



LUNDS UNIVERSITET

Ekonomihögskolan

Nationalekonomiska institutionen

Magisteruppsats

Januari 2007

En empirisk studie av Value-at-Risk-prediktering med hjälp av GARCH-modeller

Handledare:

Hossein Asgharian

Författare:

Emma Andersson

Björn Gustafsson

Abstract

This paper describes a study examining four different GARCH models AR(1)-GARCH(1,1), AR(1)-EGARCH(1,1), AR(1)-APGARCH(1,1) and AR(1)-GJR-GARCH(1,1), and their ability to predict future volatility and thereby providing more reliable estimates for Value-at-Risk. The study is based on daily observations for the return of the OMX Stockholm 30 Index, during the time period 31st December 1996 to 29th December 2006. The coefficients for these GARCH models have been estimated using a five-year rolling estimation window, with one-year lags, for five different in-sample-periods. These five in-sample-periods, and the coefficients given by them, have been used to generate five out-of-sample predictions for the volatility in each year. Using these volatility predictions, the daily Value-at-Risk has been calculated for confidence intervals of 90 percent, 95 percent, and 99 percent, respectively, during the time period between 1st January 2001 and 29th December 2006. Christoffersen's test has then been applied to ensure that the models are reliable. When the four GARCH models are compared to each other, the results suggest that, for all confidence intervals, none of them is systematically superior to any of the other models. However, when looking at the models that pass Christoffersen's test, the AR(1)-GJR-GARCH(1,1) seems to be the most reliable model for predicting Value-at-Risk.

Keywords: Stock index, volatility, GARCH, Value-at-Risk, forecasting, reliability.

Abstrakt

Den här studien undersöker fyra olika GARCH-modeller, AR(1)-GARCH(1,1), AR(1)-EGARCH(1,1), AR(1)-APGARCH(1,1) och AR(1)-GJR-GARCH(1,1), och deras förmåga att prediktera framtida volatilitet och därmed ge tillförlitligare estimat för Value-at-Risk. Studien har baserats på dagliga observationer av avkastningen på OMX Stockholm 30 Index, under tidsperioden 1996-12-31 till 2006-12-29. Genom att använda ett femårigt rullande estimeringsfönster, med ettårsförskjutningar, för fem stycken in-sample-perioder, har GARCH-modellernas koefficienter skattats. Dessa fem in-sample-perioder och de därav skattade koefficienterna, har sedan använts för att generera fem stycken out-of-sample-predikteringar för volatiliteten under vardera ett år. Därefter har daglig Value-at-Risk beräknats på volatilitetspredikteringarna, för konfidensintervallen 90 procent, 95 procent och 99 procent, över tidsperioden 2001-01-01 till 2006-12-29. Christoffersens test har sedan använts för att säkerställa modellernas tillförlitlighet. Resultaten tyder på att ingen av GARCH-modellerna är systematiskt överlägsen i förhållande till de övriga för samtliga konfidensintervall, men av de modeller som klarat Christoffersens test visar sig AR(1)-GJR-GARCH(1,1) vara den mest tillförlitliga modellen för prediktering av Value-at-Risk.

Nyckelord: Aktieindex, volatilitet, GARCH, Value-at-Risk, prediktering, tillförlitlighet.

Innehållsförteckning

1	INLEDNING	6
1.1	BAKGRUND	6
1.2	PROBLEMDISKUSSION.....	7
1.3	SYFTE.....	9
1.4	MÅLGRUPP.....	9
1.5	AVGRÄNSNINGAR.....	10
1.6	DISPOSITION.....	10
2	TEORI.....	11
2.1	UTVECKLING AV VALUE-AT-RISK.....	11
2.2	UTVECKLING AV OLIKA ARCH/GARCH-MODELLER	13
2.2.1	<i>Engle (1982) och ARCH-modellen</i>	13
2.2.2	<i>Bollerslev (1986) och GARCH-modellen</i>	14
2.2.3	<i>Nelson (1991) och EGARCH-modellen</i>	15
2.2.4	<i>Ding, Granger och Engle (1993) och APGARCH-modellen</i>	16
2.2.5	<i>Glosten, Jagannathan och Runkle (1993) och GJR-GARCH-modellen</i>	17
2.3	TIDIGARE STUDIER	18
2.3.1	<i>Akgiray (1989)</i>	18
2.3.2	<i>Pagan och Schwert (1990)</i>	19
2.3.3	<i>Day och Lewis (1992)</i>	20
2.3.4	<i>Tse och Tung (1992)</i>	20
2.3.5	<i>Franses och Dijk (1996)</i>	20
2.3.6	<i>Brailsford och Faff (1996)</i>	21
2.3.7	<i>Brooks och Burke (1998)</i>	21
2.3.8	<i>Brooks och Persaud (2003)</i>	22
2.3.9	<i>Sarma, Thomas och Shah (2003)</i>	22
2.3.10	<i>So och Yu (2005)</i>	23
2.3.11	<i>Balaban, Bayar och Faff (2006)</i>	23
2.3.12	<i>Pederzoli (2006)</i>	23
2.3.13	<i>Mosbahi (2006)</i>	24
3	DATAMATERIAL	25
3.1	ALLMÄNT OM DATAMATERIALET	25
3.2	VAL AV TIDSPERIOD	25
3.3	VAL AV AKTIEINDEX	26
3.4	INSAMLING AV AKTIEDATA	26
3.5	INITIAL ANALYS AV DATAMATERIALET	27
3.5.1	<i>Analys av hela tidsserien</i>	27
3.5.2	<i>Analys av de fem in-sample-perioderna</i>	28
4	METOD.....	30
4.1	BEHANDLING AV RÅDATAMATERIALET	30
4.2	MEDELVÄRDESEKVATIONEN	31
4.3	GARCH-MODELLERING	32
4.3.1	<i>AR-GARCH</i>	33
4.3.2	<i>AR-EGARCH</i>	33
4.3.3	<i>AR-APGARCH</i>	34
4.3.4	<i>AR-GJR-GARCH</i>	35
4.4	BERÄKNING AV VALUE-AT-RISK.....	36
4.5	BACKTESTING AV PREDIKTERAD VALUE-AT-RISK	37
4.5.1	<i>LR test av obetingad täckning</i>	37
4.5.2	<i>LR test av oberoende</i>	38
4.5.3	<i>LR test för täckning och oberoende</i>	40
4.6	HJÄLPMEDEL	41

5	RESULTAT OCH ANALYS	42
5.1	RESULTAT AV GARCH-MODELLERNAS SKATTNINGAR	42
5.2	PREDIKTERING AV VALUE-AT-RISK	46
5.3	UTVÄRDERING AV MODELLERNA ENLIGT CHRISTOFFERSENS TEST	47
5.3.1	<i>AR(1)-GARCH(1,1)</i>	48
5.3.2	<i>AR(1)-EGARCH(1,1)</i>	49
5.3.3	<i>AR(1)-APGARCH(1,1)</i>	52
5.3.4	<i>AR(1)-GJR-GARCH(1,1)</i>	53
5.4	JÄMFÖRELSER MELLAN MODELLERNAS TILLFÖRLITLIGHET	55
6	SLUTDISKUSSION	60
6.1	SLUTSATSER	60
6.2	FÖRSLAG TILL FRAMTIDA FORSKNING	61
7	KÄLLFÖRTECKNING	63
7.1	PUBLICERADE KÄLLOR	63
7.2	ELEKTRONISKA KÄLLOR	65
8	APPENDIX	67

1 Inledning

Detta kapitel ger en bakgrundsbeskrivning av ämnet. Vidare beskrivs studiens problem-diskussion och syfte. Därefter motiveras studiens målgrupp och avgränsningar, varpå dispositionen beskrivs.

1.1 Bakgrund

Aktörer på de finansiella marknaderna har de senaste åren mer och mer insett vikten av aktiv riskhantering, och strävar alltmer efter kraftfulla system för att hantera och prognostisera finansiell risk. Under de senaste två decennierna har finansmarknaderna drabbats av ett flertal extrema finansiella händelser, som till viss del berott på bristande riskhantering. Välkända exempel på sådana händelser är de som drabbade bland annat Barings Bank och Malaysias Centralbank, Bank Negara, där en av de gemensamma faktorerna var brister i systemen för riskhantering. Till följd av dessa har ett flertal modeller för hantering och beräkning av risk-exponering tagits fram, vidareutvecklats och blivit mer och mer kraftfulla. Ett populärt och välansvänt riskmått är det som benämns Value-at-Risk (VaR) och definieras som den maximala förlust som kan förväntas under normala marknadsförhållanden över en given tidsperiod vid ett visst konfidensintervall.¹ Detta mått har dock både för- och nackdelar. Bland fördelarna kan nämnas att Value-at-Risk ger ett generellt riskmått som enkelt kan appliceras på olika typer av tillgångar. Måttet kan även ta hänsyn till korrelationen mellan olika riskfaktorer.² Nackdelarna innefattar exempelvis att måttet baseras på givna utfall för en period som kan vara såväl historisk som predikterad, där svagheten med att grunda beräkningarna på Value-at-Risk över en historisk period, är att de antaganden som gjordes för denna tidsperiod inte rimligtvis kan spegla framtida händelser. Eftersom Value-at-Risk beräknas på en framtida

¹ Jorion (2001), sid. xxi.

² Dowd (1998), sid. 20.

predikterad tidsperiod är dess tillförlitlighet helt beroende på hur den förväntade volatiliteten över denna tidsperiod har estimerats.

Empiriska studier kring användandet av komplexa matematiska metoder har visat sig ge ökad precision i prognostiseringen av framtida kursrörelser och därmed ge ett bättre mått på Value-at-Risk, i förhållande till de enklare volatilitetsmodellerna.³ Bland de modeller som avses som enkla kan nämnas exempelvis en genomsnittsberäkning av historiska avkastningar, glidande medelvärde och enkel linjär regression. Till de mer komplexa modellerna hör olika typer av ARCH- och GARCH-modeller.

1.2 Problemdiskussion

Då det utvecklats en mängd olika metoder för estimering och prediktering av finansiella kursrörelser, är det inte helt självklart för aktörer på de finansiella marknaderna vilken metod som bäst lämpar sig för varje enskild aktörs behov. Ett problem som förknippas med prediktering av framtida riskexponering är svårigheten att göra estimeringar som sammanfaller så nära som möjligt med de realiserade framtida utfallen. En överestimering av den framtida Value-at-Risk-nivån innebär att aktörer således blir tvungna att binda en större mängd kapital än vad som i realiteten skulle behövas för att täcka eventuella förluster. Finansiella aktörer torde alltså föredra modeller som snarare tenderar att underskatta den framtida riskexponeringen än de som överskattar densamma. Från ett myndighetsperspektiv bör förhållningssättet rimligtvis vara det motsatta, eftersom en överestimering av aktörers riskexponering innebär att en större mängd kapital kommer att allokeras till att täcka eventuella förluster, vilket därmed implicit minskar den risk som myndigheterna exponeras för. Gemensamt för de aktörer och myndigheter som använder sig av prediktering och hantering av finansiell riskexponering, är dock att modeller vars predikterade utfall med högst tillförlitlighet överensstämmer med det faktiska utfallet torde vara att föredra. Anledningen till detta är att såväl aktörer som myndigheter har fördel av den ökade grad av effektivitet som ett välanpassat förhållande till riskexponering medför, då detta ger ökade avkastningsmöjligheter vid varje risknivå.

³ Se exempelvis Mosbahi (2006), sid. 2.

Ett flertal studier har gjorts med syfte att jämföra tillförlitligheten av predikteringsförmågan av framtida volatilitet mellan hur väl enklare estimeringsmetoder ställer sig mot mer avancerade metoder såsom exempelvis olika typer av ARCH- och GARCH-modeller. Resultaten av dessa studier har varierat, med avseende på vilka modeller som bäst predikterat framtida volatilitet, men förutsatt att volatiliteten inte håller en konstant nivå över det studerade tidsintervallet, har ARCH- och GARCH-modeller visat sig mestadels ge bättre predikteringar.⁴

Fördelen med ARCH- och GARCH-modeller, i jämförelse med de enklare modellerna, är att dessa tar hänsyn till bland annat volatilitetskluster, vilket innebär att residualerna vid olika tidpunkter är starkt korrelerade med varandra, det vill säga att de är autokorrelerade.⁵ Detta innebär att stora förändringar i aktiepriset vid en tidpunkt återföljs av stora förändringar i efterkommande tidpunkt, och omvänt att små aktieprisförändringar följs av små förändringar. Volatiliteten vid en tidpunkt är med andra ord positivt korrelerad med volatiliteten i den efterföljande tidpunkten.⁶

Det torde därför vara intressant att studera predikteringsförmågan hos några olika typer av GARCH-modeller och därmed undersöka om någon av dessa modeller är överlägsen de övriga GARCH-modellerna när det gäller förhållandet mellan den predikterade och den realiserade volatiliteten. Eftersom Value-at-Risk beräknas på volatiliteten i finansiell data innebär detta att möjligheten till effektiv riskhantering ökar vid mer tillförlitliga predikteringar.

Ovanstående problemdiskussion leder till fokuseringen på det som den här studien ämnar undersöka, det vill säga vilken typ av GARCH-modell som ger den mest tillförlitliga prognostiseringen av den framtida volatiliteten av det svenska aktieindexet "OMX Stockholm 30 Index"⁷ under den valda tidsperioden och därmed öka tillförlitligheten av predikterad Value-at-Risk. Studien kommer att fokusera på fyra olika typer av GARCH-modeller: GARCH, EGARCH, APGARCH och GJR-GARCH. Det som gör dessa fyra modeller intressanta är dels det utbredda användandet av den vanliga GARCH-modellen, vilken även skiljer sig mot de andra tre modellerna i studien, och dels att EGARCH, APGARCH och

⁴ Se exempelvis Brailsford & Faff (1996), sid. 436.

⁵ Brooks (2004), sid. 445.

⁶ Ibid., sid. 445.

⁷ Fortsättningsvis benämns "OMX Stockholm 30 Index" med OMXS30.

GJR-GARCH även inkluderar möjligheten att ta hänsyn till den påverkan som nyhetseffekter har på volatiliteten.

Frågeställningen för denna studie formuleras till: *Vilken eller vilka av de fyra modellerna GARCH, EGARCH, APGARCH och GJR-GARCH ger den mest tillförlitliga predikteringen av framtida Value-at-Risk för konfidensintervallen 90 procent, 95 procent och 99 procent?*

1.3 Syfte

Syftet med denna studie är att undersöka vilken, eller vilka, av de fyra modellerna GARCH, EGARCH, APGARCH och GJR-GARCH som ger mest tillförlitliga predikteringar av Value-at-Risk för en aktieportfölj bestående av de trettio största aktierna på Stockholmsbörsen, vilken i denna studie representeras av aktieindexet OMXS30. Genom att använda en modell som ger högre tillförlitlighet för predikterad Value-at-Risk kan därmed aktörer på finansmarknaden minska sina kapitalbuffertar.

1.4 Målgrupp

Denna studie riktar sig främst till studenter på magisternivån inom finansiell ekonomi. Eftersom studien använder sig av avancerade matematiska metoder är förhoppningen att denna kan användas som utgångspunkt för vidare studier inom ämnet, då främst av yrkesverksamma personer såsom kapitalförvaltare. Ämnet bör sannolikt även intressera olika finansiella institutioner, såsom exempelvis banker och pensionsfonder, som har intresse av att prediktera Value-at-Risk med hjälp av GARCH-modeller, istället för med de enklare modellerna såsom Exponentially Weighted Moving Average⁸ och det historiska medelvärdet.

⁸ Fortsättningsvis benämns Exponentially Weighted Moving Average med förkortningen EWMA.

1.5 Avgränsningar

Ett flertal tidigare studier har fokuserat på att analysera och jämförta olika volatilitetsmodeller såsom EWMA, RiskMetrics och GARCH. Denna studie fokuserar istället på att jämföra olika GARCH-modeller då dessa är mer komplexa och rimligtvis torde ge bättre predikteringsförmåga, i synnerhet över perioder med varierande grad av volatilitet.

För att undersöka vilken modell som bäst kan prediktera den framtida volatiliteten har denna studie koncentrerats till fyra olika GARCH-modeller. Dessa är GARCH, EGARCH, APGARCH och GJR-GARCH. Modellerna appliceras på aktieindexet OMXS30.

Tidsperioden som används i studien är 1996-12-31 till 2006-12-29, det vill säga totalt 10 år.

1.6 Disposition

Uppsatsen är disponerad på följande sätt: Nästa kapitel, *kapitel 2*, ger en beskrivning av begreppet Value-at-Risk, utvecklingen av olika typer av ARCH/GARCH-modeller, samt en genomgång av tidigare forskning inom det område som studien fokuserar på. I *kapitel 3*, beskrivs det datamaterial som studien baseras på, samt val av tidsperiod och aktieindex. Även en initial analys av datamaterialets egenskaper presenteras. Därefter följer ett metodkapitel, *kapitel 4*, där studiens tillvägagångssätt beskrivs samt de hjälpmedel som använts. *Kapitel 5* redovisar och analyserar de resultat som erhållits. Studien avslutas med en slutdiskussion som innefattar slutsatser och förslag till framtida forskning, vilket presenteras i *kapitel 6*. I *kapitel 7* återfinns de referenser som studien använt. Det sista kapitlet, *kapitel 8*, visar ett antal figurer som förtydligar studien.

2 Teori

Detta kapitel börjar med en bakgrundsbeskrivning gällande Value-at-Risk och utvecklingen av olika ARCH/GARCH-modeller. Därpå beskrivs ett antal tidigare studier inom området.

2.1 Utveckling av Value-at-Risk

Måttet för Value-at-Risk togs fram som följd av en mängd olika finansiella katastrofer som inträffade under nittiotalet. Det visade sig att mycket stora kapitalbelopp kunde gå förlorade vid bristande övervakning och kontroll av medarbetare.⁹

Malaysias centralbank, Bank Negara, förlorade i början av nittiotalet flera miljarder dollar på grund av att de spekulerade i att pundet skulle stanna inom European Monetary System (EMS). Pundet försvann sedermera från EMS och detta ledde i sin tur till förluster för banken.¹⁰

Ett annat exempel på storförluster som gjordes under nittiotalet är den som drabbade Barings Bank. Banken var mycket gammal och väletablerad, 233 år, men förlorade 1,3 miljarder dollar på grund av en enda medarbetare vid namn Nicholas Leeson. Denna storförlust ledde till att banken 1995 tvingades i konkurs. Det som skedde var att Leeson spekulerade i derivat med exponering endast mot den Japanska marknaden. När denna marknad sedan föll med mer än 15 procent ledde detta till stora förluster. Leeson trodde däremot på en vändning uppåt och ökade Barings Banks innehav av derivaten utan att någon annan hade vetskap om de stora positionerna. Det visade sig senare att Leeson hade fel och ingen vändning kom. Leeson spenderade efter detta felsteg 43 månader i fängelse i Singapore. Han släpptes sedermera 1999.¹¹

⁹ Jorion (2001), sid. 22.

¹⁰ Ibid., sid. 34.

¹¹ Ibid., sid. 33-36.

Styrelseordföranden i JP Morgan, Dennis Weatherstone, var intresserad av att veta den möjliga förlust som investmentbanken riskerade under en tjugofyrtimmarsperiod. JP Morgan utarbetade därför ett system som baserades på sedvanlig portföljvalsteori. Detta system kom att kallas för RiskMetrics och offentliggjordes 1994.¹²

The Basel Committee föreslog i mitten på nittiotalet hur banker med betydande handel skulle gå tillväga för att prognostisera volatiliteten. Kommittén krävde att bankerna skulle lägga undan kapital för att täcka marknadsrisken. Förslaget innebar att de banker som påverkades, själva hade möjlighet att bestämma vilken Value-at-Risk-modell som skulle användas.¹³

Vid estimering av Value-at-Risk används ofta tre olika konfidensintervall som standard, 90 procent, 95 procent och 99 procent. Ett konfidensintervall definieras i det här fallet som ”förluster som bedöms vara ‘tillräckligt’ osannolika för att kunna ignoreras ur risksynpunkt”. De kritiska värdena för dessa tre intervall erhålls från normalfördelningstabellen.¹⁴

För att ge en bild av Value-at-Risk vid konfidensintervallet 99 procent illustreras följande exempel: Antag att priset på en aktie är 80 kronor idag och att den dagliga standardavvikelsen, σ , är tio kronor. En person som äger aktien ställer sig följande fråga: ”Om det är en dålig dag imorgon, vad är min maximala förlust vid olika konfidensintervall?” Antag att dessa dåliga dagar inträffar en gång på 100, det vill säga en procent, och att avkastningarna är normalfördelade runt aktiepriset idag, 80 kronor. Det är med andra ord en procents risk att den dåliga dagen inträffar imorgon. Sannolikheten är en procent att aktien ökar till ett värde av $80 + 2,33 \cdot \sigma = 103,3$ kronor eller mer, och omvänt att risken att priset på aktien faller till $80 - 2,33 \cdot \sigma = 56,70$ kronor eller mer, är en procent. Med andra ord är det 99 procents sannolikhet att personen i fråga kommer att förlora mindre än $80 - 56,70 = 23,30$ kronor. Denna summa kan sägas vara aktiens Value-at-Risk vid konfidensintervallet 99-procent.¹⁵

När konfidensintervallet minskas till 95 procent, det vill säga att den dåliga dagen kan inträffa imorgon med fem procents sannolikhet, är risken fem procent att priset på aktien faller till

¹² Ibid., sid. 44.

¹³ Ibid., sid. 119.

¹⁴ Söderlind (2001), sid. 76.

¹⁵ Saunders & Allen (2002), sid. 85.

$80 - 1,96 \cdot \sigma = 60,40$ eller lägre. Med 95 procents sannolikhet kommer förlusten att vara mindre än $80 - 60,40 = 19,60$ kronor. Aktiens Value-at-Risk vid konfidensintervallet 95 procent är därmed 19,60 kronor.

Value-at-Risk för 95-procentsnivån kan definieras som den mängd kapital, i procent av det ursprungliga värdet på positionen, som krävs för att täcka 95 procent av den förväntade förlusten.¹⁶

De aktörer som använder sig av Value-at-Risk föredrar oftast ett lägre konfidensintervall framför ett högre. När ett högre konfidensintervall väljs blir den förväntade förlusten, som illustrerats ovan, högre. Det krävs därmed mer kapital för att täcka en eventuell förlust om den skulle inträffa.¹⁷

2.2 Utveckling av olika ARCH/GARCH-modeller

Det har sedan början av åttiotalet utvecklats ett flertal olika ARCH- och GARCH-modeller. Nedanstående avsnitt ger en övergripande förklaring till dessa modeller.

2.2.1 Engle (1982) och ARCH-modellen

Elementära statistiska modeller förklarar endast en liten del av volatiliteten eftersom denna hamnar i modellernas residual. Residualernas förväntade varians antas därefter vara konstant över tiden. Detta bestreds av Engle som istället antog att variansen av residualerna, i en viss tidsperiod, beror på tidigare realiserade residualer, det vill säga att stora residualer följs av stora residualer och tvärtom. Detta kallas att residualerna är autoregressivt betingat heteroskedastiska. Den modell som Engel utvecklade antar att medelvärdet är noll, samt att processen är okorrelerad med ickekonstant varians beroende av föregående periods varians. Modellen baseras dock på konstant obetingad varians. Engle använde modellen för att estimera medelvärde och varians på inflationen i England. Resultatet blev att den ARCH-

¹⁶ Brooks & Persaud (2003), sid. 8.

¹⁷ Dowd (1998), sid. 52.

modell som Engle tog fram visade mer realistiska och bättre prognostiseringar av den framtida variansen.¹⁸

Formeln för beräkning av den betingade variansen ser ut på följande sätt:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

där

ω betecknar en konstant,

α_i är ARCH-koefficienten,

och ε_{t-i}^2 är de kvadrerade residualerna från medelvärdesekvationen från den föregående tidpunkten.

2.2.2 Bollerslev (1986) och GARCH-modellen

Bollerslev utgick från den modell som Engle tog fram 1982, men med den skillnaden att variansen för residualerna i en viss period inte enbart beror på tidigare residualer, utan även antas bero på variansen i tidigare perioder. Den modell som Bollerslev utvecklade kallas GARCH och är en generalisering av ARCH-modellen. Resultatet av studien visar att GARCH ger bättre predikteringar av volatiliteten på längre sikt än ARCH-modellen.¹⁹

Formeln för beräkning av den betingade variansen ser ut på följande sätt:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

där

¹⁸ Engle (1982), sid. 987.

¹⁹ Bollerslev (1986), sid. 307-308.

ω betecknar en konstant,

α_i är ARCH-koefficienten,

β_i är GARCH-koefficienten,

σ_{t-i}^2 är föregående periods betingade varians

och ε_{t-i}^2 är de kvadrerade residualerna från medelvärdesekvationen från den föregående tidpunkten.

För att modellen ska uppfylla kravet på stationaritet måste $\alpha + \beta$ vara mindre än ett.²⁰

2.2.3 Nelson (1991) och EGARCH-modellen

Nelson tog fram den modell som kallas Exponential GARCH, EGARCH, genom att analysera de negativa aspekterna av de fram till denna tidpunkt utforskade GARCH-modellerna. Till skillnad från dessa modeller inkluderar EGARCH en leveragekoefficient som tar hänsyn till att negativa nyheter påverkar volatiliteten mer än positiva nyheter av samma storlek. De tre stora begränsningar som tidigare GARCH-modeller påvisade var följande:

- Även då tidigare forskning visade på negativ korrelation mellan volatiliteten i avkastningar idag och framtida volatilitet, togs inte detta med i beräkningarna.
- Modellerna införde restriktioner på koefficienterna som inte stämde överens med de estimerade koefficienterna.
- En tredje begränsning var hur modellen tolkade graden av bestående förändringar i den betingade variansen, vilket orsakats av nyhetschocker.²¹

För att testa modellen estimerade Nelson, för åren 1962 till 1987, en riskpremie på CRSP som är ett värdeviktat marknadsindex. Resultatet blev att Nelson kom fram till en modell som tog hänsyn till ovanstående tre begränsningar.²²

Formeln för beräkning av den betingade variansen ser ut på följande sätt:

²⁰ Jorion (2001), sid. 188.

²¹ Nelson (1991), sid. 349.

²² Ibid., sid. 347.

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^q \beta_i \ln(\sigma_{t-i}^2) + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{i=1}^r \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}}$$

där

ω betecknar en konstant,

α_i är ARCH-koefficienten,

β_i är GARCH-koefficienten,

σ_{t-i}^2 är föregående periods betingade varians,

σ_{t-i} är föregående periods betingade standardavvikelse,

ε_{t-i} är residualerna från medelvärdesekvationen från den föregående tidpunkten

och γ_i är leveragekoefficienten som indikerar graden av leverageeffekt, vilket innebär asymmetri om värdet är skilt från noll.

2.2.4 Ding, Granger och Engle (1993) och APGARCH-modellen

Ding, Granger och Engle utvecklade den modell som kom att kallas Asymmetric Power GARCH, APGARCH. Modellen kan sägas innehålla de egenskaper som de övriga GARCH-modellerna innehåller, samt att den även tillåter exponenten, κ , att estimeras från data-materialet, vilken vanligtvis antas vara två.²³ I APGARCH inkluderas även en asymmetrisk respons på nyheter, γ_i . Detta är den leverageeffekt som även inkluderas i EGARCH och GJR-GARCH. Denna så kallade leverageeffekt innebär att negativa nyheter förorsakar högre volatilitet än positiva nyheter.²⁴

Formeln för den betingade variansen ser ut på följande sätt:

$$\sigma_t^\kappa = \omega + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^\kappa + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left(\left| \varepsilon_{t-i} \right| - \gamma_i \varepsilon_{t-i} \right)^\kappa$$

²³ Ding, Granger & Engle (1993), sid. 100.

²⁴ Brooks (2004), sid. 469.

där

ω betecknar en konstant,

α_i är ARCH-koefficienten,

β_i är GARCH-koefficienten,

σ_{t-i}^κ är föregående periods betingade varians,

ε_{t-i} är residualerna från medelvärdesekvationen från den föregående tidpunkten,

γ_i är leveragekoefficienten som indikerar graden av leverageeffekt, vilket innebär asymmetri om värdet är skilt från noll

och κ är exponenten

samt att $\kappa > 0$ och $|\gamma_i| \leq 1$ för $i = 1, \dots, r$ och $\gamma_i = 0$ för alla $i > r$ och $r \leq p$

Om $\kappa = 2$, α_i antar vilket värde som helst och $\beta_i = \gamma_i = 0$ för alla i , är denna modell ekvivalent med Engles ARCH-modell.²⁵

Om $\kappa = 2$, α_i och β_i antar vilket värde som helst och $\gamma_i = 0$ för alla i , är denna modell ekvivalent med Bollerslevs GARCH-modell.²⁶

2.2.5 Glosten, Jagannathan och Runkle (1993) och GJR-GARCH-modellen

Genom att förändra den vanliga GARCH-modellen och tillåta säsongeffekter i volatiliteten, genom att involvera dummyvariabler, samt att positiva och negativa nyheter har olika påverkan på den betingade variansen, utvecklade Glosten, Jagannathan och Runkle den modell som kom att kallas GJR-GARCH. Resultatet av den studie som Glosten, Jagannathan och Runkle genomförde, visade att det fanns en svag negativ korrelation mellan de betingade framtida avkastningarna och den betingade framtida volatiliteten.²⁷

²⁵ Ding, Granger & Engle (1993), sid. 88.

²⁶ Ibid., sid. 90.

²⁷ Glosten, Jagannathan & Runkle (1993), sid. 1779.

Formeln för den betingade variansen ser ut på följande sätt:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^r \gamma_i \varepsilon_{t-i}^2 \Gamma_{t-i}$$

där

ω betecknar en konstant,

α_i är ARCH-koefficienten,

β_i är GARCH-koefficienten,

σ_{t-i}^2 är föregående periods betingade varians,

ε_{t-i}^2 är de kvadrerade residualerna från medelvärdesekvationen från den föregående tidpunkten

och γ är leveragekoefficienten som indikerar graden av leverageeffekt, vilket innebär asymmetri om värdet är skilt från noll.

GJR-GARCH-modellen innehåller även nedanstående dummyvariabel.

$$\Gamma_t = \begin{cases} 1 & \text{om } \varepsilon_t < 0 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

där $\varepsilon_t < 0$ innebär att nyheten är negativ. Detta medför att modellen enbart tar hänsyn till effekten av negativa nyheter.

2.3 Tidigare studier

2.3.1 Akgiray (1989)

Akgiray presenterade 1989 en studie av volatiliteten på den amerikanska aktiemarknaden. Studien gick emot den allmänna uppfattningen om att aktieavkastningar är oberoende av

varandra och linjära. Tidsperioden som studien undersökte var 1963 till 1986, det vill säga totalt 24 år. Denna tidsperiod delades upp i fyra delar om 6 år för att analyseras såväl separat som tillsammans. De modeller som Akgiray jämförde var det historiska medelvärdet, EWMA, ARCH och GARCH. Studien visade att GARCH(1,1) gav den bästa predikteringen av den framtida volatiliteten och att skillnaden i predikteringen mellan modellerna var som störst i perioder med hög volatilitet. ARCH och GARCH visade sig även vara mer precisa när förändringarna i volatiliteten varade i flera månader. Detta beror på att nästa periods varians är en funktion av den aktuella periodens realiserade varians.²⁸

2.3.2 Pagan och Schwert (1990)

Pagan och Schwert undersökte i den studie som publicerades 1990 bland annat GARCH(1,2) och EGARCH(1,2). Studien syftade till att undersöka vilken av dessa modeller som var den bästa för att prediktera volatiliteten. Datamaterialet som studien baserades på var dagliga aktieavkastningar på den amerikanska marknaden. Den tidsperiod som användes för att estimeras parametrarna var åren 1835-1925. Prognoser för volatiliteten gjordes sedan för åren 1926-1937. Denna period innefattar den stora depressionen som varade i cirka 10 år, från 1929-1939.²⁹ Eftersom detta var en mycket volatil period, visade det sig att både GARCH och EGARCH passade datamaterialet, eftersom dessa modeller tar hänsyn till motståndet i volatiliteten. Med motstånd menas att om det kommer en period med hög volatilitet, det vill säga någon form av nyhet, försvinner inte denna effekt på bara några dagar utan då modellerna baseras på tidigare observationer hänger denna med ett tag för att därefter sakta försvinna.³⁰

Slutsatsen i studien blev att EGARCH visade sig vara den bättre av de två modellerna.³¹

²⁸ Akgiray (1998), sid 58-78.

²⁹ Pagan & Schwert (1990), sid. 269.

³⁰ Ibid., sid. 282-283.

³¹ Ibid., sid. 284.

2.3.3 Day och Lewis (1992)

Day och Lewis gjorde en studie gällande den framtida volatiliteten på prisförändringen av köpoptioner på Standard and Poor's 100 index. Studien jämförde bland annat GARCH och EGARCH. Tidsperioden som undersöktes var mars 1983 till december 1989. Genom out-of-sample-prediktering fann Day och Lewis att GARCH gav bättre prediktering än EGARCH gällande den framtida volatiliteten.³²

2.3.4 Tse och Tung (1992)

Tse och Tung gjorde 1992 en studie av volatiliteten på aktiemarknaden i Singapore under åren 1975-1988. De modeller som studien använde för att prognostisera volatiliteten var det historiska medelvärdet, EWMA och GARCH. Tidsperioden delades upp i fyra lika stora delar, à 850 observationer. De 850 observationerna delades sedan upp i två subperioder, à 425 observationer. De första 425 observationerna användes för att estimeras koefficienterna. Prognostisering av volatiliteten gjordes sedan på efterföljande månad, sammanlagt 25 observationer. Resultatet av studien visade att EWMA gav den bästa predikteringen av den framtida volatiliteten, samt att GARCH var den modell som sämst lyckades prediktera volatiliteten.³³

2.3.5 Franses och Dijk (1996)

Franses och Dijk jämförde ett antal olika GARCH-modeller, däribland EGARCH och GJR-GARCH, på fem olika aktiemarknader. Dessa var Tyskland, Holland, Spanien, Italien och Sverige. Tidsperioden som studiens beräkningar grundade sig på, löpte över åren 1986-1994, det vill säga totalt nio år. De första fyra åren användes för att estimeras de olika koefficienter som behövdes. Den andra delen av datamaterialet, det vill säga 1990-1994, användes sedan för att utvärdera predikteringen av volatiliteten.³⁴

³² Day & Lewis (1992), sid. 267.

³³ Tse & Tung (1992), sid. 2.

³⁴ Franses & Dijk (1996), sid. 231.

Resultaten av denna studie var att skattningen för EGARCH inte fann någon konvergens, det vill säga att ingen bra skattning uppnåddes. GJR-GARCH-modellen visade sig inte heller vara bra, då modellen inte gav tillförlitliga predikteringar av framtida volatilitet. Det bör dock nämnas att studien exkluderade exceptionella händelser såsom börskraschen 1987.³⁵

2.3.6 Brailsford och Faff (1996)

Brailsford och Faff studerade volatiliteten på den australiensiska aktiemarknaden. De olika prognosmodellerna som användes var Random Walk, historiskt medelvärde, EWMA, enkel linjär regression, GARCH(1,1), GARCH(3,1), GJR-GARCH(1,1) och GJR-GARCH(3,1). Den totala tidsperioden som studien innefattade var 1974-1993. In-sample-perioden innefattade åren 1974-1985, det vill säga då koefficienterna estimerades. Därefter följde en out-of-sample-period, vilken innefattade åren 1986-1993, det vill säga då predikteringen av volatiliteten skedde. Brailsford och Faff fann att rankingen av modellernas predikteringsförmåga beror på valet av residualernas statistika, men att GJR-GARCH(1,1) kan anses vara den bästa modellen och EWMA den sämsta. Ingen av de enklare modellerna såsom Random Walk och det historiska medelvärdet visade någon större tillförlitlighet.³⁶

2.3.7 Brooks och Burke (1998)

Brooks och Burke undersökte om det fanns en modell som gav en förbättrad prediktering på out-of-sample-volatiliteten jämfört med GARCH(1,1) genom att välja den optimala in-sample-modellen AR(k)-GARCH(p,q). Resultatet blev att det fanns andra modeller som gav bättre predikteringar på korta perioder än GARCH(1,1), men att GARCH(1,1) föredrogs när medelvärdet av de kvadrerade residualerna användes.³⁷

³⁵ Ibid., sid. 234.

³⁶ Brailsford & Faff (1996), sid. 419, 436.

³⁷ Brooks & Burke (1998), sid. 273-278.

2.3.8 Brooks och Persand (2003)

Brooks och Persand genomförde en studie av tre olika index i England, samt en portfölj av dessa. Dessa index var FTSE All Share Total Return Index, FTA British Government Bond Index och Reuters Commodities Price Index. Studien använde sig av en mängd olika modeller, däribland GARCH(1,1), GJR-GARCH(1,1) och EGARCH(1,1). Tidsperioden som studien fokuserade på sträckte sig från 1980-01-01 till 1999-03-25. Detta motsvarar totalt 4 865 observationer. De första 1 250 observationerna användes för att estimeras koefficienterna. Konfidensintervallen som undersöktes var 95 procent och 99 procent. Resultaten visade att ingen av de modeller som undersöktes var tillfredsställande på 99-procentsnivån. På 95-procentsnivån gav däremot GARCH(1,1) tillförlitliga predikteringar av Value-at-Risk, men det fanns en tendens till överestimering av volatiliteten. EGARCH(1,1) var den modell som gav sämst predikteringar. Slutsatsen av studien var dock att de enklare modellerna föredras framför olika GARCH-modeller för Value-at-Risk-predikteringar.³⁸

2.3.9 Sarma, Thomas och Shah (2003)

Genom att använda Standard & Poor's 500 Index och Indiens NSE 50 Nifty Index undersökte Sarma, Thomas och Shah en tvåstegsmetod för att välja den volatilitetsmodell som passade datamaterialet bäst. Metoden gick ut på att först undersöka modellernas statistiska egenskaper och därefter använda en loss-funktion.³⁹

Studien använde sig av 1 250 dagliga observationer för att estimeras koefficienterna i varje modell. Koefficienterna användes sedan för att prediktera Value-at-Risk på den 1 251:a observationen och så vidare. Modellerna som estimerades var bland annat EWMA, Risk-Metrics och GARCH. Studien fann att ingen specifik modell kunde appliceras och anses vara överlägsen de andra för att prediktera framtida Value-at-Risk.⁴⁰

³⁸ Brooks & Persand (2003), sid. 1-22.

³⁹ Sarma, Thomas & Shah (2003), sid. 337.

⁴⁰ Ibid., sid. 356-357.

2.3.10 So och Yu (2005)

So och Yu undersökte sju olika GARCH-modeller för att se vilken modell som bäst kunde prediktera den framtida volatiliteten för tolv stycken marknadsindex och fyra valutakurser. Studien använde Maximum Likelihood för att estimerade koefficienterna från den första delen av datamaterialet. Därefter valdes konfidensintervallen 99 procent, 97,5 procent och 95 procent. Resultatet blev att GARCH var en bra modell på kort sikt, men att GARCH gav dåliga predikteringar på lång sikt. So och Yu drog även slutsatsen att denna asymmetri kan bero på skev distribution i avkastningarna och/eller volatilitetasymmetrin.⁴¹

2.3.11 Balaban, Bayar och Faff (2006)

Balaban, Bayar och Faff jämförde, i den studie som presenterades 2006, en mängd olika modeller för att undersöka vilken eller vilka som bäst kunde prediktera volatiliteten på olika aktiemarknader. Studien innefattade åren 1988-1997. De första fem åren användes för att estimerade koefficienterna medan den andra perioden användes för prediktering av volatiliteten. De modeller som analyserades var bland annat Random Walk, det historiska medelvärdet, ARCH, GARCH, EGARCH och GJR-GARCH. Studien innefattade månadsvis daglig avkastning på femton olika aktiemarknader. För att jämföra de olika modellerna användes loss-funktioner. Vid de tillfällen då modellerna underestimerade volatiliteten för en given tidsperiod, visade det sig att ARCH-modellen gav den bästa predikteringen, medan Random Walk-modellen gav den sämsta predikteringen. När det gällde överestimering av volatiliteten visade sig ARCH-modellen ge den sämsta predikteringen.⁴²

2.3.12 Pederzoli (2006)

Pederzoli jämförde olika ARCH-modeller och stokastiska volatilitetsmodeller. De modeller som undersöktes var GARCH(1,1), EGARCH(1,1) samt AR(1). Datamaterialet som studien grundade sig på var aktiedata från den amerikanska marknaden under åren 1990-2001.

⁴¹ So & Yu (2005), sid. 181.

⁴² Balaban, Bayar & Faff (2006), sid. 171-179.

Modellerna användes sedan för att beräkna dagliga volatilitetspredikteringar. Pederzoli fann att EGARCH var den modell som bäst predikterade volatiliteten.⁴³

2.3.13 Mosbahi (2006)

Mosbahi jämförde olika Value-at-Risk-modeller för att prognostisera volatiliteten på den tunisiska valutan. Studien använde sig av den dagliga avkastningen på fem olika växelkurser. Den första perioden, in-sample, som löpte från 2001-01-02 till 2003-03-12 användes för att räkna fram stabila koefficienter. Den period som därefter användes för att prognostisera Value-at-Risk med konfidensintervallet 95 procent var 2003-03-13 till 2005-10-17, det vill säga out-of-sample.⁴⁴

Några av de modeller som analyserades var GARCH(1,1), EGARCH(1,1) och APGARCH(1,1).⁴⁵ För att undersöka vilken modell som bäst kunde prediktera den framtida volatiliteten använde Mosbahi av bland annat Christoffersens test.⁴⁶

Slutsatsen av Mosbahis studie var att ingen av de undersökta modeller som använts för prediktering av framtida Value-at-Risk var jämförelsevis överlägsen de andra.⁴⁷

⁴³ Pederzoli (2006), sid. 55.

⁴⁴ Mosbahi (2006), sid. 1-4.

⁴⁵ Ibid., sid. 7-14.

⁴⁶ Ibid., sid. 19.

⁴⁷ Ibid., sid. 23.

3 Datamaterial

I detta kapitel redovisas det datamaterial som använts i studien. Även val av tidsperiod och aktieindex beskrivs. En initial analys av datamaterialets egenskaper presenteras också.

3.1 Allmänt om datamaterialet

Det grunddatamaterial som behövdes för att genomföra undersökningen är historisk kursutveckling, över tidsperioden 1996-12-31 till 2006-12-29, för aktieindexet OMXS30.

3.2 Val av tidsperiod

Studien har koncentrerats till en tidsperiod om 10 år, vilket torde vara tillräckligt för att erhålla tillförlitliga resultat. Valet av tidsperiod har även gjorts med hänsyn till att den innefattar ett antal extrema händelser på finansmarknaden och perioder med hög respektive låg volatilitet. Den totala tidsperiod som studien omfattar sträcker sig därför från 1996-12-31 till 2006-12-29, det vill säga totalt 10 år. Denna har delats upp i fem perioder som vardera innefattar fem år, som överlappar varandra med fyra år i taget samt att ett år läggs till i varje period. Dessa fem perioder är de så kallade in-sample-perioderna, på vilka modellkoefficienterna skattas. Efter varje in-sample-period följer en ettårig out-of-sample-period, som är den period som används för prediktering. En specificering av de fem tidsperioderna visas i tabell 3.1 nedan.

Tabell 3.1 Tidsperioder

Figuren visar de fem tidsperioder som datamaterialet har fördelats över. In-sample-perioderna används för att skatta GARCH-modellernas koefficienter och ge stabila estimat av den betingade volatiliteten. Out-of-sample-perioderna används för prediktering av den framtida betingade volatiliteten.

Tidsperiod	In-sample	Out-of-sample
P0	1997-01-01 till 2001-12-31	2002-01-01 till 2002-12-31
P1	1998-01-01 till 2002-12-31	2003-01-01 till 2003-12-31
P2	1999-01-01 till 2003-12-31	2004-01-01 till 2004-12-31
P3	2000-01-03 till 2004-12-31	2005-01-03 till 2005-12-30
P4	2001-01-01 till 2005-12-30	2006-01-02 till 2006-12-29

3.3 Val av aktieindex

För att underlätta beräkningarna har ett aktieindex använts. Detta aktieindex är OMXS30. Avsikten är att detta aktieindex kan tänkas representera en portfölj bestående av de trettio största bolagen på Stockholmsbörsen. Fördelen med att använda ett aktieindex istället för att på egen hand sätta ihop en portfölj och därefter basera beräkningarna på denna är att förhållandet mellan aktierna, vilken hela tiden förändras, inte behöver tas i beaktande.⁴⁸

Då de aktier som vid varje tidpunkt ingår i OMXS30 kontinuerligt förändras, genom anledningar såsom att företag bland annat växer olika snabbt eller försvinner från börsen, torde detta index ge en realistisk bild av en aktieportfölj som kan tänkas hållas av någon aktör på finansmarknaden.

3.4 Insamling av aktiedata

För insamlingen av historisk prisutveckling för aktieindexet OMXS30, har databasen Datastream använts. Därifrån hämtades stängningskursen för varje handelsdag över den valda tidsperioden. Totalt omfattar det insamlade materialet 2 607 mätvärden, vilket i denna studie representerar antalet handelsdagar.

⁴⁸ Jorion (2001), sid. 104.

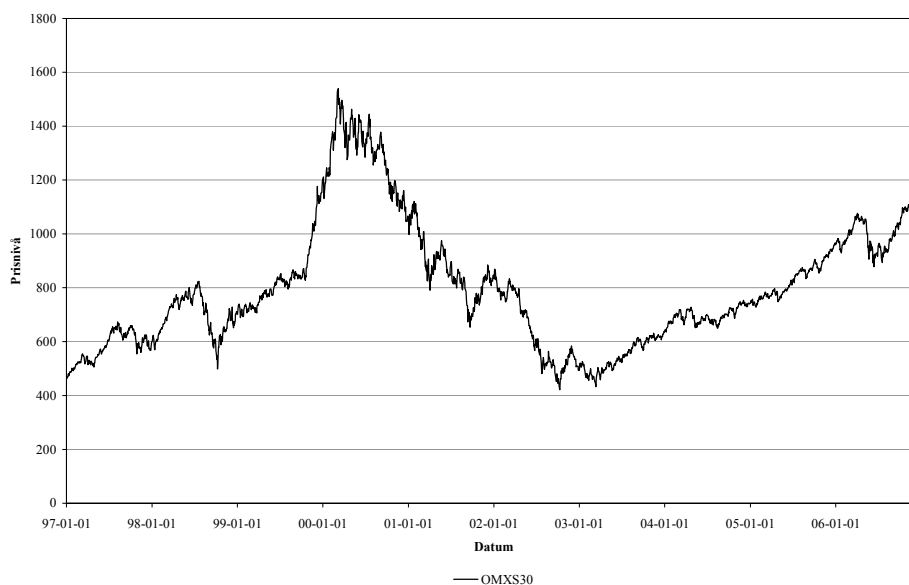
3.5 Initial analys av datamaterialet

3.5.1 Analys av hela tidsserien

Den studerade tidsperioden är intressant då den innehåller såväl finansiella uppgångar som nedgångar. Bland annat innefattas perioden av den stora uppgången och fallet inom informationsteknologisektorn. Figur 3.1 nedan ger en grafisk bild av prisutvecklingen för OMXS30 över tidsperioden 1997-01-01 till 2006-12-29.

Figur 3.1 Prisutveckling av OMXS30 under åren 1997 till 2006

Figuren visar den dagliga prisutvecklingen av indexet OMXS30 för tidsperioden 1997 till 2006.

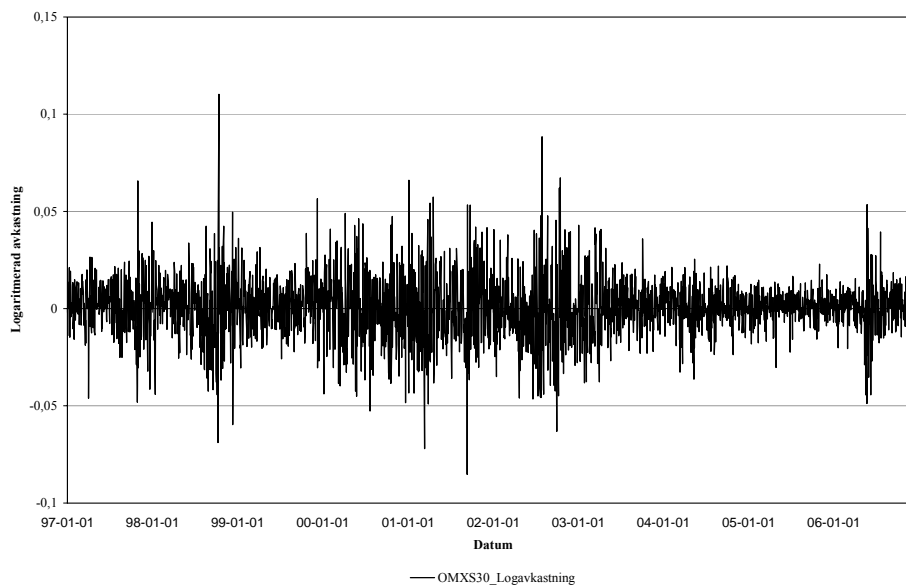


Figur 3.2 nedan visar den logaritmerade avkastningen över tidsperioden 1997-01-01 till 2006-12-29. En visuell analys av serien visar att det torde finnas volatilitetskluster i denna period, det vill säga att volatiliteten inte är konstant utan den förändras över perioden. Då GARCH-modeller har fördelen att de kan hantera problemet med volatilitetskluster, kan dessa vara användbara i sammanhanget.⁴⁹

⁴⁹ Engel (2001), sid. 158.

Figur 3.2 Logaritmerad daglig avkastning för OMXS30 under åren 1997 till 2006

Figuren visar den dagliga logaritmerade avkastningen för aktieindexet OMXS30 för tidsperioden 1997 till 2006.



3.5.2 Analys av de fem in-sample-perioderna

Statistiska egenskaper för tidsperioden 1997-01-01 till 2005-12-30, samt de fem in-sample-perioderna för den logaritmerade avkastningsdatan visas i tabell 3.2 nedan.

Tabell 3.2 Beskrivande statistika för OMXS30s egenskaper

Tabellen visar beskrivande statistika gällande OMXS30s dagliga logaritmerade avkastning för såväl tidsperioden 1997 till 2005, som för varje femårig in-sample-period.

	Logavkastning hela serien	Logavk P0	Logavk P1	Logavk P2	Logavk P3	Logavk P4
Medelvärde	0,0003	0,0005	-0,0002	-0,0001	-0,0004	-0,0001
Median	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Maximum	0,1102	0,1102	0,1102	0,0884	0,0884	0,0884
Minimum	-0,0853	-0,0853	-0,0853	-0,0853	-0,0853	-0,0853
Standardavvikelse	0,0156	0,0175	0,0188	0,0179	0,0176	0,0157
Skevhet	0,0883	0,0456	0,1673	0,1150	0,1056	0,1216
Kurtosis	6,0948	5,3125	4,9656	4,4937	4,7105	6,1235
Jarque-Bera	1043,3670	291,0100	216,0076	124,1008	161,5267	533,7034
Sannolikhet	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Summa	0,8939	0,5899	-0,1955	-0,0973	-0,4800	-0,0954
Summa Kv. Stdav.	0,6367	0,3978	0,4624	0,4175	0,4022	0,3201
Observationer	2606	1304	1304	1304	1305	1305

Genom att studera avkastningsseriernas statistiska egenskaper kan ett antal kännetecken utläsas. För att en tidsserie ska anses vara normalfördelad krävs att den uppfyller ett antal

kriterier. Dessa är att medelvärde och skevhet ska vara noll samt att kurtosis, det vill säga fördelningens toppighet, ska vara tre. Såväl hela tidsserien som de fem in-sample-perioderna uppvisar ett medelvärde som ligger nära noll. När det gäller skevhet och kurtosis visar tabell 3.2 att såväl hela tidsperioden som de fem in-sample-perioderna har något högre värden än vad som definieras för en normalfördelning. Även tidigare studier av realiserad finansiell data visar på liknande egenskaper.⁵⁰ Detta vanligt förekommande fenomen med icke-normalitet vid hantering av realiserad finansiell data är att den ofta uppvisar bland annat högre kurtosis och därmed tjockare svansar än normalfördelningen. Serierna följer vanligtvis snarare en leptokurtisk fördelning än en normalfördelning.⁵¹

Tabell 3.2 visar även höga Jarque-Bera-statistikor för samtliga tidsperioder, vilket innebär att nollhypotesen att serierna följer en normalfördelning måste förkastas. I den studie som Pederzoli genomförde 2006 noteras även att avkastningserierna har höga Jarque-Bera-statistikor.⁵²

För att komma bort från detta eventuella problem, görs ett normalitetsantagande som innebär att skattningen av GARCH-modeller kan göras med hjälp av Maximum Likelihood.⁵³

⁵⁰ Se exempelvis Pederzoli (2006), sid. 46.

⁵¹ Brooks (2004), sid. 180.

⁵² Pederzoli (2006), sid. 48.

⁵³ Ibid., sid. 49.

4 Metod

I detta kapitel beskrivs metoden för studiens tillvägagångssätt. Denna innefattar behandling av rådatamaterialet, medelvärdesekvationen, GARCH-modellering, samt beräkning av Value-at-Risk och backtesting av resultaten. Därpå beskrivs de hjälpmedel som använts för studiens genomförande.

4.1 Behandling av rådatamaterialet

I likhet med ett antal liknande studier där avkastningsvolatilitet undersöks, och i överensstämmelse med ekonometriska teorier används i den här studien logaritmerad daglig avkastning för OMXS30, vilken beräknas på den dagliga stängningskursen för indexet. För att beräkna den logaritmerade avkastningen används följande formel:⁵⁴

$$R_{\ln,t} = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

där

$R_{\ln,t}$ är den logaritmerade procentuella avkastningen för OMXS30 vid tidpunkt t ,

P_t är prisnivån på OMXS30 vid tidpunkt t

och P_{t-1} är prisnivån på OMXS30 vid tidpunkt $t-1$.

⁵⁴ Se exempelvis Hull (2003), sid. 372.

4.2 Medelvärdesekvationen

För att öka tillförlitligheten av ekonometriska beräkningar önskas avkastningsdatan uppvisa ett konstant medelvärde och varians, samt inte innehålla autokorrelation förutom vid lagg noll.⁵⁵

Eftersom det huvudsakliga syftet med studien är inriktat på prediktering av framtida Value-at-Risk genom GARCH-modellering antas, i likhet med tidigare studier, att prisförändringarna för OMXS30 följer en autoregressiv process av ordningen ett, AR(1).⁵⁶ Detta innebär för den här studien att värdet vid tidpunkt t enbart antas bero på värdet vid tidpunkt $t-1$, vilket här innebär föregående handelsdags prisnivå.

Modellen för den autoregressiva processen av ordningen ett, AR(1)-modellen, vilken även definieras såsom medelvärdesekvationen, som används i denna studie, och vilken ligger till grund för modelleringen av den betingade volatiliteten, anges nedan.

$$R_{\ln,t} = \mu + \phi R_{\ln,t-1} + \varepsilon_t$$

där

μ är en konstant som skattas för en given tidsperiod

och ϕ är AR(1)-koefficienten för samma tidsperiod.

För att erhålla de residualer som ingår i GARCH-modelleringen, skrivs ovanstående formel om till:

$$\varepsilon_t = R_{\ln,t} - \mu - \phi R_{\ln,t-1}$$

⁵⁵ Brooks (2004), sid. 232.

⁵⁶ Se exempelvis Mosbahi (2006), sid. 8.

4.3 GARCH-modellering

I den här studien har fyra olika GARCH-modeller använts för prediktering av betingad volatilitet. Dessa fyra GARCH-modeller är GARCH, EGARCH, APGARCH och GJR-GARCH.

Som beskrevs i avdelning 4.2 antas avkastningsserien följa en AR(1)-process, vilken ligger till grund för beräkningarna gällande de olika GARCH-modellerna.

Koefficienterna i GARCH-modellerna skattas med hjälp av Maximum Likelihood. Eftersom modellerna inte är linjära kan därmed inte minsta kvadratmetoden användas. Minsta kvadratmetoden antar att det förväntade värdet av alla residualer, när de är kvadrerade, är samma i alla tidpunkter, det vill säga homoskedasticitet. Tidigare studier har visat att antagandet om homoskedasticitet i residualerna är felaktigt och att de istället uppvisar heteroskedasticitet.⁵⁷

För att uppnå en ökad grad av tillförlitlighet vid prediktering av framtida betingad volatilitet, har koefficienterna i de fyra GARCH-modellerna estimerats med rullande estimeringsfönster innefattande fem år, vilka uppdaterats med ettårsintervall. Detta innebär att i den första perioden, P0, skattas GARCH-modellernas koefficienter över tidsintervallet 1997-01-01 till 2001-12-31, varpå de skattade koefficienterna används för att prediktera den betingade volatiliteten för det efterföljande året, 2002-01-01 till 2002-12-31. Därefter upprepas detta förfarande på den andra perioden, P1, vilken använder tidsintervallet 1998-01-01 till 2002-12-31 för att skatta GARCH-modellens koefficienter, varpå dessa koefficienter används för prediktering av den betingade volatiliteten för tidsperioden 2003-01-01 till 2003-12-31. På detta sätt erhålls totalt fem ettårsperioder som slutligen sammanfogas till en femårsperiod.

För att underlätta beräkningsarbetet antas de GARCH-modeller som bäst passar data-materialet, i enlighet med tidigare studier, vara av första ordningen, det vill säga exempelvis GARCH(1,1).⁵⁸ Detta har även säkerställts genom att för den första tidsperioden, P0, studera den Akaike- och Schwarzinformation som tillhandahålls av datorprogrammet EViews 5.0 för GARCH-modeller av högre ordning.

⁵⁷ Brooks (2004), sid. 455.

⁵⁸ Se exempelvis Mosbahi (2006), sid. 8.

4.3.1 AR-GARCH

Den första modellen som används är den vanliga GARCH-modellen, vilken i det här fallet är en AR(1)-GARCH(1,1)-modell. Detta innebär att modellen bygger på en autoregressiv process av ordningen ett, och enbart inkluderar en ARCH- och GARCH-term.

Den predikterade betingade variansen har beräknats med hjälp av nedanstående formel:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

där

ω betecknar en konstant som skattats under den föregående tidsperioden,

α är ARCH-koefficienten som skattats under den föregående tidsperioden,

β är GARCH-koefficienten som skattats under den föregående tidsperioden,

ε_{t-1}^2 är de kvadrerade residualerna av medelvärdesekvationen från den föregående tidpunkten

och σ_{t-1}^2 är föregående tidpunkts prognostiserade varians.

Värden på koefficienterna ω , α och β erhålls genom skattning i datorprogrammet EViews 5.0.

4.3.2 AR-EGARCH

Den ursprungliga EGARCH-modellen antar att residualerna följer en GED-fördelning.⁵⁹ Den modell som innevarande studie använder, AR(1)-EGARCH(1,1), antar däremot att residualerna följer en normalfördelning. Detta antagande görs för att underlätta jämförelserna med de tre andra i studien innefattande GARCH-modeller, vilka också baseras på antagandet om normalfördelade residualer.

⁵⁹ Nelson (1991), sid. 364.

Den modell som använts i den här studien för att beräkna EGARCH presenteras nedan.⁶⁰

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$$

där

ω betecknar en konstant som skattats under den föregående tidsperioden,

α är ARCH-koefficienten som skattats under den föregående tidsperioden,

β är GARCH-koefficienten som skattats under den föregående tidsperioden,

ε_{t-1} är residualerna av medelvärdesekvationen från den föregående tidpunkten,

σ_{t-1}^2 är föregående tidpunkts prognostiserade varians

och γ är leveragekoefficienten som indikerar graden av leverageeffekt, vilket innebär asymmetri om koefficientens värde är skiljt från noll.

Värden på koefficienterna ω , β , α och γ erhålls genom skattning i datorprogrammet EViews 5.0.

4.3.3 AR-APGARCH

Innevarande studie undersöker även den GARCH-modell som 1993 utvecklades av Ding, Granger och Engle, det vill säga en AR(1)-APGARCH(1,1). Denna modell antar, till skillnad från de andra tre GARCH-modellerna som innefattas av innevarande studie, att exponenten, κ , förändras över tiden och därmed tillåts estimeras. Modellen innehåller även en leverage-koefficient, γ , vilken används för att fånga eventuell asymmetri i residualerna.

Modellen för den betingade variansen visas nedan.

$$\sigma_t^\kappa = \omega + \beta \sigma_{t-1}^\kappa + \alpha \left(\left| \varepsilon_{t-1} \right| - \gamma \varepsilon_{t-1} \right)^\kappa$$

⁶⁰ Se exempelvis EViews 5.0 Help eller Frimpong & Oteng-Abayie (2006), sid. 2044.

där

ω betecknar en konstant som skattats under den föregående tidsperioden,

α är ARCH-koefficienten som skattats under den föregående tidsperioden,

β är GARCH-koefficienten som skattats under den föregående tidsperioden,

ε_{t-1} är residualerna av medelvärdesekvationen från den föregående tidpunkten,

σ_{t-1}^{κ} är föregående tidpunkts prognostiserade varians,

γ är leveragekoefficienten som indikerar graden av leverageeffekt, vilket innebär asymmetri om koefficientens värde är skiljt från noll,

och κ är en exponent.

För APGARCH-modellen gäller även att $\kappa > 0$ och $|\gamma| \leq 1$.

Värden på koefficienterna ω , β , α och γ , samt exponenten κ erhålls genom skattning i datorprogrammet EViews 5.0.

4.3.4 AR-GJR-GARCH

Den fjärde typen av GARCH-modell som studeras är den så kallade Threshold GARCH, vilken benämns GJR-GARCH. Denna modell togs 1993 fram av Glosten, Jagannathan och Runkle. Modellen är en utvidgning av den vanliga GARCH-modellen med en ytterligare term som används för att fånga eventuell asymmetri och leverageeffekter.⁶¹ Även för volatilitetsprediktering med hjälp av denna modell används en modell av första ordningen, det vill säga en AR(1)-GJR-GARCH(1,1). Detta innebär att den predikterade betingade variansen har beräknats med hjälp av nedanstående formel:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 \Gamma_{t-1}$$

där

⁶¹ Brooks (2004), sid. 469.

ω betecknar en konstant som skattats under den föregående tidsperioden,

α är ARCH-koefficienten som skattats under den föregående tidsperioden,

β är GARCH-koefficienten som skattats under den föregående tidsperioden,

ε_{t-1}^2 är de kvadrerade residualerna av medelvärdesekvationen från den föregående tidpunkten,

σ_{t-1}^2 är föregående tidpunkts prognostiserade varians

γ är leveragekoefficienten som indikerar graden av leverageffekt, vilket innebär asymmetri om koefficientens värde är skiljt från noll,

och

$$\Gamma_t = \begin{cases} 1 & \text{om } \varepsilon_t < 0 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Värden på koefficienterna ω , α , β och γ erhålls genom skattning i EViews 5.0.

4.4 Beräkning av Value-at-Risk

Vid beräkning av Value-at-Risk är det viktigt att specificera vilket tidsintervall som innefattas, samt vilket eller vilka konfidensintervall som ska användas. Tidigare forskning fokuserar mestadels på tre allmänt vedertagna konfidensintervall, vilka är 99 procent, 95 procent och 90 procent. Innevarande studie avser i likhet med tidigare forskning att fokusera på dessa tre konfidensintervall.

Den formel som har använts för att beräkna predikterad Value-at-Risk för varje framtida handelsdag, presenteras nedan.

$$VaR_t = -z_\alpha \hat{\sigma}_t$$

där

z_α är det kritiska värdet för ett givet konfidensintervall⁶² och

$\hat{\sigma}_t$ är den betingade standardavvikelsen som erhålls med hjälp av de olika GARCH-modellerna.

För att beräkna Value-at-Risk för exempelvis en tillgång eller en portfölj, multipliceras det värde som erhålls av ovanstående formel med tillgångens eller portföljens marknadsvärde vid varje tidpunkt.

4.5 Backtesting av predikterad Value-at-Risk

Backtesting innebär att predikterad Value-at-Risk jämförs med det realiserade utfallet.⁶³

För att studera vilka GARCH-modeller som bäst har predikterat Value-at-Risk på de tre nivåerna 99 procent, 95 procent och 90 procent, har den trestegsmetod som 1998 utvecklades av Christoffersen använts. Denna trestegsmetod används för att testa den betingade spridningen med hjälp av en likelihoodstruktur.⁶⁴

Innan Christoffersens test kan genomföras måste, för varje GARCH-modell och varje Value-at-Risk-nivå, predikterad Value-at-Risk jämföras med det verkliga utfallet. Detta görs genom att för den totala predikterade perioden skapa serier med ettor och nollor vilka speglar hur många gånger predikteringarna har lyckats.

4.5.1 LR test av obetingad täckning

Det första steget i Christoffersens test, vilket innebär att förekomsten av obetingad täckning testas, genomförs efter att följande har beräknats:⁶⁵

⁶² I studien har konfidensintervallen 90 procent, 95 procent och 99 procent använts, vilkas kritiska värden är 1,2816, 1,6449 och 2,3263.

⁶³ Jorion (2001), sid. 129.

⁶⁴ Christoffersen (1998), sid. 844.

⁶⁵ Mosbahi (2005), sid. 19.

P , vilket är signifikansnivån, det vill säga 10 procent, 5 procent eller 1 procent.

n_0 , vilket är antal tillfällen som predikterad Value-at-Risk ej överskrids av det realiserade utfallet.

n_1 , vilket är antal tillfällen som predikterad Value-at-Risk överskrids av det realiserade utfallet.

$\hat{\pi} = \frac{n_1}{n_0 + n_1}$, vilket är sannolikheten för att predikterad Value-at-Risk överskrids av det realiserade utfallet.

Teststatistikan för LR_{uc} beräknas därefter med hjälp av nedanstående formel.

$$LR_{uc} = -2 \ln \left[\frac{P^{n_1} (1-P)^{n_0}}{\hat{\pi}^{n_1} (1-\hat{\pi})^{n_0}} \right] \sim \chi^2$$

LR_{uc} -statistikan testas mot det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen med en frihetsgrad, och beslutsregeln är att nollhypotesen förkastas om $LR_{uc} > \chi_{1-\alpha}^2$ där α anger signifikansnivån.

Hypoteserna ser ut på följande sätt:

H_0 : Täckningen av misslyckade predikteringar är en obetingad fördelad process.

H_1 : Täckningen kan ej sägas vara obetingad och modellen förkastas.⁶⁶

4.5.2 LR test av oberoende

Det andra steget i Christoffersens test är att testa för oberoende i misslyckandena av Value-at-Risk-prediktering. För att testa detta behövs först följande beräknas:⁶⁷

$$\pi_{ij} = \Pr \{ I_t = i \mid I_{t-1} = j \} \text{ där } i, j = 0, 1$$

⁶⁶ Sarma, Thomas & Shah (2003), sid. 341.

⁶⁷ Ibid., sid. 341.

$\hat{\pi}_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}$ = Sannolikheten att ett tillfälle då predikterad Value-at-Risk ej överskrids följs

av ett tillfälle då predikterad Value-at-Risk överskrids.

$\hat{\pi}_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}$ = Sannolikheten att ett tillfälle då predikterad Value-at-Risk överskrids följs av

ett tillfälle då predikterad Value-at-Risk överskrids.

$\hat{\pi}_2 = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}}$ = Den absoluta sannolikheten att predikterad Value-at-Risk

överskrids.

Teststatistikan för LR_{ind} beräknas därefter med hjälp av nedanstående formel.

$$LR_{ind} = -2 \ln \left[\frac{(1 - \hat{\pi}_2)^{(n_{00} + n_{10})} \hat{\pi}_2^{(n_{01} + n_{11})}}{(1 - \hat{\pi}_{01})^{n_{00}} \hat{\pi}_{01}^{n_{01}} (1 - \hat{\pi}_{11})^{n_{10}} \hat{\pi}_{11}^{n_{11}}} \right] \sim \chi^2$$

Även i det här fallet testas LR_{ind} -statistikan mot det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen med en frihetsgrad, och beslutsregeln är att nollhypotesen förkastas om $LR_{ind} > \chi_{1-\alpha}^2$ där α anger signifikansnivån.

Hypoteserna ser ut på följande sätt:

H_0 : Processen för misslyckade Value-at-Risk-predikteringar är oberoende fördelad.

H_1 : Processen för misslyckade Value-at-Risk-predikteringar följer en första ordningens Markovprocess.⁶⁸

⁶⁸ Ibid., sid. 341.

4.5.3 LR test för täckning och oberoende

Det tredje steget av Christoffersens test är att göra ett komplett test av betingad täckning, det vill säga såväl graden av täckning av utfallen som oberoendet av de misslyckade Value-at-Risk-predikteringarna. Detta genomförs med hjälp av den LR_{cc} -statistika som erhålls genom nedanstående formel.⁶⁹

$$LR_{cc} = -2 \ln \left[\frac{(1-P)^{n_0} P^{n_1}}{(1-\hat{\pi}_{01})^{n_{00}} \hat{\pi}_{01}^{n_{01}} (1-\hat{\pi}_{11})^{n_{10}} \hat{\pi}_{11}^{n_{11}}} \right] \sim \chi^2$$

Sambandet mellan LR_{uc} , LR_{ind} och LR_{cc} kan uttryckas som:⁷⁰

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$$

LR_{cc} -statistikan testas mot det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen med två frihetsgrader, och beslutsregeln är att nollhypotesen förkastas om $LR_{cc} > \chi_{1-\alpha}^2$ där α anger signifikansnivån.

Hypoteserna ser ut på följande sätt:

H_0 : Sannolikheten för misslyckade Value-at-Risk-predikteringar är en oberoende process.

H_1 : De misslyckade predikteringarna av Value-at-Risk följer en första ordningens Markov-process.

De modeller som uppfyller alla tre stegen anses vara användbara för prediktering av Value-at-Risk.

⁶⁹ Ibid., sid. 341.

⁷⁰ Christoffersen (1998), sid. 847.

4.6 Hjälpmedel

För att genomföra de beräkningar och den modellering av datamaterialet som omfattas av denna studie, har datorprogrammen Microsoft Office Excel 2003 och EViews 5.0 använts.

EViews 5.0 har använts till att ta fram koefficientskattningar för de fyra olika GARCH-modeller som denna studie omfattar.

I Microsoft Office Excel 2003 har därefter dessa skattade koefficienter använts för predikteringar av framtida volatilitet. Även backtesting av modellerna har genomförts med hjälp av Microsoft Office Excel 2003.

5 Resultat och analys

I detta kapitel redovisas och analyseras de resultat som erhålls av studien. Kapitlet inleds med en presentation av skattningsresultaten från de olika GARCH-modellerna. Därpå jämförs Value-at-Risk-predikteringarna mot de realiserade utfallen för samtliga modeller. Efter detta presenteras och analyseras resultaten av Christoffersens test. Kapitlet avslutas med en jämförande analys av modellernas tillförlitlighet.

5.1 Resultat av GARCH-modellernas skattningar

För att fastställa vilken ordning GARCH-modellerna ska följa, kan Akaike- och Schwarz-informationen studeras för varje modellskattning. Den modell som bäst passar datamaterialet är den som minimerar värdena på Akaike och Schwarz.⁷¹ För att underlätta beräkningarna, har därför antagandet gjorts att de bästa modellerna för samtliga tidsperioder är GARCH-modeller av första ordningen. Detta antagande har även gjorts i tidigare studier.⁷²

Skattningen av koefficienterna i samtliga fyra GARCH-modeller, det vill säga GARCH, EGARCH, APGARCH och GJR-GARCH, har för alla fem tidsperioder gjorts med hjälp av Maximum Likelihood i datorprogrammet EViews 5.0. Detta innebär att koefficienterna skattas till de värden som gör att modellen får så bra passning till datamängden som möjligt.⁷³ Samtliga GARCH-modeller har skattats med antagandet att den betingade fördelningen av residualerna följer en normalfördelning. Resultaten från modellernas koefficientskattningar för de fem in-sample-perioderna presenteras i tabell 5.1 nedan.

⁷¹ Brooks (2004), sid. 257.

⁷² Se exempelvis Balaban, Bayar & Faff (2006), sid. 172.

⁷³ Brooks (2004), sid. 459.

Tabell 5.1 Resultat av GARCH-modellernas skattningar

Tabellen visar koefficientvärdena som erhållits genom skattningarna av såväl medelvärdesekvationerna som GARCH-modellerna under samtliga fem in-sample-perioder. Tabellen presenterar även vilka koefficientvärden som är signifikanta på såväl femprocentsnivån (*) som enprocentsnivån (**).

$$\text{Medelvärdesekvationen} \quad R_{\ln,t} = \mu + \phi R_{\ln,t-1} + \varepsilon_t$$

Varianssekvationerna:

$$\text{GARCH} \quad \sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

$$\text{EGARCH} \quad \ln(\sigma_t^2) = \omega + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$$

$$\text{APGARCH} \quad \sigma_t^\kappa = \omega + \beta \sigma_{t-1}^\kappa + \alpha (|\varepsilon_{t-1}| - \gamma \varepsilon_{t-1})^\kappa$$

$$\text{GJR-GARCH} \quad \sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1} \Gamma_{t-1}$$

Tidsperiod	Koefficient	AR-GARCH	AR-EGARCH	AR-APGARCH	AR-GJR-GARCH
		Koefficientvärde	Koefficientvärde	Koefficientvärde	Koefficientvärde
P0:	μ	0,001361 **	0,000824 *	0,000786	0,000822 *
	ϕ	0,015617	0,017721	0,018801	0,022052
	ω	0,000005 **	-0,372919 **	0,000179	0,000007 **
	α	0,103875 **	0,167507 **	0,085442 **	0,030665 *
	β	0,883589 **	0,970893 **	0,903049 **	0,890585 **
	γ	-	-0,074180 **	0,460553 **	0,115418 **
	κ	-	-	1,216172 **	-
	P1:	μ	0,000570	0,000038	-0,000023
ϕ		0,029070	0,032850	0,032348	0,030976
ω		0,000007 **	-0,333303 **	0,000348	0,000007 **
α		0,094273 **	0,151512 **	0,077560 **	0,022497
β		0,889560 **	0,973557 **	0,913464 **	0,904692 **
γ		-	-0,069938 **	0,497810 **	0,107027 **
κ		-	-	1,062496 **	-
P2:		μ	0,000549	-0,000084	-0,000033
	ϕ	0,014074	0,020158	0,023131	0,026976
	ω	0,000003 *	-0,264359 **	0,000071	0,000005 **
	α	0,067053 **	0,137619 **	0,069431 **	0,018651
	β	0,924465 **	0,980929 **	0,922067 **	0,919740 **
	γ	-	-0,063116 **	0,457528 **	0,093988 **
	κ	-	-	1,361920 **	-
	P3:	μ	0,000332	-0,000269	-0,000290
ϕ		-0,010961	0,002376	0,000471	-0,000611
ω		0,000001	-0,174435 **	0,000140	0,000002 **
α		0,065448 **	0,081459 **	0,046116 *	-0,020886 *
β		0,930825 **	0,986951 **	0,949922 **	0,960442 **
γ		-	-0,089660 **	1,000000	0,106285 **
κ		-	-	1,065056 **	-
P4:		μ	0,000677 *	0,000244	0,000270
	ϕ	0,007072	0,021423	0,016982	0,021707
	ω	0,000001 *	-0,155030 **	0,000617	0,000001 **
	α	0,059927 **	0,061257 **	0,050594 **	-0,014004
	β	0,934840 **	0,988057 **	0,950717 **	0,953876 **
	γ	-	-0,096723 **	0,999868 **	0,103448 **
	κ	-	-	0,739101 **	-

Den första typen av GARCH-modell som skattas är en AR(1)-GARCH(1,1)-modell, vilken antas följa en normalfördelning. Resultaten av skattningarna för de fem tidsperioderna presenteras i tabell 5.1 ovan. Tillfredställande nog uppvisar de skattade koefficienterna för AR-GARCH-modellens varianssekvation signifikans för samtliga fem tidsperioder, med undantag för period P3, där ω inte uppfyller kravet för signifikans på femprocentsnivån. Tabellen visar även att summan av de skattade koefficienterna α och β är mindre än 1 i samtliga fem tidsperioder, vilket stämmer överens med resultaten av Franses och Dijk's studie

av GARCH-modeller applicerade på ett flertal olika aktieindex.⁷⁴ Detta innebär att modellen är stationär.⁷⁵ De skattade koefficienterna för β är alltid större än de för α , vilket innebär att förändringar i volatiliteten är bestående.⁷⁶ Tabellen visar även att interceptet, μ , i den autoregressiva delen av modellen uppfyller kravet på signifikans i period P0 och P4. Däremot i period P1, P2 och P3 är interceptet, μ , inte signifikant.

Det bör noteras att för samtliga GARCH-modeller i tabell 5.1, och över alla fem tidsperioder, uppfyller inte den autoregressiva koefficienten, ϕ , kravet för signifikans på femprocentnivån. Detta kan emellertid förbises, eftersom ett av antagandena som gjorts är att avkastningsserierna följer en autoregressiv process av ordningen ett, och det därmed inte gjorts någon ytterligare modellering för att hitta en eventuellt högre ordning av denna modell som möjligtvis passat datamaterialet bättre.

Den andra GARCH-modellen som skattas är en AR(1)-EGARCH(1,1)-modell, vilken även den antas följa en normalfördelning. Resultatet av modellens skattningar presenteras i tabell 5.1, där samtliga skattade koefficienter i variansekvationen för AR(1)-EGARCH(1,1) uppvisar signifikans på enprocentnivån för de fem tidsperioderna. Dock kunde ej konvergens påträffas för den första perioden, P0. Den asymmetriska koefficienten, ω , är signifikant skiljd från noll, vilket innebär att det finns asymmetriska effekter i den betingade variansen.⁷⁷ Vidare är stationaritetsvillkoret uppfyllt för samtliga AR(1)-EGARCH(1,1)-skattningar eftersom det skattade betavärdet, β , i samtliga fall är mindre än ett.⁷⁸ Tabellen visar även att gammakoefficienten, γ , är signifikant negativ för samtliga fem tidsperioder. Detta innebär att negativa chocker leder till en högre betingad varians i nästa period i jämförelse med positiva chocker.⁷⁹

Tabell 5.1 visar även att det skattade värdet på interceptet, μ , i den autoregressiva delen av AR(1)-EGARCH(1,1)-modellen uppfyller kravet på signifikans i tidsperiod P0, men inte i de efterföljande fyra tidsperioderna.

⁷⁴ Franses & Dijk (1996), sid. 232.

⁷⁵ Bollerslev (1986), sid. 311.

⁷⁶ Akgiray (1989), sid. 78.

⁷⁷ Pederzoli (2006), sid. 49.

⁷⁸ Ibid., sid. 49.

⁷⁹ Mosbahi (2006), sid. 13.

Den tredje GARCH-modellen som skattas är en AR(1)-APGARCH(1,1)-modell, vilken i likhet med de andra tre GARCH-modellerna antas följa en normalfördelning. Skattningsresultaten för AR(1)-APGARCH(1,1)-modellen, som presenteras i den femte kolumnen i tabell 5.1, uppvisar en varierande grad av signifikans för koefficienterna i de olika perioderna. Exempelvis uppfyller inte interceptet, ω , i variansekvationen kravet på signifikans på femprocentsnivåerna för någon av tidsperioderna. Övriga skattade koefficienter i APGARCH-modellen, det vill säga α , γ , β och κ , uppvisar signifikanta värden med undantag för period P3 där α och γ inte är signifikanta på femprocentsnivån.

Resultaten för AR(1)-APGARCH(1,1)-skattningarna i tabell 5.1 visar att summan av $\alpha + \beta$ är mindre än ett. Detta innebär att den estimerade modellen är volatil och att chocker är bestående.⁸⁰ Vidare har exponenten kappa, κ , ett värde som är signifikant skiljt från värdet 2 i alla perioder. Detta innebär att volatiliteten som beräknats med AR(1)-GARCH(1,1)-modellen blir mindre, givet att parametrarna är desamma, än i Bollerslevs GARCH-modell.

Även vid skattningen av AR(1)-APGARCH(1,1) bör noteras att värdet för såväl den autoregressiva koefficienten, ϕ , som interceptet, μ , i medelvärdesekvationen inte uppfyller signifikans på femprocentsnivån, vilket presenteras i tabell 5.1.

Den fjärde GARCH-modellen som skattas är AR(1)-GJR-GARCH(1,1), vars koefficient-skattningar presenteras i den sjätte kolumnen i tabell 5.1, och även denna under antagandet om normalfördelning. Fördelen med denna modell, som är en utökning av den vanliga GARCH-modellen, är att den är bättre på att hantera skevhet.⁸¹

I likhet med de tre andra GARCH-modellerna, i tabell 5.1, är även resultatet av skattningarna av AR(1)-GJR-GARCH(1,1)-koefficienterna blandade. När det gäller medelvärdesekvationen, det vill säga den autoregressiva processen av ordningen ett, är dessvärre varken interceptet, μ , eller den autoregressiva koefficienten, ϕ , signifikant på femprocentsnivån för någon av tidsperioderna.

⁸⁰ Ibid., sid. 15.

⁸¹ Franses & Dijk (1996), sid. 231.

Det kan utläsas ur tabell 5.1 att alfakoefficienten, α , det vill säga ARCH-koefficienten i AR(1)-GJR-GARCH(1,1)-modellen, har ett positivt värde i period P0, P1 och P2. I de två sista perioderna har alfakoefficienten, α , dock ett negativt värde. Alfakoefficienten, α , är signifikant i tidsperioderna P0 och P3, medan i tidsperiod P1, P2 och P4 uppfyller inte koefficienten kravet på signifikans vid femprocentnivån.

Sammantaget visar tabell 5.1 att leveragekoefficienten, γ , är signifikant i samtliga tidsperioder för modellerna EGARCH och GJR-GARCH. För APGARCH visar det sig att leveragekoefficienten i period P3 ej uppfyller kravet på signifikans, där den även uppvisar värdet 1. Till skillnad från APGARCH och GJR-GARCH, uppvisar EGARCH en negativ leveragekoefficient i samtliga perioder. Vid jämförelse av de tre modellerna som innefattar leveragekoefficienter uppvisar APGARCH i samtliga fem tidsperioder de högsta värdena på leveragekoefficienten. I period P2 uppvisar samtliga av de tre modellerna den minsta nyhetspåverkan då denna har ett värde som ligger närmare noll, i jämförelse med övriga fyra perioder. Dock uppvisar ingen av modellerna en absolut sett största nyhetspåverkan för samtliga perioder, eftersom EGARCH uppvisar den absolut sett största leveragekoefficienten i period P4, APGARCH i period P3 samt för GJR-GARCH i period P0.

5.2 Prediktering av Value-at-Risk

När koefficienterna för varje modell och tidsperiod är skattade fortsätter studien med att använda dessa skattningar för att prediktera framtida betingad volatilitet och sedermera Value-at-Risk beräkningar.

En grafisk illustration av den predikterade Value-at-Risk-serien för nivåerna 90 procent, 95 procent och 99 procent, tillsammans med det realiserade utfallet för aktieindexet, visas i figur 8.1, 8.2, 8.3 och 8.4 i appendix.

5.3 Utvärdering av modellerna enligt Christoffersens test

För att undersöka GARCH-modellernas förmåga att prediktera framtida Value-at-Risk används en trestegsmetod som 1998 utvecklades av Peter Christoffersen.⁸²

Christoffersens testmetod bygger på Likelihood Ratio som vid varje steg i testförfarandet innebär att en LR-statistika beräknas. För varje steg jämförs sedan LR-statistikan med det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen. För att modellen ska godkännas krävs att LR-statistikan är lägre än det kritiska värdet, samt att nollhypotesen accepteras i samtliga tre steg. Vid test av den obetingade och den oberoende spridningen jämförs LR-statistikan med det kritiska värdet i Chi-två-fördelningen med en frihetsgrad. I det tredje steget gällande den totala betingade spridningen jämförs LR-statistikan med det kritiska värdet i Chi-två-fördelningen med två frihetsgrader.⁸³

De hypoteser som testas är följande:⁸⁴

LR_{uc} :

- H_0 : Täckningen av misslyckade predikteringar är en obetingad fördelad process.
- H_1 : Täckningen kan ej sägas vara obetingad och modellen förkastas.

LR_{ind} :

- H_0 : Processen för misslyckade Value-at-Risk-predikteringar är oberoende fördelad.
- H_1 : Processen för misslyckade Value-at-Risk-predikteringar följer en första ordningens Markovprocess.

LR_{cc} :

- H_0 : Sannolikheten för misslyckade Value-at-Risk-predikteringar är en oberoende process.

⁸² Christoffersen (1998), sid. 842-848.

⁸³ Ibid., sid. 846.

⁸⁴ Sarma, Thomas & Shah (2003), sid. 341.

- H_1 : De misslyckade predikteringarna av Value-at-Risk följer en första ordningens Markov-process.

5.3.1 AR(1)-GARCH(1,1)

För att undersöka AR(1)-GARCH(1,1)-modellens tillförlitlighet för de tre konfidensintervallen, och därmed avgöra vilka modeller som kan accepteras, genomförs Christoffersens trestegstest.

Det första testet, vars LR_{uc} -statistikor och kritiska värden presenteras i tabell 5.2 nedan, och som undersöker om täckningen är obetingad, visar att GARCH-modellen har en obetingad täckning på samtliga Value-at-Risk-nivåer.

Tabell 5.2 Christoffersens test av obetingad täckning (steg 1)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-Risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastas presenteras.

VaR-nivå	LR_{uc}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H_0 ?
90%	2,044	2,706	Acceptera H_0
95%	0,158	3,841	Acceptera H_0
99%	0,290	6,635	Acceptera H_0

Det andra testet, vars LR_{ind} -statistikor och kritiska värden presenteras i tabell 5.3 nedan, visar att GARCH-modellen accepteras för Value-at-Risk-nivåerna 90 procent och 95 procent. För 99-procentsnivån kan dock ingen LR_{ind} -statistika beräknas. Detta beror på att modellen har hög grad av tolerans och att det därmed inte har uppstått två misslyckade Value-at-Risk-predikteringar i direkt följd vid någon tidpunkt, vilket innebär att täljaren i formeln för att beräkna denna statistika blir noll.

Tabell 5.3 Christoffersens test av oberoende (steg 2)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-Risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastas presenteras. Asterisk, *, innebär att LR-statistikan ej varit möjlig att beräkna och därmed har inte hypotesprövningen slutförts.

VaR-nivå	LR_{ind}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H_0 ?
90%	0,384	2,706	Acceptera H_0
95%	1,320	3,841	Acceptera H_0
99%	*	6,635	*

I det sista steget av Christoffersens test, vars LR_{cc} -statistikor presenteras i tabell 5.4 nedan, visas att GARCH-modellen accepteras för Value-at-Risk på nivåerna 90 och 95 procent. På grund av att LR_{ind} -statistikan inte går att beräkna för Value-at-Risk på nivån 99 procent, implicerar detta att inte heller LR_{cc} -statistikan kan beräknas på korrekt sätt för denna nivå, varför ingen slutsats gällande nollhypotesen kan göras.

Tabell 5.4 Christoffersens test av oberoende täckning (steg 3)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-Risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastas presenteras. Asterisk, *, innebär att LR-statistikan ej varit möjlig att beräkna och därmed har inte hypotesprövningen slutförts.

VaR-nivå	LR_{cc}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H_0 ?
90%	2,428	4,605	Acceptera H_0
95%	1,478	5,991	Acceptera H_0
99%	*	7,378	*

För att en modell ska anses ge tillförlitliga predikteringsresultat kräver Christoffersens trestegstest att nollhypotesen accepteras i samtliga tre steg. Eftersom LR_{ind} -statistikan i steg två inte kunde beräknas för risknivån 99 procent, kan ingen säker slutsats dras om GARCH-modellens predikteringsförmåga på denna nivå. För prediktering av Value-at-Risk på nivåerna 90 procent och 95 procent, uppfyller GARCH-modellen samtliga tre teststeg och kan därför anses ge tillförlitliga predikteringsresultat.

5.3.2 AR(1)-EGARCH(1,1)

För att säkerställa på vilka Value-at-Risk-nivåer som AR(1)-EGARCH(1,1)-modellen ger ett statistiskt säkerställt resultat, används Christoffersens trestegstest.

Den första delen av trestegstestet undersöker om förekomsten av misslyckade predikteringar följer en obetingad process. Resultaten av detta test presenteras i tabell 5.5 nedan. För Value-at-Risk-nivån 95 procent och 99 procent är värdena på LR_{uc} -statistikorna lägre än de kritiska värdena som hämtats ur Chi-två-fördelningen, med en frihetsgrad. Förekomsten av misslyckade predikteringar på nivån 95 procent och 99 procent kan därmed anses följa en obetingad process. Detta innebär att EGARCH-modellen, för nivån 95 procent och 99

procent, i det första steget accepteras och därmed kan undersökas vidare i nästa steg av Christoffersens test.

När det gäller prediktering av Value-at-Risk på nivån 90 procent uppvisar LR_{uc} -statistikan, i tabell 5.5 nedan, ett högre värde än det kritiska värdet som hämtats ut Chi-två-fördelningen med en frihetsgrad. Detta får till följd att nollhypotesen om obetingad täckning förkastas, vilket innebär att modellen inte anses ge tillförlitliga resultat, varpå EGARCH-modellen förkastas på nivån 90 procent.

Tabell 5.5 Christoffersens test av obetingad täckning (steg 1)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-Risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastas presenteras.

VaR-nivå	LR_{uc}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H_0 ?
90%	3,295	2,706	Förkasta H_0
95%	0,072	3,841	Acceptera H_0
99%	0,073	6,635	Acceptera H_0

Resultaten från det andra steget i Christoffersens test, vilket undersöker om förekomsten av misslyckade Value-at-Risk-predikteringar kan anses vara oberoende fördelade, presenteras i tabell 5.6 nedan.

Tabell 5.6 visar att LR_{ind} -statistikorna för Value-at-Risk-nivån 90 procent och 95 procent är lägre än de kritiska värdena ur Chi-två-fördelningen, med en frihetsgrad, och innebär därmed att nollhypoteserna för dess två nivåer accepteras. Detta betyder att EGARCH-modellen, vid dessa två konfidensintervall, kan anses ge tillförlitliga resultat eftersom förekomsten av misslyckade Value-at-Risk-predikteringar kan betraktas vara oberoende fördelade.

För Value-at-Risk på nivån 99 procent kan ingen LR_{ind} -statistika beräknas, vilket i tabell 5.6 representeras av en asterisk. Detta beror på en hög grad av tolerans och att det därmed inte har uppstått två misslyckade Value-at-Risk-predikteringar i följd vid någon tidpunkt, vilket innebär att täljaren i formeln för att beräkna denna statistika blir noll.

Tabell 5.6 Christoffersens test av oberoende (steg 2)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-Risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastats presenteras. Asterisk, *, innebär att LR-statistikan ej varit möjlig att beräkna och därmed har inte hypotesprövningen slutförts.

VaR-nivå	LR _{ind}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H ₀ ?
90%	0,036	2,706	Acceptera H ₀
95%	1,177	3,841	Acceptera H ₀
99%	*	6,635	*

Resultaten av det tredje steget i Christoffersens test, vilket undersöker om sannolikheten för misslyckade Value-at-Risk-predikteringar följer en oberoende process, presenteras i tabell 5.7 nedan.

LR_{cc}-statistikan för de tre Value-at-Risk-nivåerna, som presenteras i tabell 5.7 nedan, visar att nollhypotesen accepteras för Value-at-Risk på nivåerna 95 och 90 procent. På grund av att LR_{ind}-statistikan inte går att beräkna för Value-at-Risk på nivån 99 procent, implicerar detta att inte heller LR_{cc}-statistikan kan beräknas på korrekt sätt för denna nivå, varpå ingen slutsats gällande nollhypotesen kan göras.

Tabell 5.7 Christoffersens test av oberoende täckning (steg 3)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-Risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastats presenteras. Asterisk, *, innebär att LR-statistikan ej varit möjlig att beräkna och därmed har inte hypotesprövningen slutförts.

VaR-nivå	LR _{cc}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H ₀ ?
90%	3,331	4,605	Acceptera H ₀
95%	1,249	5,991	Acceptera H ₀
99%	*	7,378	*

För att en modell ska anses ge tillförlitliga predikteringsresultat kräver Christoffersens trestegstest att nollhypotesen accepteras i samtliga tre steg. Eftersom EGARCH-modellen, i steg ett, inte uppfyllde kravet på obetingad täckning på 90-procentsnivån är beslutsregeln att modellen förkastas.

Christoffersens test visar att EGARCH-modellen vid Value-at-Risk-nivån 95 procent uppfyller samtliga tre teststeg och därmed kan anses ge tillförlitliga predikteringar av Value-at-Risk vid denna nivå. Detta skiljer sig mot de resultat som Mosbahi erhöi i den studie som

genomfördes av växelkursförändringar på den tunisiska valutamarknaden, där EGARCH-modellen inte uppfyllde något av de tre stegen i Christoffersens test.⁸⁵

5.3.3 AR(1)-APGARCH(1,1)

För att säkerställa på vilka Value-at-Risk-nivåer som AR(1)-APGARCH(1,1)-modellen ger ett statistiskt säkerställt resultat, används Christoffersens trestegstest.

Den första delen av trestegstestet undersöker om förekomsten av misslyckade predikteringar följer en obetingad process. Resultaten av detta test presenteras i tabell 5.8 nedan. För samtliga tre Value-at-Risk-nivåer, är värdena på LR_{uc} -statistikorna lägre än de kritiska värdena som hämtats ur Chi-två-fördelningen, med en frihetsgrad. Förekomsten av misslyckade predikteringar på samtliga tre risknivåer kan därmed anses följa en obetingad process. Detta innebär att APGARCH-modellen, för samtliga risknivåer, i det första steget accepteras och därmed kan undersökas vidare i nästa steg av Christoffersens test.

Tabell 5.8 Christoffersens test av obetingad täckning (steg 1)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastas presenteras.

VaR-nivå	LR_{uc}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H_0 ?
90%	2,328	2,706	Acceptera H_0
95%	0,013	3,841	Acceptera H_0
99%	6,292	6,635	Acceptera H_0

Resultaten från det andra steget i Christoffersens test, vilket undersöker om förekomsten av misslyckade Value-at-Risk-predikteringar kan anses vara oberoende fördelade, presenteras i tabell 5.9 nedan. Tabellen visar att LR_{ind} -statistikorna för samtliga Value-at-Risk-nivåer lägre än de kritiska värdena ur Chi-två-fördelningen, med en frihetsgrad, och innebär därmed att nollhypoteserna för samtliga tre nivåer accepteras. Detta betyder att APGARCH-modellen, på samtliga tre Value-at-Risk-nivåer, uppfyller kravet på att förekomsten av misslyckade Value-at-Risk-predikteringar är oberoende fördelade.

⁸⁵ Mosbahi (2006), sid. 21.

Tabell 5.9 Christoffersens test av oberoende (steg 2)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastas presenteras.

VaR-nivå	LR_{ind}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H_0 ?
90%	0,466	2,706	Acceptera H_0
95%	0,134	3,841	Acceptera H_0
99%	3,420	6,635	Acceptera H_0

Resultaten av det tredje steget i Christoffersens test, vilket undersöker om sannolikheten för misslyckade Value-at-Risk-predikteringar följer en oberoende process, presenteras i tabell 5.10 nedan. LR_{cc} -statistikan för de tre Value-at-Risk-nivåerna visar att APGARCH-modellen accepteras för Value-at-Risk på nivåerna 90 och 95 procent. För Value-at-Risk-nivån 99 procent uppvisar LR_{cc} -statistikan ett högre värde än det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen med två frihetsgrader, vilket innebär att nollhypotesen förkastas. Detta innebär att sannolikheten för de misslyckade Value-at-Risk-predikteringarna inte följer en oberoende process och APGARCH kan därför inte anses ge tillförlitliga resultat för konfidensintervallet 99 procent.

Tabell 5.10 Christoffersens test av oberoende täckning (steg 3)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastas presenteras.

VaR-nivå	LR_{cc}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H_0 ?
90%	2,794	4,605	Acceptera H_0
95%	0,147	5,991	Acceptera H_0
99%	9,712	7,378	Förkasta H_0

För att en modell ska anses ge tillförlitliga predikteringsresultat kräver Christoffersens trestegstest att nollhypotesen accepteras i samtliga tre steg. När det gäller prediktering av Value-at-Risk på nivån 99 procent med hjälp av APGARCH, uppfylls inte det tredje teststeget och modellen kommer därför att förkastas. För prediktering av Value-at-Risk på nivåerna 90 procent och 95 procent, uppfyller GARCH-modellen samtliga tre teststeg och kan därför anses ge tillförlitliga predikteringsresultat.

5.3.4 AR(1)-GJR-GARCH(1,1)

För att säkerställa på vilka Value-at-Risk-nivåer som AR(1)-GJR-GARCH(1,1)-modellen ger ett statistiskt säkerställt resultat, används Christoffersens trestegstest.

Den första delen av trestegstestet undersöker om förekomsten av misslyckade predikteringar följer en obetingad process. Resultaten av detta test presenteras i tabell 5.11 nedan. För Value-at-Risk-nivån 90 procent och 99 procent är värdena på LR_{uc} -statistikorna större än de kritiska värdena som hämtats ur Chi-två-fördelningen, med en frihetsgrad. Detta får till följd att nollhypotesen förkastas och GJR-GARCH-modellen kan därmed inte anses ge tillförlitliga predikteringsresultat på nivåerna 90 procent och 99 procent. När det gäller prediktering av Value-at-Risk på nivån 95 procent uppvisar LR_{uc} -statistikan ett lägre värde än det kritiska värdet som hämtats ut Chi-två-fördelningen med en frihetsgrad. Detta innebär att nollhypotesen accepteras och förekomsten av misslyckade predikteringar på nivån 95 procent kan därmed anses följa en obetingad process. Detta innebär att GJR-GARCH-modellen, för nivån 95 procent, i det första steget accepteras och därmed kan undersökas vidare i nästa steg av Christoffersens test.

Tabell 5.11 Christoffersens test av obetingad täckning (steg 1)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastas presenteras.

VaR-nivå	LR_{uc}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H_0 ?
90%	4,439	2,706	Förkasta H_0
95%	0,013	3,841	Acceptera H_0
99%	8,771	6,635	Förkasta H_0

Resultaten från det andra steget i Christoffersens test, vilket undersöker om förekomsten av misslyckade Value-at-Risk-predikteringar kan anses vara oberoende fördelade, presenteras i tabell 5.12 nedan. Tabellen visar att även i det andra steget av Christoffersens test, så är LR_{ind} -statistikorna för samtliga Value-at-Risk-nivåer lägre än de kritiska värdena ur Chi-två-fördelningen, med en frihetsgrad, och innebär därmed att nollhypoteserna för samtliga tre nivåer accepteras. Detta betyder att GJR-GARCH-modellen, på samtliga tre risknivåer, uppfyller kravet på att förekomsten av misslyckade Value-at-Risk-predikteringar är oberoende fördelade.

Tabell 5.12 Christoffersens test av oberoende (steg 2)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastas presenteras.

VaR-nivå	LR_{ind}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H_0 ?
90%	0,000	2,706	Acceptera H_0
95%	0,041	3,841	Acceptera H_0
99%	0,450	6,635	Acceptera H_0

Resultaten av det tredje steget i Christoffersens test, vilket undersöker om sannolikheten för misslyckade Value-at-Risk-predikteringar är en oberoende process, presenteras i tabell 5.13 nedan. LR_{cc} -statistikan för de tre Value-at-Risk-nivåerna i tabellen visar att GJR-GARCH-modellen accepteras för Value-at-Risk på nivåerna 90 och 95 procent. För risknivån 99 procent uppvisar LR_{cc} -statistikan däremot ett högre värde än det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen med två frihetsgrader, vilket innebär att nollhypotesen förkastas. Detta innebär att sannolikheten för de misslyckade Value-at-Risk-predikteringarna inte följer en oberoende process, och GJR-GARCH-modellen kan därför inte anses ge tillförlitliga resultat för risknivån 99 procent.

Tabell 5.13 Christoffersens test av oberoende täckning (steg 3)

Tabellen nedan visar LR-statistika och det kritiska värdet ur Chi-två-fördelningen för de tre Value-at-risk-nivåerna. Även huruvida nollhypotesen accepteras eller förkastas presenteras.

VaR-nivå	LR_{cc}	Kritiskt värde	Acceptera eller förkasta H_0 ?
90%	4,439	4,605	Acceptera H_0
95%	0,054	5,991	Acceptera H_0
99%	9,221	7,378	Förkasta H_0

För att en modell ska anses ge tillförlitliga predikteringsresultat kräver Christoffersens trestegstest att nollhypotesen accepteras i samtliga tre steg. När det gäller prediktering av Value-at-Risk, på nivåerna 90 procent och 99 procent, med hjälp av GJR-GARCH-modellen, uppfylls inte alla tre stegen och modellen kommer därför att förkastas för dessa två risknivåer. För prediktering av Value-at-Risk på nivåerna 95 procent, uppfyller GJR-GARCH-modellen däremot samtliga tre teststeg och kan således anses ge tillförlitliga predikteringsresultat.

5.4 Jämförelser mellan modellernas tillförlitlighet

Överensstämmande för resultaten, i avdelning 5.3, är att samtliga fyra GARCH-modeller uppfyller alla tre stegen i Christoffersens test för prediktering av Value-at-Risk vid konfidensintervallet 95 procent.

Vid prediktering av Value-at-Risk för konfidensintervallet 90 procent, ger GARCH, APGARCH och GJR-GARCH statistiskt säkerställda resultat och dessa modeller accepteras därför. Däremot förkastas EGARCH vid konfidensintervallet 90 procent redan i det första av de tre teststegen.

Christoffersens test visar att vid prediktering av Value-at-Risk för konfidensintervallet 99 procent, kan ingen av GARCH-modellerna med säkerhet accepteras. Detta eftersom LR_{ind} -statistikan inte kan beräknas på ett korrekt sätt, då täljaren antar värdet noll, för såväl GARCH som EGARCH. För APGARCH förkastas modellen i tredje steget av Christoffersens test, medan GJR-GARCH förkastas redan i första steget.

Tabell 5.14 Sammanställda resultat från Value-at-Risk-predikteringarna

Tabellen nedan visar en sammanställning av de huvudsakliga resultaten från Value-at-Risk-predikteringen med hjälp av de fyra GARCH-modellerna för tre olika Value-at-Risk-nivåer. Absolutvärdet av $z_{\alpha}\pi$ beräknas som absolutvärdet av signifikansnivån (10 procent, 5 procent eller 1 procent) minus sannolikheten för en misslyckad prediktering.

Modell	Modellen accepterad av Christoffersens test?	VaR-nivå	Genomsnittlig predikerad VaR	Sannolikheten för en misslyckad predikteringar (π)	Absolutvärdet av $z_{\alpha}\pi$	Sannolikheten för två misslyckade prediktioner i direkt följd (π_1)
AR(1)-GARCH(1,1)	Ja	90%	-0,0166	8,83%	1,17%	10,43%
	Ja	95%	-0,0213	4,76%	0,24%	8,06%
	Ingen slutsats kan göras	99%	-0,0301	1,15%	0,15%	0,00%
AR(1)-EGARCH(1,1)	Nej	90%	-0,0162	8,53%	1,47%	9,01%
	Ja	95%	-0,0208	4,84%	0,16%	7,94%
	Ingen slutsats kan göras	99%	-0,0295	1,08%	0,08%	0,00%
AR(1)-APGARCH(1,1)	Ja	90%	-0,0161	8,76%	1,24%	10,53%
	Ja	95%	-0,0206	5,07%	0,07%	6,06%
	Nej	99%	-0,0292	1,77%	0,77%	8,70%
AR(1)-GJR-GARCH(1,1)	Nej	90%	-0,0163	8,29%	1,71%	8,33%
	Ja	95%	-0,0209	5,07%	0,07%	4,55%
	Nej	99%	-0,0296	1,92%	0,92%	4,00%

I tabell 5.14 har en sammanställning gjorts av intressanta resultat från de predikteringar av Value-at-Risk som gjorts med hjälp av de fyra olika GARCH-modellerna vid tre konfidensintervall.

Tabell 5.14 visar att den modell, givet att den har accepterats av Christoffersens test, som minimerar sannolikheten för att en misslyckad prediktering av Value-at-Risk vid konfidensintervallet 95 procent direkt följs av ytterligare en misslyckad prediktering är GJR-GARCH. Med GJR-GARCH-modellen har sannolikheten för två misslyckade predikteringar i direkt följd beräknats till 4,55 procent. Ordningföljden därefter är att APGARCH har den näst lägsta sannolikheten, 6,05 procent, medan EGARCH ger sannolikheten 7,94 procent och GARCH ger sannolikheten 8,06 procent. Slutsatsen av detta är att GJR-GARCH är den modell som bäst täcker klustrad volatilitet, medan GARCH sämst hanterar förekomsten av volatilitetskluster. I den studie som Mosbahi presenterade 2006, visas att de modeller som ger lägst sannolikhet för två misslyckade predikteringar i direkt följd är APGARCH och GJR-GARCH, givet att modellerna skattats under antagandet om normalfördelning.⁸⁶

⁸⁶ Ibid., sid. 31.

Ovanstående resultat skiljer sig från dem som presenterades i Day och Lewis, där det visade sig att GARCH hanterade volatilitetskluster bättre än EGARCH. Det bör dock nämnas att den studie som Day och Lewis genomförde baserades på volatiliteten i köpoptioner på Standard & Poor's 100 Index, vilket därför kan vara en av anledningarna till de motsägande resultaten.⁸⁷ Även i Brooks och Persaud visades att GARCH gav mer tillförlitliga predikteringar än EGARCH och GJR-GARCH.⁸⁸ Den studie som Pagan och Schwert genomförde på den amerikanska aktiemarknaden presenterade däremot slutsatsen att EGARCH ger tillförlitligare predikteringar än GARCH.⁸⁹ De resultat som visar vilken modell som ger bäst predikteringar, kan även bero på såväl valet av tidsperiod, längden av denna samt volatiliteten under perioden.

När det gäller sannolikheten för två misslyckade predikteringar i direkt följd för Value-at-Risk vid konfidensintervallet 90 procent, visar tabell 5.14 att den av de två modeller som accepterats enligt Christoffersens test och som har den lägsta procentsatsen är GARCH, vilken beräknats ha sannolikheten 10,43 procent. Därefter följer APGARCH med en sannolikhet på 10,53 procent.

I tabell 5.14 framgår att samtliga GARCH-modeller överskattar prisförändringarna vid konfidensintervallet 90 procent, eftersom sannolikheten för en misslyckad prediktering är mindre än 10 procent. Detta stämmer överens med de resultat som Pederzoli fick beträffande GARCH(1,1) och EGARCH(1,1), gällande aktiedata.⁹⁰ I innevarande studie är GARCH den modell, vars andel misslyckade predikteringar, vid konfidensintervallet 90 procent, ligger närmast 10 procent.

Vid Value-at-Risk-nivån 95 procent visar tabell 5.14 att GARCH och EGARCH överskattar prisförändringarna, eftersom sannolikheterna för misslyckade predikteringar, 4,76 procent respektive 4,85 procent, är mindre än den kritiska nivån 5 procent. Dessa resultat är motsatta de slutsatser som framgår av Mosbahi studie av växelkursdata, där EGARCH istället underskattar risken på 95-procentsnivån.⁹¹ I tabellen visas även att två av modellerna i innevarande studie underskattar förändringarna, APGARCH och GJR-GARCH. Dessa två modeller

⁸⁷ Day & Lewis (1992), sid. 285.

⁸⁸ Brooks & Persaud (2003), sid. 20.

⁸⁹ Pagan & Schwert (1990), sid. 289.

⁹⁰ Pederzoli (2006), sid. 55.

⁹¹ Mosbahi (2006), sid. 13.

underskattar dessutom risken mindre än vad de två andra modellerna, GARCH och EGARCH, överskattar risken.

Tabell 5.14 visar att vid konfidensintervallet 99 procent underskattar EGARCH risken. Övriga tre GARCH-modeller har på 99-procentsnivån förkastats av Christoffersens test och några slutsatser kan därför ej dras. Vid detta konfidensintervall, visar Brooks och Persand som också använde bland annat aktieindex, att ingen av modellerna GARCH(1,1), EGARCH(1,1) och GJR-GARCH(1,1) är tillfredställande för att prediktera framtida Value-at-Risk.⁹² Däremot finner Sarma, Thomas och Shah att GARCH(1,1) ger bra resultat vid konfidensintervallet 99 procent för Indiens NSE 50 Nifty Index, men för Standard & Poor's 500 Index passade ingen av de undersökta modellerna vid detta konfidensintervall.⁹³

Kolumnen i tabell 5.14 som visar på genomsnittlig predikerad Value-at-Risk, återger hur stor den genomsnittliga förlusten kan förväntas bli. Detta innebär att om exempelvis en portfölj har ett värde av 10 000 000 kronor är den genomsnittliga maximala förlusten som kan förväntas över den predikerade tidsperioden, beräknat med APGAR(1,1) vid konfidensintervallet 95 procent, cirka 206 000 kronor.

En hög sannolikhet för en misslyckad prediktering innebär att modellen underskattar risken. Vid låg sannolikhet för en misslyckad prediktering, i jämförelse med den signifikansnivå som används, överskattar modellen risken. Tabell 5.14 visar att APGAR(1,1), vilken är den enda av modellerna som accepteras på 90-procentsnivån, överskattar risken eftersom den returnerar att sannolikheten för en misslyckad prediktering av Value-at-Risk är 8,76 procent.⁹⁴

För att modellen skall anses vara bra när det gäller att prediktera Value-at-Risk vid olika konfidensintervall, skall sannolikheten för en misslyckad prediktering varken vara mer eller mindre än exempelvis 5 procent vid Value-at-Risk-nivån 95 procent. Om modellen returnerar att sannolikheten för en misslyckad prediktering är större än 5 procent, betyder detta att modellen indikerar att det behövs mindre andel kapital för att täcka den förväntade förlusten och att exempelvis en aktieportfölj därmed inte blir tillräckligt garderad. Detta innebär att modellen ökar riskexponeringen genom att underskatta den. Om däremot andelen misslyckade

⁹² Brooks & Persand (2003), sid. 20.

⁹³ Sarma, Thomas & Shah (2003), sid. 338.

⁹⁴ Gençay, Selçuk & Ulugülyağci (2003), sid. 345.

predikteringar är lägre än 5 procent, indikerar modellen att det behövs mer kapital för att täcka den förväntade förlusten. Detta betyder att en större mängd kapital än nödvändigt behöver bindas för att möta den förväntade förlusten, vilket medför att räntan på detta kapital går förlorad.⁹⁵ I tabell 5.14 visas att de två modeller som i denna studie bäst överensstämmer med ovanstående resonemang är APGARCH och GJR-GARCH, vilka vid konfidensintervallet 95 procent uppvisar en absolut avvikelse från konfidensnivån med enbart 0,07 procent. Dessa två modeller är därmed i detta avseende överlägsna alla andra i studien innefattade modeller vid detta konfidensintervall. Gemensamt för de två modeller, GARCH och APGARCH, som accepterats av Christoffersens test vid konfidensintervallet 90 procent, är att de returnerar sannolikheter för misslyckade predikteringar, som i jämförelse med predikteringsresultaten vid intervallet 95 procent, har de största absoluta avvikelserna från konfidensnivån.

Sammanfattningsvis tyder resultaten av innevarande studie på att ingen av de fyra undersökta GARCH-modellerna, i samtliga granskningar av resultaten i tabell 5.14, visat sig systematiskt överlägsen. Den modell som däremot bäst täcker klustrad volatilitet, det vill säga den modell som minimerar sannolikheten för två eller fler misslyckade predikteringar av Value-at-Risk i direkt följd, är GJR-GARCH vid konfidensintervallet 95 procent. Tabellen visar att sannolikheten för två eller fler misslyckade predikteringar i direkt följd, vid användandet av GJR-GARCH, är 4,55 procent, vilket torde vara rimligt eftersom modellen tar hänsyn till såväl asymmetri som leverageeffekter i datamaterialet. Detta skiljer sig från resultaten i Franses och Dijk, där GJR-GARCH gav dåliga predikteringar på aktiedata.⁹⁶ Däremot överensstämmer detta resultat med Brailsford och Faff, där GJR-GARCH passade bäst för att prediktera den framtida volatiliteten på den australiensiska aktiemarknaden.⁹⁷ Tabellen visar även att samtliga modeller vid konfidensintervallet 95 procent, ger en lägre sannolikhet för två eller fler misslyckade predikteringar i direkt följd, än samtliga modeller för intervallet 90 procent. Vid konfidensintervallet 99 procent kan inga jämförelser göras då ingen av modellerna kunde accepteras med hjälp av Christoffersens test. Den modell som sämst täcker klustrad volatilitet är APGARCH vid konfidensintervallet 90 procent, där sannolikheten beräknats till 10,53 procent.

⁹⁵ Ibid., sid. 345.

⁹⁶ Franses & Dijk (1996), sid. 229.

⁹⁷ Brailsford & Faff (1996), sid. 436.

6 Slutdiskussion

Det här kapitlet redovisar de slutsatser som studien kommit fram till, samt ger förslag till framtida studier.

6.1 Slutsatser

Syftet med den här studien var att genom användandet av GARCH-modeller undersöka deras tillförlitlighet, gällande prediktering av framtida volatilitet, och därmed även kunna göra tillförlitliga beräkningar av Value-at-Risk för ett aktieindex. Det aktieindex som studien baseras på är OMXS30 och innefattar tidsperioden 1996-12-31 till 2006-12-29. Detta syfte har uppfyllts genom att besvara frågan om vilken eller vilka av de fyra GARCH-modeller som studien innefattar, relativt varandra, ger den mest tillförlitliga predikteringen av framtida volatilitet och därmed även det bästa måttet på Value-at-Risk vid nivåerna 90 procent, 95 procent och 99 procent. De fyra modeller som denna studie har undersökt är AR(1)-GARCH(1,1), AR(1)-EGARCH(1,1), AR(1)-APGARCH(1,1) och AR(1)-GJR-GARCH(1,1).

Den modell som, givet att modellen accepterats av Christoffersens test, returnerar den lägsta sannolikheten för en misslyckad prediktering, är AR(1)-GARCH(1,1), vid Value-at-Risk-nivån 95 procent. Denna modell överskattar dock risken med 0,24 procent, det vill säga returnerar att sannolikheten är 4,76 procent för att modellen ska misslyckas att prediktera Value-at-Risk. Det har dock visat sig att AR(1)-GJR-GARCH(1,1), tillsammans med AR(1)-APGARCH(1,1), ger de minsta avvikelserna, 0,07 procent, från den acceptabla felmarginalen, 5 procent, på Value-at-Risk-nivån 95 procent. Dessa två modeller underskattar dock risken, eftersom modellen sannolikt misslyckas prediktera Value-at-Risk i 5,07 procent av fallen. Förhållningssättet till överskattning eller underskattning av den förväntade förlusten skiljer sig åt beroende på vilken typ av intressent som använder modellen. För exempelvis myndigheter torde en överskattad prediktering av risken vara att föredra, eftersom aktörerna i

så fall binder mer kapital för att kunna täcka denna förväntade förlust. Detta är till fördel för myndigheterna då aktörerna kommer att allokera mer kapital och därmed sänka sin risk-exponering, vilket implicit även innebär att myndigheternas riskexponering minskar. Aktörer föredrar däremot en modell som underskattar risken, eftersom de då inte behöver binda en högre andel kapital än vad som krävs av myndigheterna.⁹⁸

AR(1)-GJR-GARCH(1,1) visar sig vara den modell som vid konfidensintervallet 95 procent bästa fångar upp volatilitetskluster och därmed minimerar sannolikheten för att en misslyckad Value-at-Risk-prediktering återföljs av en eller flera misslyckade predikteringar i direkt följd. Detta tyder på, givet likvärdiga förutsättningar, att AR(1)-GJR-GARCH(1,1) torde vara den bäst lämpade modellen vid prediktering av framtida volatilitet och därmed även Value-at-Risk, vid nivån 95 procent.

Sammantaget tyder resultaten på att ingen av GARCH-modellerna är systematiskt överlägsen i förhållande till de övriga för samtliga konfidensintervall, men av de modeller som klarat Christoffersens test visar sig AR(1)-GJR-GARCH(1,1) vara den mest tillförlitliga modellen för prediktering av Value-at-Risk.

6.2 Förslag till framtida forskning

Innevarande studie har fokuserat på fyra olika GARCH-modeller och enbart använt sig av ett aktieindex. Detta innebär att slutsatserna som gjorts gällande modellernas tillförlitlighet vid prediktering av framtida Value-at-Risk till stor del beror på de antaganden och egenskaper som gjorts av datamaterialet.

Eftersom tidigare studier har visat att såväl valet av datamaterial som studerad tidsperiod har betydelse för resultaten, skulle det kunna vara av intresse att undersöka en annan typ av datamaterial och under flera olika tidsperioder.

Ett annat tillvägagångssätt kan vara att låta in-sample-perioden, vilken GARCH-modellens koefficienter skattas, bygga på kortare eller längre tidsintervall. Vidare kan det vara intressant

⁹⁸ Gençay, Selçuk & Ulugülyağci (2003), sid. 345.

att utöka studien med ytterligare typer av GARCH-modeller, såsom exempelvis QGARCH, IGARCH och GARCH-M med flera. En ytterligare utveckling av GARCH-modelleringen kan vara att även testa för andra typer av fördelningar såsom Student-t och Generalized Error Distribution. Även medelvärdesekvationen skulle kunna beräknas på andra typer av ARMA-processer.

Value-at-Risk kan beräknas på en mängd olika sätt. Denna studie har fokuserat på den vanligaste typen av beräkning av Value-at-Risk, men skiljda resultat kan eventuellt komma att uppnås om andra modeller för beräkning av Value-at-Risk används.

7 Källförteckning

7.1 Publicerade källor

Akgiray, Vedat. (1989) "Conditional Heteroskedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts", *Journal of Business*, vol. 62, sid. 55-80.

Balaban, Ercan; Bayar, Asli & Faff, Robert W. (2006) "Forecasting Stock Market Volatility: Further International Evidence", *The European Journal of Finance*, vol. 12, sid. 171-188.

Bollerslev, Tim. (1986) "Generalised Autoregressiv Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, vol. 31, sid. 307-327.

Brailsford, Timothy J. & Faff, Robert W. (1996) "An evaluation of volatility forecasting techniques", *Journal of Banking & Finance*, vol. 20, sid. 419-438.

Brooks, Chris (2004) *Introductory econometrics for finance*, Cambridge University Press, 5th edition.

Brooks, Chris & Burke, Simon P. (1998) "Forecasting exchange rate volatility using conditional variance models selected by information criteria", *Economics Letters*, vol. 61, sid. 273-278.

Brooks, Chris & Persaud, Gita (2003) "Volatility Forecasting for Risk Management", *Journal of Forecasting*, vol. 22, sid. 1-22.

Christoffersen, Peter F. (1998) "Evaluating Interval Forecasts", *International Economic Review*, vol. 39, sid. 841-862.

Day, Theodore E. & Lewis, Craig M. (1992) "Stock market volatility and the information content of stock index options", *Journal of Econometrics*, vol. 52, sid. 267-287.

Ding, Zhuanxin; Granger, Clive W.J. & Engle, Robert F. (1993) "A long memory property of stock market returns and a new model", *Journal of Empirical Finance*, vol. 1, sid. 83-106.

Dowd, Kevin (1998) *Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management*, John Wiley & Sons Ltd.

Engle, Robert F. (1982) "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, vol. 50, sid. 987-1008.

Engle, Robert F. (2001) "GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics", *The Journal of Economic Perspectives*, vol.15, sid.157-168.

Franses, Philip H. & van Dijk, Dick (1996) "Forecasting Stock Market Volatility Using (Non-Linear) GARCH Models", *Journal of Forecasting*, vol. 15, sid. 229-235.

Frimpong, Joseph M. & Oteng-Abayie, Eric F. (2006) "Modelling and Forecasting Volatility of Returns on the Ghana Stock Exchange Using Garch Models", *American Journal of Applied Sciences*, vol. 3, sid. 2042-2048.

Gençay, Ramazan; Selçuk, Faruk; Ulugülyağci, Abdurrahman (2003) "High volatility, thick tails and extreme value theory in value-at-risk estimation", *Mathematics and Economics*, vol. 33, sid. 337-356.

Glosten, Lawrence R.; Jagannathan, Ravi & Runkle, David E. (1993) "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks", *The Journal of Finance*, vol.48, sid. 1779-1801.

Hull, John C. (2003) *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall, 5th edition.

Jorion, Philippe (2001) *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, McGraw-Hill, 2nd edition.

Mosbahi, Mohamed N. (2006) "The Implementation of Value at Risk Methods For Tunisian Market under the GARCH framework: Evidence for Exchange rates", *IHEC Carthage*.

Nelson, Daniel B. (1991) "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach", *Econometrica*, vol. 59, sid. 347-370.

Pagan, Adrian R. & Schwert, William G. (1990) "Alternative Models for Conditional Stock Volatility", *Journal of Econometrics*, vol. 45, sid. 267-290.

Pederzoli, Chiara (2006) "Stochastic Volatility and GARCH: a Comparison Based on UK Stock Data", *The European Journal of Finance*, vol.12, sid. 41-59.

Sarma, Mandira; Thomas, Susan & Shah, Ajay (2003) "Selection of Value at Risk Models", *Journal of Forecasting*, vol. 22, sid. 337-358.

Saunders, Anthony & Allen, Linda (2002) *Credit Risk Measurement: New Approaches to Value at Risk and Other Paradigms*, John Wiley & Sons, Inc., 2nd edition.

So, Mike K. P. & Yu, Philip L. H. (2005) "Empirical analysis of GARCH models in value at risk estimation", *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, vol. 16, sid. 180-197.

Söderlind, Lars (2001) *Att mäta ränterisker*, 2:a upplagan, SNS Förlag.

Tse, Yiu Kuen & Tung, Siew Hoong (1992) "Forecasting Volatility in the Singapore Stock Market", *Asia Pacific Journal of Management*, vol. 9, sid. 1-13.

7.2 Elektroniska källor

Datastream Advance

EViews 5.0 Help

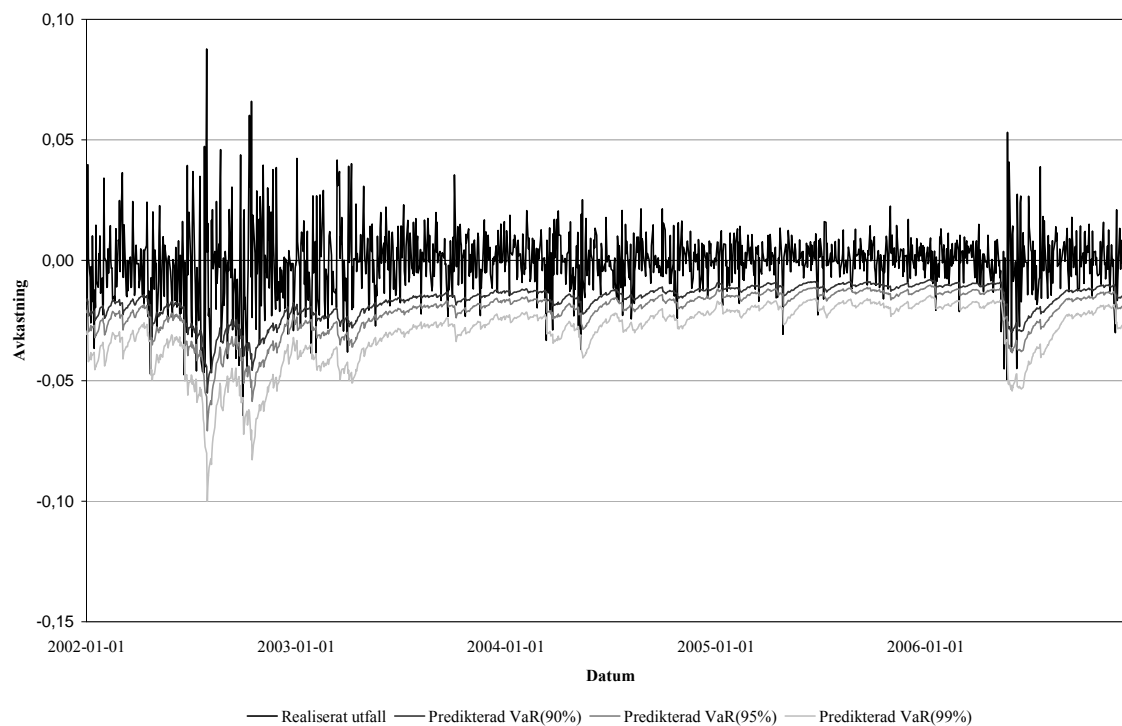
OMX,

http://omxgroup.com/nordicexchange/marknaden/kursinformation/Index/Microsite_Index/?InstrumentId=SSESE0000337842, den 19 december 2006.

8 Appendix

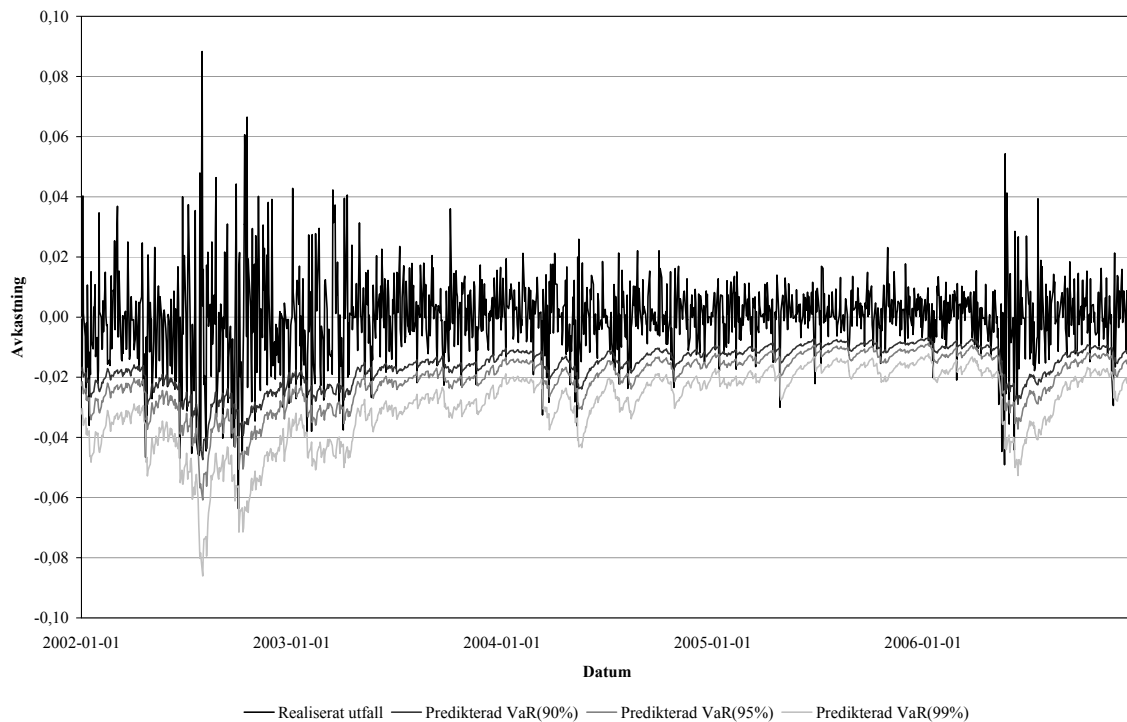
Figur 8.1 Dagliga predikteringar av Value-at-Risk med hjälp av AR-GARCH

Figuren visar dagliga predikteringar av Value-at-Risk, på nivåerna 99 procent, 95 procent och 90 procent, med hjälp av AR-GARCH för tidsperioden 2001-01-01 till 2006-12-29.

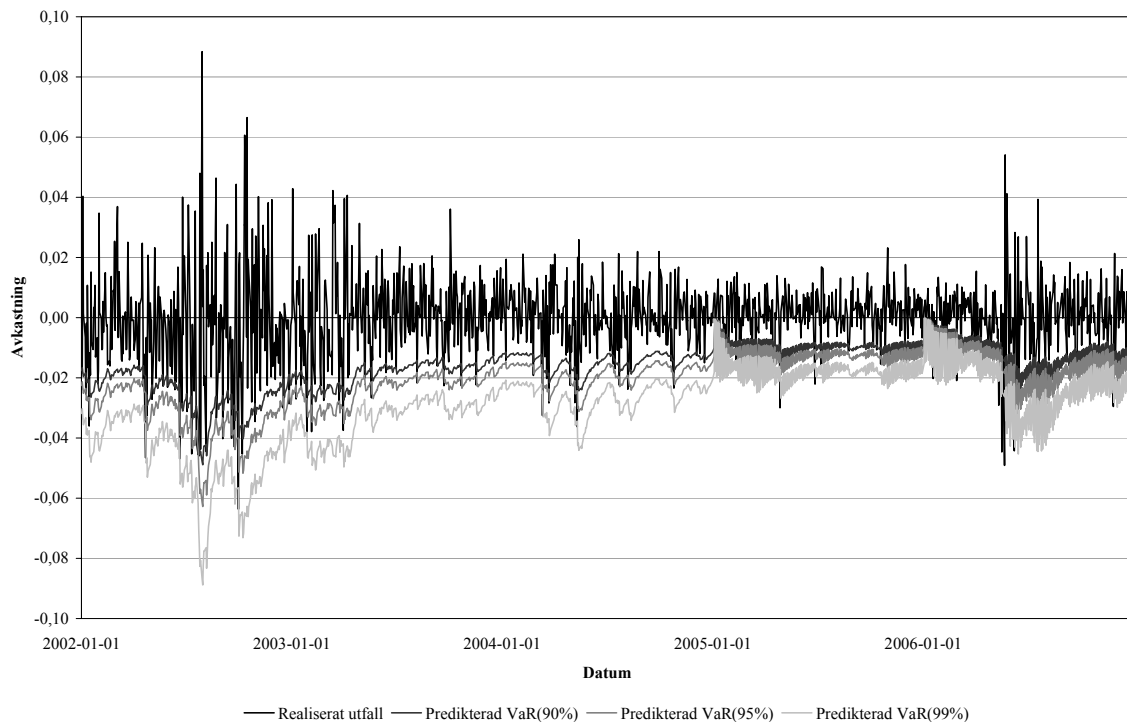


Figur 8.2 Dagliga predikteringar av Value-at-Risk med hjälp av AR-EGARCH

Figuren visar dagliga predikteringar av Value-at-Risk, på nivåerna 99 procent, 95 procent och 90 procent, med hjälp av AR-EGARCH för tidsperioden 2001-01-01 till 2006-12-29.

**Figur 8.3** Dagliga predikteringar av Value-at-Risk med hjälp av AR-APGARCH

Figuren visar dagliga predikteringar av Value-at-Risk, på nivåerna 99 procent, 95 procent och 90 procent, med hjälp av AR-APGARCH för tidsperioden 2001-01-01 till 2006-12-29.



Figur 8.4 Dagliga predikteringar av Value-at-Risk med hjälp av AR-GJR-GARCH

Figuren visar dagliga predikteringar av Value-at-Risk, på nivåerna 99 procent, 95 procent och 90 procent, med hjälp av AR-GJR-GARCH för tidsperioden 2001-01-01 till 2006-12-29.

