



**EKONOMI
HÖGSKOLAN**
Lunds universitet

Kandidatuppsats Vårterminen 2007

Nationalekonomiska institutionen

EKONOMIHÖGSKOLAN VID

LUNDS UNIVERSITET

Tranchering av Collateralized Debt Obligations med en portfölj av simulerade tillgångar

Handledare:
Hans Byström

Författare:
Paul Göransson

Sammanfattning

Den här uppsatsen är menad att ge en introduktion till begreppet värdepapperisering samt de i detta begrepp innefattande delarna. Främst är den fokuserad på hur trancheringen av en CDO kan se ut med avseende på en konstruerad portfölj av tillgångar där en eller flera faktorer ändras. Detta visas genom att simulera tillgångarna med hjälp av en firm-value modell och Monte-Carlo simuleringar vilket i sin tur ger förlustdistributioner ur vilka därefter trancheringarna är härledda.

Genom att göra detta ges en insikt av hur mycket förändringar i den underliggande portföljen kan ändra en tranchering och därigenom ger det en insikt av de problem som finns med värdepapperisering. Framförallt visar den hur känslig den använda modellen är för förändringar i löptid och defaultprobability.

Simulationerna visar att de två faktorer som i denna modell har störst inverkan på trancheringen är löptiden på de underliggande tillgångarna samt sannolikheten till default, framförallt när de båda samverkar.

Nyckelord: Collateralized Debt Obligation, Tranchering, Värdepapperisering, Asset-backed security, firm-value modellering

Innehållsförteckning

Kapitel 1	Inledning	1
1.1	Bakgrund:	1
1.2	Syfte:	2
1.3	Metod:	2
1.4	Begränsningar:	3
1.5	Målgrupp:	3
Kapitel 2	Värdepapperisering.....	4
2.1	Introduktion till Värdepapperisering	4
2.2	Processen värdepapperisering.....	5
2.3	Sorter av ABS.....	7
2.4	Förklaring av CDO.....	9
2.5	Motiv bakom värdepapperisering.....	11
2.6	Problem med värdepapperisering:	13
Kapitel 3	Teori	15
3.1	Modell:	15
3.2	Problem med modellen:	19
Kapitel 4	Simulering	20
4.1	Simuleringsförklaring	20
4.2	Resultat	22
4.2.1	Simulering 1: Basfall	22
4.2.2	Simulering 2: Korrelation mot makrofaktorn.....	24
4.2.3	Simulering 3: Redemption-value.....	28
4.2.4	Simulation 4: Recovery-value	31
4.2.5	Simulering 5: Löptid	33
4.2.6	Simulering 6: Defaultprobability	36
4.2.7	Simulering 7: Hela portföljen slumpmässigt genererad.	40
4.3	Sammanfattning av simuleringar:	41
Kapitel 5	Slutdiskussion.....	42
Litteraturförteckning.....		45
Appendix 1: Övriga förlustfördelningar		46
Appendix 2: Ordlista		47
Appendix 3: Matlabkod.....		48

Kapitel 1 Inledning

1.1 Bakgrund:

Värdepapperisering (engelska: securitization) är ett växande fenomen i den finansiella världen. Från uppkomsten på 1980 talet till nu har den växt till att i Europa 2006 omfatta 440 miljarder Euro (European securitization forum, 2007). Detta kommer sannolikt att överträffas under 2007 eftersom att under det första kvartalet 2007 omfattade 125,7 miljarder euro, vilket är nästan dubbelt så mycket som under samma kvartal föregående år. Omfattningen av denna verksamhet i Sverige är dock begränsad.

Värdepapperisering är processen att skapa olika typer av asset-backed securities (tillgångs uppbackade värdepapper) hädaneftre kallade ABS. Bland dessa finns den variant som denna uppsats primärt kommer att handla om nämligen CDO:er (collateralized debt obligations), där collateralized kommer från collateral eller säkerhet. Dessa finns i flera olika varianter och benämns vanligen beroende på vilken typ av underliggande tillgång som de baseras på. De vanligaste är CLO (collateralized loan obligation) och CBO (collateralized bond obligation).

Ett aktuellt exempel på just ABS:er är att Cerberus capital management delvis bekostar köpet av Chrysler med att ge ut obligationer vilka har Chryslers stora mängd billån som underliggande tillgång. Det har dock visat sig svårt att ge ut de ca 50 miljarder dollarna i ABS:er vilket var tänkt.

Denna uppsats kommer att handla om hur framförallt CDO:er påverkas av olika förutsättningar i den underliggande portföljen när de skapas. Men den kommer även att förklara funktionen av generella ABS:er och gå igenom några av de varianter av CDO:er som existerar.

För tidigare forskning inom området se bland annat Greenbaum och Thakor (Greenbaum, o.a., 1987) för hur bankernas risk påverkas av värdepapperisering, Duffie och Gârleanu (Duffie, o.a., 2001) för hur det påverkar bankernas likviditet och marknadseffekter.

1.2 Syfte:

Syftet med denna uppsats är att generellt förklara värdepapperisering med ABS:er och att noggrant gå igenom hur trancheringen¹ av en CDO påverkas av förändringar i den underliggande portföljen. Detta görs i syftet att läsaren skall få en större medvetenhet av hur värdepapperisering fungerar och vilka underliggande risker som finns däri.

1.3 Metod:

Uppsatsen har två delar. En där instrumenten förklaras samt en kvantitativ del där en modell för att simulera en CDO har använts för att illustrera hur trancheringen påverkas av förändringar i den underliggande portföljen.

Simuleringarna är av Monte-Carlo typ och modellen kommer från Jan Pieter Krahanen och Christan Wilde och deras artikel *Risk Transfer with CDO's and Systemic Risk in Banking* (Wilde, o.a., 2006). Där simuleringarna används för

¹ Se Appendix2: ordlista för förklaring

att få fram en förlustdistribution ur vilken sedan den slutliga trancheringen härleds.

Simuleringarna och teorin kommer att förklaras noggrant i ett senare kapitel. Alla simuleringar har skett i MATLAB.

1.4 Begränsningar:

Den huvudsakliga begränsningen i uppsatsen är att modellen tagits för given och att mycket liten vikt lagts vid att undersöka modellens utseende eller alternativa metoder till att generera de trancheringar som gjorts i simuleringarna.

1.5 Målgrupp:

Målgruppen för denna uppsats är ekonomistudenter på kandidatnivå med intresse att lära sig mer om värdepapperisering i allmänhet och CDO:er i synnerhet. Den är menad att ge en grundläggande förståelse för själva instrumentet och de processer som finns i skapandet av dem.

Kapitel 2 Värdepapperisering

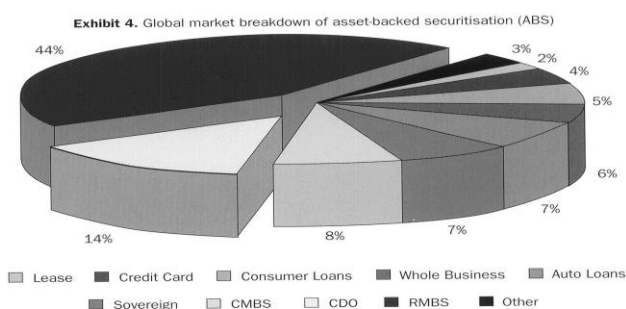
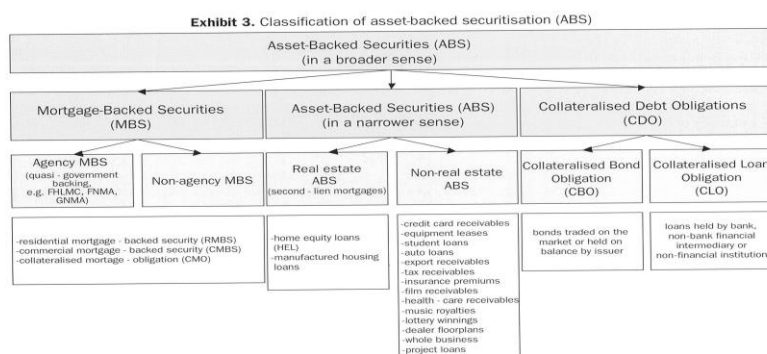
2.1 Introduktion till Värdepapperisering

Värdepapperisering är processen att omvandla en illikvid tillgång till en annan tillgång vilken är likvid. Genom processen värdepapperisering skapar man asset-backed securities (ABS:er) vilka i sin tur kan säljas.

Principen bakom denna process är gammal. En variant är de tyska Pfandbrief strukturerna (dessa är av typen mortgage-backed securities vilka återkommes till senare i uppsatsen) dessa har funnits i mer än två århundraden. De moderna varianterna av detta började växa i USA under första halvan av 1980-talet och i Europa började den egentliga tillväxten i mitten på 1990-talet. (Jobst, 2003)

I Figur 1 visas en typisk uppdelning av de olika varianterna av ABS:er som existerar och deras respektive marknadsandelar under 2003. Avsnitt 2.4 är en genomgång av CDO:er och i avsnitt 2.3 är en genomgång de två andra varianterna, Mortgage-Backed Securities (MBS) och en mer avgränsad definition på ABS, i detta avsnitt är det dessutom en genomgång av processen, motiven samt de olika parterna som tar del i värdepapperiseringen av en tillgång.

Figur 1 (Jobst, 2003)



2.2 Processen värdepapperisering

Denna process har två huvudsteg och tre huvudparter. Det första steget är att ägaren av den underliggande tillgången säljer denna till en mellanhand skapad just för det syftet att hålla och ge ut ABS:en. Denna mellanhand kallas SPV (special purpose vehicle) och är ett dotterbolag till innehavaren. SPV:n i sin tur trancherar och ger ut obligationer baserade på den tillgång som sålts.

De tre intressenterna är alltså den ursprungliga ägaren till tillgången, SPV:n samt investerarna. De två stegen är den egentliga försäljningen av den underliggande tillgången till SPV:n samt utgivandet av obligationer från SPV:n. Dessutom finns det alltid med rådgivare och rating-agencies² för att säkerställa att obligationerna håller den standard som krävs

² Se Appendix2: ordlista för förklaring.

för att kunna säljas med en specifik rating³. Detta gör att tekniken bakom processen kan vara komplicerad och de många instanserna kan göra det svårare att få en överblick av vad som händer.

Det som gör en ABS speciell är att den kan göra om en ”dålig” skuldetillgång till en ”bra” med hjälp av credit-enhancement⁴. Det finns flera sätt att göra detta. Först och främst är det vattenfallsprincipen. Vattenfallsprincipen uppnås genom trancheringen där de olika trancherna får olika rating och olika ränta. De olika trancherna i sin tur får en strikt ordning i vilken både förluster och vinster tilldelas dem. Högre trancher blir med andra ord isolerade från förluster i den underliggande tillgången vilket gör att de kan få en mycket högre rating än den underliggande tillgången. Den tranche⁵ som har högst rating brukar vanligen ha en mycket hög rating, exempelvis Aaa eller motsvarande medan den som har lägst vanligen saknar rating. Den lägsta, mest juniora, kallas equity eller first-loss piece. Equity delen behålls vanligen av utgivaren men om den säljs kan för ett typiskt CDO fall ge en ränta på mellan 15 och 20 % (Incisive Media Investments Ltd, 2004). Eftersom den vanligen behålls (och inte skulle vara investment-grade⁶ om den såldes) så försöker man i processen minimera storleken av denna, typiskt är den mellan 2 och 20 % av det utgivna kapitalet. Förutom den seniora och juniora tranchen kan det finnas ett antal mellanliggande trancher vilka kallas mezzanina och vanligen har investment-grade. Antalet mezzanina trancher kan variera men ligger vanligen mellan två och fyra stycken. En typisk rating för en av dessa trancher är Baa. Det faktum att de är investment-grade och inte har den högsta ratingen

³ Se Appendix2: ordlista för förklaring

⁴ Se Appendix2: ordlista för förklaring

⁵ Se Appendix2: ordlista för förklaring

⁶ Se Appendix2: ordlista för förklaring

har lett till att intresset att investera i dessa trancher är stort då de ger en högre avkastning men fortfarande har visst skydd från vattenfallsprincipen.

Andra sätt att uppnå credit-enhancement är att översäkra den underliggande poolen av tillgångar. Alltså att den är större än de utgivna obligationerna eller att köpa försäkring från en tredje part. Det går även att till exempel göra så att den totala räntan på de utgivna obligationerna är lägre än den ränta som uppbärs av den underliggande tillgången, en så kallad excess-spread. Där eventuellt överskott hålls kvar som säkerhet för att kunna täcka upp eventuella förluster vilket förbättrar ratingen.

2.3 Sorter av ABS

Det finns som nämnts tidigare flera olika sorter av ABS:er samt olika motiv bakom att värdepapperisera. Här skall jag gå igenom några av de vanligaste sorterna översiktligt samt de främsta motiven för att genomföra detta.

En av de vanligaste sorterna av ABS:er är de som baseras på fastighets lån, MBS (mortgage-backed securities). Dessa har som underliggande tillgång belåningar på fastigheter av olika sorter. Detta är också en av de första sorterna som började användas eftersom just fastigheter är en säker underliggande tillgång. Det går lätt att se hur den underliggande tillgången kan påverkas av marknaden. Det är också vanligt att fastighetsbolag har stor skuldsättning. Detta leder till att det finns stora mängder av deras lån utestående i finansbolagen vilka ofta vill kunna finansiera ytterligare utlåning och därmed värdepapperisera.

Det finns ett antal undergrupper till MBS:er där namnen visar vilken typ av underliggande belåningar det är. Dessa är RMBS (residential mortgage-backed security) där den

underliggande tillgången är lån på bostadshus, CMBS (commercial mortgage-backed security) med en underliggande tillgång som är kommersiella fastighetslån samt även CMO (collateralized mortgage obligation). Det måste dock nämnas att MBS:er ibland inte klassificeras som ABS. Detta på grund av att det finns varianter som inte använder sig av tranchering och därmed inte använder vattenfallsprincipen på samma sätt vilket gör att de skiljer sig mycket från de övriga sorterna. I USA kallas dessa mortgage pass-through securities och fungerar i övrigt på samma sätt som andra typer av ABS förutom att de utgivna obligationerna inte ordnas i flera klasser. Även CMBS kan vara en variant där credit-enhancement sker genom att de utgivna obligationerna har en sekventiell avbetalning. De med högst rating (senior notes) har en kortare löptid och betalas alltså av före de med en lägre rating (junior notes) vilka därmed har en längre löptid.

För just MBS finns det även exempel på att det har förekommit i Sverige under en tid. Ett exempel är att SBAB i oktober 2000 gav ut ett RMBS med ett värde på 1 miljard Euro där den underliggande tillgången var lån på villor och radhus i Sverige. (Choudhry, 2004)

En mer avgränsad variant av ABS:er är de som oftast bara går under namnet ABS, dessa utesluter MBS samt CDO (och därmed även CBO/CLO). Här finns de som använder allt ifrån kreditkortsbetalningar till billån som underliggande tillgång. Bland annat kan mer exotiska obligationer räknas in här där den underliggande tillgången är musikroyalties eller liknande mer osäkra källor (osäkra i den meningen att det kan vara mycket svårt till omöjligt att vara säker på hur stora de intäkterna som kommer från royaltyn förändras under löptiden). Det fanns även idéer om att använda premier från livförsäkringar men det moraliskt tveksamma i att "spela" om människors död gjorde att de inte sålde och därför försvann.

2.4 Förklaring av CDO

En CDO är en specifik variant av värdepapperisering som handlar om att handla med skulder. CDO:er delas främst in i två undergrupper, CBO (collateralized bond obligation) och CLO (collateralized loan obligation). Som tidigare nämnts är namnen beroende på vilken den underliggande tillgången är.

CBO:er har vanliga obligationer som underliggande tillgång, vanligen så kallade "junk⁷ bonds" vilka genom credit-enhancement blir investment-grade och därmed säljbara. De påminner mycket om CMO men där en CMO ofta har löptiden som skillnad mellan trancherna så har en CBO räntan. CBO:er förekommer oftast i arbitrage CDO:er (JPMorgan, 2001)

CLO:er använder lån som underliggande tillgång. Dessa lån kan vara både kommersiella och privata.

Det finns även andra typer av CDO:er. Exempelvis en som bara kallas CDO och kan ha flera typer av skulder som underliggande tillgång.

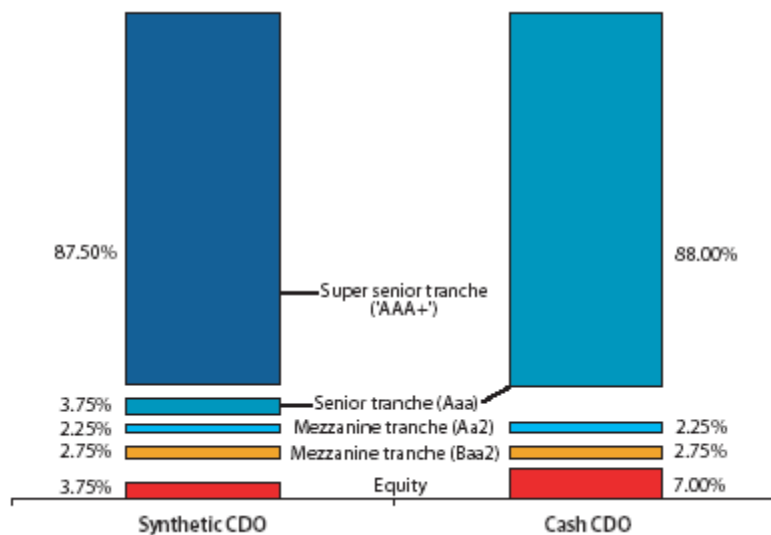
CDO strukturer kan klassificeras i två breda grupper, market-value och cash-flow. Market-value baseras på marknadsavkastningen på portföljen snarare än bara ränta. Alltså är avkastningen beroende på hur väl portföljen handlas och därmed skickligheten av de som administrerar den. Om handeln understiger det som är nödvändigt för att uppfylla kraven från de utgivna obligationerna så måste bortfallet betalas genom att delar av den underliggande portföljen löses ut i förtid. I cash-flow strukturen, vilken är en vanligare struktur, är avkastningen och trancheringen endast beroende på riskerna i den underliggande portföljen och har mycket lite med skicklighet i handel med tillgångarna att göra.

⁷ Se Appendix 2: ordlista för förklaring

En av de mest växande och i Europa den mest handlade typen av CDO:er är syntetiska varianter. Dessa använder inte endast en portfölj av skuldinstrument som portfölj utan tillför en så kallad "super-senior" tranche vilken består av CDS:er (credit default swap). Dessa instrument är till för att kunna sälja eller köpa risk för att skräddarsy sitt risktagande och är i sig en mycket stor marknad. Den har en ungefärlig marknadsandel på 33 % av alla räntederivat (Palmstierna, o.a., 2007).

En typisk tranchering av en CDO kan se ut som nedan.

Figur 2 (Incisive Media Investments Ltd, 2004)



Det går tydligt att se skillnaden mellan en syntetisk och en vanlig cash CDO. Den tranche med högst rating (senior) i en cash struktur har en typisk storlek på runt 80 %. Det kan variera mellan så lågt som 65 % till som i detta fall med 88 %. Men i den syntetiska varianten har samma tranche endast ca 4 % av det totala utgivna kapitalet. Samtidigt har equity/first-loss piece minskat från 7 % till strax under 4 %. Detta medför en ökning av det totalt säljbara kapitalet eftersom en CDS inte är täckt av den underliggande portföljen utan är ett byte av risk. Detta är en av de anledningar som gör att syntetiska

CDO:er är de vanligaste i nya utgivningar där de omfattar nästan tre fjärdedelar av alla nya CDO:er.

Det måste dessutom nämnas att det inom denna bransch ständigt förekommer nya innovationer med alltmer komplicerade strukturer. En av de nyare är CPDO (constant proportions debt obligation), vilka lanserades av ABN-Amro under sommaren 2006 och som via komplicerade matematiska metoder lyckas kombinera avkastningen hos obligationer av icke investment-grade med säkerheten hos en investment-grade. Det gör den genom att kombinera strukturer och processer för en CDO med strukturer och processer från andra typer av räntederivat, i just fallet med CPDO kombineras CDO och CPPI (constant proportion portfolio insurance) strukturer med varandra. Det har dock under senare tid rests en del kritik angående den extremt höga rating (AAA eller motsvarande) som S & P samt Moodys gett dessa instrument (Davies, 2007). Denna kritik kommer från det konkurrerande företaget Fitch, vilket har lett till en diskussion angående huruvida det är lämpligt med den integration i framtagandet av nya instrument som finns mellan de stora finansbolagen samt de företag som utfärdar ratings för tillgångar.

2.5 Motiv bakom värdepapperisering

Det finns två primära motiv bakom att värdepapperisera. Dessa är arbitrage och att förändra hur företagets balansräkning ser ut. De kan även användas för att finansiera verksamheten eller förändra hur risktagandet blir. Ett exempel på att finansiera verksamheten är det tidigare nämnda exemplet med Chrysler och Cerebus.

En av de största och vanligaste anledningarna till att genomföra värdepapperisering är att ta bort den ägda skulden

från balansräkningen, så kallad off-balance sheet. Detta görs för att det inom banksfären finns regler bland annat inom BASEL överenskommelserna samt även nationella lagar som reglerar hur mycket de får låna ut. Den tidigare BASEL I överenskommelsen sa att för varje \$100 risksatt kapital (utlåning) var den tvungen att ha minst \$8 i kapital, där det risksatta kapitalet är beroende på vilken typ av lån det är. Vanliga lån (dock ej bostadslån) till konsumenter är exempelvis satta till 100 % oavsett anledning och säkerhet bakom lånet. (Choudhry, 2004) I Basel II överenskommelsen så ändras dock reglerna angående kapitaltäckningen. Den främsta förändringen är att kapitaltäckningskraven blir mer beroende på kvaliteten och typen av lån. Dessutom ändras reglerna för hur SPV:n (i BASEL överenskommelsen kallad SPE, special purpose entity) får agera när det gäller den underliggande portföljen. En av anledningarna bakom detta är att det i den tidigare överenskommelsen ökade risken att banker använde tillgångar med hög rating för att konstruera sina värdepapperiseringar, vilket ökade risken för att de kunde hamna i ekonomiska problem medan det i den nya inriktas mer mot sämre kvalitet på underliggande tillgångar. Även andra anledningar kan tänkas förekomma för att genomföra regel förändringarna. En marknad med tydligare spelregler gör det lättare att kunna handla med dessa instrument vilket ökar likviditeten och därmed även möjligheten att på andrahandsmarknaden tjäna pengar på instrumenten.

Av de andra motiven bakom värdepapperisering är arbitrage värdepapperiseringar är principiellt enkla att förstå. Skuldägaren tror sig kunna tjäna mer pengar på att sälja avkastningen på tillgången genom en värdepapperisering än att behålla det helt själv.

Dessutom finns det även ett tredje motiv nämligen riskhantering. I detta fall handlar det om att skraddarsy vilket risktagande som en enskild skuldägare vill ta beroende på vilken avkastning som den vill ha från sitt kapital. Här brukar det även innefatta att köpa ABS:er från andra företag.

2.6 Problem med värdepapperisering:

Det finns ett antal olika problem med värdepapperisering. Några av dem har nämnts tidigare, som det intima samarbetet mellan rating agencies samt de utgivande finansbolagen men även de regleringar som finns. Andra viktiga problem att tänka på är de olika sätten ett företag kan välja vilka delar av sin portfölj de vill värdepapperisera. Just detta kommer visas hur det borde påverka trancheringen i senare kapitel och är huvuddelen av uppsatsen. Det går att klassificera detta problem som adverse-selection, det existerar en stor skillnad mellan informationen om lånen mellan investerare och utgivare. Det gör att utgivaren eventuellt kan tänka sig att konstruera portföljen på ett sätt som inkluderar tillgångar som inte borde vara där med tanke på den tranchering och rating som de efterfrågar. Denna risk minskas genom att bankerna oftast behåller first-loss piece och därmed blir de första som förlorar pengar, därav namnet, ifall låneportföljen underpresterar.

För portföljer där marknadsavkastningen är det som är grunden till avkastningen på obligationerna, exempelvis en market-value arbitrage CBO, vilka är beroende på skickligheten hos portfölj administratören. Moral-hazard problematik kan därmed uppkomma genom att man inte kan garantera att administratören gör sitt bästa eller att han är kompetent.

En viktig del är att den underliggande portföljen inte får förändras på något större sätt under löptiden. Detta medför att det krävs kvantitativt och kvalitativ information från början eftersom en ABS kan ha en mycket lång löptid och därmed kan riskerna med den underliggande portföljen bli mycket stora. Det finns en del begränsade sätt att ändra i portföljen vilka är beroende på hur strukturen för just den värdepapperiseringen ser ut och därför måste det undersökas i fall till fall.

Det finns även systemiska risker för banksektorn med vidspridd värdepapperisering. Detta genom att det blev lönsamt att värdepapperisera skulder av investment-grade vilket i sin tur dränerade marknaden på just dessa (Wilde, o.a., 2006). Dessutom har olika trancher av en CDO olika korrelation till makrofaktorn. I *Risk Transfer with CDOs and Systemic Risk in Banking* visas att den systemiska risken indikerad med tranchernas korrelation till makrofaktorn ökar i banksektorn genom värdepapperisering. (Wilde, o.a., 2006) Detta på grund av just det olika beroendet på makrofaktorer mellan olika trancher och det faktum att bankerna behåller first-loss piece i vilken den största delen av all korrelation till makrofaktorn fångas upp.

Kapitel 3 Teori

I detta kapitel förklaras modellen bakom simuleringarna som använts. Här blir även översiktligt matematiken bakom dem översiktligt förklarad. Själva programmeringen av simuleringarna i MATLAB tas dock inte upp, koden finns dock bifogad i Appendix 3 om intresse för den finns.

3.1 Modell:

Den använda modellen har som grund att fånga händelsen av en låntagares oförmåga att betala lånet den tagit (obligor⁸ default). Detta används för att beräkna en portföljförlustkvot (portfolio default rate, PDR). PDR i sin tur används för att ta fram en förlustdistribution ur vilken i sin tur de olika trancherna kan tas fram. Modellen kommer från J.P. Krahanen och C. Wilde:s artikel *Risk Transfer with CDOs and Systemic Risk in Banking* där de använder den för att undersöka hur användningen av CDO:er påverkar den systemiska risken i banksektorn.

Denna modell är en så kallad firm-value modell, detta innebär att den simulerar företagets hela värde. Detta värde är dock inte samma som börsvärdet utan snarare det värde som hela företaget kan säljas för. Ursprunget till detta sätt att modellera kommer från Robert C. Merton i en artikel från 1974 där han anser att ett företags kreditrisk kan modelleras som en köp option på företagets tillgångar. Detta går att simulera på flera sätt. Ett av de vanligaste är att använda

⁸ Se Appendix 2: ordlista för förklaring

simuleringar av Monte-Carlo typ med geometrisk Brownsk rörelse (GBM).

Varje företags värde beror på två faktorer, en marknadsfaktor samt en idiosynkratisk risk faktor. Detta sätt att simulera ett företags värde är det vanligaste i corporate-finance applikationer (Wilde, o.a., 2006).

Här modelleras varje värde $V_{n,t}$ för företag n vid tid t innan maturity⁹ för lånet med en generaliserad makroekonomisk faktor Y_t^M vilken är gemensam för alla företag samt en för varje företag unik idiosynkratisk komponent $\epsilon_{n,t}$ där $Y_t^M \sim \phi(0,1)$ och $\epsilon_{n,t} \sim \phi(0,1)$. Alltså både $\epsilon_{n,t}$ och Y_t^M är 0,1 normalfördelade slumpstal. Detta är grunden i själva simuleringen. Att upprepade gånger dra slumpstal för att simulera hur marknaden rör sig och med tillräckligt stor mängd dragna slumpstal blir slutresultatet ett som stämmer bra överens med hur verkligheten ser ut. Att använda en modell av denna typ gör också till skillnad från mer analytiska modeller att mängden förenklande antaganden kan minskas vilket bidrar till dess popularitet. (Wilde, o.a., 2006)

Ekvation 1 (Wilde, o.a., 2006)

$$V_{n,t} = \sqrt{\rho_n^M} Y_t^M + \sqrt{1 - \rho_n^M} \epsilon_{n,t}$$

Ekvation 1 visar hur $V_{n,t}$ förändras beroende på de olika slumpstalen där $\sqrt{\rho_n^M}$ är känsligheten för värdet mot marknadsfaktorn. Känsligheten är kvadratroten ur korrelationen mellan skuld n och makrofaktorn. I detta fall antas korrelationen vara $0 \leq \rho_n^M \leq 1$. Det måste påpekas är att det är möjligt att använda fler faktorer för att bestämma hur värdet förändras. I den använda modellen tas intra-industriell korrelation inte hänsyn till utan antas ligga inbakad i makrofaktorn. Om låntagaren är en privatperson så är

⁹ Se Appendix 2: ordlista för förklaring

skillnaden antagligen mindre än om det är ett mycket stort företag. En person som tar ett lån är mindre beroende av hur det går för andra personer (intra-industriell korrelation) än hur det går för marknaden som helhet (makro faktorn) eller för den själv (den idiosynkratiska faktorn). Exempelvis skulle en ekvation med fler faktorer kunna se ut enligt Ekvation 2 nedan.

Ekvation 2 (Wilde, o.a., 2006)

$$V_{n,t} = \sqrt{\rho_n^M} Y_t^M + \sqrt{\rho_n^j} Y_t^j + \sqrt{1 - \rho_n^M - \rho_n^j} \epsilon_{n,t}$$

I denna ekvation antas Y_t^j vara ortogonal (vinkelrät) mot Y_t^M och att den är den drivande faktorn förutom de två andra för alla företag inom industri j . Dessutom antas att kovariansen mellan olika industrier är noll, $cov(Y_t^i, Y_t^j) = 0$, där i och j är de olika industrierna.

Ett företag antas inte kunna möta sina betalningsskyldigheter om dess värde vid någon tidpunkt t faller under en given gräns (default-boundry), D_n alltså om $V_{n,t} < D_n$. I denna uppsats antas D_n endast bero på en exogent given default probability p_n enligt Ekvation 3 nedan. Alltså D_n är den kummulativa inversa normalfördelningen med avseende på p_n . Den kan ses som detta eftersom $V_{n,t}$ kan antas vara normalfördelad.

Ekvation 3 (Wilde, o.a., 2006)

$$D_n = \Phi^{-1}(p_n)$$

I händelse av default kan vanligen en del av kapitalet hämtas hem så att förlusten inte blir 100 procent. Detta ger i sin tur genom Ekvation 4 nedan portföljförlustskvoten.

Ekvation 4 (Wilde, o.a., 2006)

$$PDR = \frac{\sum_{n=1}^N 1_{\{T_n > \tau_n\}} \cdot \Theta_n (F_n (1 - \psi_n) e^{-r\tau_n} + C_{n,\tau_n T_n} e^{-rT_n})}{\sum_{n=1}^N \Theta_n (F_n + C_{n,0,T_n}) e^{-rT_n}}$$

I denna ekvation är ψ_n recovery-rate alltså den procentandel som återfås i händelse av default. Den är per definition mindre än ett men större än noll. Recovery-rate är dessutom ofta mycket beroende på default-probability, om det är en hög defaultprobability är oftast recovery-rate låg. Detta samband har inte tagits hänsyn till i simuleringarna. För att få portföljens förlust måste det dock gå att skilja på om en skuld betalas igen eller inte. Detta görs av funktionen $1_{\{T_n > \tau_n\}}$ vilken antar värdet ett ifall skulden inte kan återbetalas under sin löptid. Alltså om företagets värde faller under den givna gränsen D_n . T_n betecknar skuldens löptid och τ_n betecknar tiden för default. C_{n,τ_n,T_n} är värdet av kupongerna som skulden skulle betala ut mellan tiden τ_n och T_n , alltså de kuponger som inte betalas ut ifall skulden förfaller innan löptidens slut. På samma sätt är $C_{n,0,T_n}$ värdet av alla kuponger mellan tidpunkten 0 och T_n vilket är alla kupongerna. Alla utbetalningar, såväl kuponger som återvinningen av lånet, nuvärdesberäknas med räntan r .

Redemption-value (F_n) är detsamma som face-value och är alltså den summa som en obligation eller i det här fallet även lån betalar ut vid löptidens slut. Exposure-size (Θ_n) är den andel av portföljen som just det lånet motsvarar och ges av Ekvation 5 nedan.

Ekvation 5

$$\Theta_n = \frac{F_n}{\sum_{n=1}^N F_n}$$

Ett enkelt tankeexempel är om skulden förfaller vid tidpunkten noll, alltså att företaget inte kan betala när det tar lånet och att $\psi_n = 0$. Detta skulle leda till en PDR på 1 (givet att det bara är en skuld i portföljen) vilket stämmer med att hela portföljen blir värdelös med 100 procents förlust.

Varje lån/obligation i modellen har således ett antal olika variabler. Genom att sätta dessa till det man önskar kan man modellera en låneportfölj och utifrån denna skapa trancheringen hos en CDO där det inte används några andra sätt till credit-enhancement än just trancheringen och den strikta subordination som den innefattar.

3.2 Problem med modellen:

Det finns ett antal problem med modellen som måste tas upp. Till att börja med så använder den sig inte av några andra metoder för credit-enhancement än just trancheringen. Det är tveksamt till hur vanligt just det är. Den modellerar alltså en mycket enkel variant av en CDO.

Viktigare är dock att den inte kan modellera syntetiska varianter av CDO:er. Anledningen är helt enkelt att en CDS inte har samma karakteristik som ett vanligt skuldeinstrument och därför inte fungerar på samma sätt. Alltså är denna modell inte tillämplig på närmare 75 % av de CDO:er som ges ut idag vilka är av syntetisk variant.

En annan brist med modellen är att den modellerar alla skulderna som obligationer. Modellen har ingen hänsyn för amorteringar vilket om lånen har längre löptid kvar än ett år gör att felet ökar. Ett amorteringslöst lån eller obligation är dock väl representerat av modellen.

Kapitel 4 Simulering

4.1 Simuleringsförklaring

Simuleringen som baseras på den i föregående kapitel förklarade modellen från Wilde & Krahen:s *Risk Transfer with CDOs and Systemic Risk in Banking* har fem steg. Steg ett är en realisering av makrofaktorn fram till löptidens slut. Nästa steg är att generera defaulthändelserna för låntagarna. Default sker om värdet enligt realiseringen av makrofaktorn samt den idiosynkratiska komponenten understiger den givna default-boundry. Det tredje steget består av att räkna ut vad förlusten för varje lån uppgår till och det fjärde steget är att räkna ut den totala portföljförlusten. Femte steget är att upprepa detta ett stort antal gånger för att genom detta ge en portföljförlustfördelning. Alla händelser simuleras på årsbasis alltså en skuld kan endast förfalla utan betalning vid $\tau_n = 1, 2, 3, \dots, T_n$ och aldrig mellan dessa tidpunkter.

Ur denna fördelning kan man i sin tur ta fram trancheringen av en CDO. Detta har gjorts genom att välja gränsförlustvärden på 5 %, 10 %, 20 % och >30 %. Dessa gränser är valda för att ge jämförbara resultat och skulle i verkligheten bero på någon specifik rating (Wilde, o.a., 2006). Viktigt är dock att inte koppla samman dessa gränser och de tranchestorlekar som de genererar med de tranchestorlekar som är typiska i verkligheten. I verkligheten kan det vara helt andra gränser som används. Till denna uppsats har det inte varit möjligt att finna och därmed använda verkliga gränser istället vilket ledde till att de godtyckligt valda gränserna användes.

För att från distributionen få fram trancherna räknades antalet observationer "från höger" i distributionen. När antalet observationer är lika stor som sannolikheten för default (defaultprobability) för den mest seniora tranchen gav det den korresponderande förlust som hörde samman med att just den tranchen skulle börja förlora kapital. Alltså om förlusten enligt distributionen var 30 % betyder det att den första tranchen skall vara 70 % av kapitalet. Därefter för följande trancher på samma sätt fast med början på den gränsen där den omedelbart mer seniora tranchen slutar, till exempel om den mest seniora slutar på 30 % börjar den näst mest seniora på 30 % och fortsätter nedåt på samma sätt. Den mest juniora tranchen är residualen, alltså exempelvis om den näst mest juniora slutar på 85 % är den mest juniora 15 % eller $100\% - 85\% = 15\%$.

Förlustdistributionen beror på tre saker, individuella lånekomponenter, portföljkomponenter samt specifika CDO egenskaper (Wilde, o.a., 2006). Modellen i sig tar hänsyn till både låne- samt portfölj komponenterna medan CDO egenskaperna, förutom just trancheringen, inte tas hänsyn till. Anledningen är att dessa framförallt har att göra med portföljens dynamiska egenskaper, alltså hur den får förändras över tiden vilket inte denna modell tar hänsyn till.

I simuleringarna användes ett antal olika variabler som vilka justerades för att det skall vara möjligt att se om det påverkar och till viss del även hur mycket. Alla simuleringar gjordes med 50 000 simulations omgångar i Matlab. Huvudkoden för detta finns i appendix 3. All kod är dock inte bifogad för alla olika simuleringar då det skiljer sig en del mellan olika simuleringsomgångar, framförallt med hänsyn till portföljgenereringen.

Varje ny simulering genomfördes med tre olika portföljstorlekar. Detta i syfte att det visar hur känslig just

den förändringen är vid olika storlekar på portföljer. Anledningen bakom detta är att storleken på den underliggande portföljen kan variera mycket i antal tillgångar. Exempelvis en CDO/ABS baserad på billån kan med lätthet vara flera tusen tillgångar stor medan en CBO sällan kommer vara större än något hundratal. Alltså valdes att simulera allt med portföljstorlekar omfattande 100, 1 000 och 10 000 olika tillgångar.

Alla skulder i portföljen har följande variabler. Löptid, korrelation mot makrofaktorn (ρ_n^M), sannolikhet till default (p_n), redemptionvalue (F_n), exposuresize (Θ_n), recoveryrate (ψ_n) och kupongränta. Dessutom finns det även en ränta för nuvärdesberäkningarna som är konstant och lika för alla, $r = 4\%$. Kupongräntan är också satt till lika för alla $r_c = 6\%$.

Vid många av simuleringarna valdes att använda slumpstal för att modellera variationen i portföljen. Dessa drogs framförallt från betafördelningen. Denna fördelning är vanligt förekommande vid approximering av tal som varierar mellan noll och ett detta för att betafördelningen har ett värde lika med noll för alla x -värden som ligger utanför intervallet $0 < x < 1$. Den är bland annat ofta använd i hanteringen av recovery-rate där observationer har visat att den stämmer väl överens med verkligheten (Morozovskiy, 2007). Dessutom användes denna fördelning för att modellera övriga samband där värdena skall ligga inom intervallet noll till ett.

4.2 Resultat

4.2.1 Simulering 1: Basfall

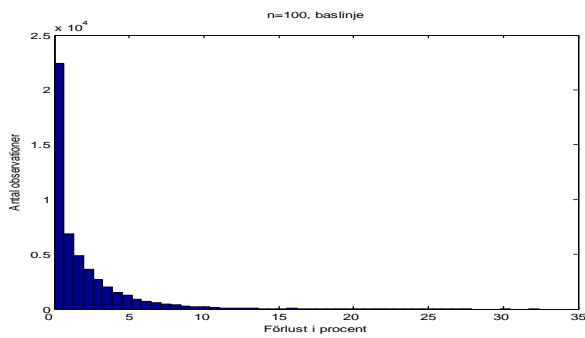
I denna simulering är alla variablerna satta lika mellan varje simulerings varv. Syftet är att få en jämförelse

simulering att jämföra med de senare där övriga variabler i portföljen varierar.

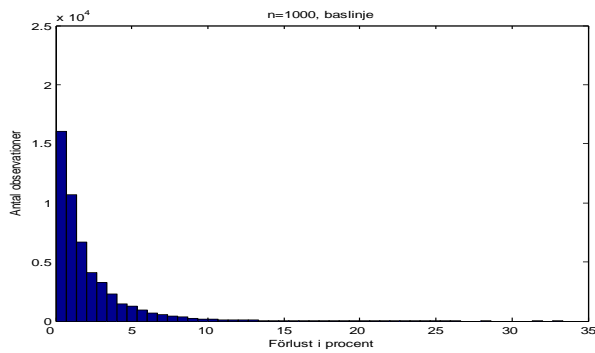
Variablerna har följande värden:

- $T_n = 1$
- $F_n = 1$
- $\rho_n^M = 0.2$
- $\psi_n = 0.4$
- $p_n = 0.0323$ (genomsnittlig defaultprobability för ett företag med CCC rating är 4%) (Bohn, o.a., 2003)

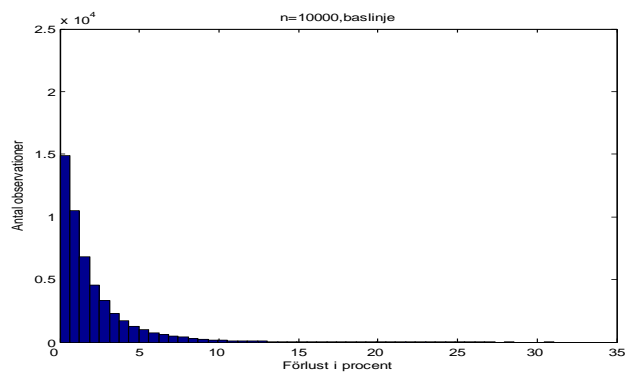
Figur 3



Figur 4



Figur 5



I de ovanstående figurerna visas förlustdistributionerna för en portfölj där alla värdepapper har samma värde. På dessa använde jag de tidigare nämnda förlustgränserna och fick ut följande tranchestorlekar.

Tabell 1

Basfall	<i>Senior</i>	<i>Mezzanine 1</i>	<i>Mezzanine 2</i>	<i>Junior</i>
n=100	0,9316	0,0186	0,0187	0,0311
n=1000	0,9328	0,0187	0,0174	0,0311
n=10000	0,9333	0,0186	0,017	0,0311

Not: n är antal lån, 50 000 simulationer

Alltså det är mycket små skillnader mellan de olika portföljstorlekarna dock går det att se att det med en ökad storlek av portföljen så ökar storleken på den mest seniora tranchen. Dock ändras inte den mest juniora utan hela förändringen sker i de mezzanina trancherna.

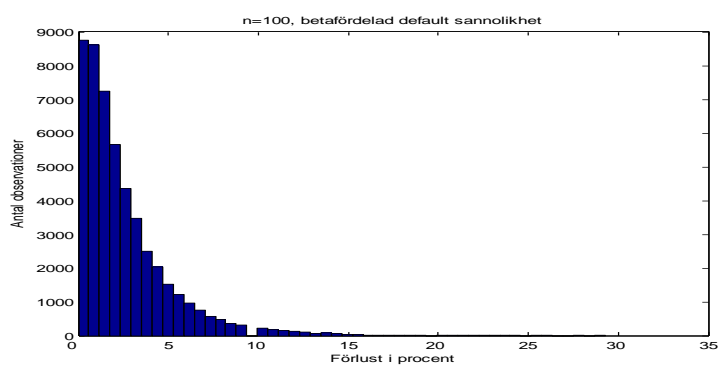
4.2.2 **Simulering 2: Korrelation mot makrofaktorn**

I denna simulering varierade jag endast korrelationen mot makrofaktorn. Detta gjorde jag på tre olika sätt. En där tillgångarnas korrelation fick en betafördelning där medelvärdet är 0,2 och variansen 0.0267, vilket motsvarar en fördelning där betavärdet är 4. En av simuleringarna använde samma fördelning men jag satte in ett fel, en av de underliggande tillgångarna fick en korrelation på $\rho^M = 0,8$. Till sist simulerades även ett fall där korrelationen för alla tillgångar var lika, $\rho_n^M = 0.5$.

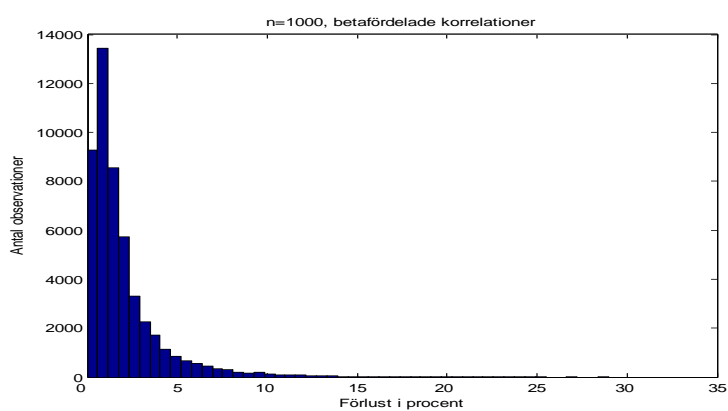
Simulering 2a

Simulering 2a är endast betafördelade korrelationer.

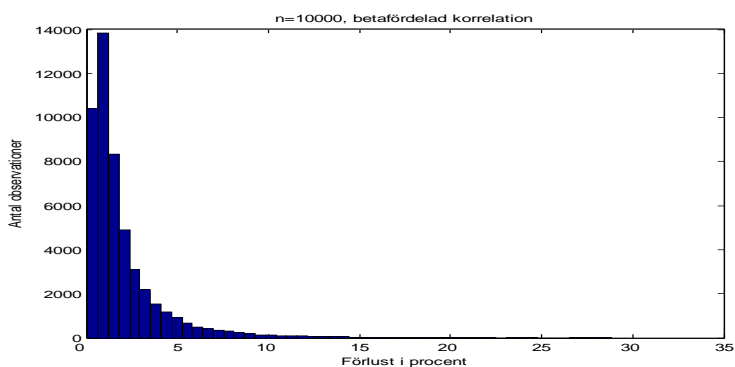
Figur 6



Figur 7



Figur 8



Dessa distributioner gav följande tranchestorlekar.

Tabell 2

Betafördelad korrelation	Senior	Mezzanine 1	Mezzanine 2	Junior
n=100	0,9316	0,0186	0,0187	0,0311
n=1000	0,9365	0,0193	0,0156	0,0286
n=10000	0,9365	0,0195	0,0158	0,0282

Not: n är antal lån, 50 000 simulationer

Även här är skillnaderna små. Dock går det att se att med en större portfölj blir den seniora tranchen större och den mest juniora mindre.

Simulation 2b:

I simulation 2b användes samma fördelning som i 2a men med en tillgång som har en mycket högre korrelation till makrofaktorn. Här valdes att bara visa tabellen över trancheringarna. Förlustdistributionerna finns i appendix 1.

Tabell 3

Betafördelad korrelation med en tillgångs $\rho^M = 0,8$	<i>Senior</i>	<i>Mezzanine 1</i>	<i>Mezzanine 2</i>	<i>Junior</i>
n=100	0,9316	0,0249	0,0186	0,0249
n=1000	0,9359	0,0199	0,0156	0,0286
n=10000	0,9368	0,0192	0,0158	0,0282

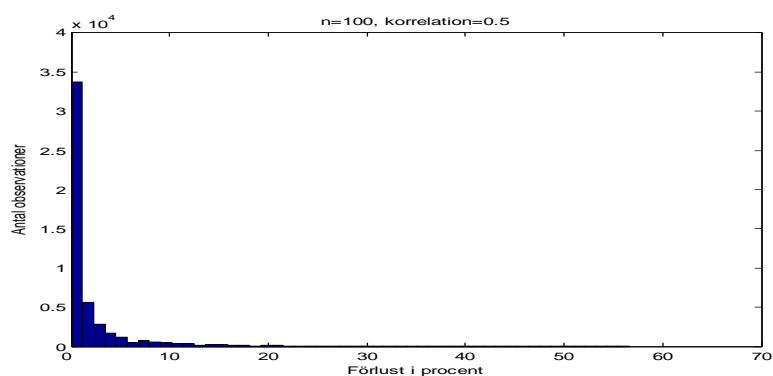
Not: n är antal lån, 50 000 simulationer

Jämfört med föregående så blir skillnaderna mycket små. Alltså är trancheringen beroende på en enskild tillgångs korrelation till makrofaktorn mycket liten även vid en liten portfölj. Dock bör det påminnas att detta är simulationer över endast en tidsperiod och det är möjligt att påverkan skulle bli större över en längre period.

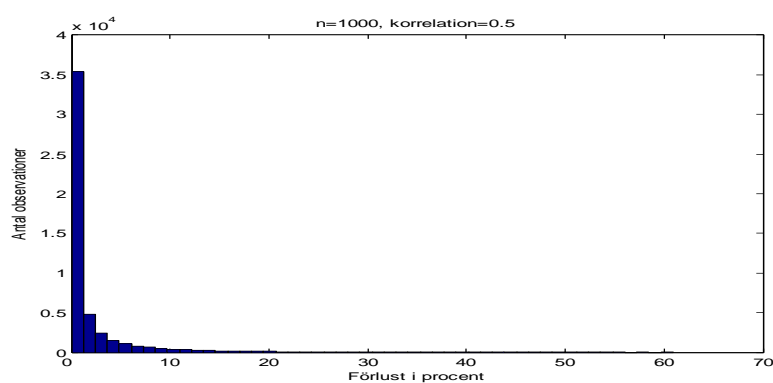
Simulation 2c:

I simulation 2c har alla tillgångarna identisk korrelation, $\rho_n^M = 0.5$.

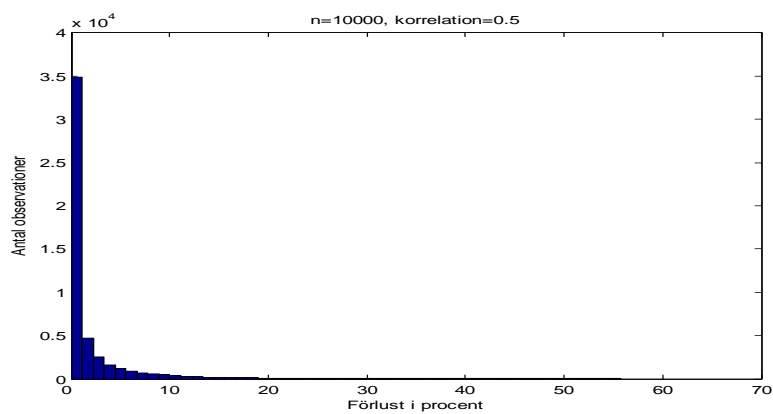
Figur 9



Figur 10



Figur 11



Intressant här är att jämföra utseendet på distributionerna för en konstant och lika korrelation med den där korrelationen är betafördelad. Dessa distributioner gav i sin tur följande tranchering.

Tabell 4

Korrelation för alla tillgångar, $\rho_n^M = 0.5$	Senior	Mezzanine 1	Mezzanine 2	Junior
n=100	0,8942	0,0498	0,0311	0,0249
n=1000	0,8942	0,0479	0,0337	0,0242
n=10000	0,8991	0,045	0,0322	0,0237

Not: n är antal lån

Här är det tydligt att korrelationen har en inverkan på trancheringen även under en kort period. Med en större korrelation mot makrofaktorn minskar den mest seniora tranchens storlek och de mezzanina tranchernas storlek ökar. Den gör detta eftersom att sannolikheten för flera företags samtidiga default ökar om deras känslighet mot den gemensamma faktorn ökar eller är lika. Detta eftersom det blir en helt korrelerad portfölj och det inte finns någon som helst diversifiering av risk mot makrofaktorn.

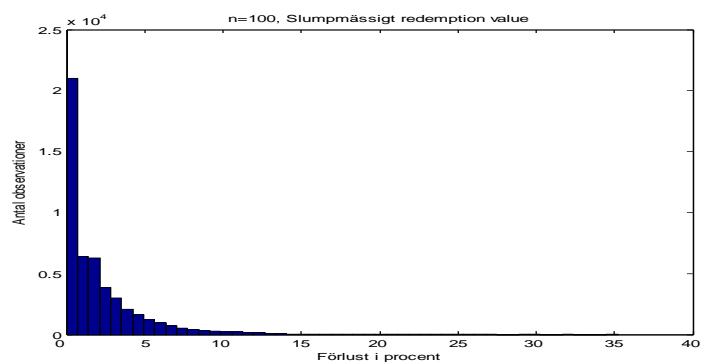
4.2.3 Simulering 3: Redemption-value

I denna simuleringsomgång har förändrades hur tillgångarnas enskilda storlek är. Alltså värdepappernas face-value eller redemption-value. Med detta varierat exposure-size som är beroende av redemption-value. De två under simuleringarna består av en där alla tillgångar har ett slumpmässigt värde mellan 1 000 och 10 000 (medelvärdet ligger på ca 5 500) och en simulering där det införts en tillgång som är mycket större än de andra. Den tillgången har ett face-value på 100 000.

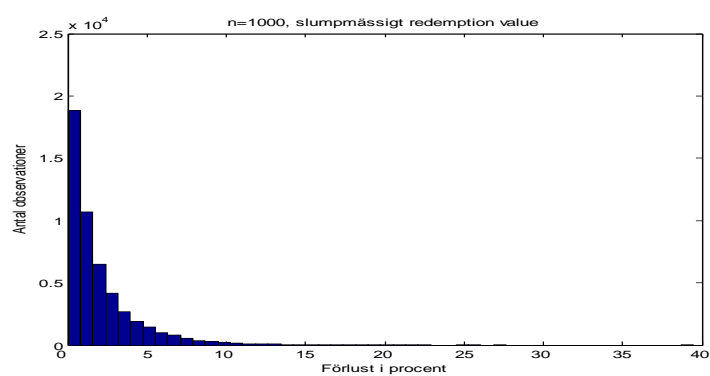
Simulering 3a:

Följande simulering har helt slumpmässiga värden.

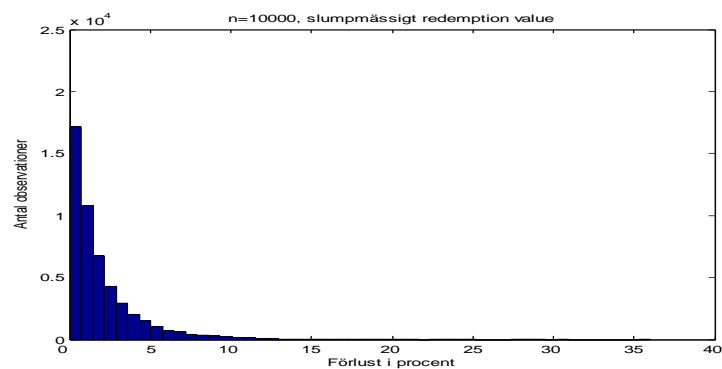
Figur 12



Figur 13



Figur 14



Tabell 5

Slumpmässigt redemption-value	Senior	Mezzanine 1	Mezzanine 2	Junior
n=100	0,9258	0,0206	0,0197	0,0339
n=1000	0,9333	0,0178	0,0175	0,0314
n=10000	0,9342	0,0182	0,0166	0,031

Not: n är antal lån, 50 000 simulationer

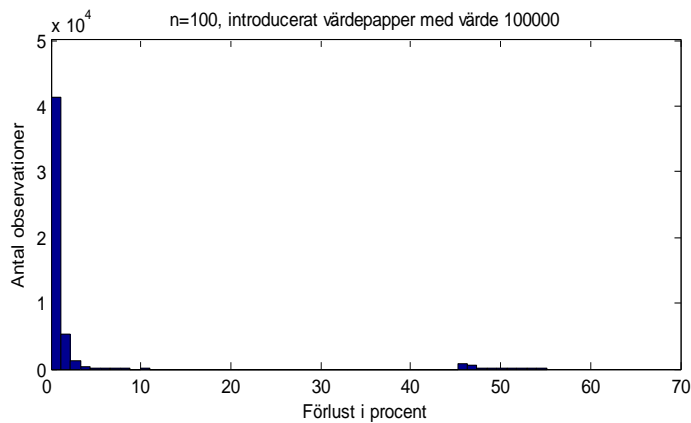
Jämfört med där alla tillgångar har lika värde är skillnaderna inte stora. Störst skillnad blir det när portföljen

är minst vilket är logiskt med tanke på att utslaget av enskilda tillgångar blir större.

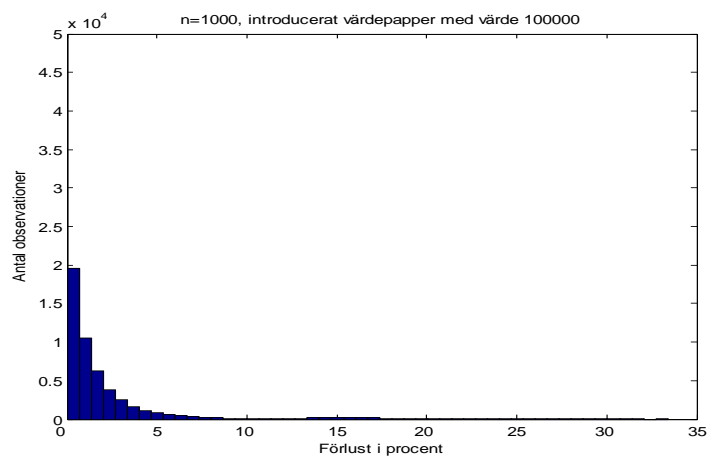
Simulering 3b:

I denna simulering användes slumpmässiga värden men det introducerades en felaktighet bestående av en slumpmässigt vald tillgång där face-value sattes till 100 000, vilket är 10 gånger större än det största värdet som annars kan uppnås. Detta motsvarar för den minsta portföljstorleken en förändring på nästan 900 i medelvärde till ett medelvärde på 6 445.

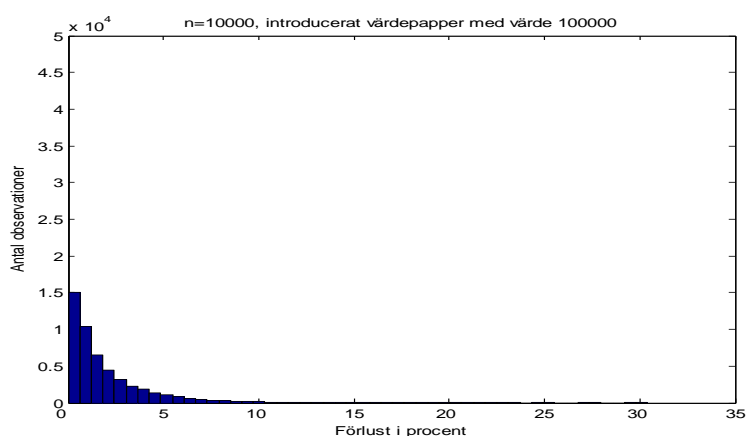
Figur 15



Figur 16



Figur 17



Tabell 6

Introducerat värdepapper med värde 100000	Senior	Mezzanine 1	Mezzanine 2	Junior
n=100	0,9724	0,011	0,0069	0,0097
n=1000	0,928	0,0284	0,0172	0,0264
n=10000	0,9336	0,0182	0,0168	0,0314

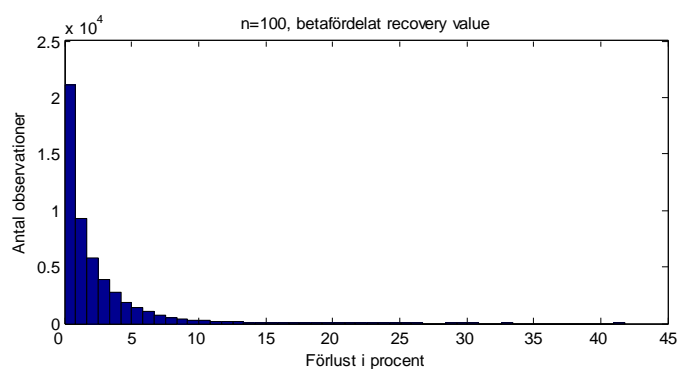
Not: n är antal lån, 50 000 simulationer

Även här går det att se att den minsta portföljen påverkas mest av att få en felaktighet introducerad. Resultatet att den mest seniora tranchen växer i jämförelse med basfallet när en felaktighet införs är märkligt och kontraintuitivt. Detta beror troligen på att portföljen mellan varje simuleringsvarv inte förändras och att det alltså kan bli mycket känsligt för den slump som i början valde ut vilket värdepapper som skulle ersättas. Intuitivt borde den mest seniora tranchen minska och den mest juniora växa vid introduceringen av fel. Vilket skulle vara analogt med skillnaden mellan identiska och slumpmässiga värden.

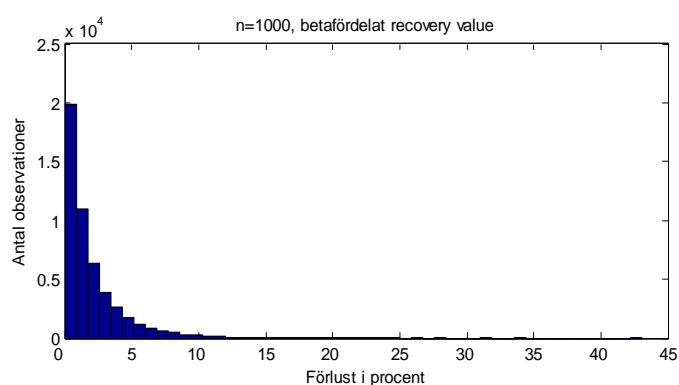
4.2.4 Simulation 4: Recovery-value

I denna simulation ändrades recovery-value från att vara konstant lika med 40% till att vara betafördelat med medelvärde 40% och varians 0,0686.

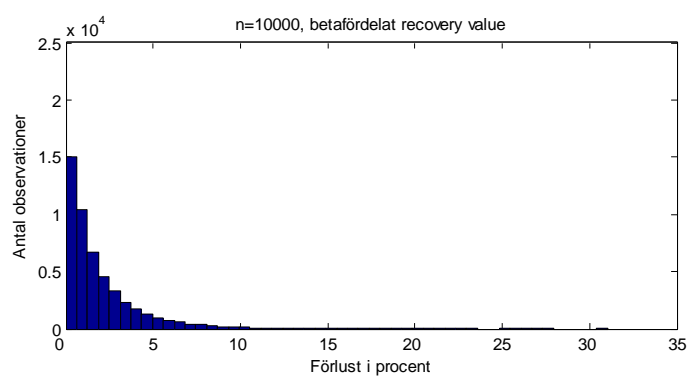
Figur 18



Figur 19



Figur 20



Dessa fördelningar ger följande trancher.

Tabell 7

Betafördelat recovery-value	<i>Senior</i>	<i>Mezzanine 1</i>	<i>Mezzanine 2</i>	<i>Junior</i>
n=100	0,9281	0,0199	0,0188	0,0332
n=1000	0,9325	0,019	0,0171	0,0314
n=10000	0,9338	0,0185	0,0166	0,0311

Not: n är antal lån, 50 000 simulationer

Även här är det liten påverkan av variabelns förändring jämfört med alla variabler lika. Jämför man mellan de olika trancherna blir riskerna mindre med större portfölj vilket är intuitivt rätt med tanke på diversifierings effekter.

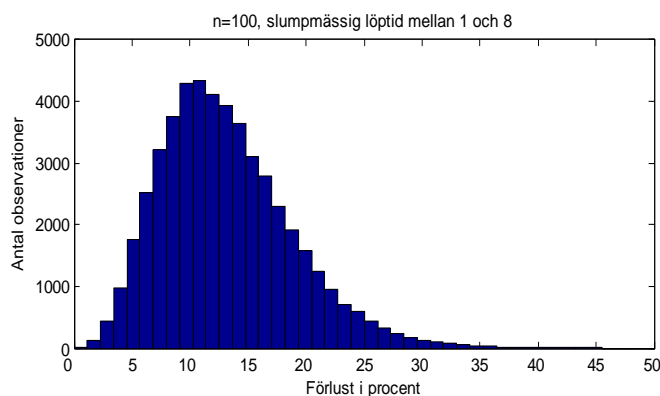
4.2.5 Simulering 5: Löptid

I denna simulering ändrades löptiden och därmed antalet perioder som modellen tar hänsyn till. Här observerades under arbetets gång att modellen var mycket känslig för att utvärdera över fler perioder om defaultprobability var hög. Alltså under denna simulering simulerades vad som händer med $1 \leq T_n \leq 8$ där T_n är slumpfördelat och alltså får ett medelvärde på 4,5år men även med den slumpmässiga löptiden och ändrat defaultprobability till $p_n = 0,2$.

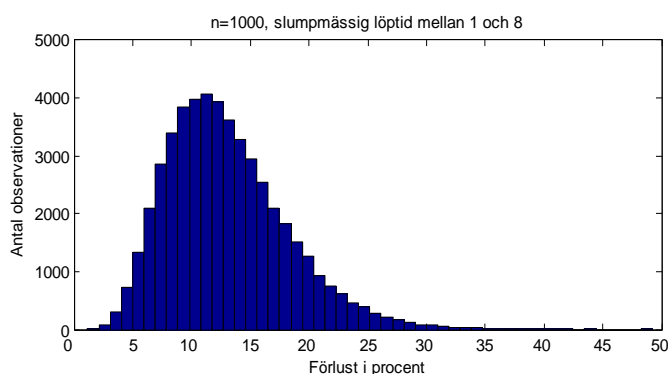
Simulering 5a:

Här är det en slumpmässig fördelning av löptider vilket simulerats

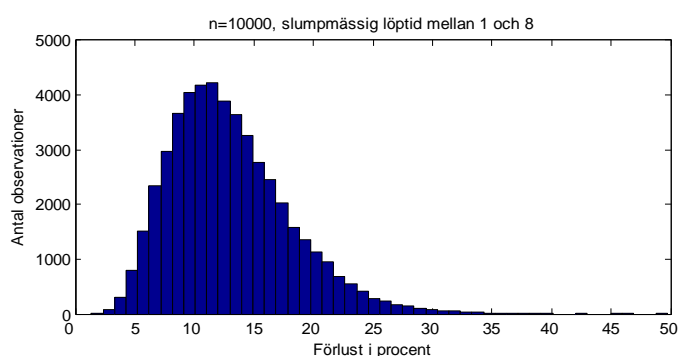
Figur 21



Figur 22



Figur 23



Dessa fördelningar gav följande tranchering.

Slumpmässig löptid mellan 1 och 8år	<i>Senior</i>	<i>Mezzanine 1</i>	<i>Mezzanine 2</i>	<i>Junior</i>
n=100	0,7653	0,0286	0,0308	0,1753
n=1000	0,7757	0,0262	0,0283	0,1698
n=10000	0,7784	0,0245	0,0288	0,1683

Not: n är antal lån, 50 000 simulationer

Dessa skillnader är de tydligaste som hittills visats av alla simuleringar. Tidigare har skillnaderna framförallt varit inom ett fåtal procent. När löptiden förändrats så handlar det helt plötsligt om 20 talet procent i skillnad för den mest seniora tranchen jämfört med basfallet. Även om det kan vara frestande att jämföra dessa gränser med de från en riktig tranchering bör denna frestelse motstås även om trancheringen med dessa gränser liknar en från verkligheten. Där de typiska storlekarna på den mest seniora tranchen är

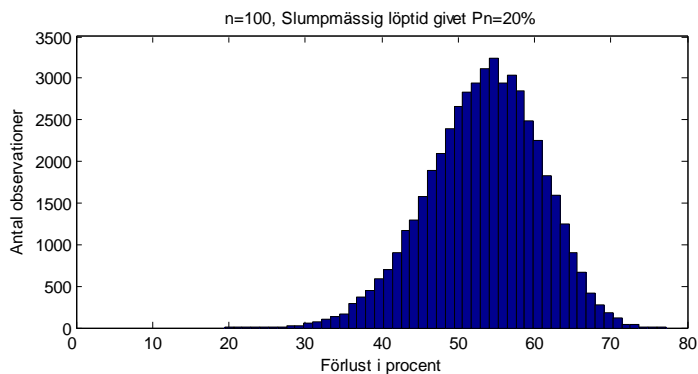
mellan 65% och 90% och runt 15% för den mest juniora tranchen.

Simulering 5b:

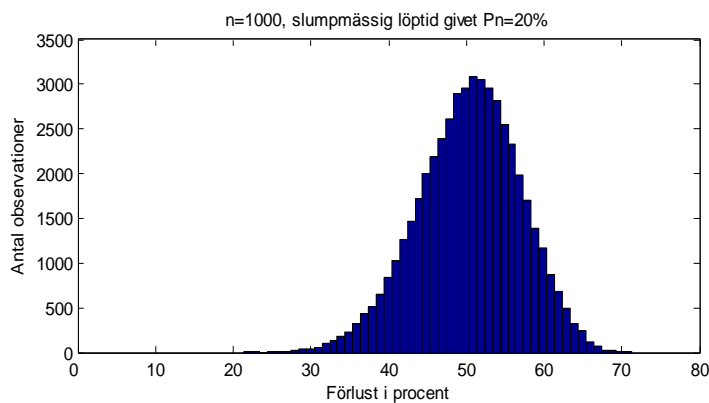
I denna simulering användes samma slumpmässiga fördelning som för löptiderna men sannolikheten för default till ändrades till 20%. Denna gräns valdes för att det är den som Krahenen och Wilde använde i deras working-paper ifrån vilken modellen är hämtad. (Wilde, o.a., 2006)

En typisk sannolikhet för default för ett företag med extremt låg rating (i detta fall Moodys skala), CCC, är dock endast 4% och en för ett företag med AAA rating är 0,02% (Bohn, o.a., 2003). Alltså var meningen att visa vad som sker om man använder en mycket hög defaultprobability på en simulering med flera perioder.

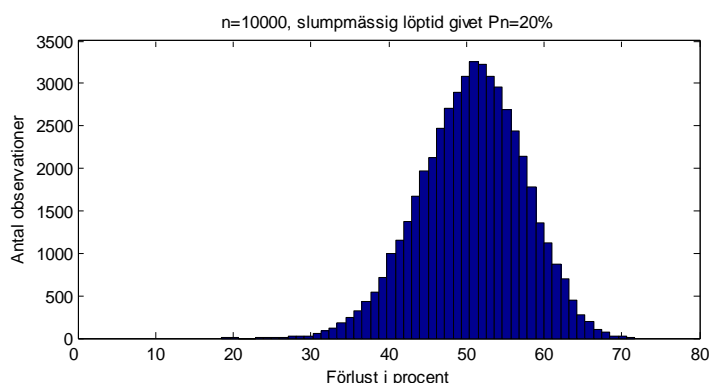
Figur 24



Figur 25



Figur 26



Dessa fördelningar ger i sin tur följande trancheringar.

Slumpmässig löptid mellan 1 och 8år givet $p_n = 0,2$	Senior	Mezzanine 1	Mezzanine 2	Junior
n=100	0,3534	0,0216	0,0285	0,5965
n=1000	0,3923	0,021	0,0269	0,5598
n=10000	0,3873	0,0218	0,0268	0,5641

Not: n är antal lån, 50 000 simulationer

Här är det tydligt hur mycket simuleringarna och trancheringen påverkas av sambandet mellan just löptid och sannolikhet till default. En CDO med en tranchering som ser ut som ovan skulle inte gå att sälja med någon framgång. Den kumulativt mycket stora sannolikheten för att många av värdepapperna går i default gör att first-loss piece skulle bli orimligt stor.

4.2.6 Simulering 6: Defaultprobability

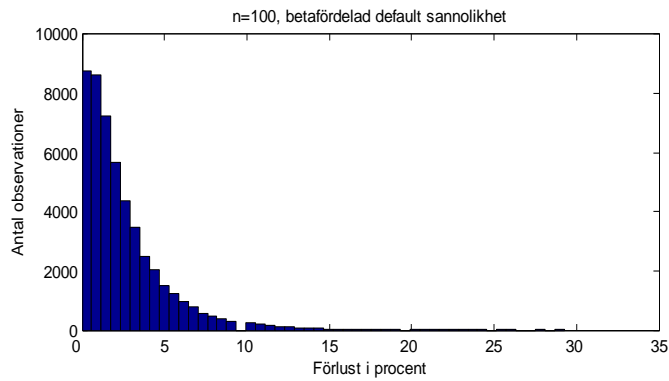
I denna simuleringsomgång förändrades sannolikheten till default. Det ingår två undersimuleringar även här där den ena är att defaultprobability för varje företag är slumpmässigt valt från en betafördelning med medelvärdet 0,0323 och varians $9,7555 * 10^{-4}$. I basfalls simuleringen valdes att använda samma defaultprobability som medelvärdet i denna för att göra jämförelserna mer likvärdiga. Dock blev variansen i

fördelningen mycket liten. Denna defaultprobability motsvarar en portfölj med junk-rating.

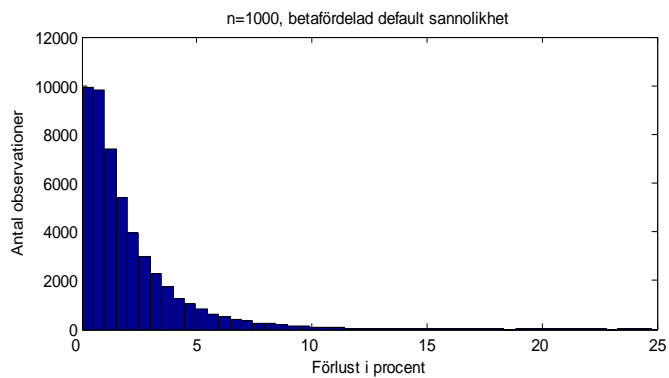
Simulering 6a:

I denna simulering är defaultprobability betafördelad.

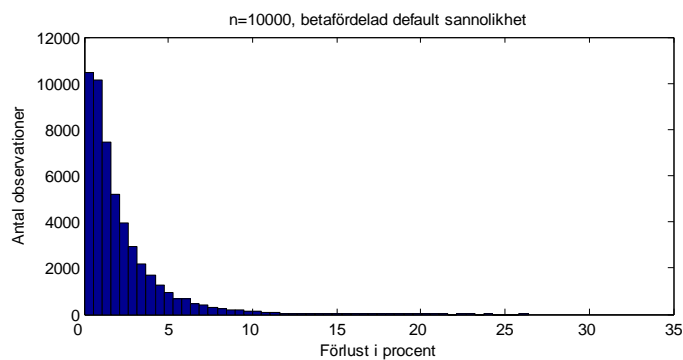
Figur 27



Figur 28



Figur 29



Tabell 8

Betafördelad defaultprobability	Senior	Mezzanine 1	Mezzanine 2	Junior
n=100	0,9253	0,0187	0,0187	0,0373
n=1000	0,939	0,0156	0,0149	0,0305
n=10000	0,9375	0,0163	0,0147	0,0315

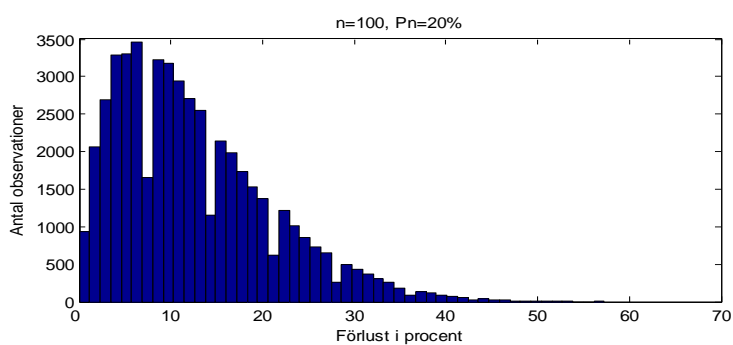
Not: n är antal lån, 50 000 simulationer

Ingen större skillnad mot hur trancheringen ser ut i basfallet, skillnaderna är ungefär en halv procentenhet i tranchernas storlek.

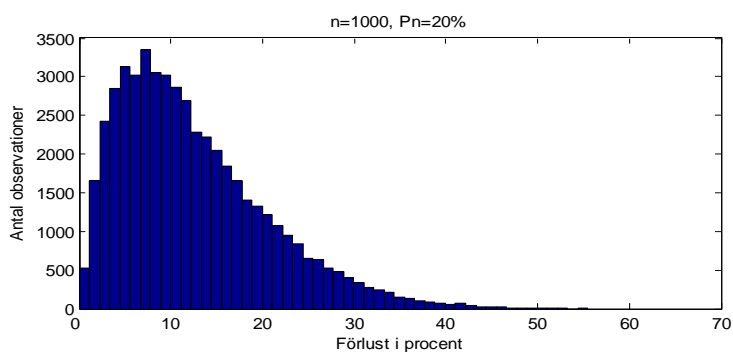
Simulering 6b:

Här sattes defaultprobability till 20% för att ge en jämförelse på en period med föregående simulering med varierande löptid och antal perioder.

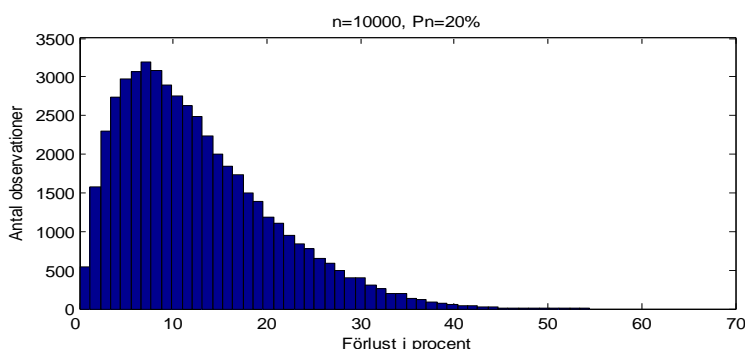
Figur 30



Figur 31



Figur 32



Dessa fördelningar ger i sin tur följande trancheringar.

Tabell 9

Defaultprobability, $p_n = 20\%$	Senior	Mezzanine 1	Mezzanine 2	Junior
n=100	0,7136	0,0436	0,0498	0,193
n=1000	0,7167	0,0449	0,0498	0,1886
n=10000	0,7177	0,0427	0,0504	0,1892

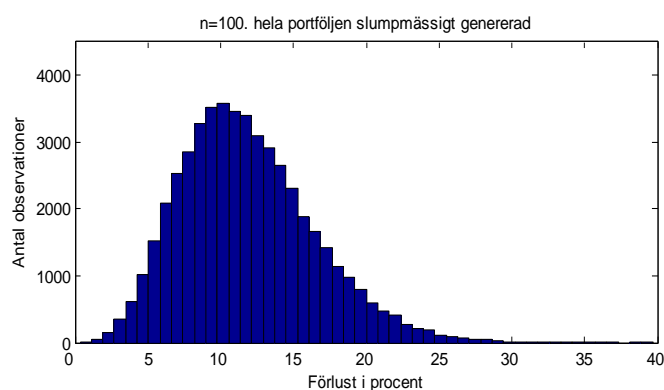
Not: n är antal lån, 50 000 simulationer

Här är det återigen lätt att förledas och tro att trancheringen är likartad med de som är vanligt förekommande i verkligheten, vilka för den mest seniora tranchen ligger på mellan 65 % och 90 % av kapitalet. Detta om man inte noterat tidigare att det över flera perioder blir det orimligt med en defaultprobability på 20 %, vilket visades i simulation5b. En chans att ett företag eller privatperson inte skall betala tillbaka sina skulder på ett års sikt på 20 % är enligt orimligt hög. Resultaten av trancheringen tyder även på att det inte är ett rimligt antagande. Framförallt när just denna sannolikhet vilket nämnts tidigare är 4% för en tillgång med den absolut lägsta rating som ges ut.

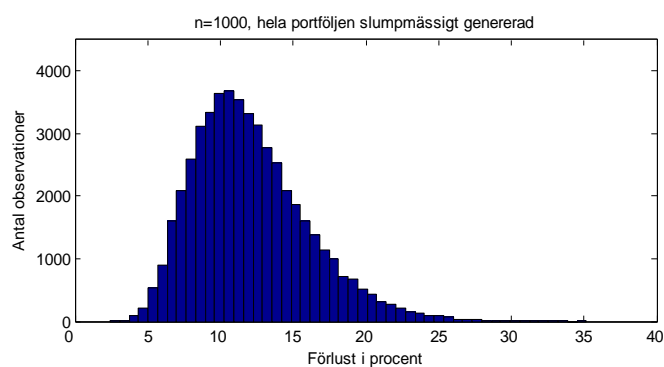
4.2.7 Simulering 7: Hela portföljen slumpmässigt genererad.

Till sist som avslutning och som jämförelse kunde det vara intressant att se hur den mest verklighetstroga trancheringen som kunde åstadkommas blev. Detta åstadkoms genom att använda alla de ovanstående variablerna som tidigare satts slumpmässiga var och en för sig till slumpmässiga samtidigt. Detta motsvarar troligen en verklig portfölj där utgivaren inte sysslat med något slags aktivt val för att försöka lura systemet och alltså det mest rättvisa för att generera en CDO.

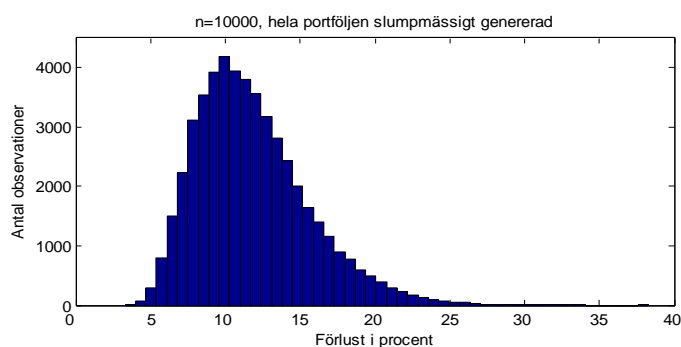
Figur 33



Figur 34



Figur 35



Detta gav i sin tur upphov till följande trancheringar.

Tabell 10

Hela portföljen slumpmässigt genererad	Senior	Mezzanine 1	Mezzanine 2	Junior
n=100	0,7981	0,0214	0,0253	0,1552
n=1000	0,8062	0,0199	0,0226	0,1513
n=10000	0,8109	0,0202	0,0219	0,147

Not: n är antal lån, 50 000 simulationer

Jämfört med det enklaste fallet där allt är lika är skillnaden stor. En faktor på fem gånger skiljer de mest juniora trancherna åt. Slående är även att tranchernas storlek stämmer väl överens med de typiska tranchestorlekarna som finns i verkligheten. Men som nämnts tidigare bör just den slutsatsen att modellen och framförallt att de godtyckliga gränserna stämmer inte dras.

4.3 Sammanfattning av simuleringar:

I detta kapitel presenterades ett antal simuleringar för att visa hur förändringar av vissa variabler i portföljen påverkar trancheringen. Det tydligaste är att just denna modell är mycket känslig för kombinationen av löptider samt defaultprobability. Övriga variabler påverkar mindre, framförallt vid löptider på ett år.

Kapitel 5 Slutdiskussion

I denna uppsats försöktes att visa hur en tranchering av en CDO går till när man använder en enfaktors firm-value modell. Detta har gjordes genom att simulera den underliggande portföljen och se hur trancheringen förändras beroende på hur en viss variabel ändras i portföljen. Det visade sig att modellen är känslig för framförallt löptider och defaultprobability där defaultprobability ger den gräns som det simulerade värdet på företaget inte får understiga.

Framförallt så blev resultatet i den simulation där det introducerades en tillgång som var mycket större än de övriga kontraintuitivt. Den introducerade ojämnheten ökade säkerheten i portföljen snarare än minskade den. Anledningen bakom detta är troligen att eftersom simuleringen som skapar förlustfördelningen sker efter skapandet av portföljen så fick den introducerade tillgången alltid samma plats i portföljen mellan varje simulationsomgång och därför är det inte omöjligt att utesluta någon beroende på platsen. Dock ansågs det att det är rimligast att ha skapandet av portföljen utanför själva simuleringen eftersom det annars är olika portföljer mellan varje simuleringsvarv.

Skillnaden i resultat mellan de olika portföljstorlekarna är dock liknande för alla simulationer. Den mest seniora tranchen ökar i storlek och den mest juniora minskar. Alltså med en större portfölj så minskas first-loss piece i dessa simuleringar. Anledningen bakom detta är att det med en större portfölj blir mer diversifiering av risken och därmed att beroendet på den bortdiversifierbara makrorisken blir mindre.

Modellen som helhet fungerar enligt bra för att få en förståelse för hur tranchering går till och vilka faktorer som

påverkar densamma. Det är även en av de vanligare använda modellerna för att modellera CDO:er.

Det finns självklart även andra modeller som inte tagits upp vilka bland annat inte beror på Monte-Carlo simuleringar. Dessa har sina fördelar. Framförallt är de mycket snabbare att använda på en dator eftersom det inte behövs upprepade simuleringssomgångar eller att de inte heller är beroende på eventuella felaktigheter i dragningen av slumpstal. Det är dock en högst tveksam motivation till att använda dessa analytiska modeller när deras främsta styrka framhålls som att de är snåla på beräkningskraft med tanke på att dagens hemdatorer utan problem klarar av att göra upprepade simuleringar med många tusentals slumpstal på korta perioder. De absolut största simuleringarna tog för i denna uppsats endast runt 30 min. Om någon annan modell skall konkurrera så måste det alltså vara på bättre skäl än rent beräkningstekniska. Detta nämndes i det working-paper där modellen presenterades, där skrev de att analytiska modeller kanske passade bättre när det var känsligheter som skulle undersökas men att i verkliga livet var det dessa firm-value modeller användandes Monte-Carlo simuleringar som passade bäst, då dessa inte behövde förenklade antaganden i någon större omfattning (Wilde, o.a., 2006).

Dock har det här funnits ett antal antaganden vilka var nödvändiga att göras. Framförallt har de haft att göra med hur de olika fördelningarna skall väljas för de olika slumpsimuleringarna men även att korrelationen mot makrofaktorn endast är positiv och mindre än ett. En korrelation kan trots allt definitionsmässigt även vara mindre än noll. Huruvida ett företag kan antas ha en korrelation mot makrofaktorn eller någon annan faktor som är mindre än noll vet jag inte. Denna förenkling är dock nog inte orimlig. Den främsta anledningen till att inte testa även med negativ

korrelation är att det då inför komplexa tal i firm-value modellen vilket inte verkade värt att även testa för eftersom det då det komplicerar matematiken avsevärt. Korrelationen är dock en av de viktigaste faktorerna att räkna med i verkligheten då det är en av de få som inte är en direkt given variabel av varje värdepapper utan är något som berör det som ligger under värdepappret. En av funktionerna i trancheringen är just att fördela denna makrorisk olika mycket till de olika trancherna. Den mest seniora tranchen får ett mycket mindre beroende på makrofaktorn än first-loss tranchen. Detta gör också att den systemiska risken i en banksektor som använder sig mycket av värdepapperisering ökar. De behåller generellt sett den mest juniora tranchen och därmed huvuddelen av exponeringen mot makro faktorn medan de säljer av de delarna som inte har så stor exponering eller korrelation mot densamma.

Eventuellt skulle det kunnat vara intressant att även ha simulerat allt med avseende på löptid och inte bara för storleken på portföljen som jag gjort. Detta för att det inte blev någon större skillnad mellan att ha en portfölj bestående av 100 tillgångar jämfört med en bestående av 10 000 tillgångar.

Till sist hoppas det att denna uppsats har ökat förståelsen för ett sätt att tranchera CDO:er och för vissa av problemen, svårigheterna men även fördelarna med värdepapperisering av olika typer av tillgångar. Detta eftersom det är ett spännande instrument och ett som är mycket aktuellt i och med att problemen på den amerikanska huslånemarknaden kommer att på något sätt påverka hur dessa instrument används och konstrueras.

Litteraturförteckning

Bohn Jeff och Crosbie Peter Modeling default risk : White paper. - New York : Moody's KMV, 2003. -
<http://www.moodyskmv.com/research/whitepaper/ModelingDefaultRisk.pdf>.

Choudhry Moorad, Corporate bonds and structured financial products. - Oxford : Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004. - ISBN 0-750662611.

Davies Paul J, Fitch criticises ratings of CPDOs Financial Times. - den 18 April 2007. - s. 27.

Duffie D och Gârleanu N, Risk and valuation of collateralized debt obligations Financial analysts journal. - Januari-Februari 2001. - Vol. 57. - ss. 41-59.

European securitization forum, ESF data report spring 2007
<http://www.europeansecuritisation.com>. - 04 2007. - Juni 12, 2007. -
<http://www.europeansecuritisation.com/ESFDataRprt0407.pdf>.

Greenbaum S och Thakor A, Bank funding modes: securitization versus deposits Journal of Banking and Finance. - 1987. - Vol. 11. - ss. 379-392.

Incisive Media Investments Ltd, Creating CDO tranches creditmag.com. - den 1 Augusti 2004. - 2007. -
<http://www.creditmag.com/public/showPage.html?page=168502>.

Jobst Andreas A., Collateralised Loan Obligations (CLOs) - A Primer The securitization conduit. - 2003. - Vol. 6. - ss. 7-73. - ISSN 10982957.

JPMorgan, CDO Handbook. - New York : JPMorgan, 2001.

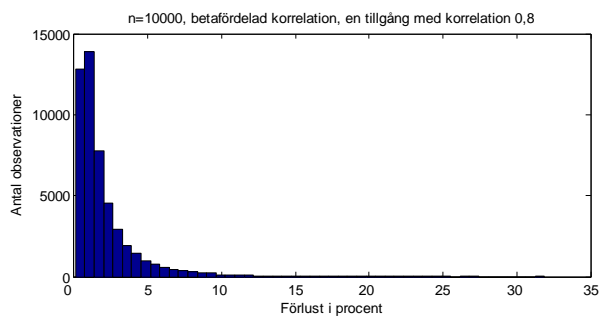
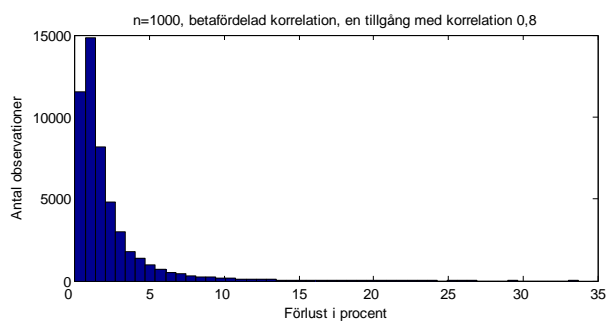
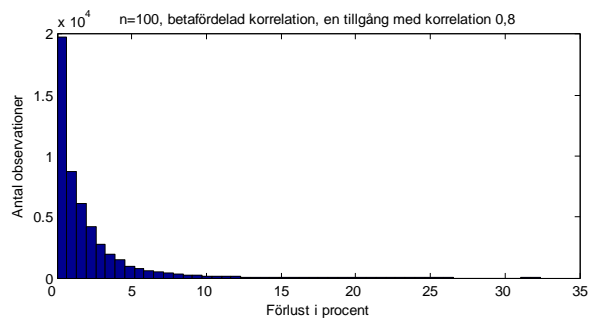
Morozovskiy Alexander, Why Beta-Distribution - demand/supply theory of recovery rates. SSRN, Social Science Research Network. - den 18 01 2007. - den 24 7 2007. - <http://ssrn.com/abstract=958150>.

Palmstierna Jakob och Nilsson Martin, Trading in the Credit Derivatives market with equity-based Credit Default Swap spreads: Kandidatuppsats Nationalekonomiska institutionen. - Lund : Ekonomihögskolan vid Lunds universitet, 2007.

Wilde Christian och Krahen Jan Pieter, Risk Transfer with CDO's and Systemic Risk in Banking: Working paper. - Frankfurt : Centre for Financial Studies at the university of Frankfurt, 2006.

Appendix 1: Övriga förlustfördelningar

Förlustfördelningar från Simulation 2b:



Appendix 2: Ordlista

Rating agency: Företag som ger ut ratings för värdepapper och företag. Exempelvis Moody's, Fitch och Standard & Poor.

Rating: En bedömning av kreditvärdigheten hos företag och indirekt på företagets värdepapper.

Investment-grade bond: En obligation som en bank får investera i då den uppfyller bankens krav på trolig återbetalning. Dessa har en rating på Baa/BBB (Moody's/S&P) eller högre.

Junk-bond eller non investment-grade bond: En obligation vilket inte uppfyller kraven på för att vara investment-grade, alltså den har en rating på lägre än Baa/BBB.

Default: Oförmågan hos en låntagare att kunna uppfylla sina betalningsskyldigheter.

Tranchering: Processen att dela upp en portfölj i trancher.

Tranche: En del av en uppdelad portfölj vilken karakteriseras av en specifik risk och avkastning.

Credit-enhancement: Sätt att förbättra en tillgångs rating.

Obligor: Låntagare.

Maturity: Tidpunkt då löptiden tar slut.

Appendix 3: Matlabkod

```
clear; %nollställning innan skapande av låneportfölj och simulering
%skapande av låneportfölj
antal=10000; %antal lån

maxMat=1; %Max tid till maturity
%Tn=int8(1+(maxMat-1)*rand(1,antal));
%Tn=cast(Tn,'double');
Tn=ones(1,antal);

pn=0.0323; %sannolikheten till default
%pn=betarnd(1,30,1,antal);
dn=norminv(pn,0,1);

%Rn=betarnd(1,1.5,1,antal); %recoveryrate
Rn=0.4;

%känsligheten mot makrofaktorn
pm=0.2;
%pm=betarnd(1,4,1,antal);
%pm(int8(1+(antal-1)*rand))=0.8;

r=0.04; %riskfri ränta

Fn=ones(1,antal); %redemptionvalue
%Fn=(1000+(10000-1000)*rand(1,antal)); %Random redemption/exposure värde mellan 1000 och 10000
%Fn(int8(1+(antal-1)*rand))=100000; %introducerad felaktighet i låneportföljen
exposuresize=Fn/sum(Fn);
rc=0.06; %kupongränta
C=Fn*rc; %kupong

%simulering
repeats=50000;
pdr=zeros(1,repeats);
for i=1:repeats %mängden simuleringsomgångar
    yM=randn(maxMat,1); %realisering av makrofaktorn, i det här fallet 1 period
    risk=randn(maxMat,antal); %realisering av idiosynkratisk komponent
    V=zeros(maxMat,antal);
    for m=1:maxMat %beräkning av värde på låntagare/företag mha firmavaluemodellen
        for n=1:antal
            V(m,n)=sqrt(pm)*yM(m)+sqrt(1-pm)*risk(m,n);
        end
    end
    defaultttime=zeros(maxMat,antal);
    for n=1:antal %kontroll om det blir default
        temp=0;
        for m=1:maxMat %för användning av fler än en period
            if dn>V(m,n) && temp==0
                defaultttime(m,n)=1; %sätter värdet till 1 vid tiden m för värdepapper n
                temp=1;
            end
        end
    end
    temp1=0;
    for n=1:antal %beräkning av täljaren i PDR
        for m=1:maxMat
            if defaultttime(m,n)==1
                Cn=0;
                for t=m:Tn(n)
                    Cn=Cn+exp(r*(Tn(n)-t));
                end
                temp1=temp1+exposuresize(n)*(Fn(n)*(1-Rn)*exp(-r*m)+((C(n)*Cn)*exp((-r*Tn(n)))));
            end
        end
    end
    temp2=0;
    for n=1:antal %beräkning av nämnaren i PDR
        Cn=0;
        for t=1:Tn(n)
            Cn=Cn+exp(r*(Tn(n)-t));
        end
        temp2=temp2+exposuresize(n)*((Fn(n)+C(n)*Cn)*exp((-r*Tn(n))));
    end
    pdr(i)=temp1/temp2; %slutlig uträkning av PDR för simulering i
end

%uträkning av tranchernas storlek
y=1;
x=1;
%med fler trancher skall måste fler defaultprobabilityer användas
defaultprob=[0.05,0.1,0.2,0.3]; %de olika tranchernas defaultprobability
tranchesize=zeros(1,4);
figure(1), hist(pdr,50)
element=histc(pdr,x:0.0001:y);
previous=0;
for i=1:(size(tranchesize,2)-1)
    while (sum(element)<(defaultprob(i)*repeats*0.995-previous))
        x=x-0.0001;
        element=histc(pdr,x:0.0001:y);
    end
    previous=defaultprob(i)*repeats;
    tranchesize(i)=y-x;
    y=x;
    element=0;
end
%residualberäkning
tranchesize(size(tranchesize,2))=1-sum(tranchesize(1:(size(tranchesize,2)-1)));
%visning av tranchering
tranchesize
```

Abstract

This thesis gives an introduction to securitization in general and the tranching of collateralized debt obligations in particular. It does this by using a firm-value model to simulate the underlying portfolio via monte-carlo simulations.

The simulations in turn give a loss-distribution from which the various tranchings of the CDO's are derived. To get an understanding of the influence of different variables involved in the tranching the simulations are repeated several times where the portfolio variables are changed to generate different tranchings. This to give a understanding of the influence different variables have on the tranching and consequently risks involved in CDO's in particular but also general risks and problems of securitizations.

Keywords: Collateralized Debt Obligation, Tranching, Securitization, Asset-backed security, firm-value modeling