

En kvalitetskontroll - Snustillverkaren Fiedler & Lundgren kvalitetstestas
Av: Andreas Timglas

Uppsats i statistik
10 poäng
Nivå: 61-80
Vt 2008
Handledare: Björn Holmquist

Abstract

This paper aims to describe the variation and develop a method to control the production for the product Metropol Kaktus from the snuff developer Fiedler & Lundgren. We are going to use the requirements from the product specifications as limits of the expected quality when we present methods to control the process. One method attempts to control during the process and the other attempts to maximize the number of products with strived quality before the process starts.

Metropol Kaktus is a product produced with high quality, the mean weight is 20,023 gram and this is very close to the weight, 20 gram, which is reported in the product specifications. The variation in weight variable is less than what is reported in the specifications and the minimum weight is over the limit set by Livsmedelsverket. The mean moisture is one point lower than the moisture reported in the specification. The variation in moisture decreases if the batch moisture increases. We want to take this variation in consideration, therefore we use a weighted regression model to estimate variance and standard deviation.

A control diagram, aims to control the production during the process. This could be done with either the mean value or the absolute value of the difference between the extreme values, R. A mean diagram uses the mean value for controlling the process. An upper and a lower limit are calculated with the standard deviation. The weight variable gets a 20,278 gram upper limit and a 19,796 gram lower limit. The moisture variable gets a 48 % upper limit and a 44 % lower limit.

An R-diagram uses $d_2\sigma$ to control the process, where d_2 is a constant whose value is determined by the size of the random sample. Unfortunately these limits can't be calculated because of the random samples differs in size.

A control plan aims to control the process by using a starting value that maximizes the number of products with acceptable quality. We use the weighted regression model to predict the moisture in a product ready for sale by setting the moisture of the batch to a specific percentage. The model shows that if we set the batch moisture to 46,5 %, 99,76 % of products ready for sale are going to be within the right moisture percentage.

In a control plan for the variable weight we want the probability that a box contains a smaller amount of snuff to be small, this is called consumer risk, and the probability that a box contains too much snuff should also be small, this is called producer risk. We decide what size the random sample should be and the model shows 19 observations and that we should discard the batch if the weight is less than 20,15 gram.

Sammanfattning

Uppsatsens syfte är att beskriva variationen, utarbeta en kontrollplan och styrdiagram för produkten Metropol Kaktus från snustillverkaren Fiedler & Lundgren. För att kontrollera variationen, skapa ett styrdiagram och en kontrollplan som stämmer överens med de krav som Fiedler & Lundgren eftersträvar använder vi produktdatabladet. I produktdatabladet står de specifika krav som är uppsatta för att garantera en produkt med hög kvalitet.

Metropol Kaktus är en produkt med hög kvalitet. Medelvikten, 20,023 gram, är mycket nära det vikt som eftersträvas, 20 gram. Variationen i vikt är mindre än vad som anges i produktdatabladet och minimivikten är över Livsmedelsverkets krav. Medelfuktigheten är en procentenhet för låg, 44,03 %. Spridningen för fuktigheten är speciell, den varierar mindre då fuktigheten i batchen ökar.

Ett styrdiagram syftar på att under produktionen kontrollera så att processen är under kontroll. Detta görs med hjälp av ett medelvärdesdiagram och/eller ett R-diagram som kontrollerar variationsbredden. Ett medelvärdesdiagram använder medelvärdet för att hålla processen i statistisk jämvikt. Övre och undre gräns skattas med hjälp av standardavvikelsen och medelvärdet från datamaterialet. För vikt använder vi 6-sigma-gränser och får en övre gräns som är 20,278 gram och en undre gräns som är 19,796 gram. För fuktighet så får vi en övre gräns som är 48 % och en undre som är 44 %.

Ett R-diagram använder $d_2\sigma$ som jämvikt, där d_2 är en konstant som endast beror på storleken på stickprovet. Tyvärr så kan vi inte skatta dessa gränser då stickproven är olika stora.

En kontrollplan syftar på innan processen startas kontrollera vid vilka värden vi får en produkt med hög kvalitet. För skapandet av en kontrollplan för vikt använder vi den viktade regressionen och använder modellen att prognostisera vid vilken fuktighet i batchen vi får en portionssnus med eftersträvad fuktighet. Det visar sig att om har vi en fuktighet i batchen på 46,5 % så kommer 99,76 % av den färdiga portionssnusen ha rätt fuktighet.

I kontrollplanen för vikt vill vi att risken att en dosa väger för lite ska vara låg, konsumentrisken, och vi vill att risken att en dosa väger för mycket ska vara låg, producentrisken. Vi bestämmer vilken stickprovsstorlek vi behöver och vid vilket vikt vi ska förkasta en batch.

Innehåll

1 Inledning	5
1.1 Bakgrund	5
1.2 Syfte	6
2 Data	6
2.1 datainsamling	6
3 Metod	7
3.1.1 Styrdiagram	7
3.1.2 Medelvärdesdiagram	9
3.1.3 Val av styrgränser	9
3.1.4 s-metoden	10
3.1.5 R-metoden	11
3.2 Kontrollplan	13
3.3 Z-test	15
3.4 Linjär regression	15
4 Analys av Metropol Kaktus	16
4.1.1 Analys av vikt	16
4.1.2 Analys av fuktighet	18
4.1.3 Analys av längd och bredd	20
4.1.4 Analys av produktionslinjer	21
4.1.5 Analys av operatörer	21
4.2 Styrdiagram	22
4.2.1 Medelvärdesdiagram	22
4.2.2 R-diagram	24
4.3 Kontrollplan	25
4.3.1 Kontrollplan för fuktighet	25
4.3.2 Kontrollplan för vikt	27
5 Sammanfattande diskussion	28
5.1 Slutsatser	28
6 Referenser	30
6.1 Litteratur	30
6.2 Artiklar	30
7 Bilagor	31

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Fiedler & Lundgren AB tillverkar snus och har vid skrivandet sju produkter på den svenska marknaden. Produktportföljen består för tillfället av följande produkter; Mocca (Mocca Mint, Mocca Anis och Mocca Vintergröna), Metropol (Metropol Lakritsrot & Metropol Kaktus) samt Granit (Granit portion & Granit stor portion).

Produktionsenheten har funnits i Malmö i drygt 3 år och de första 4 produkterna lanserades på marknaden i april 2004 och ytterligare tre produkter hösten 2004. Uppsatsens innehåll diskuterades fram tillsammans med Quality and Hygiene Managern Anneli Lindell, Produktionsingenjören Daniel Wrangborg, Process Development Managern Adam Berggren och Senior Vice President Leif Hansson. Jag fick som uppdrag att utvärdera den löpande kvalitetskontrollen i produktionen hos Fiedler & Lundgrens produktgrupp Metropol.

Vi kom fram till att följande skulle undersökas:

- Vilka skillnader finns det i de fysikaliska mätningarna inom varje produkt och inom en produktgrupp? Vad kan det bero på?
- Finns det skillnader i kvaliteten (fysikaliska mätningar) av den färdiga varan mellan skiften, eller mellan operatörer? Vilka är dessa?
- Kan andra samband eller variationer upptäckas?
- Jämföra produktionsmedelvärde och spridning mot de specifikationer som finns i produktdatabladet, se bilaga 1

1.2 Syfte

Syftet är att beskriva variationen, utarbeta ett styrdiagram och en kontrollplan för produkten Metropol Kaktus. Vidare syftar uppsatsen till att hjälpa Fiedler & Lundgren att i framtiden på egen hand göra en kvalitetsbedömning, utarbeta kontrollplaner och styrdiagram för de produkter som inte behandlas i denna uppsats.

2 Data

2.1 Datainsamling

All data kommer från Fiedler & Lundgren, den är skriven på checklistor som maskinoperatören fyller i varje timme under produktionen (Se bilaga 2). Data är från den 10 september 2004 till den 8 april 2005. Vid det första mötet med F & L lämnades data ut som var från den 10 september till den 15 februari, detta kompletterades senare med data till och med den 8 april då det inte fanns tillräckligt med observationer för vilken produktionslinje som producerat produkten. Antalet observationer blev efter detta 154 st totalt.

Variabeln vikt10 är vikten av 10 st portionssnus vid en mätning, dosa är vikt10 multiplicerad med 2,5, detta gör vi för att beräkna variationen i en dosa, då en dosa innehåller 25 stycken portionssnus. Vi skattar σ^2 med en variansskattning

$$V(Y) = \frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}$$

vi skattar inte σ enligt normal skattning dvs $D(Y) = \sqrt{V(Y)}$, skattningen får istället följande utseende

$$Y_{10} = \sum_{i=1}^{10} X_i \Rightarrow V(Y_{10}) = \sum_{i=1}^{10} V(X_i) = 10V(X_i) \Rightarrow D(Y_{10}) = \sqrt{10V(X_i)}$$

$$Y_{25} = \sum_{i=1}^{25} X_i \Rightarrow V(Y_{25}) = \sum_{i=1}^{25} V(X_i) = 25V(X_i) \Rightarrow D(Y_{25}) = \sqrt{2,5V(Y_{10})}$$

Fuktspjut är den fuktigheten som är uppmätt i sputniken, en sputnik är en mindre behållare med snus som fästs vid maskinen vid tillverkning av portionssnus. Fuktbot är den fuktigheten som är uppmätt i bottenplattan, en behållare som slussar ner snus i lagom stora portioner till förpackningsmaskinen. Fuktsnus är fuktigheten i en portionssnus. All fuktighet mäts i procent. Längd och bredd på en portionssnus mäts med linjal med millimeter som minsta enhet.

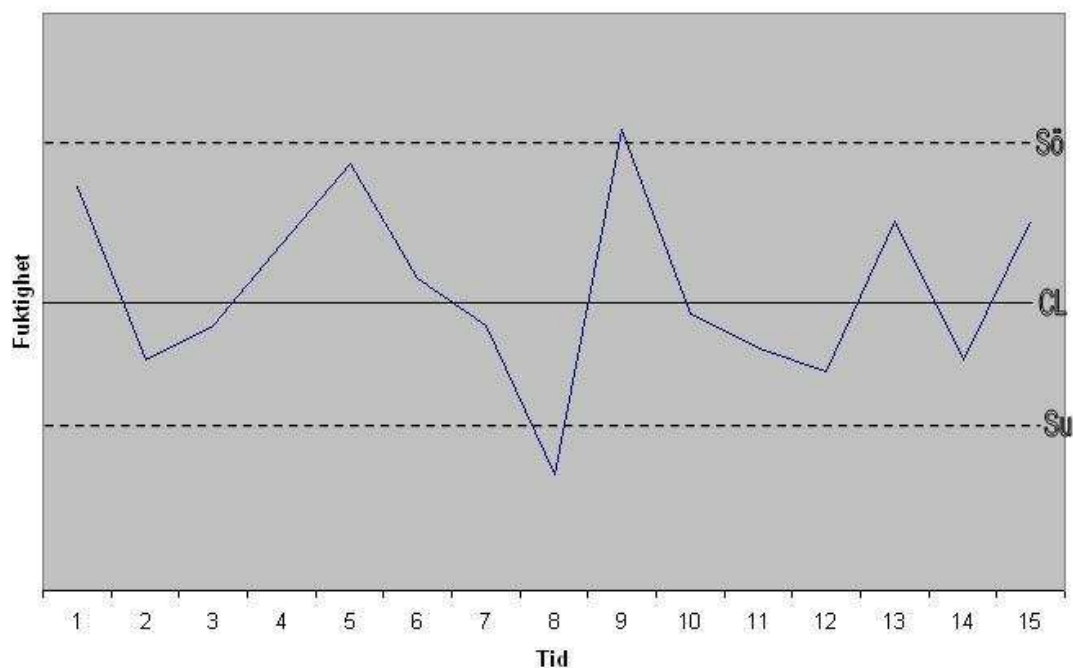
3 Metod

Nedan så presenteras de statistiska metoder som kommer användas för att kontrollera kvaliteten och metoder för att försöka styra den.

3.1.1 Styrdiagram

Ett styrdiagram innebär att man med vissa tidsmellanrum tar ut ett antal observationer från produktionsprocessen och från dessa beräknar en kvalitetsindikator som sätts in i ett diagram. Indikatorn är alltså en storhet som är beräknad på de erhållna värdena. Det kan vara deras medelvärde eller standardavvikelse. Det är vanligt att man har flera kvalitetsindikatorer som kontrollerar samma tillverkningsprocess. Så länge de uppmätta kvalitetsindikatorerna håller sig inom föreskrivna gränser anses produktionsprocessen vara i statistisk jämvikt och på så sätt håller man god kontroll på tillverkningsprocessen. Om kvalitetsindikatorerna plötsligt skulle över- eller underskrida de föreskrivna gränserna stoppar man tillverkningsprocessen och söker anledningen till detta. Dessa gränser kallas styrgränser och ofta markeras även en ideallnivå, mellan styrgränserna som kallas centrollinje, CL. Övre och undre gräns förkortas Sö och Su, se exempel nedan.

[Bergman, Klefsjö; Kvalitet från behov till användning]



Figur 1

Ett styrdiagram bör uppfylla följande krav enligt Bergman & Klefsjö:

- Med dess hjälp ska man snabbt kunna upptäcka systematiska förändringar och därigenom bidra till att man finner urskiljbara källor till variation.
- Det ska inte ge falskt alarm, dvs risken ska vara liten att en punkt hamnar utanför styrgränserna när ingen systematisk förändring skett.
- Man ska i styrdiagrammet kunna uppskatta tidpunkten för förändring och slaget av förändring för att få hjälp i felsökningsarbetet.
- Det ska kunna fungera som ett kvitto på att processen varit stabil.
- Det ska fungera som ett kvitto på att förbättringsarbetet har varit lyckosamt
- Det ska tjäna som underlag för värdering av spridningen hos processen, dvs dess duglighet och för förändringar i framtida styrdiagram.

Det två första punkterna ger upphov till ett avvägningsproblem. Om man ökar känsligheten hos diagrammet tenderar risken för falskt alarm, dvs att ett utslag ges trots att det inte skett en systematisk förändring att öka. Men minskar man den slumpmässiga spridningen hos den studerade kvalitetsindikatorn genom att basera beräkningar på flera observationer istället för ett enstaka värde så blir risken för falskt alarm mindre.

3.1.2 Medelvärdesdiagram

Ett medelvärdesdiagram baseras på genomsnittsnivån av en viss egenskap. Med vissa tidsmellanrum tar man ut en provgrupp om n observationer från processen. Vi beräknar sedan medelvärdet på dessa observationer och använder det som kvalitetsindikator i styrdiagrammet. Anta att kvalitetsvariabeln har väntevärdet μ och standardavvikelsen σ som båda är kända vid statistisk jämvikt. Då är medelvärdet, \bar{x} , en observation från en fördelning med samma väntevärde men standardavvikelsen är σ/\sqrt{n} . Vi har då större chans att upptäcka en avvikelse från genomsnittsnivån när vi betraktar medelvärdet än då vi betraktar en enskild observation. [Bergman, Klefsjö; Kvalitet från behov till användning].

3.1.3 Val av styrgränser

Val av styrgränser ska göras så sannolikheten för falskt alarm blir liten. Vi kan anta att \bar{x} är normalfördelad enligt Centrala gränsvärdessatsen, då är sannolikheten att medelvärdet avviker mer än $3\sigma/\sqrt{n}$ från sitt väntevärde endast 0,0027. Det betyder att vi stannar processen i onödan i 0,27 % av fallen, vilket anses i allmänhet vara en rimlig risk, man använder därför ofta ett diagram med 3-sigma-gränser. Hur stor risk man är villig att ta måste sättas i relation till hur svårt det är att bedöma om ett utslag är ett falskt alarm eller inte. Om det är lätt kan man ta en större risk för falskt alarm och på så sätt öka känsligheten hos diagrammet, dvs få snabbare utslag då en systematisk förändring verkligen inträffat.

[Bergman, Klefsjö; Kvalitet från behov till användning]

Detta förutsätter dock att μ och σ är kända. Om man ska starta en process är μ och σ oftast okända. Man måste då skatta dessa parametrar.

Ett vanligt sätt [Bergman, Klefsjö; Kvalitet från behov till användning] är att man låter processen gå ett tag och tar ut ett antal provgrupper, k provgrupper om n observationer. En tumregel är att k är minst 20-25, helst uppemot 40. Detta beror på att risken för falskt alarm påverkas av antalet provgrupper. Skattning av μ görs sedan med medelvärdet för de k provgrupperna,

$$\text{dvs } \bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \dots + \bar{x}_k}{k} \quad \text{eller} \quad \bar{\bar{x}} = \frac{x_{11} + x_{12} + x_{13} + \dots + x_{21} + x_{22} + \dots + x_{kn}}{k \times n}$$

Om vi känner σ kan vi använda styrgränserna

$$S_{\bar{o}} = \bar{x} + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} \quad S_u = \bar{x} - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$$

Men är σ okänd måste vi med hjälp av våra mätvärde även skatta σ . Detta gör vi med s-metoden eller R-metoden.

3.1.4 s-metoden

Vi beräknar först standardavvikelseerna för våra k provgrupper, sedan gör vi en σ -skattning.

$$\sigma = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_k}{k} \frac{1}{c_4} = \frac{\bar{s}}{c_4}$$

där c_4 är en konstant, som enbart beror på stickprovsstorleken n. Anledning till detta är att medelvärdet av de k väntevärdesriktiga skattningarna $s_1/c_4, s_2/c_4, s_3/c_4 \dots s_k/c_4$ på σ också är en väntevärdesriktig skattning av σ men med mindre spridning. Där c_4 ges av

$$\left[\frac{\sqrt{n-1} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\sqrt{2} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \right]$$

Värdet på konstanten c_4 för olika storlek på n finns i tabell 1. Med denna skattning får vi styrgränserna

$$\bar{x} \pm \frac{3\bar{s}}{c_4 \sqrt{n}}$$

Inför vi beteckningen $A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}}$ ser vi att A_3 är en konstant som endast beror på n som finns i tabell 1. Detta förutsätter att stickproven är lika stora för de k grupperna. [Bergman, Klefsjö; Kvalitet från behov till användning]

3.1.5 R-metoden

Använder vi R-metoden för att skatta σ beräknar vi variationsbredden, dvs skillnaden mellan det största och det minsta värdet i provgruppen för var och en av de olika provgrupperna. Med hjälp av dessa variationsbredder, $R_1, R_2 \dots R_k$ skattar vi sedan σ med $R_1/d_2 + R_2/d_2 + R_3/d_2 + \dots + R_k/d_2 / k$ där d_2 är en konstant som gör skattning väntevärdesriktig och som endast beror på antalet observationer i provgrupperna. Anledningen till konstruktionen är, som i s-metoden nyss, att medelvärdet av de k väntevärdesriktiga skattningarna $R_1/d_2, R_2/d_2, R_3/d_2 \dots$ är en ny väntevärdesriktig skattning av σ men med mindre spridning. Värdet på konstanten för olika storleken på n finns i tabell 1. Med denna skattning får vi styrgränserna

$$\bar{x} \pm \frac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$$

Fördelen med denna skattning är att den inte kräver så mycket beräkning. Däremot så kräver den mer av stickprovet, den kräver att vi har lika många observationer i stickproven. [Bergman, Klefsjö; Kvalitet från behov till användning]

3.1.6 R-diagram

Ett R-diagram använder variationsbredden som mått på kvalitetsvariabelns spridning. Eftersom fördelningen till R har väntevärdet $d_2\sigma$ och standardavvikelsen $d_3\sigma$ där d_2 och d_3 är konstanter som enbart beror på n , se R-metoden, måste man pricka in R/d_2 om man vill ha σ som centrallinje i styrdiagrammet. Värderna för d_2 och d_3 finns i tabell 1. För att slippa dividera med d_2 prickar man istället in R i diagrammet och använder $d_2\sigma$ som centrallinje. Ett R-diagram med 3-sigma-gränser får då styrgränserna

$$S_{\bar{o}} = (d_2 + d_3) \sigma$$

$$C_L = d_2 \sigma$$

$$S_u = (d_2 - d_3) \sigma$$

Vi ser i tabell 1 att för $n \leq 5$ blir $d_2 - 3d_3 < 0$. Vi sätter därför S_u till 0 eftersom det alltid gäller att $\sigma > 0$. Inför vi konstanterna $D_1 = \max(0, d_2 - 3d_3)$ och $D_2 = d_2 + 3d_3$ får vi gränserna

$$S_{\bar{o}} = D_2\sigma \text{ och } S_u = D_1\sigma$$

Olika värden på D_1 och D_2 finns i tabell 1.

Är σ okänd ersätter man σ med skattningen R/d_2 , där R är medelvärdet av variationsbredden till de k provgrupperna. Det ger

$$S_{\bar{o}} = D_4 R \quad \text{och} \quad S_u = D_3 R$$

där konstanterna är

$$D_4 = \frac{d_2 + 3d_3}{d_2} \quad \text{och} \quad D_3 = \max\left(0, \frac{d_2 - 3d_3}{d_2}\right)$$

som finns i tabell 1.

I praktiken är det ofta lämpligt att man kombinerar styrdiagram för väntevärden och för spridning. En kombination av medelvärdesdiagram och R-diagram är vanligt, man talar då om ett \bar{x} -R-diagram.

[Bergman, Klefsjö; Kvalitet från behov till användning]

3.2 Kontrollplan

En kontrollplan som även tar hänsyn till producentrisk, α , och konsumentrisk, β , konstrueras på ett annorlunda sätt jämfört med ett styrdiagram. En kontrollplan visar inte om kvalitetskraven följs under tillverkningsprocessen som i ett styrdiagram. Istället styr man riskerna för att produkten inte ska produceras med oacceptabel kvalitet. Vi kan bestämma hur stora riskerna ska vara för producenten och konsumenten att få en produkt med oacceptabel låg kvalitet, och på så sätt konstruera gränser som är tillfredsställande.

En sådan kontrollplan bygger på $\mu = E(X)$ som bekant skattas med medelvärdet hos de n uppmätta observationerna $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$.

Om μ_a representerar en acceptabelt genomsnittlig nivå från producenternas syn bör sannolikheten att den ska godkännas vara hög. Om μ_o representerar en oacceptabelt låg genomsnittlig nivå ur konsumenternas syn bör sannolikheten att den avskiljs även vara hög.

En kontrollplan kan se ut på följande sätt:

Om $\bar{x} \geq L$ godkänn partiet
Om $\bar{x} < L$ avskilj partiet

Vi vill bestämma gränsen L , medelvärdet för att godkänna eller förkasta ett parti, så att konsumentrisk och producentrisk blir som vi önskar. Det innebär om $\mu = \mu_a$ så vill vi att

$$P(\bar{x} < L) \leq \alpha$$

är liten och om $\mu = \mu_o$ så vill vi att

$$P(\bar{x} < L) \geq 1 - \beta$$

är stor. Hur gränsen L och stickprovsstorleken n ska väljas beror på hur variationen ser ut. Vi antar att variationen är normalfördelad enligt centrala gränsvärdessatsen, då är \bar{x} är approximativt $N(\mu, \sigma / \sqrt{n})$. Vilket leder till följande.

Om $\mu = \mu_a$ så gäller

$$P(\bar{x} \geq L) = 1 - \Phi\left(\frac{L - \mu_a}{\sigma / \sqrt{n}}\right)$$

och om $\mu = \mu_o$ så gäller

$$P(\bar{x} \geq L) = 1 - \Phi\left(\frac{L - \mu_o}{\sigma / \sqrt{n}}\right)$$

Det ger $1 - \Phi\left(\frac{L - \mu_\alpha}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \geq 1 - \alpha$ och $1 - \Phi\left(\frac{L - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \geq \beta$

Lösningen på dessa relationer blir

$$n \geq \sigma^2 \left(\frac{\Phi^{-1}(1 - \beta) - \Phi^{-1}(\alpha)}{\mu_\alpha - \mu_0} \right)^2$$

$$\text{och } L_p = \mu_\alpha + \frac{\sigma \Phi^{-1}(\alpha)}{\sqrt{n}} \quad L_k = \mu_0 + \frac{\sigma \Phi^{-1}(1 - \beta)}{\sqrt{n}}$$

Där Φ^{-1} är den standardiserade normalfördelnings invers, Φ^{-1} är tabellvärdet för ett givet p. Vi ser att stickprovsstorleken, n, här är beroende av variationen och vilka värden vi väljer på producent- och konsumentrisken till skillnad från ett styrdiagram där vi valde storleken på n.

[Björn Holmqvist; Acceptanskontroll genom mätning]

3.3 Test av medelvärde

För att vi ska kunna beräkna sannolikheten att vi underskrider eller överskrider ett visst värde så använder vi oss av ett Z-test.

Om X är $N(\mu, \sigma^2)$ då är $Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma} \sim N(0,1)$ för

$$P(Z \leq z) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq z\right) = P(X \leq z\sigma + \mu)$$

Vi kan då testa sannolikheten att en observation underskrider ett givet värde. För att undersöka sannolikheten att X befinner sig mellan två värden så använder vi

$$P(a \leq X \leq b) = P\left(\frac{a - \mu}{\sigma} \leq \frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{b - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{b - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right)$$

[Probability and statistical inference; Hogg & Tanis]

3.4 Linjär Regression

För att bestämma sambandet mellan olika variabler så kommer vi använda oss av en vägd enkel linjär regression. Enkel linjär regression har följande utseende

$$y = a + bx$$

En vägd linjär regression får samma utseende men konstanterna skattas på följande vis

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n w_i (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n w_i (X_i - \bar{X})} \quad \text{och} \quad a = \frac{\sum_{i=1}^n w_i Y_i}{\sum_{i=1}^n w_i} - b \frac{\sum_{i=1}^n w_i X_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Där w_i är den vikt vi använder för att vikta variabeln.

[Introductory econometrics with applications; Ramu Ramanathan]

4 Analys av Metropol kaktus

4.1.1 Analys av vikt

Metropol Kaktus är ett portionssnus med smak av kaktus. En dosa innehåller 25 stycken portionssnus och angiven nettovikt för en dosa är 20 gram. En portionssnus ska väga 0,8 gram och tillåts variera 0,03 gram uppåt och nedåt. Som vi ser i tabell 2 nedan så överskrider medelvikten för en dosa angiven nettovikt.

Livsmedelsverket har bl a två krav på producenten för variabeln vikt, det första är att medelvärdet måste vara högre än angiven nettovikt. Det andra kravet är att endast 2 % av produkterna får avvika i vikt nedåt mellan 9 till 18 % av angiven nettovikt. 56 stycken av 154 dosor, 36 %, har en vikt under 20 gram. Av dessa 56 dosor så är det ingen som underskrider 91 % av angiven nettovikt.

Vi ser att minimivärdet är 18,5 gram vilket är 7,5 % mindre än angiven nettovikt, vilket är större än 18,2 gram som är den övre gränsen för Livsmedelsverkets krav.

Spridningen är däremot större än vad den tillåts att vara, en snus får variera 0,03 gram nedåt och 0,03 gram uppåt enligt produktdatabladet. 25 snus som alla har en minimivikt eller en maximivikt enligt produktdatabladet väger 19,25 gram och 20,75, minimivikten är 18,50 gram och maximivikten är 21,5 gram. Spridningen skiljer sig alltså från produktdatabladets maximi-, minimivikter.

Vi antar att vikten är normalfördelad, vi kan då använda oss av $\bar{x} \pm Z \sigma / \sqrt{n}$ för att göra ett konfidensintervall för vikten av en dosa. Ett 95 % konfidensintervall får en undre gräns som är 19,97 gram och en övre gräns som är 20,07 gram. Konfidensintervallet går genom 20 gram vilket säger oss att det inte är signifikant skiljt från 20.

Kaktus	n	Min	Max	mean	s	varians
vikt10st	154	7,4	8,6	8,01	0,21	0,04
Dosa	154	18,5	21,5	20,02	0,33	0,28

Tabell 2

Skulle vi beräkna sannolikheten att en observation underskrider 20 gram så är den

$$P(X < 20 \mid \text{Dosa} \sim N(20,02, 0,33)) \Rightarrow \Phi(20 - 20,02 / 0,33) = \\ = \Phi(-0,07) = 1 - \Phi(0,07) = 1 - 0,5279 = 0,47 = 47 \%$$

Vi ser att sannolikheten att få en dosa som underskrider angiven nettovikt är hög, 47 %, vilket vi kunde förvänta oss med en medelvikt så nära 20 gram.

Sannolikheten att få en dosa som underskrider 91 % av angiven nettovikt det vill säga 18,2 gram som är den övre gränsen från Livsmedelsverkets krav, givet att medelvikten är 20,02, är

$$\begin{aligned} P(X < 18,2 \mid \text{Dosa} \sim N(20,02, 0,33)) &= \Phi(18,2 - 20,02 / 0,33) = \\ &= \Phi(-5,49) = 1 - \Phi(5,49) = 1 - 0,9999999 = 0,00001 \end{aligned}$$

Vi får ett P-värde som är väldigt litet och sannolikheten att få en dosa som inte uppfyller kravet på 9-18 % är mindre än 0,01 %, vilket kan anses vara en acceptabel risk.

Skulle vi beräkna sannolikheten att få en dosa som väger mindre än 82 % av nettovikten skulle vi få $\Phi(-10,91)$ vilket ger ett P-värde som är mycket litet.

4.1.2 Analys av fuktighet

Fuktigheten i en portionssnus av produkten Metropol kaktus ska vara ca 45 %. Denna tillåts variera 1 procentenhet nedåt och 3 procentenheter uppåt. Medelvärdet för fuktigheten i en färdig portionssnus är 44,03 %, vilket är lågt med tanke på vad som eftersträvas. Vi får ett minimivärde som är 40,52 % och ett maximivärde som är 46,31 %, fuktigheten varierar mer nedåt än uppåt, endast 39 av 149 observationer har en fuktighet högre än 45 %. Ett 95 % konfidensintervall för medelfuktigheten i en portionssnus får en undre gräns som är 43,81 och en övre som är 44,25, intervallet går inte genom det eftersträvalda värdet 45 % vilket tyder på att fuktigheten är signifikant skiljt från 45 %.

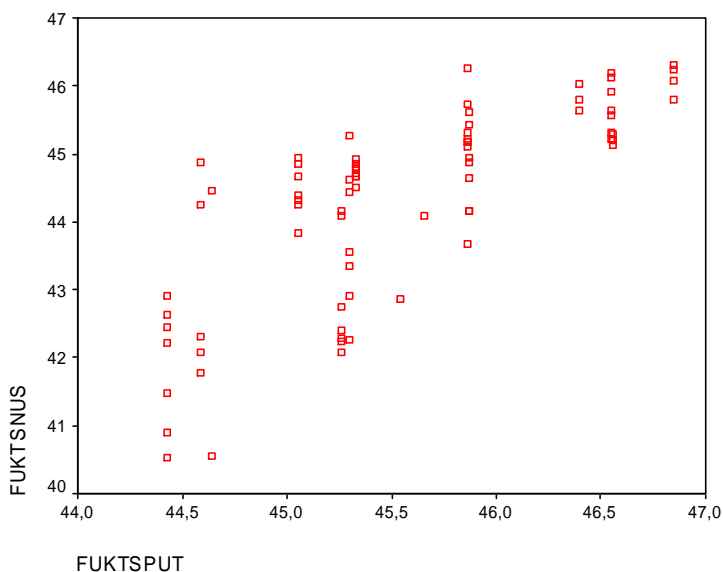
Kaktus	n	Min	Max	mean	s	varians
fuktspjut	82	44,43	46,85	45,61	0,74	0,55
fuktbot	147	41,29	47,05	44,78	1,14	1,30
fuktsnus	149	40,52	46,31	44,03	1,37	1,89

Tabell 3

Varians och standardavvikelsen i tabell 3 bör analyseras med en viss försiktighet, vi ser på spridningsdiagrammet, se figur 2, att variationen är olika för varje sputnik, en poolad skattning av varians och standardavvikelse ger en bättre bild av materialet än en normal skattning.

$$\bar{s}_{Pool} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)s_i^2}{n - 1}}$$

Med en poolad skattning så får vi en varians som är 0,607 och en standardavvikelse som är 0,779. Jämför vi dessa skattningar med de vanliga skattningarna i tabell 3 så ser vi variationen nu nästan är hälften så stor.



Figur 2

Undersöker vi spridningsdiagrammet igen, figur 2, så ser vi att variationen i en färdig portionssnus är minskar om fuktigheten i sputniken ökar. I och med variationen i portionssnusen minskar om fuktigheten i sputniken ökar så måste vi ta hänsyn till detta när vi skattar varians och standardavvikelse. En viktad regression är en lösning, se tabell 4, 5 och 6, viktat regressionen med $x-44$ där x är fuktigheten i sputniken så blir variansen $0,915/(x-44)$ och standardavvikelsen $\sqrt{0,915/(x-44)}$.

Vi kan även skatta y för varje enskilt värde på x . Regressionen får följande utseende:

$$y = -22,77 + 1,4727x$$

Tabellerar vi y då x går från 44,43 till 47,63 med en ökning på 0,2 i taget så får vi följande tabell.

$y=a+bx$	x	s^2	s	$\bar{x} - 1,96 \times s$	$\bar{x} + 1,96 \times s$
42,660	44,43	2,128	1,459	38,490	47,289
42,955	44,63	1,452	1,205	40,108	46,992
43,249	44,83	1,102	1,050	41,089	46,888
43,544	45,03	0,888	0,943	41,803	46,877
43,838	45,23	0,744	0,862	42,380	46,920
44,133	45,43	0,640	0,800	42,879	46,998
44,427	45,63	0,561	0,749	43,327	47,098
44,722	45,83	0,500	0,707	43,742	47,216
45,017	46,03	0,451	0,671	44,133	47,346
45,311	46,23	0,410	0,641	44,507	47,485
45,606	46,43	0,377	0,614	44,868	47,633
45,900	46,63	0,348	0,590	45,218	47,786
46,195	46,83	0,323	0,569	45,561	47,944
46,489	47,03	0,302	0,550	45,897	48,107
46,784	47,23	0,283	0,532	46,228	48,273
47,078	47,43	0,267	0,516	46,555	48,442
47,373	47,63	0,252	0,502	46,879	48,614

Vi ser att modellen fungerar, standardavvikelse och varians minskar då fuktigheten i sputniken ökar. Konfidensintervallet är väldigt brett när fuktigheten i sputniken är låg och minskar allt eftersom fuktigheten i sputniken ökar. En fuktighet i sputniken på 46 % ger en förväntad fuktighet i en portionssnus på 45 % och ett intervall som är $44,13 \% < y < 47,35 \%$ som förväntas täcka 95 % av portionssnusen som produceras. Vid en fuktighet under 46 % i sputniken produceras snus som har en lägre fuktighet än vad som eftersträvas.

4.1.3 Analys av längd och bredd

Längd och bredd mäts med en linjal med millimeterskala, en portionssnus med smak av kaktus ska vara 33 mm lång och 17 mm bredd enligt produktdatabladet. Vi ser i tabell 7 att medelvärdet för längd är 33,5 mm och för bredd 17,3 mm.

Kaktus	n	Min	Max	mean	s	varians
längd	154	32	36	33,53	0,70	0,49
bredd	154	15	18	17,29	0,54	0,29

Tabell 7

En frekvenstabell får följande utseende

LÅNGD	mm	Frequency	Percent
Valid	32	6	3,90
	33	71	46,10
	34	67	43,51
	35	9	5,84
	36	1	0,65
	Total	154	100,00

Tabell 8

Vi ser att alla utom 16 observationer är 33-34 mm långa. Med den mätmetod som ligger till grund för dessa resultat så är längden i nivå med de krav som finns i produktdatabladet.

BREDD	mm	Frequency	Percent
Valid	15	1	0,65
	16	3	1,95
	17	100	64,94
	18	50	32,47
	Total	154	100,00

Tabell 9

Vi ser att alla utom 4 observationer har bredden 17-18 mm. Även bredden är i nivå med de krav som ställts i produktdatabladet.

4.1.4 Analys av produktionslinjer

Om vi jämför medelvikten mellan de fyra olika linjerna ser vi i tabell 10 att linje 3 har lägst medelvikt, 19,99 gram och linje 2 har högst medelvikt, 20,26 gram.

Vi kan inte visa ett samband mellan en särskilt låg medelvikt och en särskild linje. Om vi tittar på standardavvikelse kan vi inte se att en särskild linje varierar mer i vikt än någon annan. En variansanalys visar att det inte finns någon skillnad mellan linjerna, se tabell 11.

Vad gäller fuktighet så får vi likartade resultat, vi kan inte se någon skillnad på medelvärdet och standardavvikelse mellan linjerna.

En variansanalys för fuktigheten i snusen är inte signifikant, se tabell 12. Vi kan inte visa att fuktigheten beror på vilken linje som producerat portionssnusen.

De skillnader som finns beror troligen på slumpen, vi kan inte påvisa något samband mellan särskilt låga eller höga medelvärden, från tabell 9 ser vi ingen skillnad på minimi- maximivärde mellan linjerna.

4.1.5 Analys av operatörer

Tyvärr kan vi inte analysera operatörens påverkan på produktionen, det finns inte tillräcklig data till en sådan analys. Det verkar inte finnas en uttalad operatör, den som tar stickprovet registreras som operatör trots att den kanske inte sköter inställningen av maskinen. Vi får på detta vis väldigt många operatörer och många av dessa har endast ett fåtal observationer registrerade i sitt namn.

4.2 Styrdiagram

4.2.1 Medelvärdesdiagram

Om vi skulle konstruera ett styrdiagram som bygger på medelvärdet så måste gränserna vara tillfredställande, Bergman & Klefsjö föreslår 3-sigma-gränser. Vi saknar μ och σ så vi skattar dessa. Vi tar k provgrupper och beräknar medelvärdet på dessa observationer. Skattning av μ görs sedan med medelvärdet för de k provgrupperna.

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \dots + \bar{x}_k}{k}$$

F & L's stickprov har inte det utseendet att vi kan använda den metod som beskrivs ovan. Vi måste simulera dessa k grupper. Denna simulering sker på följande sätt: \bar{x}_1 är medelvärdet för batch 1, \bar{x}_2 är medelvärdet för batch 2 ... \bar{x}_k är medelvärdet för batch k . Vi betraktar batcharnas medelvärde som observationer 1 till k , så $\bar{\bar{x}}$ blir medelvärdet från batcharna. Om vi skattar medelvikten på detta sätt blir den 20,037 gram och medelfuktigheten blir 44,36.

$$\text{Vi skattar } \sigma \text{ på samma sätt, dvs } \sigma = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_k}{k} \frac{1}{c_4} = \frac{\bar{s}}{c_4}$$

Om vi tar medelvärdet för standardavvikelseerna och multiplicerar med konstanten $1/c_4$ som vi får från tabell 1 så får vi en väntevärdesriktig skattning på σ . För fuktigheten blir $\sigma = 0,7731$, standardavvikelsen blir mindre än om vi skattar den på vanligt vis. För vikten av en dosa blir $\sigma = 0,499$, detta värde är också mindre än den ursprungliga skattningen. Om vi ska skapa styrgränser som håller kvaliteten på en hög nivå så måste vi bestämma hur många standardavvikelser som vi tillåter variabeln att variera. Vi vet att tre standardavvikelser är praxis enligt Bergman & Klefsjö. Med denna skattning får vi styrgränserna

$$S_{\bar{o}} = \bar{\bar{x}} + \frac{3\bar{s}}{C_4\sqrt{n}} \quad \text{och} \quad S_{\bar{u}} = \bar{\bar{x}} - \frac{3\bar{s}}{C_4\sqrt{n}}$$

$\frac{3}{c_4\sqrt{n}}$ kan ersättas med A_3 , se tabell 1, som endast beror på n , styrgränserna kan då skrivas $S_{\bar{o}} = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s}$ och $S_{\bar{u}} = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s}$.

För att denna konstruktion ska vara möjlig så måste vi ha stickprov som är lika stora. Vi har olika stora stickprov, vi kan därför inte välja en konstant. Vi kan inte använda konstanten A_3 , vi måste använda oss av den ursprungliga skattningen

$$\sigma = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_k}{k} \frac{1}{c_4} = \frac{\bar{s}}{c_4}$$

Vi kan nu konstruera ett styrdiagram för vikten på en dosa med en övre gräns och en undre som är

$$S_{\bar{o}} = \bar{\bar{x}} + \frac{3\bar{s}}{\sqrt{n}} = 20,037 + \frac{3 \times 0,499}{\sqrt{154}} = 20,158$$

$$S_U = \bar{\bar{x}} - \frac{3\bar{s}}{\sqrt{n}} = 20,037 - \frac{3 \times 0,499}{\sqrt{154}} = 19,916$$

Vi ser att den undre gränsen underskrider den angivna nettovikten vilket är ett problem. Vi vet att det är tillåtet att underskrida angiven nettovikt så länge medelvikten överskrider nettovikten men att ha en gräns som underskrider angiven nettovikten är en fråga som måste diskuteras. Problemet är att med dessa gränser har vi ett styrdiagram som ger utslag väldigt ofta. Ökar vi bredden på gränserna så kommer vi få en ännu lägre undre gräns, vilket leder till samma frågeställning som tidigare. Som gränserna ser ut nu så passerar inte mer än ca 20 % genom kontrollen. Breddar vi gränserna till 6 standardavvikelser så får vi gränserna $S_{\bar{o}}=20,278$ och $S_U=19,796$ och då kommer ca 60 % att passera.

Om vi skulle konstruera gränser som avser vikten för 10 stycken portionssnus så skulle de få följande utseende

$$S_{\bar{o}} = \bar{\bar{x}} + \frac{3\bar{s}}{\sqrt{n}} = 8,015 + \frac{3 \times 0,199}{\sqrt{154}} = 8,063$$

$$S_U = \bar{\bar{x}} - \frac{3\bar{s}}{\sqrt{n}} = 8,015 - \frac{3 \times 0,199}{\sqrt{154}} = 7,967$$

Styrgränserna för fuktigheten kan anta olika värde beroende på hur vi resonerar. Vi vet att fuktigheten tillåts variera 1 procentenhet nedåt och 3 procentenheter uppåt. Vi kan på något vis försöka ta hänsyn till denna skillnad och skapa gränser som inte är samma för variation nedåt som uppåt. Medelfuktigheten är 44,355 och standardavvikelsen är 0,773. Så vi sätter den undre gränsen till

$$S_U = \bar{\bar{x}} - \frac{\bar{s}_P}{\sqrt{n}} \quad \text{och den övre } S_{\bar{o}} = \bar{\bar{x}} + \frac{3\bar{s}_P}{\sqrt{n}}$$

Gränserna blir då $S_U=44,292$ och $S_Ö=44,545$, vi ser att dessa gränser är alldeles för smala. Vi måste bredda intervallet, vi vet att det får variera 3 procentenheten uppåt och listar vi antalet standardavvikelser ser vi att vi får använda ett stort antal standardavvikelser för att nå en fuktighet på 48 %.

Antal standardavvikelser (x)	\bar{s}/\sqrt{n}	$x\bar{s}/\sqrt{n}$
3	0,0633	0,1899
6	0,0633	0,3799
9	0,0633	0,5699
12	0,0633	0,7599
15	0,0633	0,9499
18	0,0633	1,1398
21	0,0633	1,3299
24	0,0633	1,5198
27	0,0633	1,7098
30	0,0633	1,8998

Tabell 13

För att nå eftersträvd nivå på +3 procentenheter, dvs 48 %, måste addera 45 standardavvikelser på medelfuktigheten. Analysen saknar då värde, använder vi inte ett stort antal standardavvikelser så kommer diagrammet ge utslag då spridningen är mycket stor trots det stora antalet observationer. Ett sätt vore att sätta gränserna 44 och 48 som undre och övre gräns.

Om vi skulle använda variationsbredden, R, och med hjälp av den skatta σ så använder vi följande metod: $R_1/d_2 + R_2/d_2 + R_3/d_2 + \dots + R_k/d_2 / k$ där d_2 är en konstant som gör skattning väntevärdesriktig och som endast beror på antalet observationer i provgrupperna, se avsnitt 3.1.5. Vi kan inte beräkna denna standardavvikelse då vi har olika stora stickprov.

4.2.2 R-diagram

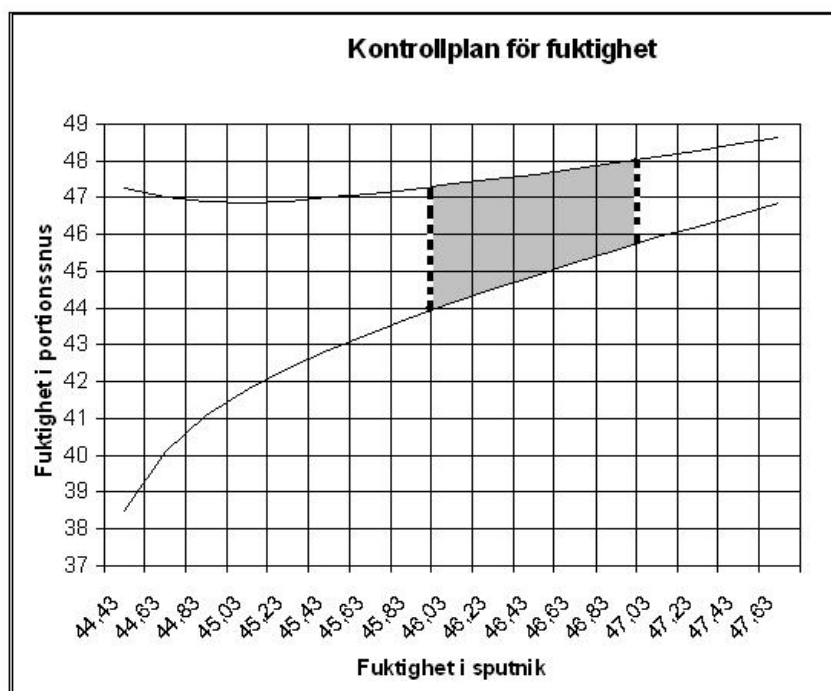
Om vi vill använda oss utav variationsbredden och med hjälp av denna kontrollera kvaliteten så använder vi spridningen som centralinjen, dvs att spridningen inte får variera mer än förutbestämda gränser. För att styrdiagrammet ska fylla sin funktion måste vi veta värdet på konstanterna D_1 , D_2 , D_3 och D_4 som beror på stickprovsstorleken. Vi kan inte heller i detta fall välja konstanter för att vi även här har olika stora stickprov.

4.3 Kontrollplan

4.3.1 Kontrollplan för fuktighet

Om vi skulle försöka skapa en kontrollplan för fuktigheten i en färdig portionssnus så vet vi att fuktigheten i en portionssnus är starkt korrelerad med den fuktighet som är i batchen, se figur 2. Kan vi på något sätt försöka skatta hur denna fuktighet förändras under produktionen så kan vi skapa en enkel kontrollplan som minimerar risken att vi producerar med en för låg eller för hög fuktighet.

Vi vet sedan tidigare att regressionsmodellen $y = -22,77 + 1,4727x$ ger en bra skattning av hur fuktigheten och variationen förändras. Om vi producerar en batch med en fuktighet som är 46 % så får vi 95 % av de producerade portionssnusen inom ett intervall som är mellan 44,13 % till 47,35 %. Detta ger en produktion som stämmer överens med produktdatabladets krav. Att producera snus som har exakt 46 % fuktighet är svårt, ett intervall är att föredra. Om vi skapar ett diagram, figur 4, och plottar för vilka sputnikvärde vi får en färdig portionssnus som är inom föreskrivna gränser ser vi att det skuggade partiet ger en portionssnus som ligger mellan 44 - 48 %.



Figur 4

Så att producera en sputnik med en fuktighet mellan 46 - 47 % ger oss en bra portionssnus. Om vi producerar en batch med 46,5 % fuktighet så får vi en sannolikhet att den underskrider 44 % som är

$$P(X < 44 \mid \text{Dosa} \sim N(45,71, \sqrt{0,915/(46,5 - 44)})) \Rightarrow \Phi(44 - 45,71 / \sqrt{0,915/(46,5 - 44)}) = \Phi(-2,83) = 1 - \Phi(2,83) = 1 - 0,9977 = 0,0023 = 0,23 \%$$

Sannolikheten att vi producerar en portionssnus som har lägre fuktighet än 44 % är 0,23% när vi har en batchfuktighet som är 46,5 %. Anledningen till att vi väljer 46,5 % är att då maximerar vi intervallet där fuktigheten får variera.

Om vi testar sannolikheten att vi producerar en snus med för hög fuktighet givet att batchen är 46,5 % är

$$P(X > 48 \mid \text{Dosa} \sim N(45,71, \sqrt{0,915/(46,5 - 44)})) \Rightarrow 1 - \Phi(48 - 45,71 / \sqrt{0,915/(46,5 - 44)}) \\ = 1 - \Phi(3,78) = 1 - 0,9999 = 0,0001.$$

Vi ser att sannolikheten att få en portionssnus med för hög fuktighet är väldigt liten, endast 0,001%. Producerar vi med en fuktighet i batchen på 46,5 % så är sannolikheten att vi överskrider en fuktighet på 48 % eller underskrider en fuktighet på 44 % i en färdig portionssnus

$$P(44 < X < 48) \mid \text{Dosa} \sim N(45,71, \sqrt{0,915/(46,5 - 44)}) = \\ \Phi(48 - 45,71 / \sqrt{0,915/(46,5 - 44)}) - \Phi(44 - 45,71 / \sqrt{0,915/(46,5 - 44)}) = \\ \Phi(3,78) - \Phi(-2,83) = \Phi(3,78) - 1 - \Phi(2,83) = 0,9999 - (1 - 0,0023) = 0,9976 = 99,76 \%$$

Sätter vi fuktigheten i batchen till 46,5 % så kommer 99,76 % av den producerade snusen hamna inom de satta gränserna vilket är ett mycket bra resultat.

4.3.2 Kontrollplan för vikt

För att skapa en kontrollplan för vikten i en färdig portionssnus så måste vi bestämma konsument- och producentrisken. Konsumentrisken är att en dosa väger mindre än angiven nettovikt, producentrisken är att en dosa väger mer än angiven nettovikt. Sannolikheten att få en dosa som väger mindre än angiven nettovikt är 47 % givet att medelvikten är 20,023 och standardavvikelsen är 0,332. Om medelvikten ökar så minskar risken att få en dosa som väger mindre än 20 gram men då ökar producentrisken. Vi måste bestämma konsument- och producentrisken så de både är låga och acceptabla.

Av konfidensintervallet vet vi att 95 % av alla dosor ligger inom intervallet 19,97 gram till 20,07 gram. Om vi använder konfidensintervallet för att bestämma producentrisken så sätter vi risken att vi överskrider 20,07 gram till 10 % och risken att vi underskrider 19,97 till 5 %.

$$n \geq \sigma^2 \left(\frac{\Phi^{-1}(1-\beta) - \Phi^{-1}(\alpha)}{\mu_\alpha - \mu_0} \right)^2 = 0,276 \left(\frac{1,2816 - (-1,6449)}{20,07 - 19,97} \right)^2 =$$
$$= 0,276 \left(\frac{2,9265}{0,1} \right)^2 = 237$$

Vi ser att stickprovsstorleken blir stor, $n=237$. Vi måste tänka om för att få ner stickprovsstorleken. Om vi använder oss av våra gränser från styrdiagrammet så vet vi att den övre gränsen är 20,278 och den undre är 19,796. Sätter vi risken att vi överskrider den övre gränsen till 5 % och risken att vi underskrider den undre till 2,5 % så får vi ett stickprov om 19 observationer. Detta ger oss

$$L = \mu_\alpha - \sigma \times \frac{\Phi^{-1}(0,05)}{\sqrt{n}} = 20,278 - 0,332 \times \frac{1,6449}{\sqrt{19}} = 20,153$$

Tar vi ut 19 dosor och mäter medelvikten på dessa så förkastar vi partiet om medelvikten är mindre än 20,15 gram.

5 Sammanfattande diskussion

5.1 Slutsatser

Om man ser till helheten så producerar F&L en bra produkt med hög kvalitet. Medelvikten ligger över angiven nettovikt och inga observationer ligger under 91 % av nettovikten som är Livsmedelsverkets krav, den minsta observationen är 92,5 % av nettovikten, Livsmedelsverkets krav är alltså uppfyllda. Standardavvikelsen för en dosa är 0,332 gram. Spridningen för vikt är inom en nivå som vi anser vara rimlig. Ett 95-procentigt konfidensintervall får gränserna $19,97 \leq \bar{x} \leq 20,07$. Detta visar att vikten inte är signifikant skiljd från 20.

Ett styrdiagram som kontrollerar medelvärdet med 3-sigma-gränser för variabeln vikt ger oss gränserna $S_{\bar{O}}=20,158$ och $S_{\bar{U}}=19,916$. Gränserna för vikten av 10 stycken portionssnus blir $S_{\bar{O}}=8,063$ $S_{\bar{U}}=7,967$. Dessa gränser antas kontrollera produktionen och hålla kvaliteten på en hög nivå. Problemet är att dessa gränser är alldeles för smala. Med den variation som finns i produktionen så kommer detta styrdiagram att ge utslag väldigt ofta, endast 20 % av dosorna passerar kontrollen. Breddar vi gränserna till 6 standardavvikelser så får vi gränserna $S_{\bar{O}}=20,278$ och $S_{\bar{U}}=19,796$ och då kommer ca 60 % att passera. Om vi breddar gränserna så minskar vi medvetet kvalitetskraven. Enligt produktdatabladet så är den maximala tillåtna vikten 20,75 gram och den minsta tillåtna vikten 19,25 gram. Vi ser att 6-sigma-gränserna ger oss ett bra styrdiagram som ligger inom de gränser som F&L's föreskrivna krav.

Fuktigheten i en portionssnus är något lägre än de 45 % som anges i produktdatabladet, medelfuktigheten är 44,03 %. Medelfuktigheten i sputniken är 45,61% och fuktigheten sjunker i snitt med 1,266 procentenheter mellan sputnik och färdig portionssnus. Detta är mindre än vad som anges i produktdatabladet, men det är inom de uppsatta gränserna. Variationen i en färdig portionssnus är beroende av fuktigheten i sputniken, när fuktigheten ökar i sputniken så minskar variationen i den färdiga portionssnusen. Detta gör att när vi ska skatta standardavvikelse och varians så måste vi ta hänsyn till den fuktighet vi har i sputniken. För att skatta denna variation och hur fuktigheten förändras använder vi oss av en regressionsmodell som är viktad med $x - 44$ där x är fuktigheten i sputniken. Modellen ger oss en varians som är $0,915/(x - 44)$ och standardavvikelsen som är $\sqrt{0,915/(x - 44)}$.

Ett styrdiagram som kontrollerar medelfuktigheten får ett annorlunda utseende än för vikt. I och med att vi har en variation som tillåts variera uppåt mer än nedåt så försöker vi kompensera detta genom att skapa gränser som är tar hänsyn till detta. Ett försök är att endast tillåta en standardavvikelse nedåt och tre uppåt. Gränserna blir då $S_{\bar{U}}=44,292$ och $S_{\bar{O}}=44,545$, dessa gränser är väldigt smala och att hitta gränser som är acceptabla med tanke på variation och krav är väldigt svårt. Vi vet även att variationen beror på fuktigheten i sputniken så ett sätt är att använda sig av den skattningen av standardavvikelsen istället.

Använder vi oss av $\sqrt{0,915/(x-44)}$ när vi skapar gränser för styrdiagrammet så kan vi bestämma gränser som tar hänsyn till den variation vi har för tillfället.

Ett styrdiagram som kontrollerar variationsbredden går tyvärr inte att skapa. Styrdiagrammet förutsätter lika stora stickprov och så är tyvärr inte fallet med den data som finns tillgänglig.

Längd och vikt är inom de gränser som F&L har satt upp. Endast 16 observationer, ca 10%, skiljer sig från de krav som är uppsatta för längd och endast 4 skiljer från kraven för bredd. Mätmetoden är inte särskilt exakt men fungerar alldeles utmärkt för att kontrollera längd och bredd.

Analysen av produktionslinjerna visar att det inte finns något samband mellan ett särskilt högt eller lågt medelvärde eller en speciell variation mellan linjerna. Ett kontrollerat experiment kanske skulle visa motsatsen men ingen speciell linje producerar med sämre kvalitet. Tyvärr så kan vi inte analysera operatörens påverkan på produktionen, det inte finns tillräcklig data till en sådan analys. Det verkar inte finnas en uttalad operatör, den som tar stickprovet registreras som operatör trots att den kanske inte sköter inställningen av maskinen. Detta är något som borde förändras för att man ska kunna mäta skillnader mellan operatörer.

När vi skapar en kontrollplan för fuktigheten använder vi oss av regressionsmodellen $y = -22,77 + 1,4727x$. Ser vi sedan på figur 4 så ser vi att en fuktighet mellan 46-47 % ger oss en färdig portionssnus som är inom de satta gränserna, 44 - 48 %. Producerar vi en batch med 46,5 % fuktighet så kommer 99,76 % av den färdiga portionssnusen vara mellan 44 % och 48 %.

När vi skapar en kontrollplan för vikt så använde vi först konfidensintervallet för att bestämma gränser och risker, detta gav oss ett stickprov om 236 observationer. Detta anser vi vara för många observationer så nya gränser och risker bestämdes. Gränserna från styrdiagrammet används nu, övre gräns 20,278 undre gräns 19,796, och risken att vi överskrider den övre gränsen är satt till 5 % och risken att vi underskrider den undre är satt till 2,5 %. Vi får då ett stickprov om 19 observationer och tar vi ut 19 dosor och mäter medelvikten på dessa så förkastar vi om medelvikten är mindre än 20,15 gram.

6 Referenser

6.1 Litteratur

Bo Bergman, Bo Klefsjö; *"Kvalitet från behov till användning"* Första upplagan 1991
Studentlitteratur

Robert V. Hogg, Elliot A. Tanis; *"Probability and statistical inference"* Sjätte upplagan
2001 Prentice Hall

Ramu Ramanathan; *"Introductory econometrics with applications"* Femte upplagan 2002
South-Western

6.2 Artiklar

Björn Holmqvist; *"Acceptanskontroll genom mätning"* Kapitel 5.4 ur Matematisk
statistik för M och V - Kompletteringar och tillämpningar 1991 Institutionen för
matematisk statistik Lunds universitet

PRODUKTDATABLAD, 2004-10-21

51402 METROPOL KAKTUS



20 g
 METROPOL KAKTUS VIT PORTIONSPÅSAR
 METROPOL
 www.fisnus.se
 25 VITA PORTIONSPÅSAR
 METROPOL

Basdata	Värde	Info
Fukthalt snus	48 ± 2 %	I sputnik, innan start
Fukthalt portion	45 $_{-1}^{+3}$ %	
Vikt per portion	0,8 ± 0,03 g	Vägning 10 st
Antal portioner per burk	25 st	
Längd x bredd portion	33 x 18 mm	
Totalvikt burk	Nom. = 31,2 g	T _u =31,0, T _ö =31,9

Ingående komponenter	Artikelnummer	Info
Snus	31420	
Fliess	20001	
Dosa (botten)	22005	
Lock	22007	
Banderoll	23024	Se nedan
Varningsetikett	23011	Se nedan

Denna tobaksvara kan skada din hälsa och är beroendeframkallande



Tabell 1

Stickprovs- storlek n	Medelvärdesdiagram				R-diagram					
	A	A2	A3	C4	d2	d3	D1	D2	D3	D4
2	2,121	1,880	2,659	0,7979	1,128	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	0,8862	1,693	0,888	0	4,358	0	2,575
4	1,500	0,729	1,628	0,9213	2,059	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	0,9400	2,326	0,864	0	4,918	0	2,115
6	1,225	0,483	1,287	0,9515	2,534	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	0,9594	2,704	0,833	0,205	5,203	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	0,9650	2,847	0,820	0,387	5,307	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	0,9693	2,970	0,808	0,546	5,394	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	0,9727	3,078	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	0,9754	3,173	0,787	0,812	5,534	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	0,9776	3,258	0,778	0,924	5,592	0,284	1,716
13	0,832	0,249	0,850	0,9794	3,336	0,770	1,026	5,646	0,308	1,692
14	0,802	0,235	0,817	0,9810	3,407	0,762	1,121	5,693	0,329	1,671
15	0,775	0,223	0,789	0,9823	3,472	0,755	1,207	5,737	0,348	1,652
16	0,750	0,212	0,763	0,9835	3,532	0,749	1,285	5,779	0,364	1,636
17	0,728	0,203	0,739	0,9845	3,588	0,743	1,359	5,817	0,379	1,621
18	0,707	0,194	0,718	0,9854	3,640	0,738	1,426	5,854	0,392	1,608
19	0,688	0,187	0,698	0,9862	3,689	0,733	1,490	5,888	0,404	1,596
20	0,671	0,180	0,680	0,9869	3,735	0,729	1,548	5,922	0,414	1,586
21	0,655	0,173	0,663	0,9876	3,778	0,724	1,606	5,950	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	0,9882	3,819	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	0,9887	3,858	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	0,9892	3,895	0,712	1,759	6,031	0,452	1,548
25	0,600	0,153	0,606	0,9886	3,931	0,709	1,804	6,058	0,459	1,541

Tabell 4

Model Summary				
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	0,764	0,584	0,578	0,957
a	Predictors: (Constant), FUKTSPUT			
b	Dependent Variable: FUKTSNUS			
c	Weighted Least Squares Regression - Weighted by ETDD3SP			

Tabell 5

ANOVA						
Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	96,363	1	96,363	105,266	3,9339E-18
	Residual	68,657	75	0,915		
	Total	165,019	76			
a	Predictors: (Constant), FUKTSPUT					
b	Dependent Variable: FUKTSNUS					
c	Weighted Least Squares Regression - Weighted by ETDD3SP					

Tabell 6

Coefficients						
		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
Model		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-22,770	6,562		-3,470	0,00086684
	FUKTSPUT	1,473	0,144	0,764	10,260	3,9339E-18
a	Dependent Variable: FUKTSNUS					
b	Weighted Least Squares Regression - Weighted by ETDD3SP					

Tabell 10

Kaktus	Linje 1					
	n	min	max	mean	s	varians
Vikt10st	17	7,6	8,4	8,01	0,20	0,04
Dosa	17	19	21	20,01	0,49	0,24
fuktspjut	17	44,43	46,85	45,59	0,73	0,53
fuktbot	16	44,03	46,91	45,29	0,78	0,61
fuktsnus	16	40,52	46,2	44,01	1,71	2,92
Kaktus Linje 2						
	n	min	max	mean	s	varians
Vikt10st	19	7,8	8,6	8,11	0,17	0,03
Dosa	19	19,5	21,5	20,26	0,43	0,18
fuktspjut	19	44,43	46,85	45,71	0,72	0,52
fuktbot	18	44,32	46,64	45,36	0,58	0,34
fuktsnus	18	42,23	46,08	44,64	1,04	1,07
Kaktus Linje 3						
	n	min	max	mean	s	varians
Vikt10st	23	7,5	8,4	8,00	0,20	0,04
Dosa	23	18,75	21	19,99	0,50	0,25
fuktspjut	23	44,43	46,85	45,65	0,77	0,60
fuktbot	21	42,39	47,05	45,22	0,88	0,78
fuktsnus	22	41,47	46,31	44,50	1,34	1,79
Kaktus Linje 4						
	n	min	max	mean	s	varians
Vikt10st	23	7,5	8,3	8,00	0,16	0,03
Dosa	23	18,75	20,75	20,01	0,40	0,16
fuktspjut	23	44,43	46,85	45,49	0,78	0,61
fuktbot	21	41,29	46,38	44,70	1,02	1,05
fuktsnus	21	40,56	46,27	43,91	1,63	2,66

Tabell 11

Univariate Analysis of Variance						
Tests of Between-Subjects Effects						
Dependent Variable: DOSA						
Source						
Intercept	Hypothesis	32480,633	1,000	32480,633	98959,789	0,000
	Error	0,999	3,043	0,328		
STATION	Hypothesis	0,989	3,000	0,330	1,583	0,200
	Error	16,238	78,000	0,208		
a	,989 MS(STATION) + 1,129E-02 MS(Error)					
b	MS(Error)					

Tabell 12

Univariate Analysis of Variance						
Tests of Between-Subjects Effects						
Dependent Variable: FUKTSPUT						
Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	Hypothesis	167763,999	1,000	167763,999	855299,108	0,000
	Error	0,629	3,206	0,196		
STATION	Hypothesis	0,576	3,000	0,192	0,338	0,798
	Error	44,286	78,000	0,568		
a	,989 MS(STATION) + 1,129E-02 MS(Error)					
b	MS(Error)					