



Examensarbete C  
våren 2006

# **OM HUR EN BANKS VALUE AT RISK BÄST SKATTAS MED EXPECTED SHORTFALL**

Handledare:  
Hossein Asgharian

Författare:  
Thomas Tenland  
(830518-4056)

<b>1 INTRODUKTION</b> .....	<b>4</b>
1.1 INLEDNING .....	4
1.2 PROBLEMDISKUSSION .....	4
1.3 SYFTE.....	5
1.4 AVGRÄNSNINGAR .....	6
1.5 MÅLGRUPP .....	7
<b>2 TEORI OCH LITTERATURSTUDIER</b> .....	<b>8</b>
2.1 VALUE AT RISK.....	8
2.2 KOHERENTA RISKMÅTT .....	9
2.3 EXPECTED SHORTFALL.....	10
2.4 BACKTESTING .....	13
2.5 METODER FÖR SKATTNING AV VAR.....	14
2.5.1 Den enkla varians-kovariansmetoden .....	14
2.5.2 Likaviktad historisk simulation.....	15
2.5.3 Varians-kovariansmetoden med EWMA-volatilitet.....	16
2.5.4 Volatilitetsviktad historisk simulation .....	17
2.5.5 Bootstrappad likaviktad och volatilitetsviktad historisk simulation .....	18
2.5.6 Bortvalda VaR-skattningsmetoder .....	20
2.6 METODER FÖR SKATTNING AV ES .....	20
2.7 RELATERADE STUDIER .....	21
<b>3 METOD</b> .....	<b>25</b>
3.1 ANSATS, KÄLLOR OCH PROGRAM.....	25
3.2 DATAMATERIAL .....	26
3.3 TESTPERIOD .....	28
3.4 SKATTNINGSPERIOD FÖR VARJE ENSKILD DAGS VAR .....	29
3.5 TESTPORTFÖLJER .....	31
3.6 KONVENTION FÖR AVKASTNINGSBERÄKNING .....	33
3.7 SKATTNING AV VALUE AT RISK .....	34
3.7.1 VaR-metoder .....	34
3.7.2 ES-metoder.....	37
3.8 BACKTESTING .....	40
3.8.1 Frekvenstest.....	40
3.8.2 Oberoendetest.....	41
<b>4 RESULTAT OCH ANALYS</b> .....	<b>43</b>
4.1 BESKRIVANDE STATISTIK.....	43
4.1.1 Aktieportföljer .....	43
4.1.2 Valutaportföljer .....	44
4.2 RESULTAT.....	46
4.2.1 Aktieportföljer.....	46
4.2.2 Valutaportföljer .....	63
4.3 ÖVERGRIPANDE DISKUSSION .....	81
4.3.1 Aktieportföljernas huvudsakliga ES-skattningsresultat .....	81
4.3.2 Valutaportföljernas huvudsakliga ES-skattningsresultat .....	82
4.3.3 Bäst fungerande ES-nivåer och –metod för skattning av 99 %-s-VaR .....	83
4.3.4 ES-nivåernas och –metodernas prestation relativt motsvarande VaR-metoder ..	89
<b>5 SLUTSATSER</b> .....	<b>93</b>

<b>KÄLLFÖRTECKNING .....</b>	<b>95</b>
<b>APPENDIX .....</b>	<b>99</b>

# 1 INTRODUKTION

## 1.1 INLEDNING

I "Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks" (1996) skriver Basel Committee on Banking Supervision att en bank dagligen måste räkna ut sin *value at risk* (VaR, se avsnitt 2.1) på 99 %-snivån om man ska få använda sig av en intern modell för bestämning av sitt kapitalkrav.

Beroende på hur väl, eller – mer sanningsenligt – hur försiktigt, en bank skattar sin VaR, tilldelas den en faktor (se avsnitt 2.4). En försiktig eller rättvisande VaR-modell ger en liten faktor, som minst tre, medan en modell som underskattar portföljens risk renderar en stor faktor, som störst fyra. Kapitalkravet för marknadsrisk fås sedan som det största värdet av faktorn multiplicerad med genomsnittet av bankens tiodagars-VaR på 99 %-snivån de senaste sextio dagarna och tiodagars-VaR den aktuella dagen. Detta innebär att man vill ha en så låg VaR som möjligt, givet att den fortfarande ger faktorn tre, för att minimera sitt kapitalkrav. Exempelvis ger en extremt försiktig modell med stor säkerhet faktorn tre, men leder ändå till att en stor buffert krävs eftersom dess skattade VaR är så hög. Således har banker all anledning – även bortsett från den fördel det innebär för den interna riskhanteringen – att sträva efter att skatta VaR med så god precision som möjligt.

## 1.2 PROBLEMDISKUSSION

VaR har en stor svaghet i att måttet inte är subadditivt. Det innebär att om man slår ihop två portföljer, kan den sammanslagna portföljens risk (uttryckt som VaR) vara större än summan av de ursprungliga portföljernas risk (se avsnitt 2.2). Detta är problematiskt för såväl teoretiker som praktiker.

Artzner et al (1997, 1999) lyfter i sina redan klassiska artiklar om koherenta riskmått fram det teoretiska problemet med bristen på subadditivitet; att det är orimligt att det kan leda till lägre risk att lägga alla ägg i samma korg än det gör att diversifiera.

Den praktiska nackdelen är att en organisation, exempelvis en bank, kan råka ut för att organisationens totala risktagande överstiger limiten, trots att alla enskilda delar av organisationen håller sin riskexponering inom ramen för det tillåtna.

Riskmättet *expected shortfall* (ES, se avsnitt 2.3) uppfyller kravet på subadditivitet vilket gör att dess användare undgår ovan nämnda problem.

Åtskilliga forskare har hittills utvärderat metoder för skattning av VaR (se avsnitt 2.7) och ES, vart riskmått för sig. Ingen har emellertid – mig veterligen – gjort en utvärdering av hur VaR bäst skattas medelst ES-metoder.

Det kan verka paradoxalt att inte utvärdera en ES-metods förmåga att skatta ES, utan hur bra VaR-skattningar den ger upphov till, med tanke på att den är utformad just för att estimeras ES. Det är emellertid nödvändigt att rapportera risk i termer av 99 %-s-VaR. Dock har ES som mått, enligt ovan, en fördel i jämförelse med VaR. Således är det intressant att studera ES-metoders förmåga att skatta VaR: presterar de lika bra som – eller t.o.m. bättre än – VaR-metoderna, vore de att föredra pga. subadditivitetsegenskapen.

### **1.3 SYFTE**

Att undersöka hur väl ES – estimerat på olika konfidensnivåer och med olika metoder – duger till att skatta en banks 99 %-s-VaR.

## 1.4 AVGRÄNSNINGAR

Förluster som överstiger 99 %-s-VaR sker per definition mycket sällan. Det gör att långa tidsserier krävs om tillräckligt många VaR-överskridelser ska inträffa för att analys av dem ska vara meningsfull. Avseende icke-lineär risk är det svårt att någorlunda väl replikera en riktig banks portfölj, samtidigt som det kräver högre datorkapacitet för beräkningar. Långa och förhållandevis goda tidsserier finns för aktieindex och valutakurser. Därför avgränsar jag mig till lineär aktie- och valutakursrisk.

Att min studie fokuserar lineära aktie- och valutaportföljer kan tolkas på två sätt. Antingen kan man se det som ett sätt att förenklat representera en hel portfölj av marknadsriskbärande instrument, eller så kan man se dem som just det de är, lineära aktie- och valutaportföljer. Det förstnämnda är förstås av störst vikt och av störst intresse ur kapitalkravsperspektiv. Jag anser det vara rimligt att anta att en mycket stor del av åtminstone bankens aktiekursrisk och valutakursrisk fångas av en lineär approximation. Om så inte är fallet är det dock även i viss mån relevant vilken modell som bäst skattar VaR för lineär aktie- och valutarisk, då bankerna sannolikt vill mäta dessa risker så väl som möjligt för internt bruk.

Aktie- och valutaportföljer kan antas se olika ut i olika länder. Denna studies aktieindex och valutor väljs ut med avsikten att få med de som kan antas vara viktigast för en stor svensk bank.

Jag skattar VaR på dagsbasis, då det dels är vad som används vid den externa utvärderingen av modellen (se avsnitt 2.4), dels är en praktisk nödvändighet för att få tillräckligt många observationer (och därmed VaR-överskridelser) att analysera. Det är visserligen så, att bankerna officiellt ska estimerar tiodagars-VaR enligt Baselkommittén (1996). Detta är dock vanskligt, främst eftersom det krävs oerhört lång historik för att kunna studera oberoende tiodagarsperioder. Det skulle såväl innebära svårigheter med att få ihop tillräckligt många observationer som att de äldsta observationerna blev högst inaktuella. Baselkommittén tillåter därför att endags-VaR skattas och därefter multipliceras med  $\sqrt{10}$  för att approximerar tiodagars-VaR.

## 1.5 MÅLGRUPP

I första hand riktar sig rapporten till studenter och andra personer med intresse av VaR, ES och finansiell riskhantering. Därmed krävs viss tidigare erfarenhet av statistik för att till fullo kunna tillgodogöra sig dess innehåll. Min förhoppning är dock att även den mindre kunnige i denna disciplin ska ha möjlighet att följa uppsatsens röda tråd och förstå dess viktigaste slutsatser.

## 2 TEORI OCH LITTERATURSTUDIER

*Detta kapitel är tänkt att ge en teoretisk och forskningsmässig bakgrund till min studie. I enstaka stycken överlappar kapitel ett och två varandra. Det anser jag vara nödvändigt då alternativet, att i kapitel två förbise allt som nämnts i kapitel ett, ger en betydligt mer svåröverblickad text.*

### 2.1 VALUE AT RISK

VaR, både som riskmått och som begrepp, populariserades runt år 1990 av den välkända investeringsbanken JP Morgan, enligt legenden sedan ordföranden Dennis Weatherstone begärt att få all marknadsrisk kommunicerad till sig som ett enda tal när dagens handel avslutats. Dock har logiken bakom måttet – åtminstone under antagande om normalfördelning – sitt ursprung så långt tillbaka i tiden som i Baumol (1963).

Begreppet definieras av Duffie et al (1997) enligt följande:<sup>1</sup>

”For a given time horizon  $t$  and confidence level  $p$ , the value at risk is the loss in market value over the time horizon  $t$  that is exceeded with probability  $1 - p$ . [...] Statistically speaking, this value at risk measure is the “0.01 critical value” of the probability distribution of changes in market value”

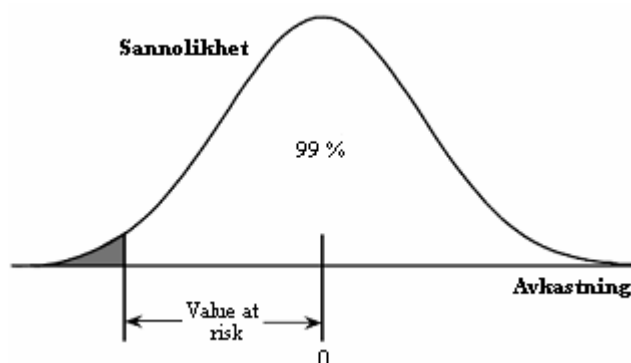
De utgår i den andra meningen från att  $p$  är 99 %, vilket också är underförstått i den översatta och något modifierade figuren nedan. Ursprunglig källa: Duffie et al (1997).

---

<sup>1</sup> Duffie, D., Jun Pan (1997) “An Overview of Value at Risk” *Journal of Derivatives*, 3, sidan 3



### Definitionen av VaR grafiskt illustrerad



Stora fördelar med VaR som riskmått är att det, till skillnad från t.ex. duration, kan uttrycka risk aggregerad över många olika typer av tillgångar. Vidare är måttet inte, likt exempelvis standardavvikelsen, beroende av antaganden såsom normalfördelning för att vara fullt relevant. Slutligen är VaR:s definition troligen någorlunda lättolkad för den som inte är specialist på finansiell teori.

## 2.2 KOHERENTA RISKMÅTT

Artzner et al (1997, 1999) identifierar fyra kännetecken för ett *coherent* (sv.: koherent, sammanhängande, följdriktigt) *risk measure*. Dessa är följande, med min egen fria översättning inom parentes:

- *Monotonicity* (monotonitet): Om en portfölj i alla möjliga scenarier har sämre avkastning än en annan portfölj, måste dess risk vara högre.
- *Subadditivity* (subadditivitet): Att lägga samman två portföljer får inte kunna rendera högre risk än summan av de enskilda portföljernas risk.
- *Positive homogeneity* (positiv homogenitet): Om en portföljs kvantiteter av alla tillgångar multipliceras med en positiv faktor, ska detta innebära att risken också är lika med den tidigare risken multiplicerad med samma faktor.
- *Translation invariance* (omvandlingsbeständighet): Om man lägger en summa pengar till samtliga en portföljs möjliga avkastningar bör risken för portföljen vara lika med dess tidigare risk minus den tillagda summan.

VaR uppfyller – givet att man likt bl.a. Duffie et al använder 0 som referenspunkt och inte den förväntade avkastningen – alla krav utom ett, subadditivitet. Bristen på subadditivitet illustreras nedan.

**Exempel på VaR:s brist på subadditivitet**

Portföljerna A och B får båda med sannolikheten 3 % en avkastning på -10 och med sannolikheten 97 % en avkastning på 0.

VaR på 95 %-nivån är följaktligen lika med 0 såväl för portfölj A som för portfölj B. Summan av de enskilda Portföljernas VaR är alltså också den lika med 0.

Antag att portföljerna A och B är oberoende.

En portfölj som består av portfölj B och portfölj A har då följande sannolikhetsfördelning:

	Sannolikhet	Avkastning
$0,97 * 0,97 =$	0,9410	0
$0,03 * 0,03 =$	0,0009	-20
$1 - 0,0009 - 0,941 =$	0,0581	-10

95 %-s-VaR för denna sammanslagna portfölj är då  $-(-10) = 10$ .

I detta fall är alltså  $VaR(A+B) > VaR(A) + VaR(B)$ .

Som nämnts i avsnitt 1.2 är detta anledningen till att VaR är kritiserat även av praktiker. Det bör nämnas att VaR emellertid är subadditivt om portföljerna som slås samman har normalfördelade avkastningar.

### 2.3 EXPECTED SHORTFALL

ES, dock inte under detta namn, har sina rötter i försäkringsbranschen, exempelvis från Hogg et al (1984). Utöver redan nämnda Artzner et al har också bl.a. Albrecht (1993) och Bassi et al (1996, 1998) genom teorisk utveckling och åskådliggörande av måttets fördelar relativt VaR bidragit till ES goda anseende inom finansiell riskhantering. Begreppet definieras av Dowd

(2005) som genomsnittet av de  $100(1 - \alpha) \%$  största förlusterna, eller, mer matematiskt uttryckt,

$$ES_\alpha = \frac{1}{1 - \alpha} \int_\alpha^1 q_p dp$$

där  $\alpha$  är konfidensnivån,  $q$  betecknar fraktil och  $p$  sannolikhet. Notera också att fördelningen det integreras över är förlustfördelningen, dvs. avkastningsfördelningen med omvänt tecken. Grafiskt tolkat är ES det genomsnittliga avståndet till nollan för observationerna i den skuggade delen av avkastningsfördelningen i grafen i avsnitt 2.1.

Utöver att ES, precis som VaR, uppfyller Artzner et als övriga krav är det dessutom, till skillnad från VaR, subadditivt. Exemplet nedan utgör inte något som helst bevis på detta, utan är bara avsett att illustrera att samma förutsättningar som i föregående avsnitt bevisade VaR:s brist på subadditivitet inte gör detsamma i ES-fallet.

#### Exempel på ES subadditivitet

Portföljerna A och B får båda, precis som i exemplet ovan, med sannolikheten 3 % en avkastning på -10 och med sannolikheten 97 % en avkastning på 0.

ES på 95 %-snivån är följaktligen lika med  $-(0,6 * -10 + 0,4 * 0) = 6$  såväl för portfölj A som för portfölj B. Summan av de enskilda portföljernas ES är då lika med  $6 + 6 = 12$ .

Antag åter att portföljerna A och B är oberoende. En portfölj som består av portfölj B och portfölj A har då, som i exemplet ovan, följande sannolikhetsfördelning:

	Sannolikhet	Avkastning
$0,97 * 0,97 =$	0,9410	0
$0,03 * 0,03 =$	0,0009	-20
$1 - 0,0009 - 0,941 =$	0,0581	-10

95 %-s-ES för denna sammanslagna portfölj är då  $-(-20 * 0,0009 / 0,05 + -10 * 0,0491 / 0,05) = 10,18$ .

Vi har sett ett exempel på att  $ES(A+B) \leq ES(A) + ES(B)$  även där motsvarande förhållande inte gäller för VaR.

Att ES generellt är ett subadditivt riskmått är också intuitivt. Om medelvärdet av den största tiondelen av möjliga framtida förluster estimeras för två portföljer A och B (dvs. deras ES på 90 %-s-nivån), och dessa två portföljer sedan slås samman till en portfölj C, kommer medelvärdet av portfölj C:s största tiondel förluster att vara lika med summan av A:s och B:s enskilda 90 %-s-ES om det är i precis samma tillstånd som A:s och B:s största tiondel av förlusterna inträffar. I alla andra fall kommer C:s 90 %-s-ES att vara mindre än summan av A:s och B:s.  $ES(A+B)$  är därmed alltid  $\leq ES(A) + ES(B)$ .

I övrigt kan det tilläggas att det finns fler riskmått än ES som är koherenta enligt Artzner et als definition, nämligen alla mått som tillmäter större förluster minst lika stor vikt som mindre förluster för hela avkastningsfördelningen (notera att VaR, som vi vet, inte uppfyller detta krav då det ger förluster större än VaR vikten noll). Emellertid avser inte denna studie finna det optimala riskmättet, utan är avgränsad till just möjligheterna att skatta VaR med hjälp av ES, som är klart mer utbrett och lättolkat än övriga koherenta mått.

Som fördel relativt VaR kan också nämnas att ES ger information om hur mycket man kan tänkas förlora om VaR faktiskt överskrids. Detta argument försvinner till stor del i min studies upplägg, då jag avser att skatta VaR genom ES och därmed avser skatta ett VaR-tal, utan att bry mig om hur väl det fungerar som ES-mått. Eftersom metoden då kan tänkas fungera dåligt till att skatta ES (men eventuellt väl till att skatta VaR) behöver det inte betyda att man får någon god uppfattning om hur stor en förlust större än VaR på ES-måttets konfidensnivå kan förväntas vara.

ES subadditivitet är alltså den enda fördel måttet har jämfört med VaR som motiverar min studie.

Till VaR:s fördel talar istället dess väl utbredda namn och tolkning. Även detta argument är tunt med tanke på min uppsats syfte, dels då de berörda anställda i banker och Finansinspektionen förhoppningsvis inte har några problem med att tolka ES, dels då vad det som faktiskt skattas i denna studie är VaR-tal (vilka därmed är lättolkade) även om de (bl.a.) skattas med hjälp av ES-metoder.

## 2.4 BACKTESTING

Hurlin et al (2006) fastslår att det finns två huvudsakliga skolor inom *backtesting* (sv.: (ungefär) utvärdering) av VaR-modeller; en som fokuserar modellens funktionsduglighet för en specifik konfidensnivå (*event probability forecast approach*) och en som utvärderar modellens förmåga att bestämma hela avkastningsfördelningen (*density forecast approach*). Den sistnämnda skolan behandlas inte ytterligare i denna uppsats. Detta då den utvärderar om den aktuella VaR-modellen är bra för alla konfidensnivåer mellan 0 och 100 %, medan jag inte avser studera huruvida respektive modell är bra för att skatta hela nästa dags avkastningsfördelning utan endast huruvida den ger upphov till bra 99 %-s-VaR-tal. Exempelvis 98 %-s- eller 50 %-s-VaR är således inte av intresse.

Christoffersen (1998), som representerar event probability forecastskolan, kräver av en giltig VaR-modell att VaR-överskridande förluster uppvisar såväl oberoende som rätt obetingad sannolikhet. Det förstnämnda innebär att sannolikheten för att förlusten dag  $t$  är större än det skattade värdet på VaR ska vara oberoende av all information som är känd innan dag  $t$ . Exempelvis får det inte vara mer troligt att förlusten den sextonde januari överstiger VaR bara för att förlusten den femtonde januari översteg VaR. Oberoende ska dock inte bara tolkas som oberoende av tidigare VaR-överskridelser, utan även som oberoende av all annan information – OMX utveckling förra veckan, gårdagens vinstprognos för Ericsson, vädret etc. Med obetingad sannolikhet menas sannolikheten att en slumpmässigt utvald dag har en förlust som överstiger VaR. Denna sannolikhet är förstås i en optimal VaR-modell lika med 1 - konfidensnivån, dvs. 1 % om VaR på 99 %-snivån betraktas. Christoffersens krav på VaR-modeller är alltså i själva verket ”bara” att de varje dag ska rendera VaR-tal som uppfyller VaR:s definition, dvs. att sannolikheten för en förlust som överstiger VaR varje dag ska vara lika med 1 - konfidensnivån.

Det kan noteras att Baselkommittén i sitt ”Supervisory Framework for the Use of ”Backtesting”” (1996) helt bortser från oberoendekriteriet då man förordar att den kvantitativa delen av modellutvärderingen till fullo ska baseras på antalet endags-VaR-överskridelser som noterats de närmaste 250 handelsdagarna. Mer specifikt rekommenderar de en faktor (se avsnitt 1.1) på 3 om färre än fem överskridelser noterats, en faktor mellan 3,4 och 4 för fem

till nio överskridelser och slutligen underkännande av modellen om mer än nio avkastningar inneburit förluster större än VaR.

## 2.5 METODER FÖR SKATTNING AV VAR

Då man vill skatta VaR finns en uppsjö metoder att välja mellan. Nedan redogörs för de som tillämpas i denna uppsats.

### 2.5.1 Den enkla varians-kovariansmetoden

Om avkastningen är normalfördelad gäller att

$$\text{VaR}_\alpha = -\mu + \sigma * z_\alpha$$

där  $\text{VaR}_\alpha$  betecknar VaR på konfidensnivån  $\alpha$ ,  $\mu$  avkastningsfördelningens väntevärde,  $\sigma$  dess standardavvikelse och  $z_\alpha$  standardnormalfördelningens kritiska värde för konfidensnivån  $\alpha$ .

För en enskild tillgång kan VaR då skattas genom att ett stickprov av avkastningars medelvärde gäller som approximation för fördelningens väntevärde, medan dess standardavvikelse kan estimeras enligt följande:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{t-i} - \bar{x})^2}$$

$\sigma_t$  är standardavvikelsen vid tidpunkten  $t$ ,  $n$  antalet observationer i stickprovet och  $\bar{x}$  stickprovets medelvärde.  $x_t$  står för avkastningen för tidsintervall  $t$ , men stickprovets avkastningarnas ordningsföljd är i detta fall oviktig. Notera att det är av liten betydelse om  $n-1$  eller  $n$  används i nämnaren om  $n$  är stort.

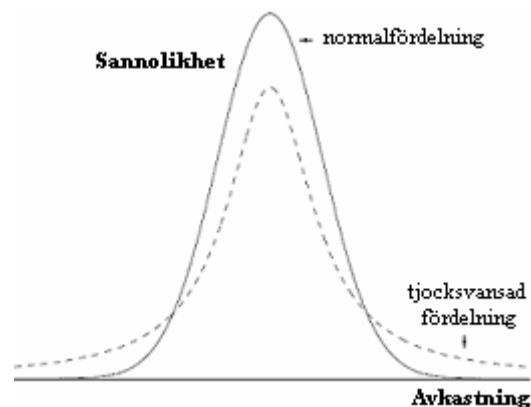
För en portfölj av tillgångar fås väntevärdet som ett viktat genomsnitt av de enskilda tillgångarnas väntevärden, medan standardavvikelsen härleds ur de enskilda tillgångarnas standardavvikelser och kovarianser.

Denna metod har en fördel i att den är enkel att förstå och – inte minst viktigt – använda.

## 2.5.2 Likaviktad historisk simulation

Det är välkänt att finansiella avkastningsdata i verkligheten tenderar att ha tjockare svansar än vad de haft om normalfördelning rätt (se exempelvis Tanaka-Yamawaki et al (2003)), vilket förstås minskar den enkla varians-kovariansmetodens funktionalitet. Figuren nedan är hämtad från Duffie et al (1997) varefter jag översatt den och gjort smärre rent estetiska ändringar.

Illustration av en tjocksvansad och en normal fördelning



För att bli kvitt antaganden om avkastningsfördelningens utseende och komma till rätta med exempelvis tjocka svansar, kan metoden historisk simulation användas. Detta angreppssätt kallas även ibland empiriskt, och innebär att ens VaR-approximation utifrån ett visst stickprov är lika med den sökta fraktilen i just detta stickprov, dvs. den empiriskt, historiskt, observerade fraktilen. Söks exempelvis 95 %-s-VaR och man baserar sin skattning på 1000 observationer, fås ens skattade VaR som den femtionde (eller femtioförsta, se diskussion i avsnitt 3.4) minsta avkastningen, naturligtvis med omvänt tecken.

En fördel med historisk simulation är att den precis som den enkla varians-kovariansmetoden är just enkel. Denna icke-parametriska metod är också tilltalande eftersom den till synes inte kräver några som helst antaganden om avkastningsfördelningen. Som framförs av Finger (2006) antas ändå implicit dels att historien säger mycket om framtiden och, kanske mer kontroversiellt, att fördelningen är konstant över tiden, dvs. att volatiliteten, skevheten, toppigheten osv. inte är föränderliga.

### 2.5.3 Varians-kovariansmetoden med EWMA-volatilitet

Tjocka svansar i avkastningsfördelningen kan, sett över en tidsperiod, uppstå om normalfördelning gäller vid varje enskild tidpunkt, men volatiliteten varierar mellan olika tidpunkter.

Då volatiliteten skattas som i 2.5.1 antas implicit att volatiliteten är konstant över tiden.

Antar man istället att volatiliteten är föränderlig över tiden, och att observationer som ligger närmare i tiden sannolikt säger mer om nutidens volatilitet än vad äldre observationer gör, är förstås en metod som beaktar detta lämplig. Att dessa antaganden är rimliga konstateras i många böcker om finansiella tidsserier och ekonometri, däribland Brooks (2004) och Campbell et al (1997).

Ett sätt att modellera denna dynamik på är att använda en *exponentially weighted moving averagemodell* (EWMA-modell). En sådan låter, som namnet insinuerar, observationernas vikter avta exponentiellt med antalet dagar de är gamla. I detta arbete används följande formel:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \lambda^{i-1} (x_{t-i} - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n \lambda^{i-1}}}$$

där  $\lambda$  är den så kallade *decay*- (sv.: avtagande-) faktorn, och all övrig notation är densamma som tidigare, men där det bör noteras att det nu är nödvändigt att avkastningarna är ordnade så



att  $x_{t-1}$  är den senast observerade avkastningen och  $x_{t-n}$  den äldsta observationen. Vidare ska det för tydlighets skull tilläggas att  $\bar{x}$  nu beräknas som ett viktat medelvärde av avkastningarna där vikterna är desamma som vid volatilitetsberäkningen.

En mindre akademiskt tilltalande, men dock vanlig, variant av EWMA är annars att anta att  $\bar{x}$  är lika med 0, vilket sparar en del beräkningar. Vanligt är också att approximera summan av vikterna, dvs. det som står under bråkstrecket, med  $1 / (1 - \lambda)$ . Detta är korrekt för stickprov med oändligt många observationer  $i$ , men approximationens fel är märkbart för små stickprov.

Som kan utläsas av formeln för volatilitetsberäkning ovan, innebär ett litet värde på  $\lambda$  att liten vikt läggs vid gamla observationer, medan ett  $\lambda$  mycket nära 1 innebär att nyare observationer endast marginellt ges större betydelse än äldre.

Enligt JP Morgans RiskMetricsdokument (1996) är 0,94 ofta ett lagom värde på  $\lambda$  för dagsdata. Det finns visserligen fler åsikter om vilken som är den optimala avtagandefaktorn men 0,94 torde vara den mest utbredda och förordade.

Med avtagandefaktorn 0,94 kan denna metod svårligen godkännas i en intern modell för kapitalkravsberäkning. Detta då för stor vikt läggs vid de senaste observationerna (se avsnitten 3.4 och 3.7.1).

#### **2.5.4 Volatilitetsviktad historisk simulation**

Om avkastningsfördelningen inte heller vid varje enskild tidpunkt kan antas vara normalfördelad, men volatiliteten kan antas vara föränderlig över tiden, erbjuder Hull et al (1998) en semiparametrisk lösning: volatilitetsviktad historisk simulation, även kallad Hull-Whitemetoden efter sina upphovsmän.

Denna metod kan tolkas som en process i tre steg. Först normaliseras de observerade avkastningarna med den volatilitet som gällde inför det tidsintervall då de observerades. När detta gjorts har man en fördelning som visar hur extrema de olika avkastningarna var, givet volatiliteten vid deras respektive observationstidpunkter. Därefter väljs, precis som vid

likaviktad historisk simulation, den observation som motsvarar fraktilen  $1 - \text{VaR}$ -konfidensnivån. Slutligen översätts den avkastning som ligger till grund för VaR-approximationen så att VaR blir en avkastning som givet de aktuella marknadsförhållandena är lika extrem som den observerade avkastningen var då den förekom. Detta görs genom att den normaliserade avkastningen multipliceras med den skattade volatiliteten på VaR-skattningsdagen.

Förfarandet kan även delas upp i två steg. Den transformation som görs av de observerade avkastningarna kan då istället uttryckas

$$r^*_t = \frac{\sigma_T}{\sigma_t} r_t$$

där  $r^*_t$  representerar den översatta avkastningen avseende tidsintervallet  $t$ ,  $r_t$  den avkastning som faktiskt observerats för tidsintervallet  $t$ ,  $\sigma_T$  skattad volatilitet för den dag för vilken VaR skattas och  $\sigma_t$  motsvarande skattade volatilitet inför tidsintervallet  $t$ . Därefter tillämpas historisk simulation direkt på de översatta avkastningarna.

Hull-Whitemetoden är tilltalande eftersom den tillåter kombination av historisk simulationsmetoden och en avancerad volatilitetsskattningsmetod och drar nytta av respektive metods fördelar; man slipper anta att avkastningarna följer en speciell typ av fördelning, men beaktar ändå volatilitetens föränderlighet över tiden.

### **2.5.5 Bootstrappad likaviktad och volatilitetsviktad historisk simulation**

*Bootstrapping* både utvecklades och introducerades av Efron (bl.a. 1979). Tekniken gör bl.a. att man, med hjälp av ett givet stickprov utifrån vilket man ska skatta VaR, kan beräkna VaR:s väntevärde och osäkerhet (t.ex. uttryckt som varians).

Genomförandet är någorlunda okomplicerat.

Det ursprungliga stickprovet har  $n$  observationer. Ett nytt stickprov med  $n$  observationer skapas utifrån det ursprungliga på följande vis: Varje enskild observation i det nya stickprovet väljs slumpmässigt bland alla observationer i det ursprungliga stickprovet, dvs. en observation i det ursprungliga stickprovet kan förkomma noll, en, två och, teoretiskt sett, ända upp till  $n$  gånger i det nya stickprovet.

Proceduren upprepas tills önskat antal nya stickprov skapats. För vart och ett av de nya stickproven skattas VaR. Därefter kan såväl det genomsnittliga VaR (vilket man kan använda som VaR-approximation) som VaR:s fördelning i allmänhet observeras.

Att man genom att använda exakt samma rådatamaterial uppnår något av värde när fler stickprov skapas är inte omedelbart intuitivt. Min tolkning av bootstrapping följer nedan.

Låt säga att man har ett visst antal observationer  $n$ , vilka, enligt antagandena bakom ens modell (exempelvis likaviktad historisk simulation), alla har sannolikheten  $1/n$  att realiseras, medan inga andra avkastningar är möjliga. Det antas att dessa sannolikheter har gällt vid varje enskild dag under hela skattningsperioden och att de även gäller på skattningsdagen. Stickprovets sammansättning är alltså stokastisk och det observerade stickprovet är enbart ett av de möjliga utfallen. Om man skapar många stickprov som alla bildats utifrån sannolikheterna man antagit (dvs.  $1/n$  för var och en av observationerna i det ursprungliga stickprovet och noll för alla andra värden) ser man hela spektret av hur stickproven kan se ut och följaktligen vilka skattade värden på VaR man kunnat tänkas få. Genomsnittet av dessa stickprovs VaR kan därför ses som det skattade VaR:s väntevärde givet avkastningens ursprungligen antagna sannolikhetsfördelning. Utöver att metoden är intressant genom att man kan använda det erhållna väntevärdet som VaR-approximation, kan den även med fördel användas till analys genom att exempelvis skapa hela VaR-konfidensintervall, något som inte görs i denna studie.

Metoden kan även anpassas, så att olika observationer har olika stor sannolikhet att väljas ut, men det görs inte i denna uppsats och behandlas därför inte.

Rent VaR-skattningspraktiskt är bootstrappingen intressant genom att den jämnar ut tillfälligheter som annars skulle kunna tänkas göra VaR-talet missvisande. Ett exempel på en sådan är en empirisk fördelning som har ett stort hopp mellan avkastningen för den

observation som används som VaR-approximation och närmaste större eller mindre observation. Denna egenskap är anledningen till att de bootstrappade varianterna av likaviktad och volatilitetsviktad historisk simulation ingår i detta arbete.

### **2.5.6 Bortvalda VaR-skattningsmetoder**

Volatiliteten kan skattas med än mer sofistikerade metoder än EWMA, exempelvis ARCH eller GARCH. Emellertid är det tidsmässigt orimligt inom ramen för detta arbete att för varje dag, eller ens månad, specificera en ny ARCH eller GARCH för mer än trettio tidsserier om vardera cirka trettio års data. Moosa et al (2002) finner dessutom faktiskt att EWMA med en stor avtagandefaktor är den metod som generellt skattar volatilitet bäst.

En ansats som flitigt diskuterats i forskningslitteratur om marknadsrisk är att skatta en extremvärdesfördelning. Detta innebär att man särskilt estimerar sannolikhetsfördelningen för just de extrema, i risklitteratur företrädesvis negativa, utfallen. Extremvärdesfördelningar är förvisso mycket intressanta att studera då man avser analysera just extrema utfall, men de är avsedda för VaR på extremt höga konfidensnivåer (Dowd, 2005), vilket gör att jag i denna uppsats väljer att lämna dem därhän då fokus ligger på 99 %-s-VaR.

## **2.6 METODER FÖR SKATTNING AV ES**

Kopplingen mellan hur man med olika angreppssätt skattar VaR och hur man med motsvarande metoder estimerar ES är tydlig. Själva avkastningsfördelningen får man på precis samma sätt, exempelvis genom historisk simulation med volatilitetsviktning eller genom att skatta en normalfördelning. Den enda skillnaden är hur man får det skattade värdet på sitt riskmått, givet denna fördelning. Istället för att som vid VaR-skattning finna den förlust som med en sannolikhet lika med  $1 - \text{konfidensnivån}$  överskrids (eller, ibland, minst tangeras), tar man medelvärdet av de förluster som överskrider (eller minst tangerar) samma värde om man vill skatta ES på samma nivå (jfr definitionerna av respektive riskmått i avsnitten 2.1 och 2.3).

Då de ES-metoder som används i denna studie har VaR-motsvarigheter, vilka jag redogjort för, kräver de således ingen ytterligare genomgång.

## 2.7 RELATERADE STUDIER

Då jag inte funnit några studier som utvärderar VaR-skattning med hjälp av ES, fokuserar detta avsnitt studier som skattar VaR med hjälp av VaR-metoder. Dessa studier utgör en relevant bakgrund till min undersökning, då de ger en indikation om vilken eller vilka VaR-metoder en god ES-metod (för VaR-skattning) helst ska efterlikna, samtidigt som de i viss utsträckning kan tänkas styrka eller försvaga mina resultat. Eftersom VaR-metodernas egenskaper är ungefär desamma som motsvarande ES-metods egenskaper, är underlaget än mer relevant för mitt syfte. Studier som utvärderat ES-metoders förmåga att skatta ES har jag däremot valt att lämna därefter, då min studie inte lägger någon vikt vid ES-metodernas funktionalitet som sådana, utan har till syfte att finna den ES-metod som är bäst för VaR-skattning. För att göra jämförbarheten med min studie så stor som möjligt, kräver jag dessutom av studierna i detta avsnitt att konfidensnivån är 99 % och att avkastningsdata kommer från lineära aktie- och/eller valutaportföljer.

Olika modellers förmåga att skatta 99 %-s-VaR på Frankfurtbörsen under åren 1974-1998 testas av Zucchini et al (2001). Tio olika aktiers avkastningar undersöks. Ingen metod de testar skattar VaR väl – samtliga metoder underskattar risken och de som underskattar den minst uppvisar brister när det gäller oberoendekriteriet. Detta trots att flera avancerade modeller, exempelvis GARCH och *moving density*, ingår i studien. Av de metoder som beskrivits i detta kapitel ingår tre i Zucchini et als studie; likaviktad historisk simulation samt varians-kovariansmetoderna, både den enkla och den med EWMA-volatilitet. Minst dåligt av dem fungerar varians-kovariansmetoden med observationernas ålder beaktad vid volatilitetsskattningen. Den har klart minst antal VaR-överskridelser och oberoende mellan dem tycks föreligga. För de övriga två modellerna kan oberoende förkastas. Historisk simulation har något lägre – om än alltför hög – överskridelsefrekvens än den enkla normalfördelningsmetoden.

Aktieindexdata från Bombaybörsen 1990-1998 indikerar enligt Varma (1999) att varians-kovariansmetoden med EWMA-skattad volatilitet fungerar mycket väl på 95 %-s- och 90 %-snivåerna, men underskattar risken på 99 %-snivån.

Mahoney (1996) finner att främst den enkla varians-kovariansmetoden, men även samma metod med EWMA-volatilitet, signifikant underskattar 99 %-s-VaR för åtta valutor under tidsperioden 1975-1995. Däremot kan det inte förkastas att historisk simulation fungerar tillfredsställande. Då han gör motsvarande undersökning på sex aktieindex data från åren 1985-1995 finner han att varians-kovariansmetoden med EWMA-volatilitet underskattar VaR, medan det varken kan påvisas för den enkla varians-kovariansmetoden eller för historisk simulation.

Harmantzis et al (2006) testar hur väl ES och VaR skattas, bl.a. på 99 %-snivån och med historisk simulation samt under normalfördelningsantagandet. Som underlag används tidsserier från åren 1992-2003 för ett flertal valutor och aktieindex, vilka inte viktas samman till portföljer. Resultaten visar att båda metoderna tydligt underskattar risken i termer av VaR, om än historisk simulation gör det i något mindre utsträckning, både för valutakurserna och för aktieindexen.

Fyra VaR-metoders funktionalitet för en portfölj som under perioden 1992-1998 har lika stora vikter för sex valutors växelkurser mot irländska punt undersöks av Bredin et al (2004). Både överskridelsernas frekvens och beroende testas. Resultatet de får, är att de bästa metoderna är O-GARCH och EWMA (avtagandefaktor 0,94), där författarna förordar den sistnämnda då den är något mer försiktig. Mindre väl presterar den enkla varians-kovariansmetoden och historisk simulationsmetoden.

Metoders funktionsduglighet på den svenska aktiemarknaden är av intresse för mig med tanke på att en svensk bank kan antas ha stor riskexponering för svenska aktiers värdeförändringar. Vidare är det intressant att se hur väl Hulls och Whites volatilitetsviktade historiska simulation fungerar. Ingetdera har dock, mig veterligen, undersökts i några riktigt omfattande studier. Följande tre studier behandlas därför, trots att jag bedömer dem vara av lägre vikt än de hittills genomgångna.

Kärrsten et al (2000) använder aktieindex från Stockholmsbörsen och utvärderar förmågan att skatta VaR för bl.a. samma metoder som Mahoney. Med hjälp av data från den relativt korta tidsperioden 1995-1999 studeras tre olika portföljer; en portfölj med aktier som ingår i OMX-index, en med mindre bolag, och en som kombinerar de två kategorierna. Resultaten varierar något beroende på hur lång skattningsperiod och vilken portfölj som avses. Utgår man från den längsta skattningsperioden de använder, 250 dagar, och OMX-aktierna, uppvisar normalfördelningsmodellen skattad med EWMA och en avtagandefaktor på 0,97 perfekt precision och är bäst. Därefter följer, i tur och ordning, den enkla varians-kovariansmodellen, EWMA med faktorn 0,94 och historisk simulationsmetoden där den förstnämnda faktiskt marginellt – inte signifikant – överskattar risken, medan övriga två metoder underskattar den signifikant.

Yawalkar (2004) studerar portföljer bestående av olika kombinationer av ett obligations- och ett aktieindex på den indiska marknaden under år 2002-2004. Slutsatsen är att även om alla de undersökta metoderna underskattar risken på 99 %-nivån mer eller mindre, presterar den enkla varians-kovariansmetoden bäst. Volatilitetsviktad historisk simulation ger ett bättre antal VaR-överskridelser än likaviktad historisk simulation, medan den sistnämnda metoden oväntat nog uppvisar större sannolikhet för oberoende mellan överskridelserna. Starka sidor i Yawalkars arbete är att utvärderingen är omfattande och att data är någorlunda aktuella. En stor brist med denna studie är dock enligt min mening att den undersökta tidsperioden är alltför kort.

Samajdar (2001) testar EWMA-modellens (med en avtagandefaktor på 0,94), likaviktad historisk simulations och volatilitetsviktad historisk simulations förmåga att skatta 99 %-s-VaR för elva olika valutor 1997-2000. Han finner att Hulls och Whites metod är överlägsen de andra två och den enda som fungerar tillfredsställande. Det bör även här noteras att den undersökta tidsperioden är kort.

Sammanfattningsvis kan sägas att Hull-Whitemetoden generellt fungerat någorlunda väl i de redovisade studierna, men att den inte ingått i någon av de tyngst vägande undersökningarna. Rangordningen av historisk simulationsmetoden och de två varians-kovariansmetoderna varierar mellan studier. Att döma av de studier som innehåller längst tidsserier, fungerar den enkla varians-kovariansmetoden något sämre än de övriga två metoderna för valutor. Åtminstone för aktieportföljer har EWMA-metoden tenderat att visa upp större sannolikhet

för oberoende. Generellt finns indikationer på att alla dessa tre metoder tenderar att underskatta risken.



# 3 METOD

## 3.1 ANSATS, KÄLLOR OCH PROGRAM

Jag använder tidigare utvecklade metoder och därmed deras underliggande teori, vilken jag testar på empiriska data, vilket indikerar en deduktiv metod. Emellertid söker jag utifrån empiri den metod som bäst skattar VaR av ES-metoderna, vilka, som VaR-metoder betraktade, inte är etablerade teoretiskt. Således skulle man kunna tänka sig att ansatsen kunde sägas vara induktiv. Eftersom de testade ES-metoderna är formulerade på förhand är metoden dock, enligt min mening, deduktiv.

Då jag valt att undersöka mitt problem i en statistisk studie med hjälp av finansiella data, är mitt angreppssätt kvantitativt. Vilka metoder som fungerar i praktiken är en fråga som svårligen kan besvaras utifrån en kvalitativ metod, varför detta för mig ter sig självklart.

Teori och litteratur hämtas dels från läroböcker med inriktning på ekonometri och VaR, men främst från forskningsartiklar i välrenommerade ekonomiska, statistiska och matematiska tidskrifter. Därutöver används artiklar från JP Morgans RiskMetricsnyhetsbrev och världens största VaR-hemsida, Gloriamundi. Artiklar väljs utifrån aktualitet, vilka som är mest nedladdade och forskningsciterade och självklart deras relevans för min studie. Ett kritiskt förhållningssätt till teori uppnår jag dels genom resonemang efter sunt förnuft, dels genom att lyfta fram forskning med divergerande åsikter och slutsatser. Jag lyfter även fram tre mindre tungt vägande studier, men anser detta vara i sin ordning då jag redogör för deras brister och varför de ägnas utrymme.

Aktieindexpriser hämtas från Bloomberg och valutakurser från Danmarks Nationalbank. Fel i data riskerar naturligtvis alltid att finnas, men jag bedömer dessa källors trovärdighet vara mycket hög.

Alla beräkningar görs i Excel eftersom programmet erbjuder alla verktyg som behövs i denna

studie. För vissa upprepade men lite mer invecklade beräkningar utvecklas och används egna VBA-funktioner.

Beräkningsformler och program kontrolleras noggrant och åskådliggörs i hög utsträckning i arbetet för största möjliga transparens och reliabilitet. Bakomliggande motiveringar och argumentation anser jag styrka den valda metodens höga validitet.

## 3.2 DATAMATERIAL

För att ha tillgång till långa och goda tidsserier, måste jag, för att fånga aktiekursrisk, använda mig av index. Detta duger, då jag ändå är intresserad av metodernas duglighet för bankers portföljer och inte i första hand enskilda tillgångar. Under antagandet att banken är väl diversifierad på de marknader man har aktiekursrisk på, borde en kombination med ungefär samma avkastningsfördelning som bankens lineära aktieportfölj kunna bildas av de viktigaste marknadernas aktieindex. Jag använder mig av Morgan Stanleys välkända aktieindex, och väljer att vara extra detaljerad för marknaderna nära Sverige – varför de norska och danska indexen inkluderas – men inkluderar också representanter för den allmänna utvecklingen på de stora marknaderna i resten av världen. Europa-, Tysklands- och Finlandsindexen väljs bort pga. för kort historik. För att inte gå miste om utvecklingen på den sannolikt betydelsefulla tyska marknaden väljer jag att låta DAX ingå i studien. Serien med dagligen uppdaterade MXFA-priser startar den 28/11 år 1972 medan övriga index har priser fr.o.m. den 1/1 samma år. För portföljer bestående av kombinationer av de olika indexen är den första dagen då dagsavkastning finns tillgänglig därför den 28/11 1972.

### **Inkluderade aktieindex**

<u>Förkortning</u>	<u>Fullständigt namn</u>
MXSE	Morgan Stanley Capital International Sweden Index
MXDK	Morgan Stanley Capital International Denmark Index
DAX	Deutsche Börse AG German Stock Index DAX
MXGB	Morgan Stanley Capital International United Kingdom Index
MXUS	Morgan Stanley Capital International United States Index
MXFA	Morgan Stanley Capital International Far East Index
MXNO	Morgan Stanley Capital International Norway Index
MXWO	Morgan Stanley Capital International World Index

### **Inkluderade valutor**

<u>Förkortning</u>	<u>Fullständigt namn</u>
USD	Amerikanska dollar
NOK	Norska kronor
JPY	Japanska yen
GBP	Pund sterling
CHF	Schweiziska franc
SEK	Svenska kronor

Vid valet av valutor används motsvarande kriterier; så långa och goda tidsserier som möjligt föredras och de nordiska valutorna fokuseras utan att de stora valutorna i övriga världen glöms bort.

Jag har antagit att bankens portföljs värde uttrycks i euro. Euron själv är därför inte med som en av valutorna, eftersom dess kurs mot euro självklart alltid är 1. Övriga valutors priser definieras dock som deras växelkurser mot euro vilket gör att euro ändå implicit ingår i studien. Det kan verka underligt att danska kronor inte väljs ut som en av valutorna, givet Danmarks närhet till Sverige och att MXDK ingår i min undersökning av aktieportföljer. Anledningen till att DKK exkluderas är att valutan följer eurons utveckling i så hög utsträckning att växelkursen nästintill är fast.

Samtliga studiens valutakursserier börjar den 1/1 1984. För åren innan euron infördes har växelkurser mot D-mark använts som substitut för växelkurser mot euro. Detta då det var den klart största och viktigaste valutan av dem som senare gick upp i euron.

Då det rimligen krävs för att tillfredsställande kunna skatta endags-VaR, använder jag avkastningsdata på dagsbasis.

Att mina data sträcker sig tillbaka till år 1972 (aktieindex) respektive 1984 (valutakurser) är en avvägning jag gör mellan å ena sidan att få med så många observationer som möjligt och å andra sidan att ha data som är relevanta för dagens portföljers utveckling och som är av tillbörlig kvalitet. Det sistnämnda är ett stort hinder då äldre data än de som används i studien inte finns noterade på dagsbasis i mina datakällor. Med 23 års historik och 250 handelsdagar per år skulle en korrekt skattad 99 %-s-VaR resultera i cirka

$$23 * 0,01 * 250 \approx 58$$

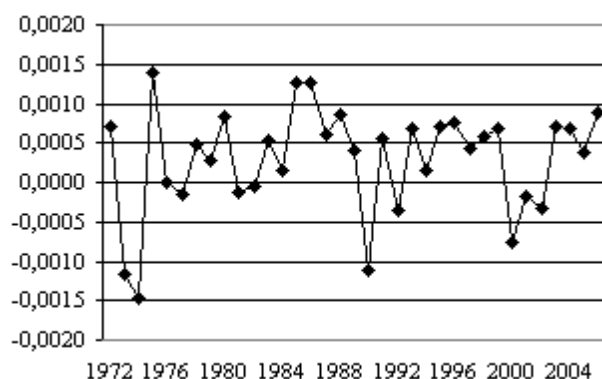
VaR-överskridelser vilket jag bedömer vara tillräckligt för att analys ska vara relevant.

Utöver att långa tidsserier ger upphov till stora antal överskridelser är de också önskvärda eftersom extrema och osannolika scenarier såsom börskraschen 1987 mer sannolikt inbegrips.

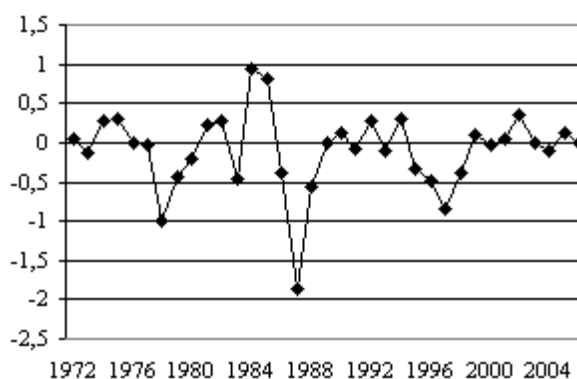
Huruvida trettiofem år gamla data är relevanta för dagens VaR-estimering är en viktig frågeställning. Nedanstående diagram illustrerar avkastningsfördelningens fyra första moments utveckling över tiden för MXWO.

MXWO-dagsavkastningsfördelningens fyra första moment för respektive år

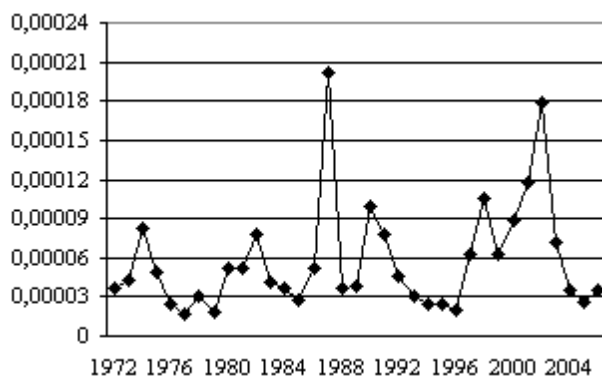
Medelvärde



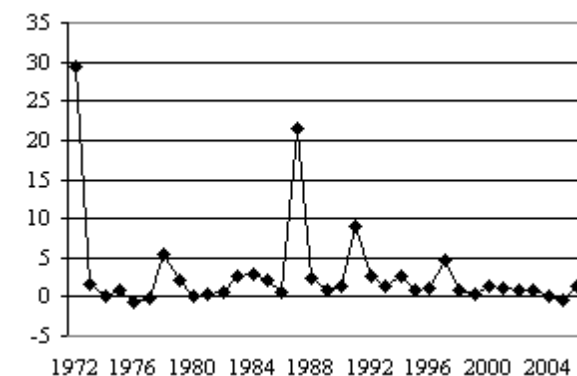
Skevhet



Varians



Toppighet



Som synes tycks värdena främst variera från år till år, och inte i någon större utsträckning uppvisa någon trend, vilket antyder att det är av vikt för nu- och framtiden vilken metod som bäst skattade VaR så långt bak i tiden som på 1970-talet.

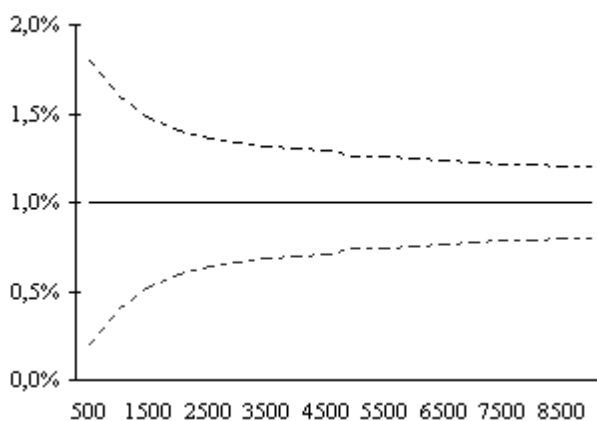
### 3.3 TESTPERIOD

För valutakurser och aktieindex testar jag vardera en tidsperiod, 1984-2006 respektive 1972-2006. Tester på flera olika perioder vore önskvärda för att öka resultatens trovärdighet, men avstås då jag antingen fått så få VaR-överskridelser att analys vore svår att genomföra, eller

tvingats gå så långt bak i tiden att data varit av otillräcklig kvalitet och eventuellt också irrelevanta (se avsnitt 3.2).

Diagrammet nedan baseras på värden från Kupiecs test (se avsnitt 3.8.1) och visar andelen överskridelser som funktion av antalet observationer i stickprovet. Den heldragna linjen illustrerar väntevärdet under nollhypotesen att andelen överskridelser i hela populationen (dvs. överskridelsesannolikheten) är en procent. De streckade linjerna markerar den övre respektive undre gränsen för förkastande av nollhypotesen på konfidensnivån 95 %. Om man exempelvis testar nollhypotesen att sannolikheten för att få en VaR-överskridelse är 1 % och använder ett stickprov om 1000 observationer, förkastas nollhypotesen om stickprovet innehåller mindre än 0,4 % (dvs. fyra) eller mer än 1,6 % (dvs. sexton) överskridelser.

**95 %:s konfidensintervall för VaR på 99 %:snivån,  
som funktion av stickprovets storlek**



Som synes krävs det – intuitivt nog – en mindre procentuell avvikelse från väntevärdet för att nollhypotesen ska kunna förkastas ju fler observationer som studeras. Detta är en grafisk illustration av mitt argument för att inte dela in perioden i underperioder: hypotestestet blir helt enkelt för svagt. Samma argument håller även för test av oberoende.

### **3.4 SKATTNINGSPERIOD FÖR VARJE ENSKILD DAGS VAR**

Då VaR, eller fördelningars karakteristika överhuvudtaget, ska skattas, måste en avvägning mycket lik de i avsnitten 3.2 och 3.3 göras. Å ena sidan vill man ha med så mycket data att

skattningens precision blir hög och slumpens påverkan liten. Å andra sidan ska alla data vara aktuella nog att tillföra information om avkastningens sannolikhetsfördelning på skattningsdagen. En fördel med en kort skattningsperiod är att man med större sannolikhet har tillräcklig prishistorik för många riskfaktorer. Om historisk simulation med de senaste 50 åren som skattningsperiod användes, skulle historiken för t.ex. många någorlunda nya aktier vara för kort.

Ett krav som ställs från Baselkommitéen (1996) är att minst ett års data, effektivt sett, ska användas i bankens modell. Med effektivt menas att om man använder en icke likaviktad modell såsom EWMA eller volatilitetsviktad historisk simulation, ska observationernas viktade genomsnittsalder uppgå till minst ett halvår.

Under antagandet att bankerna i sina modeller ofta använder 1-3 års historiska data samt att ett år har cirka 250 handelsdagar, baseras VaR-skattningen på de cirka 500 föregående dagarnas avkastningar.

Vilken dags avkastning som ska utgöra 99 %-snivån på historiskt simulerad VaR är då inte självklart. Läroboksförfattarna Crouhy et al (2001) och Dowd (2005) är oeniga om huruvida den femte eller sjätte minsta avkastningen bör användas. Min tolkning är att oenigheten bottenar i hur man definierar 99 %-s-VaR – om man definierar det som den minsta förlust man gör en dag som tillhör de 1 % sämsta dagarna, använder man den femte observationen, medan den sjätte används om man istället avser finna den förlust som med 1 % sannolikhet överskrids. Med en kontinuerlig avkastningsfördelning ger dessa definitioner förstas samma skattade värde på VaR.

För att valet av konvention inte ska bli avgörande för studiens resultat, väljer jag att härleda varje dags VaR med de olika metoderna ur de närmast föregående 550 dagarnas avkastningar. Det blir då en självklarhet att historiskt simulerad 99 %-s-VaR fås som den sjätte minsta observationen.

### 3.5 TESTPORTFÖLJER

För att en av aktieportföljerna och en av valutaportföljerna (hädanefter benämnda bankportföljerna) ska likna portföljerna i en riktig bank i så stor utsträckning som möjligt, tar jag utgångspunkt i data från en stor svensk bank. Bankens historiskt simulerade P/L för de närmast föregående två åren samlas för respektive riskslag (lineär aktiekursrisk respektive lineär valutakursrisk) in vid tre olika slumpmässigt utvalda dagar i december 2006. Därefter låter jag Excels problemlösare välja de vikter av mina index respektive valutor som maximerar den genomsnittliga korrelationen med bankens simulerade P/L för respektive tillgångstyp.

I aktieindexen anser jag det vara rimligt att anta att bankens position totalt är lång, dvs. att banken generellt tjänar pengar när världens börser går bra och förlorar pengar när de går dåligt. Aktieportföljens vikter får därför som enda restriktion att summan av dem ska uppgå till ett (100 %).

Den maximala genomsnittliga korrelationen mellan en portfölj bestående av de av mig valda indexen och bankens simulerade lineära aktie-P/L är 0,867. Stora långa positioner har man inte oväntat i MXWO, MXSE, MXDK och DAX medan positionen i MXUS faktiskt blir kort.

Det är svårt att förutspå om bankens totala valutaposition i förhållande till euro är lång eller kort. Dessutom är det för valutor en definitionsfråga vad som är en lång respektive en kort position; den som är lång SEK/EUR är kort EUR/SEK. Jag uttrycker därför avkastningsserierna för valutor på båda sätten för de sex valutor som ingår i studien. Sedan väljs bankportföljens vikter som den kombination av de tolv tillgångarna som maximerar dess genomsnittliga korrelation med bankens simulerade P/L. Utöver att summan av portföljvikterna ska vara ett, krävs icke-negativa portföljvikter för valutorna. Detta som en följd av att varje valutakurs avkastning uttrycks på båda sätten.

Bankportföljen för valutors genomsnittliga korrelation med bankens simulerade lineära valuta-P/L är 0,881. Stora positioner har man främst i SEK, JPYk, NOKk och USD. Tillägget k till en valutas namn står för kort position. Jag har valt att definiera SEK som SEK/EUR ( $\approx 0.11$ ) och SEKk som EUR/SEK ( $\approx 9.3$ ).

**Portföljvikter, aktiekursrisk**

<u>Bankportfölj</u>		<u>Testportfölj</u>	
Index	Vikt	Index	Vikt
MXWO	52,4%	MXDK	50,0%
MXSE	26,2%	MXFA	50,0%
MXDK	16,9%	MXGB	50,0%
DAX	15,8%	MXUS	50,0%
MXGB	2,0%	MXWO	50,0%
MXNO	1,5%	DAX	-50,0%
MXFA	-1,3%	MXNO	-50,0%
MXUS	-13,4%	MXSE	-50,0%

**Portföljvikter, valutakursrisk**

<u>Bankportfölj</u>		<u>Testportfölj</u>	
Valuta	Vikt	Valuta	Vikt
SEK	31,9%	JPY	24,2%
JPYk	23,0%	CHF	21,6%
NOKk	21,5%	USD	19,0%
USD	16,5%	NOK	18,7%
GBP	4,4%	GBP	10,1%
CHFk	2,7%	SEK	6,4%

Givet bankportföljernas sammansättning finner jag också de portföljvikter som, sett över hela testperioden (dvs. 35 år respektive 23 år) ger en korrelation så nära 0 som möjligt med respektive bankportfölj. De portföljer dessa vikter ger upphov till kallar jag testportföljerna och de används för att ge en indikation om hur generella resultaten för bankportföljerna är. Aktietestportföljen väljs med restriktionen att ett index som mest får ha en absolut vikt på 50 %. Detta för att undvika fullständigt orimliga portföljer (som dock kunnat ge en lägre absolut korrelation med bankportföljen).

Alla enskilda tillgångar av vilka portföljerna kan bildas testas också för sig, i syfte att göra underlaget för analys och möjligheterna att dra slutsatser större. Jag skattar också VaR för korta positioner i aktieindexen då en studie av Giot et al (2003) indikerar att det ofta är av väsentlig betydelse för VaR-skattning om en position i en tillgång är lång eller kort.

Jag håller portföljvikterna kontanta över hela testperioden. Detta då det dels förenklar beräkning, dels gör det korrekt att skatta den totala portföljens normalfördelningsparametrar utifrån dess egna avkastningsdata (se avsnitten 3.6 och 3.7.1) utan att gå omvägen via de enskilda tillgångarnas avkastningsserier.

Det kan hävdas att jag implicit med min metod antar att indexen innehållit samma tillgångar under hela de respektive skattningsperioderna (och för den delen hela testperioden), annars vore det möjligen ologiskt att de skulle följa samma avkastningsfördelning hela perioden. Effekten av att indexen byter innehåll under skattningsperioderna tror jag dock är relativt liten då förändringarna sannolikt sker gradvis och inget rimligt sätt finns, så vitt jag kan se, att kringgå denna eventuella problematik.



Jag vill betona att min avsikt med bankportföljerna inte i första hand är att de ska vara likadana som de en riktig bank förfogar över, sett till vilka tillgångar och vikter de är sammansatta av. Meningen är istället att de avkastningsfördelningar de ger upphov till i så hög grad som möjligt ska likna en banks portföljs tänkbara avkastningsfördelning. Att korrelationen är så hög som möjligt behöver inte heller betyda att portföljsammansättningen är optimal då det gäller att efterlikna banks portfölj sett till avkastningsseriens egenskaper. Dock kan det antas att så åtminstone tillnärmelsevis är fallet. Då bankens portföljer för respektive riskfaktor kan antas vara sammansatta av ungefär samma tillgångar som mina portföljer (se avsnitt 3.2) är det troligt att portföljer som maximerar korrelationen med bankens portföljer också innehåller ungefär samma tillgångar och vikter och därmed har en avkastningsserie med liknande egenskaper.

### 3.6 KONVENTION FÖR AVKASTNINGSBERÄKNING

Endagsavkastningarna som all VaR-skattning i min studie bygger på, räknar jag ut som så kallad enkel avkastning, dvs.

$$r_t = P_t / P_{t-1} - 1$$

där  $r_t$  och  $P_t$  är portföljens dagsavkastning respektive pris dag  $t$ .

Att använda enkel avkastning kan anses vara en aning förvånande, då konventionen i forskning i finansiell ekonomi enligt exempelvis Brooks (2004) är att benyttja kontinuerligt beräknade avkastningar, log-avkastningar. Dessa har en del fördelaktiga egenskaper. En fördel log-avkastning skulle medföra i detta arbete vore att medelavkastningen som normalfördelnings-VaR bygger på skulle få en mer teoretiskt tilltalande tolkning. Detta då en portfölj som varje dag hade denna avkastning under hela skattningsperioden skulle få samma totala avkastning som den aktuella portföljen haft under samma period.

Enkel avkastning är av godo så till vida att dess tolkning och beräkning är trivial. Ett av de främsta skälen till att jag väljer att använda mig av det är emellertid att en portföljs enkla dagsavkastning fås som ett viktat genomsnitt av de i portföljen ingående tillgångars enkla

dagsavkastningar. Detta innebär att portföljavkastningarna är mycket lätta att räkna ut och – vad viktigare är – att om de enskilda tillgångarnas enkla avkastningar är normalfördelade är också portföljens avkastning normalfördelad. Om en portföljs vikter är konstanta över en tidsperiod, är dess dagsvis uttryckta förväntade avkastning och standardavvikelse, skattade utifrån portföljens avkastning, exakt lika med förväntad avkastning och standardavvikelse skattade utifrån de enskilda tillgångarnas förväntade avkastningar, standardavvikelser och kovarianser. Resultatet av detta är att portföljens VaR enligt varians-kovariansmetoden är oerhört lätt att skatta under de i denna studie rådande förutsättningarna.

Då endagsavkastningar normalt sett ligger nära noll, kan det förväntas att en dags enkla avkastning ligger mycket nära dess kontinuerligt beräknade avkastning. Därmed bör de teoretiska nackdelar som enkel avkastning har jämfört med kontinuerligt beräknad vara mycket marginella i praktiken i denna studie.

De relativt få handelsdagar för vilka inget pris finns tillgängligt i mina tidsserier tas bort. Även avkastningen för efterföljande dag stryks då denna annars blir en tvådagarsavkastning. För portföljer som är sammanviktningar av olika index tas även dagar som är helgdagar i något av de aktuella länderna bort, då dessa dagars portföljavkastningar inte utgör ett rättvisande underlag för skattningar av VaR en dag då inget berört land har helgdag. Samma sak görs i viss utsträckning med MXWO-serien. Valutaprisserierna är helt kompletta och används som de är.

## **3.7 SKATTNING AV VALUE AT RISK**

### **3.7.1 VaR-metoder**

I enlighet med marknadsstandard och majoriteten av tidigare forskare använder jag 0 som benchmark när jag definierar VaR, inte den förväntade avkastningen.

För alla studiens portföljer kan VaR enligt avsnitten 3.5 och 3.6 skattas utifrån portföljens egna avkastningsserier.

Excelfunktionen `NORMINV(x; y; z)` ger det värde som med sannolikheten  $x$  underskrids om man tar ett tal från en normalfördelning med medelvärdet  $y$  och standardavvikelsen  $z$ . `MEDEL(x)` ger medelvärdet av alla tal i  $x$  medan `STDAV(x)` skattar populationens standardavvikelse givet stickprovet  $x$ .

99 %-s-VaR skattad med den enkla varians-kovariansmetoden ges då av

```
-NORMINV(0,01; MEDEL(A40:A589); STDAV(A40:A589))
```

där `A40:A589` är portföljens avkastningar de 550 senaste dagarna.

Att estimeras VaR med varians-kovariansmetoden med EWMA-volatilitet är något svårare, varför jag gjort en VBA-funktion (`DECAYSTDAVV`, se appendix) som beräknar standardavvikelsen med denna metod. Då denna standardavvikelse beräknas, låter jag bara funktionen använda de 38 senaste dagsavkastningarna. Skälet till detta är att det sparar tid; det tar annars lång tid att kalla funktionen flera tusen gånger. Att jag just sätter gränsen vid 38 observationer beror på att jag valt att använda de observationer vars vikt uppgår till minst 10 % av den nyaste observationens vikt. Jag anser det vara rimligt att anta att betydelsen för standardavvikelsen av att inkludera ytterligare observationer vore marginell. 99 %-s-VaR skattas med denna metod som

```
-NORMINV(0,01; MEDEL(A40:A589); B590)
```

där `B590` är standardavvikelsen skattad med funktionen `DECAYSTDAVV` för observationerna `A552:A589` med avtagandefaktorn 0,94.

`MINSTA(x; y)` ger det  $y$ :te minsta värdet bland alla tal i  $x$ . Att för ett stickprov estimeras VaR med likaviktad historisk simulation i Excel är därför trivialt. På 99 %-snivån skattas VaR helt enkelt som

```
-MINSTA(A40:A589; 6)
```

med denna metod.

VaR skattad med hjälp av volatilitetsviktad historisk simulation får jag genom att först dividera varje observation med den skattade volatilitet som gällde inför den dag då den förekom, därefter tillämpa `MINSTA` och slutligen multiplicera med dagens skattade volatilitet. Som volatilitetsskattningsmetod i har jag här valt att använda EWMA-metoden, dels då den är mer sofistikerad (och förhoppningsvis bättre) än den enkla metoden, dels då den sannolikt ger upphov till större variation i de skattade volatiliteterna. Varierande volatilitet är ju en förutsättning för att volatilitetsviktad historisk simulation ska skilja sig från likaviktad historisk simulation. Med samma notation som tidigare kan alltså 99 %-s-VaR-approximationen med volatilitetsviktad historisk simulation skrivas som

`-MINSTA(C40:C589;6) * B590`

där `c40` är detsamma som `A40 / B40`, `c41` är detsamma som `A41 / B41` OSV.

Eftersom de volatilitetsviktade VaR- och ES-modellerna behöver en skattad volatilitet redan fr.o.m. den första dag vars avkastning ingår i den historiskt simulerade VaR-skattningen, skattas de första VaR-talen för en tidsserie först efter den 588:e dagen.

För att kunna använda bootstrappad historisk simulation, både likaviktad och volatilitetsviktad, har jag skapat VBA-funktionen `BOOTSTRAP` (se appendix). Denna ger det genomsnittliga VaR-talet utifrån, i tur och ordning, ett stickprov, en given konfidensnivå (uttryckt som vilken observation i litenhetsordningen som är varje stickprovs VaR) och ett givet antal bootstrappade stickprov. I sitt likaviktade utförande skattas VaR då direkt genom att denna funktion kallas enligt följande

`-BOOTSTRAP(A40:A589; 6; 100)`

Vid volatilitetsviktning krävs ytterligare några operationer, motsvarande dem som utförs när samma metod används utan bootstrapping, och formeln för 99 %-s-VaR-skattning blir då istället

`-BOOTSTRAP(C40:C589; 6; 100) * B590`

där de berörda cellerna tolkas på samma sätt som tidigare i detta avsnitt.

Att endast 100 bootstrappade stickprov renderas för varje skattningsdag och tidsserie beror uteslutande på datorbelastning. Dowd (2005) använder t.ex. konsekvent minst 1000 repetitioner och oftast fler. Detta är emellertid en praktisk omöjlighet i denna studie. Redan vid 100 bootstrappade stickprov per skattning tar det nämligen 5-8 timmar per tidsserie att skatta alla bootstrap-VaR-tal.

### 3.7.2 ES-metoder

Av de valda VaR-metoderna testar jag bara ES-versionen av likaviktad historisk simulation och volatilitetsviktad historisk simulation.

Att skatta VaR genom ES under normalfördelningsantagandet är visserligen enkelt, men för att få ES på den nivå som motsvarar 99 %:s-VaR används förstås exakt samma formel som den som ursprungligen används för att få 99 %:s-VaR under samma antagande. Således hade jag fått exakt samma värde som vid beräkning av VaR under normalfördelningsantagandet, och det finns alltså varken någon anledning att göra dessa beräkningar av jämförelseskäl eller pga. ES egenskaper.

Bootstrappad ES anser jag inte vara lika intressant att testa som bootstrappad VaR eftersom ES (vid likaviktad eller volatilitetsviktad historisk simulation) inte i samma utsträckning borde påverkas och göra hopp pga. enstaka observationer och slumpen. En enskild avkastning påverkar ju som mest en elftedel (se nedan) av det skattade ES-värdet, som i sig kan sägas fås som ett genomsnitt av de skattade VaR-talen på olika nivåer. VaR-talet, däremot, utgörs av en enda avkastning (den sjätte minsta, enligt avsnitt 3.4). Mitt tyngsta argument för att inte testa bootstrappad ES är dock att det tar mycket lång tid för en vanlig dator att beräkna i Excel för så många observationer som innefattas i denna studie.

Vilken ES-konfidensnivå som är bäst lämpad för att skatta 99 %:s-VaR är en högst relevant fråga för min studie. Då den är svår att besvara på förhand väljer jag att skatta ES på flera olika nivåer.

Jag approximerar med Excels hjälp den ES-nivå som motsvarar VaR på 99 %-nivån under antagande om normalfördelade avkastningar:

$\text{NORMINV}(0,01; 0; 1)$  ger värdet  $-2,32634$ , som alltså motsvarar 99 %-s-VaR (med omvänt tecken) om avkastningsfördelningen är normal och har medelvärdet 0 och standardavvikelsen 1.

Jag beräknar medelvärdet av  $\text{NORMINV}(A_x; 0; 1)$  där jag låter

$$A_0 = 0,000001$$

$$A_x = A_{x-1} + 0,000001 ; x > 0$$

för olika antal termer och får genom iteration fram att medelvärdet av de 25764 första termerna är lika med  $-2,32635$  vilket är det närmaste det sökta värdet jag kommer. Då

$$550 * 2,5764 \% = 14,1702 \approx 14$$

indikeras att om 550 likaviktade observationer används som underlag och avkastningarna följer en normalfördelning, vore genomsnittet av de 14 sämsta avkastningarna den bästa skattningen av VaR genom användande av historiskt simulerad ES.

Finansiella avkastningsfördelningar har dock ofta tjocka svansar, vilket innebär att sannolikheten för de extrema avkastningarna inte minskar lika kraftigt med avståndet från medelvärdet som om normalfördelning rått (se graf i avsnitt 2.5.2).

Därmed är det troligt att man kommer närmare 99 %-s-VaR om man använder genomsnittet av färre än de 14 sämsta observationer som föreslås under normalfördelningsantagandet, åtminstone för likaviktad historiskt simulerad ES.

Gränsen för hur tjocka svansar den undersökta portföljens avkastningsfördelning rimligtvis kan tänkas ha anser jag går vid en likafördelning. Jag håller det alltså inte för troligt att extrema avkastningar är mer sannolika än något mindre extrema; jag utgår från att svansen är minst lika tjock på den sida om första percentilen som är närmast medelvärdet som på den

andra sidan. Vid likafördelning motsvarar 99 %:s-VaR uppenbart 98 %:s-ES. Det betyder att det i detta fall vore lämpligt att använda genomsnittet av de

$$550 * (100 \% - 98 \%) = 11$$

sämsta observationerna om man via historiskt simulerad ES vill skatta 99 %:s VaR.

Enligt resonemanget ovan testar jag därför i likaviktad historisk simulation de ES-nivåer som motsvarar genomsnittet av de 11 till 14 sämsta utfallen.

Vilka nivåer volatilitetsviktad historiskt simulerad ES bör skattas på är svårare att argumentera för. Jag väljer samma nivåer som för likaviktad historisk simulation.

Det mest försiktiga likaviktade historiskt simulerade ES-värdet, det under antagande om likafördelning räknas ut som

`-MEDEL(MINSTA(A40:A589; 1); MINSTA(A40:A589; 2); ... ; MINSTA(A40:A589; 11))`

På analogt vis fås likaviktad historiskt simulerad ES även där de 12, 13 och 14 sämsta observationerna används.

Volatilitetsviktad historiskt simulerad ES fås som en kombination av metoderna för beräkning av likaviktad historiskt simulerad ES och volatilitetsviktad historiskt simulerad VaR, dvs. med hjälp av Excelformeln

`-MEDEL(MINSTA(C40:C589;1); MINSTA(C40:C589;2); ... ; MINSTA(C40:C589;11)) * B590`

när de 11 sämsta observationerna används och på analogt vis för 12, 13 och 14 svansobservationer.

## 3.8 BACKTESTING

För varje avkastningsserie och modell bildar jag en serie bestående av ettor och nollor, där en etta indikerar att en dags observerade förlust överstiger VaR-talet som skattades inför dagen. Dessa binära serier används för utvärdering av modellerna.

### 3.8.1 Frekvenstest

Det Christoffersen (1998) benämner obetingad sannolikhet, dvs. om antalet VaR-överskridelser en viss metod ger upphov till är rimligt med hänsyn till VaR-måttets 99 %-snivå, utvärderar jag med hjälp av Kupiecs (1995) test.

Detta test utgår från det faktum att sannolikheten för exakt  $x$  överskridelser vid VaR-konfidensnivån  $1 - p$  enligt elementär sannolikhetsteori är lika med

$$\binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

där  $n$  är antalet observerade tillfällen då en VaR-överskridelse kunnat uppstå, vilket är detsamma som antalet dagar för vilka VaR skattas för den aktuella tidsserien, dvs. det totala antalet observationer i tidsserien minus 588.

Excelfunktionen `BINOMFÖRD(x; n; p; SANT)` ger enligt samma logik som ovan sannolikheten för  $x$  eller färre överskridelser givet  $n$  och  $p$ .

P-värden för frekvenstestet får jag genom att skriva

```
OM(BINOMFÖRD(x;n;0,01;SANT) <= 0,5;  
  BINOMFÖRD(x;n;0,01;SANT) * 2;  
  (1-BINOMFÖRD(x;n;0,01;SANT)) * 2)
```



med samma tolkningar av  $x$  och  $n$  som tidigare.<sup>2</sup>

Detta innebär att om sannolikheten för  $x$  eller färre VaR-överskridelser är mindre (större) än eller lika med sannolikheten för fler än  $x$  överskridelser, blir p-värdet den förstnämnda (sistnämnda) sannolikheten multiplicerad med två. Att det multipliceras med två, beror på att sannolikheterna innan detta gjorts motsvarar ett enkelsidigt hypotestest.

Efter multiplikationen får p-värdet tolkningen som den högsta signifikansnivå för vilken nollhypotesen kunnat förkastas vid ett dubbelsidigt hypotestest. Just ett sådant test är mest relevant eftersom både eventuell över- och underskattning av VaR är av praktisk betydelse enligt argumentation i introduktionskapitlet.

### 3.8.2 Oberoendetest

Ett vanligt sätt att testa binära serier för beroende är att använda sig av ett så kallat *runstest*. Detta går ut på att man utifrån antalet följder (eng.: runs) i serien, och antalet ettor och nollor i den, testar nollhypotesen om oberoende. Då andelen dagar då förlusten överskrider VaR normalt är mycket liten (närmare bestämt per definition förväntas vara 1 % om modellen är tillfredsställande), anser jag runstestet vara olämpligt att använda i min studie. Även om en VaR-överskridelse vid gårdagens observation skulle påverka sannolikhetsfördelningen för dagens observation så kraftigt att sannolikheten för en överskridelse fördubblas, skulle den fortfarande vara liten. Därmed vore det inte orimligt att man, trots att ett sådant beroende förelåg, observerade för få fall där två överskridelser följde varandra för att beroendeförhållandet skulle kunna upptäckas. Runstestet tar heller inte någon hänsyn till hur tätt överskridelserna ligger, så länge de inte ligger i direkt följd, vilket också är en högst väsentlig brist. Exempelvis anser jag att överskridelser på måndagen, onsdagen och fredagen i

---

<sup>2</sup> I samband med korrekturläsning ser jag att detta är (ett mycket marginellt) fel. För överskridelseandelar som överstiger 1 % bygger nämligen p-värdet på sannolikheten för *fler* VaR-överskridelser än vad som observerats istället för på sannolikheten för *minst lika många* överskridelser som observerats, som vore korrekt. Givet de långa tidsserierna (och det därmed stora antalet överskridelser) samt att sannolikheten för varje enskilt antal är mycket liten i de fall då det kan bli aktuellt att förkasta nollhypotesen är detta av närmast akademiskt intresse, men å andra sidan är ju detta ett akademiskt arbete. En mer korrekt formel vore istället följande:

$$\begin{aligned} & \text{MIN}(\text{OM}(\text{BINOMFÖRD}(x;n;0,01;\text{SANT}) \leq 0,5; \\ & \quad \text{BINOMFÖRD}(x;n;0,01;\text{SANT}) * 2; \\ & \quad (1-\text{BINOMFÖRD}(x-1;n;0,01;\text{SANT})) * 2); \\ & 1) \end{aligned}$$

samma vecka tyder på beroende, även om förlusten understiger VaR på tisdagen och torsdagen.

För att råda bot på dessa problem, konstruerar jag istället ett test som bygger på hur lång den längsta följd i en binär serie är. Tanken bakom detta är att för givna antal ettor och nollor blir den längsta följd av nollor längre ju tätare ettorna ligger. Således menar jag att en lång längsta följd av icke-överskridelser indikerar att överskridelserna ligger i kluster, om än inte nödvändigtvis helt intill varandra. Just att överskridelserna ligger tätare inpå varandra än vad som kan förväntas om de är slumpmässigt fördelade, anser jag är en rimlig mothypotes till nollhypotesen om oberoende. Hypotesprövningen sker på följande sätt: Först observerar jag seriens längsta följd av icke-överskridelser. Denna finns med hjälp av en VBA-funktion (`HITTA_LONGEST_RUN`, se appendix). Därefter beräknas sannolikheten för att få en följd längre än eller lika lång som den observerade, givet antalet observationer i tidsserien, antalet överskridelser och att oberoende föreligger. Denna sannolikhet är testets p-värde.

Svårigheten med testet jag använder mig av är själva beräkningen av p-värdet. Godbole (1990) visar visserligen hur sannolikheten jag söker kan uttryckas matematiskt, men tal som 7000! är ohanterligt stora för Excel (bortsett från i dess egna fördefinierade funktioner som `BINOMFÖRD`). Därför approximerar jag istället sannolikheten empiriskt, genom att i en VBA-funktion (`LONG_RUN_PVALUE`, se appendix) skapa 10000 serier med det aktuella antalet observationer och överskridelser där observationernas ordningsföljd är slumpmässig. Funktionen räknar sedan hur stor andel av de skapade serierna som har en längsta följd som är minst lika lång som den verkliga seriens längsta följd. Detta värde använder jag som mitt p-värde för testet. Detta gör förvisso att p-värdet blir stokastiskt, men effekten är så liten att den kan negligeras utom då extrem precision krävs.

Jag testar alltså överskridelsernas oberoende av tidigare överskridelser, medan eventuellt beroende av annan information negligeras. Detta då det helt enkelt är omöjligt att testa oberoende av all information, samtidigt som min valda metod bör ge utslag vid exempelvis beroende av implicit volatilitet för likaviktade historiskt simulerade metoder. Dock kan givetvis inte orsakerna till mitt beroendetests resultat härledas ur själva testresultatet.

# 4 RESULTAT OCH ANALYS

## 4.1 BESKRIVANDE STATISTIK

### 4.1.1 Aktieportföljer

MXFA är den tidsserie där minst antal dagar saknas. Detta kan till viss del bero på att färre helgdagar märks, eftersom det sällan är helgdag i hela Asien vilket leder till att en avkastning kan observeras de flesta dagar. Det kan verka underligt att MXWO har fler avkastningar än bankportföljen och testportföljen. Anledningen är att MXFA har ett senare startdatum än övriga tidsserier. Det gör att MXWO-serien innehåller data ända från början av år 1972 medan bank- och testportföljernas avkastningsserier börjar när MXFA-serien börjar, dvs. i slutet av november samma år.

	Antal	Medel	Varians	Skevhet	Toppighet	Minimum	Maximum
Bankportfölj	7137	0,00039	0,00006	-0,31	9,4	-0,09	0,06
Testportfölj	7137	0,00024	0,00022	0,13	2,8	-0,12	0,12
MXSE	8597	0,00057	0,00017	0,16	5,5	-0,08	0,12
MXDK	8616	0,00048	0,00009	-0,27	5,1	-0,09	0,05
DAX	8699	0,00037	0,00015	-0,27	6,3	-0,13	0,08
MXGB	8786	0,00035	0,00012	-0,10	6,3	-0,12	0,09
MXUS	8734	0,00033	0,00010	-0,96	24,1	-0,20	0,09
MXFA	8801	0,00036	0,00015	0,04	8,8	-0,17	0,12
MXNO	8725	0,00046	0,00019	-0,27	10,9	-0,21	0,12
MXWO	7365	0,00031	0,00006	-0,38	10,8	-0,10	0,08

MXSE har högst medelavkastning av indexen, och också den näst högsta variansen (efter MXNO). Det kan med blotta ögat ses att bankportföljen har högst medelavkastning per varians av alla aktieportföljer, medan testportföljens sammansättning med flera stora korta positioner inte oväntat resulterar i den högsta variansen. Skevheten är negativ för många portföljer, vilket är intuitivt då en klar majoritet av portföljerna har en (givetvis i absoluta termer) större minsta avkastning än största avkastning. Givet hur stora maxima och minima

flera av portföljerna har, jämfört med variansen, är det också förståeligt att toppigheten i många fall överstiger normalfördelningens värde, 3.

Det kan noteras att testportföljens dagsavkastningar är överlägset närmast att följa en normalfördelning.

Korrelationerna mellan aktieportföljernas avkastningsserier är i allmänhet positiva. Negativa korrelationer förekommer dock för testportföljen, vilket är logiskt då vikterna av de index med vilka portföljen har negativ korrelation är  $-50\%$ . Att bankportföljen inte uppvisar negativ korrelation med något index trots negativa vikter av MXFA och MXUS beror sannolikt på att dessa vikter är relativt små, samtidigt som stora positiva vikter hålls av tillgångar som är starkt positivt korrelerade med dessa index, exempelvis MXWO.

#### **Korrelationer, aktieportföljer**

	Testportfölj	MXSE	MXDK	DAX	MXGB	MXUS	MXFA	MXNO	MXWO
Bankportfölj	0,02	0,83	0,61	0,77	0,59	0,45	0,42	0,50	0,75
Testportfölj		-0,30	0,14	-0,21	0,26	0,42	0,45	-0,35	0,50
MXSE			0,39	0,52	0,39	0,23	0,21	0,39	0,41
MXDK				0,39	0,31	0,15	0,17	0,34	0,30
DAX					0,46	0,34	0,18	0,39	0,51
MXGB						0,31	0,18	0,34	0,52
MXUS							0,08	0,16	0,78
MXFA								0,19	0,55
MXNO									0,33

Det är väntat att de inbördes korrelationerna mellan samtliga index är positiva, eftersom det är en vanlig uppfattning att börsers utveckling smittar av sig på andra börser.

Det kan noteras att korrelationen mellan bankportföljen och testportföljen (vilken, givet restriktioner, minimerats av Excels problemlösare, se avsnitt 3.5) uppgår till 0,02.

### **4.1.2 Valutaportföljer**

För valutaportföljerna är medelvärdena betydligt närmare noll, vilket är förståeligt då valutakurser inte i samma utsträckning som aktiekurser kan förväntas följa en trend över

tiden. Även variansen är klart mindre om än ett fåtal riktigt stora fall, bl.a. i SEK i samband med devalvering, kan observeras. På grund av stora sådana fall uppvisar NOK och SEK extremt hög toppighet och kraftig negativ skevhet. Testportföljen för valutor följer, likt sin aktiemotsvarighet, en fördelning som nära nog är normal medan bankportföljen, också likt sin aktiemotsvarighet, har en fördelning där momenten över lag liknar ett genomsnitt av de enskilda valutornas moment, förutom att variansen är lägre.

**Fördelningsbeskrivande statistik, valutaportföljer**

	Antal	Medel	Varians	Skevhet	Toppighet	Minimum	Maximum
Bankportfölj	5754	-0,000018	0,000004	-1,10	18,0	-0,033	0,013
Testportfölj	5754	-0,000028	0,000010	-0,06	3,3	-0,027	0,024
USD	5754	-0,000081	0,000048	-0,13	2,7	-0,056	0,042
NOK	5754	-0,000064	0,000011	-3,06	53,7	-0,072	0,016
JPY	5754	0,000033	0,000044	0,42	3,9	-0,035	0,062
GBP	5754	-0,000042	0,000023	-0,38	4,1	-0,037	0,034
CHF	5754	-0,000002	0,000007	0,60	6,0	-0,014	0,027
SEK	5754	-0,000068	0,000017	-3,18	80,0	-0,107	0,028
USDk	5754	0,000129	0,000048	0,23	2,9	-0,040	0,059
NOKk	5754	0,000075	0,000012	3,58	66,7	-0,016	0,078
JPYk	5754	0,000011	0,000043	-0,32	3,5	-0,058	0,036
GBPk	5754	0,000064	0,000023	0,46	4,3	-0,033	0,039
CHFK	5754	0,000009	0,000007	-0,54	5,6	-0,026	0,015
SEKk	5754	0,000085	0,000018	4,24	116,4	-0,027	0,120

Har man sett fördelningsstatistiken för de långa positionerna är statistiken för de korta positionerna relativt ointressant. Intuitivt nog är toppigheterna och varianserna ungefär desamma, medan skevheterna och medelvärdena i stort sett bara byter tecken. Dock inkluderas denna statistik ändå för fullständighets skull, då jag visar statistik för alla tillgångar vilka ingår i mina tester.

Beträffande korrelationer kan det noteras att de inbördes korrelationerna mellan valutorna i regel är positiva. Det enda undantaget från detta är att CHF:s avkastningsserie är svagt negativt korrelerad med USD:s och SEK:s. Detta positiva samband är inte lika självklart som för aktieindex, men är knappast en ren slump. Eftersom alla valutor uttrycks som sin växelkurs mot euro, kan deras avkastningar bero på två saker; antingen att euron ändrat värde eller att valutan själv gjort det (eller, givetvis, bådadera). Eftersom den ena av dessa komponenter (euron, förstås) är gemensam för alla valutor, är det logiskt att positiv korrelation finns.

Bankportföljen är negativt korrelerad med precis de valutor i vilka portföljens positioner är korta.

Korrelationen mellan bankportföljen och testportföljen är för valutakurser noll om två (och, för den delen, ända upp till sex) decimaler används.

### **Korrelationer, valutaportföljer**

	Testportfölj	USD	NOK	JPY	GBP	CHF	SEK	USDk	NOKk	JPYk	GBPk	CHFk	SEKk
Bankportfölj	0,00	0,37	-0,02	-0,41	0,25	-0,20	0,63	-0,37	0,02	0,41	-0,25	0,20	-0,63
Testportfölj		0,81	0,51	0,82	0,56	0,24	0,44	-0,81	-0,51	-0,82	-0,56	-0,24	-0,44
USD			0,36	0,48	0,45	-0,04	0,37	-1,00	-0,36	-0,49	-0,45	0,04	-0,37
NOK				0,21	0,30	0,01	0,41	-0,36	-1,00	-0,21	-0,30	-0,01	-0,40
JPY					0,27	0,15	0,19	-0,48	-0,20	-1,00	-0,27	-0,15	-0,19
GBP						0,06	0,30	-0,45	-0,30	-0,27	-1,00	-0,06	-0,30
CHF							-0,04	0,04	-0,01	-0,15	-0,06	-1,00	0,04
SEK								-0,37	-0,40	-0,19	-0,30	0,04	-1,00
USDk									0,36	0,49	0,45	-0,04	0,37
NOKk										0,21	0,30	0,01	0,40
JPYk											0,27	0,15	0,19
GBPk												0,06	0,30
CHFk													-0,04

Även beträffande korrelationer kan det tilläggas att de korta positionernas korrelationer inte tillför speciellt mycket ny information givet de långa positionernas korrelationer. De är dock inte per definition lika med (minus) varandra utan skiljer sig marginellt åt i enstaka fall, varför även dessa redovisas för fullständighets skull.

## **4.2 RESULTAT**

### **4.2.1 Aktieportföljer**

Följande förkortningar används i detta kapitel:

VC            den enkla varians-kovariansmetoden

VC94	varians-kovariansmetoden med volatiliteten skattad med hjälp av EWMA med en avtagandefaktor på 0,94
HS	likaviktad historiskt simulerad VaR
HSB	bootstrappad likaviktad historiskt simulerad VaR
HSH	volatilitetsviktad historisk simulerad VaR (Hull-Whitemetoden)
HSHB	bootstrappad volatilitetsviktad historiskt simulerad VaR
ES11	likaviktad historiskt simulerad ES, där de elva sämsta observationerna används
ESH11	volatilitetsviktad historiskt simulerad ES, där de elva sämsta volatilitetsviktade observationerna används

### Resultat, aktiekursrisk, bankportfölj

	VC	VC94	HS	HSB	HSH	HSHB	ES11	ES12	ES13	ES14	ESH11	ESH12	ESH13	ESH14
VaR-överskridelser														
Antal tredjedel 1	25	37	25	23	20	20	21	22	23	24	18	18	18	18
Antal tredjedel 2	44	55	30	27	24	22	18	20	24	26	16	16	16	16
Antal tredjedel 3	56	53	34	33	23	22	28	31	31	33	14	15	18	21
Antal totalt	125	145	89	83	67	64	67	73	78	83	48	49	52	55
Andel totalt	1,91	2,21	1,36	1,27	1,02	0,98	1,02	1,11	1,19	1,27	0,73	0,75	0,79	0,84
P-värde, frekvens	0,000	0,000	0,004	0,030	0,788	0,918	0,788	0,319	0,113	0,030	0,028	0,040	0,099	0,210
Längsta följd														
Längsta följd	734	350	804	804	356	356	804	804	804	783	461	461	434	434
P-värde, oberoende	0,000	0,047	0,001	0,002	0,857	0,894	0,010	0,004	0,003	0,002	0,846	0,831	0,846	0,793
Genomsnittlig VaR														
Genomsnittlig VaR	1,71	1,55	2,02	2,04	1,94	1,96	2,24	2,19	2,13	2,09	2,25	2,20	2,15	2,10

Andel avser andelen VaR-överskridelser i procent. Även genomsnittlig VaR är uttryckt i procent, i detta fall av portföljvärdet den dag då VaR skattades. P-värden uttrycks i vanlig decimalform.

### Resultat, aktiekursrisk, testportfölj

	VC	VC94	HS	HSB	HSH	HSHB	ES11	ES12	ES13	ES14	ESH11	ESH12	ESH13	ESH14
VaR-överskridelser														
Antal tredjedel 1	25	36	22	24	24	21	16	20	21	22	18	19	19	20
Antal tredjedel 2	21	32	21	21	21	20	15	16	18	19	13	13	14	16
Antal tredjedel 3	31	45	30	29	25	26	23	25	26	29	22	23	26	27
Antal totalt	77	113	73	74	70	67	54	61	65	70	53	55	59	63
Andel totalt	1,18	1,73	1,11	1,13	1,07	1,02	0,82	0,93	0,99	1,07	0,81	0,84	0,90	0,96
P-värde, frekvens	0,142	0,000	0,319	0,265	0,526	0,788	0,166	0,631	0,983	0,526	0,129	0,210	0,462	0,820
Längsta följd														
Längsta följd	624	320	878	878	581	581	878	878	878	878	581	581	581	581
P-värde, oberoende	0,032	0,322	0,001	0,001	0,106	0,124	0,022	0,008	0,005	0,003	0,344	0,297	0,226	0,171
Genomsnittlig VaR														
Genomsnittlig VaR	3,38	3,12	3,52	3,52	3,50	3,53	3,77	3,70	3,63	3,58	3,79	3,72	3,65	3,59

## Resultat, aktiekursrisk, enskilda index

	VC	VC94	HS	HSB	HSB	HSB	HSB	ES11	ES12	ES13	ES14	ESH11	ESH12	ESH13	ESH14
MXSE andel	1,70	2,05	1,34	1,24	1,05	0,96	0,95	1,05	1,07	1,17	0,80	0,85	0,90	0,94	
MXSE p-värde frk	0,000	0,000	0,003	0,034	0,611	0,784	0,698	0,611	0,466	0,112	0,073	0,188	0,397	0,616	
MXSE p-värde obr	0,001	0,690	0,013	0,024	0,417	0,910	0,126	0,073	0,066	0,033	0,251	0,867	0,810	0,762	
MXDK andel	1,93	2,43	1,25	1,30	0,98	0,96	0,98	1,07	1,12	1,20	0,71	0,81	0,86	0,93	
MXDK p-värde frk	0,000	0,000	0,028	0,009	0,945	0,768	0,945	0,479	0,254	0,075	0,008	0,090	0,223	0,601	
MXDK p-värde obr	0,000	0,250	0,016	0,025	0,917	0,934	0,016	0,010	0,006	0,004	0,435	0,286	0,217	0,286	
DAX andel	1,76	1,91	1,31	1,25	1,10	1,01	0,84	0,97	1,01	1,10	0,73	0,80	0,89	0,90	
DAX p-värde frk	0,000	0,000	0,007	0,027	0,348	0,863	0,154	0,871	0,863	0,348	0,012	0,075	0,337	0,398	
DAX p-värde obr	0,000	0,247	0,001	0,002	0,290	0,383	0,056	0,018	0,014	0,009	0,820	0,713	0,560	0,551	
MXGB andel	1,74	1,76	1,33	1,24	1,10	1,05	0,94	1,04	1,15	1,22	0,78	0,84	0,90	0,95	
MXGB p-värde frk	0,000	0,000	0,003	0,027	0,343	0,606	0,629	0,685	0,169	0,045	0,046	0,160	0,409	0,711	
MXGB p-värde obr	0,000	0,634	0,000	0,000	0,978	0,989	0,002	0,001	0,000	0,000	0,752	0,653	0,549	0,475	
MXUS andel	1,57	1,78	1,29	1,18	1,13	1,06	0,90	0,95	0,97	1,06	0,75	0,82	0,83	0,91	
MXUS p-värde frk	0,000	0,000	0,010	0,100	0,222	0,566	0,377	0,670	0,841	0,566	0,021	0,113	0,143	0,443	
MXUS p-värde obr	0,000	0,156	0,004	0,008	0,762	0,842	0,059	0,043	0,036	0,021	0,688	0,741	0,713	0,938	
MXFA andel	1,69	1,91	1,36	1,30	1,11	1,06	0,83	0,89	0,95	1,10	0,67	0,73	0,78	0,84	
MXFA p-värde frk	0,000	0,000	0,001	0,007	0,299	0,544	0,124	0,339	0,699	0,352	0,002	0,013	0,044	0,156	
MXFA p-värde obr	0,001	0,051	0,008	0,007	0,595	0,667	0,159	0,109	0,079	0,028	0,694	0,584	0,478	0,373	
MXNO andel	2,00	2,00	1,31	1,27	1,20	1,14	0,97	1,01	1,08	1,16	0,76	0,86	0,91	1,02	
MXNO p-värde frk	0,000	0,000	0,005	0,017	0,062	0,181	0,849	0,886	0,423	0,149	0,030	0,222	0,448	0,799	
MXNO p-värde obr	0,000	0,236	0,003	0,005	0,429	0,516	0,040	0,029	0,015	0,010	0,172	0,088	0,065	0,030	
MXWO andel	1,71	2,07	1,30	1,24	1,14	1,06	0,84	0,93	1,00	1,03	0,58	0,63	0,78	0,84	
MXWO p-värde frk	0,000	0,000	0,015	0,047	0,238	0,555	0,205	0,612	0,913	0,726	0,000	0,002	0,074	0,205	
MXWO p-värde obr	0,000	0,778	0,001	0,002	0,472	0,563	0,025	0,011	0,009	0,006	0,598	0,472	0,351	0,267	
MXSEk andel	1,64	1,79	1,24	1,24	1,11	1,02	0,81	0,87	0,94	0,99	0,85	0,87	0,97	1,04	
MXSEk p-värde frk	0,000	0,000	0,034	0,034	0,291	0,774	0,094	0,280	0,616	0,962	0,188	0,280	0,872	0,690	
MXSEk p-värde obr	0,000	0,799	0,000	0,001	0,951	0,634	0,027	0,016	0,010	0,006	0,864	0,835	0,701	0,613	
MXDKk andel	1,77	2,20	1,17	1,17	1,02	1,06	0,97	1,03	1,08	1,11	0,78	0,87	0,92	1,00	
MXDKk p-värde frk	0,000	0,000	0,117	0,117	0,790	0,550	0,856	0,706	0,414	0,301	0,053	0,271	0,524	0,966	
MXDKk p-värde obr	0,002	0,513	0,052	0,014	0,300	0,261	0,018	0,012	0,008	0,006	0,072	0,516	0,426	0,323	
DAXk andel	1,43	1,38	1,29	1,31	1,02	1,04	0,95	1,07	1,13	1,20	0,80	0,86	0,95	0,99	
DAXk p-värde frk	0,000	0,001	0,009	0,007	0,777	0,694	0,698	0,470	0,207	0,073	0,075	0,233	0,698	0,960	
DAXk p-värde obr	0,002	0,933	0,004	0,014	0,497	0,820	0,003	0,020	0,013	0,009	0,828	0,741	0,898	0,865	
MXGBk andel	1,48	1,20	1,39	1,33	1,13	1,11	1,10	1,18	1,23	1,27	0,85	0,88	0,91	0,98	
MXGBk p-värde frk	0,000	0,073	0,001	0,003	0,205	0,291	0,343	0,091	0,035	0,016	0,198	0,291	0,477	0,883	
MXGBk p-värde obr	0,003	0,387	0,004	0,006	0,640	0,679	0,027	0,016	0,011	0,009	0,272	0,238	0,210	0,392	
MXUSk andel	1,66	1,83	1,34	1,30	1,08	1,08	0,99	1,03	1,13	1,19	0,77	0,86	0,99	1,10	
MXUSk p-värde frk	0,000	0,000	0,003	0,007	0,429	0,429	0,982	0,723	0,222	0,080	0,039	0,218	0,982	0,314	
MXUSk p-värde obr	0,001	0,504	0,002	0,003	0,523	0,733	0,002	0,019	0,009	0,007	0,459	0,436	0,837	0,700	
MXFAk andel	2,03	2,08	1,28	1,27	0,99	0,97	1,02	1,11	1,17	1,21	0,73	0,79	0,84	0,93	
MXFAk p-värde frk	0,000	0,000	0,012	0,016	0,959	0,870	0,780	0,299	0,117	0,060	0,013	0,058	0,156	0,540	
MXFAk p-värde obr	0,003	0,618	0,008	0,007	0,693	0,715	0,043	0,026	0,017	0,013	0,299	0,920	0,871	0,781	
MXNOK andel	1,67	2,14	1,29	1,20	1,01	1,04	0,91	1,00	1,06	1,13	0,86	0,91	0,98	1,01	
MXNOK p-värde frk	0,000	0,000	0,010	0,062	0,886	0,635	0,448	0,974	0,559	0,218	0,222	0,448	0,937	0,886	
MXNOK p-värde obr	0,001	0,906	0,013	0,021	0,076	0,358	0,090	0,050	0,050	0,034	0,167	0,134	0,142	0,126	
MXWOk andel	1,59	1,67	1,34	1,28	0,99	1,00	0,99	1,03	1,09	1,18	0,74	0,80	0,83	0,91	
MXWOk p-värde frk	0,000	0,000	0,006	0,020	0,990	0,913	0,990	0,726	0,407	0,126	0,029	0,098	0,163	0,528	
MXWOk p-värde obr	0,001	0,750	0,003	0,002	0,988	0,987	0,013	0,009	0,007	0,004	0,849	0,752	0,999	0,996	



## Ytterligare resultat

### Aktiekursrisk, enskilda index

	ES10	ESH15	ESH16
MXSE andel	0,86	1,01	1,07
MXSE p-värde frk	0,231	0,860	0,466
MXSE p-värde obr	0,175	0,652	0,571
MXDK andel	0,95	0,97	1,03
MXDK p-värde frk	0,683	0,856	0,706
MXDK p-värde obr	0,023	0,684	0,594
DAX andel	0,79	0,94	1,01
DAX p-värde frk	0,057	0,616	0,863
DAX p-värde obr	0,076	0,488	0,379
MXGB andel	0,84	1,01	1,09
MXGB p-värde frk	0,160	0,852	0,401
MXGB p-värde obr	0,006	0,992	0,982
MXUS andel	0,81	0,97	1,06
MXUS p-värde frk	0,089	0,841	0,566
MXUS p-värde obr	0,015	0,893	0,819
MXFA andel	0,78	0,90	0,95
MXFA p-värde frk	0,044	0,400	0,699
MXFA p-värde obr	0,217	0,863	0,801
MXNO andel	0,87	1,08	1,16
MXNO p-värde frk	0,269	0,423	0,149
MXNO p-värde obr	0,076	0,182	0,483
MXWO andel	0,78	0,87	1,00
MXWO p-värde frk	0,074	0,312	0,913
MXWO p-värde obr	0,036	0,768	0,648
MXSEk andel	0,76	1,12	1,24
MXSEk p-värde frk	0,031	0,245	0,034
MXSEk p-värde obr	0,041	0,486	0,901
MXDKk andel	0,92	1,03	1,11
MXDKk p-värde frk	0,524	0,706	0,301
MXDKk p-värde obr	0,024	0,278	0,207
DAXk andel	0,95	1,08	1,10
DAXk p-värde frk	0,698	0,406	0,348
DAXk p-värde obr	0,003	0,765	0,743
MXGBk andel	0,98	1,06	1,11
MXGBk p-värde frk	0,883	0,533	0,291
MXGBk p-värde obr	0,058	0,729	0,678
MXUSk andel	0,91	1,15	1,19
MXUSk p-värde frk	0,443	0,152	0,080
MXUSk p-värde obr	0,004	0,647	0,595
MXFAk andel	0,99	1,00	1,06
MXFAk p-värde frk	0,959	0,953	0,544
MXFAk p-värde obr	0,057	0,674	0,582
MXNOK andel	0,84	1,09	1,14
MXNOK p-värde frk	0,146	0,363	0,181
MXNOK p-värde obr	0,133	0,514	0,452
MXWOk andel	0,96	1,00	1,09
MXWOk p-värde frk	0,796	0,913	0,407
MXWOk p-värde obr	0,015	0,985	0,983

### Aktiekursrisk, bankportfölj

	ES10	ESH15	ESH16
VaR-överskridelser			
Antal tredjedel 1	20	20	22
Antal tredjedel 2	13	18	20
Antal tredjedel 3	28	22	23
Antal totalt	61	60	65
Andel totalt	0,93	0,92	0,99
P-värde, frekvens	0,631	0,544	0,983
Längsta följd	804	416	356
P-värde, oberoende	0,020	0,762	0,883
Genomsnittlig VaR	2,31	2,06	2,02

### Aktiekursrisk, testportfölj

	ES10	ESH15	ESH16
VaR-överskridelser			
Antal tredjedel 1	15	24	28
Antal tredjedel 2	14	17	19
Antal tredjedel 3	21	27	30
Antal totalt	50	68	77
Andel totalt	0,76	1,04	1,18
P-värde, frekvens	0,055	0,696	0,142
Längsta följd	878	501	343
P-värde, oberoende	0,036	0,269	0,755
Genomsnittlig VaR	3,84	3,53	3,48

Då ESH14 i flera fall (framförallt för bankportföljen men även för andra portföljer) ger upphov till mindre än en procent VaR-överskridelser, väljer jag att även testa hur väl ESH15 och ESH16 fungerar. ES11 ger (marginellt) över en procent överskridelser för bankportföljen, varför också ES10 testas. Resultaten för dessa nivåer visas ovan under rubriken ”Ytterligare resultat”.

### **Kort sammanfattning av VaR-metodernas resultat**

Det är tydligt att oberoende mycket ofta och med hög konfidensgrad kan förkastas för de metoder som inte tar hänsyn till volatilitetens eventuella föränderlighet över tiden. För de metoder som beaktar denna, är oberoende å andra sidan i de absolut flesta fall inte i närheten av att kunna förkastas på 95 %-s- eller ens 90 %-snivån. Ett undantag är dock VC94 för bankportföljen, men ett förkastande (på 95 %-snivån) av arton är ungefär vad man kan förvänta sig att slumpen orsakar för en korrekt nollhypotes.

Precis som tidigare forskning indikerar så tenderar VC, VC94 och HS att underskatta risken, dvs. ge upphov till orimligt många VaR-överskridelser med tanke på 99 %-snivån. I de allra flesta fall är det dessutom signifikant med åtminstone 95 %-s konfidensgrad och ofta med konfidensgrader extremt nära 1. I de få fall då det inte är statistiskt signifikant rör det sig fortfarande om (något mer marginell) underskattning av risken och den mest försiktiga notering någon av dessa metoder uppnår är en andel överskridelser på 1,11 % (HS för testportföljen). Det kan tilläggas i sammanhanget att alla tre metoderna just för denna portfölj presterar bättre än de i allmänhet gör. Även om dessa metoder alla fungerar klart otillfredsställande i frekvenshänseende, är det på sin plats att nämna att HS, med i genomsnitt cirka 1,3 % VaR-överskridelser, trots allt, generellt sett, fungerar klart bättre än de övriga två metoderna. Därefter följer VC med runt 1,7 % överskridelser, medan VC94 är sämst med en överskridelseandel som ofta ligger i närheten av 2 %. Denna rangordning gäller både enskilda index och portföljer bestående av flera index.

Hull-Whites metod ger i många fall upphov till en VaR-överskridelseandel mycket nära 1 %, och att sannolikheten för en överskridelse är 1 % kan inte förkastas med 95 %-s konfidensgrad för en enda av de testade tidsserierna. Detta trots att genomsnitts-VaR med HSH i elva av

arton (framgår endast för bank- och testportföljerna i tabeller) fall är mindre än genomsnittsvaR med HS.

Bootstrapvarianten av HSH presterar dock generellt ännu bättre, om än motsatsen gäller för vissa enskilda aktieindex och skillnaden är så liten att det är tveksamt om några större slutsatser kan dras av den. Även för HS får bootstrapversionen sägas fungera något bättre. Dock underskattas VaR fortfarande signifikant i de flesta fall och oberoende tycks aldrig föreligga heller med HSB.

### **Koppling till tidigare forskning**

Varmas (1999) slutsats att varians-kovariansmetoden med EWMA-volatilitet underskattar VaR på 99 %-snivån styrks.

Vid jämförelse med Kärsten et al (2000) märks att mina resultat inte alls överensstämmer med deras, vilket delvis kan bero på tidsperioden och skattningsperioden. Varians-kovariansmetoden underskattar verkligen inte risken för MXSE och rangordningen av de tre diskuterade metoderna är i min studie densamma för MXSE som i allmänhet för aktieindexen vilket motstrider deras ranking. Dock kommer Kärsten et al till samma slutsats som jag när det gäller att VC94 och HS signifikant underskattar risken.

I enlighet med Zucchini et al (2001) uppvisar varians-kovariansmetoden med EWMA-volatilitet oberoende mellan överskridelserna samtidigt som den underskattar risken. En skillnad mot resultaten av hans studie (både om jag utgår från mina allmänna aktiekursriskresultat och om jag utgår från DAX) är dock att VC94 inte ger upphov till färre VaR-överskridelser än HS och VC. Jag använder dock index medan Zucchini et al använde enskilda aktier.

Precis som Yawalkar (2004) finner, ger HSH generellt bättre antal överskridelser än HS. Den presterar dock långt ifrån sämre än VC i min studie och oberoende är betydligt mer sannolikt för HSH än för HS.

Harmantzis et al (2006) resultat styrks ytterligare av denna studie; både VC och HS underskattar risken för aktieindex, men HS gör det något mildare.

Liksom Mahoney (1996) finner jag att VC och HS underskattar VaR för aktieindex i mindre utsträckning än vad VC94 gör. Emellertid gör även de förstnämnda metoderna det signifikant i min studie. Det kan tilläggas att signifikanta resultat lättare påvisas i min studie eftersom jag använder 35 års data mot Mahoneys elva.

Beträffande resultat för VC94 bör det nämnas att EWMA-modellen i mitt arbete använts marginellt annorlunda jämfört med många tidigare studier (se avsnitten 2.5.3 och 3.7.1 för detaljer och under nästkommande rubrik i detta avsnitt för möjliga konsekvenser).

Rangordningen av VaR-metoderna ändras inte, men i enlighet med Giot et als (2003) slutsatser skiljer sig VaR-talen (främst för icke-normalfördelningsbaserade metoder) åt för samma tillgång beroende på om positionen är lång eller kort. Det sistnämnda kan emellertid inte ses i ovan tabeller. Däremot kan det ses att andelen överskridelser också varierar med positionens tecken om än inget exempel där det är extremt påtagligt finns. Variation i antal överskridelser beroende på position när det skattade VaR-talet är nästan detsamma (dvs. för VC och VC94) insinuerar skillnader i den sanna VaR mellan långa och korta positioner.

### **Möjliga orsaker till VaR-metodernas resultat**

Att VaR-överskridelserna vid användande av den likaviktade historisk simulationsmetoden uppvisar beroende kan förstås eftersom volatiliteten med stor sannolikhet är föränderlig över tiden. Det skattade VaR en viss dag bestäms ju med HS till fullo av vilka avkastningar som observerats de 550 senaste dagarna, vilket gör att man får samma värde oavsett om dagens volatilitet kan antas vara förhållandevis hög eller låg. De dagar då volatiliteten är hög har då större risk att drabbas av en VaR-överskridelse än dagar med låg volatilitet. Denna förklaring styrks av att ett extratest visar att den genomsnittliga EWMA-volatiliteten (mätt som standardavvikelse) för bankportföljen de dagar då HS-metodens skattade VaR överskrids är 0,0104 mot tidsseriens totala genomsnittliga EWMA-volatilitet på 0,0068.

Det är måhända inte intuitivt vid en första anblick att HS genomgående ger upphov till för många VaR-överskridelser. Metoden tar ju hänsyn till precis hur avkastningsfördelningen historiskt sett ut och beaktar exempelvis eventuella tjocka svansar. Således kan det tyckas att sannolikheten för att detta skulle innebära en underskattning av det sanna VaR-talet borde vara ungefär lika stor som sannolikheten för en överskattning. Enligt logiken i föregående stycke skulle ju låg volatilitet den aktuella dagen sannolikt innebära att man överskattar risken medan man vid hög volatilitet underskattar den. Detta borde innebära att man överskattar risken ungefär lika ofta och mycket som man underskattar den. Påverkan (mätt i antal VaR-överskridelser) av att underskatta risken är dock potentiellt mycket större än påverkan av att överskatta den. Det värsta som kan hända när risken överskattas är att sannolikheten för en överskridelse sjunker från 1 % till 0 %. Vid underskattning av risken kan överskridelsesannolikheten stiga från 1 % till (i extremfallet) 100 %.

Ett annat sätt att beskriva detta på är följande: Låt säga att det korrekta värdet på VaR är  $x$  och att VaR-skattningen en given dag skiljer sig från  $x$  med felet  $y$ . Absolutvärdet av skillnaden mellan sannolikheten för en förlust större än  $x - y$  och 1 % är då högst troligt större än absolutvärdet av skillnaden mellan sannolikheten för en förlust större än  $x + y$  och 1 %, i synnerhet för stora värden på  $y$ . Således finns en klar asymmetri som gör det intuitivt att det totala antalet överskridelser överstiger väntevärdet för en korrekt modell om man ömsom underskattar, ömsom överskattar 99 %:s-VaR.

Att den enkla varians-kovariansmetoden varken kan uppvisa en rimlig överskridelsefrekvens eller oberoende mellan VaR-överskridande förluster är förklarligt. Det är också intuitivt att metoden gör bäst resultat (om än risken även då verkar underskattas, men insignifikant) för testportföljen då dess avkastningsfördelning nästintill är normal (vilket den visserligen kanske inte är i varje enskild punkt).

Beträffande beroendet kan det förklaras på samma sätt som för HS. Att för många överskridelser fås är sannolikt ett resultat av dels växelvis över- och underskattning, likt för HS, dels att metoden misslyckas med att hantera tjocka svansar.

Nedanstående tabell visar hur resultatet för aktiebankportföljen blir för varians-kovariansmetoden med EWMA-volatilitet skattad över 550 dagar beroende på hur stor avtagandefaktor som används.

**Resultat, aktiekursrisk, bankportfölj,  
EWMA-modeller**

$\lambda$	0,94	0,955	0,97	0,985	1
VaR-överskridelser					
Antal	131	125	119	112	126
Andel	2,00	1,91	1,82	1,71	1,92
P-värde, frekvens	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Längsta följd					
	356	356	577	577	734
P-värde, oberoende	0,078	0,107	0,002	0,004	0,000
Genomsnittlig VaR					
	1,57	1,59	1,62	1,66	1,71

Lägg märke till att ett  $\lambda$  på 0,94 ger 131 överskridelser. Det har alltså viss betydelse (inte för slutsatserna, men för det exakta resultatet) om 38 eller 550 observationer används vid volatilitetsskattningen med VC94-metoden. Det kan vidare noteras att antalet överskridelser med avtagandefaktorn 1 är 126 medan VC bara hade 125 överskridelser för bankportföljen. Detta kan verka förvirrande då dessa metoder ju är desamma. Den marginella skillnaden beror på att min funktion räknar ut standardavvikelsen i ett stickprov medan Excelfunktionen som används för VC skattar standardavvikelsen för hela populationen givet stickprovet.

Den information som huvudsakligen kan utvinnas ur tabellen är att oavsett avtagandefaktor verkar EWMA-modellens volatilitetsskattning inte ge ett rimligt antal VaR-överskridelser om normalfördelning vid varje tidpunkt antas. Dock tycks den avtagandefaktor som leder till minst antal överskridelser för denna portfölj vara klart större än de 0,94 jag använder. Detta kan emellertid tänkas bero på att standardavvikelsen tenderar att öka med avtagandefaktorn (se genomsnittlig VaR i tabellen ovan). Anledningen till detta samband tror jag kan vara att eftersom medelvärdet som används för att få fram standardavvikelsen i EWMA-funktionen är viktat på samma sätt som avvikelserna tenderar de nyaste observationerna att ligga närmare det viktade medelvärdet än de äldre. När dessa då väger förhållandevis tyngre blir standardavvikelsen mindre av två skäl – dels kryper det viktade medelvärdet närmare de senaste observationerna (pga. att dessa väger extra tungt i medelvärdesberäkningen), dels väger de sista observationerna (vilka vi ju sade tenderar att ha minst avvikelser) extra tungt i standardavvikelseberäkningen. Jag testar att skalera upp hela serien av skattade VaR-tal där  $\lambda$  är 0,94 (och skattningsperioden 550 dagar) med kvoten mellan genomsnittlig VaR med avtagandefaktorn 0,985 och genomsnittlig VaR med avtagandefaktorn 0,94. Detta ger 109

VaR-överskridelser och oberoende dememellan kan inte ens förkastas på 80 %-nivån. Motsvarande skalering av den ursprungliga VC94 serien med kvoten mellan genomsnittlig VaR för VC och genomsnittlig VaR för VC94 ger 106 (att jämföra med VC-seriens 125) överskridelser vars oberoende inte heller kan förkastas för någon tänkbar konfidensgrad (p-värdet är 0,25).

Huruvida de respektive metoderna leder till oberoende VaR-överskridelser är möjligen väl vågat att besvara utifrån enbart bankportföljen, då oberoendetestet för VC94 visade sig ge ett resultat för bankportföljen som långt ifrån var representativt för hur metoden presterade på denna punkt för övriga portföljer. Dock kan det nämnas att min förklaring får ytterligare stöd i oberoende-p-värdena, då oberoende kan förkastas med mycket hög konfidensgrad för  $\lambda$  nära 1.

Min analys ovan indikerar att det mycket väl kan tänkas att VC94 lyckas bra med att skatta förhållandet mellan olika dagars risk och att modellen har sin svaghet i att själva nivån på risken systematiskt blir för låg. Det bör dock tilläggas att även då VaR-approximationerna skalerats upp är antalet överskridelser när normalfördelning antas alltför stort även med VC94. Detta tyder på att det inte duger att anta att avkastningen är normalfördelad ens om man antar att volatiliteten är föränderlig och skattar den väl.

Med Hull-Whites volatilitetsviktade historiska simulation får man bukt med detta! Då en EWMA-modell med avtagandefaktorn 0,94 enligt ovan sannolikt fungerar bra när det gäller att estimerar kvoten mellan volatiliteten viss dag och volatiliteten en annan dag, fungerar den väl till att tilldela de olika observationerna vikter efter volatilitet. Då Hull-Whites metod också tar hänsyn till det faktum att 99 %-s-VaR tenderar att ligga mer än 2,33 standardavvikelse från den förväntade avkastningen genom att använda den empiriska avkastning-per-volatilitet-serien slipper man normalfördelningens riskunderskattning.

Att HSH ger så mycket bättre resultat än HS tyder på att information om volatiliteten från en EWMA-modell med avtagandefaktorn 0,94 ger ett mycket viktigt bidrag i strävan efter att estimerar VaR optimalt.

Det är intuitivt att resultaten för de metoder där bootstrapping används påminner om resultaten utan bootstrapping för samma metoder då exakt samma avkastningsvektorer ligger

till grund för VaR-estimeringen. Vidare är det förståeligt att den utjämning av hopp som bootstrappingen medför, om något leder till bättre VaR-skattning. Att de bootstrappade metoderna också verkar något mer konservativa kan förstås utifrån samma argument som fördes för HS avseende under- och överskattning. Om man antar att VaR-approximationerna innan respektive efter ett stort hopp är under- respektive överskattningar av de mer sanna VaR-talen som finns någonstans emellan, bör en mer jämn övergång rendera färre VaR-överskridelser. Även om man (exempelvis för HS) antar att det utjämnade talet är en underskattning av risken, håller detta argument. Det borde nämligen enligt samma argument som tidigare ge färre överskridelser om man hela tiden underskattar risken med ungefär lika mycket än om man växlar mellan att underskatta den kraftigt och att underskatta den marginellt.

### **VaR-estimering genom användande av ES-metoder**

Det kan direkt konstateras att oberoende mellan VaR-överskridelserna tycks vara oförenligt med likaviktad historiskt simulerad ES som skattningsmetod. Oberoende krävs dock inte av Baselkommittén (se avsnitt 2.4) och metodens enkelhet kan göra att man trots denna stora brist kan tänkas tillämpa den (se avsnitt 4.3.3). Jag ägnar därför uppmärksamhet åt att finna den ES-nivå som, sett till överskriddesfrekvens, fungerar bäst även vid likaviktad historisk simulation.

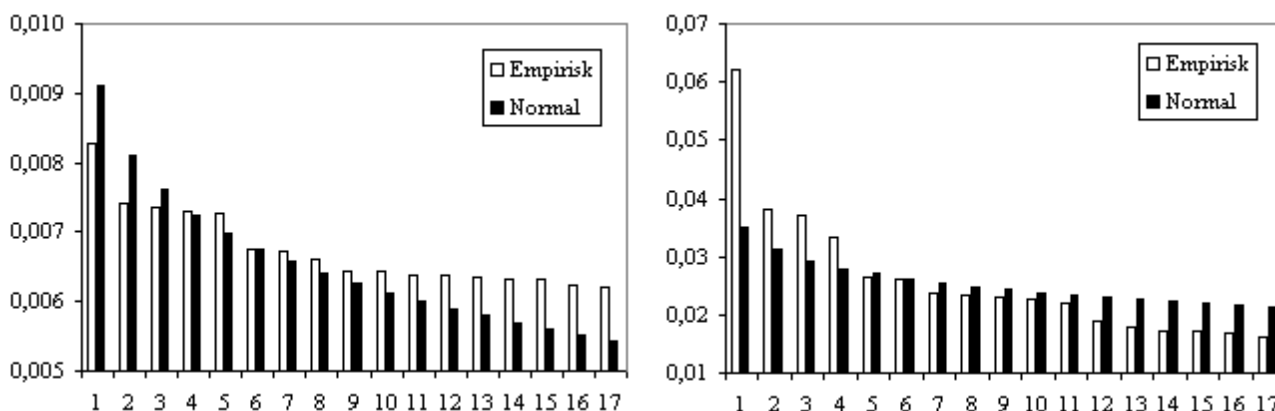
För att ge VaR-approximationer som liknar de som fås med VaR-metoden likaviktad historisk simulation räcker det inte med de max 14 svansobservationer som ES skattad med likaviktad historisk simulation i denna studie testas med. Jag undersöker hur många observationer som skulle behövas för att komma så nära VaR-metodens antal överskridelser som möjligt och finner att man i varje tidsserie skulle behöva använda i genomsnitt 16,3 svansobservationer. För bankportföljen är antalet 17 och för testportföljen 15, medan långa positioner i de enskilda aktieindexen i genomsnitt kräver 16,5 observationer (det största antal som är optimalt för någon tidsserie är 18, och det minsta 15) och korta positioner i genomsnitt 16,1 observationer (max 17, min 15).

För att skapa nedanstående två diagram har jag för bankportföljen först funnit de dagar då ES17 ligger närmast HS. Därefter har jag slumpmässigt valt två av dessa dagar och för dem



funnit den standardavvikelse som under normalfördelningsantagandet, givet medelvärdet, skulle ge samma VaR-tal som ES17 gör. Med dessa normalfördelningsparametrar har jag sedan genererat de 17 första fraktilerna i en fördelning om 550 delar. Dessa jämförs i diagrammen med den empiriska fördelningen. Lagg märke till att skalorna skiljer sig åt och att x-axeln inte korsar y-axeln vid värdet 0.

Exempel på de sjutton största förlusterna i bankportföljen för aktieindex



För den dag som illustreras till vänster har inga så extrema förluster som under normalfördelning kunnat förväntas, givet en procentsfraktilen, observerats. Även de förluster som är mindre än en procentsfraktilen ligger närmare denna än vad som vore troligt under normalfördelning. Den till höger illustrerade dagen visar precis den motsatta tendensen, varför slutsatser utifrån detta är svåra att dra. Dock anser jag det vara rimligt att anta att när det skiljer riktigt mycket mellan den empiriska största förlusten och den förutspådda största förlusten under normalfördelning, är den empiriska i regel störst. Samtidigt kan det också antas att finansiella data utöver sina tjocka svansar har en (jämfört med normalfördelningen) stor andel avkastningar precis runt medelvärdet, vilket bör innebära mindre sannolikhetsmassa just mellan de allra sämsta observationerna och fördelningens medelvärde. Därmed kan en kvalificerad gissning göras på att fördelningen till höger är mest representativ. Då jag undersöker de genomsnittliga värdena på bankportföljens vid varje tidpunkt sjutton minsta (av de senaste 550) observationerna över tiden finner jag också att så i genomsnitt är fallet.

Anledningen till att fler än de 14 sämsta observationerna behöver inkluderas i ES-svansen för att hamna närmast HS-VaR är i så fall att medan de största förlusterna är klart större än vad som kan förväntas under normalfördelning, är förlusterna som är något mindre än HS-VaR-talet någorlunda nära de vid normalfördelning. Detta gör att fler förluster som är mindre än

HS-VaR-talet måste inkluderas för att genomsnittet av dem ska bli samma värde som den sjätte största förlustens.

Som diskuterats tidigare tenderar VaR-metoden historisk simulation att underskatta risken. Därför är det inte i första hand av intresse att hitta det antal svansobservationer som gör att man kommer närmast historiskt simulerad VaR:s resultat, utan att finna det antal observationer som gör att man får den bästa överskridelsefrekvensen.

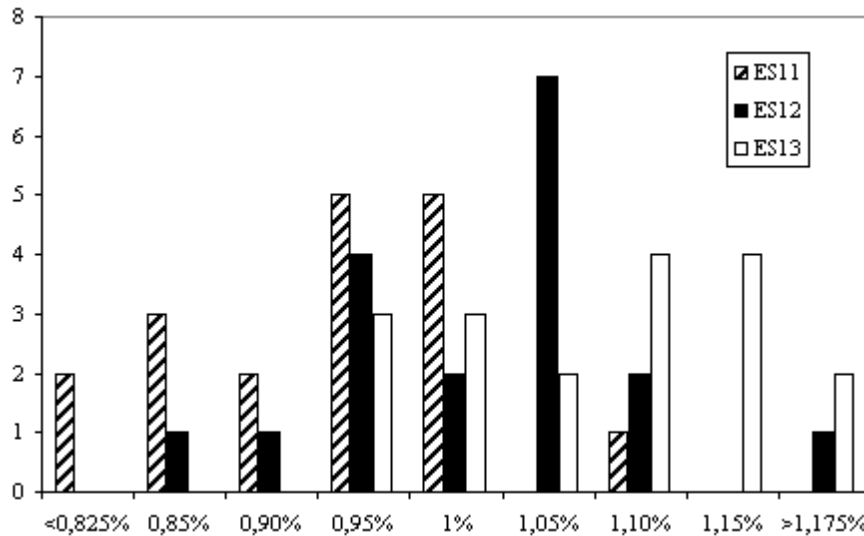
Genomsnittet av de olika tidsseriernas antal svansobservationer som gör att man i hamnar närmast 1 % överskridelser vid likaviktad historiskt simulerad ES är 11,8. Bankportföljen hamnar närmast 1 % överskridelser om de 11 största förlusterna används. För testportföljen är motsvarande tal 13. För långa positioner i de enskilda indexen är i genomsnitt 12,4 svansobservationer optimalt (med ett maximum på 13 och ett minimum på 11) mot 11,3 för korta positioner (med maximum 14 och minimum 10).

Det kan konstateras att det faktum att det typiskt är optimalt att använda färre än de sämsta 14 observationerna inte är av det skäl som togs upp i avsnitt 3.7.2. Istället beror det på att man inte vill att genomsnittet av det valda antalet observationer ska ligga nära den sjätte sämsta observationen utan en större förlust än så. Detta för att kompensera för att användandet av den sjätte största förlusten underskattar risken, vilket syns på HS resultat.

Resultatskillnaderna vid de olika antalen svansobservationer är ofta små, varför det är svårt att dra alltför långtgående slutsatser om exakt hur många observationer som bör inkluderas. Detta illustreras i nedanstående diagram.

I stapeln 1 % ingår tidsserier där respektive nivå leder till 0,975 % till 1,025 % överskridelser, medan 1,05 % står för mellan 1,025 % och 1,075 % i överskridelsefrekvens osv. Notera att det bara är i den yttersta kategorin i varje ände som förkastande av nollhypotesen om en procents sannolikhet för överskridelser kan bli aktuell.

**Antal aktiekursriskbaserade tidsserier med en given överskridelseandel för de tre bästa nivåerna för likaviktad ES**



Även om ES11 faktiskt är den metod som flest gånger kommer extremt nära 1 % överskridelser, anser jag ES12 prestera något bättre, framförallt i avseendet att det är svårare att urskilja åt vilket håll eventuella fel tenderar att uppstå. Dock verkar underskattning av risken vara något vanligare än överskattning för ES12, vilket överensstämmer väl med att det optimala antalet svansobservationer i genomsnitt är 11,8.

För den volatilitetsviktade ES-metoden spelar det heller ingen roll för oberoendet hur många svansobservationer som används. I detta fall uppvisas oberoende oavsett ES-nivån.

För denna metod är det mer intressant att komma så nära den motsvarande VaR-metodens resultat som möjligt, då HSH visar sig fungera klart mer tillfredsställande än HS.

Närmast HSH:s antal VaR-överskridelser kommer man med ESH om i genomsnitt 15,7 svansobservationer används. Motsvarande tal är för bankportföljen 16 och för testportföljen 15. ESH kommer närmast HSH:s överskridelsefrekvens vid långa positioner i de enskilda aktieindexen om man tar hänsyn till de i genomsnitt 16,8 (max 18, min 15) största förlusterna. Vid korta positioner i indexen visar sig 14,8 (max 16, min 14) observationer leda närmast HSH.

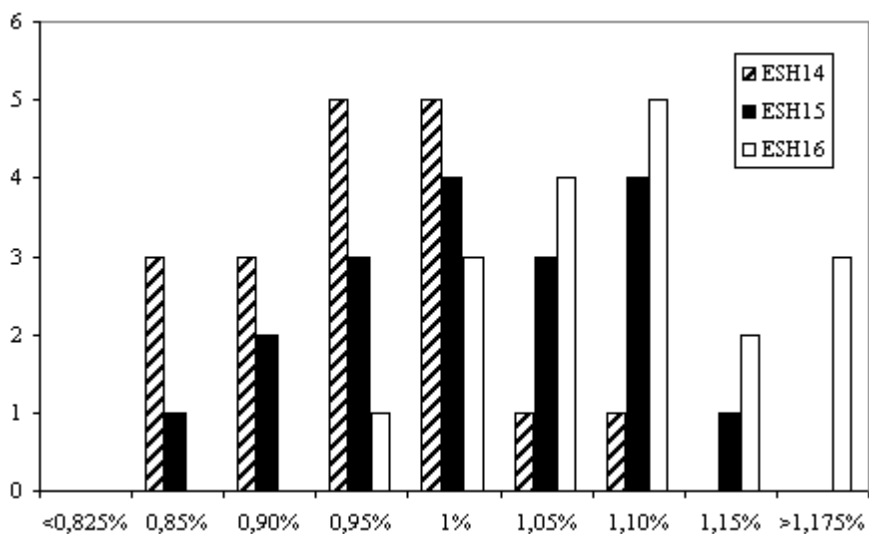
Med den volatilitetsviktade ES-metoden ska i genomsnitt de 14,7 sämsta observationerna användas för att komma så nära 1 % överskridelser som möjligt. För bankportföljen är

optimalt antal 16 och för testportföljen 14 medan genomsnittligt bästa antal svansobservationer är 15,6 (max 17, min 14) för långa positioner och 14,0 (max 15, min 13) för korta positioner.

Generellt kommer man alltså närmare 1 % överskridelser om man inkluderar cirka en observation mindre jämfört med vad som leder till att man kommer närmast HSH:s resultat. Detta beror på att HSH ofta visar sig ge strax över 1 % VaR-överskridande förluster. Det kan dock inte för en enda tidsserie förkastas med 95 %:s konfidensgrad att HSH ger upphov till VaR-tal som med exakt en procents sannolikhet överskrids. Det är dessutom bara i ett enda fall (MXNO) som det ens är i närheten av att kunna förkastas och för tre av tidsserierna förekommer mindre än en procent överskridelser för HSH. (I detta sammanhang kan nämnas att det vore intressant att göra ett totalt frekvenstest med alla observationer i alla tidsserier inräknade, om än detta varit diskutabelt med avseende på oberoendet mellan överskridelsesannolikheterna – har man haft mycket otur på en börs, är det förmodligen stor sannolikhet att man även haft det även på andra börser. Detta går dock inte pga. Excels begränsade kapacitet.) Detta visar åter hur känslig approximationen av det optimala antalet svansobservationer är och att det är viktigt att ta den som just en approximation.

Diagrammet nedan är de volatilitetsviktade ES-metodernas motsvarighet till det som tidigare visats för likaviktade ES-metoder.

**Antal aktiekursriskbaserade tidsserier med en given överskridelseandel för de tre bästa nivåerna för volatilitetsviktad ES**



ESH15 ser ut att vara den av metoderna som i genomsnitt hamnar närmast 1 % överskridelser, vilket kunde förväntas då det antal svansobservationer som i genomsnitt var bäst att använda för de olika tidsserierna som nämnt ovan var 14,7. Om något tycks ESH15 marginellt underskatta risken, vilket också det stödjer hypotesen att det vore optimalt att använda de cirka 14,7 sämsta observationerna.

Testportföljen ger ett resultat som skiljer sig ganska klart (med 2 observationer i båda fallen) från bankportföljens, såväl när det gäller antal observationer som bör inkluderas vid likaviktad som vid volatilitetsviktad ES. Dessutom skiljer sig bankportföljens resultat, åtminstone för likaviktad ES, något från vad som observeras för långa positioner i de enskilda indexen. För att se om det verkar finnas olikheter i egenskaper mellan enskilda index och portföljer av index eller om detta endast gäller just för bankportföljen, finner jag anledning att testa ytterligare två aktieportföljer.

Som den ena av dessa portföljer, testportfölj 2, väljer jag en portfölj där alla i studien inkluderade index har lika stor vikt. Testportfölj 3 bildar jag genom likaviktning av de fem index vilka har minst vikter i bankportföljen, dvs. alla utom MXWO, MXDK och MXSE.

#### Extra portföljvikter, aktiekursrisk

<u>Testportfölj 2</u>		<u>Testportfölj 3</u>	
Index	Vikt	Index	Vikt
MXWO	12,5%	MXFA	20,0%
MXSE	12,5%	MXGB	20,0%
MXDK	12,5%	MXUS	20,0%
DAX	12,5%	DAX	20,0%
MXGB	12,5%	<u>MXNO</u>	<u>20,0%</u>
MXNO	12,5%		
MXFA	12,5%		
<u>MXUS</u>	<u>12,5%</u>		

Dessa portföljers avkastningsfördelningar beskrivs på samma sätt som övriga portföljer som testas:

#### Fördelningsbeskrivande statistik, extra aktieportföljer

	Antal	Medel	Varians	Skevhets	Toppighet	Minimum	Maximum
Testportfölj 2	7137	0,00037	0,00005	-0,52	12,3	-0,09	0,08
Testportfölj 3	7137	0,00034	0,00006	-0,56	12,7	-0,10	0,09

Portföljernas karakteristika påminner starkt om varandras. Till viss del får det sägas vara väntat då testportfölj 2 till 62,5 % utgörs av testportfölj 3. Av andra portföljer påminner de främst om bankportföljen och MXWO, vilket också det är förståeligt med tanke på att de också är portföljer av flera index och att de också i huvudsak respektive uteslutande består av långa positioner.

#### **Korrelationer, extra aktieportföljer**

	Bankportfölj	Testportfölj	Testportfölj 2	MXSE	MXDK	DAX	MXGB	MXUS	MXFA	MXNO	MXWO
Testportfölj 2	0,95	0,11		0,71	0,58	0,74	0,67	0,54	0,49	0,64	0,81
Testportfölj 3	0,85	0,14	0,96	0,55	0,43	0,74	0,70	0,54	0,52	0,69	0,81

Även beträffande korrelationer är skillnaderna små mellan testportfölj 2 och 3. Bara för MXSE och MXDK noteras betydande skillnader, vilka beror på att dessa ingår i testportfölj 2 men inte i testportfölj 3. MXWO har ungefär samma korrelation med båda de nya testportföljerna, vilket kan förklaras med att detta index ändå till stor del inryms i de andra. Det kan noteras att den inbördes korrelationen är hela 0,96 och att bankportföljen även vad gäller korrelationer med de olika indexen är den som påminner klart mest om de nya testportföljerna, något som är än mer intuitivt då dess korrelation med testportfölj 2 är hela 0,95.

#### **Resultat, aktiekursrisk, extra testportföljer**

	HS	HSH	ES10	ES11	ES12	ES13	ES14	ES15	ES16	ESH14	ESH15	ESH16	ESH17	ESH18	ESH19
Testportfölj 2 andel	1,33	1,07	0,95	1,04	1,15	1,21	1,25	1,31	1,39	0,87	0,90	0,93	0,99	1,04	1,08
Testportfölj 2 p-värde frk	0,009	0,526	0,724	0,696	0,217	0,089	0,040	0,012	0,002	0,321	0,462	0,631	0,983	0,696	0,450
Testportfölj 2 p-värde obr	0,001	0,907	0,014	0,009	0,004	0,003	0,002	0,002	0,002	0,770	0,726	0,689	0,598	0,545	0,473
Testportfölj 3 andel	1,33	1,08	0,92	0,96	0,99	1,08	1,13	1,18	1,30	0,89	0,99	0,99	1,04	1,15	1,25
Testportfölj 3 p-värde frk	0,009	0,450	0,544	0,820	0,983	0,450	0,265	0,142	0,017	0,388	0,983	0,983	0,696	0,217	0,040
Testportfölj 3 p-värde obr	0,022	0,394	0,057	0,047	0,037	0,061	0,051	0,038	0,022	0,428	0,647	0,647	0,591	0,441	0,326

Testportfölj 2 avviker från de generella resultaten på samma sätt som bankportföljen, och gör det till och med i marginellt större omfattning. Med facit i hand är möjligen testportfölj 2:s avkastningsserie väl lik bankportföljens för att några ytterligare slutsatser ska kunna dras av denna portföljs resultat. Det kan dock konstateras att bankportföljens resultat varken orsakas av den stora MXWO-posten eller den korta positionen i MXUS.

Testportfölj 3 ger resultat som i oerhört hög grad liknar de generella resultat jag tidigare fått för långa positioner i enskilda index. För långa positioner fanns ju att de cirka 12,4 sämsta observationerna skulle användas vid likaviktad historiskt simulerad ES. ES12 kommer också

närmast 1 % överskridelser av de likaviktade ES-metoderna och överskattar också risken extremt marginellt, också det i enlighet med det tidigare resultatet. För volatilitetsviktade ES-metoder föreslogs 15,6 svansobservationer för långa positioner i enskilda index. Som visas av tabellen är ESH15 och ESH16 delat närmast 1 % VaR-överskridande förluster.

Skillnaderna mellan portföljerna kan svårligen härledas ur resultaten för de enskilda ingående indexen. Visserligen kan det nämnas att det för MXDK som enda index är optimalt med 11 svansobservationer vid likaviktad historiskt simulerad ES, men det är inte troligt att detta är hela orsaken utan snarare att skillnader uppstår pga. olika kombinationers olika avkastningsfördelningar. En annan möjlig förklaring är att data för de enskilda indexen bortsett från MXWO faktiskt skiljer sig åt mellan undersökningarna av enskilda index och undersökningarna av portföljer, såttillvida att helgdagar som inte är gemensamma exkluderats vid beräkningarna avseende portföljer. Denna potentiella orsak motsägs av kommande stycken.

Givet hur lika testportföljerna 2 och 3 är i sina egenskaper, och att de resultat de ger upphov till ändå skiljer sig så pass mycket åt, anser jag slumpen vara en tänkbar förklaring till bankportföljens och testportfölj 2:s (i förhållande till testportföljen, testportfölj 3 och de långa positionerna i de enskilda indexen) något avvikande resultat.

Då portföljer bestående av flera enskilda index jämförs, kan även MXWO studeras extra, då detta index är att betrakta som en portfölj väl diversifierad över alla marknader och dess fördelningsegenskaper som ovan nämnt i stor utsträckning liknar bl.a. bankportföljens. MXWO:s resultat gör likt testportfölj 3:s gällande att det inte tycks finnas någon tendens till att andra ES-nivåer är optimala för portföljer bestående av flera index än för enskilda index, utan ligger till och med lite i andra änden jämfört med testportfölj 2 och bankportföljen.

#### **4.2.2 Valutaportföljer**

Samma förkortningar och sätt att uttrycka p-värden och genomsnittlig VaR på som användes för aktieportföljer, används också för valutaportföljer.

**Resultat, valutakursrisk, bankportfölj**

	VC	VC94	HS	HSB	HSH	HSHB	ES11	ES12	ES13	ES14	ESH11	ESH12	ESH13	ESH14
VaR-överskridelser														
Antal tredjedel 1	35	52	22	22	19	16	10	12	14	14	14	15	15	17
Antal tredjedel 2	31	36	21	21	14	15	15	17	18	18	11	13	13	14
Antal tredjedel 3	20	29	13	13	20	20	10	10	11	12	13	15	16	17
Antal totalt	86	117	56	56	53	51	35	39	43	44	38	43	44	48
Andel totalt	1,66	2,26	1,08	1,08	1,03	0,99	0,68	0,75	0,83	0,85	0,74	0,83	0,85	0,93
P-värde, frekvens	0,000	0,000	0,491	0,491	0,781	1,000	0,018	0,080	0,250	0,316	0,057	0,250	0,316	0,672
Längsta följd														
Längsta följd	458	202	645	645	403	403	645	645	645	645	577	577	577	577
P-värde, oberoende	0,028	0,695	0,031	0,028	0,554	0,603	0,306	0,204	0,137	0,118	0,374	0,242	0,226	0,153
Genomsnittlig VaR														
Genomsnittlig VaR	0,462	0,426	0,542	0,544	0,567	0,568	0,603	0,589	0,576	0,564	0,671	0,653	0,636	0,621

**Resultat, valutakursrisk, testportfölj**

	VC	VC94	HS	HSB	HSH	HSHB	ES11	ES12	ES13	ES14	ESH11	ESH12	ESH13	ESH14
VaR-överskridelser														
Antal tredjedel 1	26	32	18	17	15	15	14	14	14	16	8	10	11	13
Antal tredjedel 2	34	34	22	24	19	18	20	20	21	24	14	15	16	19
Antal tredjedel 3	21	25	19	18	19	20	10	13	16	16	12	12	14	18
Antal totalt	81	91	59	59	53	53	44	47	51	56	34	37	41	50
Andel totalt	1,57	1,76	1,14	1,14	1,03	1,03	0,85	0,91	0,99	1,08	0,66	0,72	0,79	0,97
P-värde, frekvens	0,000	0,000	0,274	0,274	0,781	0,781	0,316	0,571	1,000	0,491	0,011	0,040	0,148	0,889
Längsta följd														
Längsta följd	536	263	592	592	342	342	765	765	765	592	548	444	444	444
P-värde, oberoende	0,011	0,565	0,043	0,046	0,824	0,821	0,037	0,025	0,016	0,054	0,601	0,837	0,721	0,466
Genomsnittlig VaR														
Genomsnittlig VaR	0,734	0,668	0,799	0,799	0,794	0,791	0,849	0,834	0,821	0,808	0,859	0,842	0,827	0,813



## Resultat, valutakursrisk, enskilda valutor

	VC	VC94	HS	HSB	HSB	HSB	ES11	ES12	ES13	ES14	ESH11	ESH12	ESH13	ESH14
USD andel	1,34	1,96	1,03	1,01	1,08	0,99	0,75	0,83	0,89	0,99	0,74	0,77	0,85	0,89
USD p-värde frk	0,017	0,000	0,781	0,889	0,491	1,000	0,080	0,250	0,477	1,000	0,057	0,110	0,316	0,477
USD p-värde obr	0,085	0,960	0,114	0,125	0,697	0,737	0,098	0,058	0,039	0,081	0,526	0,458	0,350	0,303
NOK andel	1,86	2,34	1,22	1,12	1,01	0,95	0,77	0,85	0,87	0,87	0,66	0,72	0,81	0,85
NOK p-värde frk	0,000	0,000	0,105	0,338	0,889	0,779	0,110	0,316	0,392	0,392	0,011	0,040	0,194	0,316
NOK p-värde obr	0,000	0,880	0,004	0,008	0,381	0,358	0,093	0,052	0,047	0,048	0,807	0,717	0,558	0,499
JPY andel	1,22	1,47	1,10	1,14	1,03	1,03	0,85	0,89	0,91	0,99	0,68	0,77	0,81	0,91
JPY p-värde frk	0,105	0,001	0,410	0,274	0,781	0,781	0,316	0,477	0,571	1,000	0,018	0,110	0,194	0,571
JPY p-värde obr	0,006	0,419	0,012	0,011	0,726	0,663	0,062	0,046	0,043	0,024	0,979	0,933	0,903	0,804
GBP andel	1,90	2,32	1,01	1,01	1,05	0,95	0,70	0,74	0,85	0,93	0,70	0,75	0,79	0,85
GBP p-värde frk	0,000	0,000	0,889	0,889	0,677	0,779	0,027	0,057	0,316	0,672	0,027	0,080	0,148	0,316
GBP p-värde obr	0,001	0,028	0,033	0,036	0,171	0,262	0,227	0,180	0,088	0,053	0,632	0,529	0,470	0,377
CHF andel	1,32	1,82	1,06	1,05	1,10	1,12	0,83	0,89	0,95	1,01	0,77	0,83	0,93	0,95
CHF p-värde frk	0,024	0,000	0,580	0,677	0,410	0,338	0,250	0,477	0,779	0,889	0,110	0,250	0,672	0,779
CHF p-värde obr	0,273	0,483	0,043	0,019	0,498	0,966	0,047	0,047	0,032	0,027	0,813	0,825	0,708	0,685
SEK andel	1,32	1,78	1,14	1,14	1,05	1,03	0,66	0,74	0,77	0,81	0,79	0,81	0,87	0,91
SEK p-värde frk	0,024	0,000	0,274	0,274	0,677	0,781	0,011	0,057	0,110	0,194	0,148	0,194	0,392	0,571
SEK p-värde obr	0,027	0,698	0,013	0,010	0,213	0,234	0,184	0,162	0,123	0,099	0,070	0,062	0,205	0,166
USDk andel	1,08	1,68	0,89	0,91	1,05	1,01	0,75	0,77	0,79	0,83	0,81	0,87	0,91	0,97
USDk p-värde frk	0,491	0,000	0,477	0,571	0,677	0,889	0,080	0,110	0,148	0,250	0,194	0,392	0,571	0,889
USDk p-värde obr	0,233	0,099	0,453	0,429	0,468	0,520	0,267	0,248	0,224	0,544	0,785	0,713	0,646	0,572
NOKk andel	1,20	1,80	1,37	1,32	0,95	0,95	1,05	1,10	1,16	1,26	0,68	0,74	0,77	0,83
NOKk p-värde frk	0,136	0,000	0,008	0,024	0,779	0,779	0,677	0,410	0,220	0,060	0,018	0,057	0,110	0,250
NOKk p-värde obr	0,037	0,326	0,014	0,021	0,591	0,593	0,044	0,063	0,045	0,025	0,554	0,439	0,394	0,299
JPYk andel	1,94	2,17	1,20	1,18	1,24	1,12	1,03	1,03	1,08	1,14	0,77	0,87	0,97	1,03
JPYk p-värde frk	0,000	0,000	0,136	0,174	0,080	0,338	0,781	0,781	0,491	0,274	0,110	0,392	0,889	0,781
JPYk p-värde obr	0,012	0,317	0,087	0,090	0,770	0,881	0,096	0,096	0,142	0,106	0,492	0,731	0,965	0,939
GBPk andel	1,12	1,34	0,93	0,87	1,10	1,06	0,64	0,70	0,77	0,87	0,68	0,70	0,77	0,83
GBPk p-värde frk	0,338	0,017	0,672	0,392	0,410	0,580	0,007	0,027	0,110	0,392	0,018	0,027	0,110	0,250
GBPk p-värde obr	0,351	0,601	0,184	0,242	0,576	0,627	0,517	0,486	0,370	0,241	0,714	0,685	0,882	0,891
CHFk andel	1,63	2,09	1,05	1,06	1,03	0,93	0,79	0,83	0,85	0,85	0,70	0,81	0,85	0,93
CHFk p-värde frk	0,000	0,000	0,677	0,580	0,781	0,672	0,148	0,250	0,316	0,316	0,027	0,194	0,316	0,672
CHFk p-värde obr	0,012	0,712	0,186	0,172	0,521	0,158	0,294	0,246	0,228	0,214	0,233	0,121	0,753	0,648
SEKk andel	1,14	1,80	0,95	0,91	1,12	1,08	0,77	0,81	0,89	0,91	0,83	0,89	0,97	1,03
SEKk p-värde frk	0,274	0,000	0,779	0,571	0,338	0,491	0,110	0,194	0,477	0,571	0,250	0,477	0,889	0,781
SEKk p-värde obr	0,066	0,923	0,037	0,051	0,443	0,482	0,109	0,086	0,052	0,047	0,240	0,184	0,123	0,092

Enligt motsvarande resonemang som fördes för aktieportföljerna, testas även metoderna/nivåerna ES15, ES16, ES17, ES18, ESH15 och ESH16 på valutaportföljerna (inklusive de triviala portföljerna bestående av de enskilda valutorna).

## Ytterligare resultat

### Valutakursrisk, enskilda valutor

	ES15	ES16	ES17	ES18	ESH15	ESH16
USD andel	1,03	1,08	1,16	1,20	1,05	1,06
USD p-värde frk	0,781	0,491	0,220	0,136	0,677	0,580
USD p-värde obr	0,069	0,047	0,058	0,045	0,806	0,791
NOK andel	0,97	1,05	1,10	1,16	0,87	0,91
NOK p-värde frk	0,889	0,677	0,410	0,220	0,392	0,571
NOK p-värde obr	0,024	0,014	0,009	0,022	0,470	0,411
JPY andel	1,05	1,16	1,28	1,36	0,97	1,05
JPY p-värde frk	0,677	0,220	0,045	0,012	0,889	0,677
JPY p-värde obr	0,016	0,008	0,004	0,002	0,795	0,709
GBP andel	1,01	1,06	1,12	1,20	0,89	0,93
GBP p-värde frk	0,889	0,580	0,338	0,136	0,477	0,672
GBP p-värde obr	0,034	0,025	0,028	0,015	0,329	0,287
CHF andel	1,08	1,12	1,14	1,26	1,05	1,10
CHF p-värde frk	0,491	0,338	0,274	0,060	0,677	0,410
CHF p-värde obr	0,501	0,457	0,427	0,301	0,542	0,479
SEK andel	0,83	0,91	0,91	0,97	0,95	0,99
SEK p-värde frk	0,250	0,571	0,571	0,889	0,779	1,000
SEK p-värde obr	0,091	0,056	0,053	0,039	0,137	0,265
USDk andel	0,91	0,93	0,99	1,03	1,03	1,06
USDk p-värde frk	0,571	0,672	1,000	0,781	0,781	0,580
USDk p-värde obr	0,440	0,407	0,332	0,281	0,497	0,684
NOKk andel	1,34	1,37	1,43	1,49	0,89	1,06
NOKk p-värde frk	0,017	0,008	0,003	0,001	0,477	0,580
NOKk p-värde obr	0,018	0,012	0,012	0,008	0,676	0,442
JPYk andel	1,22	1,26	1,30	1,32	1,05	1,12
JPYk p-värde frk	0,105	0,060	0,033	0,024	0,677	0,338
JPYk p-värde obr	0,076	0,063	0,056	0,048	0,930	0,878
GBPk andel	0,91	0,95	0,97	1,12	0,85	0,93
GBPk p-värde frk	0,571	0,779	0,889	0,338	0,316	0,672
GBPk p-värde obr	0,433	0,369	0,357	0,193	0,881	0,797
CHFk andel	0,89	0,99	1,05	1,08	0,97	0,99
CHFk p-värde frk	0,477	1,000	0,677	0,491	0,889	1,000
CHFk p-värde obr	0,360	0,241	0,192	0,157	0,607	0,579
SEKk andel	0,99	1,06	1,18	1,26	1,08	1,16
SEKk p-värde frk	1,000	0,580	0,174	0,060	0,491	0,220
SEKk p-värde obr	0,026	0,016	0,030	0,035	0,477	0,390

### Valutakursrisk, bankportfölj

	ES15	ES16	ES17	ES18	ESH15	ESH16
VaR-överskridelser						
Antal tredjedel 1	14	15	15	18	19	19
Antal tredjedel 2	21	21	22	23	15	15
Antal tredjedel 3	13	13	13	15	19	21
Antal totalt	48	49	50	56	53	55
Andel totalt	0,93	0,95	0,97	1,08	1,03	1,06
P-värde, frekvens	0,672	0,779	0,889	0,491	0,781	0,580
Längsta följd	645	645	645	645	577	577
P-värde, oberoende	0,075	0,065	0,061	0,030	0,099	0,075
Genomsnittlig VaR	0,55	0,54	0,53	0,52	0,61	0,59

### Valutakursrisk, testportfölj

	ES15	ES16	ES17	ES18	ESH15	ESH16
VaR-överskridelser						
Antal tredjedel 1	16	17	17	21	13	16
Antal tredjedel 2	24	25	26	29	21	21
Antal tredjedel 3	17	17	18	20	20	20
Antal totalt	57	59	61	70	54	57
Andel totalt	1,10	1,14	1,18	1,36	1,05	1,10
P-värde, frekvens	0,410	0,274	0,174	0,012	0,677	0,410
Längsta följd	592	592	592	592	343	343
P-värde, oberoende	0,053	0,046	0,034	0,013	0,800	0,753
Genomsnittlig VaR	0,80	0,78	0,77	0,76	0,80	0,79

## Kort sammanfattning av VaR-metodernas resultat

Rangordningen av HS, VC och VC94 är densamma för valutaportföljer som för aktieportföljer, både vad gäller oberoende och frekvens. HS har den mest rimliga överskridelsefrekvensen, följd av VC, medan VC94 är den enda av metoderna som genomgående (bortsett från för en lång position i GBP) uppvisar oberoende mellan de VaR-överskridande förlusterna.

En skillnad är dock att medan samtliga dessa metoder (med några få undantag för HS) signifikant underskattar VaR för aktiekursrisk, är det faktiskt bara för NOK bland valutaportföljerna som det kan förkastas att överskridelsesannolikheten är 1 % för HS. Detta beror dels på att antalet observationer i stickproven är mindre och att nollhypotesen därför är svårare att förkasta, men till den klart största delen på att HS helt enkelt kommer närmare 1 % överskridelser för valutor än för aktieindex.

Oberoende mellan VaR-överskridelserna som fås med HS och VC kan heller inte ofta förkastas med samma nästintill kompletta säkerhet som det kan för aktieindexen. I detta fall är det dock betydligt svårare att avgöra om det beror mest på att färre överskridelser finns att utvärdera pga. tidsseriernas kortare längd (och, faktiskt, metodernas bättre precision!) eller att de helt enkelt i något lägre (men fortfarande ofta hög!) grad är beroende av varandra.

Även om HS i frekvenshänseende presterar klart bättre för valutor än för aktieindex, indikerar resultaten att HSH frekvensmässigt fortfarande är en bättre metod, inte minst för portföljerna med flera valutor i, men skillnaden är mycket mindre än på aktiesidan. Vägs även önskan om oberoende mellan överskridelserna in, är HSH dock den enda acceptabla VaR-metoden (bortsett från dess egen bootstrappade variant). Oberoende kan inte förkastas för HSH för en enda tidsserie, även om man skulle använda mycket låga konfidensgrader. Resultatet att metoder som beaktar volatilitetens föränderlighet över tiden är överlägsna dem som inte gör det när det gäller oberoendekriteriet fås alltså både för aktie- och valutaportföljer (även triviala sådana).

Åter får det sägas att bootstrapvarianterna av HS och HSH om något innebär förbättringar. Dock är effekten för valutor än mindre än den för aktieindex och verkar också den ibland i motsatt riktning.

## **Koppling till tidigare forskning**

Liksom Mahoney (1996), finner jag att det i de allra flesta fall inte kan förkastas att likaviktad historisk simulation skattar VaR tillfredsställande. Att varians-kovariansmetoderna i regel underskattar risken signifikant är också ett resultat som är gemensamt mellan hans och min studie. Dock finner Mahoney att VC94 underskattar risken mindre än VC. Att jag inte får samma resultat kan bero på att min implementering av VC94 systematiskt underskattar risken enligt diskussion i avsnittet om aktiekursriskresultat.

Harmantzis et al (2006) resultat att både historisk simulation (i mitt fall dock i regel insignifikant) och den enkla varians-kovariansmetoden tycks underskatta VaR, men den förstnämnda metoden i mindre utsträckning, styrks av mina resultat.

Samajdars (2001) slutsats, att HSH fungerar betydligt bättre än VC94 och HS vinner också visst stöd i mina resultat. Dock bör det tilläggas att skillnaden i prestation mellan HSH och HS inte är särskilt stor (kanske inte ens signifikant) om bara överskridelsefrekvensen beaktas.

Slutsatsen att VC94 fungerar bättre än HS och VC, vilken dras av Bredin et al (2004), kan inte bekräftas avseende frekvensen av VaR-överskridelser. Detta kan, som nämnt, åtminstone jämfört med VC, möjligen bero på skillnader vid implementering av VC94. Beträffande oberoendekriteriet styrks deras resultat.

Giot et al (2003) slutsats, att VaR skiljer sig åt beroende på vilken position man har i tillgången, kan sägas få stöd då antalet överskridelser för VC skiljer sig kraftigt åt mellan korta och långa positioner i bl.a. NOK och JPY, medan de skattade VaR-talen endast skiljer sig åt i den mån som orsakas av medelvärdet och omskrivningen av avkastningarna.

## **Möjliga orsaker till VaR-metodernas resultat**

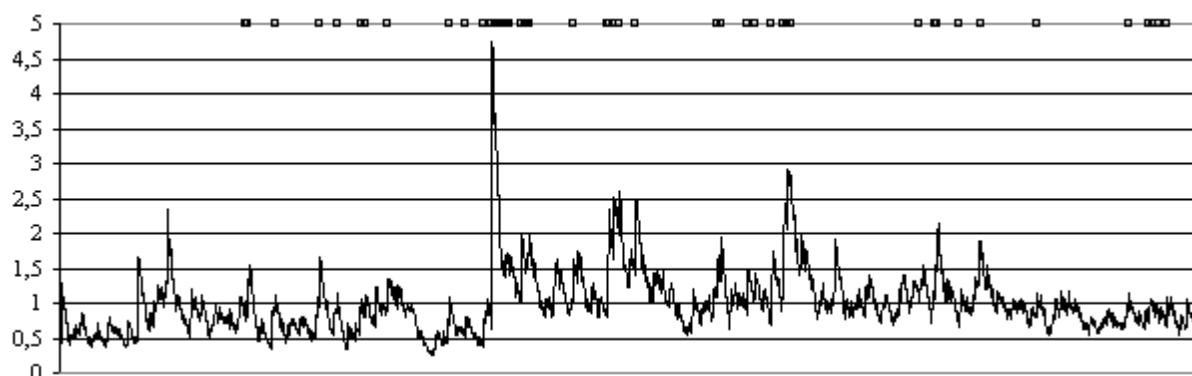
Orsakerna till resultaten för VC, VC94 och HSH har till stor del genomgåts i motsvarande avsnitt för aktiekursrisk varför en del förklaringar här utelämnas.

Det kan noteras att VC fungerar väl för USDk vilket kan förklaras med att denna avkastningsserie nära nog är normalfördelad och har något positiv skevhet, dvs. dess mest avvikande avkastningar tenderar att vara positiva. Detta ger helt förståeligt ett förhållandevis litet antal VaR-överskridelser i när skattningsmetoden (läs VC) ignorerar skevheten. VC:s något förvånande resultat för testportföljen (givet dess närmast perfekta normalfördelning) kan eventuellt förklaras med att själva svansen ser lite annorlunda ut jämfört med en normalfördelning eller att denna avkastningsfördelning bara ser ut att vara normalfördelad när den ses över 23 år, men i varje enskild punkt inte följer en sådan fördelning. Volatiliteten i varje punkt skattas ju inte som volatiliteten över hela den 23-åriga tidsperioden. Ett extratest visar att VC:s andel överskridelser för testportföljen sjunkit till 1,07 % om man för varje enskild dag skattat VaR med hjälp av hela tidsperiodens standardavvikelse och medelvärde (VaR sätts alltså över hela tidsperioden till en konstant), något som givetvis aldrig kunnat göras ex ante.

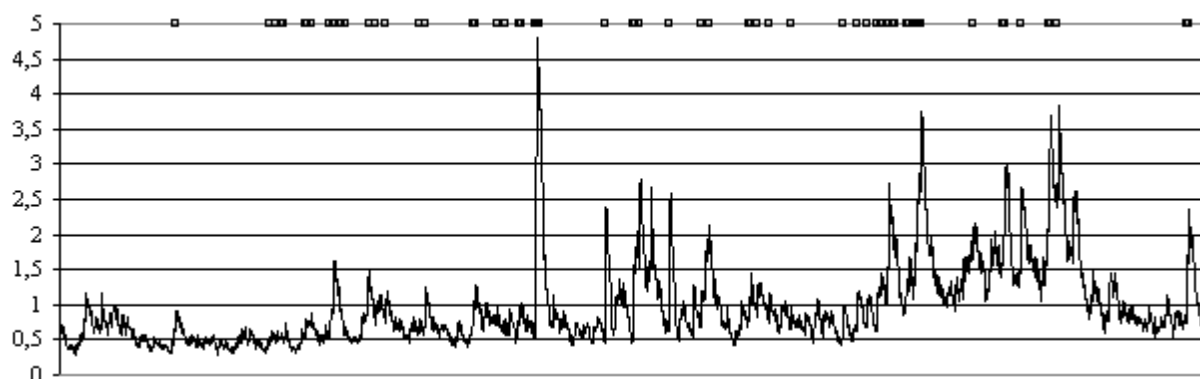
Att HS i frekvenshänseende fungerar klart bättre för valuta- jämfört med aktieindexportföljer skulle kunna tänkas förklaras med att volatiliteten är mindre föränderlig för valutor, vilket i så fall borde leda till att de över- och underskattningar av VaR som HS enligt diskussion i avsnitt 4.2.1 medför blir mindre. Jag finner inledningsvis stöd för denna hypotes då jag studerar de två bankportföljernas volatiliteter, mätta som EWMA-standardavvikelse, extra noga. Aktiebankportföljens volatilitets standardavvikelse är 50,2 % av hela avkastningsseriens totala standardavvikelse och 58,4 % av volatilitetens eget genomsnitt. Motsvarande tal är för valutabankportföljen 39,1 % respektive 43,4 %. Jag konstruerar även nya tidsserier med volatiliteternas relativa dagliga förändring (volatiliteternas ”enkla avkastningar”) för dessa portföljer. Då jag jämför standardavvikelsena för dessa serier motsägs min hypotes, aktiebankportföljens volatilitetsförändringar har en standardavvikelse på cirka 8,2 % mot 11,4 % för valutabankportföljen. Det kan alltså knappast anses att jag med denna jämförelse visat att min hypotes var korrekt.

När de två volatilitetsseriernas utveckling (uttryckta som EWMA-standardavvikelsena normaliserade med respektive portföljs genomsnittliga EWMA-standardavvikelse under tidsperioden) över tiden illustreras i diagram finner jag troligtvis anledningen till HS bättre funktionalitet för valutabankportföljen jämfört med aktiebankportföljen.

**EWMA-volatilitet skattad med 38 dagars skattningsperiod och avtagandefaktorn 0,94 för bankportföljen, valutakursrisk (Feb 1984-Dec 2006)**



**EWMA-volatilitet skattad med 38 dagars skattningsperiod och avtagandefaktorn 0,94 för bankportföljen, aktiekursrisk (Jan 1973-Dec 2006)**



Dels verkar aktieportföljen, även om volatiliteternas föränderlighet inte skiljer mycket totalt sett, något oftare uppvisa riktigt extrema (exempelvis över 2,5 gånger genomsnittsvolatiliteten) volatiliteter.

Den mest avgörande skillnaden är dock förmodligen följande: Även om trenderna inte är helt tydliga, kan det utläsas av diagrammen att aktieportföljens volatilitet tenderat att öka över tiden, medan valutaportföljens volatilitet – bortsett från en enorm ökning strax innan testperiodens mitt – generellt haft en avtagande trend. Detta innebär att de avkastningar som ligger till grund för varje enskilt HS-VaR-tal för valutaportföljen generellt sett observerats under omständigheter av högre volatilitet än den vid VaR-skattningen rådande. Detta påverkar förstås ceteris paribus VaR-skattningen i en mer försiktig riktning, dvs. minskar sannolikheten för VaR-överskridelser. Överst i varje diagram är HS VaR-överskridelser markerade. Dessa visar mycket riktigt en tydlig tendens att uppträda när volatiliteten stiger eller mycket nyligen har stigit. Den period då volatiliteten mest uppenbart sjunker är den sista tredjedelen för valutaportföljen. Då uppvisar metoden också sitt minsta antal överskridelser (se även tabellen

”Resultat, valutakursrisk, bankportfölj”), t.o.m. under 1 %. Notera f.ö. att det är logiskt att inga överskridelser observeras längst till vänster i diagrammen, jag börjar ju skatta VaR först efter att 550 dagars volatiliteter estimerats.

Att HS trots ovan nämnda effekt noteras för över 1 % överskridelser även för valutaportföljen kan högst troligt förklaras av det tidigare presenterade argumentet att volatiliteten trots allt är föränderlig och att underskattning av risken har större betydelse än överskattning. Märk hur HS valuta-VaR-överskridelser hopar sig där volatiliteten har sin topp.

Detta argument borde kunna förklara HS-resultaten för såväl korta som långa positioner och mycket riktigt är de liknande för de respektive valutorna. De valutor som har minst antal överskridelser för HS för långa positioner (USD och GBP) har det även för korta positioner. NOK och JPY som uppvisar flest HS-VaR-överskridelser för korta positioner är också minst respektive tredje minst försiktiga för långa positioner. Detta antyder enligt mitt argument att volatilitetstrenden oftast varit mindre (om alls) nedåtgående för de sistnämnda valutorna medan den generellt varit mer nedåtgående för de förstnämnda. Så visar sig också vara fallet då jag kontrollerar detta. Nedåtgående trender observeras för GBP och USD medan NOK om något uppvisar en svag tendens till ökande volatilitet (riskunderskattningen förklaras för NOK dessutom av några extrema högvolatilitetsperioder). För JPY kan ingen trend utläsas vilket också det innebär en mindre negativ volatilitetsutveckling.

### **VaR-estimering genom användande av ES-metoder**

Även för valutaportföljer gäller att likaviktad historiskt simulerad ES har svårt att uppnå oberoende i VaR-överskridelse-serien. Dock är beroendet inte lika obestridligt statistiskt signifikant (vilket, som tidigare nämndes för HS och VC, åtminstone delvis får antas bero på de mindre stickproven) för valutor som för aktieindex, även om oberoende kan förkastas med 95 %:s konfidensgrad för cirka hälften av alla VaR-överskridelse-serier som renderas av skattning med likaviktad ES. Den volatilitetsviktade ES-metoden är åter överlägsen i detta avseende – oberoende kan, för denna metod, inte förkastas på 95 %-snivån för en enda ES-nivå eller tidsserie, och kan det bara i enstaka fall ens på 90 %-snivån.

För att med ES komma så nära tidsseriens antal överskridelser för HS som möjligt, krävs för valutaportföljer i genomsnitt 16,2 svansobservationer. För bankportföljen behövs de 18 största förlusterna och för testportföljen 16 svansobservationer. För långa positioner är genomsnittet 16,6 (max 20, min 15) och för korta positioner 15,5 (max 17, min 14,5). Skillnaden mellan långa och korta positioner orsakas uteslutande av att NOK och SEK kräver 19 respektive 20 svansobservationer för att motsvara HS, något som kan tänkas ha ett samband med att dessa valutor har överlägset minst minsta avkastning (i synnerhet relativt standardavvikelse). För att få en genomsnittlig avkastning i svansen (ES) nära HS-VaR-talet krävs förstås många svansobservationer med tanke på de avkastningar i samband med devalveringar som noterats exempelvis för SEK (minimum  $-10,7\%$ ).

Som framgår av ovanstående stycke, verkar nära nog lika många svansobservationer vara optimalt att använda sig av för valutaportföljer som för aktieindex då man vill komma så nära HS antal överskridelser som möjligt. Detta styrker också mitt förslag till förklaring till HS bättre prestation för valutor; att volatilitetens utveckling över tiden är annorlunda (i motsats till att den empiriska svansfördelningen som sådan vid varje enskild tidpunkt skulle se märkbart annorlunda ut).

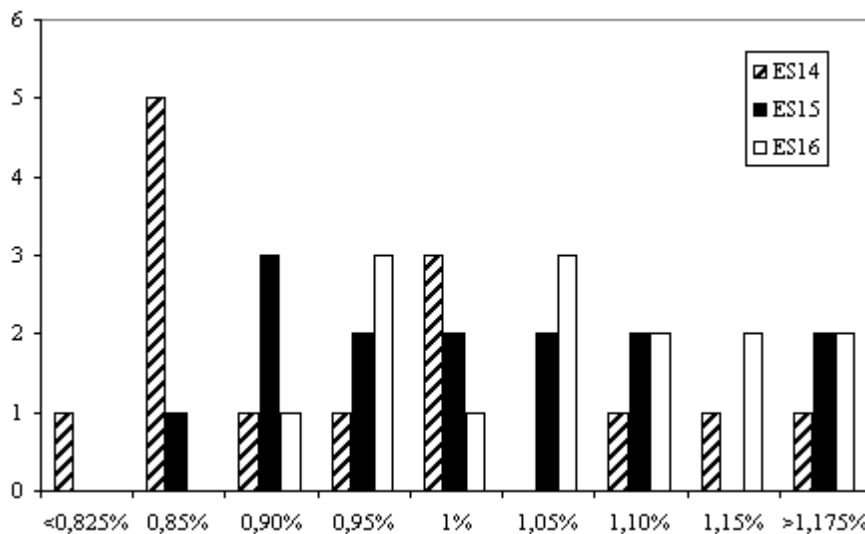
Då målsättningen är att komma så nära 1 % VaR-överskridelser som möjligt, tycks däremot andra nivåer fungera bäst till VaR-skattning med likaviktad ES för valutaportföljer jämfört med aktieindexportföljer.

Närmast 1 % VaR-överskridelser kommer man med likaviktad ES om man använder de i genomsnitt 14,8 sämsta avkastningarna. För bankportföljen nås det bästa resultatet vid 17 svansobservationer och för testportföljen vid 13 observationer. Långa positioner kräver i genomsnitt 15 (max 18, min 14) svansavkastningar medan korta positioner i genomsnitt kräver 14,5 (max 17, min 11) svansobservationer.

Diagrammet nedan visar följdriktigt att ES15 är den likaviktade metod som verkar komma närmast 1 % VaR-överskridelser, om än denna nivå tycks underskatta risken mycket marginellt. Näst bäst verkar ES14 fungera. ES14 kommer faktiskt riktigt nära 1 % överskridelser oftast av de tre metoderna, men med ett typvärde på 0,85 % överskridelser verkar metoden ändå överskatta risken något.



**Antal valutakursriskbaserade tidsserier med en given överskridelseandel för de tre bästa likaviktade ES-metoderna**



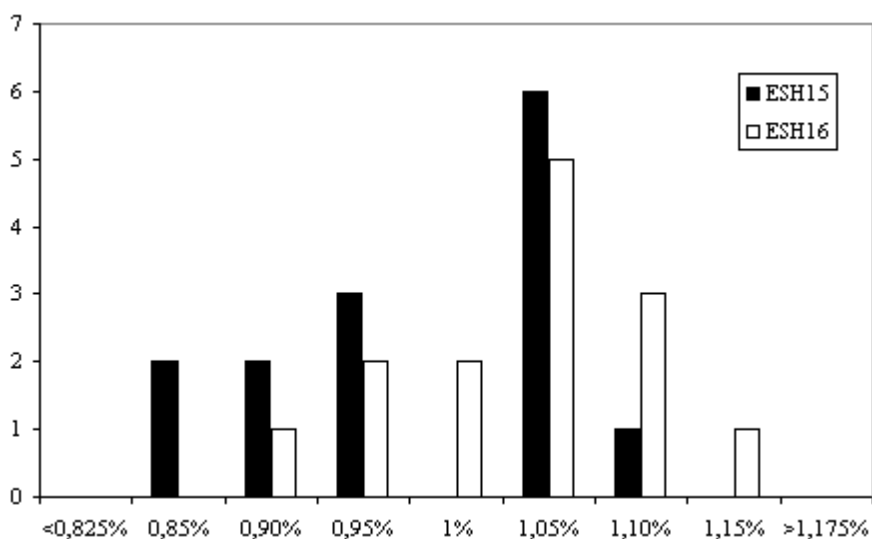
Att HS kommer betydligt närmare önskvärd överskridelsefrekvens för valutor än för aktieindex gör det naturligt att man generellt sett kommer närmast 1 % i överskridelsefrekvens vid fler svansobservationer när valutor studeras än när man betraktar aktieindex, helt enkelt eftersom man inte i lika hög grad måste kompensera för den underskattning av risken som likaviktad historiskt simulerad VaR innebär. Så är alltså också fallet.

Det kan noteras att spridningen mellan de olika intervallen är större för valutorna än för aktieindexen, och tendenserna därmed också otydligare. Att staplarna generellt är lägre beror förstås delvis på att färre tidsserier observerats, men även på tidsseriernas något större variation i volatilitetstrend (se diskussionen om orsaken till HS bättre funktionsduglighet för valutor än aktieindex tidigare i detta avsnitt). En ytterligare orsak kan vara att valutornas avkastningsfördelningar (se avsnitt 4.1.1 och 4.1.2) generellt skiljer sig mer åt än aktieindexens. Liksom i motsvarande diagram för aktieportföljerna bör det noteras att man måste en bra bit in i diagrammets yttersta kategorier (nu än längre pga. det mindre stickprovet, vid riskunderskattning krävs t.ex. över 1,26 % överskridelser) för att hamna utanför ett 95 %:igt konfidensintervall för nollhypotesen att överskridelsesannolikheten är 1 %. Man bör alltså vara lite försiktig med slutsatser även här, inte minst då det går att argumentera för att framtida tidsserier mycket väl kan tänkas se annorlunda ut än de undersökta (se vidare diskussion i nästkommande avsnitt).

Med volatilitetsviktade avkastningar, ESH, hamnar man för valutaportföljerna närmast HSH:s resultat när i genomsnitt 16,4 svansobservationer används. Bankportföljen och testportföljen kommer närmast HSH:s resultat då de 15 sämsta avkastningarna används. För långa positioner i envalutaportföljer är motsvarande antal i genomsnitt 16,9 (max 19, min 16), mot 16,3 (max 18, min 15) för de korta positionerna.

Liksom för aktieindexen är skillnaden mellan antalet observationer som ger resultat närmast motsvarande VaR-metod och den metod som ger bäst resultat mindre för de volatilitetsviktade metoderna, om än detta inte är lika påtagligt för valutorna. Bäst resultat uppnås vid volatilitetsviktning med i genomsnitt 15,6 svansobservationer. För bankportföljen är talet 15 medan det är optimalt att använda 14 svansavkastningar för testportföljen. Långa positioner i enskilda valutor kräver i genomsnitt att de 16,2 (max 19, min 15) sämsta avkastningarna vägs in, medan ESH med i genomsnitt 15,3 (max 17, min 14) svansobservationer fungerar bäst för korta positioner.

**Antal valutakursriskbaserade tidsserier med en given överskridelseandel för de två bästa nivåerna för volatilitetsviktad ES**



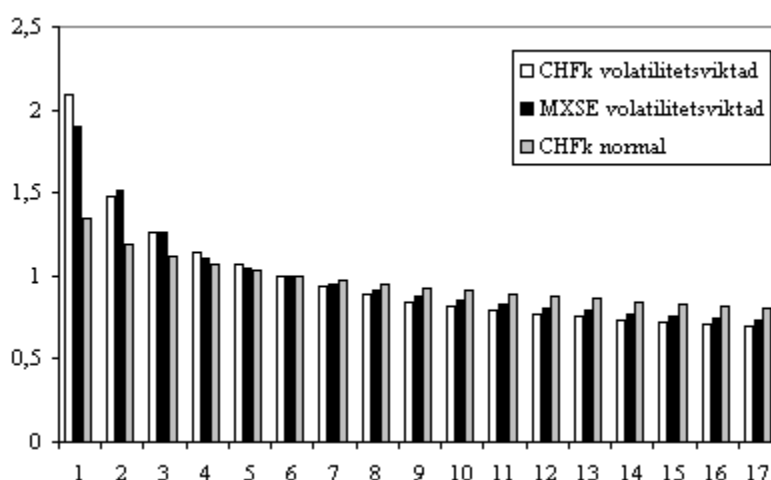
För valutaportföljerna har jag bara gjort diagram med två volatilitetsviktade ES-nivåer, helt enkelt eftersom övriga nivåer fungerar så mycket sämre att det förvirrar mer än det tillför att inkludera dem. Även om ESH16 är den enda nivå som fungerar perfekt för någon tidsserie är det omöjligt att utläsa av diagrammet vilken av nivåerna som är bäst (sett till genomsnittlig andel överskridelser är ESH15 faktiskt något närmare 1 %). Att nivåerna är så jämgoda stödjer det tidigare resultatet att det för de olika valutaportföljerna i genomsnitt var optimalt

att använda 15,6 svansobservationer. Det kan alltså mycket väl vara så att ESH15 är bäst även för valutaportföljer. Om inte är det dock en lägre nivå (ESH16) som verkar behövas, medan det för aktieportföljerna, om något, låg närmare till hands med en högre nivå (ESH14).

Den marginella skillnaden i optimal nivå tycks främst bero på skillnaden i genomsnittligt antal observationer som krävs för respektive tillgångsslag för att komma närmast HSH:s resultat (och inte på att HSH underskattar risken mindre för valutor, som annars skulle kunna vara en förklaring). Analys är svår att göra då skillnaden mellan valutor och aktieindex i detta avseende är relativt liten. Nedanstående text i detta stycke är därför något spekulativ.

En möjlig orsak är att valutors avkastningsserier helt enkelt, med volatiliteten beaktad, kan tänkas följa en annan fördelning än aktieindex.

**Genomsnittliga värden på de sjutton största förlusterna, normaliserade med den sjätte största förlusten i respektive serie**



Jag jämför i diagrammet ovan två tidsserier som sett till både antal svansobservationer som är optimalt och antal observationer som krävs för att komma närmast HSH:s resultat är representativa för sin tillgångskategori: MXSE för aktieindex och CHFk för valutor. Anledningen till att normalfördelningens resultat bara visas för CHFk är att dess resultat med MXSE skiljer sig så oerhört marginellt (att det skiljer något alls beror på olikheter i medelavkastning) från det att det inte tillför något att visa.

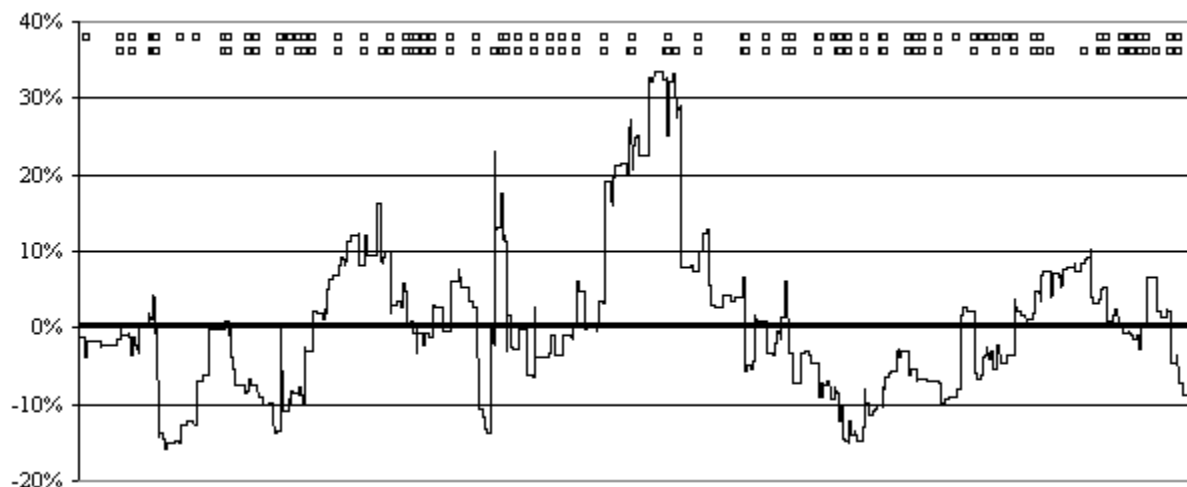
CHFk har i genomsnitt en något sämre sämstaavkastning (dvs. den sämsta av de, vid varje tidpunkt, senaste 550 volatilitetsviktade avkastningarna) än MXSE. Därefter har man ungefär

lika stora förluster fram till den cirka sjunde största förlusten, varefter MXSE har något större förluster. Observera att CHFk absolut sett har klart mindre förluster än MXSE, men att jag i beräkningarna som ligger till grund för detta diagram, för de respektive tidsserierna, normaliserar alla volatilitetsviktade förluster med den sjätte största volatilitetsviktade förlusten. Detta för att på ett rättvisande sett kunna jämföra fördelningarnas utseende. I övrigt bör det noteras att skillnaden mellan de två illustrerade svansarna är ganska liten, speciellt om man jämför med hur mycket normalfördelningens svans skiljer sig från dem båda. Normalfördelningen har fått genom att för varje skattningsdag utgå från den sjätte största volatilitetsviktade observationen och medelvärdet av de 550 senaste volatilitetsviktade observationerna. Därefter har jag räknat ut de sju största förlusterna under förutsättning att den sjätte största förlusten fås som minus medelvärdet plus standardnormalfördelningens värde vid 99 %-sfraktilen multiplicerad med standardavvikelsen. Vad som i diagrammet visas är genomsnittet av dessa för CHFk.

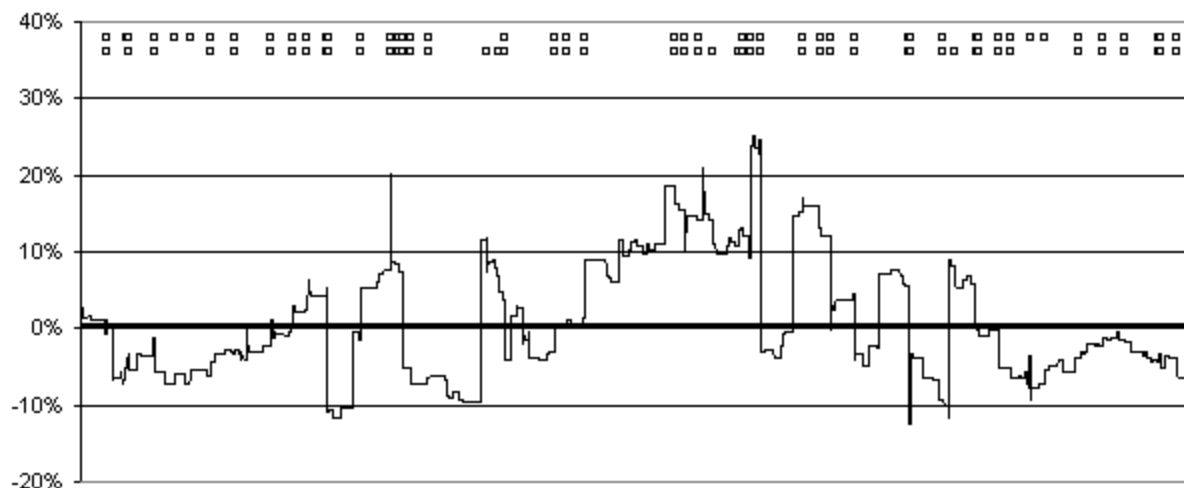
Vid framkallandet av detta diagram upptäcker jag att även om färre än sexton volatilitetsviktade observationer krävs för att MXSE ska komma så nära HSH:s överskridelseresultat som möjligt, krävs faktiskt i överkant av sexton för att deras genomsnittliga värde i genomsnitt (ja, två genomsnitt!) ska ge samma värde som den sjätte största volatilitetsviktade förlusten. För CHFk skiljer sig inte dessa antal observationer nämnvärt åt; det är precis över sexton i båda fallen. Detta kan tolkas som att HSH presterat förhållandevis bättre jämfört med ESH för MXSE än för CHFk, eftersom man då ESH-metoden tillämpas behöver vara mindre konservativ för att få samma genomsnitt-VaR än man behöver för att få samma antal överskridelser. Det innebär ju att HSH för MXSE presterar bättre (och mer konservativt) än ESH om samma genomsnitt-VaR används.

För att ESH och HSH ska kunna prestera olika väl, givet samma genomsnitt-VaR, krävs förstås att de båda metoderna fördelar risken olika över tiden. Nedanstående diagram visar differensen mellan VaR skattad med ESH16 och VaR-skattad med HSH, för MXSE respektive CHFk.

Differens mellan ESH16:s och HSH:s VaR-tal i % av HSH:s VaR-tal. MXSE 1972-2006.



Differens mellan ESH16:s och HSH:s VaR-tal i % av HSH:s VaR-tal. CHFk 1984-2006.



Det kan noteras att grafen för MXSE är något mer volatil, vilket skulle kunna förklara ESH:s förhållandevis sämre prestation för denna tidsserie om man antar att HSH:s VaR-tal är det mest korrekta VaR-talet.

Å andra sidan finns en ansevärd (om än lägre) volatilitet även för CHFk. Detta borde i så fall innebära att ESH skulle prestera sämre (dock i något mindre utsträckning) än HSH även för denna serie, vilket inte är fallet.

Överst i varje graf har jag plottat in ESH16:s VaR-överskridelser och strax under dem HSH:s överskridelser. Det är svårt att med blotta ögat se någon tendens till att den undre serien i

MXSE-diagrammet representerar en bättre VaR-modell än den övre, vilket tycks vara fallet givet resultaten som tidigare nämndes.

I dessa diagram kan det svårtligen utläsas att volatiliteten i differensen mellan ESH och HSH är det som avgör hur väl ESH fungerar relativt HSH för en given tidsserie. De två metoderna verkar visserligen inte ge överskridelser vid exakt samma tidpunkter, men det är svårt att säga vilken av modellerna som ”har rätt”.

Utifrån den analys jag gjort av MXSE- och CHFk-fallet kan det knappast med någon stor trovärdighet konstateras vad anledningen till ESH:s resultatskillnad mellan valutor och aktier är. Avsnitt 4.3.4 visar att orsaken i detta specifika fall – att ESH presterar sämre relativt HSH för aktieindexet än för valutan – sannolikt inte är något som kan sägas gälla generellt (om än en extremt marginell sådan tendens finns). Mot bakgrund av ESH:s små resultatskillnader mellan aktieindex och valutor är dock slumpen en fullt möjlig förklaring.

Framförallt för likaviktad historiskt simulerad ES är skillnaden i optimala antal svansobservationer mellan bankportföljen och testportföljen stor. Detta kan knappast förklaras genom att studera resultaten för de enskilda i portföljerna ingående valutorna. Det kan dock nämnas att testportföljens avkastningsfördelning i mycket högre grad liknar en normalfördelning, trots att NOK, som ingår i portföljen, har en toppighet på 53,7. Om fördelningen (inklusive svansen!) vid varje enskild tidpunkt påminner mer om en normalfördelning förklarar det att färre observationer behövs för att komma så nära den sjätte största förlusten som möjligt. Denna förklaring motsägs i viss mån av de ganska dåliga resultat (dock bättre än för bankportföljen!) som fås med VC och VC94 för testportföljen.

För den volatilitetsviktade metoden ger de båda portföljerna upphov till ungefär samma antal optimala svansobservationer, men dessa resultat är aningen anmärkningsvärda då de understiger genomsnittet för de individuella valutorna.

Att de optimala antalen svansobservationer för flervalutaportföljerna är svårförutspådda är inte helt oväntat med tanke på att det över lag råder en kraftig spridning mellan de individuella valutorna, som synes i max/min-statistiken i ovanstående stycken.

De stora skillnaderna i resultat, såväl för de enskilda valutorna som för valutaportföljerna gör att jag vill studera ytterligare två testportföljer, i ett försök att ge resultaten något högre generaliserbarhet.

De nya testportföljerna väljer jag förstås med avsikten att så mycket information som möjligt ska tillföras den jag redan fått med hjälp av de gamla portföljerna. Därför försöker jag få dem så unika som möjligt (vilket förstås är svårt givet att bara sex valutor kan kombineras och att jag inte vill ha alltför få valutor i en portfölj). Jag bildar en portfölj med långa och en med korta positioner.

Då den ursprungliga testportföljen också består av idel långa positioner, har jag valt att exkludera de valutor vilka har störst vikt i den ursprungliga testportföljen från den nya testportföljen med långa positioner för att undvika för stora likheter mellan dessa två portföljer.

Den nya testportföljen med korta positioner innehåller inte JPYk och NOKk. Detta då bankportföljen har sina största korta positioner i dessa valutor.

#### Extra portföljvikter, valutakursrisk

<u>Testportfölj 2</u>		<u>Testportfölj 3</u>	
Valuta	Vikt	Valuta	Vikt
SEK	25,0%	SEKk	25,0%
GBP	25,0%	GBPk	25,0%
USD	25,0%	USDk	25,0%
NOK	25,0%	CHFk	25,0%

Märk att testportfölj 3 till stor del motsvarar en kort position i testportfölj 2. Det är därför inte speciellt överraskande att varians- och toppighetsstatistiken är ungefär den samma för de båda portföljerna, medan medelvärdes- och skevhets- och max/minstatistiken också är liknande, men med omvänt tecken.

#### Fördelningsbeskrivande statistik, extra valutaportföljer

	Antal	Medel	Varians	Skevhet	Toppighet	Minimum	Maximum
Testportfölj 2	5754	-0,000064	0,000013	-0,42	3,5	-0,029	0,020
Testportfölj 3	5754	0,000072	0,000010	0,40	3,8	-0,020	0,028

Det kan också noteras, i synnerhet för testportfölj 2, att bildandet av en portfölj för de olika fördelningsmomentens värden betydligt närmare normalfördelningens jämfört med genomsnittsvärdena för de i portföljerna ingående individuella tillgångarna.

Av de tidigare testade portföljerna tycks de nya påminna mest om testportföljen.

#### **Korrelationer, extra valutaportföljer**

	Bankportfölj	Testportfölj	Testportfölj2	USD	NOK	JPY	GBP	CHF	SEK	USDk	NOKk	JPYk	GBPk	CHFk	SEKk
Testportfölj 2	0,45	0,84		0,84	0,63	0,43	0,72	0,00	0,68	-0,84	-0,63	-0,43	-0,72	0,00	-0,67
Testportfölj 3	-0,47	-0,86	-0,96	-0,84	-0,45	-0,46	-0,74	-0,19	-0,65	0,84	0,45	0,46	0,74	0,19	0,65

Helt intuitivt har portföljerna generellt högst korrelation med de valutor som ingår i respektive portfölj. Enda undantaget är att testportfölj 3 har tämligen låg korrelation med CHFk trots att den ingår i portföljen. Förklaringen är sannolikt att CHFk har mycket låg korrelation med portföljens övriga valutor (se avsnitt 4.1.2).

Korrelationen mellan testportföljerna 2 och 3 är nära nog  $-1$  vilket också det är förståeligt med tanke på att portföljerna till så stor del består av samma valutor men med omvända positioner.

#### **Resultat, valutakursrisk, extra testportföljer**

	VC	HS	HSH	ES12	ES13	ES14	ES15	ES16	ES17	ES18	ESH12	ESH13	ESH14	ESH15	ESH16
Testportfölj 2 andel	1,59	1,08	0,99	0,79	0,87	0,95	1,05	1,05	1,08	1,10	0,95	0,97	1,06	1,12	1,16
Testportfölj 2 p-värde frk	0,000	0,491	1,000	0,148	0,392	0,779	0,677	0,677	0,491	0,410	0,779	0,889	0,580	0,338	0,220
Testportfölj 2 p-värde obr	0,020	0,080	0,415	0,071	0,142	0,095	0,100	0,101	0,081	0,079	0,460	0,429	0,321	0,262	0,227
Testportfölj 3 andel	1,05	0,97	1,08	0,72	0,83	0,89	0,93	1,05	1,12	1,22	0,79	0,91	0,95	1,03	1,08
Testportfölj 3 p-värde frk	0,677	0,889	0,491	0,040	0,250	0,477	0,672	0,677	0,338	0,105	0,148	0,571	0,779	0,781	0,491
Testportfölj 3 p-värde obr	0,273	0,455	0,767	0,292	0,396	0,322	0,274	0,267	0,195	0,195	0,846	0,736	0,683	0,604	0,522

Det är noterbart att VC fungerar klart bättre än vanligt för portfölj 3. Detta är förståeligt på så vis att fördelningen är ovanligt lik normalfördelningen. Dock fungerar metoden ändå sämre för testportfölj 2 och den ursprungliga testportföljen. Då övriga moment antingen är ovidkommande (medelvärde) eller nära nog desamma (varians och toppighet) mellan testportfölj 2 och 3, beror skillnaden sannolikt på skevheten, och samma resonemang som tidigare fördes för USDk kan tillämpas.

Svårare är det att förklara historisk simulations låga antal överskridelser för testportfölj 3. Sannolikt utvecklas helt enkelt testportfölj 3:s förlustsvans något annorlunda över tiden än



testportfölj 2:s (i stort sett är det tal om den vänstra och den högra svansen i samma fördelning), så att VaR-skattningarna för testportfölj 3 blir mer konservativa.

För HSH är förhållandet det omvända. Detta tyder på att testportfölj 2:s svans blir mer korrekt omgjord av volatilitetsvikterna än testportfölj 3:s. Märk att observationerna viktas med ungefär samma vikter för de två portföljerna (då de båda portföljernas volatiliteter i regel bör vara snarlika), varför även portföljernas volatilitetsviktade fördelningar sannolikt liknar varandras spegelbilder.

I genomsnitt ger de två portföljerna resultat som överensstämmer närmast perfekt med de tidigare redovisade för likaviktad historiskt simulerad ES. För att komma så nära HS resultat som möjligt krävs i genomsnitt 16 svansobservationer (mot 16,2 enligt ovan) och för att komma så nära 1 % VaR-överskridelser som möjligt 15 svansobservationer (mot 14,8 ovan). Jämför man med genomsnittresultaten uppdelade på långa och korta positioner överraskar resultaten gällande att komma så nära 1 % överskridelser som möjligt något. Möjligen kan detta dock till stor del förklaras av att NOKk och JPYk, vilka båda drog ner genomsnittet för korta positioner rejält, exkluderats i testportfölj 3.

För de volatilitetsviktade historiskt simulerade ES-nivåerna är resultaten helt i enlighet med de tidigare för testportfölj 3 (i synnerhet om värdena för korta positioner används). Det är de däremot inte för testportfölj 2. Avvikelsen kan inte uppenbart länkas till individuella resultat för de uteslutna valutorna i testportfölj 2.

## **4.3 ÖVERGRIPANDE DISKUSSION**

### **4.3.1 Aktieportföljernas huvudsakliga ES-skattningsresultat**

Under antagandet att man i sin aktieportfölj nästan uteslutande har långa positioner förefaller strax över 12 svansobservationer vara optimalt att använda för att få så bra överskridelsefrekvens som möjligt vid likaviktad historiskt simulerad ES, medan i underkant av 12 observationer verkar vara bäst om man har en mix med ungefär lika många långa som korta positioner (under antagandet att sådana portföljers avkastningsfördelningar liknar ett

slags genomsnitt av hur långa- och korta positioners avkastningsfördelningar brukar se ut). Likaviktad historisk simulation är dock otillräcklig som metod om oberoende mellan VaR-överskridelserna krävs.

Den totalt sett bäst presterande ES-metoden är för långa aktiepositioner volatilitetsviktad historisk simulation med 15-16 svansobservationer, medan samma metod där de strax under 15 sämsta observationerna används kan antas fungera bäst vid blandade positioner.

Tror man att det är en tillfällighet att den volatilitetsviktade historiskt simulerade VaR-metoden (i högsta grad insignifikant) underskattar risken för aktieportföljerna och istället vill att ens volatilitetsviktade historiskt simulerade ES i möjligaste mån ska efterlikna denna VaR-metod, bör ungefär en extra svansobservation läggas till de som ovan föreslogs för denna ES-metod.

### **4.3.2 Valutaportföljernas huvudsakliga ES-skattningsresultat**

Vid blandade korta och långa positioner i valutor fungerar den likaviktade ES-metoden som bäst när i genomsnitt cirka 15 svansobservationer används. Skillnaden jämfört med aktieportföljerna beror åtminstone till stor del på skillnader i volatilitetstrend. Inte heller för valutor ger denna metod upphov till oberoende mellan VaR-överskridelserna.

För att den volatilitetsviktade metoden ska prestera på topp för enskilda valutor krävs att de i genomsnitt 15,5 sämsta volatilitetsviktade avkastningarna används. För att hamna så nära HSH:s resultat som möjligt ska ytterligare cirka en svansobservation läggas till dessa. För ESH skiljer sig resultat mellan enskilda valutor och portföljer åt (se nästa avsnitt).

Variationen i valutatidsseriernas resultat är stor, främst för likaviktad historiskt simulerad ES där valutorna SEK och NOK, vilka båda noterat en del riktigt stora förluster, avviker väsentligt.

### 4.3.3 Bäst fungerande ES-nivåer och –metod för skattning av 99 %-s-VaR

I genomsnitt verkar den likaviktade ES-metodens resultat för valutaportföljer komma mycket nära ett viktat medelvärde av de ingående valutornas resultat. Detta resultat fås även för aktieportföljer, i synnerhet om MXWO också räknas med som portfölj. Den volatilitetsviktade ES-metoden kräver för valutor i genomsnitt färre svansobservationer för portföljer jämfört med vad som gäller för de enskilda valutorna, medan resultaten även för denna metod i genomsnitt liknar de ingående tillgångarnas för aktieindexen.

#### Jämförelse mellan resultat för flertillgångsportföljer och individuella tillgångar

##### Valutaportföljer

	Bankp.	Testp.	Testp. 2	Testp. 3	Genomsnitt	Genomsnitt alla individuella tillgångar	
Likaviktad ES						Långa positioner	Korta positioner
Närmast 1%	17	13	14	16	15,0	15,0	14,5
Närmast HS	18	16	17	15	16,5	16,6	15,5
Viktat genomsnitt, ingående tillgångar							
Närmast 1%	14,0	14,5	15,5	16,3	15,1		
Närmast HS	16,9	16,2	17,3	15,5	16,5		
Volatilitetsviktad ES							
Närmast 1%	15	14	13	15	14,3	16,2	15,3
Närmast HSH	15	15	13	16	14,8	16,9	16,3
Viktat genomsnitt, ingående tillgångar							
Närmast 1%	15,4	16,0	16,8	15,5	15,9		
Närmast HSH	16,5	16,8	17,4	16,1	16,7		

##### Aktieportföljer

	Bankp.	Testp.	Testp. 2	Testp. 3	Genomsnitt	Genomsnitt alla individuella tillgångar	
Likaviktad ES						Långa positioner	Korta positioner
Närmast 1%	11	13	11	12	11,8	12,4	11,3
Närmast HS	17	15	15	16	15,8	16,5	16,1
Viktat genomsnitt, ingående tillgångar							
Närmast 1%	12,4	12,5	12,4	12,6	12,5		
Närmast HS	16,7	16,0	16,5	16,4	16,4		
Volatilitetsviktad ES							
Närmast 1%	16	14	17	16	15,8	15,6	14,0
Närmast HSH	16	15	19	17	16,8	16,8	14,8
Viktat genomsnitt, ingående tillgångar							
Närmast 1%	15,7	16,5	15,4	15,4	15,7		
Närmast HSH	16,9	17,0	16,8	17,0	16,9		

Valutaportföljernas volatilitetsviktade svansavkastningsfördelningars karakteristika kan alltså tänkas skilja sig från de enskilda valutornas. Vid en titt på de enskilda fallen tycks så åtminstone vara fallet för testportföljen, då dess genomsnittts-VaR för HSH liknar genomsnittts-VaR för ESH15, medan man behöver gå upp på högre ESH-nivåer för att få samma likhet för de individuella valutorna.

Skälet kan vara detsamma för testportfölj 2. Genomsnittts-VaR för HSH är nämligen även i detta fall lik ESH15:s samtidigt som det kännetecknar SEK, som ingår med en fjärdedel i portföljen, att ESH fungerar mycket sämre än HSH (dvs. kräver större genomsnittts-VaR för samma antal överskridelser). Om det är orsaken till att ESH även för portföljen fungerar sämre än HSH är den enda skillnaden mellan portföljens och de enskilda valutornas karakteristika även här att portföljens svansens genomsnittsfördelning är annorlunda på så sätt att det krävs en högre ESH-nivå (färre svansobservationer) för att genomsnittts-VaR ska bli samma som för HSH.

Hur som helst är detta resultat svårförklarligt. Möjligen kan det vara en slump. Detta med tanke på den stora variansen runt det genomsnittliga antalet svansobservationer som uppvisas även för valutaportföljer med den likaviktade metoden och för aktieportföljer vid volatilitetsviktning. Dessutom visar aktieindexen i genomsnitt liknande resultat för portföljer som för enskilda index (vilka förvisso också är portföljer av individuella aktier) även för den volatilitetsviktade metoden, vilket talar för att portföljers resultat inte systematiskt behöver skilja sig från individuella tillgångars utan att skälet till valutaportföljernas resultat kan vara att stickprovet är litet och populationsvariansen stor.

Vidare ger två av de fyra portföljerna, bankportföljen och testportfölj 3 resultat som påminner om de i portföljerna ingående individuella valutornas genomsnitt. Det kan även i sammanhanget påminnas om att flera av de enskilda valutorna visar resultat liknande de för portföljerna trots att genomsnittet som nämnt är högre. Detta då variansen i optimalt antal svansobservationer generellt är hög för valutorna.

Det är i sig helt intuitivt att man inte kan härleda portföljens svansresultat bara genom att kontrollera svansarna för de olika ingående tillgångarna. Då de sämsta avkastningarna inte sker samtidigt har även en tidsseries övriga avkastningar betydelse, eftersom de viktas samman med de sämsta avkastningarna för andra tidsserier (lineärt i det likaviktade fallet). På

så vis är det förståeligt att aktieportföljerna kommer närmare de ingående tillgångarnas genomsnitt, med tanke på att korrelationen mellan aktieindexen är högre. Dock har valutatestportfölj 3 generellt lägre inbördes korrelationer än valutatestportfölj 2 (då NOKk har högre korrelation med övriga valutor än CHF), men har portföljresultat som i högre grad påminner om dess enskilda tillgångars genomsnitt. Detta talar för att det argumentet inte riktigt håller som skäl, även om testportföljerna för valutor liknar de enskilda tillgångarna mindre (sett till fördelningsstatistik) än aktieportföljerna gör. Dessutom borde detta argument främst gälla den likaviktade metoden, då man annars borde studera korrelationen mellan de volatilitetsviktade avkastningarna (en portföljs volatilitetsviktade avkastning fås dock inte genom att med portföljvikterna sammanvikta de ingående tillgångarnas volatilitetsviktade avkastningar).

Om oberoende mellan VaR-överskridelserna ska råda, kan den likaviktade ES-metoden kasseras. Dock är detta bara en högst önskvärd egenskap för modellen och inget krav från Baselkommittén (se avsnitt 2.4). Det kan tänkas att den volatilitetsviktade metoden är betydligt mer svårtolkad och besvärlig att använda för intern limitövervakning. Det kan vara svårt för ett affärsområde att förstå att historiska förluster vid riskberäkningen är olika mycket värda beroende på dagen de inträffat på. Vidare är det förmodligen svårhanterligt att faktorn med vilken förlusterna skaleras ändras från dag till dag. Även om inga nya affärer gjorts under dagen, kan ju detta tänkas höja VaR-talet för ett affärsområde över limiten och tvinga det att sälja av tillgångar. Hur sådan problematik optimalt kan lösas ligger utanför denna uppsats fokus, men jag menar att det är meningsfullt att utvärdera vilken likaviktad metod som är bäst även om oberoendekriteriet inte kan uppfyllas för denna metod.

För att avgöra vilken ES-nivå som fungerar bäst till att skatta 99 %-s-VaR vid likaviktad historisk simulation är det nödvändigt att göra ett antagande om hur volatiliteten generellt kommer att utveckla sig framöver.

Kan man räkna med att valutavolatiliteten fortsätter att sjunka över tiden? Detta är givetvis svårt att besvara på förhand. Det kan nämnas att alla valutor uppvisar lägre volatilitet mot slutet av tidsserien, vilket sammanfaller väl med introduktionen av euron som valuta istället för D-marken. Detta får anses vara en isolerad händelse vars motsvarighet sannolikt inte kommer att upprepas med jämna mellanrum i framtiden. Å andra sidan fortsätter en stor

majoritet av volatiliteterna att avta även efter denna händelse, vilket inte vore troligt om detta vore den enda orsaken till nedgången.

Andra potentiella orsaker till trenden finns också. SEK-volatiliteten fick exempelvis en stor skjuts uppåt (vilket förstås gjorde det lättare för den att därefter uppvisa avtagande trender) vid devalveringar, vilka man skulle kunna anta har mycket liten sannolikhet att upprepas i framtiden. Det skulle i så fall tala för att volatiliteten kan tänkas avta mindre i framtiden.

Jag håller det för osannolikt att valutavolatiliteten fortsätter att minska för all framtid eller ens en mycket lång period.

Man kan istället anta att den nuvarande volatilitetsnivån är den bästa skattningen av framtida volatilitet, och därmed att den förväntade utvecklingen är att den varken stiger eller sjunker. (Det vore ju för övrigt paradoxalt att anta att volatiliteten drivs av en uppåt- eller nedåtgående trend samtidigt som man använder likaviktad historiskt simulerad ES, en metod som implicit antar att fördelningen inom varje skattningsperiod är konstant över tiden.) Tillämpas det antagandet på både aktieindex och valutor torde det optimala antalet svansobservationer för den likaviktade ES-metoden ligga någonstans mellan aktieportföljernas resultat (cirka 12) och valutaportföljernas resultat (cirka 15), då det ena av resultaten är baserat på en något tilltagande volatilitet och det andra på en något avtagande.

I detta arbete undersöks inga portföljer med både valuta- och aktiekursrisk samtidigt. Därför kan jag bara spekulera i de effekter det kan tänkas få att slå ihop valuta och aktieportföljer. Att bildandet av portföljer bestående av flera tillgångar leder till en lägre volatilitet är givet då tillgångarna inte är perfekt korrelerade, och att så är fallet kan också ses i testresultaten. Hur volatilitetens volatilitet påverkas kan jag inte besvara. Det skulle kunna tänkas att portföljer med mer än en tillgång och tillgångstyp har en mindre föränderlig volatilitet än de enskilda tillgångarna, då de olika tillgångarnas volatilitet inte ökar och minskar samtidigt. Om så är fallet tyder det på att fler svansobservationer skulle krävas för att sådana portföljer skulle skatta VaR optimalt med likaviktad historiskt simulerad ES än vad som krävs för enskilda tillgångar. Detta då en mindre föränderlig volatilitet leder till färre överskridelser ceteris paribus. Detta resonemang talar – om det är korrekt – för att en total portfölj med både valutor och aktieindex skulle kräva något fler svansobservationer (för den likaviktade modellen, återigen) än vad som i genomsnitt krävs för valutor och aktieindex, åtminstone om man

förutsätter att svansen har ungefär samma fördelning (dvs. exempelvis att cirka 16 observationer krävs för att bäst efterlikna HS) som de i den stora portföljen ingående beståndsdelarna. Några tendenser på ett sådant samband finner jag dock inte för de renodlade aktie- och valutaportföljer som konstruerats i denna studie.

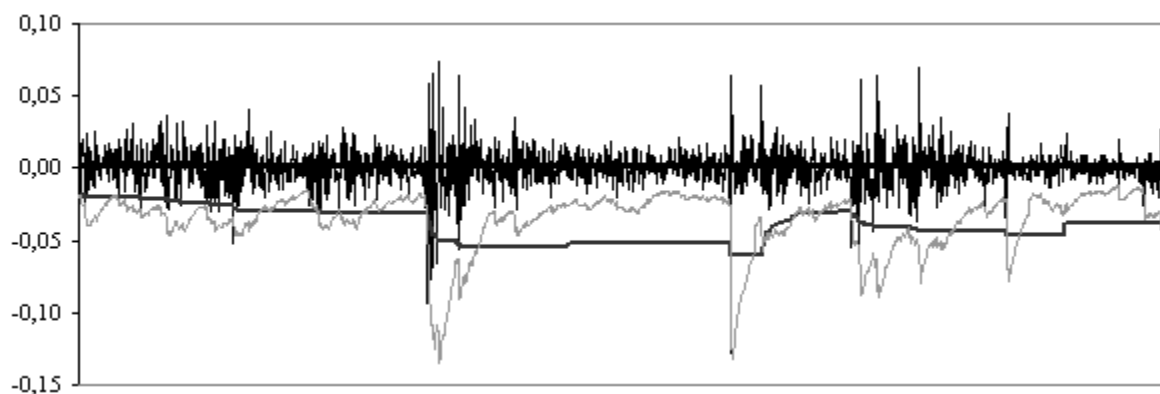
För likaviktad ES talar testresultaten för att genomsnittet av de 13, eller möjligen 14, sämsta av de senaste 550 avkastningarna bör användas för skattning av 99 %-s-VaR framöver. Det är samma antal observationer som används om man med samma ES-metod skattar ES på  $(1 - 13 / 550) = 97,64$  %-s- respektive 97,45 %-snivåerna. En positiv (negativ) volatilitets-trend i framtiden kan dock få dessa nivåer att under(över)skatta risken.

Om volatilitetsviktad ES används verkar ESH15 totalt sett ha den bästa nivån. Visserligen tycks fler svansobservationer än så vara optimalt att använda för långa positioner i de enskilda valutorna (främst beroende på att NOK drar upp genomsnittet), men resultaten indikerar också att något färre kan tänkas vara att föredra (se ovan) när valutorna slås ihop till portföljer och för korta positioner i aktieindex. Annars kan det sägas att antalet optimala svansobservationer genomgående varierar mindre för den volatilitetsviktade metoden (speciellt mellan grupperna valutor och aktieindex). Detta är väntat med tanke på att denna metod kan hantera volatilitetsförändringar. ESH15 är i denna studie vad som motsvarar 97,27 %-s-ES, skattad med hjälp av volatilitetsviktad historisk simulation.

Även om oberoende inte krävs av Baselkommittén innebär det inte att ekonomiska incitament att använda ESH istället för ES saknas. När jag kontrollerar hur stor genomsnitt-VaR de nivåer av de respektive metoderna som kommer närmast 1 % VaR-överskridelser har, finner jag att ESH för 30 av de 36 tidsserierna kommer nära 1 % med hjälp av mindre VaR-tal. Då en banks kapitalkrav ceteris paribus är proportionellt mot dess skattade VaR är detta av stor vikt.

Vidare är det en fördel för banken i den interna riskhanteringen om överskridelse-sannolikheten hela tiden är i närheten av 1 %. Nedanstående diagram visar observerade avkastningar och VaR skattad med ES13 och ESH16 för en del av en slumpmässigt utvald tidsserie, DAX.

DAX avkastningsdata (svart), ES13 (svart), ESH16 (grått), juli 1985-september 1992



Man kan tydligt se hur den volatilitetsviktade metoden hela tiden följer den verkliga fördelningen och ligger i dess underkant, medan den likaviktade metoden ömsom ger alltför stora VaR-tal (se t.ex. mitten och den högra sjundedelen av grafen), ömsom alltför små (se i stort sett alla ställen i grafen där volatiliteten är lite högre). Det verkar betydligt mer sannolikt att ESH-VaR-talen alltid har en sannolikhet runt 1 % att överskridas än att ES-VaR-talen har det.

Detta bör innebära att ESH-modeller är bättre på att varna sina användare för att en stor förlust kan tänkas uppkomma. Jag jämför, för sex av tidsserierna, ES och ESH på de nivåer som kommer närmast 1 % VaR-överskridelser för de respektive tidsserierna. Genomsnitts-VaR vid de tio största förlusterna i hela tidserien ger en indikation om hur bra metoden är på att förutspå riktigt stora förluster. Korrelationerna mellan metodernas VaR-tal inför en given dag och den absoluta avkastningen som sedan observeras under dagen ger en fingervisning om metodernas förmåga att i allmänhet anpassa VaR:s storlek efter marknadens volatilitet den aktuella dagen.

**Statistik avsedd att visa metodernas förmåga att förvarna om förluster**

	Korrelation med absolut avkastning		Genomsnitts-VaR vid 10 största förlusterna	
	ES	ESH	ES	ESH
MXSE	0,24	0,39	4,07%	5,47%
MXWO	0,14	0,35	2,31%	4,06%
DAX	0,26	0,44	3,97%	6,53%
USD	0,04	0,17	1,98%	2,48%
JPY	0,20	0,34	1,98%	2,02%
GBP	0,11	0,33	1,28%	2,11%



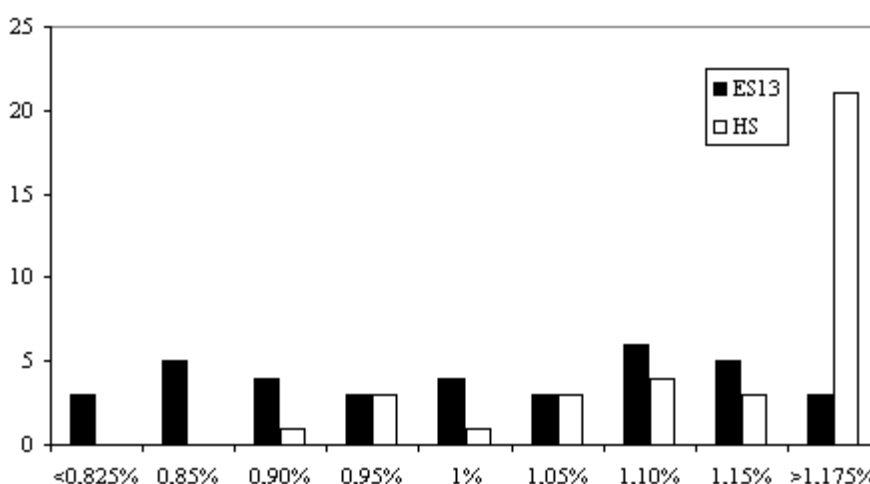
Föga förvånande verkar ESH vara överlägset bäst i båda avseendena. Slutsatsen att ESH är bättre på att förvarna om stora förluster kan därför dras samtidigt som det styrks att metoden i allmänhet skattar VaR-tal som återspeglar risken bättre.

#### 4.3.4 ES-nivåernas och –metodernas prestation relativt motsvarande VaR-metoder

ES- och VaR-metoderna fungerar lika väl avseende oberoende mellan VaR-överskridelserna. För likaviktade metoder kan oberoende som tidigare nämnts förkastas. Detta är visserligen för många tidsserier än mer otvivelaktigt för HS än för ES, men fortfarande ett tydligt resultat även för ES. För de volatilitetsviktade metoderna kan det inte förkastas att oberoende råder, varken för HSH eller för ESH.

Vad gäller andelen VaR-överskridelser finns resultatskillnader mellan ES- och VaR-metoder. I nedanstående diagram, som är en sammanställning av resultaten för samtliga denna studies tidsserier, syns tydligt att ES13 är helt överlägsen HS i frekvenshänseende. I genomsnitt kommer ES13 extremt nära 1 % VaR-överskridelser, även om spridningen är ganska stor. HS, däremot, underskattar allt som oftast risken.

Antal tidsserier med en given överskridelseandel för den bästa likaviktade ES-metoden jämförd med HS



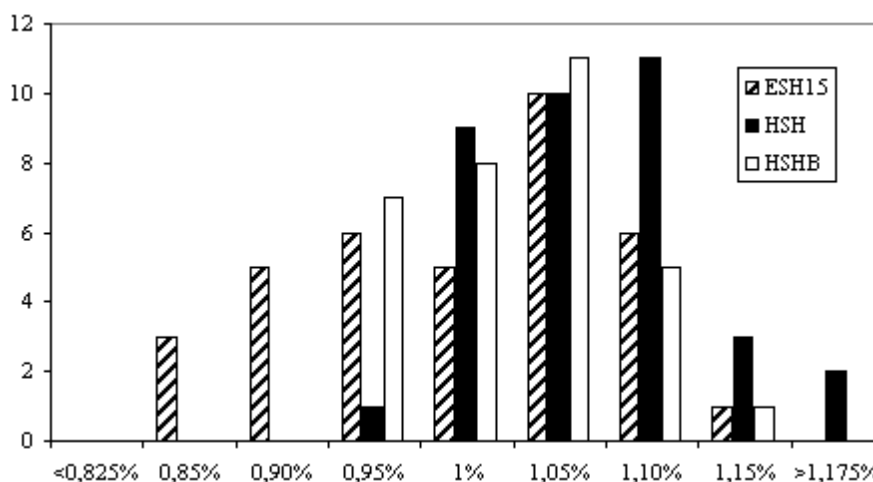
Det kan noteras att jag tidigare föreslog att ES13 eller möjligen ES14 var bäst vid likaviktad historiskt simulerad ES, medan detta diagram antyder att ES13 (utan något ”eller möjligen

ES14”) är bäst. Anledningen till detta är att jag i mitt tidigare resonemang gav valutaresultaten lika stor vikt som aktieresultaten, medan diagrammet lägger en viss extra tonvikt på aktieresultaten då något fler aktietidsserier undersöks i min studie. Vidare räknas korta aktiepositioner (vilka eventuellt är mindre än långa) lika mycket som långa i detta diagram, vilket också det bidrar till att dra ner den optimala ES-nivån en aning.

Även för de volatilitetsviktade metoderna går det att hitta en ES-nivå (ESH15) som i genomsnitt gör bättre resultat än HSH (och även HSHB). I motsats till i fallet med likaviktade metoder är dock skillnaden så pass liten mellan främst ESH15 och HSHB att det tål att funderas på om denna skillnad är ett resultat av att ESH15 faktiskt generellt sett fungerar bättre än HSHB för VaR-skattning eller om detta bara gäller i det dataurval som används i min studie. Skillnaden i prestation mellan ESH15 och VaR-metoderna blir något mindre om man bortser från de korta aktiepositionerna.

Spridningen är visserligen ännu mindre för HSHB, men det bör ändå noteras att ESH15:s överskridelsefrekvens har betydligt mindre varians än ES13:s. Analogt med vad som nämndes i föregående avsnitt angående variation i antal optimala svansobservationer, är detta i första hand ett resultat av att ESH pga. volatilitetsviktningen är mindre känslig än ES för tidsseriens volatilitetstrend, vilket gör att överskridelseandelarna för valutor och aktier skiljer sig mindre åt.

**Antal tidsserier med en given överskridelseandel för den bästa volatilitetsviktade ES-metoden jämförd med HSH och HSHB**



Att man med ES-metoderna får en genomsnittlig VaR-överskridelsefrekvens som hamnar närmare 1 % än vad som är fallet för VaR-metoderna är helt naturligt eftersom ES-nivån i denna studie väljs ex-post, så att andelen överskridelser blir så rimlig som möjligt. Detta medan VaR-metoderna bara skattar VaR på en nivå (passande nog den VaR-nivå jag söker).

Givet att ESH15:s överskridelseandel varierar så pass lite mellan tidsserierna och att denna ES-metod och –nivå i genomsnitt fungerar bättre än HSH och HSHB i mitt dataurval, anser jag det dock vara rimligt att anta att ESH15 även framöver på lång sikt presterar åtminstone i nivå med dessa VaR-metoder.

ES13:s prestation varierar, som nämnts, betydligt mer mellan tidsserierna, men ES13 presterar bättre än HS i samtliga fall för aktieportföljer och cirka hälften av fallen för valutaportföljer. Dess överskridelsesannolikhet är dessutom inte för någon tidsserie signifikant (på 95 %-snivån) skiljd från 1 %. ES13 ger upphov till färre överskridelser än HS för alla tidsserier. Vid alla tillfällen där HS presterar bättre än ES13 beror det alltså på att ES13-modellen är för konservativ, typiskt i samband med en negativ volatilitetstrend. Om det skulle bli så att volatiliteten framöver avtar likt i de valutaavkastningsserier där tendensen var tydligast, kan HS förväntas prestera marginellt bättre pga. att ES13 då överskattar risken. Under antagandet att en banks portföljs volatilitet inte hela tiden avtar, kan det dock konkluderas att ES13 sannolikt även framöver kommer att rendera en mer rimlig överskridelseandel än HS.

För banken är det emellertid inte nog att VaR-skattningen ger att lagom stort antal (gärna till synes oberoende) överskridelser. Som nämntes i föregående avsnitt vill man nämligen också att så ska ske med så låg genomsnittlig VaR som möjligt, för att minimera kapitalkravet. Därför är det också av intresse att studera hur ES-metoderna presterat i förhållande till VaR-metoderna om man bortser från effekter av att en viss modells VaR-tal helt enkelt är större i genomsnitt. Annorlunda uttryckt vill jag undersöka hur bra de olika metoderna är på att fördela summan av hela tidsseriens VaR-tal mellan de olika dagarna.

Därför jämför jag, för varje enskild tidsserie, genomsnitts-VaR för HS med genomsnitts-VaR för likaviktad ES på den nivå som kommer närmast HS antal VaR-överskridelser för den aktuella tidsserien. Samma jämförelse görs mellan HSH och den nivå på ESH som har mest likt antal överskridelser.

**Jämförelse mellan genomsnittts-VaR för HS och HSH och motsvarande ES-metoder (ES respektive ESH) på den nivå som för varje enskild tidsserie kommer närmast VaR-metodens antal överskridelser**

	HS störst	ES störst
Aktieportföljer	11	9
Valutaportföljer	9	7

	HSH störst	ESH störst
Aktieportföljer	9	11
Valutaportföljer	8	8

HS visar sig något oftare ha större genomsnittts-VaR än ES, medan ESH gör detsamma jämfört med HSH. Speciellt i det sistnämnda, men även i det förstnämnda, fallet är dock skillnaden så marginell att den knappast kan sägas indikera någon tydlig tendens. (Då samma jämförelse görs mellan ESH och HSHB får jag samma resultat. Det indikerar att HSHB:s något bättre funktionalitet jämfört med HSH sannolikt beror mer på högre VaR-tal än på bättre fördelning av risken mellan dagarna. Det tyder också därmed också på att en bootstrapvariant av ESH inte hade givit någon förbättring jämfört med ESH i detta avseende.)

I stället kan slutsatsen dras, att man över en tidsperiod verkar distribuera risken ungefär lika väl mellan de olika dagarna om ens dagliga beräkning utgår från ett genomsnitt av de sämsta dagarna som om man helt utgår från den sjätte sämsta dagen.

Resultaten i detta avsnitt kan summeras enligt följande: ES- och VaR-metoderna verkar vara ungefär lika bra på att bedöma VaR:s utveckling över tiden. Att ES-metoderna presterar bättre än motsvarande VaR-metoder (om den bästa ES-nivån används) beror på att de bäst fungerande ES-nivåerna leder till att ES-metoderna får högre genomsnittts-VaR än motsvarande VaR-metoder, vilket kompenserar för att VaR-metoderna (främst HS) tenderar att underskatta risken.

## 5 SLUTSATSER

Det verkar, för triviala och icke-triviala lineära aktie- och valutaportföljer, gå lika bra att skatta VaR med hjälp av ES-metoder som med hjälp av motsvarande VaR-metoder. Om man anpassar ES-nivån till att inte vara den som kommer närmast motsvarande VaR-metods resultat utan den som kommer närmast 1 % VaR-överskridelser, kan man t.o.m. uppnå bättre resultat än med VaR-metoderna pga. att man skalerar upp VaR-talet.

En lagom ES-nivå vid volatilitetsviktad historisk simulation verkar vara cirka 97,3 %, medan en konfidensnivå runt 97,6 % tycks vara optimal vid likaviktad historisk simulation.

Den förstnämnda metoden är, ur teoretisk synvinkel, att föredra då

- dess resultat varierar mindre mellan olika tidsserier,
- önskemålet om oberoende mellan VaR-överskridelserna tycks uppfyllas,
- metoden är bättre på att förvarna om storförluster och
- genomsnitts-VaR för den nivå som skattar VaR bäst tenderar att vara lägre.

Alla ovan nämnda fördelar bottenar egentligen i en enda egenskap: Sannolikheten för en VaR-överskridelse är alltid, eller åtminstone mycket oftare, i närheten av 1 % med den volatilitetsviktade, historiskt simulerade ES-metoden.

För den likaviktade metoden har portföljvolatilitetens trend stort inflytande på vilken konfidensnivå som är optimal att använda sig av. Den nivå som här angivits bygger på antagandet att volatiliteten varken tenderar att stiga eller sjunka över tiden.

De optimala konfidensnivåerna för portföljer varierar och det är svårt att hävda att de systematiskt är högre eller lägre än de för individuella tillgångar. Dock finns en viss tendens till att den optimala konfidensnivån är högre för valutaportföljer än för enskilda valutor vid användande av den volatilitetsviktade metoden. Huruvida denna tendens är en slump eller ej kan inte besvaras i detta arbete.

Framtida forskning på portföljer liknande denna studies men med icke-lineär risk vore givande, inte minst för att se hur mina resultat står sig om portföljerna inte har helt lineär riskexponering. Det skulle också vara intressant att se en studie som fokuserar hur olika ES-nivåer och -metoder fungerar för VaR-skattning i portföljer som simultant är utsatta för flera typer av risk såsom ränte-, råvaru-, valuta- och aktierisk.

Ett område som är närbesläktat med mitt som jag lämnar därhän i min studie, men som icke desto mindre är av vikt, är vilken ES-metod och -nivå som kan förväntas ge upphov till lägst kapitalkrav. Svaret på detta är nämligen inte nödvändigtvis detsamma som på frågan om hur man bäst skattar 99 %-s-VaR, om än det är rimligt att anta att det främst är ES-nivån som skulle kunna vara annorlunda och inte ES-metoden.

Det vore även intressant att se om en bootstrapvariant av Hull-White-ES kunnat sänka variationen i överskridelsefrekvens för en given ES-nivå ytterligare, såsom i denna studie visar sig vara fallet för bootstrappad Hull-White-VaR jämfört med vanlig Hull-White-VaR.

# KÄLLFÖRTECKNING

## Vetenskapliga artiklar

Albrecht, P. (1993) "Normal and lognormal shortfall risk", *Proceedings 3rd AFIR International Colloquium, Rom*, 2

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., Heath, D. (1997) "Thinking coherently" *Risk*, 10

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., Heath, D. (1999) "Coherent measures of risk" *Mathematical Finance*, 9

Bassi F., Embrechts, P., Kafetzaki, M. (1998) "Risk management and quantile estimation" *A Practical Guide to Heavy Tails, Birkhaeuser*

Baumol, W. J. (1963) "An expected gain confidence limit criterion for portfolio selection" *Management Science*, 10

Bredin D., Hyde, S. (2004) "FOREX Risk: Measurement and Evaluation Using Value-at-Risk" *Journal of Business Finance & Accounting*, 31

Christoffersen, P. F. (1998) "Evaluating interval forecasts" *International Economic Review*, 39

Duffie, D., Jun Pan (1997) "An Overview of Value at Risk" *Journal of Derivatives*, 3

Efron, B. (1979) "Bootstrap methods: another look at the jackknife" *Annals of Statistics*, 7

Finger, C. C. (2006) "How historical simulation made me lazy" *RiskMetrics Group Research Monthly*, April

Giot, P., Laurent, S. (2003) "Value-at-risk for long and short trading positions" *Journal of Applied Econometrics*, 18

Godbole, A. P. (1990) "On hypergeometric and related distributions of order k" *Communications in Statistics: Theory and Methods*, 19

Harmantzis, F. C., Miao L., Chien Y. (2006) "Empirical study of value-at-risk and expected shortfall models with heavy tails" *The Journal of Risk Finance*, 7

Hull, J., White, A. (1998) "Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk" *Journal of Risk*, 1

Kupiec, P. (1995) "Techniques for verifying the accuracy of risk management models" *Journal of Derivatives*, 3

Mahoney, J. (1996) "Empirical-Based Versus Model-Based Approaches to Value-at-Risk: An Examination of Foreign Exchange and Global Equity Portfolios" *Proceedings of a Joint Central Bank Research Conference*, January

Moosa, I. A., Bollen, B. (2002) "A benchmark for measuring bias in estimated daily value at risk" *International Review of Financial Analysis*, 11

Tanaka-Yamawaki, M., Komaki, S., Itabashi, T. (2003) "Arbitrage chances and the non-gaussian features of financial data" *Computational Intelligence for Financial Engineering*

Zucchini, W., Neumann, K. (2001) "A comparison of several time-series models for assessing the value at risk of shares" *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 17

## **Läroböcker**

Brooks, C. (2004) "Introductory econometrics for finance" *Cambridge University Press*

Campbell, J., Lo, A. W., MacKinlay, A. C. (1997) "The Econometrics of Financial Markets"



*Princeton University Press*

Crouhy, M., Galai, D., Mark, R. (2001) "Risk Management" *McGraw-Hill*

Dowd, K. (2005) "Measuring Market Risk" *Wiley Finance*

Hogg, R., Klugman, S. (1984) "Loss Distributions" *Wiley*

### **Regelverk**

Basel Committee on Banking Supervision (1996) "Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks"

Basel Committee on Banking Supervision (1996) "Supervisory Framework for the Use of "Backtesting" in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements"

### **Icke publicerat**

Bassi F., Embrechts, P., Kafetzaki, M. (1996) "A Survival Kit on Quantile Estimation" *Swiss Federal Institute of Technology*, <http://www.gloriamundi.org/picsresources/fbpemk.pdf>

Hurlin, C., Tokpavi, S. (2006) "Backtesting VaR Accuracy: A New Simple Test" *Preliminary version*, [http://www.gloriamundi.org/picsresources/chst\\_bva.pdf](http://www.gloriamundi.org/picsresources/chst_bva.pdf)

Kärrsten, M., Olsson, F. (2000) "Value-at-Risk as a Risk Measurement Tool for Swedish Equity Portfolios" *Lunds Universitet*

Morgan Guaranty Trust Company (1996) "RiskMetrics – Technical document"

Samajdar, A. (2001) "Testing Value-at-Risk Models for Foreign Exchange Trading Positions" *ICICI*, <http://www.gloriamundi.org/picsresources/stvm.pdf>

Varma, J. R. (1999) “Value at Risk Models in the Indian Stock Market” *Indian Institute of Management*, <http://www.gloriamundi.org/picsresources/jrv.pdf>

Yawalkar, P. (2004) “Comparison of Value at Risk Methods for FIS and Equity Portfolios in the Indian Market”, *Credence Analytics (I) Pvt. Ltd.*, [http://www.gloriamundi.org/picsresources/py\\_1.pdf](http://www.gloriamundi.org/picsresources/py_1.pdf)

# APPENDIX

Appendix innehåller källkoden till de VBA-funktioner jag gjort. De visas i följande ordning:

`BOOTSTRAP` – bootstrappad historiskt simulerad VaR

`DECAYSTDAVV` – standardavvikelse med exponentiellt åldersviktade observationer

`LONG_RUN_PVALUE` – simulerat p-värde för längsta-följd-oberoendetest

`HITTA_LONGEST_RUN` – längsta följen nollor i en binär serie tal

# Bootstrappad historiskt simulerad VaR

```
Function bootstrap(obs, var_obs, antal_bud)

' obs: serien av avkastningar som ska bootstrappas
' var_obs: den observation i "litenhetsordningen" som är skattningen
' av VaR, i denna studie lika med 6
' antal_bud: antal stickprov, och därmed nya VaR-skattningar,
' som ska bootstrappas fram

Dim boot_sample()

Dim var_bud()

obs_rows = obs.Rows.Count

totalt = 0

ReDim boot_sample(1 To obs_rows)

' jag utnyttjar ovan att de bootstrappade stickproven har lika många
' observationer som det ursprungliga

ReDim var_bud(1 To antal_bud)

For bud_no = 1 To antal_bud

' följande loop ger ett nytt stickprov

  For i = 1 To obs_rows
    denna_obs = Int(Rnd * obs_rows) + 1
    boot_sample(i) = obs(denna_obs)
  Next i

  For tal = 1 To obs_rows

    smaller = 0
    equal = 0

' För varje observation i stickprovet kontrolleras hur många av
' stickprovets observationer som är mindre än den själv. Om antalet når 6
' (var_obs) avbryts förloppet, då kan ju inte observationen vara lika med
' VaR. Om det inte når 6 kontrolleras hur många observationer i stickprovet
' som är lika med den aktuella observationen.

    For jfr = 1 To obs_rows

      If boot_sample(jfr) < boot_sample(tal) Then
        smaller = smaller + 1
        If smaller = var_obs Then Exit For
      ElseIf boot_sample(jfr) = boot_sample(tal) Then
        equal = equal + 1
      End If

    Next jfr

' Sedan kan det fastställas om den aktuella observationen är lika med
' stickprovets skattade VaR eller ej. Om ja registreras värdet, och man kan
' börja arbeta med nästa stickprov, om nej genomlöps ovanstående förlopp
' för nästa observation i stickprovet. Notera: "-1" i uttrycket
' "smaller + equal - 1" nedan behövs eftersom en observation jämförs med alla
' observationer i stickprovet (inklusive sig själv) och därför alltid får en
' observation för mycket som är lika med sig.

    If smaller = var_obs - 1 Or (smaller < var_obs And
      smaller + equal - 1 >= var_obs - 1) Then
      var_bud(bud_no) = boot_sample(tal)
      Exit For
    End If

  Next tal

Next bud_no
```

```
' VaR, skattad med hjälp av bootstrap, fås sedan som genomsnittet av VaR i de  
' olika stickproven:  
  
For j = 1 To antal_bud  
    totalt = totalt + var_bud(j)  
Next j  
  
bootstrap = totalt / antal_bud  
  
Randomize  
  
End Function
```

## Standardavvikelse med exponentiellt åldersviktade observationer

```
Function decaystdavv(avk_array, lambda)

' avk_array: de avkastningar standardavvikelsen ska baseras på.
' Observera att logiken i denna funktion kräver att den äldsta
' observationen står först, den senaste sist osv.
' lambda: faktorn som anger hur mycket vikten ska avta med åldern
' för en observation. Litet lambda --> avtar kraftigt. I denna studie
' lika med 0.94.

antal_avk = avk_array.Rows.Count
avk_summa = 0
vikt_summa = 0
kvadr_avv_summa = 0
viktat_väntevärde = 0

' räknar ut det viktade väntevärdet

For i = 1 To antal_avk
    avk_summa = avk_summa + (lambda ^ (antal_avk - i)) * avk_array(i)
    vikt_summa = vikt_summa + lambda ^ (antal_avk - i)
Next i

viktat_väntevärde = avk_summa / vikt_summa

' räknar ut den viktade summan av alla kvadrerade avvikelser

For j = 1 To antal_avk
    kvadr_avv_summa = kvadr_avv_summa + (lambda ^ (antal_avk - j))
    * (avk_array(j) - viktat_väntevärde) ^ 2
Next j

' får slutligen den viktade standardavvikelsen som roten ur kvoten mellan
' summan av de kvadrerade avvikelserna och viktsumman

decaystdavv = (kvadr_avv_summa / vikt_summa) ^ 0.5

End Function
```

## Simulerat p-värde för längsta-följd-oberoendetest

```
Function long_run_pvalue(obs, over, long_run, simulationer)

' over: antalet överskridelser
' obs : det totala antalet observationer (antal överskridelser
' + antal icke-överskridelser) i testet
' long_run: längsta sviten av icke-överskridelser i datamaterialet,
' sannolikheten för en minst lika lång svit är den som approximeras
' i programmet
' simulationer: det antal simulerade sekvenser
' sannolikhetsapproximationen baseras på

Dim over_platser()
ReDim over_platser(0 To over + 1)

langre_el_lika = 0

' Observationen innan och observationen efter de som testas i
' min studie, gör jag till ett slags virtuella överskridelser, för
' att kunna göra logiken då den längsta följd finns enklare.

over_platser(0) = 0
over_platser(over + 1) = obs + 1

' Ovanstående gäller samtliga simulationer, nedan följer slumpmomentet.

For j = 1 To simulationer

    For i = 1 To over

slumpa:

' Överskridelserna fördelas slumpmässigt över perioden:

        over_platser(i) = Int(Rnd * obs) + 1

' Det testas att överskridelser inte råkar sammanfalla:

        For y = 1 To i - 1
            If over_platser(y) = over_platser(i) Then GoTo slumpa
        Next y

    Next i

' Därefter finns, för varje överskridelse utom den första, avståndet
' till närmaste föregående överskridelse.

    For k = 1 To over + 1 ' 0 kan ignoreras, har ju ingen föregående överskridelse

        minsta_diff = obs

        For l = 0 To over ' over + 1 kan ignoreras, föregår ju aldrig någon överskridelse

            diff = over_platser(k) - over_platser(l)

            If diff > 0 And diff < minsta_diff Then

                minsta_diff = diff

            End If

        Next l

' Anledningen till "+ 1" efter long_run (nedan) är att jag måste kompensera för
' att diff är lika med antalet observationer mellan de jämförda talen PLUS ett.
' Diff mellan två efter varandra följande observationer är ju exempelvis 1, medan
' antalet observationer dememellan är 0.

        If minsta_diff >= long_run + 1 Then

            langre_el_lika = langre_el_lika + 1

' Om vi redan funnit en svit minst lika lång som long_run, finns ingen anledning att
' fortsätta analysera, utan då görs direkt en ny smulering.
```

```
Exit For
End If
Next k ' "benchmarks"
Next j ' simulationer
' P-värdet fås som andelen av de simulerade överskridelsefördelningarna där den
' längsta icke-överskridelsesviten var längre än, eller lika lång som
' jämförelsevärdet long_run.
long_run_pvalue = langre_el_lika / simulationer
Randomize
End Function
```



## Längsta följderna nollor i en binär serie tal

```
Function hitta_longest_run(nollor_ettor)

' nollor_ettor: en serie innehållande ettor och nollor, i vilken
' programmet finner den längsta följderna av nollor

Dim over_platser()

obs_rows = nollor_ettor.Rows.Count

over = 0

' Räkna antalet VaR-överskridelser (dvs summerar ettorna) för att
' veta hur många överskridelseplatser som behövs:

For i = 1 To obs_rows

    over = over + nollor_ettor(i)

Next i

ReDim over_platser(0 To over + 1)

' Ettornas respektive platser i stickprovet lagras på analogt sätt
' med i funktionen long_run_pvalue. Dock givetvis med skillnaderna
' att vi nu bara har en serie och att platserna inte är slumpmässiga.

over_platser(0) = 0
over_platser(over + 1) = obs_rows + 1

plats = 1

For j = 1 To obs_rows

    If nollor_ettor(j) = 1 Then

        over_platser(plats) = j
        plats = plats + 1

        If plats = over + 1 Then

            Exit For

        End If

    End If

Next j

' Längsta sviten finns sedan enligt nedan. Nu kan jag direkt jämföra
' varje överskridelseplats med närmast föregående plats då de redan
' i förväg är ordnade.

long_run = 1

For k = 1 To over + 1

    diff = over_platser(k) - over_platser(k - 1)

    If diff > long_run Then

        long_run = diff

    End If

Next k

' Av samma skäl som i long_run_pvalue måste talet 1 subtraheras från
' den största differensen mellan angränsande platser.

hitta_longest_run = long_run - 1

End Function
```