EKONOMI
HÖGSKOLAN
Lunds universitet

Nationalekonomiska institutionen
Lunds universitet

Ekonomisk tillväxt och ren natur

Är det möjligt?

Magisteruppsats september 2006

Skriven av Karin Bergman
Handledd av Pontus Hansson

Sammanfattning

I och med att länderna i världen blivit allt rikare har även miljöförstöringen ökat. Detta är ett problem som uppmärksammas allt mer och det sker allt fler studier om sambandet mellan ekonomisk tillväxt och miljöförstöring. I början av 1990-talet publicerade Grossman och Krueger en undersökning som visade på ett uppochnedvänt U-förhållande mellan inkomst och miljöförstörande utsläpp, dvs att miljöförstöringen först ökar med den ekonomiska tillväxten tills den vid en viss nivå vänder och börjar minska samtidigt som ekonomin fortsätter att växa. De kallade denna kurva för ”The Environmental Kuznets Curve” (EKC). Fler studier har sedan följt som antingen har styrkt teorin om EKC eller förkastat den. Tron på den är dock stark och flera förklaringar till kurvans utseende har lagts fram.

Brock och Taylor (2004) utvecklar en modell som de kallar för den gröna Solowmodellen där en bieffekt av produktionen är miljöförstöring. Denna kan dock bekämpas med hjälp av en skatt som tas på alla inkomster. Vid simulering av denna modell bildas en EKC genom ett antagande om att det hela tiden sker teknisk utveckling i bekämpningen av miljöförstöringen och att tillväxttakten i denna teknik är högre än tillväxttakten i den allmänna tekniken och befolkningen tillsammans.

I denna uppsats läggs dynamisk optimering till den gröna Solowmodellen för att se om resultaten från den enklare modellen kan styrkas eller förkastas. De välfärdseffekter olika nivåer på skatten skapar beaktas också för att om möjligt säga något om lämplig ekonomisk politik.

Resultaten från simuleringen är de förväntade. En EKC bildas för alla nivåer på skatten och miljöförstöringen blir lägre ju högre skatten är. Effekterna på välfärden är dock mer tvetydiga då dessa helt beror på nyttofunktionens parametervärden som är mycket svåra att uppskatta. Vissa antaganden från den gröna Solowmodellen, som finns kvar i modellen i denna uppsats, är dock diskutabla och borde undersökas ytterligare då dessa ligger till grund för modellens utfall.

Innehåll

1 Inledning

1.1 Bakgrund och problemformulering

Efter andra världskriget var ekonomisk tillväxt det centrala målet för den ekonomiska politiken men med tiden har medvetenheten ökat om jordens begränsade resurser och de miljöproblem tillväxten har skapat. Det finns dock empiriska undersökningar som visar att ekonomisk tillväxt skulle kunna minska miljöproblem på lång sikt. (Bruvoll, Medin 2003)

I början av 1990-talet publicerade Grossman och Krueger (1994) en undersökning som visade på ett uppochnedvänt U-förhållande mellan inkomst och miljöförstörande utsläpp, dvs att miljöförstörande utsläpp först ökar med den ekonomiska tillväxten tills de vid en viss nivå vänder och börjar minska trots att ekonomin fortsätter att växa. De kallade denna kurva för ”The Environmental Kuznets Curve” (hädanefter EKC) efter Simon Kuznet som 1955 hittade ett liknande samband för ekonomisk tillväxt och inkomstskillnader. (Bruvoll, Medin 2003)

Efter detta har många andra empiriska undersökningar följt, där datan och urvalet av länder varierat. Data på miljöutsläpp är dock bristfällig vilket försvårar undersökningarna. Många undersökningar stöder EKC-teorin medan flera andra förkastar den. Harbaugh, Levinson och Wilson (2000) gjorde en undersökning där de varierade urvalet och tidsperioden för att se hur stabila resultaten för en EKC är och fann att det är väldigt beroende av just vilket datamaterial och vilken tidsperiod som används. Det är dock ofta lättare att hitta en EKC på tidsseriedata för ett specifikt land än på tvärsnittsdata över flera länder (Brock, Taylor 2004).

Vad som intresserar många som forskar inom EKC är att hitta vid vilken inkomstnivå som de totala miljöförstörande utsläppen börjar minska. Vid de första undersökningarna av Grossman och Krueger visades vändpunkten ligga strax under $5000 (i 1985 års priser) i per capita-inkomst medan Selden och Song (1994) hittade en mycket högre vändpunkt vilket skulle leda till att vi inte skulle vara tillbaka på dagens nivåer av miljöförstörande utsläpp förrän i slutet av århundradet.

EKC-litteraturen bröt med synen att tillväxt alltid är dåligt för miljön (Copeland, Taylor 2004) och tron på en EKC är trots kritiken stark och det har framförts flera möjliga förklaringar till den. En är att marknadskrafterna själva kan leda till en ändrad produktionsstruktur som är mer miljövänlig, en annan är att regeringarna inför en allt striktare miljöpolitik med tiden då inkomstelasticiteten för miljökvalitet antagligen är positiv, en tredje är att en ökad utbildningsnivå ökar medvetenheten om miljöproblem och en fjärde är att de politiska systemen blir allt öppnare med ökad inkomst (Selden, Song 1994).

Det är alltid intressant att kunna förklara det som observeras i ekonomin med teoretiska modeller för att kunna undersöka hur ekonomin skulle påverkas av olika åtgärder. Brock och Taylor (2004) vill försöka förklara de empiriska fynden vad gäller EKC inom ramen för en modell och har utvecklat vad de kallar den gröna Solowmodellen. Det är en enkel modell där miljöförstöring är en bieffekt av produktionen. Miljöförstöringen kan dock motarbetas genom en skatt som tas på alla inkomster och som används till att bekämpa miljöförstöringen. Den gröna Solowmodellen bygger på att det kontinuerligt sker utveckling i tekniken för bekämpningen av miljöförstöring. Ett land som har en kapitalstock som är lägre än dess steady-statenivå (jämviktsläge) kommer att under en övergångsperiod ha hög ekonomisk tillväxt.[1] Om denna tillväxttakt är högre än tillväxttakten i tekniken för bekämpningen av miljöförstöringen kommer de miljöförstörande utsläppen totalt att öka trots att utsläppen per producerad enhet hela tiden sjunker. Då den ekonomiska tillväxten saktar av för att ekonomin närmar sig en ny balanserad tillväxtbana kommer tillväxttakten i tekniken för bekämpningen av miljöförstöring att överstiga tillväxttakten i BNP och de totala miljöförstörande utsläppen kommer att minska. På detta sätt bildas en EKC trots att kostnaderna för bekämpningen av miljöförstöringen hålls konstanta.[2]

Denna modell är relativt enkel och stämmer i många avseenden överens med verkligheten. Den visar också att det inte är någon motsättning mellan ekonomisk tillväxt och ren natur på lång sikt, men det kommer fortfarande att vara det under en övergångsperiod. Ju mer pengar som läggs på att bekämpa miljöförstöringen desto lägre blir den ekonomiska tillväxten vilket påverkar den nivå för BNP landet kommer att ha på sin nya balanserade tillväxtbana. Modellen tar dock inte hänsyn till att individerna i ett samhälle vill maximera sin nytta över tiden. I och med att detta är något som individerna i verkligheten tros göra blir målet för denna uppsats att lägga till dynamisk optimering till den gröna Solowmodellen för att se om de resultat den genererar vad gäller en EKC håller även med detta tillägg. Detta är intressant i och med att Brocks och Taylors teorier antingen styrks eller förkastas vilket då ökar kunskapen om vad det är som ger upphov till kurvan. Det är även intressant att titta på om det går att uttala sig om hur en optimal miljöpolitik skulle se ut, med avseende på den skattesats som visar hur stor andel av inkomsterna som läggs på att bekämpa miljöförstöring.

1.2 Tidigare forskning

Forskning om ekonomisk tillväxt och miljöfrågor har ökat kraftigt det senaste decenniet men det har framför allt rört sig om empiriska studier. Det finns dock en hel del teoretiska modeller som försöker förklara uppkomsten av en EKC, men forskningen inom detta är långt ifrån uttömd. Dinda (2005) utvecklar en modell som bygger på så kallade tröskeleffekter. Då ett land är fattigt används hela kapitalstocken till att producera varor vilket leder till stor miljöförstöring. Vid ett senare tillfälle börjar landet att allokera resurser till att bekämpa miljöförstöringen vilket förklarar varför de totala utsläppen börjar minska. Enligt Brock och Taylor (2004) är en sådan modell dock inte helt förenlig med verkligheten. På amerikansk data kan man se att miljöförstörande utsläpp[3] per dollar har sjunkit konstant sedan 1950, medan totala utsläpp för samma ämnen först har ökat och sedan sjunkit. Detta motsäger ”tröskel”-teorin som säger att då miljöpolitiken är inaktiv följer utsläppen den ekonomiska tillväxten och då miljöpolitiken är aktiv minskar både utsläppen per dollar och de totala utsläppen.

[1] Lite grundläggande tillväxtteori presenteras i kapitel 2.
[2] Modellen presenteras mer ingående i kapitel 3.
[3] Brock och Taylor (2004) visar data för svaveldioxid, kvävedioxid, partiklar (PM), kolmonoxid och lättflyktiga organiska ämnen (VOC).

Stokey (1998) förklarar uppkomsten av en EKC genom användningen av en nyttofunktion där kostnaden för miljöförstöring är oberoende av inkomsten, men direkt negativ för nyttan. Om marginalnyttan av konsumtion är elastisk så kommer marginalnyttan av ökad konsumtion att vara relativt hög vid låga inkomstnivåer och vida överstiga kostnaden för ökad miljöförstöring, men då inkomsten stiger kommer miljöförstöringen att minska igen. Men om marginalnyttan av konsumtion är oelastisk så kommer den totala miljöförstöringen hela tiden att öka. Det som påverkar om den ekonomiska tillväxten går att upprätthålla på lång sikt är nivån på kapitalets avkastning. Om denna blir för låg pga miljöregleringar kommer tillväxten till slut att upphöra.

Andra förklaringar till en EKC är strukturförändringar då vi går mot en mer servicebaserad ekonomi eller tilltagande skalavkastning i bekämpningen av miljöförstöring som driver ned kostnaderna för detta med tiden (Brock, Taylor 2004). Trots att många teoretiska modeller lyckas med att producera en EKC missar de enligt Brock och Taylor (2004) annat som kännetecknar inkomst- och miljöförstöringsdatan. Förutom problemet med tröskeleffekter är det så att kostnaderna för att bekämpa miljöförstöringen varit en relativt liten och konstant del av BNP för USA sedan 1970-talet, vilket säger emot de teorier som baseras på att miljöpolitiken blir allt striktare ju rikare ett land blir. Ett annat faktum är att det mesta av de miljöförstörande utsläppen kommer från små källor så som bilar, hus etc vilket skulle tala emot ökande skalavkastning inom bekämpningen av miljöförstöringen.

1.3 Disposition

Uppsatsen inleds med en genomgång av grundläggande tillväxtteori och ett avsnitt om dynamisk optimering. I kapitel 3 beskrivs den utvidgade gröna Solowmodellen med alla dess antaganden och egenskaper. Kapitel 4 behandlar den simulering som ska göras och både metoden och resultaten gås igenom. Sedan följer en analys av modellens resultat i simuleringen och en diskussion om hur forskningen om ekonomisk tillväxt och miljöförstöring skulle kunna föras framåt.

1.4 Notation

Tidsderivatan av en variabel betecknas med en prick ovanför variabeln ifråga.

$$\frac{dx(t)}{dt} \equiv \dot{x}(t)$$

Då tillväxtvariabler oftast växer exponentiellt underlättar det att använda sig av den naturliga logaritmen. Då kan tillväxttakten i *x(t)* skrivas som:

$$\frac{d\ln x(t)}{dt} = \frac{\dot{x}(t)}{x(t)} \equiv g_x$$

För att beteckna första- respektive andraderivatan av funktionen F med avseende på x används:

$$\frac{dF(x)}{dx} \equiv F_x \,, \; \frac{d^2F(x)}{dx^2} \equiv F_{xx}$$

Per capita-variabler betecknas med gemener medan det totala värdet av variablerna betecknas med versaler.

2 Teori

2.1 Tillväxtteori

Ett stort forskningsområde inom makroekonomi rör frågor som varför vissa länder är rika och andra fattiga, varför vissa länder stundtals har extremt hög tillväxt medan andra kanske till och med har negativ tillväxt. Den mest grundläggande modell som försöker förklara detta och som de allra flesta andra tillväxtmodeller bygger på är Solowmodellen som utvecklades på 1950-talet. Den viktigaste poängen från denna modell är att kapitalackumulation är viktigt för tillväxten men att inte enbart denna kan förklara tillväxten över tiden och skillnaderna i rikedom i världen. Solowmodellen utvidgades sedan med teknik som en produktionshöjande variabel och den tekniska utvecklingen anses vara det som upprätthåller den ekonomiska tillväxten på lång sikt men betraktas dock i modellen som exogen. Det har sedan kommit många modeller som bygger vidare på Solowmodellen. Ett stort område som går under begreppet ”ny tillväxtteori” handlar om modeller som försöker förklara den tekniska utvecklingen och därmed också den långsiktiga tillväxten inom modellen. Tekniken går framåt både genom att humankapitalet ökar och genom att resurser allokeras till forskning och utveckling. Båda dessa faktorer går att påverka med ekonomisk politik vilket gör att de modeller som bygger på detta är av stort intresse. Det finns även modeller som tar hänsyn till att jorden har begränsade resurser och modeller som bestämmer nivån på sparande och konsumtion genom att individerna optimerar över tiden. (Romer 2001)

Modellen som används i denna uppsats är en variant av Solowmodellen, vilket är vad Brock och Taylor (2004), vars artikel ligger till grund för denna uppsats, använder sig av. Lämpligheten för detta kan diskuteras då det finns många andra modeller som innehåller fler variabler och på så sätt kanske är mer verklighetsförankrade. Dock kan en allt för variabelrik modell göra resultaten mer svårtolkade och otydliga, vilket är anledningen till att modellen i denna uppsats är relativt enkel. Men med tanke på att det är den tekniska utvecklingen som enligt Brock och Taylor skapar en EKC skulle det vara av intresse att även förklara hur detta sker inom modellen.

Vad som ofta intresserar tillväxtekonomer är att identifiera det jämviktsläge, steady state, som ekonomin är på väg mot på lång sikt. Egentligen definieras detta av att realkapitalet per capita är konstant i jämvikt, men det jämviktsläge som ges av de flesta tillväxtmodeller är då alla variabler (BNP per capita, realkapital per capita, tekniken etc) växer med konstant hastighet. Detta kallas då för en balanserad tillväxtbana, men uttrycket steady state används ofta även för att beteckna detta jämviktsläge. En viktig egenskap i Solowmodellen, som återfinns i de flesta andra modeller, är att då en ekonomi befinner sig utanför steady state så konvergerar den mot jämviktsläget genom att ha en högre tillväxttakt än i jämvikt om ekonomin är på en lägre nivå än dess steady state och genom att ha en lägre tillväxttakt än i jämvikt om ekonomin är på en högre nivå än dess steady state. Hur ett lands jämviktsläge ser ut beror exempelvis på hur stor sparkvoten är och hur humankapitalet ser ut, och detta är ofta faktorer som kan påverkas med politiska åtgärder. Även om dessa åtgärder inte ger effekt på tillväxttakten i jämvikt så påverkas tillväxttakten under transitionsperioden, då ett land går från ett steady state till ett annat, och därmed också den nivå, mätt i BNP per capita, som landet kommer att hamna på i dess nya steady state.

I den gröna Solowmodellen som i grunden är identisk med Solowmodellen med teknik växer den totala BNP, längs en balanserad tillväxtbana, i samma takt som tekniken och befolkningen tillsammans, och BNP per capita i samma takt som tekniken.

2.2 Dynamisk optimering

En brist med Solowmodellen är att sparkvoten bestäms utanför modellen och hålls konstant över tiden. Det har därför kommit modeller som förklarar kapitalets utveckling över tiden genom nyttomaximerande individer och konkurrerande företag. Det finns givetvis variationer vad gäller antaganden och metoder för dessa modeller men här räcker det att redovisa den metod som ska användas i denna uppsats.

Det antas finnas ett stort antal identiska företag som använder kapital och arbete i sin produktion. Allt kapital ägs av individer som hyr ut detta till företagen, individerna erbjuder även företagen sin arbetskraft. I denna modell där individerna vill maximera sin nytta över tiden antas de leva för evigt vilket kan verka orimligt, men då individerna i verkligheten bryr sig om vad som händer med sina barnbarn etc, så fungerar det att modellera på detta sätt. (Romer 2001)

Vid uppställningen av optimeringsproblemet används en Hamiltonfunktion (se t ex Svensson 2002). Metoden bygger på att man vill maximera en funktion, *f*, som beror på tiden, *t*, en kontrollvariabel, *u(t)*, som kan väljas i varje tidpunkt och en tillståndsvariabel, *x(t)*, som beror på tidigare beslut. I tillväxtsammanhang används ofta konsumtion som kontrollvariabel och kapital som tillståndsvariabel.

$$\max_u \int_{t=0}^{\infty} f\left(t, x(t), u(t)\right) dt \qquad [2.1]$$

Tillståndsvariabeln *x(t)* förändras över tiden som en funktion, *g*, av *t*, *x(t)* och *u(t)*.

$$\dot{x}(t) = g\left(t, x(t), u(t)\right) \qquad [2.2]$$

Hamiltonfunktionen ställs sedan upp:

$$H = \lambda_0 f\left(t, x(t), u(t)\right) + \lambda(t) g\left(t, x(t), u(t)\right) \qquad [2.3]$$

där λ_0 antingen är 1 eller 0. I denna uppsats är $\lambda_0=1$ då $\lambda_0=0$ i detta sammanhang inte kan innebära ett maximum. För att lösa optimeringsproblemet används följande villkor:

$$\frac{\partial H}{\partial u(t)} = 0 \text{ och } \frac{d\lambda(t)}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x(t)} \qquad [2.4]$$

Alltså måste derivatan av Hamiltonfunktionen med avseende på kontrollvariabeln vara lika med noll, och tidsderivatan av *λ(t)* ska vara lika med derivatan av Hamiltonfunktionen med avseende på tillståndsvariabeln, fast med omvänt tecken.

Med hjälp av villkoren i [2.4] löses en så kallad Eulerekvation ut som beskriver hur kontrollvariabeln, *u(t)*, utvecklas över tiden.

3 Modellen

Modellen i denna uppsats bygger på den gröna Solowmodellen som Brock och Taylor beskriver i sin artikel med samma namn från 2004. Det som skiljer denna modell från den ursprungliga Solowmodellen med teknik är att det här tas hänsyn till miljön. Då produktion sker i landet släpps miljöförstörande ämnen ut. Detta kan dock bekämpas genom att en del av landets inkomster, genom exempelvis en skatt, allokeras till bekämpningen av miljöförstöringen. Dessutom går tekniken som används i denna sektor hela tiden framåt vilket gör att utsläppen per producerad enhet konstant sjunker. Liksom i den ursprungliga Solowmodellen växer tekniken för produktion av varor exogent och är lika med tillväxttakten i BNP per capita i jämvikt. Då ekonomin befinner sig under dess steady state-nivå kommer ekonomin att uppleva en relativt hög tillväxttakt under en begränsad tid. Om tillväxttakten i ekonomin under transitionsperioden är högre än tillväxttakten i tekniken för bekämpning av miljöförstöring ökar de totala utsläppen. Men då ekonomin närmar sig sin balanserade tillväxtbana och tillväxten sjunker tar tillväxttakten i tekniken för bekämpning av miljöförstöring överhanden, och de totala utsläppen minskar. Det är detta som producerar en EKC och det gäller bara under antagandet att tillväxttakten i tekniken för bekämpning av miljöförstöring är högre än tillväxttakten i befolkningen och den allmänna tekniken tillsammans.

Det som skiljer modellen i denna uppsats från den gröna Solowmodellen är att denna modell bygger på att individerna maximerar sin nytta över tiden. Individernas nytta beror positivt på konsumtionen och negativt på miljöförstöringen. Det antas i denna modell liksom i den gröna Solowmodellen att en viss andel av alla inkomster används till att bekämpa miljöförstöringen. Här kommer det att antas att staten får in denna andel genom en skatt. Individerna måste därmed anpassa sig efter skatten och väljer nivån på konsumtionen i varje tidpunkt på så sätt att deras totala livslånga nytta maximeras.

3.1 Antaganden

Produktionen i landet sker med hjälp av kapital, K, teknik, B, och arbete, L (mäts ofta som befolkning). Produktionsfunktionen som, liksom i den gröna Solowmodellen, antas vara Cobb-Douglas ser ut som följande:

$$Y(t) = F\left(K(t), B(t)L(t)\right) = K(t)^{\alpha}\left(B(t)L(t)\right)^{1-\alpha} \qquad [3.1]$$

där α är den andel av de totala inkomsterna som går till kapitalet. Liksom i Solowmodellen behandlas tekniken som given och växer exogent med takten g. Även befolkningen växer exogent med takten n. Då tillväxten är exponentiell kan exempelvis befolkningens storlek vid en given tidpunkt, t, skrivas som:

$$L(t) = L(0)e^{nt} \qquad [3.2]$$

BNP per capita ges av:

$$y(t) = f\left(k(t), B(t)\right) = \frac{Y(t)}{L(t)} = k(t)^{\alpha} B(t)^{1-\alpha} \qquad [3.3]$$

Produktionsfaktorerna kapital och arbete betalas med avseende på deras respektive marginalproduktivitet. Därmed blir realräntan, *r(t)*, och lönen per arbetsenhet, *w(t)*, följande:

$$r(t) = \frac{\partial f\left(k(t), B(t)\right)}{\partial k(t)} = f'\left(k(t), B(t)\right) = \alpha \left(\frac{B(t)}{k(t)}\right)^{1-\alpha} \qquad [3.4]$$

$$w(t) = \frac{\partial f\left(k(t), B(t)\right)}{\partial L(t)} = f\left(k(t), B(t)\right) - f'\left(k(t), B(t)\right)k(t) = (1-\alpha)k(t)^{\alpha} B(t)^{1-\alpha} \qquad [3.5]$$

Samhällets livstidsnyttofunktion ges av:

$$U = \int_{t=0}^{\infty} u(C(t), P(t))e^{-\rho t} dt \qquad [3.6]$$

där *C(t)* betecknar den totala konsumtionen vid tidpunkt *t*, *P(t)* är totala miljöförstörande utsläpp vid tidpunkt *t*, *u(•)* är den momentana nyttofunktionen som ger samhällets nytta vid en given tidpunkt och ρ är en diskonteringsfaktor. Ju större ρ är desto lägre värderas framtida konsumtion relativt den idag. Det antas här att $U_C > 0$, $U_{CC} < 0$, $U_P < 0$ och $U_{PP} < 0$. Den momentana nyttofunktionen bygger på Grimaud och Rougé (2005) och ges av:

$$u\left(C(t), P(t)\right) = \frac{C(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \gamma \frac{P(t)^{1+\omega}}{1+\omega} \qquad [3.7]$$

Den momentana nyttofunktionen, *u(•)*, upplever konstant relativ riskaversion, dvs $-Cu''(C)/u'(C)$ är lika med σ och därmed oberoende av *C* (och motsvarande för *P*). Parametrarna σ och ω visar substitutionselasticiteten för konsumtion respektive miljö-förstöring, exempelvis visar σ villigheten att skifta konsumtion över tiden, ju lägre σ desto villigare är individerna att acceptera skillnader i konsumtionen över tiden. Parametern γ visar hur stor tyngd miljöförstöringen har i nyttofunktionen; den är på så sätt ett uttryck för individernas preferenser över konsumtion och miljöförstöring.

Storleken på konsumtionen väljs i varje tidpunkt medan storleken på utsläppen, som direkt följer på Brock och Taylor (2004), är en funktion av den totala produktionen, den teknik som används i produktionen och hur mycket som läggs på att bekämpa miljöförstöring. För varje producerad enhet bildas *Z(t)* miljöförstörande utsläpp, men om denna bekämpas kan storleken på den miljöförstöring som verkligen hamnar i naturen bli lägre än den som skapats vid produktionen. Bekämpningen av miljöförstöringen sker med konstant skalavkastning och är en ökande och strikt konkav funktion, *A*, av storleken på den totala produktionen, *Y*, och ekonomins satsning på att bekämpa miljöförstöringen, Y^A. Om bekämpningen av miljöförstöringen vid en given nivå på *A* tar bort *Z(t)A* av de skapade utsläppen kan totala miljöförstörande utsläpp skrivas som:

$$P(t) = Z(t)Y - Z(t)A(Y, Y^A) = Z(t)Ya(\theta)$$
$$\text{där } a(\theta) \equiv \left(1 - A(1, Y^A / Y)\right) \text{ och } \theta = Y^A / Y \qquad [3.8]$$

θ visar därmed den andel av de totala inkomsterna som läggs på att bekämpa miljöförstöringen. Hur stora de totala utsläppen blir beror alltså på storleken på produktionen, *Y*, och på den teknik som används i produktionen, $Z(t)a(\theta)$. Denna teknik kan påverkas genom förändringar i θ eller genom teknisk utveckling som sänker *Z* över tiden. Både i den ursprungliga gröna Solowmodellen och i modellen i denna uppsats hålls θ konstant över tiden vilket överensstämmer med en situation där miljöpolitiken blir allt striktare med tiden (Brock och Taylor visar detta i bilagan till sin artikel från 2004). Tekniken som används för att bekämpa miljöförstöringen utvecklas hela tiden och detta modelleras genom att *Z(t)* sänks med takten $g_A > 0$. Funktionen $a(\theta)$ kommer antas anta formen $(1-\theta)^{\varepsilon}$ för att möjliggöra simuleringen. (Brock, Taylor 2004)

Det faktum att en del av inkomsterna läggs på att bekämpa miljöförstöring leder till att den produktion som finns tillgänglig för konsumtion och investeringar blir $(1-\theta)Y(t)$. Förändringen i realkapitalet kan därmed skrivas som:[4]

$$\dot{K}(t) = \left(1-\theta\right)\left(r(t)K(t) + w(t)L(t)\right) - C(t) \qquad [3.9]$$

Realkapitalet växer då om de totala inkomsterna i samhället minus skatten, är större än konsumtionen.

3.2 Uppställning och lösning av optimeringsproblemet

Individerna antas bry sig om den egna konsumtionen och inte utvecklingen av samhällsekonomin i stort, vilket gör att optimeringsproblemet ställs upp i per capita-variabler. För att göra detta krävs en del omskrivningar[5]. Investeringarna skrivs som:

$$\dot{k}(t) = \left(1-\theta\right)\left(r(t)k(t) + w(t)\right) - c(t) - nk(t) \qquad [3.10]$$

Livstidsnyttofunktionen skrivs om på så sätt att den fortfarande är lika med den totala nyttan men genom att använda att *C(t)=c(t)L(t)* optimerar individerna över per capita-variabler. Då

[4] Här antas ingen deprecieringstakt och enda anledningen till det är att underlätta beräkningarna, det får ingen kvalitativ effekt på modellen i övrigt.
[5] För fullständiga uträkningar se bilaga 1.

miljöförstöring är en kollektiv vara står dock denna kvar i samma form som tidigare och livstidsnyttofunktionen blir:

$$U = \int_{t=0}^{\infty} \left(\frac{c(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} \left(L(0)e^{nt} \right)^{1-\sigma} - \gamma \frac{P^{(1+\omega)}}{1+\omega} \right) e^{-\rho t} dt \qquad [3.11]$$

Då finns alla delar för att sätta upp Hamiltonfunktionen där uttrycket i [3.11] ska maximeras med avseende på restriktionen i [3.10]:

$$H = \left(\frac{c(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} \left(L(0)e^{nt} \right)^{1-\sigma} - \gamma \frac{P(t)^{(1+\omega)}}{1+\omega} \right) e^{-\rho t} + \lambda(t) \left((1-\theta)\left(r(t)k(t) + w(t) \right) - c(t) - nk(t) \right) \qquad [3.12]$$

Eulerekvationen för konsumtion blir efter lite beräkningar[6]:

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\sigma}\left((1-\theta) r(t) - \rho - \sigma n \right) \qquad [3.13]$$

Tillväxttakten i konsumtion per capita blir därmed hög om σ (villigheten att skifta konsumtionen över tiden) är låg, θ (andelen av inkomsterna som läggs på att bekämpa miljöförstöringen) är låg, ρ (diskonteringsfaktorn) är låg, n (befolkningstillväxten) är låg och räntan är hög. I jämvikt är dock tillväxttakten i konsumtion densamma som teknikens tillväxttakt.

3.3 Modellens egenskaper i och utanför jämvikt

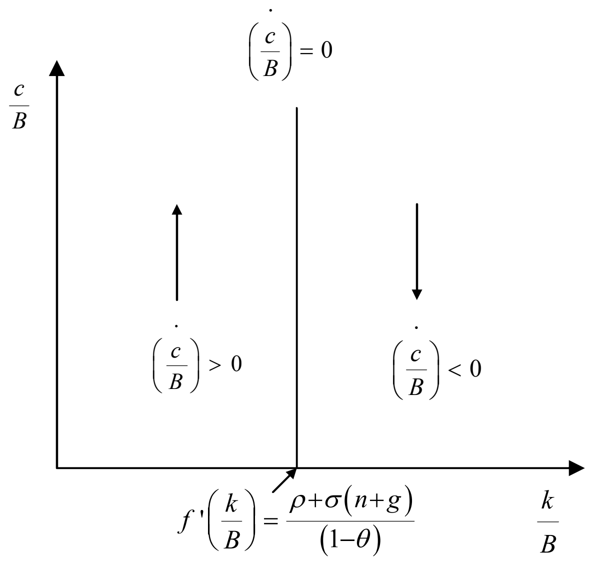
Jämviktsläget karaktäriseras av att både realkapitalet per capita, konsumtionen per capita och BNP per capita växer i samma takt och att denna är densamma som teknikens tillväxttakt.[7]

För att visa hur ekonomin konvergerar mot jämvikt divideras konsumtionen och realkapitalet med tekniken. På detta sätt blir värdena för konsumtionen och realkapitalet per capita och teknikenhet konstanta i jämvikt eftersom exempelvis konsumtionen per capita växer i samma takt som tekniken, och förändringen i dessa variabler är således noll. Förändringen i konsumtionen per capita och teknikenhet beskrivs av följande uttryck:

$$\begin{aligned} \left(\dot{\frac{c(t)}{B(t)}} \right) &= \frac{c(t)}{B(t)} \left(\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} - \frac{\dot{B}(t)}{B(t)} \right) = \frac{c(t)}{B(t)} \left(\frac{1}{\sigma}\left((1-\theta) r(t) - \rho - \sigma n \right) - g \right) = \\ &= \frac{c(t)}{B(t)} \left(\frac{1}{\sigma}\left((1-\theta) r(t) - \rho - \sigma \left(n + g \right) \right) \right) \end{aligned} \qquad [3.14]$$

[6] Se även här bilaga 1 för fullständiga beräkningar.
[7] I bilaga 2 visas detta utförligt.

Då *c/B* och *1/σ* aldrig är lika med noll krävs att *(1-θ)r(t)=ρ+σ(n+g)* för att hela uttrycket ska vara lika med noll. Då räntan är detsamma som derivatan av *f(k/B)* kan detta visas i ett diagram på följande sätt:



Figur 1: Fasdiagram

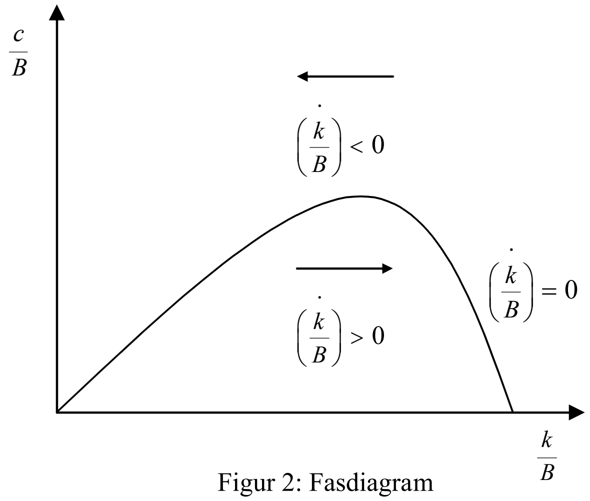
Pilarna i figuren visar hur nivån på konsumtionen per capita och teknikenhet påverkas givet värdet på realkapitalet per capita och teknikenhet. Om ekonomin exempelvis utgår från en nivå på realkapitalet per capita och teknikenhet som ligger till vänster om det lodräta strecket är marginalvärdet av detta relativt stort vilket leder till att konsumtionen per capita och teknikenhet ökar. (Se t ex Romer 2001 för tydligare beskrivning av diagrammet ovan och de som följer nedan.)

Förändringen i realkapitalet per capita och teknikenhet ges av:

$$\dot{\left(\frac{k(t)}{B(t)}\right)} = \frac{k(t)}{B(t)}\left(\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} - \frac{\dot{B}(t)}{B(t)}\right) = \frac{k(t)}{B(t)}\left((1-\theta)\left(\frac{r(t)k(t)+w(t)}{k(t)}\right) - \frac{c(t)}{k(t)} - (n+g)\right) =$$
$$= (1-\theta)\left(r(t)\frac{k(t)}{B(t)} + \frac{w(t)}{B(t)}\right) - \frac{c(t)}{B(t)} - (n+g)\frac{k(t)}{B(t)} \qquad [3.15]$$

Med hjälp av Inadavillkoren[8], som antas gälla, kan det visas i en likadan figur som ovan när $\dot{\left(\frac{k(t)}{B(t)}\right)} = 0$, dvs då sparandet är lika stort som investeringarna.

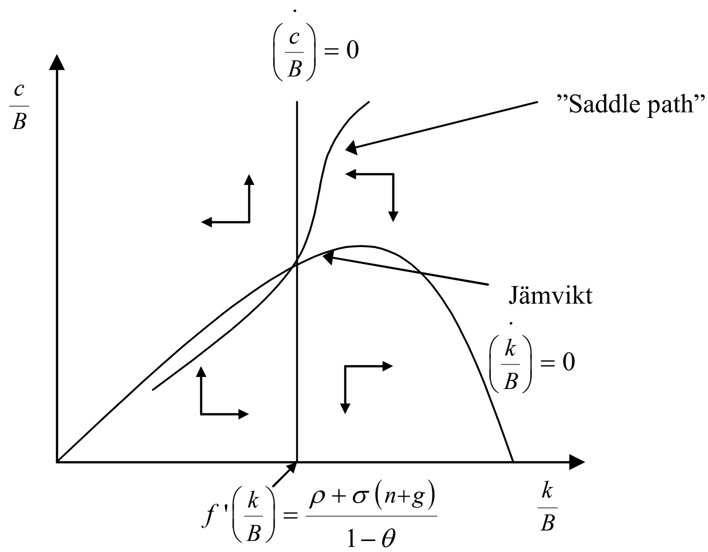
[8] Inadavillkoren säger att $\lim_{\frac{k}{B}\to 0} f'\left(\frac{k(t)}{B(t)}\right) = \infty$ och att $\lim_{\frac{k}{B}\to \infty} f'\left(\frac{k(t)}{B(t)}\right) = 0$.



Figur 2: Fasdiagram

Under kurvan är sparandet större än investeringarna och kapitalstocken växer, medan det ovanför kurvan råder motsatt förhållande.

Då de två tidigare figurerna sätts ihop till ett ser det ut som följande:



Figur 3: Fasdiagram

Pilarna visar åt vilket håll ekonomin rör sig i olika lägen vilket betyder att om ekonomin befinner sig i övre vänstra hörnet eller nedre högra hörnet så kommer ekonomin att röra sig bort ifrån jämvikt och ekonomin kommer att kollapsa. I sådana här modeller är det så att givet utgångsläget på realkapitalet finns det bara en viss nivå på konsumtionen som gör att ekonomin konvergerar mot jämvikt. Vilken nivå på konsumtionen detta är visas i figuren genom en så kallad ”saddle path”. Det antas att då individerna vet nivån på realkapitalet kommer de att välja konsumtionen på så sätt att den ligger på denna ”saddle path”, varifrån ekonomin sedan konvergerar mot jämvikten. Detta sker antingen genom att både konsumtionen och realkapitalet per capita växer snabbare än tekniken och då rör sig mot ett nytt högre jämviktsläge eller att de växer långsammare än tekniken vilket motsvarar en situation där ekonomin ligger ovanför sitt jämviktsläge. Rimligheten i att individerna verkligen skulle välja den exakt rätta nivån på konsumtionen kan diskuteras men det är ett antagande som görs här.

3.4 Implikationer för miljön

Uttrycket i [3.8] som beskriver de totala miljöförstörande utsläppen vid tidpunkt *t* såg ut som följande:

$$P(t) = Z(t)Y(t)\left(1-\theta\right)^{\varepsilon} \qquad [3.16]$$

Storleken på de miljöförstörande utsläppen beror på den teknik som används i produktionen, $Z(t)$, den totala produktionen, $Y(t)$, och hur mycket som läggs på att bekämpa miljöförstöringen, θ. På grund av teknisk utveckling i bekämpningen av miljöförstöringen sjunker variabeln $Z(t)$ med takten g_A hela tiden. Den totala BNP kan utanför jämvikt växa med vilken takt som helst men i jämvikt växer den med samma takt som tekniken och befolkningen tillsammans, $g + n$. Därmed ökar de miljöförstörande utsläppen i jämvikt om $g + n > g_A$ och de minskar om $g + n < g_A$. I denna uppsats antas det senare eftersom de miljöförstörande utsläppen empiriskt har visat sig sjunka på sikt. I modellen sjunker då de miljöförstörande utsläppen i jämvikt med takten $g_A - g - n$. Utanför jämvikt ökar den totala miljöförstöringen om tillväxttakten i BNP är högre än tillväxttakten i tekniken för bekämpning av miljöförstöring och den minskar om det omvända förhållandet råder. Det är på grund av detta som en EKC kan bildas då ekonomin är på väg mot jämvikt.

Det kan också nämnas att de miljöförstörande utsläppen här betraktas utan någon specifik enhet och att det är miljöförstöring i allmänhet, för självklart påverkas olika miljöförstörande ämnen på olika sätt i verkligheten och det går kanske inte alltid att klumpa ihop dem på detta sätt.

4 Simulering

4.1 Inför simuleringen

Lösningen av modellen i kapitel 3 har visat hur modellen beter sig i jämvikt och vad detta har för implikationer för tillväxttakterna i BNP och miljöförstöring. Som nämnts tidigare tror Brock och Taylor (2004) att en EKC uppstår då ekonomin befinner sig utanför jämvikt, på väg till ett nytt jämviktsläge. Vad simuleringen då ska försöka visa är hur BNP per capita och miljöförstörande utsläpp utvecklas på vägen till detta nya jämviktsläge, och hur förändringar i skattesatsen, θ, påverkar detta.

4.2 Om simuleringen

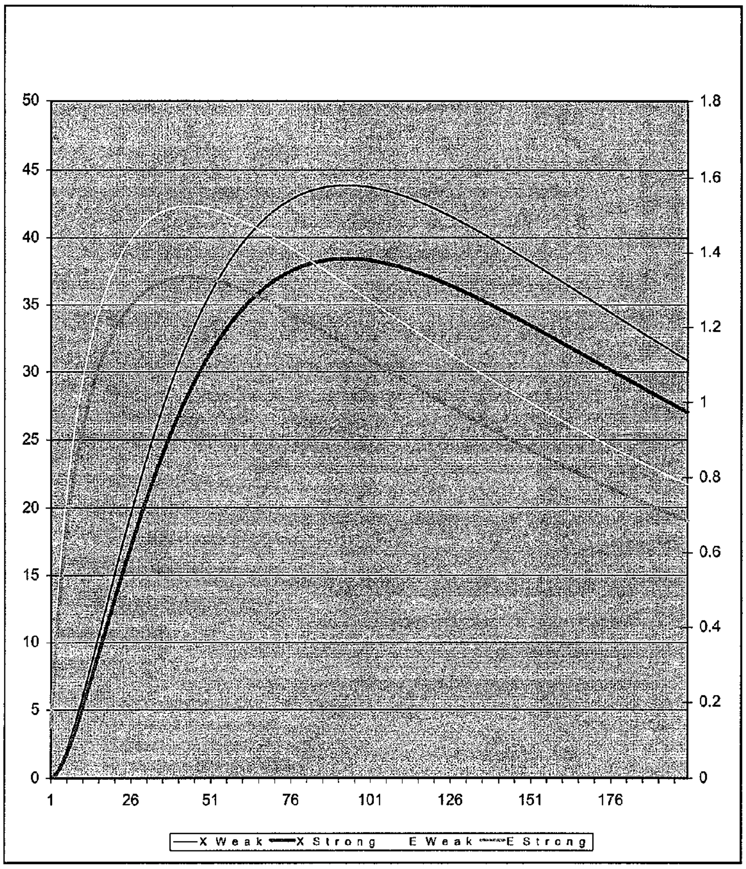
Anledningen till att det på lång sikt inte är någon motsats mellan tillväxt och miljö i den gröna Solowmodellen är antagandet som säger att $g_A > g + n$, alltså att tillväxttakten i tekniken för att bekämpa miljöförstöring måste vara större än tillväxttakten i den allmänna tekniken och befolkningen tillsammans. Hur rimligt detta antagande är kan diskuteras då det inte är helt tydligt varför teknikutvecklingen i miljöförstöringsbekämpningssektorn skulle vara större än den allmänna teknikutvecklingen. Men som nämnts tidigare så skulle detta kunna vara en möjlig förklaring till att en EKC har observerats i ett flertal länder och de empiriska observationerna pekar på att de miljöförstörande utsläppen faktiskt sjunker på sikt. Detta antagande finns därför kvar i modellen i denna uppsats då det annars skulle bli omöjligt att reproducera en EKC. Om $g_A < g + n$ kommer de totala utsläppen av miljöförstörande ämnen att öka hela tiden.

Då en enkel Solowmodell ska simuleras är det bara att välja utgångsläget och sen se vad som händer. Med en modell som bygger på dynamisk optimering är det lite svårare. Då man vet hur stort realkapitalet är i utgångsläget finns det bara en viss nivå på konsumtionen som gör att ekonomin kommer att konvergera mot jämvikt. Om en nivå på konsumtionen som bara skiljer sig lite från den optimala väljs så kollapsar hela ekonomin efter ett tag, då ekonomin antingen hamnar i en situation där realkapitalet är noll och konsumtionen hög eller där realkapitalet är högt men konsumtionen noll. Båda dessa situationer är helt orimliga och är en effekt av modellens utformning som är svår att komma undan. Detta är ett problem med alla modeller som bygger på dynamisk optimering och det är kanske inte rimligt att tro att individerna i ett land tänker igenom sina konsumtionsval så till den grad att de lyckas välja precis den nivå som gör att ekonomin går mot jämvikt. Men det är dock så modellerna fungerar vilket skapar en del problem då simuleringar ska göras. I denna uppsats kommer en metod användas som har utvecklats av Holger Strulik (2004). Metoden bygger på ett utgångsläge från jämvikt, och så väljs en situation som ligger strax utanför jämvikten och sedan flyttas ekonomin steg för steg bakåt i tiden tills den befinner sig på den nivå för realkapitalet som valts som startvärde. För att kunna göra detta i datorprogrammet Microsoft Excel har modellen definierats om i diskret tid men det påverkar på intet sätt modellens utfall då alla antaganden bibehålls.

Hur stort realkapitalet och konsumtionen per capita kommer att vara då ekonomin når den balanserade tillväxtbanan beror naturligtvis på hur stor skatten, θ, är, men det kommer alltid att antas att ekonomin startar år noll med en kapitalstock per capita som ligger på ungefär 6 i storlek.[9] Att just denna nivå har valts beror på att utgångsläget behöver ligga långt under steady state för att ekonomin ska uppleva en hög tillväxt på vägen mot den nya balanserade tillväxtbanan. Utgångsläget på 6 är därmed valt efter att nivån på realkapitalet i steady state har räknats ut för de olika nivåerna på θ och ligger mellan 85 och 95 % under steady state-värdena.

Vad som är intressant att titta på i simuleringen är hur olika nivåer på skatten, θ, påverkar hur stora de miljöförstörande utsläppen blir på vägen mot jämviktsläget, om en EKC över huvud taget bildas och samtidigt hur BNP-utvecklingen ser ut. Dessutom är det intressant att se hur stor den totala diskonterade nyttan blir för att kunna jämföra de olika skattesatsernas effekt på välfärden.

Då Brock och Taylor (2004) gjorde simuleringar på den gröna Solowmodellen fick de följande kurvor:



Figur 4: EKC i den gröna Solowmodellen. Simulering både för miljöförstörande utsläpp, E, och för den totala miljöförstöringen i ekonomin, X, vid två olika nivåer på skatten.

De har simulerat både för miljöförstörande utsläpp i varje tidpunkt, vilket är de två kurvorna längst till vänster, och för den totala miljöförstöringen som finns i ekonomin, de två kurvorna till höger. I och med att det i denna uppsats bara ska simuleras för miljöförstörande utsläpp vid en given tidpunkt är det framför allt de två kurvorna till vänster i figuren som är av

[9] Enheten för kapitalstocken eller något annat för den delen är inte av betydelse.

intresse. För den vita kurvan är skattesatsen, θ, lägre än för den grå kurvan. Båda kurvorna når sina högsta värden samtidigt efter ungefär 40 år medan det tar ungefär 90 år innan ekonomin når sin nya balanserade tillväxtbana. (Brock, Taylor 2004)

4.3 Metod för simuleringen

Som nämnts tidigare har den metod som här ska användas för simuleringen utvecklats av Holger Strulik så den redogörelse som följer här är helt baserad på den artikel från 2004 där han beskriver hur metoden lätt används i Excel.

Det första som måste göras är att välja de parametervärden som ska användas och räkna ut vad per capita-värdena för realkapitalet, *k*, och konsumtionen, *c*, blir i jämvikt. Då storleken på parametervärdena inte har någon kvalitativ betydelse för resultaten förklaras dessa inte mer ingående.[10] Självklart blir resultaten i sig lite annorlunda vid andra utgångsvärden, men jämförelsen av resultaten då allt utom θ hålls konstant påverkas inte.[11] Sedan väljs storleken på den initiala avvikelsen från jämvikt, *dev*, och den tidshorisont, *T*, som tros ta ekonomin till det startvärde som valts.

Parametervärden	
α	0,33
ω	0,02
ρ	0,05
g_A	0,03
g	0,015
σ	2
n	0,01
θ	0,01
ε	2
γ	3E-11

Steady state	
k*	112,738
c*	32,2171
B*	20
L*	1000
dev	2,00E-02
T	23

k*/B*	5,63692
c*/B*	1,61085

Tabell 1: Utgångsvärden inför simuleringen.

Som går att utläsa ur tabellerna ovan har även steady state-värdena för realkapitalet och konsumtionen per capita och teknikenhet räknats ut. Dessa är konstanta i jämvikt då täljare och nämnare växer i samma takt. För att underlätta beräkningarna i Excel har dessa steady state-värden använts. För övrigt kan nämnas att de steady state-värden som visas i tabellerna är de värden som variablerna antar första året i jämvikt, för sedan växer alla variabler med konstant hastighet.

Det startvärde som valts för realkapitalet per capita är 6 och i detta exempel tros det ta 23 år för ekonomin att ta sig från utgångsläget till jämvikt minus avvikelsen. Och det antas att ekonomin når den balanserade tillväxtbanan året efter detta.

[10] En förteckning och påminnelse om vad de olika parametrarna står för finns dock i bilaga 3.
[11] Modellen har simulerats med andra parametervärden och det som händer är att kurvorna flyttas lite uppåt och nedåt, men förhållandet mellan kurvorna förändras inte, och då enheten inte är av intresse har de exakta parametervärdena inte någon större betydelse.

I Excel bildas kolumner för de olika variablerna, med tiden längst till vänster, denna går då från 23 till 0. I den första cellen, då $t = 23$, skrivs steady state-värdet minus avvikelsen in, t ex (k/B)*-dev:

t	k/B	c/B
23	5,61692	1,59085

Tabell 2: Ifyllnad av första raden inför simuleringen.

För att sedan kunna gå bakåt i tiden används de två ekvationer som beskriver hur *k/B* och *c/B* utvecklas över tiden (numera i diskret tid):

$$\frac{k_{t+1}}{B_{t+1}} = (1-\theta)\left(\frac{r_t k_t + w_t}{B_t}\right) - \frac{c_t}{B_t} - n\frac{k_t}{B_t} + \frac{k_t}{B_t} \qquad [4.1]$$

$$\frac{c_{t+1}}{B_{t+1}} = \frac{c_t}{B_t}\left[\frac{1}{1+\rho}\left((1-\theta)r_t - n + 1\right)(1+n)^{1-\sigma}\right]^{\frac{1}{\sigma}} \qquad [4.2]$$

I och med att ekonomin ska förflyttas bakåt i tiden måste k_t/B_t och c_t/B_t lösas ut ur ekvationerna [4.1] och [4.2]. För konsumtionen är detta inget problem och det är bara att fylla i cellerna från $t = 22$ till $t = 0$ med detta uttryck. För realkapitalet blir det dock svårare. Det går inte att analytiskt lösa ut k_t/B_t ur ekvation [4.1], men genom att skapa en residualfunktion enligt nedan kan problemlösaren i Excel användas för att ge en numerisk lösning på problemet.

$$R\left(\frac{k_t}{B_t}\right) = (1-\theta)\left(\frac{r_t k_t + w_t}{B_t}\right) - \frac{c_t}{B_t} - n\frac{k_t}{B_t} + \frac{k_t}{B_t} - \frac{k_{t+1}}{B_{t+1}} \qquad [4.3]$$

Denna residualfunktion får en egen kolumn och i och med att den beror på $t + 1$ lämnas cellen då $t = 23$ tom. Summan av residualerna ska sedan minimeras, med hjälp av problemlösaren, för att ge ett värde på k_t/B_t som uppfyller ekvationerna [4.1] och [4.2].

t	k/B	c/B	R	k	c	B
23	5,61692	1,59085		110,678	31,3469	19,70443
22	5,50039	1,56613	7,26E-06	106,78	30,40361	19,41323
21	5,37063	1,5406	4,3E-05	102,72	29,46608	19,12634
1	0,69714	0,59676	4,07E-07	9,89987	8,474407	14,20074
0	0,43937	0,49253	8,24E-10	6,14718	6,890934	13,99088
		Summa R	0,00043			

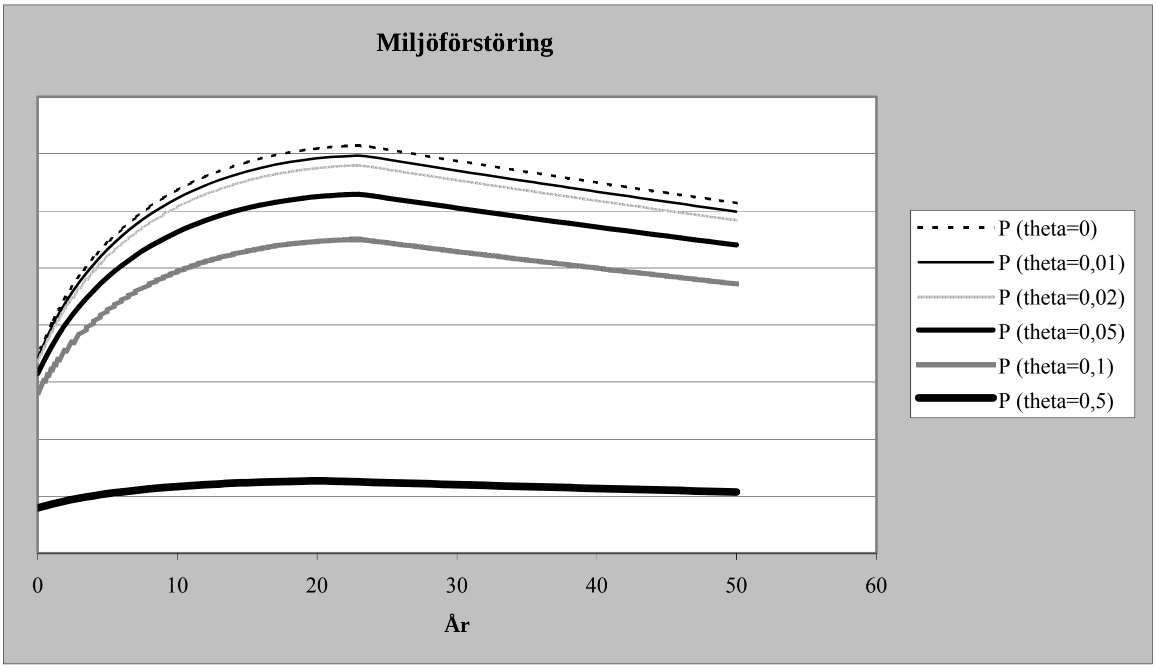
Tabell 3: Utdrag från simuleringen i Excel.

Sedan får tidshorisonten och den initiala avvikelsen från jämvikt justeras så att det utvalda startvärdet uppnås. Tanken är att ju mindre den initiala avvikelsen är desto bättre blir approximationen av värdena för k, och att det då tar längre tid för ekonomin att röra sig från utgångsläget till jämviktsläget minus avvikelsen men i mina beräkningar har det visat sig svårt att ha en allt för liten avvikelse och fler år då detta har lett till svårigheter för problemlösaren i Excel.

4.4 Resultat från simuleringen

4.4.1 Miljöförstöring

Modellen har simulerats för sex olika nivåer på θ, mellan 0 och 0,5.



Figur 5: Miljöförstörande utsläpp (betecknas med P för pollution) under en 50-årsperiod.

Som kan utläsas ur figuren bildas en EKC för alla nivåer på θ, om än liten då θ är 50 %. Figuren visar också det självklara resultatet att ett lägre θ leder till större miljöförstörande utsläpp. En annan sak som kan observeras är att de fem översta kurvorna når sina högsta nivåer samtidigt medan den nedersta kurvan, då θ är 50 %, når toppen lite tidigare. Detta beror på att det i detta läge går lite fortare för ekonomin att ta sig till jämvikt då denna är på en mycket lägre nivå än i de övriga fallen. Att kurvorna inte är helt rundade på toppen beror på att beräkningarna i Excel inte är helt finjusterade. Det är storleken på den initiala avvikelsen som avgör hur jämn övergången till jämvikt blir.

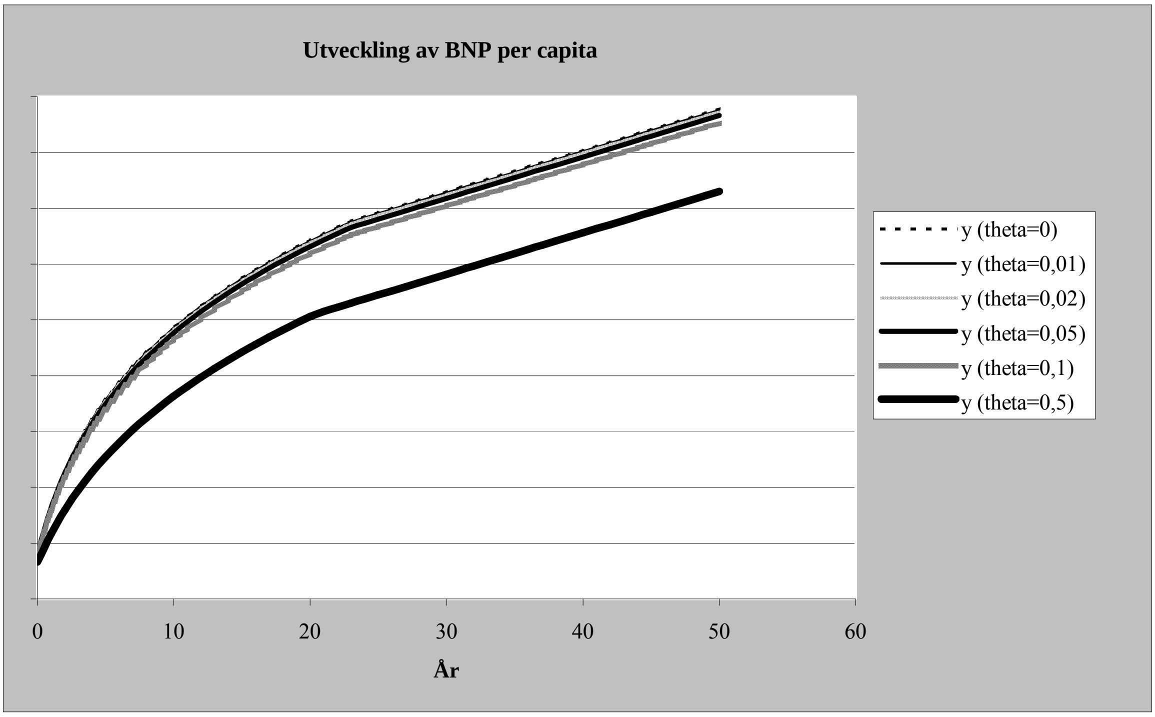
En sak som skiljer dessa kurvor från de som Brock och Taylor fick fram ur sina simuleringar är att dessa kurvor når sina högsta värden aningen tidigare, efter bara 23 år istället för 40 år som Brocks och Taylors kurvor visade. Här når kurvorna också sina högsta värden precis innan ekonomin når den balanserade tillväxtbanan och när den väl är på denna sjunker nivåerna för miljöförstörande utsläpp med 0,5 % per år, liksom modellen förutspår med de värden som valts för de olika tillväxttakterna. I Brocks och Taylors simuleringar nådde kurvorna toppen långt innan ekonomin hade konvergerat till den balanserade tillväxtbanan.

Den enda skillnaden mellan den ”vanliga” Solowmodellen och denna modell med dynamisk optimering är att sparkvoten är konstant i Solowmodellen och det är orsaken till att denna skillnad uppstår. Med dynamisk optimering blir sparkvoten i detta fall väldigt hög i början och sedan sjunker den och här leder detta till att tillväxttakten i BNP är relativt hög ända fram till jämvikt. För att de miljöförstörande utsläppen ska kunna sjunka krävs att $g_A > g_Y$, alltså att tillväxttakten i tekniken för bekämpning av miljöförstöring är högre än tillväxttakten i BNP, vilket det i detta fall inte blir förrän den balanserade tillväxtbanan är nådd. I den gröna Solowmodellen gör den konstanta sparkvoten att det tar längre tid att nå den balanserade tillväxtbanan och under många år råder förhållandet $g_A > g_Y$ trots att jämvikten inte är nådd. Det är pga detta som skillnaden i kurvorna uppstår vad gäller högsta nivåer för de miljöförstörande utsläppen och ekonomins position relativt jämvikt.

Som nämnts tidigare betraktas miljöförstöring här som något slags abstrakt begrepp och har därmed ingen specifik enhet. I de empiriska undersökningar som Brock och Taylor (2004) visar i sin artikel där de undersökt diverse olika miljöförstörande utsläpp under 50 år i USA, är kurvorna knappast identiska. Något ämne har redan innan den undersökta perioden nått sin topp, ett annat är antagligen på väg mot sin topp och för de ämnen som en EKC bildas går kurvorna om varandra. Att olika miljöförstörande ämnen påverkas olika är en självklarhet som dock inte tas i beaktning i denna modell.

4.4.2 BNP

För utvecklingen av BNP per capita ger simuleringen följande resultat:

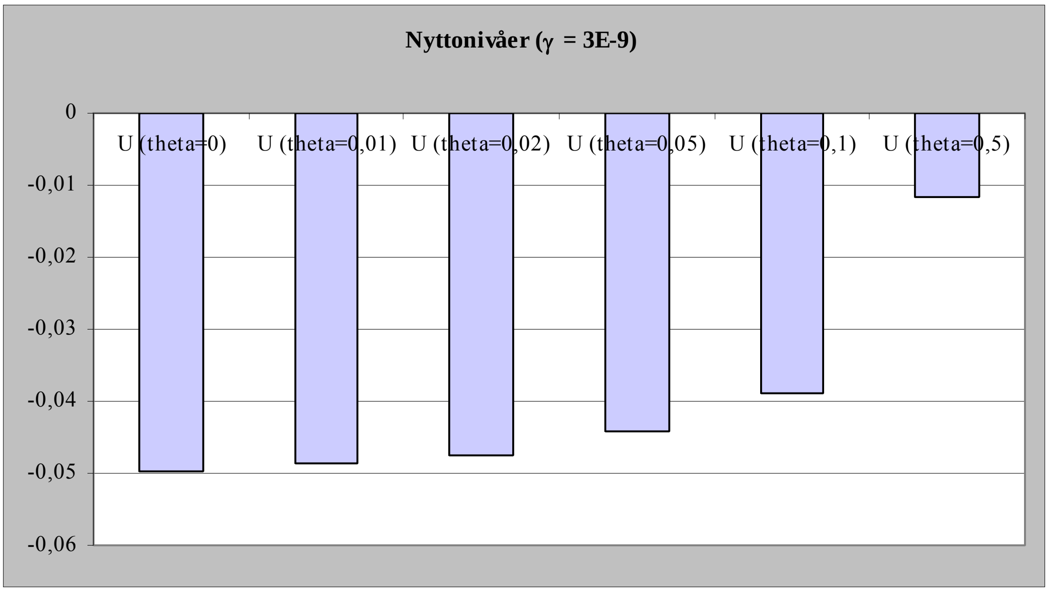


Figur 6: Utveckling av BNP per capita (betecknas y) för olika nivåer på θ, i logaritmerade värden.

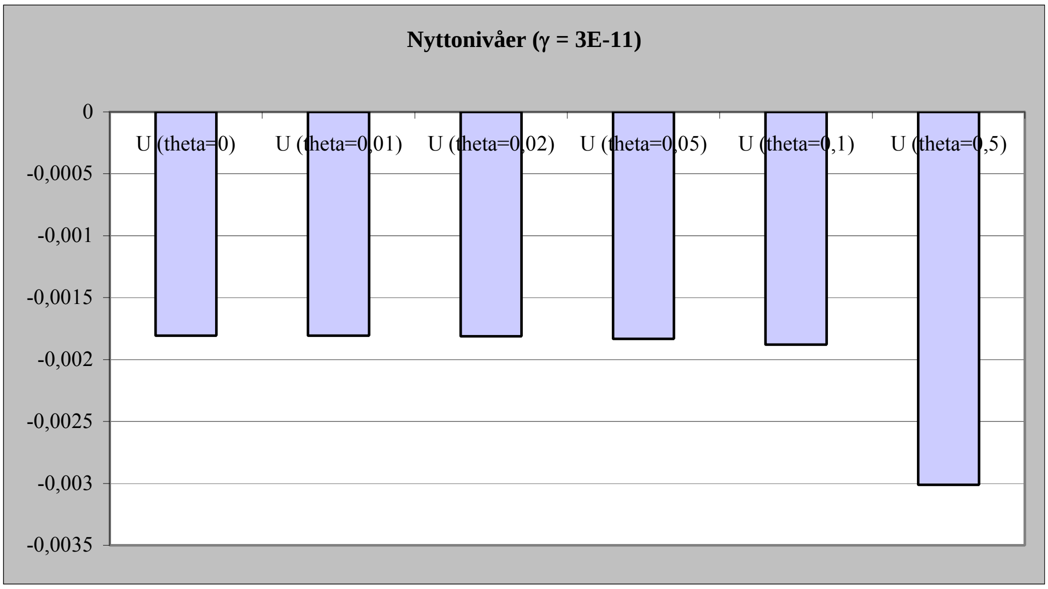
Figuren ovan är kanske inte den tydligaste men den visar att ju lägre θ är desto högre blir BNP per capita vilket är det förväntade resultatet. Det är dock viktigt att minnas detta, att en lägre miljöförstöring även innebär en lägre BNP per capita, exempelvis så är BNP per capita första året i jämvikt, då θ är noll, nästan tre gånger större än då θ är 50 %.[12] Denna storleksskillnad gäller för mina beräkningar och det kan självklart bli annorlunda vid andra parametervärden. Skillnaden mellan de två extrema fallen kommer ändock att vara stor.

4.4.3 Välfärdseffekter

Hur denna avvägning mellan miljöförstöring och BNP per capita ska göras beror på nyttofunktionen som påverkas positivt av konsumtion och negativt av miljöförstöring. I nyttofunktionen finns preferensparametern γ som påverkar hur stor nyttonivån blir vid olika nivåer på θ. Storleken på γ är extremt svår att uppskatta och nedan visas hur den totala diskonterade nyttan påverkas då storleken på γ ändras.



Figur 7: Nyttonivåer vid olika nivåer på θ då γ är 3E-9.



Figur 8: Nyttonivåer vid olika nivåer på θ då γ är 3E-11.

[12] Detta går dock inte att utläsa ur figur 6 då denna visar logaritmerade värden av BNP per capita.

Som kan ses i figurerna är all nytta negativ men detta har ingen betydelse, det är förhållandet dem emellan (vad gäller olika nivåer på θ) som är intressant. Vid den högre nivån på γ blir nyttan större ju högre θ är, vilket kanske inte verkar som ett rimligt resultat. Vid den lägre nivån på γ blir nyttan störst då θ är 0, om än marginellt. Detta visar dock att storleken på γ är viktig för att veta vilken nivå på skatten som är mest optimal ur välfärdssynpunkt. Detta gör att det är väldigt svårt att ge några förslag på lämplig ekonomisk politik ens i teorins värld. I verkligheten är det ännu svårare i och med att det krävs djup kunskap om individernas preferenser. Det är inte alls säkert att den nyttofunktion som använts här är lämplig för verkligheten och det är dessutom alltid svårt att använda en nyttofunktion för ett helt samhälle då individernas preferenser skiljer sig mycket åt.

5 Slutsatser

Efter att ha sett resultaten från simuleringen är det ganska tydligt att resultaten från Brocks och Taylors gröna Solowmodell håller även efter att dynamisk optimering har lagts till. Detta styrker deras teori om vad det är som producerar en EKC och i och med att individerna i verkligheten antas optimera över tiden är modellen nu mer verklighetsförankrad.

Något som kan ifrågasättas både i denna uppsats och i Brocks och Taylors artikel är antagandet om att tillväxttakten i tekniken för bekämpningen av miljöförstöring är högre än tillväxttakten i den allmänna tekniken och befolkningen tillsammans. Brock och Taylor ger i sin artikel ingen förklaring till varför de tror att det skulle vara på detta sätt i verkligheten och i och med att det är pga detta antagande som modellen producerar en EKC borde detta undersökas ytterligare. Det är ju så att detta antagande ger ett resultat vid simuleringen som stämmer med empiriska fynd, men det kan ändå vara så att det i verkligheten är något helt annat som ligger bakom att de miljöförstörande utsläppen sjunker med tiden. Det skulle därmed vara intressant att fundera över utformningen av miljöfunktionen och försöka få denna mer förankrad till verkligheten.

Liksom i den ursprungliga gröna Solowmodellen blir det här en motsättning mellan ekonomisk tillväxt och ren natur under transitionsperioden, men inte på lång sikt. Det är bara när skattesatsen är så stor som 50 % som kurvan nästan försvinner. Men då blir också BNP relativt låg. I mina beräkningar är dock förlusten i inkomst relativt sett lägre än minskningen i miljöförstörande utsläpp. Men då miljöförstöringen här inte har någon direkt enhet är det i stort sett omöjligt att verkligen uttala sig om denna sak.

En annan aspekt det inte heller går att uttala sig om är skattesatsens optimala storlek. Beroende på parametervärdena i nyttofunktionen förändras den nivå på skatten som anses optimal. Det kan också tänkas bli annorlunda med en annan nyttofunktion. Det är väldigt svårt att uppskatta hur individernas nyttofunktioner ser ut i verkligheten och dessa skiljer sig antagligen åt både inom ett lands gränser och mellan länder. Det kan även vara så att individernas preferenser angående konsumtion och miljöförstöring förändras med tiden. Så om målet för ett land är att maximera välfärden krävs noggranna studier om individernas preferenser för att kunna utforma en så optimal skattepolitik som möjligt.

I denna uppsats anpassar sig individerna till den exogent satta skatten, vilket ofta är fallet i verkligheten, men teoretiskt går det också att undersöka hur resultaten blir om det antas finnas en samhällsplanerare som i varje tidpunkt sätter den skatt som maximerar den totala välfärden. Detta skulle då kunna leda till att skattesatsens nivå förändras över tiden vilket skulle kunna ge helt andra resultat vad gäller en EKC. Det skulle då vara intressant att jämföra denna lösning med den som nu finns i uppsatsen för att se hur välfärden påverkas i de olika fallen.

I modellen i denna uppsats blir det en motsättning mellan ekonomisk tillväxt och ren natur under en 25-årsperiod, och inte i något av fallen är de miljöförstörande utsläppen tillbaka på samma nivå som från början ens efter 50 år. Detta är inga trevliga resultat om man värderar miljön högt och det krävs både fler empiriska och teoretiska studier för att undersöka om det finns möjligheter att helt undvika denna kurva. Fast det är kanske en utopi att kunna ha hög ekonomisk tillväxt utan att förstöra miljön.

6 Källförteckning

Brock, William A. & Taylor, Scott M. (2004) ”The Green Solow Model”. *NBER Working Paper Series,* working paper 10557, 2004.

Bruvoll, Annegrete & Medin, Hege (2003) ”Factors behind the Environmental Kuznets Curve: A decomposition of the Changes in Air Pollution”. *Environmental and Resource Economics,* vol 24, no 1, jan 2003, s. 27-48.

Copeland, Brian R. & Taylor, Scott M. (2004) ”Trade, Growth and Environment”. *Journal of Economic Literature,* vol 42, mars 2004, s. 7-78.

Dinda, Soumyandanda (2005) ”A Theoretical Basis for the Environmental Kuznets Curve”. *Ecological Economics,* vol 53, no 3, maj 2005, s. 403-13.

Grimaud, André & Rougé, Luc (2005) ”Polluting Non-renewable Resources, Innovation and Growth: Welfare and Environmental Policy”. *Resource and Energy Economics,* vol 27, no 2, juni 2005, s. 109-29.

Grossman, Gene M. & Krueger, Alan B. (1994) “Economic Growth and the Environment”. *NBER Working Paper Series,* working paper 4634, 1994.

Harbaugh, William & Levinson, Arik & Wilson, David (2000) ”Reexamining the Empirical Evidence for an Environmental Kuznets Curve”. *NBER Working Paper Series,* working paper 7711, 2000.

Romer, David (2001), *Advanced Macroeconomics.* McGraw-Hill. Andra upplagan.

Selden, Thomas M. & Song, Daqing (1994) ”Environmental Quality and Development: Is there a Kuznets Curve for Air Pollution Emissions?”. *Journal of Environmental Economics and Management,* vol 27, no 2, sep 1994, s. 147-62.

Stokey, Nancy L. (1998) ”Are There Limits to Growth?”. *International Economic Review,* vol 39, no 1, feb 1998, s. 1-31.

Strulik, Holger (2004) ”Solving Rational Expectations Models Using Excel”. *Journal of Economic Education,* vol 35, no 3, sommar 2004, s. 269-283.

Svensson, Lars-Gunnar (2002) “Dynamisk optimering”. *Kursmaterial till Matematiska metoder II – Lineär och dynamisk optimering,* vt 2006, tillgängligt på www.nek.lu.se/neklgs/Dynopt.pdf

Bilaga 1: Modellen

Produktionsfunktionen ges av:

$$Y(t) = K(t)^{\alpha}\left(B(t)L(t)\right)^{1-\alpha} \qquad \text{[B1.1]}$$

Livstidsnyttofunktionen ser ut som följande:

$$U = \int_{t=0}^{\infty} u(C(t), P(t))e^{-\rho t}dt \qquad \text{[B1.2]}$$

där den momentana nyttofunktionen ges av:

$$u\left(C(t), P(t)\right) = \frac{C(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \gamma\frac{P(t)^{1+\omega}}{1+\omega} \qquad \text{[B1.3]}$$

där $P(t)$ visar hur mycket miljöförstörande utsläpp som släpps ut vid tidpunkt t:

$$\begin{aligned} &P(t) = Z(t)Y - Z(t)A(Y, Y^A) = Z(t)Ya(\theta) \\ &\text{där } a(\theta) \equiv \left(1 - A(1, Y^A / Y)\right) \text{ och } \theta = Y^A / Y \end{aligned} \qquad \text{[B1.4]}$$

Då en del av inkomsterna läggs på att bekämpa miljöförstöringen blir den produktion som finns tillgänglig för konsumtion och investeringar $(1\text{-}\theta)Y(t)=(1\text{-}\theta)K(t)^{\alpha}(B(t)L(t))^{1\text{-}\alpha}$.

Kapitalet förändras enligt:

$$\dot{K}(t) = \left(1-\theta\right)\left(r(t)K(t) + w(t)L(t)\right) - C(t) \qquad \text{[B1.5]}$$

Då individerna antas optimera över per capita-variabler krävs lite omskrivningar. Förändringen i realkapitalet per capita blir då:

$$\begin{aligned} \dot{k}(t) &= \left(\frac{\dot{K(t)}}{L(t)}\right) = \frac{K(t)}{L(t)}\left(\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} - \frac{\dot{L}(t)}{L(t)}\right) = \\ &= k(t)\left(\frac{\left(1-\theta\right)\left(r(t)K(t) + w(t)L(t)\right) - C(t)}{K(t)} - n\right) = \\ &= k(t)\left[\left(1-\theta\right)\left(r(t) + \frac{w(t)}{k(t)}\right) - \frac{C(t)L(t)}{K(t)L(t)} - n\right] = \end{aligned} \qquad \text{[B1.6]}$$

$$= k(t)\left[\left(1-\theta\right)\left(r(t)+\frac{w(t)}{k(t)}\right)-\frac{c(t)}{k(t)}-n\right]=$$
$$=\left(1-\theta\right)\left(r(t)k(t)+w(t)\right)-c(t)-nk(t)$$

Livstidsnyttofunktionen skrivs om på så sätt att den fortfarande är lika med den totala nyttan men genom att använda att *C(t)=c(t)L(t)* optimerar individerna över per capita-variabler. *L(t)* kan också skrivas ut som $L(0)e^{nt}$.

$$U=\int_{t=0}^{\infty}\left(\frac{\left(c(t)L(0)e^{nt}\right)^{1-\sigma}}{1-\sigma}-\gamma\frac{P(t)^{1+\omega}}{1+\omega}\right)e^{-\rho t}dt=$$
$$=\int_{t=0}^{\infty}\left(\frac{c(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma}\left(L(0)e^{nt}\right)^{1-\sigma}-\gamma\frac{P(t)^{1+\omega}}{1+\omega}\right)e^{-\rho t}dt \qquad \text{[B1.7]}$$

Hamiltonfunktionen blir nu:

$$H=\left(\frac{c(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma}\left(L(0)e^{nt}\right)^{1-\sigma}-\gamma\frac{P(t)^{1+\omega}}{1+\omega}\right)e^{-\rho t}+\lambda(t)\left(\left(1-\theta\right)\left(r(t)k(t)+w(t)\right)-c(t)-nk(t)\right) \qquad \text{[B1.8]}$$

För att lösa optimeringsproblemet i [B1.9] ska följande villkor vara uppfyllda:

$$\frac{\partial H}{\partial c(t)}=0 \text{ och } \frac{d\lambda(t)}{dt}=-\frac{\partial H}{\partial k(t)} \qquad \text{[B1.9]}$$

Derivering av Hamiltonfunktionen med avseende på konsumtion ger:

$$\frac{\partial H}{\partial c(t)}=e^{-\rho t}c(t)^{-\sigma}\left(L(0)e^{nt}\right)^{1-\sigma}-\lambda(t)=0 \qquad \text{[B1.10]}$$

Ur ekvation [B1.10] löses *λ(t)* ut och deriveras med avseende på tid:

$$\frac{d\lambda(t)}{dt}=\lambda(t)\left((1-\sigma)n-\rho-\sigma\frac{\dot{c}}{c}\right) \qquad \text{[B1.11]}$$

Då Hamiltonfunktionen deriveras med avseende på *k(t)* fås:

$$\frac{\partial H}{\partial k(t)}=\lambda(t)\left(\left(1-\theta\right)r(t)-n\right) \qquad \text{[B1.12]}$$

Genom villkoret i [B1.9], där uttrycken i [B1.11] och [B1.12] används, och lite beräkningar fås Eulerekvationen som beskriver tillväxttakten i konsumtionen:

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial k(t)} \Rightarrow \frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\sigma}\left(\left(1-\theta\right)r(t) - \rho - \sigma n\right) \qquad \text{[B1.13]}$$

Bilaga 2: Variablernas tillväxttakt i jämvikt

För att visa att de olika variablerna växer med samma takt längs en balanserad tillväxtbana används ekvationen för förändringen i realkapitalet per capita.

$$\dot{k}(t) = (1-\theta)\,y(t) - c(t) - nk(t) \tag{B2.1}$$

För att få fram tillväxttakten i realkapitalet per capita divideras uttrycket i [B2.1] med *k*.

$$g_k = \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = (1-\theta)\left(\frac{y(t)}{k(t)}\right) - \frac{c(t)}{k(t)} - \frac{nk(t)}{k(t)} \tag{B2.2}$$

Tillväxttakten i realkapitalet per capita är konstant i jämvikt och för att uttrycket i [B2.2] ska vara konstant måste både *y(t)/k(t)* och *c(t)/k(t)* vara konstanta. Därmed växer realkapitalet per capita, BNP per capita och konsumtionen per capita i samma takt längs en balanserad tillväxtbana.

$$g_k = g_y = g_c \tag{B2.3}$$

BNP per capita ges av:

$$y(t) = k(t)^{\alpha} B(t)^{1-\alpha} \tag{B2.4}$$

För att få fram tillväxttakten i BNP per capita logaritmeras först uttrycket i [B2.4] för att sedan deriveras med avseende på tid.

$$\ln y(t) = \alpha \ln k(t) + (1-\alpha)\ln B(t) \tag{B2.5}$$

$$\frac{d \ln y(t)}{dt} = \alpha \frac{d \ln k(t)}{dt} + (1-\alpha)\frac{d \ln B(t)}{dt} \tag{B2.6}$$

$$g_y = \alpha g_k + (1-\alpha) g \tag{B2.7}$$

Då BNP per capita och realkapitalet per capita växer i samma takt kan tillväxttakterna i [B2.7] skrivas som:

$$g_y = \alpha g_y + (1-\alpha) g \tag{B2.8}$$

$$(1-\alpha)g_y = (1-\alpha)g \qquad [B2.9]$$

$$g_y = g \qquad [B2.10]$$

Nu har det visats att BNP per capita växer i samma takt som tekniken, och tidigare visades det att BNP per capita växer i samma takt som realkapitalet och konsumtionen per capita. Därmed växer alla dessa variabler med konstant och samma takt längs en balanserad tillväxtbana.

$$g_y = g_k = g_c = g \qquad [B2.11]$$

Bilaga 3: Utgångsvärden för simuleringen

Parametervärden

Kapitalets andel av inkomsterna, α	0,33
Substitutionselasticitet för miljöförstöring, ω	0,02
Diskonteringsfaktorn, ρ	0,05
Tillväxttakten i tekniken för bekämpning av miljöförstöring, g_A	0,03
Teknikens tillväxttakt, g	0,015
Substitutionselasticitet för konsumtion, σ	2
Befolkningens tillväxttakt, n	0,01
Exponent i funktionen för bekämpning av miljöförstöring, ε	2

Steady state i diskret tid

Realkapital per capita, $k*$	$k_t^* = B_t \left[\frac{(1-\theta)\alpha}{\frac{(1+g)^{\sigma}(1+\rho)}{(1+n)^{1-\sigma}} + n - 1} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$
Konsumtion per capita, $c*$	$c_t^* = (1-\theta) k_t^{*\alpha} B_t^{1-\alpha} - nk_t^* - k_{t+1}^*$
Befolkningsstorlek första året i jämvikt, $L*$	1000
Teknikens storlek första året i jämvikt, $B*$	20
Storleken på tekniken för bekämpning av miljöförstöring första året i jämvikt, $Z*$	20