



Nationalekonomiska institutionen
Kandidatuppsats
VT 2008
Handledare: Hossein Asgharian

Varians riskpremium

En studie i prognostisering av aktieindexavkastning

Nicklas Ennab & Tobias Shamlo

Innehållsförteckning

| | | |
|-------|--|----|
| 1 | Inledning | 1 |
| 1.1 | Bakgrund | 1 |
| 1.2 | Problemdiskussion | 2 |
| 1.3 | Frågeställning | 3 |
| 1.4 | Syfte | 3 |
| 1.5 | Målgrupp | 3 |
| 1.6 | Begränsningar | 4 |
| 2 | Teori | 5 |
| 2.1 | Begreppsförklaring | 5 |
| 2.1.1 | Varians och medelvärde | 5 |
| 2.1.2 | Option | 6 |
| 2.1.3 | Homoskedasticitet och heteroskedasticitet | 6 |
| 2.1.4 | Autokorrelation | 7 |
| 2.1.5 | OLS | 7 |
| 2.1.6 | Generaliserad autoregressiv villkorlig heteroskedasticitet | 8 |
| 2.2 | Realiserad varians | 8 |
| 2.3 | Implicerad modellfri varians | 10 |
| 2.4 | Varians riskpremium | 13 |
| 3 | Data | 15 |
| 3.1 | Angreppsätt | 15 |
| 3.2 | Urval | 15 |
| 3.3 | Bortfall | 16 |
| 3.4 | Behandling av data | 16 |
| 4 | Metod | 17 |

| | |
|---|----|
| 4.1 Implicerad modellfri varians | 17 |
| 4.2 Realiserad varians | 17 |
| 4.3 Varians riskpremium | 18 |
| 4.4 Prognostisering | 18 |
| 5 Resultat | 19 |
| 5.1 Resultat av beräkningar | 19 |
| 5.1.1 Implicerad varians | 19 |
| 5.1.2 Realiserad varians | 20 |
| 5.1.3 Varians riskpremium och aktieindexavkastning | 22 |
| 5.2 Resultat av prognostisering av aktieindexavkastningen | 23 |
| 5.2.1 Dagsdata | 23 |
| 5.2.2 Månadsdata | 24 |
| 6 Slutsats | 26 |
| 7 Referenser | 28 |

1 Inledning

I kapitlet presenteras bakgrund, problemställning och syfte följt av avgränsning, målgrupp och disposition.

1.1 Bakgrund

I den här studien används begreppet ”prediktor” som motsvarighet till engelskans ”predictor”. Den direkta svenska översättningen till engelskans ”predictor” är ”förutsägare”, vilket inte betraktas som en lämplig motsvarande svensk term att använda i studiens fackterminologiska kontext. Istället har facktermen ”prediktor” valts för att benämna engelskans ”predictor” i studien, då begreppet anses ha större fackterminologisk sammankoppling till engelskans ”predictor” än ordet ”förutsägare”.

Prediktionen av aktieprisutvecklingen har alltid legat i intresse för den finansiella marknadens aktörer. Flera studier har frambringat värdefulla prediktorer för aktieprisutvecklingen. Som en relativt ny prediktor av aktieprisutvecklingen har varians riskpremium rönt uppmärksamhet i forskningsvärlden. Tillvägagångssätten i beräkningen av varians riskpremium, angrips i nyligen utförda studier olika. Bollerslev och Zhou (2006) samt Carr och Wu (2007) använder olika infallsvinklar i beräkningen av varians riskpremium. Carr och Wu använder sig till exempel av syntetiska swap värden för att kvantifiera varians riskpremium medan Bollerslev och Zhou använder sig ut av köpoptioner¹.

Varians riskpremium har i studier visat sig vara träffsäkrare i prognostiseringen av aktieprisutvecklingen än de traditionella prediktorerna som P/E (price over earnings ratio), CAY (consumption wealth ratio) och dividend yield. Varians riskpremium kan även betraktas som ett mått på marknadsimplikerad riskaversion med negativ korrelation till BNP-tillväxttakten. Bollerslev och Zhou har fört fram att varians riskpremium kan användas som ett prediktionsinstrument för konjunkturutvecklingen.² En banbrytande aspekt i Bollerslevs och Zhous varians riskpremium är just den träffsäkerhet och förklaringsgrad som gör den till en bättre prediktor än de ovan nämnda³.

Varians riskpremium är enligt Bollerslev och Zhou ett effektivt mått på generell riskaversion på marknaden, det vill säga den aggregerade framtidstron om konjunkturutvecklingen. Hög varians riskpremium sammankopplas med ökad aggregerad riskaversion som flaggar för minskade investeringar och indikerar en kommande lågkonjunktur. Följaktligen resulterar ett lågt värde på varians riskpremium i en tro på en kommande högkonjunktur.

Bollerslev och Zhou definierar varians riskpremium som differensen mellan ”modellfri” implikerad varians och realiserad varians på intradagsdata. Det är denna varians riskpremium som ligger till grund för studien.

Bollerslev och Zhous konstruktion av modellfri implikerad varians och realiserad varians har dock modifierats i denna studie. Kalkyleringarna för uträkningar av modellfri implikerad varians och realiserad varians förklaras i kapitlet Teori.

¹ Carr, Wu, *Variance Risk Premia*, s.2, Social Science Research Network, 2007

² Bollerslev, Zhou, *Expected Stock Returns and Variance Risk Premia**, s. 3, Social Science Research Network, 2007

³ Bollerslev, Zhou, *Expected Stock Returns and Variance Risk Premia**, s. 2, Social Science Research Network, 2007

1.2 Problemdiskussion

Den pådrivande processen för aktieprisutvecklingen är komplex och svårtydd. Det finns idag flera konventionella metoder och estimat som används i prediktionen av aktieprisutvecklingen, men dessa förklarar endast en del av aktieprisutvecklingen. Som ett nytt mätinstrument kan varians riskpremium komma att hjälpa att förklara aspekter av den pådrivande processen bakom avkastningen på aktier. Bollerslev och Zhou (2006) har framfört övertygande argument för varians riskpremiens betydelse i prediktion av aktieprisutvecklingen.⁴

1.3 Frågeställning

Studien baseras på följande frågeställningar:

Är varians risk premium ett bra estimat i prediktionen av aktieindexavkastningen?

Är måttet på varians riskpremium lika effektivt i prediktionen av aktieindexavkastningen i Sverige som i USA?

1.4 Syfte

Syftet med denna studie är att undersöka om varians riskpremium ger tillförlitliga och effektiva prognoser av aktieprisutvecklingen. Eftersom tidigare utförda studier endast undersöker det amerikanska aktieindexet utspänns syftet i denna studie till att innefatta en jämförelse mellan varians riskpremiens förklaringsgrad av aktieindexprisutvecklingen i USA och Sverige. Är varians riskpremium lika effektiv som prediktor på den svenska marknaden

⁴ Bollerslev, Zhou, *Expected Stock Returns and Variance Risk Premia**, s. 1-2, Social Science Research Network, 2007

som på den amerikanska? Svaret på frågan kan förhoppningsvis komma att spela en fördjupande roll i beslutsunderlag för aktörer på den svenska finansiella marknaden i modellering och prognostiseringen av aktieprisutvecklingen på den svenska börsen.

Föremål för intresse i studien är också estimeringen av implicerad och realiserad varians som tros ha stor inverkan på träffsäkerheten i varians riskpremium-måttet.

1.5 Målgrupp

Vårt arbete riktar sig till studenter så väl yrkesverksamma som är intresserade av detta relativt nya ämne. Förhoppningen är att nya användbara kunskaper härigenom kan förmedlas och att inspiration till vidare studier av ämnet kan skapas.

1.6 Begränsningar

Datamängden i uppsatsen har begränsats till aktieindexet OMXS30 och dess tillhörande europeiska köption mellan åren 2003-2006. På grund av att bearbetningen av data är väldigt tidskrävande har ett tidsomfång av fyra år använts i studien. När analyser baserad på dagsdata utförs är antalet observationer tillräckliga. Dock är antalet observationer få när månadsdata analyseras vilket medför en begränsning i tillförlitlighet vid dragna slutsatser.

I uppsatsen ska realiserad varians räknas ut med Bollerslev och Zhous formel. Denna formel bygger på intradagsdata för att estimeras realiserad varians. Att applicera den här metoden i studien är inte möjligt då denna typ av data inte är tillgänglig. Istället har en formel använts som baseras på hög- och lågvärden för aktiepriset för att få fram estimat på realiserad varians.

2 Teori

I kapitlet presenteras och förklaras inledningsvis relevanta centrala ekonomiska begrepp som används och är nödvändiga för förståelsen av studiens teori. Sedan följer en redogörelse för den teoretiska referensram som ligger till grund för studien.

2.1 Begreppsförklaring

Förutsättningen för att läsaren skall kunna ha förståelse för teorin kräver att de ekonomiska begreppen är utredda och förklarade. Till följd av detta presenteras de väsentliga ekonomiska begrepp som används i studien.

2.1.1 Varians och medelvärde

Standardavvikelse och varians är mått på spridningen kring ett förväntat värde eller medelvärde och betecknas vanligtvis med σ respektive σ^2 . Spridningar kan vara såväl negativa som positiva vilket gör att ett beräknat medelvärde på standardavvikelse blir problematiskt och felaktigt då positiva och negativa avvikelser ”tar ut” varandra i summering av standardavvikelser⁵. Genom att kvadrera standardavvikelserna kan ovanstående problem undvikas; alla värden får positivt tecken. Den kvadrerade standardavvikelsen är kallad varians. En vanlig metod för att räkna ut variansen ges i Elton, Gruber, Brown, Goetzmann:

(1)

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M \frac{(R_{ij} - \bar{R}_i)^2}{M}$$

där R_{ij} betecknar avkastning för tillgång i och j är de olika avkastningarna.

M står för antalet utfall av R_{ij} .

\bar{R}_i är medelvärdet av utfallen och definieras på följande vis:

(2)

$$\bar{R}_i = \sum_{j=1}^M \frac{R_{ij}}{M}$$

2.1.2 Option

En option är ett kontrakt där innehavaren av optionen har möjlighet att antingen köpa eller sälja den underliggande tillgången för ett i förhand bestämt pris, kallat lösenpris. Möjligheten att utnyttja kontraktet är inom en begränsad tidsram eller vid en viss tidpunkt⁶. En amerikansk option kan lösas in vid vilken tidpunkt som helst under kontraktets löptid. Till skillnad från den amerikanska optionen kan den europeiska optionen endast lösas in när kontraktets löptid förfaller⁷.

⁵ Elton, Gruber, Brown, Goetzmann, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis Sixth Edition*, s. 46-47, Wiley. 2003

⁶ Elton, Gruber, Brown, Goetzmann, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis Sixth Edition*, s. 560, Wiley 2003

⁷ Elton, Gruber, Brown, Goetzmann, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis Sixth Edition*, s. 566, Wiley 2003

2.1.3 Homoskedasticitet och Heteroskedasticitet

Homoskedasticitet innebär att alla residualer från en regression har samma konstanta varians

$$V(\varepsilon_i) = \sigma^2 \text{ för } i = 1, 2, \dots, N^8.$$

När residualernas varians varierar över observationerna kallas detta heteroskedasticitet⁹. Detta kan inträffa när till exempel residualerna beror på den oberoende variabeln i regressionen.

Diagonalelementen i matrisen V kan vara olika när heteroskedasticitet existerar¹⁰:

$$V = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix}$$

Konsekvenserna av heteroskedasticitet på en OLS regression är att estimaten inte är effektiva samt att residualerna är felaktigt estimerade¹¹.

2.1.4 Autokorrelation

Autokorrelation uppstår när två eller flera residualer i följd är korrelerade med varandra. I en tidsserie benämns detta fenomen som seriekorrelation. Autokorrelationens påverkan på en OLS regression är den samma som heteroskedasticitetens påföljder på OLS regressionen¹².

2.1.5 OLS

Ordinary least squares även benämnt OLS är en typ av modell som beskriver det linjära sambandet mellan beroendevariabeln y och den oberoende variabeln/variablerna x/x_i . OLS-metoden estimerar koefficienterna till de oberoende variablerna på ett sådant sätt att

⁸ Verbeek, *A Guide to Modern Econometrics 2nd edition*, s. 16, Wiley 2006

⁹ Verbeek, *A Guide to Modern Econometrics 2nd edition*, s. 82, Wiley 2006

¹⁰ Edgerton, *föreläsninganteckningar från kursen Advanced Econometrics*, föreläsning 7, Lunds Universitet 2007

¹¹ Verbeek, *A Guide to Modern Econometrics 2nd edition*, s. 97, Wiley 2006

¹² Verbeek, *A Guide to Modern Econometrics 2nd edition*, s. 97, Wiley 2006

residualerna är minimerade¹³. Om den linjära approximationen av sambandet har signifikanta estimerade koefficienter och ingen heteroskedasticitet förekommer är dessa koefficienter konsistenta och effektiva. Minimeringsproblemet av residualerna ger följande estimat av koefficienten till den oberoende variabeln¹⁴:

(3)

$$b = (X'X)^{-1}X'y$$

OLS modellerar sambandet som visas i formel (4):

(4)

$$y = \hat{y} + e$$

där

(5)

$$\hat{y} = Xb$$

2.1.6 Generaliserad Autoregressiv Villkorlig Heteroskedasticitet

GARCH-modellen (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) estimeras med hjälp av Maximum Likelihood som estimerar koefficienterna till de oberoende variablerna genom att maximera en logaritmerad sannolikhetsfunktion.

Maximeringsproblemet ger de mest sannolika koefficientestimaterna givet en viss antagen distributionsfunktion¹⁵. I GARCH-modellen tas villkorlig varians i beaktning. Modellen är därför lämplig att använda då residualerna innehåller autokorrelation¹⁶.

¹³ Verbeek, *A Guide to Modern Econometrics 2nd edition*, s. 8-9, Wiley 2006

¹⁴ Verbeek, *A Guide to Modern Econometrics 2nd edition*, s. 13, Wiley 2006

¹⁵ Verbeek, *A Guide to Modern Econometrics 2nd edition*, s. 162, Wiley 2006

¹⁶ Asgharian, *Föreläsningssanteckningar till kursen Empirical Finance*, del 1 s.27, Lunds Universitet HT 2007

2.2 Realiserad Varians

Med utgångspunkt i en logaritmerad realiserad volatilitet baserad på hög- och lågvärdet i Alizadeh, Brandt och Diebold (2002) har en normaliserad realiserad varians på dagsdata konstruerats för den här studien. Alizadeh, Brandt och Diebold kalkylerar en realiserad volatilitet med följande metod:

$$\ln \left[\frac{\sup (s_t(iH, (i+1)H))}{\inf (s_t(iH, (i+1)H))} \right] = \ln \left[\frac{\sup (s_t(iH, (i+1)H))}{\inf (s_t(iH, (i+1)H))} \right] \quad (6)$$

där $\sup s_t$ står för högvärdet (superior) och $\inf s_t$ för lågvärdet (inferior). Det har kunnat påvisas att log-range volatiliteten är överlägsen den konventionella kalkyleringen av varians baserad på avkastningen i kvadrat:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M \frac{(R_{ij} - \bar{R}_j)^2}{M} \quad (7)$$

där R_{ij} är den observerade avkastningen på tillgången, \bar{R}_j medelvärdet på tillgången och M antalet observationer¹⁷. Det finns två uppenbara fördelar med användandet av log-range volatiliteten istället för den kvadrerade avkastningen eller den logaritmerade kvadrerade avkastningen som bland annat Alizadeh, Brandt och Diebold nämner. Log-range volatiliteten innefattar av konstruktion information om spanvidden av dagens prISRörelser vilket följaktligen medför en lägre varians på mätfelet i den kalkylerade variansen för tillgången. Tillkortkommanden i den kvadrerade avkastningen respektive den logaritmerade kvadrerade avkastningen är framträdande. Om dagsavkastningen hamnar nära medelvärdet blir den uträknade variansen låg. Modellen ignorerar därmed den möjligheten att om tillgången kan ha fluktuerat mycket under dagens gång bör dess varians vara stor. Med log-range volatilitet blir volatiliteten stor om dagens fluktuation varit stor vilket återspeglar tillgångens verkliga varians mer korrekt. Det andra skälet till varför log-range volatilitet är att föredra är för att den uppvisar en Gaussisk normalfördelning till skillnad från den kvadrerade och log

¹⁷ Elton, Gruber, Brown, Goetzmann, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis Sixth Edition*, s. 47, Wiley 2003

kvadrerade avkastningen¹⁸. Det är av yttersta vikt att variansen är normalfördelad för att undvika problematik som uppstår i samband med heteroskedasticitet. Anledningen till att rangen är logaritmerad är för att eliminera överflödigt kurtosis. Metoden är enkel och välanvänd vid kurtosis som överstiger en normalfördelnings. I denna studie är den logaritmerade range volatiliteten något modifierad. Den metod som används i studien är istället specifikt framtagen för att passa in på dagsdata. För att den realiserade variansen ska kunna vara jämförbara med den implicerade variansen har även den normaliserats genom att ta ett medelvärde av hög- och lågvärdet för varje enskild dag. Ekvationen som konstruerats för den realiserade variansen på dagsdata ser ut på följande vis:

(8)

$$RV \equiv \frac{\ln(Hög - Låg)}{\left[\frac{(Hög - Låg)}{2} \right]}$$

I ekvation (8) står *Hög* för den aktuella dagens högsta noterade värde på aktieindexpriset och *Låg* för det lägsta värdet. Täljaren består av den naturliga logaritmerade skillnaden mellan hög- och lågvärdet för dagen på aktieindexpriset. I nämnaren har vi medelvärdet av dagens variation på aktieindexpriset som använts som instrument för normalisering.

Alizadeh, Brandt och Diebold har kunnat visa att log-range volatiliteten är nästan lika effektiv i mätning av den verkliga variansen som varians uträknat på intradagsdata. Den uträknade realiserade variansen i denna studie kan antas vara ett godtyckligt substitut för realiserad varians baserad på intradagsdata. Ovanstående argument är incitament i valet av kalkylering för realiserad varians. Generellt anses den realiserade variansen på intradagsdata vara den mest effektiva metoden att kalkylera varians på¹⁹.

2.3 Implicerad modellfri varians

¹⁸ Alizadeh, Brandt, Diebold, *Range-Based Estimation of Stochastic Volatility Models*, s. 12, Journal of Finance 57, 2002

¹⁹ Alizadeh, Brandt, Diebold, *Range-Based Estimation of Stochastic Volatility Models*, s. 14, Journal of Finance 57 2002

Den modellfria implicerade varians som används i den här studien grundar sig på en modell framtagen av Bollerslev och Zhou 2007. I den här studien används en normalisering av lösenpriset hos köptionerna som modellen baserar sig på. Formeln för den implicerade modellfria variansen ser ut på följande vis²⁰:

$$IV_t \equiv 2 \int_{K_0}^{K_m} \frac{C_t \left(t+1, \frac{K}{B(t, t+1)} \right) - C_t \left(t, \frac{K}{B(t, t)} \right)}{K^2} dK \quad (9)$$

I studien approximeras och reduceras ovanstående modell till:

$$IV_t = 2 \sum_{i=1}^m \left[\frac{C_t \left(t+1, \frac{K_i}{B(t, t+1)} \right) - C_t \left(t, \frac{K_i}{B(t, t)} \right)}{K_i^2} \right] \Delta K \quad (10)$$

Formel (10) representerar en diskret approximation av formel (9) som beskriver den implicerade variansen med en kontinuerlig process. Underliggande data till kalkyleringar av implicerad varians är presenterade i diskret form. Formel (10) är då den modell som är

tillämpningsbar i praktiken. I formel (10) står $C_t \left(t+1, \frac{K_i}{B(t, t+1)} \right)$ för köptionspriset med inlösen för framförvarande månad med lösenpris K_i . Köptionen med inlösen i

nuvarande månad står $C_t \left(t, \frac{K_i}{B(t, t)} \right)$ för med inlösenpris K_i . Lösenpriserna är indexerade efter stigande storleksordning med i olika lösenpriser²¹. ΔK står för skillnaden i lösenpris K för alla tillgängliga köptioner vid ett givet datum. I ekvation (11) står m för antalet lösenpriser den aktuella dagen där K_m är lösenpriset med högst värde och K_0 lösenpriset med lägst värde för dagen²².

(11)

²⁰ Bollerslev, Zhou, *Expected Stock Returns and Variance Risk Premia**, s. 4, Social Science Research Network, 2007

²¹ Bollerslev, Zhou, *Expected Stock Returns and Variance Risk Premia**, s. 4, Social Science Research Network, 2007

²² Bollerslev, Zhou, *Expected Stock Returns and Variance Risk Premia**, s. 4, Social Science Research Network, 2007

$$\Delta K = \frac{(K_m - K_0)}{m}$$

Normaliseringen är gjord med avseende på lösenpriserna K_i samt K_0 där ekvationen för normaliseringen är:

(12)

$$K_i^{norm} = \frac{K_i}{K_0}$$

där K_0 är lösenpriset med lägst värde av alla olika lösenpriser för köpoptioner på OMXS30-aktien för den aktuella dagen. Eftersom täljaren är dividerad med det lägsta lösenpriset normaliseras alla lösenpriser i procentsatsförhållande till det lägsta lösenpriset. Det lägsta lösenpriset för dagen antar alltid värdet ett (100 %). Således tillfaller de övriga lösenpriserna värden större än ett i ekvationen. $K_i > 1$ för alla $i > 0$. Anledningen till att normalisering genomförts är för att lösenpriserna är nominellt mycket större än köpoptionspriserna vilket resulterar i extremt små värden i ekvation (10) som utan normaliseringen inte skulle kunna vara jämförbara med realiserad varians och aktieprisutvecklingen. I formeln för varians riskpremien skulle den implicerade variansen få en obetydlig roll i kalkyleringen utan normaliseringen. Varians riskpremien skulle då kunna approximeras till att vara ekvivalent till den realiserade variansen vilket av intuition är ett felaktigt antagande. I ett sådant fall skulle avkastningen för aktien kunna predikteras endast av dess varians. Avkastningsprognoser skulle inte innehålla någon information om marknadens framtida förväntningar. Den normaliserade implicerade variansen tar olika köpoptionspriser för samma underliggande tillgång i beaktningen samt köpoptionernas prisskillnad för olika utgångsdatum. Det är känt att optioner av konstruktion är en kalkylering baserad på information om marknadens framtida förväntningar. Ett exempel är Black-Scholes formel för en europeisk köpoption utan utdelningar ser ut på följande vis²³:

(13)

$$c = SN(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2)$$

De element i formeln som innehåller framtida förväntningar är den underliggande tillgången S och lösenpriset K för köpoptionen. Den underliggande tillgångens pris inrymmer framtida

²³ Hull, *Options, Futures and Other Derivatives 6th edition*, s. 295, Pearson Prentice Hall 2006

förväntningar på avkastning lika så lösenpriset för köptionen. Därigenom innehåller köptionen information om marknadens framtida förväntningar. Eftersom den implicerade variansen konstruerats av köptionspriser och lösenpriser innehåller även den information om marknadens framtida förväntningar. Därför är den implicerade variansen ett viktigt element i varians riskpremien och bör anta en betydande och tongivande roll i kalkyleringen av varians riskpremium. Detta uppnås då normaliseringen används. Carr och Madan (2002) har visat att den implicerade variansen kan betraktas som de riskneutrala förväntningar som marknaden har på avkastningens variation under en viss given tidsperiod²⁴. I fallet för den här studien omfattar tidsperioden aktuell månad och den framförvarande månaden (t, t+1).

2.4 Varians riskpremium

Användandet av varians riskpremium motiveras i studien av dess tidigare funna samband till aktieprisutvecklingen. Bollerslev och Zhou har funnit att varians riskpremium kan förklara över 15 % av aktieprisutvecklingen ($R^2 \approx 0,15$). Varians riskpremium definieras²⁵:

(14)

$$VRP_t = IV_t - RV_t$$

Höga värden på varians riskpremium signalerar hög avkastning medan låga värden indikerar låg avkastning enligt Bollerslev och Zhou. Varians riskpremium kan betraktas som ett mått på riskaversion. Då riskaversionen ökar under till exempel en lågkonjunktur investeras det generellt mer i tillgångar med låg risk med medföljande låg förväntad avkastning²⁶.

²⁴ Carr, Madan, *Towards A Theory of Volatility Trading*, s.16, Department of Mathematics New York University, 2002

²⁵ Bollerslev, Zhou, *Expected Stock Return and Variance Risk Premia*, s. 5, Social Science Research Network, 2007

²⁶ Bollerslev, Zhou, *Expected Stock Return and Variance Risk Premia*, s. 15, Social Science Research Network, 2007

Marknadens avkastningskrav är högre då riskaversionen ökar. I och med detta ökar premien på tillgångar med risk. Med andra ord absorberar varians riskpremium marknadens riskaversion och fungerar då som en prediktor av avkastning på riskabla tillgångar, i detta fall OMXS30-aktien. Varians riskpremium bör kunna prediktera aktieprisutvecklingen för en tid framåt. För att kunna fånga upp en aggregerad riskaversion över ett makroekonomiskt perspektiv har bland annat månatlig varians riskpremium använts i prediktion av aktieprisutvecklingen. En initial tes är att varians riskpremium kan prediktera avkastningen på OMXS30-aktieindexet för en, två eller tre månader framåt i tiden. Det skulle innebära att skillnaden mellan den implicita variansen och realiserade variansen i en viss månad skulle beskriva den riskaversionsnivå som gäller på marknaden just nu och som ger utslag i aktieindexavkastningen någon eller några månader senare. Eftersom antalet observationer är starkt begränsat när data betraktas ur månadsperspektiv är det mycket troligt att regressionen inte är normalfördelad, vilket ofta är fallet när antalet observationer är få. Studien inriktar sig även därför på att undersöka om daglig uppmätt varians riskpremium kan prediktera aktieindexavkastningen för någon eller några dagar framåt. Vad som studeras då är om information som är tillgänglig idag kan säga något om till exempel morgondagens avkastning. Eftersom antalet observationer blir betydligt fler kan möjligen en asymptotisk normalfördelning antas och slutledningar får då en bättre grund av data att stå på.

3 Data

En redogörelse över angreppssätt, dataurval och bortfall av data följer i detta kapitel. Slutligen presenteras tillvägagångssättet för hanteringen av data. Där nämns också kortfattat de tillämpningar som kan anföras på data.

3.1 Angreppssätt

Valet av ett aktieindex som sammanfattar de största börsnoterade företagen på börsen. Dessa företag har stort inflytande på börsens värde och variation. Aktieindexet och dess utveckling kan betraktas som en approximativ aggregation av börsen och dess utveckling som helhet. På så vis kan ett aktieindex komma att förklara generella tendenser på aktiemarknaden. De makroekonomiska faktorer som kan antas påverka hela aktiemarknaden, det vill säga systematisk risk, är lättare att uppfatta och studera på data över ett aktieindex än en enskild aktie som oftast innehåller även icke-systematisk, diversifierbar risk.

3.2 Urval

Analysen i uppsatsen baseras på data över OMXS30-aktieindexet och dess tillhörande europeiska köpoptioner mellan åren 2003 till 2006. Genom att välja OMXS30-aktieindexet elimineras naturligt den diversifierbara, icke-systematiska risken. Den systematiska risken som alla aktier bär blir således isolerad och studien blir då fokuserad på att undersöka den generella risken på aktiemarknaden. All data är tillhandahållen av OMX Nordic Exchange.

De initiala tillhandahållna data över de europeiska köpoptionerna innehöll data över köpoptioner med inlösendatum för den aktuella månaden och flera framförvarande månader. Köptionsdata som valts ut är de med inlösendatum för den aktuella månaden och den närmast framförvarande.

3.3 Bortfall

Vissa dagar har fallit bort i uträkningarna på grund av att den underliggande aktien har handlats fler dagar än köpoptionen. Viss köptionsdata har fallit bort på grund av att alla lösenpriser inte finns i varje månad. De uträkningar som genomförts bygger delvis på lösenpriserna för köpoptionerna. Data är även sorterad efter månader. Dock sträcker sig inte data från den första till sista dagen i månaden utan mellan slutdatumen på köpoptionerna som är den tredje fredagen i varje månad. Det vill säga att data i juli månad innehåller all data efter den tredje fredagen i juni fram till och med den tredje fredagen i juli. Det finns vissa avvikelser från denna struktur som till exempel kan bero på infallandet av helgdagar.

3.4 Behandling av data

Aktieindexdata har använts för att räkna ut realiserad varians och avkastning. Den implicita variansen beräknas utifrån köptionsdata. Undersökta data på aktieindexet är baserad på

daglig data liksom europeiska köptionsdata samt att den sträcker sig under samma tidsperiod som tillhörande europeiska köptionsdata. Data över implicit varians och realiserad varians har använts för kalkylering av varians riskpremium som sedan jämförts med data över aktieavkastningen. Data över aktieindexprisutvecklingen har använts för att få fram avkastning.

Befintliga dagsdata har även summerats till månadsdata över parametrarna avkastning och varians riskpremium. Dagsdata och månadsdata kan användas för olika ändamål i analysen. Med dagsdata kan kortsiktiga samband undersökas mellan avkastning och varians riskpremium. Månadsdata kan appliceras på studier över långsiktiga samband mellan ovan nämnda parametrar.

4 Metod

De tillvägagångssätt som använts för modellering av daglig respektive månatlig implicerad och realiserad varians presenteras i kapitlet. En redogörelse för kalkylering av varians riskpremium följer därefter. Kapitlet avslutas med en presentation över de metoder som underliggjer prognostiseringen av aktieindexavkastningen.

4.1 Implicerad modellfri varians

För att kalkylera den implicerade variansen används ekvation (10). Löspriserna i ekvationen är modifierade med hjälp av ekvation (11). Den underliggande tillgången till köptionerna i ekvation (10) är OMXS30 aktieindexet. Köptionspriset för framförvarande månad, dividerat med dess normaliserade lösenpris, subtraheras med motsvarande köptionspris för den nuvarande månaden dividerat med dess normaliserade lösenpris. Subtraktionen multipliceras därefter med ekvation (11). Den här uträkningen görs för $m - 1$

lösenpriser. Summan av dessa $m-1$ uträkningar utgör den implicerade variansen. Vid insättning av dagsdata i formeln genereras en daglig implicerad varians. Uträkningar av daglig implicerad varians har gjorts över tidsperioden januari 2003 till och med december 2006.

För att kunna studera implicerad varians ur ett månadsperspektiv har implicerad varians på dagsdata summerats. Varje månads längd avgörs av köptionernas inlösendatum. OMXS30 köptionerna förfaller den tredje fredagen i varje månad. I studien har denna cykel följts för månadsberäkning. Det resulterar i att månaderna kan innehålla olika antal dagar. Den använda månadscykeln följer hela köptionens livslängd vilket är att föredra framför att följa kalendermånaderna. För att inte mista köptionens inrymda information om marknadens riskneutrala förväntningar över den aktuella tidsperioden har OMXS30 köptionscykel följts.

4.2 Realiserad varians

Den realiserade variansen representerar OMXS30-aktieindexets varians som ges av ekvation (8). Inledningsvis subtraheras det högsta noterade värdet på aktieindexpriset för dagen med dagens lägsta noterade värde. Logaritmeringen av denna subtraktion divideras därefter med medelvärdet av dagens variation i aktieindexpris. Kvoten utgör den realiserade variansen. Uträkningarna av den realiserade variansen är gjord under samma tidsperiod som för den implicerade variansen

När den realiserade variansen ska räknas ut på månadsbasis summeras alla de dagliga realiserade varianserna inom den aktuella månaden. Månadsstrukturen är den samma som för månadsdata på den implicerade variansen. För att den implicerade och realiserade variansen ska kunna användas för kalkylering av varians riskpremium på månadsbasis är månaderna indelade enligt samma struktur.

4.3 Varians riskpremium

Varians riskpremium kalkyleras med ekvation (14). Samma ekvation används för att räkna ut både daglig samt månatlig varians riskpremium. För att räkna ut daglig varians riskpremium tar man en dags kalkylerad implicerad varians och subtraherar med samma dags uträknade

realiserade varians. Differensen utgör varians riskpremien för dagen. I beräkningen av månatlig varians riskpremium används månadsvärden på implicerad och realiserad varians.

4.4 Prognostisering

En modell som kan förklara sambandet mellan varians riskpremium och aktieindexavkastningen söks genom att utföra olika tester. Testerna innefattar bland annat linjäritetstest, test för heteroskedasticitet och autokorrelation. Dessa test utförs i Eviews 5.0.

5 Resultat

Kapitlet är indelat i två delar. Den första delen innehåller en presentation av de beräkningarna som utförts för att få fram de variabler som använts i prognostiseringen av aktieindexavkastningen. I den andra delen av kapitlet redovisas resultat av samband mellan varians riskpremium och aktieindexavkastningen.

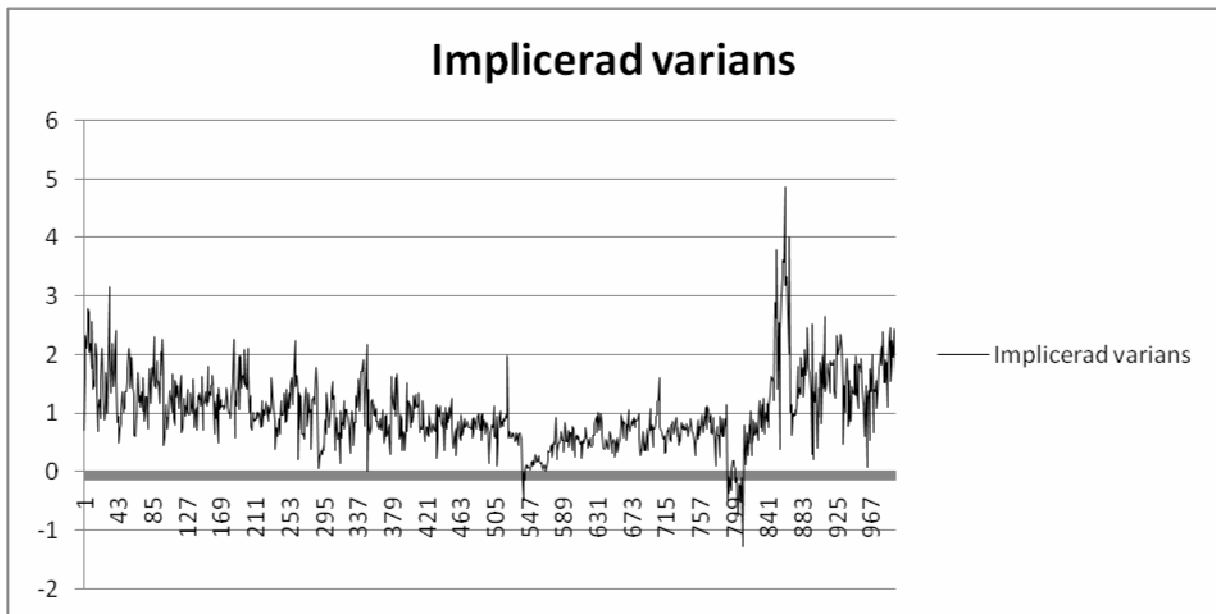
5.1 Resultat av beräkningar

Resultatet av beräkningar av implicerad varians, realiserad varians, varians riskpremium och aktieindexavkastningen redovisas.

5.1.1 Implicerad varians

Den implicerade variansen på dagsdata visas i graf (1) med värdet på den implicerade variansen på y-axeln och tidshorizonten på x-axeln. Medelvärdet för den dagliga implicerade variansen för den studerade tidsperioden är 1,0129 med standardavvikelsen 0,6148.

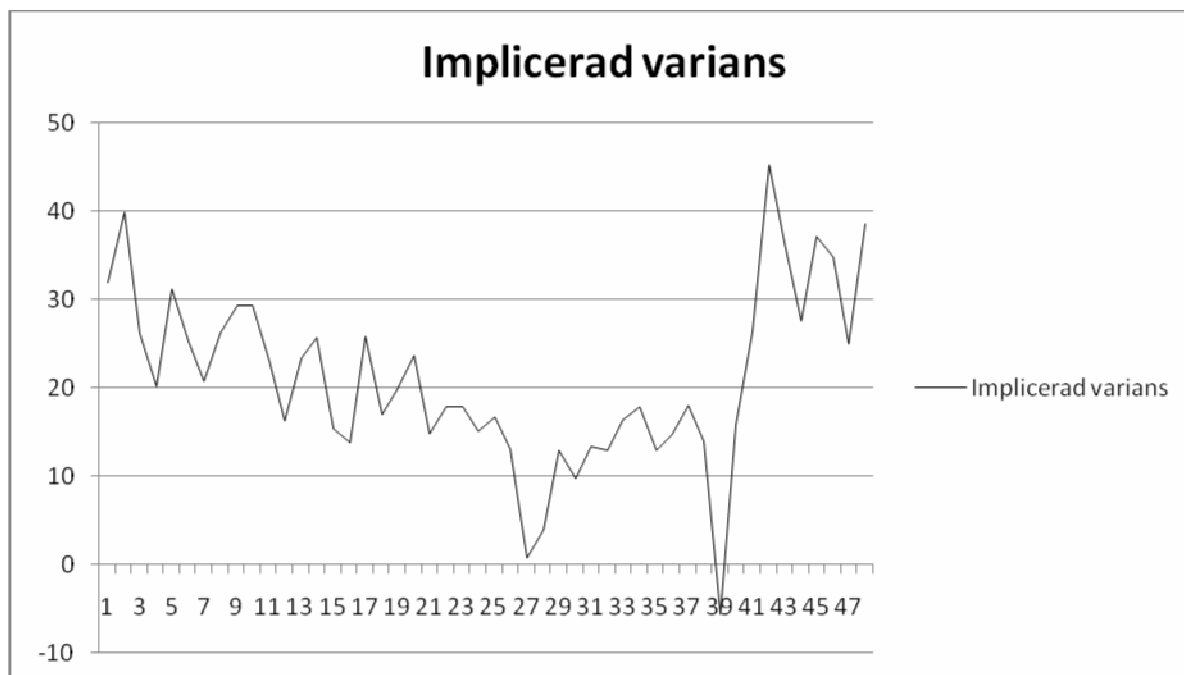
(1)



Den implicerade variansen på dagsdata är volatil vilket visas i graf (1). Under år 2003 varierar den implicerade variansen mycket för att sedan bli mindre volatil under år 2004-2005. I början på år 2006 kan en kraftig stegring av den implicerade variansen observeras med en medföljande hög volatilitet.

På månadsbasis är medelvärdet för den implicerade variansen 21,0378 med standardavvikelsen 10,0813. Månadsdata över den implicerade variansen illustreras i graf (2) där y-axeln representerar värdet på implicerad varians samt x-axeln som representerar tidshorizonten.

(2)

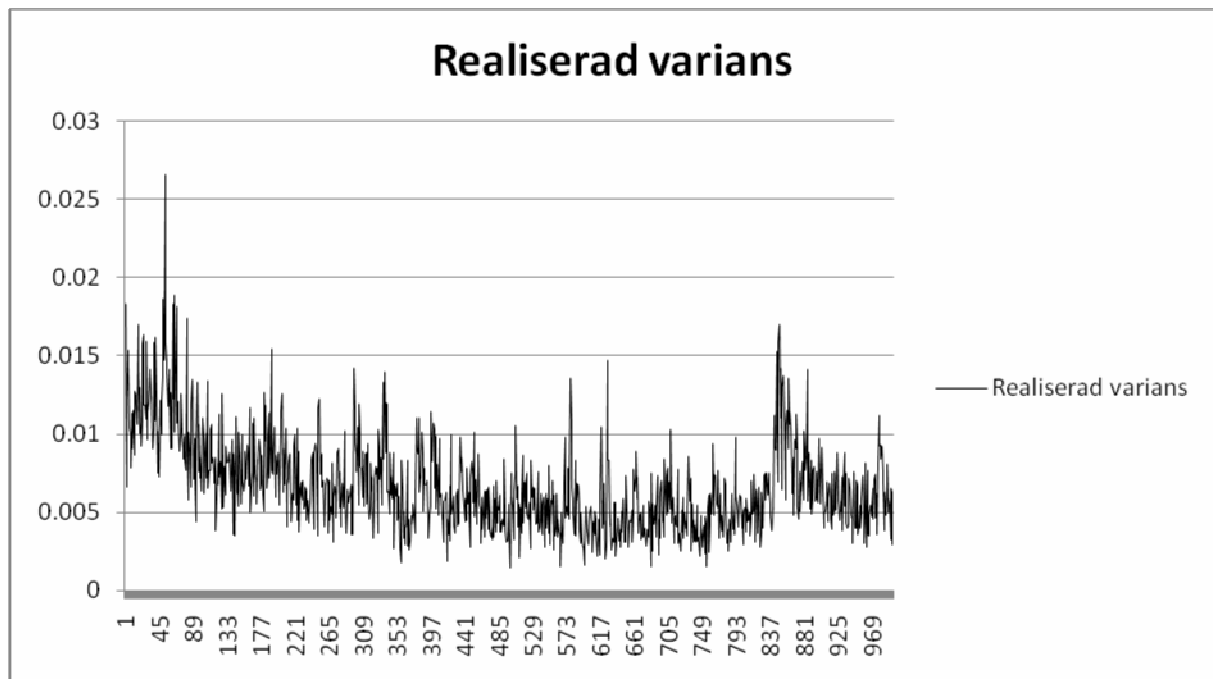


Som graf (2) tydligt visar har marknadens riskneutrala förväntningar på avkastning varit höga under år 2003. Dock kan det ses att de höga förväntningarna har stadigt sjunkit fram till början av år 2006 då en tydlig vändning kan observeras. Under år 2006 noteras de högsta värdena för implicerad varians.

5.1.2 Realiserad varians

Realiserad variansen för den studerade tidsperioden illustreras i graf (3) där värdet för realiserad varians visas på y-axeln och tidshorisonten på x-axeln.

(3)

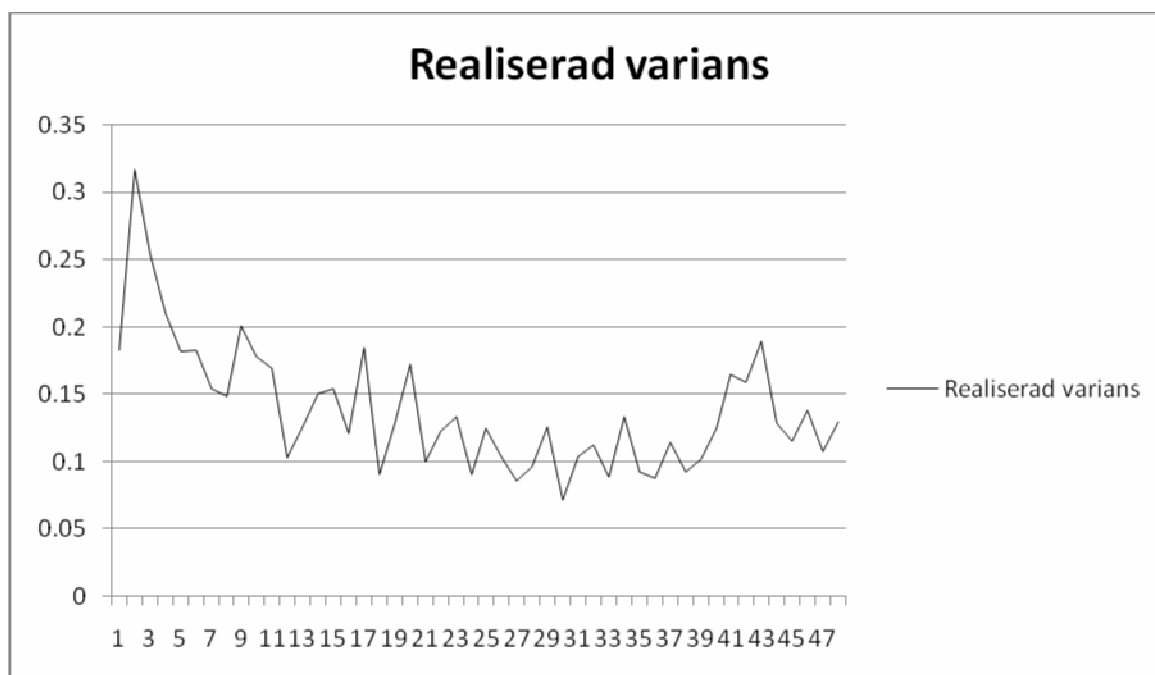


Medelvärde för den dagliga realiserade variansen är 0,0067 och har standardavvikelsen 0,0031. Den realiserade variansen varierar jämnt under den studerade tidsperioden till skillnad från den implicerade variansen.

Korrelationen mellan den dagliga implicerade variansen och den dagliga realiserade variansen är 0,4153. En hög korrelation vittnar om att marknadens riskneutrala förväntningar kan prediktera den verkliga variansen väl medan en låg korrelation visar på att marknaden inte kan prediktera en verklig varians. En korrelation på 0,4153 tyder på att marknaden kan prediktera den verkliga variansen ganska bra och är relativt träffsäker i prognostisering av den verkliga variansen.

Betraktat ur månadsperspektiv visas den realiserade variansen i graf (4).

(4)



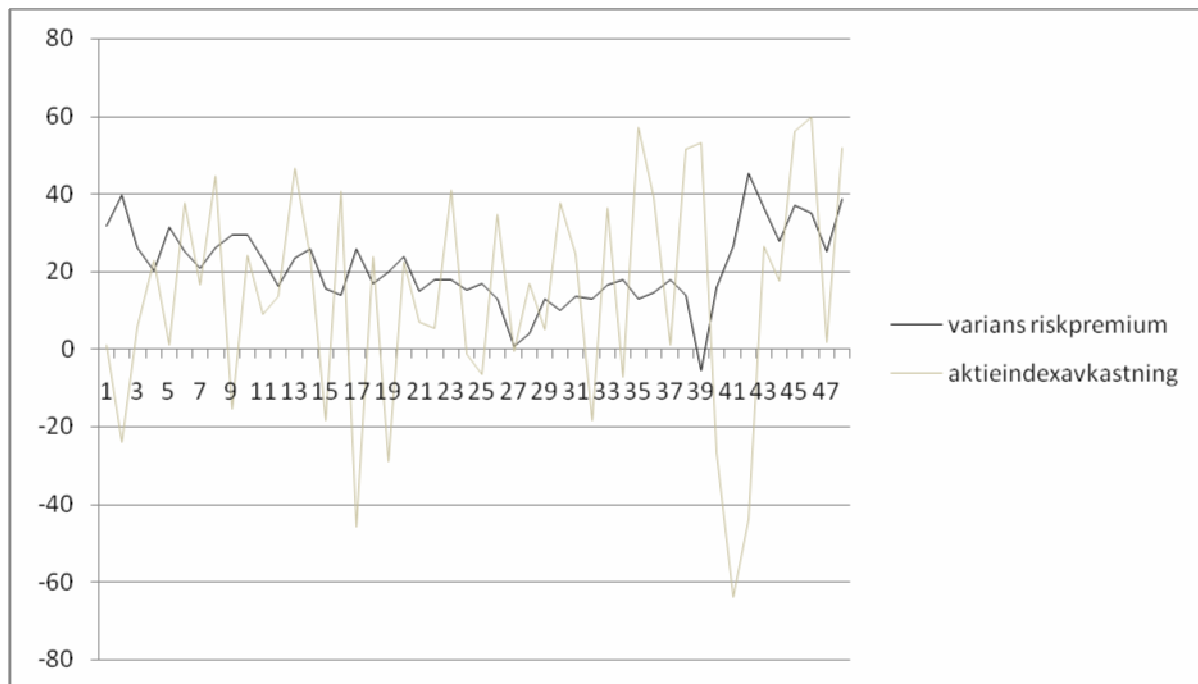
På y-axeln visas värdet på den månadsbaserade realiserade variansen och x-axeln representerar tidshorisonten i månader. Medelvärdet för en månatliga realiserade variansen är 0,1388 och standardavvikelsen är 0,0469.

Korrelationen mellan månatlig implicerad varians och månatlig realiserad varians är 0,6218. Implikerad varians och realiserad varians har högre korrelation på månadsbasis än på dagsbasis. Det indikerar på att marknaden har lättare för att prediktera den verkliga variansen över en längre tidsperiod. Den dagliga variansen är svårare att prediktera då många okända faktorer spelar in som skapar småbrus i variansen. Det verkar som att småbrus tar ut varandra över längre tidsperioder. Därigenom blir den månatliga prediktionen av den verkliga variansen träffsäkrare än den dagliga prognosen.

5.1.3 Varians riskpremium och aktieindexavkastning

Den uträknade varians riskpremium på månadsbasis är kombinerad i graf (5) med aktieindexavkastningen på månadsbasis. På y-axeln visas värdet på varians riskpremium och aktieindexavkastningen och på x-axeln tidshorisonten.

(5)



Aktieindexavkastningen är betydligt mer volatil än varians riskpremium som befinner sig på en mer konstant volatil nivå jämförelsevis. Medelvärdet för varians riskpremium är 20,8990 med standardavvikelsen 10,0522. För aktieindexavkastningen är medelvärdet 13,5060 med en standardavvikelse på 29,2303.

5.2 Resultat av prognostisering av aktieindexavkastningen

Sambandet mellan varians riskpremium och aktieindexavkastning undersöks på såväl dagsdata som månadsdata.

5.2.1 Dagsdata

Här studerades främst om ett kortsiktigt samband föreligger mellan aktieindexavkastningen och varians riskpremium. Initialt har en regression på aktieindexavkastningens samband med varians riskpremium antagits, där aktieindexavkastningen är beroendevariabeln. Modellen inkluderar den oberoende variabeln varians riskpremium och ett samband mellan aktieindexavkastningen och varians riskpremium, för ett obestämt antal tidsperioder bakåt i tiden, undersöktes. För att varians riskpremium ska kunna prediktera aktieindexavkastningen måste tidigare tidsperioders observationer av varians riskpremium kunna förklara

aktieindexavkastningen för den aktuella tidsperioden. Den modell som visade sig vara lämpligast att påföra data var en GARCH(1,1)-modell eftersom variansen i regressionen visade sig innehåller autokorrelation.

GARCH-modell estimerad med Maximum Likelihood

| | | |
|---------|----------------------|-----------------|
| VRP(-1) | Koefficient: 0,65405 | p-värde: 0,0022 |
|---------|----------------------|-----------------|

GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

| | | |
|-------------|-----------------------|-----------------|
| C | Koefficient: 3,35684 | p-värde: 0,0025 |
| RESID(-1)^2 | Koefficient: 0,097439 | p-värde: 0,0000 |
| GARCH(-1) | Koefficient: 0,848151 | p-värde: 0,0000 |

| | | |
|---------------------------|----------|--|
| R ² : | -0,00518 | |
| justerat R ² : | -0,00822 | |

| | |
|----------------------------|-----|
| inkluderade observationer: | 996 |
|----------------------------|-----|

Den enda oberoende laggade variabeln som är signifikant är VRP(-1). Det innebär att aktieindexavkastningen för en dag skulle kunna förklaras av föregående dags varians riskpremium. Förklaringsgraden är obefintlig vilket indikerar på att aktieindexavkastningen på dagsbasis inte kan förklaras av varians riskpremium.

5.2.2 Månadsdata

Vid undersökning av månatlig data har ett samband mellan varians riskpremium och aktieindexavkastning ur ett långsiktigt perspektiv studerats. När data betraktas i form av månadsperspektiv kan trender över längre tidsperioder observeras. De dagliga variationerna i aktieindexavkastningen får mindre betydelse i sammanhanget och de tendenser som uppvisas vid ett större tidsperspektiv belyses. De prediktioner som kan utföras på den framtagna modellen är då för en eller flera månader framåt i tiden. Prediktioner ger således en bild av hur de framförvarande månadernas aktieindexavkastning i sin helhet kan komma att utvecklas.

För att varians riskpremium ska fungera som ett prediktionsinstrument till aktieindexavkastningen har laggade värden av varians riskpremium använts i regressionerna då ett samband mellan varians riskpremium och aktieindexavkastning söktes.

När ett samband mellan varians riskpremium och aktieindexavkastningen söktes har en OLS-modell till en början antagits. Denna OLS-modell visade sig vara den modell som förklarade sambandet bäst.

| | | |
|----------------------------|-----------------------|-----------------|
| OLS-modell | | |
| VRP(-2) | Koefficient: 0,739059 | p-värde: 0,0000 |
| R ² : | 0,080247 | |
| justerat R ² : | 0,080247 | |
| <hr/> | | |
| inkluderade observationer: | 46 | |

Den laggade variabeln av varians riskpremium som visat sig vara signifikant är VRP(-2). Det finns ekonomisk intuitiva motiv för att två månaders tillbakablickande varians riskpremium har ett samband till den aktuella månadens aktieindexavkastning. Varians riskpremium har konstruerats av köptionsdata med löptiderna en respektive två månader.

Köptionspriserna samt de tillhörande lösenpriserna innehåller information om marknadens förväntningar på framtiden. Det innebär att varians riskpremium absorberat marknadens förväntningar för två månader framåt vilket gör att VRP(-2) kan komma att vara en bra prediktor av aktieindexavkastning för den innevarande månaden. Så mycket som 8 % av aktieindexavkastningen kan förklaras av varians riskpremium.

6 Slutsats

Diskussioner förs om sambandet mellan aktieindexavkastning och varians risk premium. Eventuella samband sammankopplas till och motiveras med resultat av statistisk data från modelleringsprocessen och ekonomisk interpretation. Avslutningsvis presenteras de slutsatser som studien lett fram till.

När månadsdata över varians riskpremium och aktieindexavkastning modellerats har ett starkt samband upptäckts. OLS- modellen för månadsdata uppvisar ett justerat R^2 -värde på 0,08. Det innebär att varians riskpremium förklarar så mycket som 8 % av aktieindexavkastningen. OLS-modellestimaten har visat sig vara väldigt signifikanta och estimaten får betraktas som konsistenta och effektiva.

Intresset har legat i att enskilt studera varians riskpremium som prediktor av aktieindexavkastningen. På så sätt har en uppmätning av dess träffsäkerhet kunnat identifieras. Detta har gjort det möjligt att studera varians riskpremiens lämplighet som prediktor. Eftersom varians riskpremium innehåller information om marknadens förväntningar på avkastning för två månader framåt har varians riskpremium för nuvarande månad varit lämplig som prediktor av aktieindexavkastningen för två månader framåt. Den information som varians riskpremium innehåller om marknadens framtida förväntningar representerar den generella riskaversionsnivån på marknaden. Som Bollerslev och Zhou (2007) argumenterat för är riskaversionen direkt knuten till avkastningskravet. På så vis kan varians riskpremium också säga något om konjunkturcykeln. Vid en lågkonjunktur är den allmänna riskaversionen hög vilket borde innebära att avkastningskraven på riskbärande tillgångar är högre än vid en högkonjunktur. Detta positiva samband mellan varians riskpremium och aktieindexavkastning har kunnat påvisas i den här studien. Koefficienterna till laggade varians riskpremium har visat sig vara positiva vilket indikerar på ett positivt korrelerande samband mellan varians riskpremium och aktieindexavkastning.

När sambandet mellan varians riskpremium och aktieindexavkastning har studerats på daglig data har visserligen konsistenta estimat erhållits men den framtagna GARCH(1,1)- modellen har inte lyckats förklara aktieindexavkastningen. Variationer i daglig varians riskpremium och aktieindexavkastning verkar inte ha något som helst samband. Detta indikerar på att varians

riskpremium endast fungerar som ett bra prediktionsinstrument på längre sikt. Det finns många oförklarade faktorer som påverkar den dagliga variationen på aktieindexavkastningen. Men på längre sikt har dessa oförklarade faktorer mindre betydelse och de långsiktiga tendenser som variationen i aktieindexavkastningen visar kan förklaras av varians riskpremium.

Slutligen kan det konstateras att varians riskpremium är en bra prediktor av aktieindexavkastningen på månadsbasis. Förklaringsgraden på 8 % vittnar om att denna metod för att prediktera aktieindexavkastning fungerar bra på den svenska marknaden. Dock kan varians riskpremium inte prediktera aktieindexavkastningen i samma utsträckning på den svenska marknaden som på den amerikanska marknaden.

7 Referenser

Tryckt litteratur:

Alizadeh, Brandt, Diebold, *Range-Based Estimation of Stochastic Volatility Models*, Journal of Finance 57 2002

Elton, Gruber, Brown, Goetzmann, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis Sixth Edition*, Wiley 2003

Hull, *Options, Futures and Other Derivatives 6th edition*, Pearson Prentice Hall 2006

Verbeek, *A Guide to Modern Econometrics 2nd edition*, Wiley 2006

Vogelvang, *Econometrics: Theory and Applications with Eviews*, Pearson Education 2004

Elektronisk litteratur:

Asgharian, *Föreläsningsanteckningar till kursen Empirical Finance*, Lunds Universitet, 2007, <http://www.nek.lu.se/NEKHAS/finans2.htm>

Bollerslev, Zhou, *Expected Stock Returns and Variance Risk Premia**, Social Science Research Network, 2007, <http://www.ssrn.com>

Carr, Madan, *Towards A Theory of Volatility Trading*, Department of Mathematics New York University, 2002, <http://www.math.nyu.edu/research/carrp/papers/pdf/twrdsfig.pdf>

Carr, Wu, *Variance Risk Premia*, Social Science Research Network, 2007, <http://www.ssrn.com>

Edgerton, *Föreläsningsanteckningar till kursen Advanced Econometrics*, Lunds Universitet 2007, http://www.nek.lu.se/nekded/Teaching/Econometrics_II/Econometrics_II.htm