyfsning av uttrycket fås

$$\boxed{k_\Theta = e^{T_0\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{273+\Theta}\right)}} \qquad (11)$$

Ekv (11) är den direkta motsvarigheten till ekv (3) men sambandet är nu något krökt.




*Figur 4.*

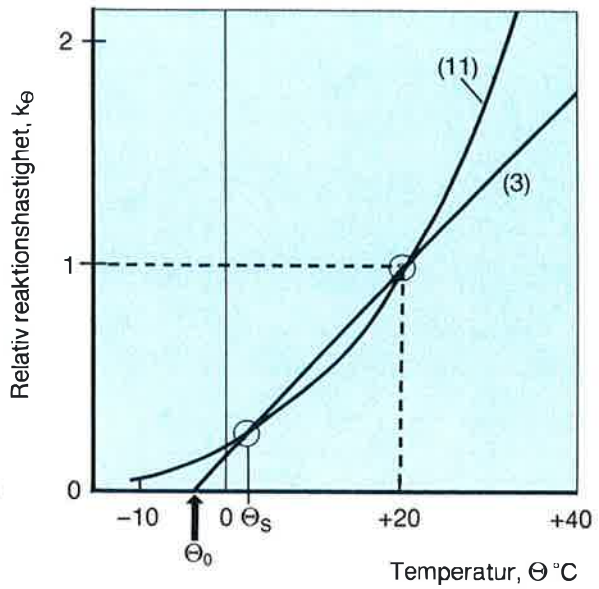



*Figur 5.*

# Samband mellan TT-faktorn och Arrheniusfunktionen.

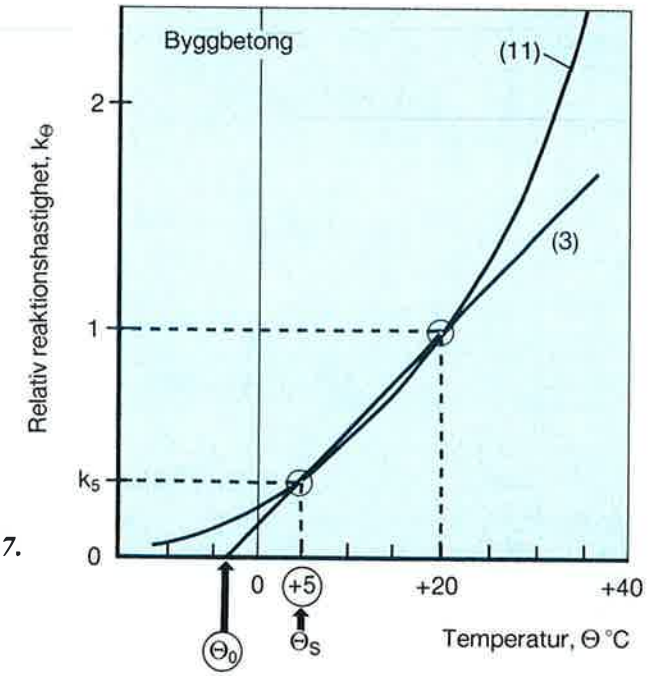
De *relativa* reaktionshastigheterna – relativt +20°C – beskrivs av ekv (3) respektive ekv (11).

Ekv (3) är rätlinjig och ekv (11) är krökt. Man kan därför aldrig få exakt överensstämmelse mellan de båda funktionerna annat än vid två temperaturer varav den ena är +20°C. Bägge funktionerna har då värdet 1. Den andra punkten utgörs av den andra skärningspunkten mellan de båda funktionerna. Genom att välja denna skärningspunkt – vilken inträffar vid temperaturen $\Theta_s$ – på ett lämpligt sätt, beroende på det aktuella temperaturområdet för betongen, kan man få en god överensstämmelse mellan de båda funktionerna. Ekv (11) kommer alltid att ge en riktigare beskrivning av reaktionshastigheten hos betongen än ekv (3) men skillnaden blir liten vid ett riktigt val av $\Theta_s$.




*Figur 6.*

En "*Byggbetong*" har normalt ett temperaturspann mellan 0 och +25°C. Ett lämpligt värde på $\Theta_s$ är +5°C. Avvikelserna mellan ekv (3) och (11) blir då tämligen små.

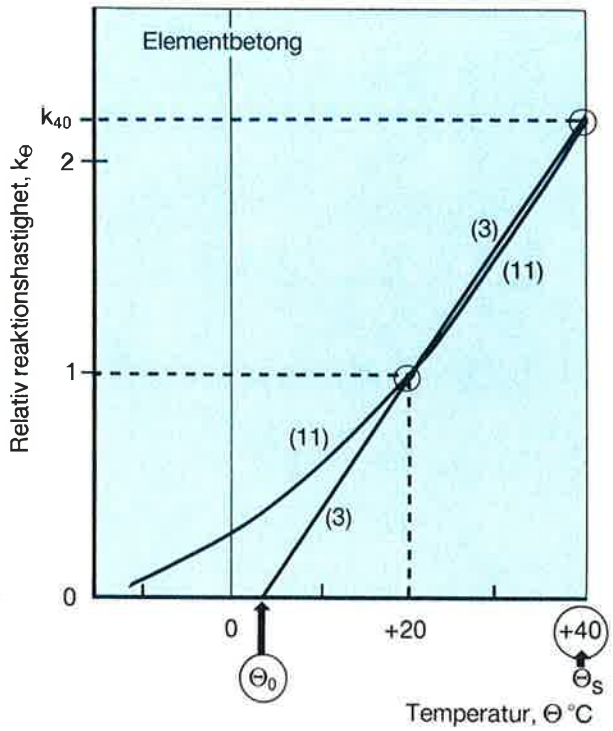



*Figur 7.*

En "*Elementbetong*" har ofta ett temperaturspann mellan +25 och +50°C. Ett lämpligt värde på $\Theta_s$ är då +40°C.

Som framgår av figurerna 7 och 8 innebär en ändring av skärningspunkten $\Theta_s$ att värdet på referenstemperaturen $\Theta_0$ måste ändras. Ekv (11) antas vara riktig över hela temperaturområdet.

Dvs vill man använda ett rätlinjigt reaktionssamband enligt ekv (1) bör referenstemperaturen $\Theta_0$ anpassas till det aktuella temperaturområdet. Ju högre temperaturområde som är aktuellt desto högre värde på $\Theta_0$ skall väljas.




*Figur 8.*

Värdet $\Theta_0$ kan lätt beräknas när konstanten $T_0$ som beskriver cementets *verkliga* temperaturberoende är känd. Vid beräkningen sätts ekv (3) lika med ekv (11) när temperaturen $\Theta$ är lika med den valda skärningspunkten $\Theta_s$ dvs

$$\frac{\Theta_s - \Theta_0}{20 - \Theta_0} = e^{T_0\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{273+\Theta_s}\right)} \qquad (12)$$

Efter hyfsning fås

$$\Theta_0 = \frac{20 \cdot e^{T_0\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{273+\Theta_s}\right)} - \Theta_s}{e^{T_0\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{273+\Theta_s}\right)} - 1} \qquad (13)$$

Denna ekvation ger sambandet mellan de båda temperaturerna $\Theta_0$ och $T_0$.

Ekv (13) utritas i Diagram 1. Olika värden listas i tabellen nedan.

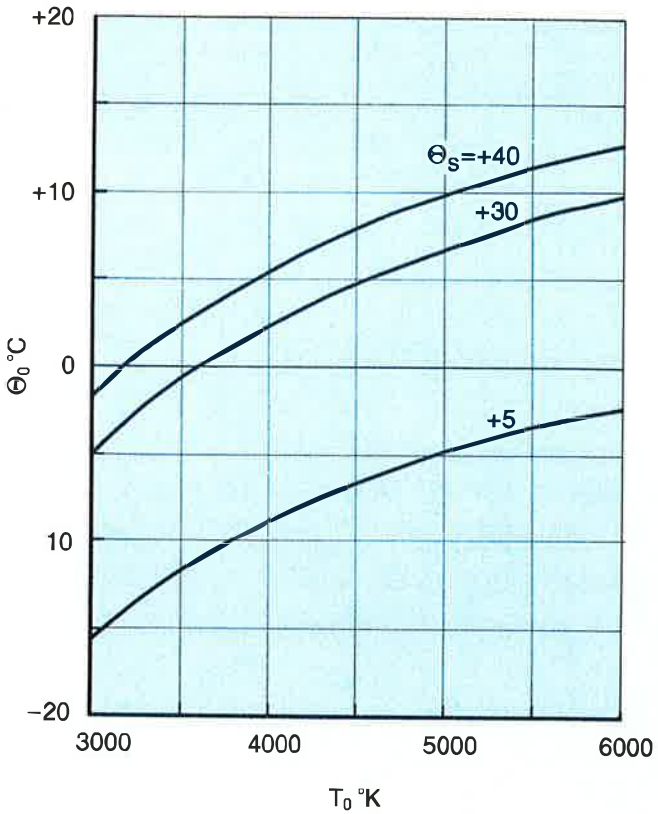



***Diagram 1.*** *Samband mellan "aktiveringstemperatur"* $T_0$ *och referenstemperatur* $\Theta_0$.

*Ekv (13) tabellerad.*

| $\Theta_s$ (°C) | $T_0$ (°K) | $\Theta_0$ (°C) |
|---|---|---|
| +5 | 3000 | −15,4 |
| | 3500 | −11,6 |
| | 4000 | − 8,8 |
| | 4500 | − 6,6 |
| | 5000 | − 4,9 |
| | 5500 | − 3,6 |
| | 6000 | − 2,4 |
| +30 | 3000 | − 4,9 |
| | 3500 | − 0,7 |
| | 4000 | + 2,4 |
| | 4500 | + 4,9 |
| | 5000 | + 6,8 |
| | 5500 | + 8,3 |
| | 6000 | + 9,7 |
| +40 | 3000 | − 1,7 |
| | 3500 | + 2,5 |
| | 4000 | + 5,6 |
| | 4500 | + 8,0 |
| | 5000 | + 9,9 |
| | 5500 | +11,4 |
| | 6000 | +12,6 |

**Exempel 1**: I ett "byggbetongfall" är det lämpligt att använda skärningspunkten $\Theta_s = 5°C$. Cementet antas ha en "aktiveringstemperatur" $T_0$ av 6000°K. Enligt ekv (13) – se Diagram 1 – fås då en referenstemperatur $\Theta_0 = -2{,}4°C$.

Följande båda ekvationer kommer alltså att beskriva betongens hållfasthetstillväxt på i stort sett samma sätt.

$$k_\Theta = \frac{\Theta + 2{,}4}{22{,}4} \qquad (1')$$

$$k_\Theta = e^{6000\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{273+\Theta}\right)} \qquad (11')$$

Att överensstämmelsen är god framgår av det genomräknade exemplet i BILAGAN.

**Exempel 2**: I en "elementbetong" används skärningspunkten +40°C för att få god överensstämmelse mellan den linjära funktionen och Arrheniusfunktionen.

Cementets aktiveringstemperatur är nu lägre vid den högre temperaturnivån – se nästa kapitel.

$T_0 = 3800°K$ väljs.

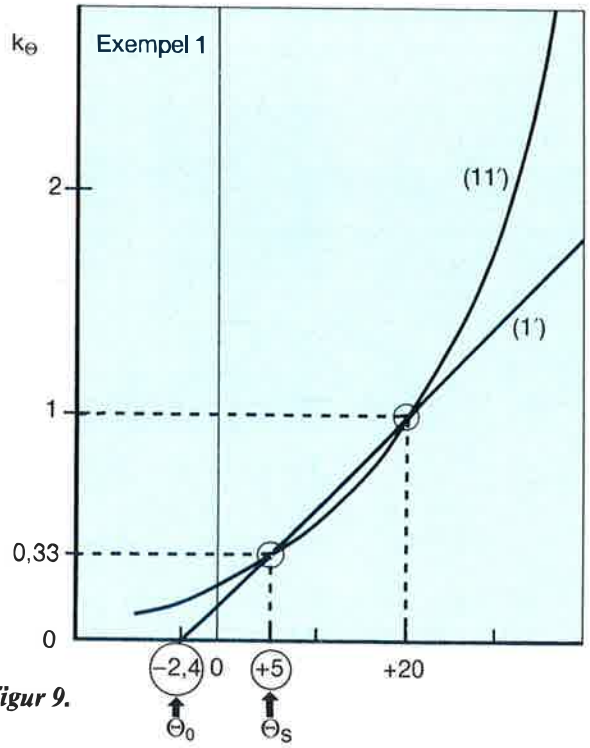
Referenstemperaturen bör då enligt ekv (13) vara $\Theta_0 = +4{,}3°C$ för att den linjära funktionen skall ge ett bra resultat, dvs endera av följande uttryck kan användas

$$k_\Theta = \frac{\Theta - 4{,}3}{15{,}7} \qquad (1'')$$

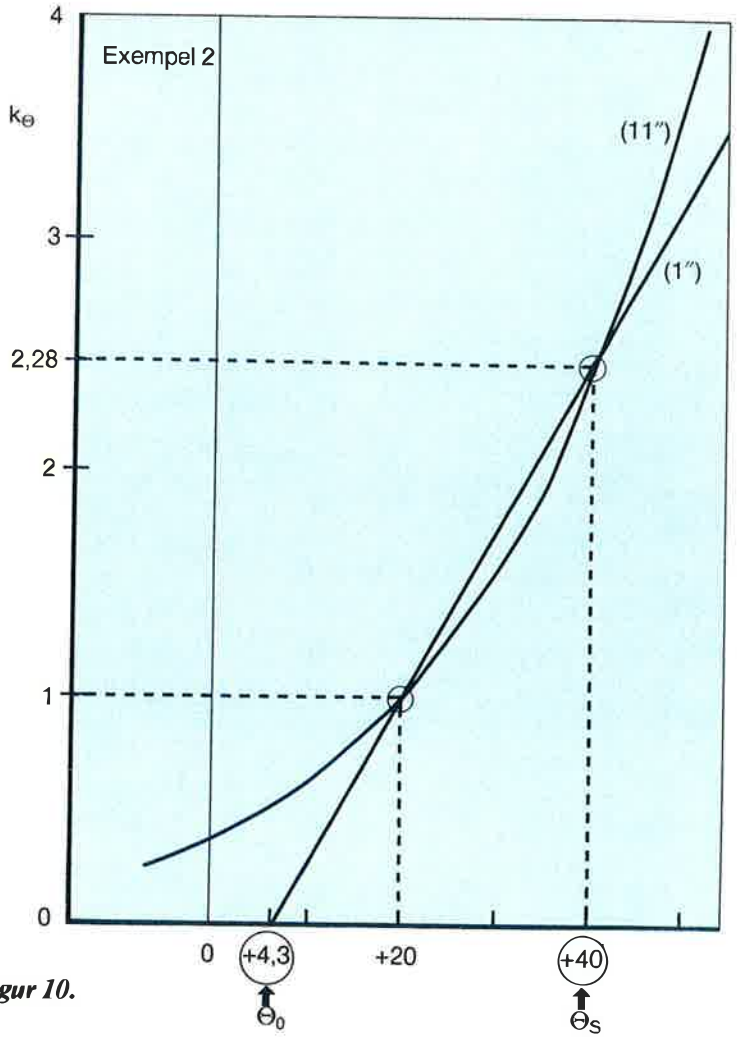
och

$$k_\Theta = e^{3800\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{273+\Theta}\right)} \qquad (11'')$$

Se det genomräknade exemplet i Bilagan.



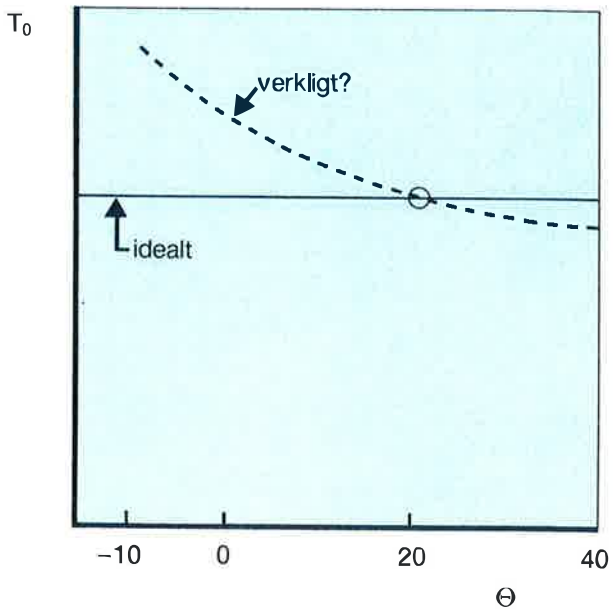

*Figur 9.*




*Figur 10.*

# Är aktiveringsenergin dvs ”aktiverings-temperaturen” verkligen en konstant?

Ovan antogs att aktiveringsenergin E, dvs även aktiveringstemperaturen $T_0 = E/R$, är konstant över hela temperaturområdet. Detta är förutsättningen bakom Arrheniusfunktionen.



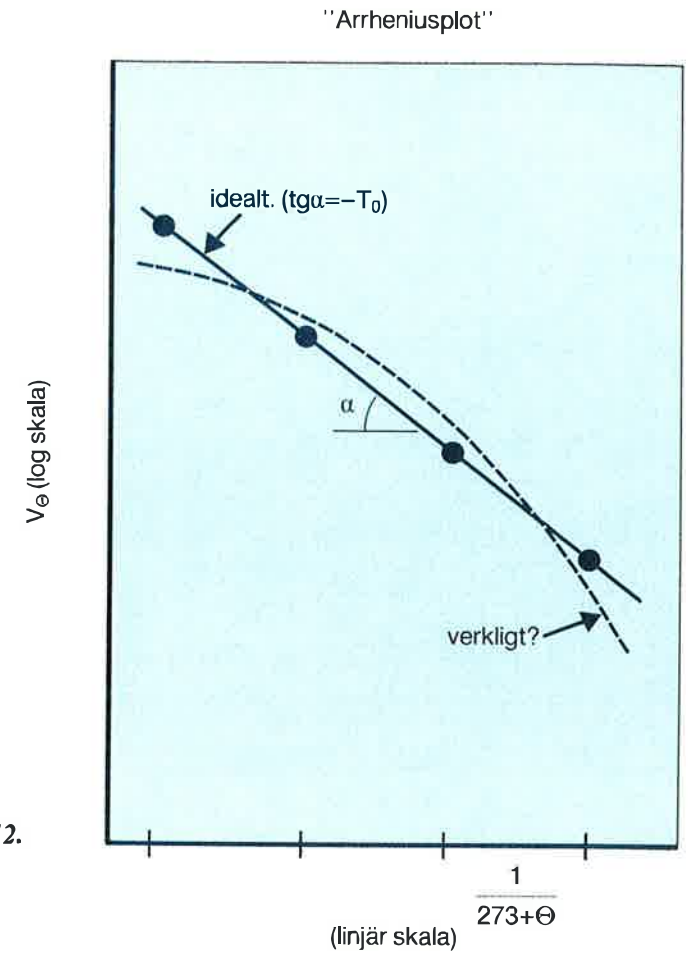

*Figur 11.*

Det är mycket enkelt att kontrollera om E dvs $T_0$ är konstant. Genom logaritmering av ekv (8) fås nämligen

$$\ln V_\Theta = \ln B - \frac{T_0}{273+\Theta} \qquad (8a)$$

dvs om man i ett enkel-logaritmiskt diagram plottar uppmätta *absoluta* reaktionshastigheten $V_\Theta$ mot den reciproka absoluta temperaturen $(273+\Theta)$ skall man få en rät linje med lutningskoefficienten $T_0$.

Avvikelser från en rät linje innebär att $T_0$ är olika vid olika temperaturer. Det aktuella värdet på $T_0$ för en viss temperatur utgörs av tangenten till kurvan vid denna temperatur.

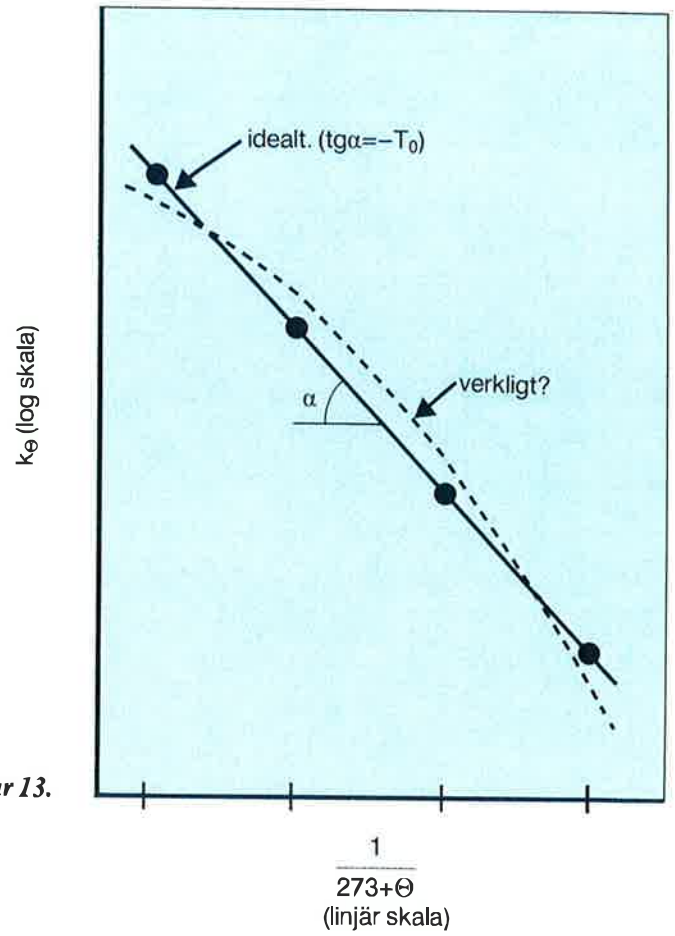



*Figur 12.*

Man kan naturligtvis lika väl plotta *relativa* reaktionshastigheter $k_\Theta$ eftersom logaritmering av ekv (11) ger

$$\ln k_\Theta = \frac{T_0}{293} - \frac{T_0}{273+\Theta} \qquad (11a)$$

Även nu kommer man att få en rät linje i ett enkel-logaritmiskt diagram förutsatt att $T_0$ är konstant.




*Figur 13.*

Normalt baserar man reaktionshastigheten på den hastighet med vilken *hållfastheten* tillväxer. Metoden visas nedan. För våra svenska cement har man vid mätning vid Cemlab fått en kurva som ser ut ungefär som den heldragna kurvan i Diagram 2.

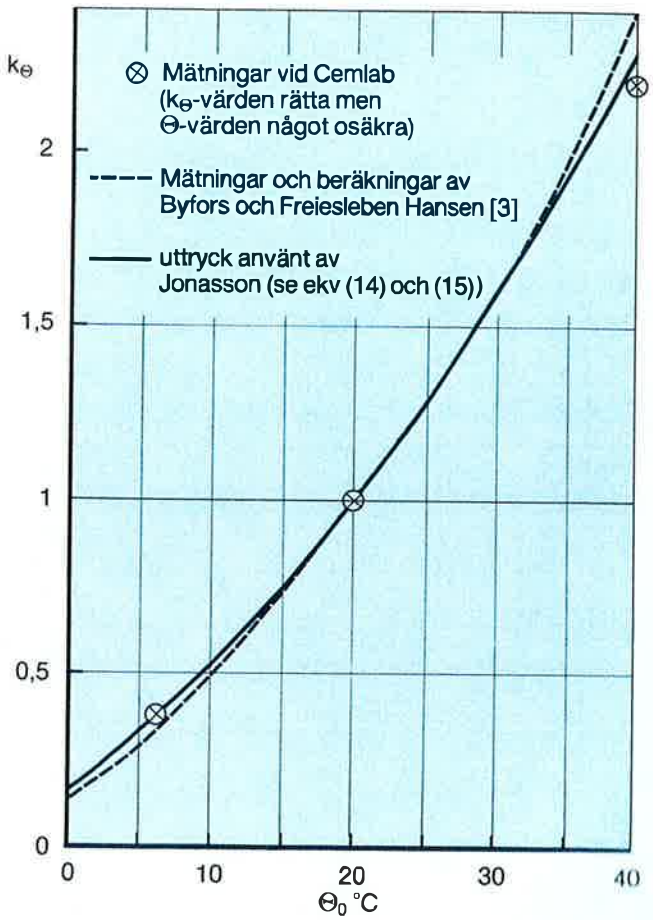



***Diagram 2.*** *Uppmätta relativa reaktionshastigheter för svenska cement. Mätningarna är baserade på hastigheten i hållfasthetstillväxt.*

En Arrheniusplot av data från Diagram 2 visar ett krokigt samband, dvs aktiveringstemperaturen är inte helt konstant; Figur 14.

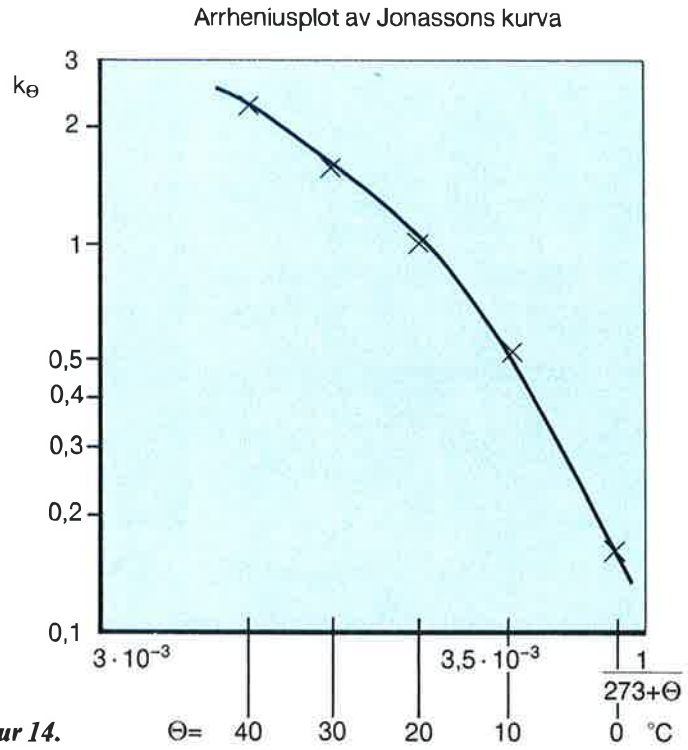
Jonassons kurva [2], som överensstämmer helt med Cementas mätdata – se heldragen kurva i Diagram 2 – baserar sig på en aktiveringstemperatur som har följande temperaturberoende.

$$T_0 = 4600 \left(\frac{30}{\Theta + 10}\right)^{0,39} \qquad (14)$$

Insätts värdena från denna ekvation i ekv (11) fås den heldragna kurvan i Diagram 2 direkt.

OBS! Jonassons kurva kan approximeras med följande enkla uttryck

$$k_\Theta = \left(\frac{\Theta + 10}{30}\right)^{1,6} \qquad (15)$$




*Figur 14.*

Jonassons aktiveringstemperaturer enligt ekv (14) har utritats i Diagram 3.

Freiesleben Hansen i Danmark och Byfors använder sig av ett annat uttryck för aktiveringstemperaturen [3].

$$\Theta \geqslant 20°C;\ T_0 = 4030°K$$
$$\Theta \leqslant 20°C;\ T_0 = 4030 + 176\,(20 - \Theta) \qquad (16)$$

Detta uttryck har utritats i Diagram 3. Avvikelsen mellan de båda uttrycken är inte särskilt stor. Jonassons uttryck ger dock något högre reaktionshastighet vid temperaturer $< +15°C$ och något lägre reaktionshastighet vid temperaturer $> +30°C$; se Diagram 2.

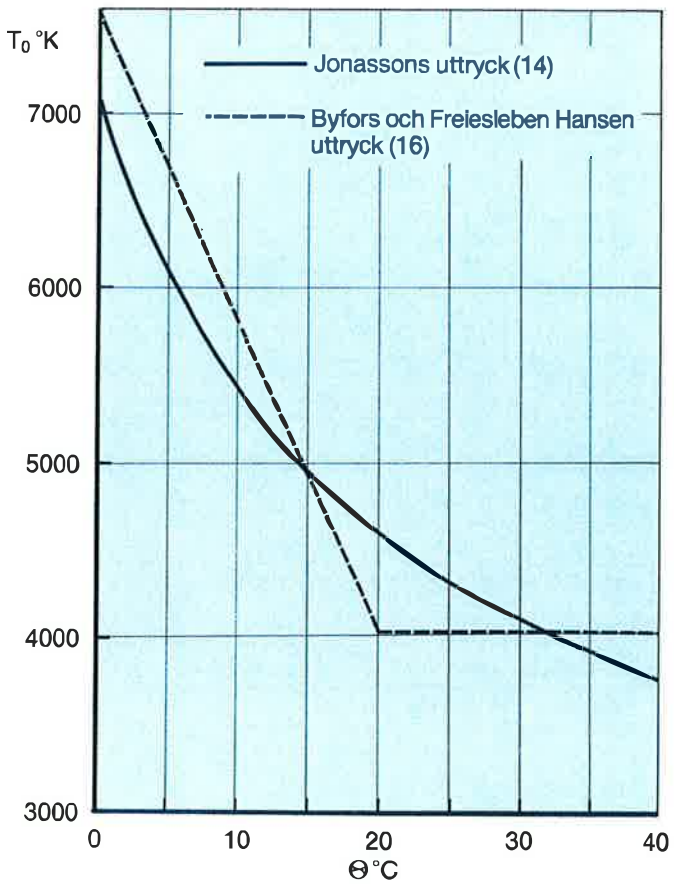


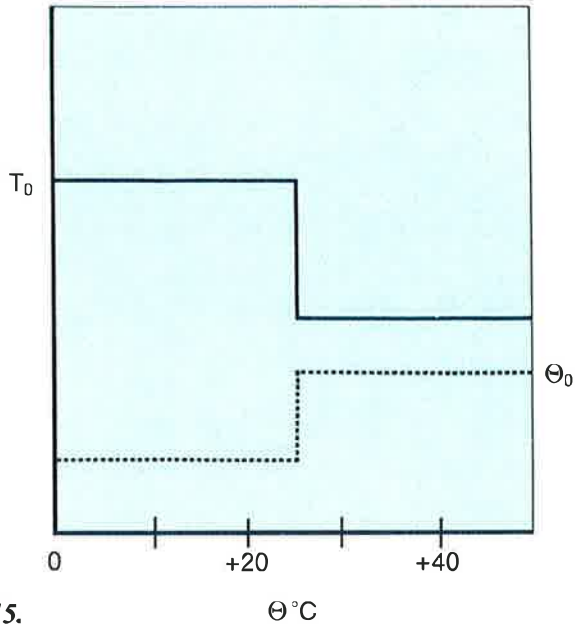

***Diagram 3.*** *Aktiveringstemperatur enligt Jonasson respektive Byfors.*

# Lämpliga konstanter för svenska cement i normala betonger.

Att arbeta med variabla värden på $T_0$ och därmed på $\Theta_0$ är opraktiskt. Inte heller mognadsgradsmätare som idag saluförs tillåter annat än konstanta värden på dessa koefficienter.

Det är därför lämpligt att försöka finna konstanta värden på $T_0$ vilka täcker så stort temperaturintervall som möjligt.

I princip borde $T_0$ dessutom anpassas exakt till den aktuella betongblandningen. Metoden att göra detta beskrivs nedan. För våra vanliga cement använda i normala betonger med vanliga tillsatsmedel anses dock Jonassons kurva – se ovan – gälla.




*Figur 15.*

Värdet på $T_0$ blir då beroende på inom vilket temperaturintervall man mäter. Vi skiljer på "*Byggbetong*" (intervall 0°C till +25°C) och "*Elementbetong*" (intervall +25°C till +50°C).

Följande konstanta värden antas gälla:

| | |
|---|---|
| **"Byggbetong"** | (anpassning till +5°C i Jonassons kurva) |
| $T_0 = 6000°K$ | |
| **"Elementbetong"** | (anpassning till +40°C i Jonassons kurva) |
| $T_0 = 3800°K$ | |

Detta innebär att följande värden på referenstemperaturen $\Theta_0$ gäller (se ekv 13).

| | |
|---|---|
| **"Byggbetong"** | ($\Theta_s = +5°C$) |
| $\Theta_0 = -2{,}4°C$ | |
| **"Elementbetong"** | ($\Theta_s = +40°C$) |
| $\Theta_0 = +4{,}3°C$ | |

Relativa reaktionshastigheter $k_\Theta$ baserade på dessa värden har plottats i Diagram 4.

Som synes kan man använda konstanta värden på $T_0$ och $\Theta_0$ utan att alltför stora avvikelser från den "sanna kurvan" uppstår.

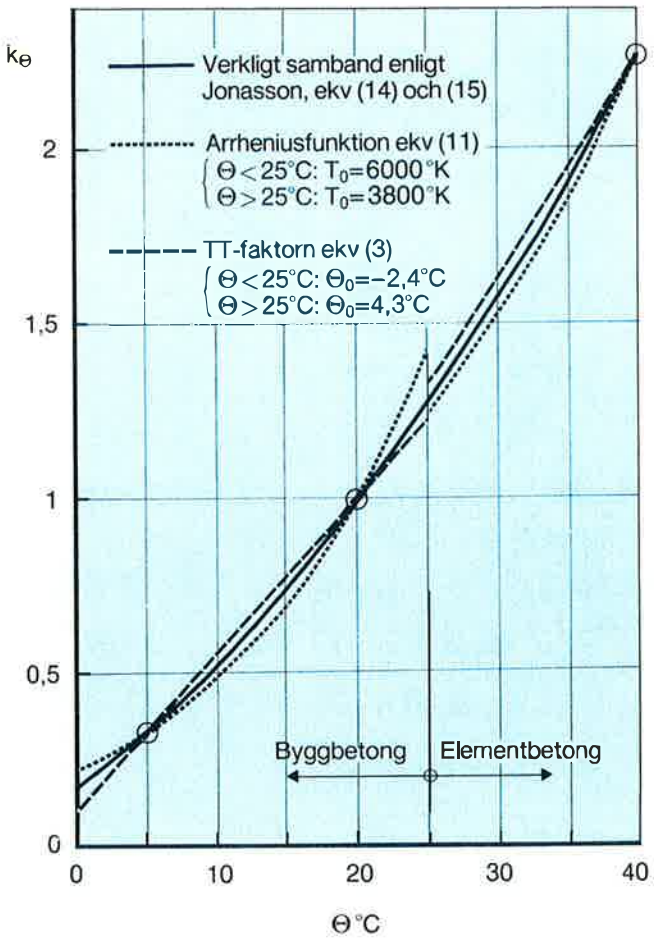


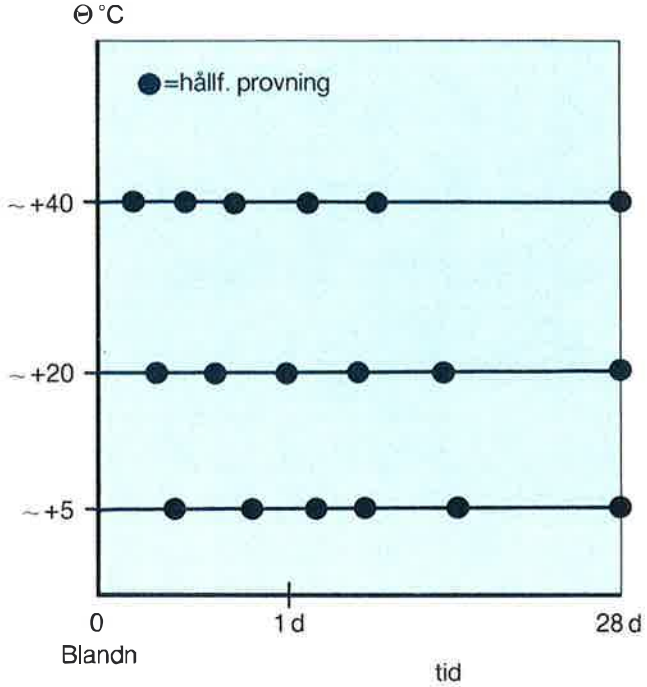

***Diagram 4.*** *Relativa reaktionshastigheter när konstanta värden på* $T_0$ *och* $\Theta_0$ *använts (vid +25°C ändras värdena).*

# Experimentell bestämning av relativa reaktionshastigheter $k_\Theta$ samt av $T_0$ och $\Theta_0$.

Reaktionshastigheten antas vara direkt proportionell mot hastigheten i hållfasthetstillväxt.

Ett antal kuber av en och samma betongtyp härdas vid tre eller fler olika konstanta temperaturer; t ex +5, +20 och +40°C. Temperaturen mäts i någon provkropp vid varje temperaturnivå.

Efter olika lång tid – oftast under de första dygnen, mera glest när betongen är äldre – görs hållfasthetsprovning. Varje gång testas två, eller helst tre kuber.




*Figur 16.*

Hållfasthetskurvorna ritas upp. Erforderlig tid t för att nå vissa konstanta hållfastheter f bestäms grafiskt.

Relativa reaktionshastigheten $k_\Theta$ fås sedan enkelt ur

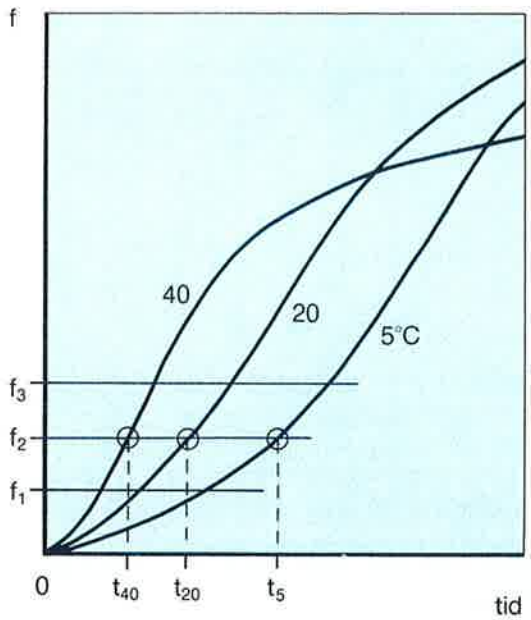
$$k_\Theta = \frac{t_{20}}{t_\Theta} \qquad (17)$$

där $t_\Theta$ är erforderlig tid vid Θ°C.

Då gäller t ex

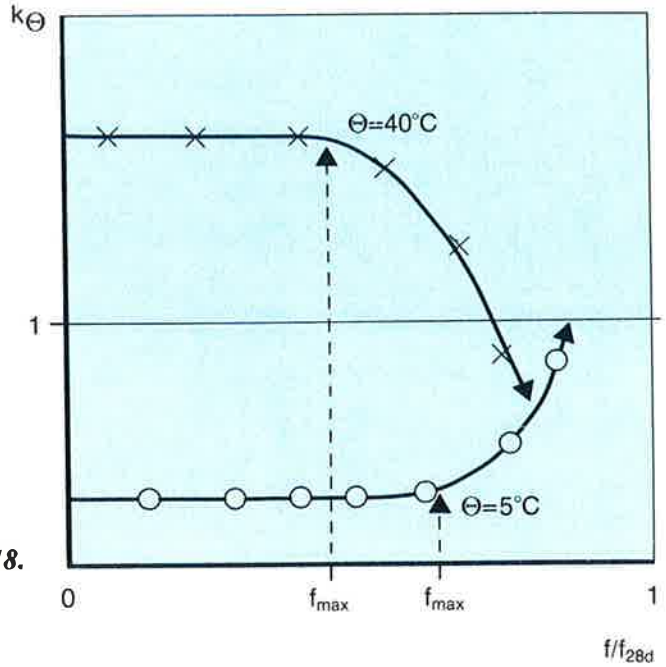
$$k_5 = \frac{t_{20}}{t_5} \qquad (17')$$

$$k_{40} = \frac{t_{20}}{t_{40}} \qquad (17'')$$




*Figur 17.*

Man kan bara utnyttja hållfastheter upp till en viss nivå $f_{max}$. Vid alltför höga hållfastheter fås inte längre konstanta värden på $k_\Theta$. Detta är ett tecken på att andra faktorer än tid–temperaturfaktorn spelar roll för hållfastheten. Mognadsgradsbegreppet går då inte att använda.




*Figur 18.*

När $k_\Theta$-värdena bestämts kan aktiveringsenergin $T_0$ lätt beräknas ur ekv (11). Den får följande värden.

**"Byggbetong"** (ur $k_5$)

$$T_0 = \frac{\ln k_5}{\frac{1}{293} - \frac{1}{278}} = -5430 \cdot \ln k_5 \qquad (18')$$

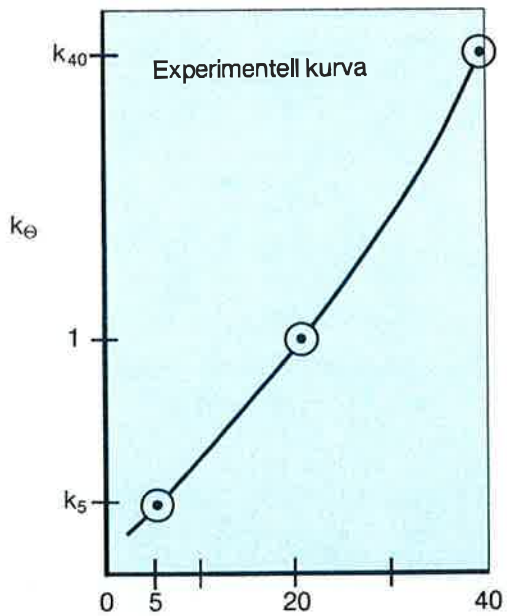
**"Elementbetong"** (ur $k_{40}$)

$$T_0 = \frac{\ln k_{40}}{\frac{1}{293} - \frac{1}{313}} = -4585 \cdot \ln k_{40} \qquad (18'')$$

Därefter beräknas de mot $T_0$ samhörande värdena $\Theta_0$ ur ekv (13). Man måste då även välja ett värde på skärningspunkten $\Theta_s$ – se Figur 7 och 8.

Följande värden på $\Theta_s$ kan användas:

- För "Byggbetong": $\Theta_s = +5°C$
- För "Elementbetong": $\Theta_s = +40°C$




*Figur 19.*

# Beräkning av ekvivalent härdningstid $t_{20}$.

Mognadsåldern eller den ekvivalenta härdningstiden $t_{20}$ är den härdningstid som vid en konstant härdningstemperatur av + 20°C skulle ha gett exakt samma hållfasthet som den verkliga hålfastheten. Dvs

$$t_{20} = k_{\Theta} \cdot t \qquad (19)$$

där t är den verkliga tiden och $k_{\Theta}$ är cementets relativa reaktionshastighet under denna tid.

I verkligheten varierar temperaturen och därmed reaktionshastigheten. Man delar därför in tiden i tidsintervall och mognadsåldern beräknas ur följande uttryck

$$t_{20} = \Sigma k_{\Theta} \cdot \Delta t \qquad (19a)$$

där $k_{\Theta}$ är reaktionshastigheten under tidsintervallet $\Delta t$. Värden på $k_{\Theta}$ fås ur ekv (3) resp ekv (11).

När rätt värden på $\Theta_0$ respektive $T_0$ insatts i ekv (3) respektive (11) fås "mognadsåldern" eller den ekvivalenta härdningstiden ur följande uttryck

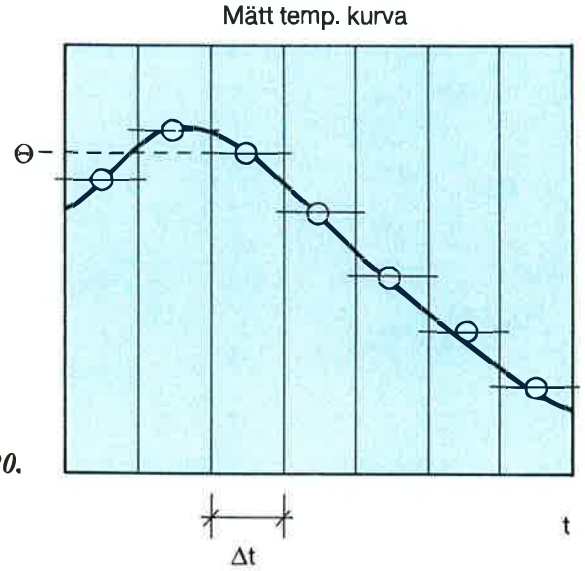
$$t_{20} = \Sigma \frac{(\Theta - \Theta_0)}{20 - \Theta_0} \Delta t \qquad (20)$$

och

$$t_{20} = \Sigma e^{T_0 \left( \frac{1}{293} - \frac{1}{273 + \Theta} \right)} \cdot \Delta t \qquad (21)$$

där $\Theta$ är den temperatur som råder under intervallet $\Delta t$.

Om värden $T_0$ och $\Theta_0$ är samstämda i enlighet med ekv (13) skall de båda mognadsåldrarna bli i stort sett lika stora. Beräkningexempel ges i BILAGAN.




*Figur 20.*

# Automatiska mognadsgradsmätare – korrigering av mätvärdet.

Automatiska mognadsgradsmätare ger ett direkt värde på mognadsåldern $t_{20}$. Alternativt ger de ett värde på TT-faktorn.

Dessa automatiska mognadsgradsmätare är baserade på *fixa värden* på referenstemperaturen $\Theta_0$ respektive $T_0$.

**(a) Mognadsgradsmätare baserad på TT-faktorn med $\Theta_0 = -10°C$**

T ex Cementa Mognadsmätare Modell 1101.

Mätaren registrerar den summerade TT-faktorn dvs

$$TT = \Sigma(\Theta + 10) \cdot \Delta t \, (\text{grad} \cdot \text{tim}) \qquad (22)$$

Ibland fås även mognadsåldern direkt på mätaren. Man kan även lätt beräkna mognadsåldern genom att i enlighet med ekv (20) dividera uppmätt TT-faktor med $20 - \Theta_0 = 30$.

$$t_{20}' = \frac{TT}{30} \qquad (20')$$

Primtecknet över $t_{20}$ markerar att värdet är behäftat med ett visst fel, vilket beror på att $\Theta_0 = -10°C$ inte gäller för svenska cement. Man kan lätt göra en korrektion med en metod som nu skall härledas.

TT-faktorn kan även skrivas

$$TT = (\bar{\Theta} + 10) \cdot t_{mätt} \qquad (23)$$

där $\bar{\Theta}$ är medeltemperaturen över den totala mättiden som är $t_{mätt}$.

Låt oss nu anta en verklig referenstemperatur $\Theta_0$ vilken är skiljd från $-10°C$. Då gäller enligt ekv (3).

$$\bar{k}_\Theta = \frac{\bar{\Theta} - \Theta_0}{20 - \Theta_0} \qquad (3')$$

där $\bar{k}_\Theta$ är reaktionshastighetens medelvärde under mättiden.

Den verkliga mognadsåldern blir enligt ekv (20)

$$t_{20} = \frac{\bar{\Theta} - \Theta_0}{20 - \Theta_0} \cdot t_{mätt} \qquad (20'')$$

Kombination av ekv (23) och (20″) och eliminering av $\bar{\Theta}$ ger

$$\boxed{t_{20} = \frac{TT - (10 + \Theta_0) \cdot t_{mätt}}{20 - \Theta_0}} \qquad (24)$$

där TT är *det värde som redovisas av mognadsmätaren.*

Insättning av ekv (20′) i (24) ger

$$\boxed{t_{20} = \frac{30 \cdot t_{20}' - (10 + \Theta_0) \cdot t_{mätt}}{20 - \Theta_0}} \qquad (25)$$

*Cementa Mognadsmätare modell 1101*

där $t_{20}'$ *är det värde som redovisas av mognadsmätaren.*

Enligt kapitel "Lämpliga konstanter för svenska cement i normala betonger." kan följande värde på $\Theta_0$ användas.

- "Byggbetong": $\Theta_0 = -2{,}4°C$
- "Elementbetong": $\Theta_0 = +4{,}3°C$

Då gäller följande korrektionssamband:

- **Byggbetong:** (0°C till +25°C)

$$t_{20} = \frac{TT - 7{,}6\, t_{mätt}}{22{,}4}$$

$$t_{20} = \frac{30 \cdot t_{20}' - 7{,}6\, t_{mätt}}{22{,}4}$$

- **Elementbetong:** (+25°C till +50°C)

$$t_{20} = \frac{TT - 14{,}3\, t_{mätt}}{15{,}7}$$

$$t_{20} = \frac{30 \cdot t_{20}' - 14{,}3\, t_{mätt}}{15{,}7}$$

(b) **Mognadsgradsmätare baserad på Arrheniusfunktionen**

T ex Cementa Mognadsmätare Modell 4101.

Inprogrammerd aktiveringstemperatur antas vara $T_0'$ vilken skiljer sig från det sanna värdet $T_0$.

*Uppmätt, felaktig,* mognadsålder är enligt ekv (21)

$$t_{20}' = e^{T_0'\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{273-\bar{\Theta}}\right)} \cdot t_{mätt} \qquad (21')$$

där $\bar{\Theta}$ är medeltemperaturen under mättiden $t_{mätt}$.

Medeltemperaturen kan beräknas ur ekv (21')

$$\bar{\Theta} = \frac{293}{1 + \frac{293}{T_0'}(\ln t_{mätt} - \ln t_{20}')} - 273 \qquad (26)$$

Verklig mognadsålder är

$$t_{20} = e^{T_0\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{273-\bar{\Theta}}\right)} \cdot t_{mätt} \qquad (21'')$$

Eliminering av $\bar{\Theta}$ ur de båda ekvationerna ger

$$t_{20} = t_{mätt}^{\left(1 - \frac{T_0}{T_0'}\right)} \cdot t_{20}'^{\frac{T_0}{T_0'}} \qquad (27)$$

där $t_{20}'$ är det värde som anges av mognadsmätaren.

Enligt kapitel "Lämpliga konstanter för svenska cement i normala betonger." kan följande värden på $T_0$ användas.

- "Byggbetong": $T_0 \approx 6000°K$
- "Elementbetong": $T_0 \approx 3800°K$

**Exempel:**

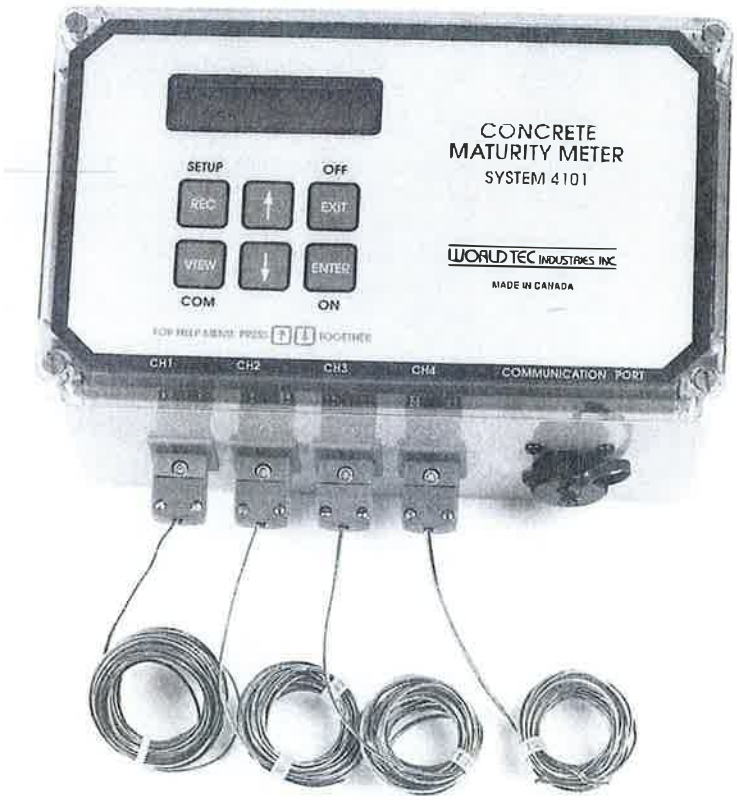
- Mognadsgradsmätaren ger TT = 1440 grad · tim
- Mättiden = 80 tim. Då är medeltemperaturen enligt ekv (23): $\bar{\Theta} = +8{,}0°C$ dvs "byggbetongfallet" gäller.

$$t_{20} = \frac{1440 - 7{,}6 \cdot 80}{22{,}4} = 37{,}1 \text{ tim}$$

Det ur TT-faktorn direkt beräknade värdet

$$t_{20}' = \frac{1440}{30} = 48 \text{ tim}$$

*Felet är således stort!*




*Cementa Mognadsmätare modell 4101*

**Exempel**

- En mognadsgradsmätare är baserad på aktiveringstemperatur $T_0' = 4000°K$
- Avläst mognadsålder $t_{20}' = 56$ tim
- Mättiden är 110 tim

Enligt ekv (26) är medeltemperaturen = +6,2°C dvs "Byggbetongfallet" gäller dvs $T_0 = 6000°K$.

Enligt ekv (27) är verklig mognadsålder $t_{20} = 40$ tim.

*Felet är således stort!*

# Sammanfattning

För att man skall kunna bestämma hållfastheten hos en betong med hjälp av den s k tendenskurvan över hållfasthetstillväxt vid +20°C måste den s k mognadsåldern vara känd. Metoden att använda mognadsålder och tendenskurvor visas i rapport [1].

"Mognadsåldern" eller den "ekvivalenta härdningstiden" $t_{20}$ beräknas ur ekvationen

$$t_{20} = \Sigma\, k_\Theta \cdot \Delta t$$

där $k_\Theta$ är cementets relativa reaktionshastighet vid temperaturen $\Theta$ vilken är temperaturen under tidsintervallet $\Delta t$. Med "relativ reaktionshastighet" avses hastigheten relativt den som råder vid + 20°C.

Följaktligen måste funktion $k_\Theta$ dvs cementets relativa reaktionshastighet som funktion av temperaturen vara känd. Det finns nu tre möjligheter.

Alt 1: Experimentella värden på $k_\Theta$ används. Se Diagram 2.

Alt 2: $k_\Theta$ antas vara linjärt beroende av temperaturen. Detta är förutsättningen bakom den s k TT-faktorn; se ekv (3) ovan. I ekvationen ingår en konstant $\Theta_0$ den s k referenstemperaturen där reaktionshastigheten är noll.

Alt 3: $k_\Theta$ antas följa en s k Arrheniusfunktion, dvs reaktionshastigheten ökar progressivt med ökande temperatur; se ekv (11) ovan. I ekvationen ingår en konstant $T_0$, den s k aktiveringstemperaturen.

*Alt 1* är alltid användbar men förutsätter manuell beräkning av mognadsåldern.

*Alt 2* och *3* kan användas under förutsättning av att "konstanterna" $\Theta_0$ och $T_0$ anpassas till det aktuella temperaturområdet. Man kan tyvärr inte använda generella värden. I rapporten visas dock att konstanta värden kan användas över tämligen stora intervall (ca 25°C) utan att alltför stora fel uppstår. Man kan lämpligen skilja på två huvudtyper av betong vilka vardera har sina samhörande värden på $\Theta_0$ och $T_0$.

"Byggbetong": Temperaturintervall 0°C till + 25°C

$$\begin{cases} \Theta_0 \approx -2{,}4°C \\ T_0 \approx 6000°K \end{cases}$$

"Elementbetong": Temperaturintervall + 25°C till + 50°C

$$\begin{cases} \Theta_0 = +4{,}3°C \\ T_0 = 3800°K \end{cases}$$

Konstanterna $\Theta_0$ och $T_0$ kan inte väljas oberoende av varandra utan den ena måste härledas ur den andra; se ekv (13). Gör man en sådan anpassning spelar det mycket liten roll om TT-faktorn eller Arrheniusfunktionen används vid beräkning av mognadsåldern.

I *automatiska mognadsgradsmätare* ingår alltid konstanten $\Theta_0$ eller konstanten $T_0$ beroende på om mätaren är baserad på TT-faktorn eller på Arrheniusfunktionen. Det är viktigt att man "inprogrammerar" rätt värde på dessa konstanter innan mätaren används. Hänsyn skall då tas till det aktuella temperaturområdet för betongen.

Ibland har automatiska mätare *fixa* värden på konstanterna $\Theta_0$ respektive $T_0$, t ex −10°C resp 5000°K. Detta leder till felbedömningar i vissa temperaturområden. I rapporten visas hur ett sådant fel kan korrigeras i efterhand; se kapitel "Automatiska mognadsmätare".

# Referenser


[1] *G Fagerlund*: Vinterbetong – en översikt. Cementa 1988.

[2] *J-E Jonasson*: "HETT" – ett datorprogram för beräkning av hållfasthet, ekvivalent tid och temperatur för betonggjutning. CBI 1987.

[3] *J Byfors*: Plain concrete at early ages. CBI Forskning Fo3 : 80, 1980.

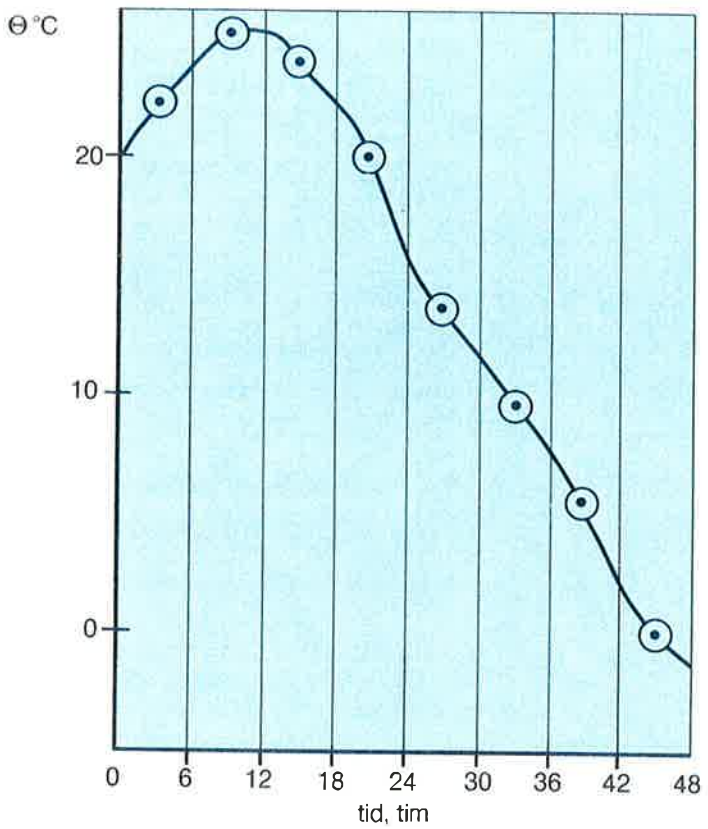
# BILAGA: Beräkningsexempel

**Exempel 1: "Byggbetong"**
Temperaturkurvan i vidstående figur har uppmätts. Tiden delas in i 6-tim intervall.

Följande värden antas gälla:

- $k_\Theta$-kurva enligt Jonasson – se ovan ekv (15)
- $T_0 = 6000°K$
- $\Theta_0 = -2{,}4°C$

Enligt vad som visas ovan skall dessa materialdata vara relativt väl samordnade.




**(a) Beräkning direkt ur $k_\Theta$-kurvan**

$$t_{20} = \Sigma k_\Theta \cdot \Delta t$$

$t_{20} = 38$ tim

| Tid | Θ | $k_\Theta$ | $k_\Theta \cdot \Delta t$ |
|---|---|---|---|
| 0–6 | +22 | 1,10 | 6,60 |
| 6–12 | +25 | 1,27 | 7,62 |
| 12–18 | +24 | 1,21 | 7,26 |
| 18–24 | +20 | 1,00 | 6,00 |
| 24–30 | +14 | 0,70 | 4,20 |
| 30–36 | +10 | 0,52 | 3,12 |
| 36–42 | + 6 | 0,37 | 2,22 |
| 42–48 | 0 | 0,17 | 1,02 |
| | | Σ | 38,0 |

**(b) Beräkning med Arrheniusfunktion. $T_0 = 6000°K$.**

$$t_{20} = \Sigma e^{6000\left\{\frac{1}{293} - \frac{1}{273+\Theta}\right\}} \cdot \Delta t$$

$t_{20} = 39{,}6$ tim

| Tid | Θ | $k_\Theta$ | $k_\Theta \cdot \Delta t$ |
|---|---|---|---|
| 0–6 | +22 | 1,15 | 6,90 |
| 6–12 | +25 | 1,41 | 8,46 |
| 12–18 | +24 | 1,32 | 7,92 |
| 18–24 | +20 | 1,00 | 6,00 |
| 24–30 | +14 | 0,65 | 3,90 |
| 30–36 | +10 | 0,49 | 2,94 |
| 36–42 | + 6 | 0,36 | 2,16 |
| 42–48 | 0 | 0,22 | 1,32 |
| | | Σ | 39,6 |

(Denna beräkning sker automatiskt med Cementas nya mognadsmätare modell 4101.)

**(c) Beräkning med TT-faktor. $\Theta_0 = -2{,}4°C$**

$$t_{20} = \Sigma \frac{\Theta + 2{,}4}{22{,}4} \cdot \Delta t$$

$t_{20} = 37{,}6$ tim

| Tid | Θ | $k_\Theta$ | $k_\Theta \cdot \Delta t$ |
|---|---|---|---|
| 0–6 | +22 | 1,09 | 6,54 |
| 6–12 | +25 | 1,22 | 7,32 |
| 12–18 | +24 | 1,18 | 7,08 |
| 18–24 | +20 | 1,00 | 6,00 |
| 24–30 | +14 | 0,73 | 4,38 |
| 30–36 | +10 | 0,55 | 3,30 |
| 36–42 | + 6 | 0,38 | 2,28 |
| 42–48 | 0 | 0,11 | 0,66 |
| | | Σ | 37,6 |

(Denna beräkning sker automatiskt med Cementas nya mognadsmätare modell 4101.)

Skillnaden mellan de tre beräkningarna är mycket liten.

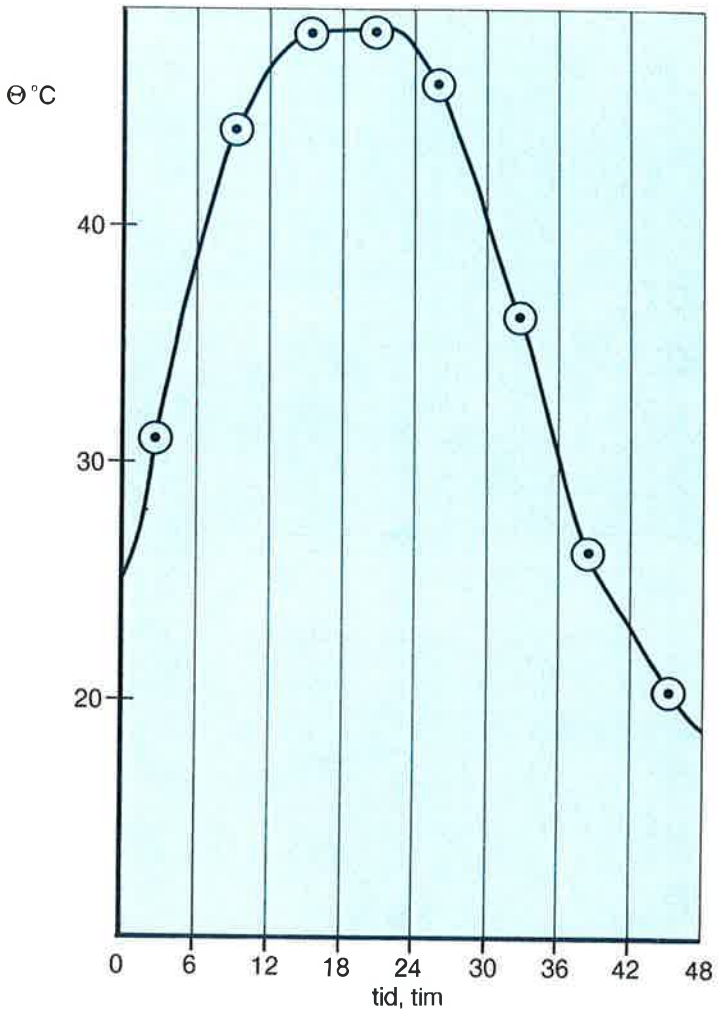
**Exempel 2: "Elementbetong"**

Temperaturkurvan i vidstående figur har uppmätts.

Följande värden antas gälla.

- $k_\Theta$-kurva enligt Jonasson – se ovan ekv (15).
- $T_0 = 3800°K$
- $\Theta_0 = +4{,}3°C$

Dessa data är relativt väl samordnade (OBS! $k_\Theta$-kurvan för temperaturer högre än $\Theta = 40°C$ är okänd. Ekv (15) kan vara felaktig i detta område).




**(a) Beräkning direkt ur $k_\Theta$-kurvan**

$t_{20} = 101{,}9$ tim

| Tid | Θ | $k_\Theta$ | $k_\Theta \cdot \Delta t$ |
|---|---|---|---|
| 0–6 | 31 | 1,65 | 9,90 |
| 6–12 | 44 | 2,56 | 15,36 |
| 12–18 | 48 | 2,87 | 17,22 |
| 18–24 | 48 | 2,87 | 17,22 |
| 24–30 | 46 | 2,71 | 16,25 |
| 30–36 | 36 | 1,98 | 11,88 |
| 36–42 | 26 | 1,34 | 8,04 |
| 42–48 | 20 | 1,00 | 6,00 |
| | | Σ | 101,9 |

**(b) Beräkning med Arrheniusfunktion, $T_0 = 3800°K$**

$t_{20} = 105{,}7$ tim

| Tid | Θ | $k_\Theta$ | $k_\Theta \cdot \Delta t$ |
|---|---|---|---|
| 0–6 | 31 | 1,70 | 10,20 |
| 6–12 | 44 | 2,53 | 15,18 |
| 12–18 | 48 | 2,78 | 16,68 |
| 18–24 | 48 | 2,78 | 16,68 |
| 24–30 | 46 | 2,66 | 15,96 |
| 30–36 | 36 | 2,02 | 12,12 |
| 36–42 | 26 | 1,38 | 8,28 |
| 42–48 | 20 | 1,00 | 6,00 |
| | | Σ | 101,1 |

**(c) Beräkning med TT-faktor, $\Theta = +4{,}3°C$**

$t_{20} = 101{,}1$ tim

| Tid | Θ | $k_\Theta$ | $k_\Theta \cdot \Delta t$ |
|---|---|---|---|
| 0–6 | 31 | 1,60 | 9,60 |
| 6–12 | 44 | 2,67 | 16,02 |
| 12–18 | 48 | 3,10 | 18,60 |
| 18–24 | 48 | 3,10 | 18,60 |
| 24–30 | 46 | 2,88 | 17,28 |
| 30–36 | 36 | 1,96 | 11,77 |
| 36–42 | 26 | 1,30 | 7,80 |
| 42–48 | 20 | 1,00 | 6,00 |
| | | Σ | 105,7 |

Även i detta exempel är skillnaden mellan de tre beräkningarna liten.

CEMENTA
ELROC

Cementa AB, Box 144, 182 12 Danderyd