



EKONOMIHÖGSKOLAN  
Lunds universitet

Nationalekonomiska institutionen

Kandidatuppsats

februari 2007

# Value at Risk

- en undersökning av VaR på statspapper

Handledare:  
Hans Byström

Författare:  
Henrik Hjersing

# Abstrakt

På senare år har den finansiella marknaden vuxit enormt mycket. I samband med värdepappershandel utsätts banker och andra finansiella aktörer för risker. För att få en kontroll på lönsamheten och inte utsättas för likviditetsproblem, har insikt om riskkontroller förbättrats. Value at Risk (VaR) är ett mycket erkänt och användbart mått vid riskmätningar. VaR definieras som "den med viss sannolikhet förväntade förlusten från ogynnsamma marknadsrörelser över en definierad tidsperiod". Hos räntebärande tillgångar, så som statspapper, är räntan den variabel som är intressant att studera, för att slutligen få fram ett VaR estimat med hjälp av tillgängliga modeller. I studien beräknas VaR från dag till dag, på en 10-årig statsobligation och en 1-årig statsskuldväxel. Beräkningarna grundar sig på dagsräntor åtta år tillbaka, som ska återspegla framtida ränteutfall. Den aktuella studieperioden är mellan 1996-01-02 och 2005-12-30.

I studien studeras tre modeller, delta-modellen, delta-gamma-modellen och historiska simuleringar. De två förstnämnda modellerna är mera indirekta metoder att mäta VaR. Den sistnämnde är en mera direkt mätmetod. Efter en teoretisk, metodiskt och analytisk beräkning av VaR, påvisas en viss skillnad mellan modellerna. Mycket beror på de förenklade antaganden som de indirekta mätmetoderna är uppbyggda av. Dock, om ytterligare risktermer tas i beaktande, genom att delta-modellen approximeras med delta-gamma-modellen, närmar sig mätvärdena de VaR värden som historiska simuleringarna uppvisar.

Det händer att extrema räntechocker finns i de historiska räntevärdena som används vid beräkningarna av VaR. I och med att de historiska räntorna ska återspegla framtida ränteutfall, kan detta medföra missvisande VaR estimat. Vid sådana här situationer görs även tester kring hur VaR förändras då dessa räntechocker neutraliseras.

Nyckelord: Value at Risk, ränterisk, delta, gamma, historisk simulering.

# Innehållsförteckning

<b>1. INLEDNING</b> .....	<b>- 4 -</b>
1.1 BAKGRUND.....	- 4 -
1.2 PROBLEMATISERING.....	- 5 -
1.3 FRÅGESTÄLLNING.....	- 6 -
1.4 SYFTE.....	- 7 -
1.5 MÅLGRUPP.....	- 7 -
1.6 AVGRÄNSNINGAR.....	- 7 -
1.7 DISPOSITION.....	- 8 -
<b>2. TEORI</b> .....	<b>- 9 -</b>
2.1 STATSPAPPER.....	- 10 -
2.1.1 Statsobligation.....	- 10 -
2.1.2 Statsskuldväxel.....	- 11 -
2.2 Durationsanalys.....	- 11 -
2.2.1 Konvexitet.....	- 12 -
2.3 KOMPONENTER.....	- 13 -
2.3.1 Val av avvecklingsperiod.....	- 13 -
2.3.2 Val av konfidensintervall.....	- 13 -
2.4 HISTORISK SIMULERING.....	- 14 -
2.5 DELTA-MODELLEN.....	- 15 -
2.6 DELTA-GAMMA-MODELLEN (JORION).....	- 16 -
2.7 NEUTRALISERING AV RÄNTECHOCKER.....	- 16 -
<b>3. DATAMATERIAL</b> .....	<b>- 17 -</b>
3.1 VAL AV HISTORISKT DATAMATERIAL.....	- 17 -
3.2 TIDSPERIOD.....	- 17 -
<b>4. METOD</b> .....	<b>- 18 -</b>
4.1 VAL AV PROGRAM.....	- 18 -
4.2 ANTAGANDEN.....	- 18 -
4.2.1 Val av avvecklingsperiod och konfidensintervall.....	- 18 -
4.3 PROCENTUELLA RÄNTEFÖRÄNDRINGAR.....	- 19 -
4.4 NUVÄRDESBERÄKNINGAR AV STATSPAPPER.....	- 19 -
4.5 DURATIONSANALYS BERÄKNINGAR.....	- 19 -
4.5.1 Konvexitet.....	- 20 -
4.6 BERÄKNINGAR AV VAR.....	- 20 -
4.6.1 Historisk simulering.....	- 20 -
4.6.2 Delta-modellen.....	- 21 -
4.6.3 Delta-Gamma-modellen.....	- 21 -
4.7 NEUTRALISERING AV RÄNTECHOCKER.....	- 22 -
<b>5. RESULTAT OCH ANALYS</b> .....	<b>- 23 -</b>
5.1 RÄNTEUTVECKLING.....	- 23 -
5.2 BERÄKNING AV VAR MED OCH UTAN RÄNTECHOCKER.....	- 25 -
<b>6. SLUTDISKUSSION</b> .....	<b>- 31 -</b>
<b>7. KÄLLFÖRTECKNING</b> .....	<b>- 33 -</b>
7.1 PUBLICERADE KÄLLOR.....	- 33 -
7.2 ELEKTRONISKA KÄLLOR.....	- 33 -

# 1. INLEDNING

---

Detta kapitel ger en information om ämnet Value at Risk. Här presenteras bakgrund, problematisering, frågeställning och syfte. Slutligen visas vilken målgrupp som avses, vilka avgränsningar som finns samt uppsatsens disposition.

---

## 1.1 Bakgrund

I takt med tillväxten på den finansiella marknaden har banker och andra aktörer utsatts för ränterisker, det vill säga risken för att placeringens värde sjunker när det allmänna ränteläget förändras (Holm 2005, s.27). Strävan efter nya vinster medför nya risktaganden och oväntade svängningar i finansportföljen. I brist på riskkontroll kan aktörerna på den finansiella marknaden hamna i likviditetsproblem. Därmed har riskhanteringen blivit en viktig faktor inom finansvärlden.

Användning av tillförlitliga metoder att mäta ränterisker, medför att banker kan ändra sina målvariabler och göra en ny prognos som passar deras riskbenägenhet bättre. I och med olika tillgångars komplexitet och den ökade handeln med diverse finansiella instrument, både nationellt och internationellt, började finansportföljerna innehålla ett större antal olika risk- och likviditetsfyllda tillgångar. Detta innebar att det var viktigt att finna ett mått som mätte risken vid marknadsfluktuationer. Ett känt och mycket använt riskmått är Value at Risk (VaR), som kan definieras som ”den med viss sannolikhet förväntade förlusten från ogynnsamma marknadsrörelser över en definierad tidsperiod” (Söderlind 2001, s.70).

VaR har blivit ett användbart riskmått på grund av sin enkelhet och flexibilitet. Den kan användas till att mäta risken på individuella tillgångar eller hela portföljer innehållande flera instrument. VaR användes först av stora finansiella aktörer i slutet av 1980-talet och sedan dess har användningen ökat enormt mycket. Under 1993 års globala derivatprojekt i USA, visades det att 43 % av aktörerna på den finansiella marknaden använde någon form av VaR och 37 % indikerade att de planerade använda riskmättet i sina beräkningar framöver (Linsmeier, Pearson 1996, s.2).

## 1.2 Problematisering

På 1980-talet utvecklades penningmarknaden till en värdepappersmarknad. Olika finansiella institut började finansiera sina investeringar genom att ge ut obligationer på värdepappersmarknaden. Handel med räntebärande tillgångar, till exempel statsobligationer och statsskuldsväxlar, medför att en ränterisk uppkommer, det vill säga hur priskänslig en tillgång är för ränteförändringar (Söderlind 2001, s.7).

För aktörer på den finansiella marknaden är det viktigt att se till att deras riskexponering är konsistent med dess riskbenägenhet. Det är även viktigt att ha insikt i hur ens förmåga att ta emot ogynnsamma markandsrörelser, exempelvis räntan, påverkar företaget. Vilken ränterisk är vi villiga att utsätta oss för, så att vårt avkastningskrav uppfylls? Idag är det enormt stora likvida medel i omlopp på den finansiella marknaden. Snabba beslut måste tas och därmed är det nödvändigt med olika modeller i beräkningarna av riskanalysen.

På de tillgångar där förändringar i marknadsvärdet kan förklaras av en specifik riskfaktor är VaR ett mycket enkelt och användbart riskmått. Det finns olika tillvägagångssätt att mäta VaR, mycket beror på tillgångens komplexitet. Med hjälp av ett antal förenklade antaganden kan historisk data användas i den så kallade delta-modellen för att estimerar ett VaR mått. Metoden används på ett mera indirekt och indikativt tillvägagångssätt. Riskmättet förklaras med

positionens så kallade delta som har sin utgångspunkt från det så kallade durationsmåttet. Durationsanalysen förklaras utifrån ett linjärt samband mellan pris- och ränteförändringar. Emellertid kan detta vara svårt att korrelera med verkligheten. Modellen kan då approximeras med hjälp av en så kallade Taylor-expansion, då ytterligare en riskterm, i form av konvexitet ( $\gamma$ ), inkluderas i prisFunctionen. Metoden kallas då för delta-gamma-modellen (Söderlind 2001, s.92).

En mera direkt och verklighetsanknuten metod är simulering av marknadsvärdet. Historiska simuleringar är en väldigt användbar och populär metod för att estimerar VaR. Med hjälp av framtagna historiska parametervärden kan framtida marknadsförändringar simuleras (Hull 2006, s.438).

Problem med att använda historisk data i modellerna är att den fångar upp extrema chocker i den målvariabel som undersökningen baseras på. Då de historiska räntevärdena ska återspegla framtida ränteutfall finns det risk att VaR överskattas i och med att det är ju inte säkert att dessa chocker kommer att ske i framtiden. Intressant är att studera hur resultatet i VaR förändras då räntechockerna neutraliseras.

## 1.3 Frågeställning

Utifrån problemdiskussionen utformas en frågeställning:

- Om delta-modellen approximeras med gamma risken, vad händer då med VaR på ett statspapper i förhållande till den mera direkta historiska simuleringsmodellen?

## 1.4 Syfte

Syftet med den här studien är att ge en grundläggande förklaring om hur VaR räknas ut på en statsobligation och på en statsskuldväxel. Detta görs med hjälp av historisk insamlad data. I beräkningarna av VaR görs en jämförelse mellan delta-modellen och delta-gamma-modellen. Denna så kallade Taylor expansion jämförs sedan med en mera direkt metod så som historiska simuleringsmodellen. Jämförelsen utförs på en 95 procentig säkerhetsnivå. Vid eventuella räntechocker görs en undersökning hur VaR förändras då dessa chocker neutraliseras.

## 1.5 Målgrupp

Det krävs att läsaren har en viss grundläggande kunskap inom finansiell ekonomi.

## 1.6 Avgränsningar

För att kunna genomföra testerna på VaR har historisk data, i form av dagsnoteringar av räntan i perioden 1988-01-01 till 2005-12-30, hämtats från riksbankens hemsida. VaR beräknas från dag till dag, på en 10-årig statsobligation med ett nominellt värde på 1 000 000 kronor, och en 1-årig statsskuldsväxel med ett nominellt värde på 100 000 kronor, i perioden 1996-01-01 till 2005-12-30. Detta innebär att beräkningarna görs på ett sådant sätt att från dag ett, alltså 1996-01-01, beräknas VaR på de två statspapperna från dag ett till dag två, baserat på historiska simuleringarna åtta år tillbaka från dag ett. Dag två, alltså 1996-01-02 tas en ny position i samma statspapper och VaR beräknas från dag två till dag tre, baserat på historiska värden åtta år tillbaka från dag två. Så här fortsätter beräkningarna fram till 2005-12-30.

## 1.7 Disposition

Uppsatsens disposition är följande:

### **Kapitel 2**

Är en teoretisk beskrivning om vad ett statspapper är. Därefter ges en grundläggande förklaring till de olika komponenterna bakom VaR och de antaganden som används vid beräkningarna av delta-modellen och delta-gamma-modellen samt historiska simuleringsmodellen.

### **Kapitel 3**

Ger en beskrivning av det datamaterial som används för beräkningar av VaR.

### **Kapitel 4**

Här beskrivs metoderna och modellerna som används för att komma fram till olika resultat i beräkningarna av VaR.

### **Kapitel 5**

I detta kapitel görs en analys kring de resultat som studien visar.

### **Kapitel 6**

Kapitlet innehåller en slutdiskussion kring uppsatsens resultat och avslutas med viktiga slutsatser.

### **Kapitel 7**

Källförteckning



## 2. TEORI

---

Detta kapitel ger en teoretisk beskrivning om historiska simuleringar, delta-modellen och delta-gamma-modellen. Viktiga formler och antaganden redovisas, vilka ligger till grund för modellerna och studien.

---

VaR kan definieras på följande sätt:

- ”Den med viss sannolikhet förväntade förlusten från ogynnsamma marknadsrörelser över en definierad tidsperiod” (Söderlind 2001, s.70).
- Vi är X procent säkra att vi kommer förlora mer än V dollar följande N dagar. VaR (variabel V) ses som en funktion av två parametrar, tidshorisonten (N dagar) och konfidensintervallet (X%). VaR är en förlustnivå som med X% säkerhet över N dagar inte kommer att överstigas. Detta gör att VaR är förlusten till motsvarande (100-X) fördelade percentilen hos en tillgång över nästa N dagar (Hull2006, s.435).
- Modellen aggregerar en massa olika variabler som rör prisrisken, dessa värden sammanställs till en riskprognos över en potentiell förlust över en specificerad tidshorisont (Rogachev 2002, s.3).

Innan VaR beräknas, måste de finansiella aktörerna som vill göra en riskanalys ta hänsyn till diverse komponenter som modellerna kräver. Dessa är val av avvecklingsperiod och konfidensintervall. Deltarisken som är grundläggande i delta-modellen beskrivs med hjälp av ett durationsmått. Därför analyseras även durationen i studien. Efter detta beräknas VaR utifrån respektive modells konstruktion.

## 2.1 Statspapper

När staten behöver pengar så kan den via Riksgäldskontoret ge ut olika statspapper i form av statsobligationer och statsskuldsväxlar. Dessa statspapper, som studien genomförs på, har en i förhand bestämd förfallodag, löptid och ränta. Förr var det mestadels stora placerare som hade möjlighet att placera i statspapper, men sedan år 2002 har det också blivit möjligt för mindre placerare att köpa statspapper.

### 2.1.1 Statsobligation

Oftast emitteras nominella statsobligationer med en löptid på cirka två till tio år. En statsobligation ger årliga ränteutbetalningar, så kallade kupongutbetalningar ( $C$ ) vid varje tidpunkt ( $t$ ) till betalning. Utöver dessa kupongutbetalningar fås även vid förfallodagen ett nominellt belopp ( $N$ ) som utfaller till betalning om ( $n$ ) år. Den ränta ( $Y$ ) som statsobligationen ska ha, bestäms av dåvarande ränteläge vid det tillfälle köpet genomfördes. Den årliga kupongräntan genererar samma avkastning under hela löptiden (Holm 2005, s.8). Priset ( $P$ ) på en statsobligation räknas ut på följande sätt:

$$P_0 = \frac{N}{(1 + Y_n)^n} + \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1 + Y_t)^t} \quad [2.1]$$

### 2.1.2 Statsskuldväxel

En statsskuldväxel är oftast användbara för placerare med en kort placeringshorisont. Normalt är löptiden på statsskuldväxlar upp till ett år. Till skillnad från statsobligationer ges inga kupongutbetalningar och kallas därmed också för en nollkupongare. På förfalldagen ges ett nominellt belopp ut. Räntan bestäms av ränteläget och löper sedan under hela perioden (Holm, 2005 s.9). Priset räknas ut på följande sätt:

$$P_0 = \frac{N}{\left(1 + Y \cdot \frac{d}{360}\right)} \quad [2.2]$$

## 2.2 Durationsanalys

År 1938 introducerade Frederick Macaulay durationsmåttet för att bestämma livslängden på obligationer. Durationsmåttet utvecklades till ett sätt att mäta marknadsvärdets räntekänslighet. Måttet används vid små ränteförändringar och antas utgöra ett linjärt samband mellan pris- och ränteförändringar, ty det är en linjär approximation av ett icke-linjärt (konvext) samband. Duration definieras som obligationsprisets ränteelasticitet, det vill säga "vad som händer med priset i procent om räntan förändras med en procent" (Söderlind 2001, s.52).

Först beräknas nuvärdet av varje års nominella belopp. Duration (D) utgör sedan summan av alla årliga nuvärdesvikter som är multiplicerade med dess tid till förfall.

$$D_{Kupongobligation} = \frac{1}{P_{Kupongobligation}} \left[ \frac{nN}{(1+Y)^n} + \sum_{t=1}^n \frac{tC}{(1+Y)^t} \right] \quad [2.3]$$

$$D_{Nollkupong} = \frac{1}{P} \cdot \frac{nN}{(1+Y)} = n \quad [2.4]$$

Om prisfunktionen approximeras ses duration som ett riskmått i form av modifierad duration (MOD). Prisformeln deriveras för en obligation med avseende på räntan på följande sätt:

$$MOD = -\frac{1}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial(1+Y)} = \frac{Duration}{(1+Y)} \quad [2.5]$$

Durationsmåttet brukar beskrivas som en tillgångs så kallade delta. Därmed bygger också marknadsvärdets känslighet, deltat, på antagande om linjäritet mellan pris- och ränteförändringar (Söderlind 2001, s.72).

### 2.2.1 Konvexitet

Konvexiteten beskriver skillnaden mellan det icke-linjära verkliga sambandet mellan pris- och ränteförändringar. Konvexiteten visar hur ”buktig” prisfunktionen är, det vill säga hur mycket durationen ändras då räntan ändras. Genom att ta andra derivatan på prisfunktionen, med avseende på räntan i kvadrat multiplicerat med priset, fås konvexiteten (Jorion 1997, s124).

$$CONV = \frac{\partial^2 p}{\partial(1+Y)^2} \cdot \frac{1}{P} = \frac{1}{P} \cdot \frac{1}{(1+Y)^2} \cdot \left[ \frac{n(n+1)N}{(1+Y)^n} + \sum_{t=1}^n \frac{t(t+1)C}{(1+Y)^t} \right] \quad [2.6]$$

## 2.3 Komponenter

### 2.3.1 Val av avvecklingsperiod

De finansiella aktörerna måste bestämma sig för vilken avvecklingsperioden ska vara. På grund av vilken tidshorisont och vad för slags position tillgången har, görs valet av historisk markandsdata. Om det är en trading position är data med dagliga noteringar att föredra så att inte den beräknade risken överskattas. Om däremot tillgången har en långsiktig avvecklingsperiod så är veckor, månader och kanske även år att föredra så att risken inte undervärderas. (Söderlind 2001, s.73)

Ett ställningstagande om urvalsperiod måste också göras, det vill säga hur långt tillbaka som historisk data över ränteförändringarna ska samlas in. Desto fler parametervärden som finns, desto bättre skattningar. En stor urvalsperiod så långt tillbaka som möjligt är det bästa.

### 2.3.2 Val av konfidensintervall

Efter att ränteförändringarna räknats ut och transformerats till procentuella prisförändringar ska ett konfidensintervall bestämmas. Det ger en brytpunkt i bland priset förändringarna, som visar en sannolikhet om den maximala förlusten som kan uppstå till följd av ogynnsamma ränteförändringar. Vanliga konfidensintervall brukar vara de med 90-, 95- och 99-procentig sannolikhet.

## 2.4 Historisk simulering

För att kunna göra bedömningar om framtida händelser och på så sätt få en riskprognos använder banker och andra finansiella aktörer bland annat historisk information. Bland räntebärande tillgångar är det då intressant att titta på historiska räntor och använda värdena i modellerna för att förutsäga framtida förändringar i marknadsvärdet.

Först är det viktigt att identifiera marknadsvariabeln som medför förändringar i tillgången. Därefter ska historisk data samlas in över hur marknadsvariabeln fluktuerat. Därefter räknas nuvärdet och den procentuella prisförändringen av tillgången ut (Hull 2006, s.438).

$$\text{Procentuell prisförändring} = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad [2.7]$$

Nästa steg är ett val av hur långt tillbaka som historisk marknadsdata ska samlas in. Mycket beror då på hur representativt materialet är, exempelvis om det fångar upp tillräckligt stor variation i händelseförloppet mellan faktorerna. Därefter bestäms ett konfidensintervall och sedan kan VaR beräknas (Söderlind 2001, s.99).

I boken "Options, Futures and other Derivatives" (2006 s.438) redovisar Hull ett exempel med historiska simuleringar. Marknadsdata över de 500 senaste dagarna har samlats in. Detta ger 500 alternativ till vad som kan hända mellan idag och imorgon med marknadsvärdet. Dessa värden ger en fördelning från de lägsta värdena (vänster svans) till de högsta värdena (höger svans) över dagliga värdeförändringar i vår tillgång. Beräkningarna av VaR görs med ett 99 % konfidensintervall. Den femte dagliga förändringen visar den första percentilen i fördelningens vänstra svans, eftersom vi är intresserade av eventuell förlust. VaR estimatet återfinns vid denna första percentil. Detta innebär att vi är 99 % säkra över att förlusten från idag till imorgon, på grund av ogynnsamma

ränteförändringar, inte blir större än vårt VaR estimat. Men det finns även en sannolikhet på 1% att värdeförändringen blir större än så.

## 2.5 Delta-modellen

Modellen bygger på ett antal förenklade antaganden och kan betraktas som en indirekt metod att mäta VaR. I studien ses räntan vara den underliggande faktorn som förklarar all risk. För att kunna göra en prognos om framtida händelser kan historisk information om ränteförändringar hämtas. Modellen tar hänsyn till komponenterna, val av avvecklingsperiod och konfidensintervall. Den specifika riskfaktorn, deltat, är konstant och all risk är linjär. Detta har sin utgångspunkt i den durationsanalys som presenterats i kapitel 2, punkt 2.2 (Söderlind 2001, s.87).

Om sambandet mellan obligationspriset och räntan bara approximeras med duration fås delta-modellen.

Definiera  $\tilde{Y} = \frac{\Delta Y}{Y_0}$  som ränteförändringar i %

Definiera delta som  $\delta = MOD \cdot Y_0$

$$\Rightarrow \frac{\Delta P_t}{P_0} = -MOD \cdot \tilde{Y} \cdot Y_0 = -\delta \cdot \tilde{Y} = -\delta \cdot \frac{\Delta Y_t}{Y_0} \quad [2.8]$$

Efter att de procentuella prisförändringarna räknats ut med hjälp av delta-modellen, beräknas percentilerna av det konfidensintervall som valts och ett VaR estimat erhålls.

## 2.6 Delta-gamma-modellen

Med hjälp av en så kallad Taylor-expansion, kan ytterligare en riskterm i form av konvexitet (gamma) adderas till den procentuella prisfunktionen. Detta medför att gammarisken som inkluderas ger en bättre approximation i tillgångens priskänslighet. Detta är användbart på mera komplexa tillgångar (Jorion 1997, s.191).

Definiera  $\gamma = CONV \cdot Y_0^2$

$$\Rightarrow \frac{\Delta P_t}{P_0} = -\delta \cdot \tilde{Y} + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \tilde{Y}^2 \quad [2.9]$$

## 2.7 Neutralisering av räntechocker

Modeller som använder sig av historiskt data för att kunna beskriva framtida utveckling i till exempel räntan, kan ge missvisande resultat då extrema händelser uppkommer i förklaringsvariabeln. I den här studien är det intressant att studera när stora räntechocker inträffar. Det är ju inte säkert att liknande chocker inträffar i framtiden och därmed blir då VaR estimaten som baseras på historisk data aningen missvisande. I studien görs ett test kring hur VaR förändras då dessa räntechocker neutraliseras.



## 3. DATAMATERIAL

---

I detta kapitel beskrivs vilket datamaterial som används i studien, för att kunna utföra beräkningar av VaR.

---

### 3.1 Val av historiskt datamaterial

För att lyckas beräkna VaR på ett statspapper är räntan den målvariabel som är intressant att studera. Studien utförs med historiska räntevärden som ska återspegla framtida ränteutfall. Dagliga räntor i perioden 1988-01-01 till 2005-12-30 har laddats ner från riksbankens hemsida ([www.riksbanken.se](http://www.riksbanken.se)). Detta borde ge ett relativt bra resultat på framtida ränteutfall och därmed VaR estimat.

### 3.2 Tidsperiod

Den tidsperiod som undersökningen görs på gäller mellan 1996-01-01 och 2005-12-30, alltså 2508 handelsdagar. Varje dag i denna period tas en ny likadan position i samma statspapper. VaR räknas ut från dag till dag baserat på historiska räntor åtta år tillbaka. Detta innebär att dag ett (1996-01-01) tas en lång position i ett statspapper. VaR räknas ut från dag ett till dag två, baserat på räntor mellan perioden 1988-01-01 till 1995-12-30. Dag två tas en ny lång position i ett likadant statspapper. VaR räknas då ut från dag två till dag tre, baserat på historiska ränteförändringar mellan perioden 1988-01-02 och 1996-01-01. Beräkningarna fortlöper på detta sätt över alla dagar, vilket ger 2508 VaR estimat.

## 4. METOD

---

Utifrån den teoretiska beskrivningen i kapitel 2 presenteras de metoder som använts för att komma fram till ett resultat av VaR.

---

### 4.1 Val av program

Genom att använda historiska simuleringar som ett framtida förväntat utfall på ränteförändringar och därmed VaR, krävs en del beräkningar. I och med att studien har en sådan form att VaR räknas ut från dag till dag över 2508 handelsdagar, så innebär detta även att lika många nuvärdesberäkningar, durationsmått, konvexitetsmått, historiska mått, delta mått, delta-gamma mått och VaR mått erhålls. Microsoft Excel är ett lättanvänd och effektivt program vid sådana här beräkningar.

### 4.2 Antaganden

Vid tillvägagångssättet för beräkningar av VaR tas några viktiga beslut angående modellernas komponenter.

#### 4.2.1 Val av avvecklingsperiod och konfidensintervall

”Trading” har blivit ett vanligt begrepp då det sker många transaktioner under en dag för att lyckas få ett likviditetsöverskott. Detta medför ett större beaktande i riskanalysen. Därmed är en avvecklingsperiod från dag till dag lämplig att använda. Urvalsperioden på ränteförändringarna för varje dags VaR beräkningar är hämtade åtta år tillbaka.

I studier används oftast ett 95 % eller 99 % konfidensintervall. I studien kommer undersökning av VaR att ske med ett konfidensintervall med 95 % sannolikhet. I och med att vi är intresserade av eventuell förlust, så studeras enbart den negativa delen av fördelningen, det vill säga den ”vänstra svansen”.

### 4.3 Procentuella ränteförändringar

På riksbankens hemsida laddade jag ner data över hur räntan har förändrats i perioden 1988-01-02 till 2005-12-30 på en 10-årig statsobligation och en 1-årig statskuldväxel. Därefter räknades den procentuella ränteförändringen ut på respektive statspapper, enligt formeln:

$$\text{Procentuell ränteförändring} = \left( \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \right) - 1 \quad [4.1]$$

### 4.4 Nuvärdesberäkningar av statspapper

Vid nuvärdesberäkningar av statspapper som undersöks, är den stora skillnaden löptiden, ränteförändringarna och eventuella kupongutbetalningar. Den 10-åriga statsobligationen ger årliga kupongutbetalningar, som motsvarar den ränta då positionen i statspappret togs. Vid nuvärdesberäkningarna används räntan från den dag som den långa positionen i statspappret togs. Detta gjordes på alla dagar i undersökningsperioden, vilket gav 2508 priser på statspapperna beroende på vad räntan var (Se formel 2.3 och 2.4).

### 4.5 Durationsanalys beräkningar

Nutidsberäkningarna behövdes för att kunna göra en durationsanalys, ty duration utgör summan av alla årliga nuvärdesvikter som är multiplicerade med dess tid till förfall. De dagliga durationsmåttan resulterade i 2508 värden och utgjorde ett bra mått på obligationsprisets ränteelasticitet på de två statspapperna. På

statsskuldsväxeln som inte har några kupongutbetalningar blir durationen lika med dess löptid, det vill säga ett (se formel 2.2 och 2.5).

För att sedan få fram ett durationsmått som ett bättre riskmått, beräknades modifierad duration, genom att derivera prisformeln för obligationerna med avseende på räntan (se formel 2.5).

#### 4.5.1 Konvexitet

För att få en bättre approximation gjordes en Taylor-expansion, alltså ett tillägg av konvexitet, som visar hur "buktig" prisfunktionen är, det vill säga hur mycket durationen ändras då räntan ändras. Detta gjordes genom att ta andra derivatan av prisfunktionen med avseende på räntan i kvadrat multiplicerat med priset. (se formel 2.6)

### 4.6 Beräkningar av VaR

I studien används tre olika modeller, vars teori presenterades i kapitel 2.

#### 4.6.1 Historisk simulering

Eftersom ränteförändringar är avgörande för hur priset kommer att fluktuera i ett statspapper, är det givet att räntan utgör marknadsvariabeln som ska identifieras. Därefter samlades data in över perioden 1988-01-01 till 2005-12-30. Först gjordes en nuvärdesberäkning över alla dagar på de båda statspapperna. Därefter räknades de procentuella prisförändringarna för varje dag vilket gav 2508 värden (se formel 2.7). Med hjälp av ett 95 % konfidensintervall och funktionen "percentil" i Excel erhöles ett VaR estimat som motsvarade den 125:e dagliga förändringen, det vill säga den femte percentilen, i fördelningens vänstra svans. Detta innebär att vi är 95 % säkra på att förlusten från dag till dag, på grund av ogynnsamma ränteförändringar, inte blir större än vårt VaR estimat. Det kan även tolkas som

om att det finns en sannolikhet på 5% att värdet förändringen blir större än så. Beräkningarna gav 2508 VaR estimat.

#### 4.6.2 Delta-modellen

Med hjälp av de historiska procentuella ränteförändringarna som tagits fram (se formel 4.1), beräknades via delta-modellen den procentuella prisförändringen. Detta gjordes enligt Taylor-expansionen med hjälp av modifierad duration.

Med hjälp av funktionen percentil i Excel kunde gränsvärdet på de 5% lägsta värdena hittas. Detta gjordes då på historiska dagliga ränteförändringar åtta år tillbaka från den dag då undersökningen gjordes. Det är bra att samla in data långt tillbaka i tiden för att få så bra skattning på framtida händelser som möjligt. Därefter multiplicerades dessa percentilvärden med marknadsvärdet (för den dag som undersökningen gällde) för att få fram VaR estimat. Detta gav då 2508 dagliga percentilmått och lika många VaR estimat.

#### 4.6.3 Delta-Gamma-modellen

För en bättre estimering av VaR adderades ytterligare en term i Taylor-expansionen, i form av konvexitet eller även kallat gamma-risken. Först beräknades de procentuella ränteförändringarna (formel 4.1) och därefter de procentuella prisförändringarna med delta-gamma-modellen (se formel 2.9). Därefter användes funktionen percentil, för att få fram gränsvärdet på de 5% lägsta värdena. Därefter multiplicerades dessa percentilvärdena med marknadsvärdet (för gällande undersöknings dag) vilket gav modellen ett VaR mått. Sammanlagt blev det 2508 VaR estimat.

## 4.7 Neutralisering av räntechocker

Då historisk data samlades in för perioden 1988-01-04 till 2005-12-30 var det lätt att urskilja en extrem räntechock mellan perioden 1992-09-08 till 1992-10-07. Det är tveksamt om dessa chocker utgör en representativ modell om framtida ränteutvecklingen. Därmed är det stor risk att VaR beräkningarna som bland annat baseras på dessa chocker blir missvisande. Räntechockerna neutraliserades genom att byta ut de extrema räntevärdena mot genomsnittliga räntevärden som gällde för år 1992. Därefter gjordes samma beräkningar på VaR med hjälp av de modeller som presenterats ovan. Därmed erhöles 2508 nya VaR estimat.

## 5. RESULTAT OCH ANALYS

---

Detta kapitel utgör en resultat- och analysbeskrivning av ovanstående beräkningar utifrån de teorier och metoder som presenterats. Resultaten redovisas i diagram och tabeller.

---

Vid beräkningar av VaR med hjälp av modellerna, behövdes ett antal antagande göras. Likaså gjordes ett antal val angående de komponenter som VaR beräkningarna baserades på. Utifrån modellerna gjordes dagliga beräkningar av VaR med ett 95 % konfidensintervall. Varje modell resulterade i 2508 VaR estimat som visade den maximala förlusten vid ogynnsamma ränteförändringar som hämtats från historisk data. Det intressanta med denna studie var att undersöka huruvida VaR skiljer sig åt då den indirekta delta-modellen approximerades med delta-gamma-modellen. Analysen visar hur Taylor-expansionen förhåller sig till den mera direkta historiska simuleringsmodellen.

### 5.1 Ränteutveckling

Först samlades dagsräntor för perioden 1988-01-04 till 2005-12-30 in. Den svenska ränteutvecklingen på de två statspapperna illustreras i diagram 5.1. Därefter räknades de procentuella ränteförändringar, resultatet illustreras i diagram 5.2 och 5.3.

Diagram 5.1

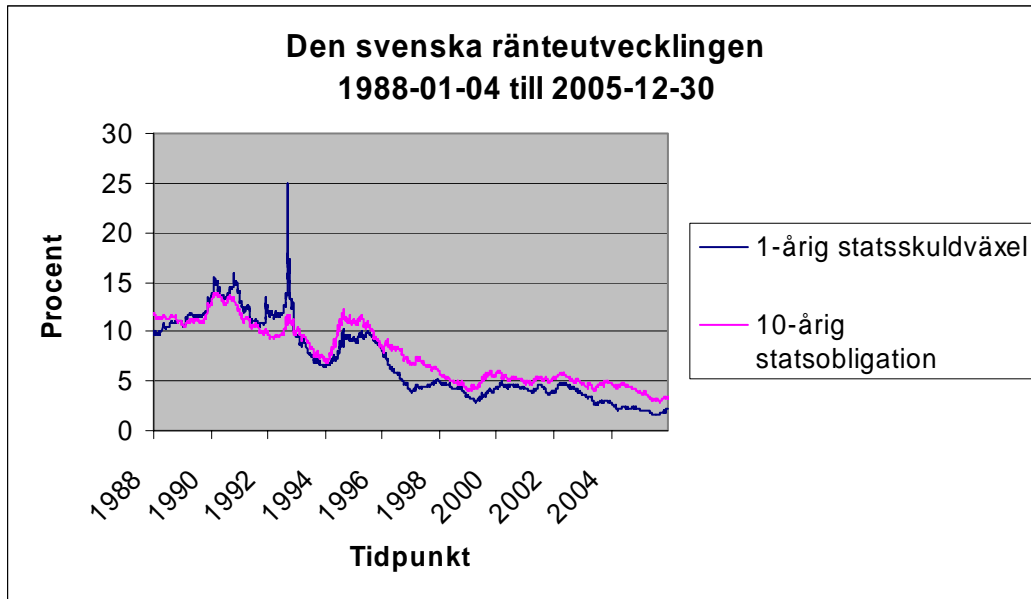


Diagram 5.2

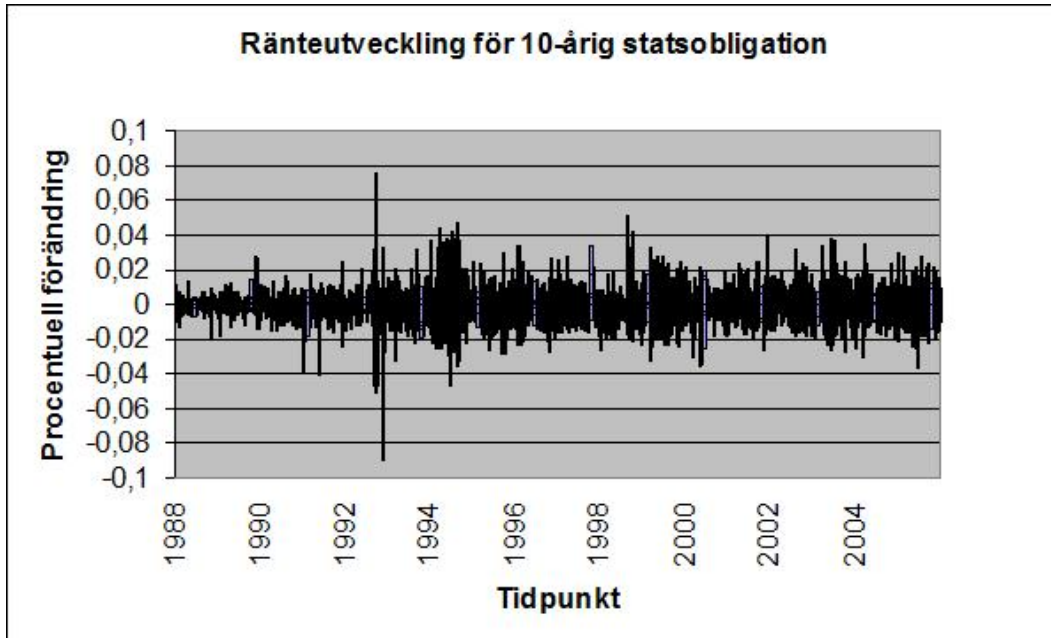
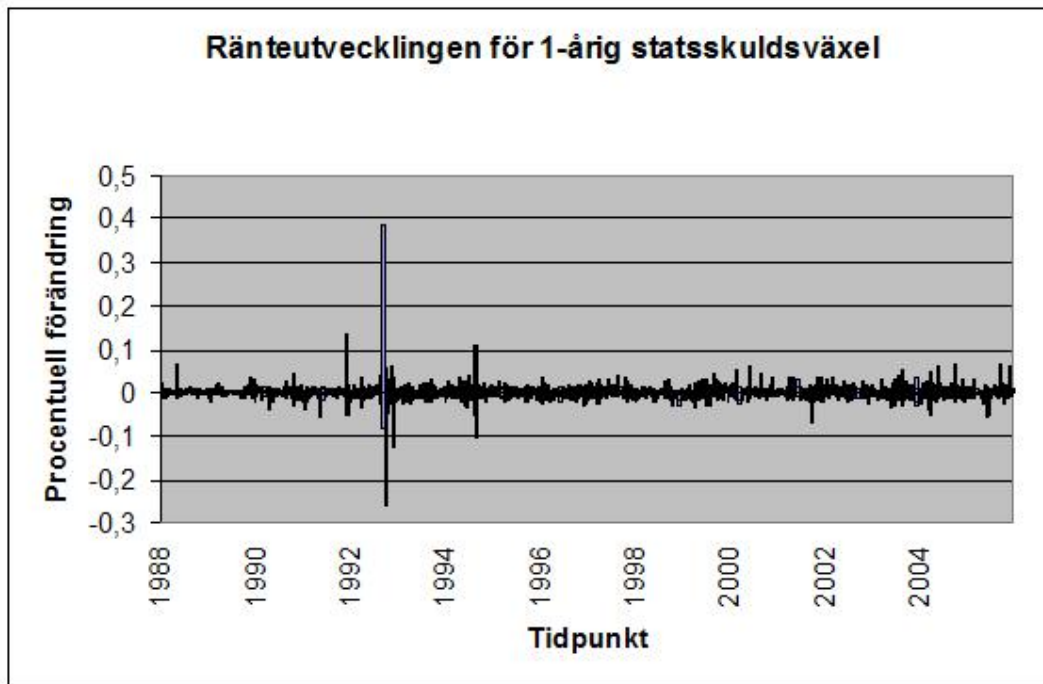




Diagram 5.3



## 5.2 Beräkning av VaR med och utan räntechocker

Därefter gjordes en nuvärdesberäkning på statspapperna för varje dag. Sedan beräknades duration, modifierad duration och konvexitet. Dessa mått lade grunden för de procentuella prisförändringarna inom delta-modellen och delta-gamma-modellen. De procentuella prisförändringarna för den historiska simuleringsmodellen gjordes direkt på de priser som nuvärdesberäkningarna gav.

Med hjälp av funktionen "percentil" i Excel kunde percentilerna identifieras i ett 95 % konfidensintervall. Denna percentilberäkning baserades på historisk data åtta år tillbaka från den dag som undersöktes. Därefter multiplicerades dessa värden med dagspriset från undersökningsdagen och därmed erhöles ett VaR estimat. Den period som studerades gällde från 1996-01-01 till 2005-12-30. Detta gav då 2508 percentilmått och lika många VaR mått. Diagram 5.4 och 5.5 visar VaR utvecklingen för de olika modellerna för de olika statspapperna.

Diagram 5.4

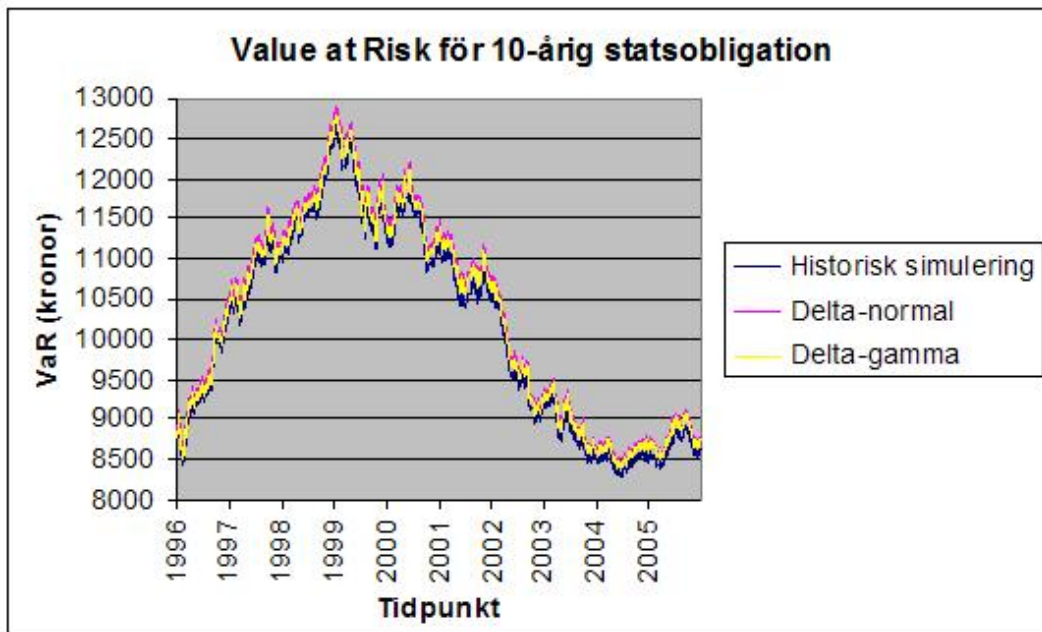
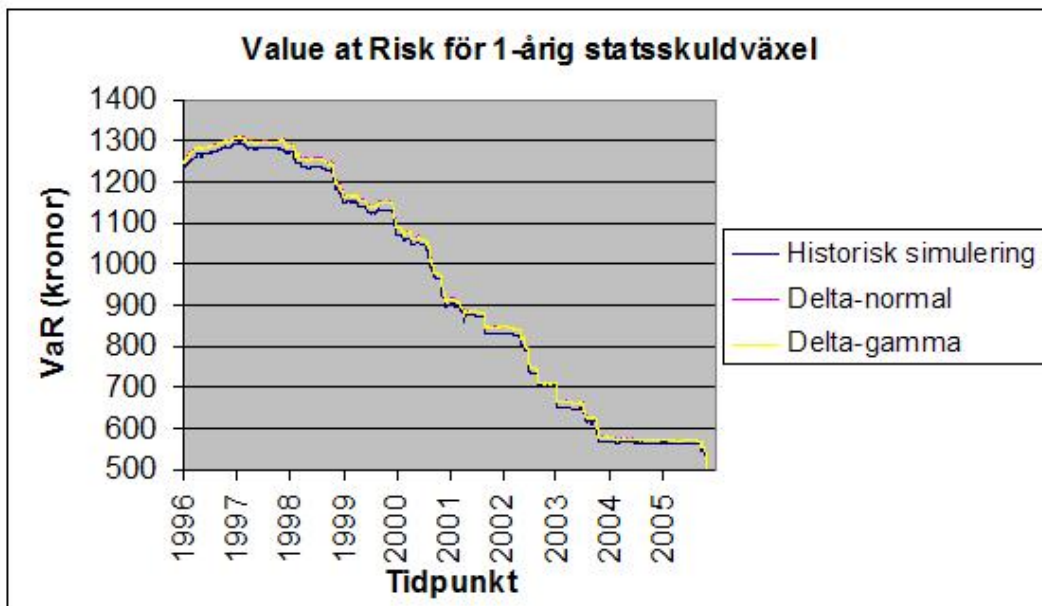


Diagram 5.5



För att kunna urskilja de olika modellerna bättre i ovanstående diagram, visar i tabell 5.4 en sammanställning av VaR måttet för de olika modellerna i början av varje år.

*Tabell 5.4 Visar VaR (kronor) för 10-årig statsobligation, med ett nominellt värde på 1 000 000 kronor*

<b>Tidpunkt</b>	<b>Historisk simulering</b>	<b>Delta</b>	<b>Delta-gamma</b>
1996-01-02	8728,35	8846,81	8784,56
1997-01-02	10346,55	10534,93	10460,73
1998-01-02	10952,10	11151,51	11072,97
1999-01-04	12524,26	12752,29	12662,47
2000-01-03	11294,39	11491,96	11412,48
2001-01-02	11194,80	11440,50	11365,99
2002-01-02	10509,06	10707,72	10639,44
2003-01-02	9172,11	9310,79	9257,49
2004-01-02	8462,65	8613,14	8574,12
2005-01-03	8555,82	8728,30	8691,05

Studerars diagram 5.1 om den svenska ränteutveckling, är det lätt att se att under år 1992 uppkom en extrem räntechock på statsskuldväxeln. Denna exakta period är mellan 1992-09-08 och 1992-10-07. Det är inte speciellt stor sannolikhet att dessa extrema chocker speglar framtida ränteutveckling, vilket då kan ge missvisande VaR mått. Räntechockerna neutraliserades med räntevärden som gällde för år 1992. Därefter gjordes samma beräkningar av VaR för varje modell, vilka redovisas i tabell 5.5.

I tabell 5.5 visas värdena för VaR ( kronor) på en 1-årig statsskuldväxel med ett nominellt värde på 100 000 kronor, med och utan räntechocker.

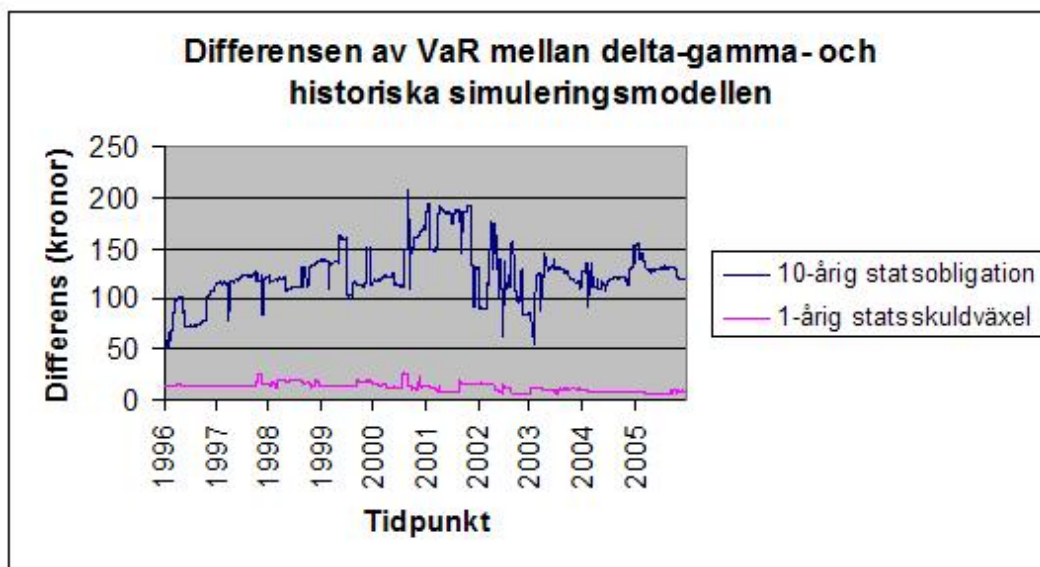
Tidpunkt	Med		Utan			
	Historisk simulering	Delta	Delta-gamma	Historisk simulering	Delta	Delta-gamma
1996-01-02	1236,87	1252,35	1250,65	1198,17	1217,99	1216,38
1997-01-02	1291,65	1308,48	1306,70	1253,99	1268,64	1266,96
1998-01-02	1268,57	1286,63	1284,89	1228,59	1248,84	1247,20
1999-01-04	1147,92	1163,94	1162,54	1095,85	1115,76	1114,47
2000-01-03	1071,95	1089,98	1088,74	1030,31	1046,10	1044,96
2001-01-02	901,65	916,19	915,31	901,65	916,19	915,31
2002-01-02	829,79	847,10	846,35	829,79	847,10	846,35
2003-01-02	702,46	708,20	707,68	702,46	708,20	707,68
2004-01-02	565,62	576,36	576,01	565,62	576,36	576,01
2005-01-03	564,19	572,51	572,18	564,19	572,51	572,18

Tabellerna 5.4 och 5.5 ger en prognos över hur mycket marknadsvärdet kan minska från dag till dag med ett 95 % konfidensintervall. Det finns även en risk om 5 % att förlusten blir större än så. Tabellerna visar också skillnaden i VaR i de olika modellerna. Den mera direkta historiska simuleringssmodellen ger ett lägre VaR mått över samtliga dagar jämfört med delta- och delta-gamma-modellerna. Då de extrema höga räntechockerna jämnades ut under september och oktober 1992, framgår av tabell 5.5 att VaR värdena tenderar att minska. Dessa VaR värden kan vara mera korrekta då de baseras på normala historiska ränteförändringar, då inga extrema räntechocker stör beräkningarna. VaR värdena baseras på historiska endagsräntor åtta år tillbaka. I och med att de extrema räntechockerna upphörde 1992-10-07 så innebär detta att VaR värden från och med 2000-10-06 inte påverkas av dessa extrema chocker. Därmed så ger inte

neutraliseringen av räntechockerna några ytterligare skillnader i VaR efter detta datum.

Intressant var att studera sambandet om vad som händer med VaR om en Taylor-expansion används, för att sedan få fram en jämförelse mellan delta-gamma-modellen och historiska simuleringsmodellen. Diagram 5.7 visar differensen i resultat mellan dessa mätmetoder.

Diagram 5.7



Som diagrammet visar och som även urskiljes av tabell 5.4 och 5.5 så ligger alltid VaR för delta-gamma-modellen över de värden som estimerades med hjälp av historiska simuleringsmodellen. Då delta-modellen approximerades med gamma risken, så närmade sig VaR värdena den mera indirekta historiska simuleringsmodellen. Skillnaden i resultatet kan bero på de olika brister som modellerna uppvisar. Problemet med användning av historisk data som bas för framtida utveckling medför missvisande resultat vid diverse räntechocker.

Delta-modellens förenklade antaganden gör att modellen ibland kan upplevas som en naiv metod vid VaR beräkningar. Utifrån durationsanalysen förklaras deltarisken som konstant över tiden och beskriver ett linjärt samband mellan pris- och ränteförändringar. Detta kan vara acceptabelt vid små ränteförändringar. Då

tillgångarna är mera komplexa och sambandet mera icke-linjärt, är en Taylor-expansion med gamma risk en bättre approximation.

Den historiska simuleringsmodellen tar mer hänsyn till det mera verkliga icke-linjära sambandet mellan pris- och ränteförändringar om tillgången är mera komplext uppbyggd. Modellens avkastningskurva kan ha vilket utseende som helst. Därför torde denna simulering av marknadsvärde ge en bättre skattning av VaR. Förutom missvisande VaR resultat vid användning av historisk data, används endast en typ av information för att få fram VaR. Resultatet är beroende på vilken urvalsperiod som valts. Används en för kort period är det lätt att VaR estimatet blir missvisande. Metoden lägger lika stor vikt vid alla observationer som samlats in oavsett hur gammal den är. Metoden blir ohanterlig för stora finansportföljer med mer komplexa tillgångar (Jorion 1997, s.195).

## 6. SLUTDISKUSSION

---

Detta kapitel innehåller slutsatser och slutdiskussion utifrån resultat- och analysbeskrivningen.

---

I kapitel 1 utformades en problematisering som lade grunden för studiens frågeställning. Det intressanta och syftet med studien var att undersöka VaR på en 10-årig statsobligation och en 1-årig statsskuldväxel, för att därefter jämföra modellerna som användes vid beräkningarna. Utifrån ett teoretiskt och metodiskt tillvägagångssätt erhöles 2508 VaR estimat för var och en av modellerna. De olika värdena presenterades i kapitel 5, och en viss skillnad kunde urskiljas. Med hjälp av en Taylor-expansion korrelerade prismetoden bättre med verkligheten. Detta innebar att delta-modellen approximerades med delta-gamma-modellen. Detta resulterade i att VaR estimaten närmade sig de värden som den mera direkta historiska simuleringsmodellen uppvisade.

Alla tre modellerna använde sig av historisk insamlad data. Ett problem med detta var då räntechocker uppkom, vilket det gjorde år 1992. Dessa extrema räntevärdena neutraliserades och nya VaR estimat erhöles. I och med att sannolikheten inte är så stor att dessa räntechocker uppkommer på liknade sätt i framtiden, borde de nya VaR värdena baserade på mera normala räntevärden vara mera korrekta. Då VaR estimaten baserades på historiska räntevärden åtta år tillbaka, gav neutraliseringen av räntevärdena bara utslag på VaR fram till 2000-10-06 i och med att räntchockerna upphörde 1992-10-07.

Deltariskan i delta-modellen beskriver det linjära sambandet mellan priset och räntan. Detta kan vara rimligt vid små ränteförändringar och då tillgångarna inte är så komplexa. Antagandet om linjär riskprofil kan emellanåt vara ett naivt antagande. Genom att addera gammariskan i prismetoden, inkluderas en ny

riskterm som mera förklarar den icke-linjära riskprofilen. Detta ger en bättre approximation för VaR men innebär samtidigt fler beräkningar.

I den historiska simuleringsmodellen används bara en typ av information, i form av historisk data, för att få fram VaR. Valet av urvalsperioden är mycket avgörande för att resultatet inte ska bli missvisande. Dock tar metoden mera hänsyn till det mera vanliga icke-linjära sambandet mellan pris- och ränteförändringar.

Dessa modeller har fått stor genomslagkraft vid beräkningar av VaR. De är relativt lättanvända och fungerar utmärkt på räntebärande tillgångar, så som statspapper. På grund av att modellerna uppvisar ett antal brister är de svåra att applicera på mera komplexa tillgångar. Instrument med inbyggd optionalitet som karakteriseras av ett starkt icke-linjärt samband mellan pris och målvariabel är de bäst att använda mera robusta modeller som är anpassade att evaluera optioner. För vidare forskning av mera komplexa tillgångar är ”monte-carlo-simuleringar” att rekommendera.



## 7. KÄLLFÖRTECKNING

### 7.1 Publicerade källor

El Jahel, Lina, Perraudin, William, Sellin, Peter (1997) "Value at Risk for derivatives", Sveriges Riksbank, Stockholm

Holm, Christine (2005) , "Handbok om statspapper", Riksgäldskontoret

Hull, John C (2006), "Options, Futures and other Derivatives, Prentice Hall, sixth edition

Jorion, Phillippe (1997) "Value at risk: The New Benchmark för Controlling Market Risk", The McGraw-Hill Companies

Linsmeier, Thomas J, Pearson Neil D (1996), "Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk", University of Illinois, USA

Rogachev, Andrey, (2002), "Dynamic Value-at-Risk", St. Gallen

Söderlind, Lars (2001) "*Att mäta ränterisker*", SNS förlag, Stockholm

### 7.2 Elektroniska källor

Riksbanken, <http://www.riksbanken.se/templates/Page.aspx?id=15963>, den 14:e september 2006