LUNDS UNIVERSITET
Ekonomihögskolan

PORTFÖLJINVESTERING MED DAGLIG RISKMINIMERING

David Grunditz

NEKK01 Examensarbete – kandidatnivå

Juni 2009

Ekonomihögskolan
Lunds Universitet
Nationalekonomiska institutionen
Handledare: Hossein Asgharian

Abstract

The purpose of this thesis is to investigate if it is meaningful to use a portfolio strategy that minimizes the portfolio risk every day, when the investment horizon is 10 years.
To minimize the portfolio risk a EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) method is used to calculate the conditional variance-covariance matrix. This matrix is used to calculate the portfolio weight that minimizes the risk constraint to a target return.
To evaluate this strategy a second strategy is used as a benchmark strategy. This strategy does not change the portfolio weight during the investment period. The method to evaluate the performance of the strategies is to compare their Sharpe-ratios on a yearly basis.
The evaluation shows that the risk minimizing strategy has a higher Sharpe-ratio than the benchmark strategy, and that this risk minimizing strategy handles a changing market environment in a more satisfying way.
The conclusion is that it is better to choose the risk minimizing strategy over a strategy that does not minimize the risk.

Sammanfattning

Målet med denna uppsats är att undersöka om det är meningsfullt att använda en portföljstrategi, som dagligen minimerar portföljrisken i förhållande till en önskad avkastning, då investeringshorisonten är tio år. Som verktyg för att minimera risken används en EWMA-modell (Exponentially Weighted Moving Average) som skattar den betingade varians-kovariansmatrisen. Matrisen används för att beräknad portföljvikterna så att portföljrisken minimeras i förhållande till en önskad avkastning.
Strategin har utvärderats genom att den jämförts med en strategi, som inte minimerar den dagliga portföljrisken utan har samma portföljsammansättning under hela investeringsperioden. För jämförelsen har portföljernas Sharpe-ratio-värden för varje år använts.
Utvärderingen visar att den riskminimerande strategin har högre Sharpe-ratio under fler år än vad den andra strategin har och att den anpassar sig bättre till en föränderlig marknad.
Slutsatsen är att det är bättre att välja en riskminimerande strategi i stället för en icke riskminimerande strategi.

Innehållsförteckning

Definitioner

λ	reduktionsfaktor i EWMA-modellen
$\boldsymbol{\mu}$	vektor med tillgångarnas förväntade avkastning. Är skattad genom bootstrapping
$\sigma_{ij}(t)$	kovariansen mellan tillgång *i* och *j* vid tidpunkten *t*
σ_P^2	portföljvarians
$\boldsymbol{\Sigma}$	varians-kovariansmatris
$\boldsymbol{\omega}_i$	portfölj *i*:s portföljvikter
k	lag-faktor i EWMA-modellen
$P_i(t)$	priset på tillgång *i* vid tidpunkten *t*
R_f	riskfri ränta
$R_i(t)$	tillgång *i*:s avkastning vid tidpunkten *t*
$\overline{R}_i = \mu_i$	tillgång *i*:s förväntade dagsavkastning
$\overline{R}_P$	portfölj P:s önskad dagsavkastning
SR	Sharpe-ratio
T	transponat av matris

1 Inledning

Detta kapitel ger en bakgrund och problemställning till uppsatsen.

Det har skrivits åtskilligt om hur volatilitet eller risk kan predikteras. Många modeller har konstruerats för att matematiskt beskriva och beräkna volatiliteten. Orsaken till detta är att volatilitet är av central betydelse vid investeringsbeslut och riskhantering på den finansiella marknaden samtidigt som den generellt sett inte anses vara möjlig att observera.
Därför finns det många olika modeller som t.ex. EWMA, ARCH och GARCH och många artiklar som behandlar, jämför och undersöker deras egenskaper. Ett exempel på detta är en undersökning av Gonzáles-Rivera, Lee och Mishra [1] där de undersöker 15 olika volatilitetsmodeller av typen Moving Average, ARCH och stokastisk volatilitet.

Ett intressant tillämpningsområde för volatilitetsmodeller är konstruktion av optimala portföljer. Ett sådant portföljallokeringsproblem är hur en portfölj skall allokeras så att portföljens dagliga risk minimeras. Praktiskt innebär det att portföljen måste justeras dagligen utifrån morgondagens predikterade volatilitet. Tidsberoende volatilitet kallas i den engelska terminologin för volatility-timing.
Den här typen av allokeringsproblem har sysselsatt många som till exempel Jeff Fleming, Chris Kirby och Barbara Ostdiek [2, 3], Francisco Gomes [4] och Michiel de Pooter, Martin Martens och Dick van Dijk [5].
Fleming, Kirby och Ostdiek [2] konstaterar att volatility-timing-strategier, som predikterar den betingade varians-kovariansmatrisen i nästa tidssteg, presterar bättre än statiska portföljstrategier. En liknande slutsats drar även Gomes [4]

angående volatility-timing-strategier i en undersökning som har en annorlunda utformning än de andra nämnda artiklarna.

Som grund för undersökningen i denna uppsats används den metod som Fleming, Kirby och Ostdiek använder i sin första artikel. Där är portföljen en mean-variance-portfölj. Den betingade varians-kovariansmatrisen bestäms genom en EWMA-metod (Exponentially Weighted Moving Average). Metoden använder sig av tillgångarnas avkastningsserier för att skatta den betingade varians-kovariansmatrisen. Avkastningsserierna beräknas utifrån tillgångarnas stängnings-kurser.
Det finns andra metoder för att bestämma den betingade matrisen. Fleming, Kirby och Ostdiek (2002) samt de Pooter, Martens och van Dijk använder en skattnings-metod som använder intradagsdata, dvs avkastningsdata från den löpande dags-handeln [3, 5]. Dessa modeller är mer komplexa och frågeställningar om t.ex. samplingsintervall har betydelse för matrisens skattning och för det slutliga resultatet.

1.1 Mål, syfte och problembeskrivning

Fleming, Kirby och Ostdiek använde sig av fyra olika tillgångsklasser: aktie (aktieindex), guld, obligationer och en ”kasse” med pengar [2, 3].

Vad skulle det innebär om tillgångarna är av samma tillgångsklass och positivt korrelerade med varandra, t.ex. aktier.
Därför är målet med denna uppsats att undersöka om det är lönande och menings-fullt att välja en portföljstrategi, som investerar i tio tillgångar av samma till-gångsklass under en längre investeringsperiod, där strategin dagligen minimerar portföljrisken.

Intentionen är att undersöka vilken av två portföljstrategier som är bäst ur ett risk- och avkastningsperspektiv. Den ena minimerar den dagliga portföljrisken utifrån marknadsförändringarna medan den andra inte gör detta utan är statisk under hela investeringsperioden.

1.2 Genomförande

För att genomföra undersökningen används en statisk strategi som en referens-strategi eller benchmark-strategi. Mot denna strategi jämförs den riskminimerade strategin. Som utvärderingsmetod jämförs Sharpe-ratio-förhållandet för de båda strategierna. Jämförelsen görs på årsbasis.

För att det skall vara enkelt att sära på strategierna kallas de för **statisk strategi** respektive **adaptiv strategi** och följaktligen kallas deras portföljer för statisk respektive adaptiv portfölj.
Båda strategiernas portföljer är mean-variance portföljer, där intentionen är att finna det optimala förhållandet mellan risk och avkastning.

Den adaptiva strategin predikterar dagligen den betingade varians-kovarians-matrisen. Matrisen används för att beräkna portföljvikterna så att portföljrisken minimeras i förhållande till den önskade avkastningen.
Den statiska strategin beräknar portföljvikterna endast en gång och det sker i början av investeringsperioden. För att beräkna varians-kovariansmatriserna använder båda strategierna samma EWMA-modell. Modellen är hämtad från Introductory econometrics for finance av Brooks [6].

Strategiernas portföljer består av samma tio riskbärande tillgångar och en riskfri tillgång. De riskbärande tillgångarna är tio bransch- eller sektorsindex från NASDAQ OMX Stockholm. Genom att välja index och behandla dem som om de vore aktier så elimineras problemet med att välja rätt aktier. Som riskfri tillgång används STIBOR T/N och SWEGLTB (tio års statsobligation).
All data är från perioden januari 1998 till december 2008. Av praktiska själ raderas dagar då det inte förekommer någon aktiehandel ur de riskfria tillgångarnas tidsserier. Vidare görs ingen räntejustering vid helger.
Båda strategierna har en önskad årsavkastning på 15 % som mål, vilket motsvarar 0.041 % per dag.
Olika investerare har olika förutsättningar att påverka transaktionskostnaderna. Därför tas inte transaktionskostnaderna med i undersökningen utan den dagliga justeringen av portföljvikterna antas vara kostnadsfria.

2 Teori

Kapitlet redogör för teorin för mean-variance portföljer och det optimala portföljvalet, EWMA-modellen, simulering av tidsserier och utvärdering med Sharp-ratio.

Båda strategiernas portföljer består av en riskfri tillgång och ett antal riskbärande tillgångar. Den adaptiva strategins portfölj justeras dagligen för att risken skall vara den minsta möjliga, medan den statiska strategins portfölj inte justeras dagligen utan behåller samma portföljvikter under hela investeringsperioden.

För att finna den optimala portföljsammansättningen används mean-variance-teorin för det optimala portföljvalet. Målet är att portföljrisken, variansen (σ_P^2), skall vara den minsta möjliga. Praktiskt innebär det att den betingade varians-kovariansmatrisen beräknas dagligen för den adaptiva strategin och för den andra strategin endast vid investeringsperioden början.

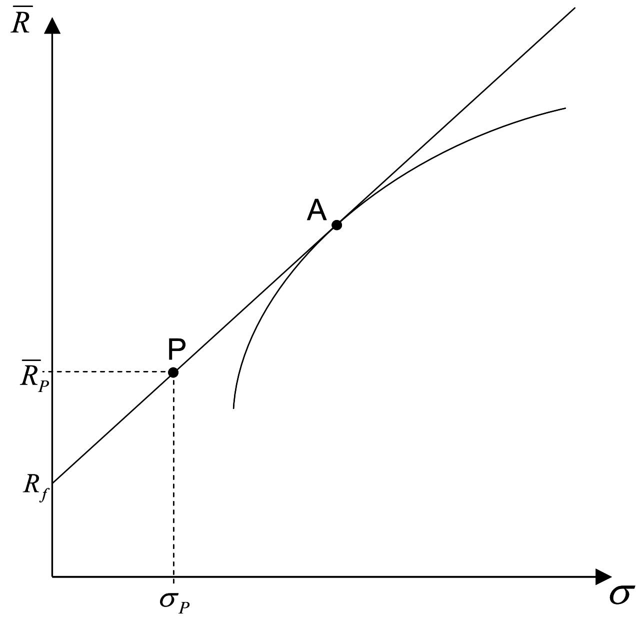
Det finns inga investeringsrestriktioner beträffande belåning och blankning vilket innebär att det är helt fritt att belåna och blanka de riskbärande tillgångarna.

Undersökningen utgår från att båda portföljerna har samma förväntade eller önskade dagsavkastning $E[R_P] = \overline{R}_P$. Den förväntade avkastningen hanteras som en konstant och är oförändrad under hela investeringsperioden.

2.1 Det optimala portföljvalet

En portfölj, P, som består av N riskbärande tillgångar och en riskfri tillgång, R_f, kan beskrivas som en kombination mellan en portfölj, A, bestående av de risk-

bärande tillgångarna, och en riskfri tillgång, R_f. Portföljen A finns på den effektiva fronten och den riskfria tillgången finns på y-axel, se figur 2.1.
Alla tänkbara kombinationer mellan den riskbärande portföljen och den riskfria tillgången kan visualiseras i ett mean-variance diagram. Genom att dra en linje från den riskfria tillgången och låta den tangera mot den effektiva fronten erhålls alla effektiva kombinationer som kan skapas av portfölj A och R_f.



Figur 2.1. Mean-variance diagram. Visar sambandet mellan en portfölj på den effektiva fronten och den riskfria räntan.

Med en förutbestämd förväntad avkastning, $\overline{R}_P$, hittas enkelt portföljen P och dess standardavvikelse. Men för att bestämma de exakta portföljvikterna måste en matematisk lösning till.

2.1.1 Matematisk lösning

Det matematiska problemet är ett optimeringsproblem där det gäller att finna den portfölj som har lägst volatilitet i förhållande till den förväntade avkastningen.
Matematiskt innebär det att minimera variansen i förhållande till den förväntade avkastningen [7]:

Variansen minimeras

$$\min_{\boldsymbol{\omega}_\mathbf{P}} \sigma_P^2 \tag{2.1}$$

eller om 2.1 skrivs om

$$\min_{\boldsymbol{\omega}_P} \boldsymbol{\omega}_P^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\omega}_P \tag{2.2}$$

i förhållande till

$$\boldsymbol{\omega}_P^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\mu} + \left(1 - \boldsymbol{\omega}_P^{\mathrm{T}} \mathbf{1}\right) \cdot R_f = \overline{R}_P \tag{2.3}$$

Detta minimeringsproblem är möjligt att lösa genom en Lagrangefunktion

$$\zeta = \boldsymbol{\omega}_P^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\omega}_P + \lambda\left(\overline{R}_P - \boldsymbol{\omega}_P^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\mu} - \left(1 - \boldsymbol{\omega}_P^{\mathrm{T}} \mathbf{1}\right) \cdot R_f\right) \tag{2.4}$$

som deriveras med avseende på $\boldsymbol{\omega}_P$ och derivatan sätts till noll.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \boldsymbol{\omega}_P} = 2\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\omega}_P - \lambda\left(\boldsymbol{\mu} - R_f \mathbf{1}\right) = 0 \tag{2.5}$$

Genom att skapa ett ekvationssystem av ekvationerna 2.3 och 2.5 och lösa ut $\boldsymbol{\omega}_P$ erhålls ett uttryck för portföljvikterna:

$$\boldsymbol{\omega}_P = \frac{\left(\overline{R}_P - R_f\right) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \left(\boldsymbol{\mu} - R_f \mathbf{1}\right)}{\left(\boldsymbol{\mu} - R_f \mathbf{1}\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \left(\boldsymbol{\mu} - R_f \mathbf{1}\right)} \tag{2.6}$$

2.2 Prediktion av varians-kovariansmatrisen

För att prediktera varians-kovariansmatrisen, $\boldsymbol{\Sigma}$, används en EWMA-modell, Exponentially Weighted Moving Average modell. EWMA-modeller är exponentiellt viktade varians- och kovariansfunktioner. EWMA-modeller ger nyare sampel större påverkan på det slutliga resultatet än äldre sampel.

Den EWMA-modell som används i denna uppsats är hämtad från Introductory econometrics for finance av Brooks [6]. Modellens ekvation är

$$\hat{\sigma}_{ij}(t) = (1 - \lambda) \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \left(R_i(t-k) - \overline{R}_i\right)\left(R_j(t-k) - \overline{R}_j\right), \tag{2.7}$$

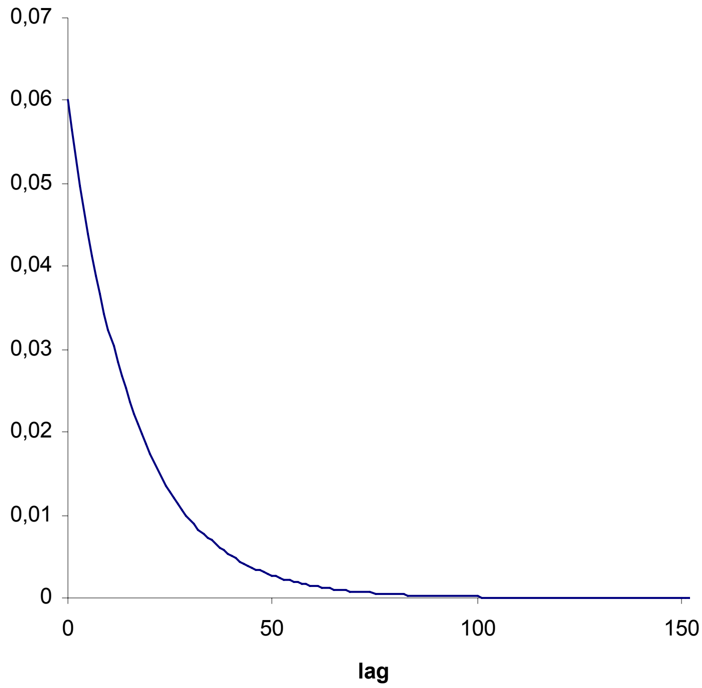
där λ är reduktionsfaktorn, *t* är tid och *k* är lag-faktorn.

Det är möjligt att unikt bestämma denna faktor men RiskMetrics rekommenderar ett värde på 0.94 [6, 8].

Genom att plocka ut den exponentiella viktningen ur ekvation 2.7

$$(1-\lambda)\lambda^k = (1-0.94)\cdot 0.94^k \tag{2.8}$$

och plotta den i ett diagram är det möjligt att se hur kurvan avtar med stigande lag-värd. Kurvan visar tydligt att nyare värden kommer att ha en högre vikt än äldre värden. De kommer därmed att ha en större påverkan på varians-kovarians-matrisen än vad äldre värden kommer att ha, se figur 2.2.



Figur 2.2. Diagrammet visar hur viktningen i EWMA-modellen avtar med ökat lag-värde.

Kurvan visar att vikterna konvergerar mot noll med ökad lag. Efter cirka 100 dagar har kurvan konvergerat mot noll. Det kan vara rimligt att välja ett lag-värde på 150, eftersom kurvan har kommit mycket när noll vid 100 och genom att lägga till 50 kommer kurvan ytterlige närmare noll.

Genom att sätta in konstanternas värde i ekvation 2.7 blir ekvationen:

$$\hat{\sigma}_{ij}(t) = (1-0.94)\sum_{k=0}^{150} 0.94^k \left(R_i(t-k) - \overline{R}_i\right)\left(R_j(t-k) - \overline{R}_j\right) \tag{2.9}$$

2.3 De adaptiva och statiska strategierna

För att undersöka den adaptiva strategin behövs en referensstrategi som jämförelseobjekt. Denna strategi kallas för den statiska strategin.

Båda portföljerna har som mål att nå den önskade årsavkastning på 15 %.
De enskilda tillgångarnas förväntade dagsavkastning som används av den adaptiva strategin borde skattas dagligen precis som varians-kovariansmatrisen. Men det finns inget större stöd för att det skulle vara möjligt att finna eller detektera dagliga variationer i den genomsnittliga dagsavkastningen [2]. Därför hanteras tillgångarnas förväntade dagsavkastning som konstanter under hela investeringsperioden. Dessa konstanter skattas genom bootstrapping och placeras i vektorn $\boldsymbol{\mu}$. Det innebär att båda strategierna använder samma värden på tillgångarnas förväntade dagsavkastning.
Som verktyg används MATLAB för att utvärdera strategierna och programkoden finns i Appendix C.

2.3.1 Adaptiva strategin

Den adaptiva strategin beräknar dagligen den betingade varians-kovariansmatrisen. Denna matris används som en prediktion av morgondagens varians-kovariansmatris och används som en prediktion av morgondagens situation. Utifrån denna prediktion beräknas dagligen nya portföljvikter och portföljen justeras i enlighet med de nya vikterna.

2.3.2 Statiska strategin

Den statiska strategin beräknar endast varians-kovariansmatrisen en gång vid investeringsperiodens början. Strategin använder sig av samma beräkningsmetod som den adaptiva strategin. Det innebär att de senaste 150 dagarna ligger till grund för beräkning av matrisen. Utifrån den beräknade matrisen bestämmes strategins portföljvikter och de behålles konstanta under hela investeringsperioden.

2.4 Bootstrap

Bootstrap används för att beskriva egenskaperna hos variabler och parametrar som skattas utifrån empirisk data. Metoden är lämplig att använda då fördelningsfunktionen, $F_X(x)$, för den empiriska datan är okänd.
Med bootstrap och den beräkningskraft som moderna datorer besitter är det numera möjligt att genomföra försök som annars inte vore möjliga. Bootstrap används inom många olika discipliner, från naturvetenskap och teknik till ekonomi [6, 9].

Bootstrap tar inte hänsyn till några inbördes samband i den empiriska datan, som t.ex. autokorrelation. Om det finns någon form av beroende mellan samplena upphör detta samband när bootstrapmetoden används. För att hantera data som har ett inbördes beroende finns det olika modifierade bootstrapmetoder, t.ex. moving block bootstrap [6].
I denna uppsats tas ingen hänsyn till eventuell inbördes beroende mellan samplena i de empiriska tidsserierna, utan den vanliga bootstrapmetoden används.
Bootstrap används i uppsatsen för att bestämma väntevärdet för de olika indexens avkastningsserier.

2.4.1 Tillvägagångssätt

Att använda bootstrap för att bestämma avkastningsseriernas väntevärde är enkelt. Antag en empirisk dataserie med slumpmässiga sampel, $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$, som erhållits t.ex. genom experiment, vars fördelningsfunktion, F_X, är okänd. För att skatta väntevärdet μ och dess konfidensintervall behövs en estimator för väntevärdet μ. Låt

$$\hat{\mu} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots x_N}{N} \tag{2.10}$$

vara denna estimator.

Zoubir [9] beskriver i sex steg bootstrap-proceduren för att beräkna konfidensintervallet för ett medelvärde.

1. **Experiment**
   Experiment genomförs och data samlas in. I det här fallet finns det inget kontrollerat experiment utan data har hämtas från verkligheten i form av index.

Den insamlade datamängden, $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$, består av N sampel.

2. **Resampling**
   Från dataserien, X, dras N sampel som skapar en ny data serie,
   $X^* = \{x_1^*, \quad x_2^* \quad \cdots \quad x_N^*\}$

3. **Beräkna bootstrapskattningen, μ^*, av medelvärdet**
   Beräkna $\mathrm{E}[X^*] = \hat{\mu}^*$

4. **Repetera steg 2 och 3**
   Repeterar steg två och steg tre L gånger så att totalt L bootstrapskattningar erhålls och bildar en skattningsserie, $\hat{\mu}^* = \{\hat{\mu}_1^* \quad \hat{\mu}_2^* \quad \cdots \quad \hat{\mu}_L^*\}$.

5. **Approximera $\hat{\mu}$:s fördelning**
   Sortera alla bootstrapskattningarna från lägsta värde till högsta värde, $\hat{\mu}_1^* \le \hat{\mu}_2^* \le \cdots \le \hat{\mu}_L^*$. Genom att plotta den sorterade serien i ett histogram är det möjligt att få en uppfattning om hur $\hat{\mu}$:s täthetsfunktion kan tänkas se ut.

6. **Beräkna konfidensintervallet**
   Konfidensintervallet $(\hat{\mu}_{q_1}^*, \hat{\mu}_{q_2}^*)$ bestäms genom att beräkna positionerna för den nedre respektive övre gränsen i den sorterade vektorn med bootstrapskattningar.
   Nedre positionen för ett x-procentigt konfidensintervall är

$$q_1 = \frac{L * \alpha}{2} \tag{2.11}$$

där $\alpha = 1 - \dfrac{x}{100}$.
Den övre positionen är

$$q_2 = L - q_1 + 1 \tag{2.12}$$

Genom att beräkna bootstrapskattningarnas, $\hat{\mu}^* = \{\hat{\mu}_1^* \quad \hat{\mu}_2^* \quad \cdots \quad \hat{\mu}_L^*\}$, medelvärde så erhålles ett medelvärde som ligger inom konfidensintervallet. Detta värde används i underökningen som indexets/tillgångens väntevärde för den förväntade dagsavkastning.

2.5 Utvärdering

För att utvärdera den adaptiva strategin i förhållande till den statiska strategin används Sharpe-ratio-förhållandet mellan portföljens genomsnittliga över-avkastning och portföljrisk. För varje enskilt år under investeringsperioden beräknas portföljernas Sharpe-ratio.

Sharpe-ratio är ett mått som mäter förhållande mellan en portföljs genomsnittliga överavkastning i förhållande till portföljrisken. Överavkastning är skillnaden mellan portföljavkastningen och den riskfria räntan. Sharp-ratio-måttet säger hur hög den genomsnittliga överavkastningen har varit i förhållande till en enhet risk. Det innebär att portföljer med ett högre Sharpe-ratio-värde är att föredra framför portföljer med lägre värde.

Det matematiska sambandet är enligt följande:

$$SR_P = \frac{\overline{R}_P - R_f}{\sigma_P} \tag{2.13}$$

Risken mäts som portföljens standardavvikelse.
Den dagliga överavkastningen blir

$$Z_P(t) = R_P(t) - R_f(t) \tag{2.14}$$

där $R_f(t)$ är den dagligen förändrade riskfria räntan. Det innebär att den genom-snittliga överavkastningen är

$$\overline{Z}_P = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} Z_P(k) \tag{2.15}$$

och Sharpe-ratio blir

$$SR_P = \frac{\overline{Z}_P}{\sigma_P} \tag{2.16}$$

3 Empirisk data

Kapitlet behandlar den empiriska data som används i uppsatsen.

3.1 Icke riskfria tillgångar

Som icke riskfria tillgångar används branschindex (sektorsindex) från NASDAQ OMX Stockholm och kursdatan är hämtad från deras hemsida. Indexen är prisindex och för dem gäller att eventuella utdelningar inte återinvesteras, utan indexet återspeglar endast underliggande tillgångars kursrörelser [10]. Index hanteras i uppsatsen som om de vore helt vanliga aktier som kan köpas och säljas över en börs. Genom att använda tio branschindex istället för enskilda aktier kommer man bort ifrån urvalsproblemet med att finna lämpliga aktier.

Indexen som används är:

OMX Stockholm Consumer Discretionary PI, SX25PI
OMX Stockholm Consumer Staples PI, SX30PI
OMX Stockholm Energy PI, SX1010PI
OMX Stockholm Financials PI, SX40PI
OMX Stockholm Health Care PI, SX35PI
OMX Stockholm Industrials PI, SX20PI
OMX Stockholm Information Technology PI, SX45PI
OMX Stockholm Materials PI, SX1510PI
OMX Stockholm Software PI
OMX Stockholm Telecommunicat Services PI, SX50PI

All empirisk data som används, inklusive den riskfria räntan, är hämtade mellan den första handelsdagen 1998 till sista handelsdagen 2008.

Avkastningsserierna beräknas genom

$$R_i(t) = \frac{P_i(t)}{P_i(t-1)} - 1 \tag{3.1}$$

Tidsserierna från perioden mellan 1998.01 och 2008.12 inkluderar IT-kraschen i millenniets början och den pågående finanskrisen fram till och med årsskiftet 2008/2009. Dessa händelser är möjliga att se i indexen, deras avkastningsserier och varians, se diagram B.1, B.2 och B.3.
Genom att titta på dessa kurvor går det att dra slutsatsen att volatiliteten mellan 2003/2004 och fram till 2008 generellt var låg med ett allmänt undantag för 2006. För åren 2003 och fram till och med 2006 var de förväntade dagsavkastningarna positiva för alla indexen, med undantag för år 2004 då två index hade negativ förväntad dagsavkastning. Trenden med positiv förväntad dagsavkastning bröts år 2007 då endast fyra index hade positiv förväntad dagsavkastning, se tabell 3.1.

OMX Stockholm	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Consumer Discretionary PI	0,169	0,192	-0,173	0,117	-0,074	0,065	0,084	0,094	0,092	0,015	-0,143
Consumer Staples PI	-0,011	0,019	0,039	0,182	0,098	0,028	0,031	0,075	0,118	0,032	-0,136
Energy PI	-0,331	0,140	-0,055	0,404	-0,015	0,307	0,109	0,368	0,088	-0,043	-0,170
Financials PI	0,057	0,091	0,106	-0,075	-0,143	0,125	0,083	0,105	0,098	-0,024	-0,219
Health Care PI	0,069	0,020	0,128	0,012	-0,133	0,093	-0,041	0,172	0,074	-0,095	-0,054
Industrials PI	-0,044	0,162	-0,026	-0,013	-0,097	0,103	0,074	0,149	0,114	0,041	-0,217
Information Technology PI	0,185	0,437	-0,043	-0,161	-0,506	0,292	0,188	0,120	0,018	-0,179	-0,082
Materials PI	-0,050	0,190	-0,059	0,100	-0,030	0,062	0,010	0,081	0,154	-0,065	-0,245
Software PI	0,010	0,222	-0,147	-0,213	-0,381	0,199	0,099	0,187	0,028	-0,050	-0,273
Telecommunicat Services PI	0,358	0,280	-0,217	-0,002	-0,117	0,119	-0,005	0,045	0,125	0,073	-0,168

Tabell 3.1. Förväntad dagsavkastning i procent för åren 1998 – 2008.

Korrelationen mellan avkastningsserierna visar att OMX Stockholm Consumer Staples PI och OMX Stockholm Energy PI har minst samvariation med andra index och OMX Stockholm Financials PI och OMX Stockholm Industrials PI har mest samvariation med andra index, se Tabell 3.2.

	Consumer Discretionary	Consumer Staples	Energy	Financials	Health Care	Industrials	Information Technology	Materials	Software	Telecommunicat Services
Consumer Discretionary	1,000	0,335	0,269	0,663	0,393	0,660	0,479	0,584	0,486	0,515
Consumer Staples	0,335	1,000	0,231	0,392	0,286	0,398	0,218	0,402	0,243	0,247
Energy	0,269	0,231	1,000	0,316	0,215	0,354	0,196	0,369	0,243	0,198
Financials	0,663	0,392	0,316	1,000	0,491	0,798	0,580	0,698	0,549	0,584
Health Care	0,393	0,286	0,215	0,491	1,000	0,479	0,319	0,439	0,306	0,316
Industrials	0,660	0,398	0,354	0,798	0,479	1,000	0,530	0,774	0,523	0,517
Information Technology	0,479	0,218	0,196	0,580	0,319	0,530	1,000	0,444	0,604	0,537
Materials	0,584	0,402	0,369	0,698	0,439	0,774	0,444	1,000	0,460	0,439
Software	0,486	0,243	0,243	0,549	0,306	0,523	0,604	0,460	1,000	0,523
Telecommunicat Services	0,515	0,247	0,198	0,584	0,316	0,517	0,537	0,439	0,523	1,000

Tabell 3.2. Korrelation mellan avkastningsserierna (hela serierna).

3.1.1 Väntevärde beräknat genom Bootstrap

De förväntade dagsavkastningarna som används av de båda strategierna skattas som tidigare nämnts genom bootstrapskattning av väntevärdet. Resultatet från denna skattning finns sammanställt i tabell 3.3. Diagram B.4 i appendix B visar tillgångarnas enskilda bootstrapskattningar plottade som histogram.

Varje bootstrapskattning har använts sig av 10 000 omsamplingar av indexens avkastningsserier. MATLAB-koden för bootstrapskattningen finns i appendix C.

	95 % konfidensintervall	**E[μ] [%]**
Consumer Discretionary	(-0,024; 0,103)	0,040
Consumer Staples	(-0,003; 0,091)	0,044
Energy	(-0,037; 0,185)	0,073
Financials	(-0,040; 0,080)	0,019
Health Care	(-0,032; 0,077)	0,022
Industrials	(-0,034; 0,081)	0,023
Information Technology	(-0,089; 0,135)	0,024
Materials	(-0,042; 0,069)	0,014
Software	(-0,116; 0,056)	-0,029
Telecommunicat Services	(-0,040; 0,131)	0,046

Tabell 3.3. Sammanställning av indexens förväntade dagsavkastning, som skattas genom bootstrapning.

3.2 Riskfri tillgång

Som riskfri tillgång används två olika räntebärande tillgångar. För den statiska referensportföljen hämtas räntesatsen från den svenska statsoligationen med 10

års löptid vid årsskiftet 1998/1999. Denna räntestats är 4.26 % och används under hela investeringsperioden.
Till den adaptiva portföljen används som rörlig riskfri ränta STIBOR T/N. Ränteutveckling kan följas i diagram 3.1.

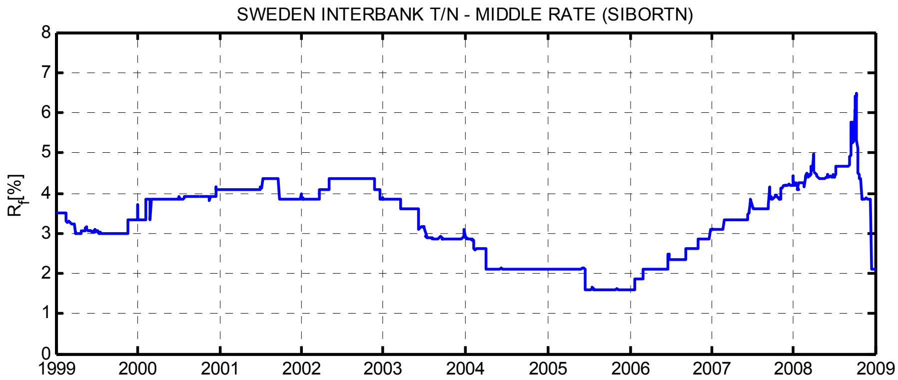


Diagram 3.1. Ränteutvecklingen för Stibor T/N mellan 1998 och 2009.

Båda räntorna är hämtade från DataStream och har där följande beteckningar:

SWEDEN BOND YIELD GOVT.10 YR(ECON) - MIDDLE RATE (SWEGLTB)
SWEDEN INTERBANK T/N - MIDDLE RATE (SIBORTN)

4 Resultat och analys

Kapitlet redogör för hur strategierna har utvecklats under investeringsperioden ur risk-, avkastnings- och Sharpe-ratio-perspektiv.

4.1 Portföljrisk

Båda strategiernas portföljrisk varierar under investeringsperioden. Den statiska strategins risk varierar betydligt mer och är under visa perioder betydligt högre än den adaptiva strategins risk, se diagram 4.1. Speciellt gäller det de första åren fram till och med mitten av 2004 och även år 2008.

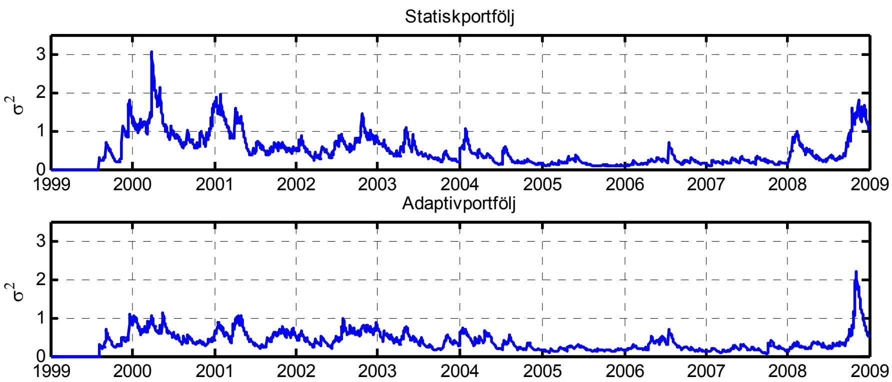


Diagram 4.1. Volatilitet. Avkastningens varians beräknad enligt EWMA-metoden med 150 dagars minne.

Den direkta orsaken till att den adaptiva strategin har en lägre och mindre varierande risk under dessa år beror på att strategin dagligen justerar portföljsammansättningen så att portföljrisken minimeras.

Att statiska strategins risk är högre under de första fyra åren syns även i dagsavkastningens varians, se diagram 4.2. Den adaptiva portföljen ligger stabilt på en nivå något över 0.5, medan den statiska portföljens varians är minst 20 % högre, och som högst över 100 % högre än den adaptiva portföljens.

Därefter sjunker och konvergerar strategiernas dagsavkastningsvarians och under några år är också den adaptiva portföljens dagsavkastningsvarians högre än den statiska portföljen. Det kan förklaras med att den adaptiva strategin, som predikterar den betingade varians-kovariansmatrisen och justerar portföljvikterna, kommer nära den verkliga marknadssituationen men når inte den exakt, vilket den statiska strategin lyckas med bättre. Att detta kan inträffa är troligtvis inget som en investerare kan förutse, eftersom det inträffar först efter fyra år. Det får anses vara en ren tillfällighet, men det är intressant att beakta. Med andra ord så kan en statisk portfölj efter några år åter igen bli en riskmässigt optimal portfölj.

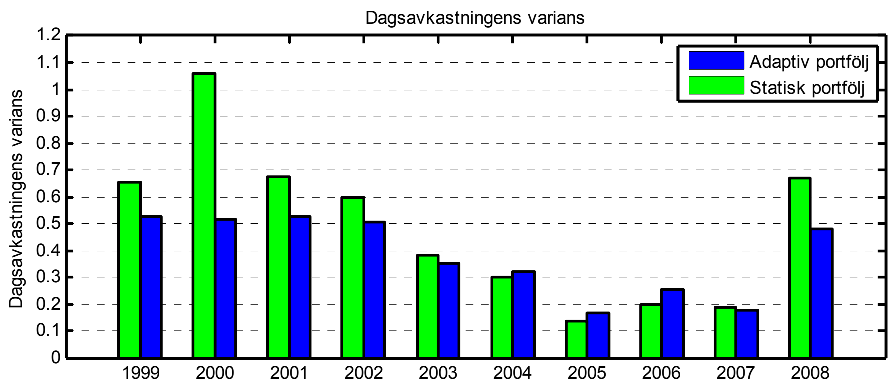


Diagram 4.2. Dagsavkastningens varians.

Sammanfattningsvis har den adaptiva strategin generellt en lägre portföljrisk som varierar mindre än den statiska portföljens dito. Detta visar på att den adaptiva strategin är bättre än den statiska genom att den adaptiva strategin dagligen minimerar portföljrisken och kan därmed hålla risken på en relativt låg och stabil nivå under hela investeringsperioden.

4.2 Portföljavkastning

Portföljavkastningen för de båda strategierna har olika mönster, men som påminner om varandra. Strategiernas avkastning varierar mer under de inledande åren, för att sedan stabiliseras, se diagram 4.3, 4.4 och 4.5.
Den statiska portföljen ger negativ avkastning under längre perioder än vad den adaptiva portföljen gör, vilket får genomslag på den statiska strategins förväntade

dagsavkastning och årsavkastning. Det gäller speciellt åren 2000, 2003 och 2005 då både den förväntade dagsavkastningen och årsavkastningen är negativa.

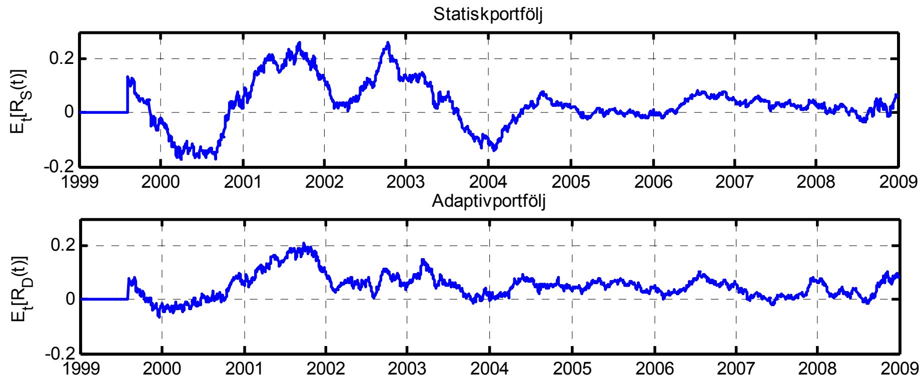


Diagram 4.3. Dagsavkastningen som glidande medelvärde 150 dagar.

Under investeringsperiodens första inledande år varierar den förväntade dagsavkastningen och årsavkastningen, se diagram 4.4 och 4.5. Denna trend håller i sig för den statiska strategin hela investeringsperioden ut. För den adaptiva strategin är trenden en annan. Efter de inledande åren stabiliseras den förväntade dagsavkastningen och årsavkastningen, och förblir så investeringsperioden ut.

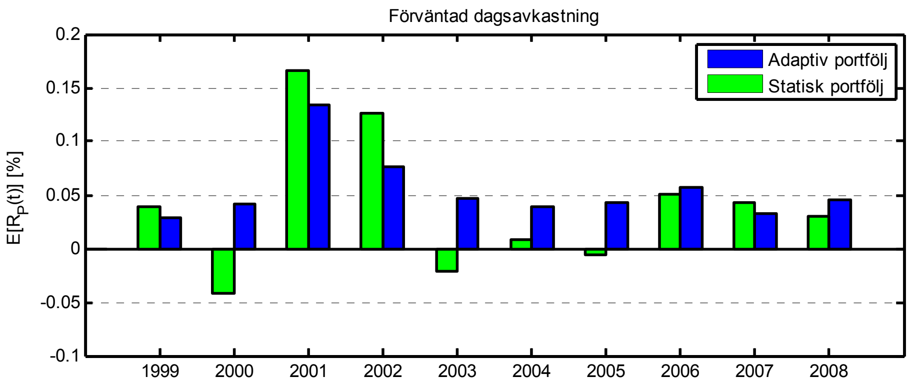


Diagram 4.4. Förväntad dagsavkastning i procent.

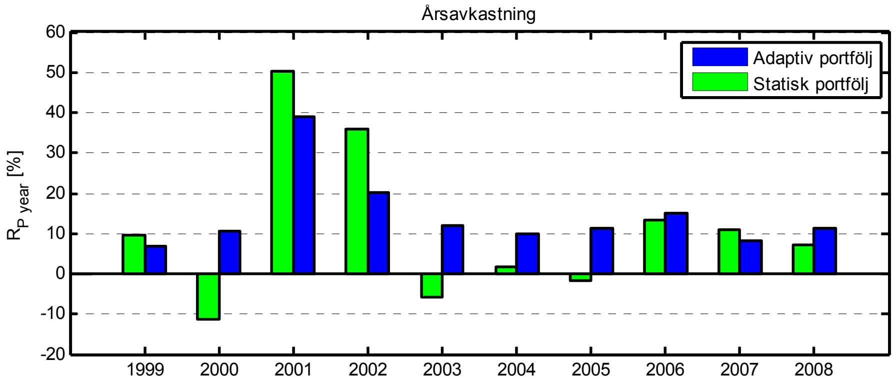


Diagram 4.5. Strategiernas årsavkastning i procent.

	$R_{P-Year} \leq 0$	$0 < R_{P-Year} \leq 15$	$15 < R_{P-Year}$
Adaptiv portfölj	0	7	3
Statisk portfölj	3	5	2

Tabell 4.1. Sammanställning över hur många år som portföljerna har presterat sämre än noll %, mellan noll och 15 % och bättre än 15 %

Den önskade årsavkastningen för portföljstrategierna är 15 %, vilket tidigare nämnts. Strategierna presterar endast tre respektive två år med en årsavkastning som är högre än 15 % och den statiska portföljen ger dessutom negativ årsavkastning under tre år, se tabell 4.1.

Trots att det endast är under tre år som den adaptiva portföljen ger en högre avkastning än 15 % blir den genomsnittliga årsavkastningen 14.4 % per år, vilket är fyra procent under den önskade årsavkastningen. Motsvarande för den statiska portföljen är 11.1 % per år vilket är hela 26 % under den önskade årsavkastningen. Avkastningsmässigt får det anses att den adaptiva strategin varit en bra strategi som är klart bättre än den statiska strategin.

4.3 Sharpe-ratio

Sharpe-ratio är ett prismått på risk. Måttet mäter överavkastning i förhållande till standardavvikelsen, dvs överavkastningen i förhållande till en enhet risk. Det betyder att den portfölj med det högsta Sharpe-ratio-värde är att föredra framför portföljer med lägre värde.

Den statiska strategins portfölj har under investeringsperioden haft en mycket varierande avkastning och risk. Som tidigare nämnts har strategin genererat tre år med en negativ avkastning, vilket innebär negativ överavkastning.

Den adaptiva portföljen har också haft en avkastning och varians som varierat, men betydligt mindre och årsavkastningen har alltid varit positiv.

Diagram 4.6 visar Sharpe-ratiot för varje enskilt år. Sharpe-ratiot har varierat mellan åren och den statiska referensportföljen har under tre år haft negativa Sharpe-ratio-värden. Den adaptiva portföljen har däremot alltid haft positiva Sharpe-ratio-värden.

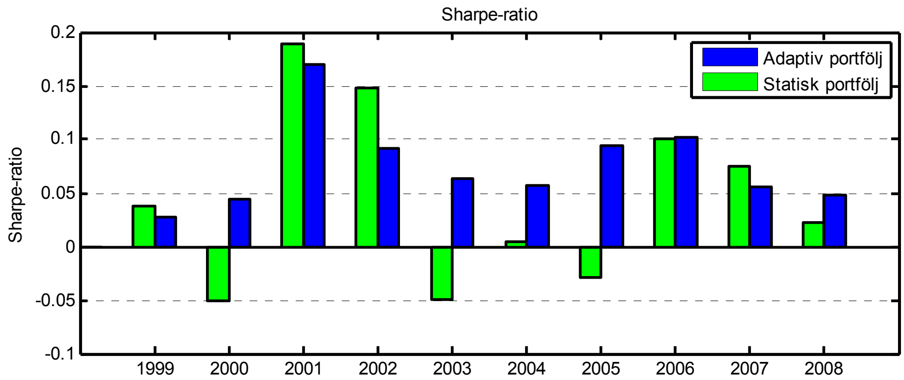


Diagram 4.6. Portföljstrategiernas Sharp-ratio.

Under fem av investeringsperiodens tio år har den adaptiva strategin haft en högre avkastning per enhet risk än den statiska referensstrategin. Situationen har varit det omvända under fyra år. År 2006 var Sharpe-ratiot för portföljerna i praktiken lika. Se tabell 4.2 nedan.

Sharpe-ratio förhållanden			**Antal år**
Adaptiv portfölj	>	Statisk portfölj	5
Statisk portfölj	>	Adaptiv portfölj	4
Adaptiv portfölj	≈	Statisk portfölj	1
Adaptiv portfölj	>	0	10
Statisk portfölj	<	0	3

Tabell 4.2. Portföljernas Sharpe-ratio förhållanden

Sharpe-ratio-analysen visar att den adaptiva strategin är bättre. Det beror på att strategin alltid har givit en positiv överavkastning och därmed alltid ett positivt Sharpe-ratio-värde, vilket inte varit fallet för den statiska strategin. Vidare har den adaptiva strategin under fler år haft ett Sharpe-ratio-värde som varit bättre än den statiska portföljens dito. Detta visar på att den adaptiva portföljen är att föredra då den anpassar sig till en föränderlig marknadssituation och ger i detta fall en positiv överavkastning.

4.4 Övrigt

Värt att notera är att den genomsnittliga dagsavkastningen för den adaptiva portföljen fortsätter att vara positiv under andra halvan av 2008 och att den dessutom stiger. Det sker samtidigt som NASDAQ OMX Stockholmsbörsen sjunker kraftigt.

Diagram 4.7 visar utvecklingen för den statiska och adaptiva portföljen och som jämförelse används OMX Stockholm PI.

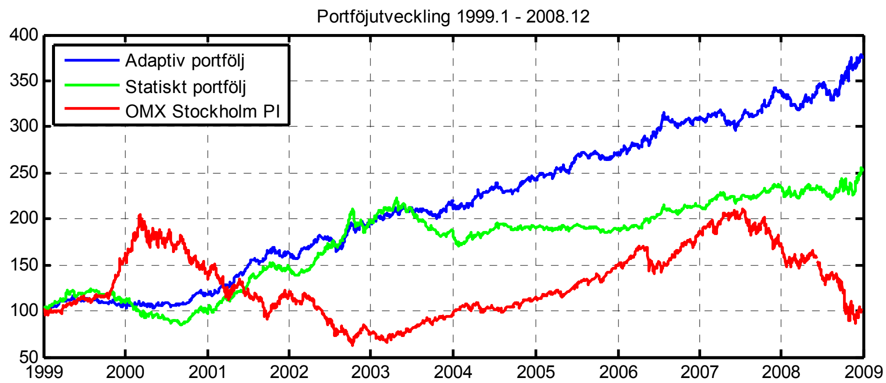


Diagram 4.7. Strategiernas portföljutveckling under perioden 1999.01 till 2008.12.

Medan OMX Stockholm PI som helhet inte har förändrats under investeringsperiodens 10 år så har den adaptiva portföljen haft en jämn och bra utveckling. Portföljen har under investeringsperioden ökat med över 250 %. Den statiska portföljen har under samma tidsperiod ökat med 150 %. Strategiernas portföljer följer varandra relativt nära, men under 2003 förändras marknadssituationen på ett sådant sätt att den statiska portföljens goda utveckling avstannar. Under de efterföljande åren ökar portföljen med ungefär 25 %. Det är till och med sämre än vad OMX Stockholm PI utvecklas med under denna period. Den har ökat med över 30 %.

5 Slutsats och diskussion

Kapitlet redogör för dragna slutsatser och diskuterar undersökningen och vad som kan vara intressant att studera och undersöka i framtiden.

Undersökningen visar att det är lönande och meningsfullt att välja en strategi som dagligen minimerar portföljrisken då investeringen sker i tillgångar av samma tillgångsklass och investeringsperioden är tio år.

Den adaptiva strategin har förmåga att genom prediktion av morgondagens betingade varians-kovariansmatris skapa en portfölj med låg och stabil risk som samtidigt ger en god avkastning. Detta visar sammanställningen av portföljernas Sharpe-ratio-värden, se kapitel 4. Den adaptiva strategin visar också att den relativt väl kan hantera förändrade marknadssituationer och samtidigt ge en genomsnittlig årsavkastning på 14.4 %, vilket är något under den önskade avkastningen på 15 %.

Den statiska strategin, med fasta portföljvikter tappar kontakten med ”verkligheten” då tidsavståndet till den senaste och enda beräkningen av portföljvikterna ökar. Det innebär att denna strategi efter några år kan få slumpmässiga förändringar i årsavkastning och risk. Vissa år kan den statiska strategin vara bättre och under andra år sämre. Detta fenomen kan ses i diagram 4.6 som visar att Sharpe-ratiot varierar mer för den statiska strategin än för den adaptiva strategin, och har under några år negativt värde.

5.1 Diskussion

5.1.1 Transaktionskostnad

Undersökning har utgått från att det inte finns någon form av transaktionskostnad vid justering av den adaptiva strategins portföljvikter. Vid verklig börshandel finns det normalt någon form av transaktionskostnad.
Införandet av transaktionskostnaderna kommer att förändra bilden av den adaptiva strategin. Strategin kommer därmed att ge en minskad avkastning vilket innebär att portföljens Sharpe-ratio förändras och minskar. Införandet innebär också att beräkningarna blir mer komplexa.

Ett liknande problem är beskattning av reavinster. Reavinstbeskattningen påverkar portföljernas årsavkastning vilket kommer att påverkar förhållande mellan de två strategierna. Hur det påverkar har inte undersökts men är intressant att reda ut.

5.1.2 Datum

Andra faktorer som påverkar det slutliga resultatet är hur den riskfria räntan hanteras över helger och dagar då ingen aktiehandel förekommer. I dataunderlaget har dessa dagar bara tagits bort. Om det skall vara helt korrekt borde räntan räknas om, så att tidsserierna blir räntemässigt riktiga. Men eftersom det endast rör sig några enstaka dagar per år så har det troligen endast mycket marginell inverkan på det slutliga resultatet.

5.1.3 Bootstrap

Undersökningen använder sig av verkliga tidsserier vid analys av strategiernas förhållande sinsemellan. Genom att göra bootstrapsimuleringar av strategierna och utvärdera utfallet torde det vara möjligt att få ett bättre och ett mer vetenskapligt resultat.
Detta är något som är intressant att gå vidare med i en framtida undersökning. Men troligen kommer inte resultatet att förändras i någon större utsträckning, men det bör undersökas.

5.2 Framtida forskning

I framtida forskning vore det intressant att byta ut indexen i den adaptiva strategin mot riktiga aktier samt införa transaktionskostnader och reavinstbeskattning. Det är tänkbart att det finns olika typer av transaktionskostnader beroende på vilken typ av investerare det är som investerar. Därför är det intressant att undersöka hur olika kostnadsmodeller, som t.ex. fasta eller rörliga transaktionskostnader påverkar en riskminimerande strategi.

Appendix: A Referenser

[1] Gonzáles-Rivera, Gloria; Lee, Tae-Hwy; Mishra, Santosh (2004): Forecasting volatility: A reality check based on option pricing, utility function, value-at-risk and predictive likelihood. *International Journal of Forecasting*, 20 (2004) 629-645

[2] Fleming, Jeff; Kirby, Chris; OstDiek, Barbara (2001): The economic value of volatility timing. *The Journal of Finance*, 56 (2001) 329-352

[3] Fleming, Jeff; Kirby, Chris; OstDiek, Barbara (2002): The economic value of volatility timing using "realized" volatility. *Journal of Financial Economics*, 67 (2003) 473-509

[4] Gomes, Francisco (2006): Exploiting short-run predictability. *Journal of Banking and Finance*, 31 (2007) 1427-1440

[5] de Pooter, Michiel; Martens, Martin; van Dijk, Dick (2008): Predicting the daily covariance matrix for S&P 100 stocks using intraday data – But which frequency to use?. *Econometric Reviews*, 27 (1-3) 199-229

[6] Brooks, Chris (2002): Introductory econometrics for finance. Cambridge University Press, 442

[7] Campbell, John; Lo, Andrew; MacKinlay, Craig (1997): The econometrics of financial markets. Princeton University Press, 186-187

[8] Hull, John C. (2003): Options, futures and other derivatives. Prentice Hall/Pearson Education, 375

[9] Zoubir, Abdelhak M. (1999): The Bootstrap: A Powerful Tool for Statistical Signal Processing with Small Sample Sets. Phoenix, Arizona: 1999 IEEE international conference on acoustics, speech, and signal processing.
URL: http://www.nt.tu-darmstadt.de/nt/fileadmin/spg/research_projects/bootstrap/boottut.pdf
Verifierad: 2009-05-25
URL: http://www.nt.tu-darmstadt.de/nt/index.php?id=227
Verifierad: 2009-05-25

[10] NASDAQ OMX Group, Inc: OMX indexfamilj. NASDAQ OMX Group, Inc.
URL: http://www.omxnordicexchange.com/produkter/index/OMX_index/OMX_Index_family/
Verifierad: 2009-01-14

Appendix: B Diagram

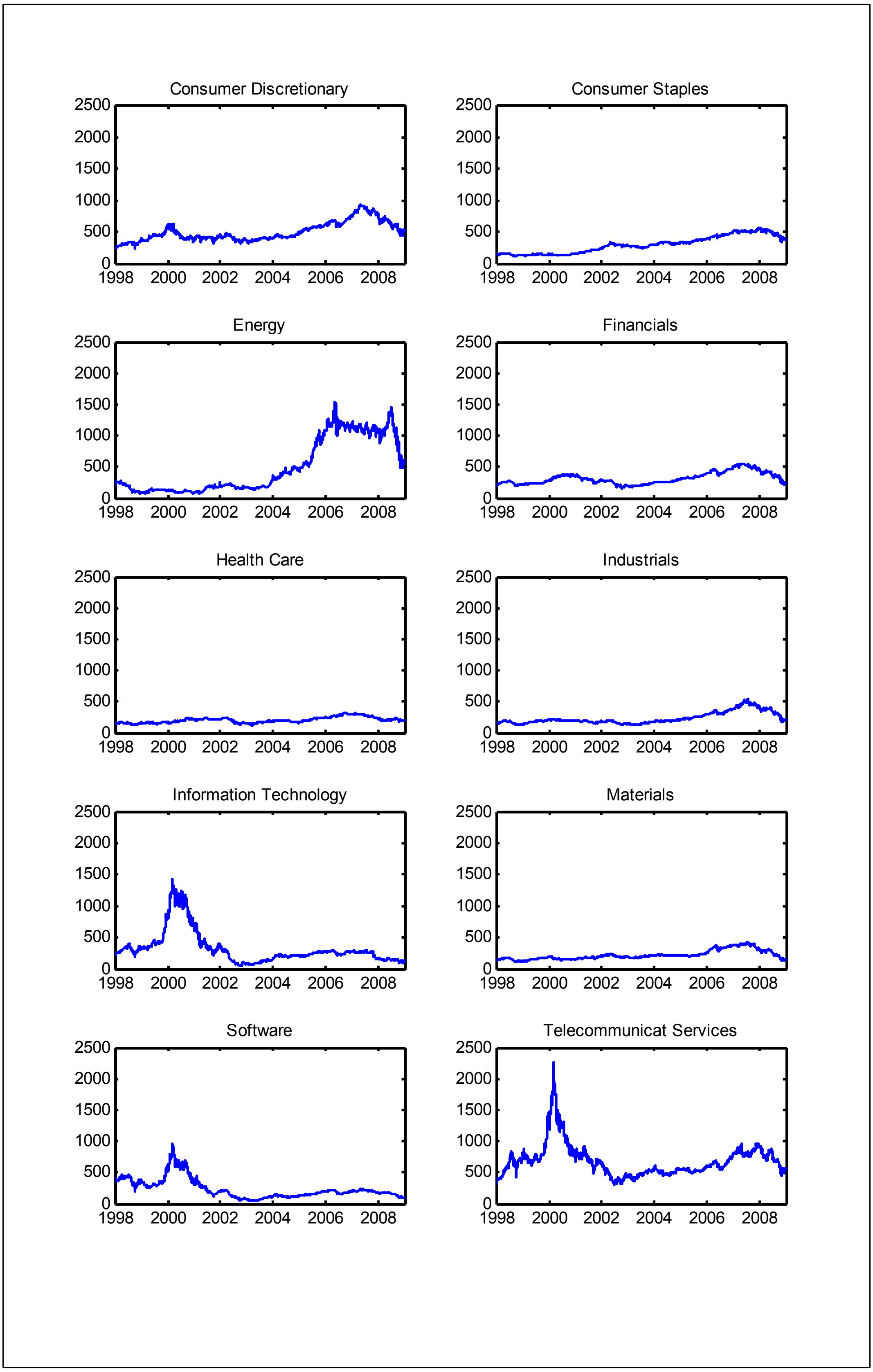


Diagram B.1. Branschindex, OMX Stockholm. Indexen är prisindex.

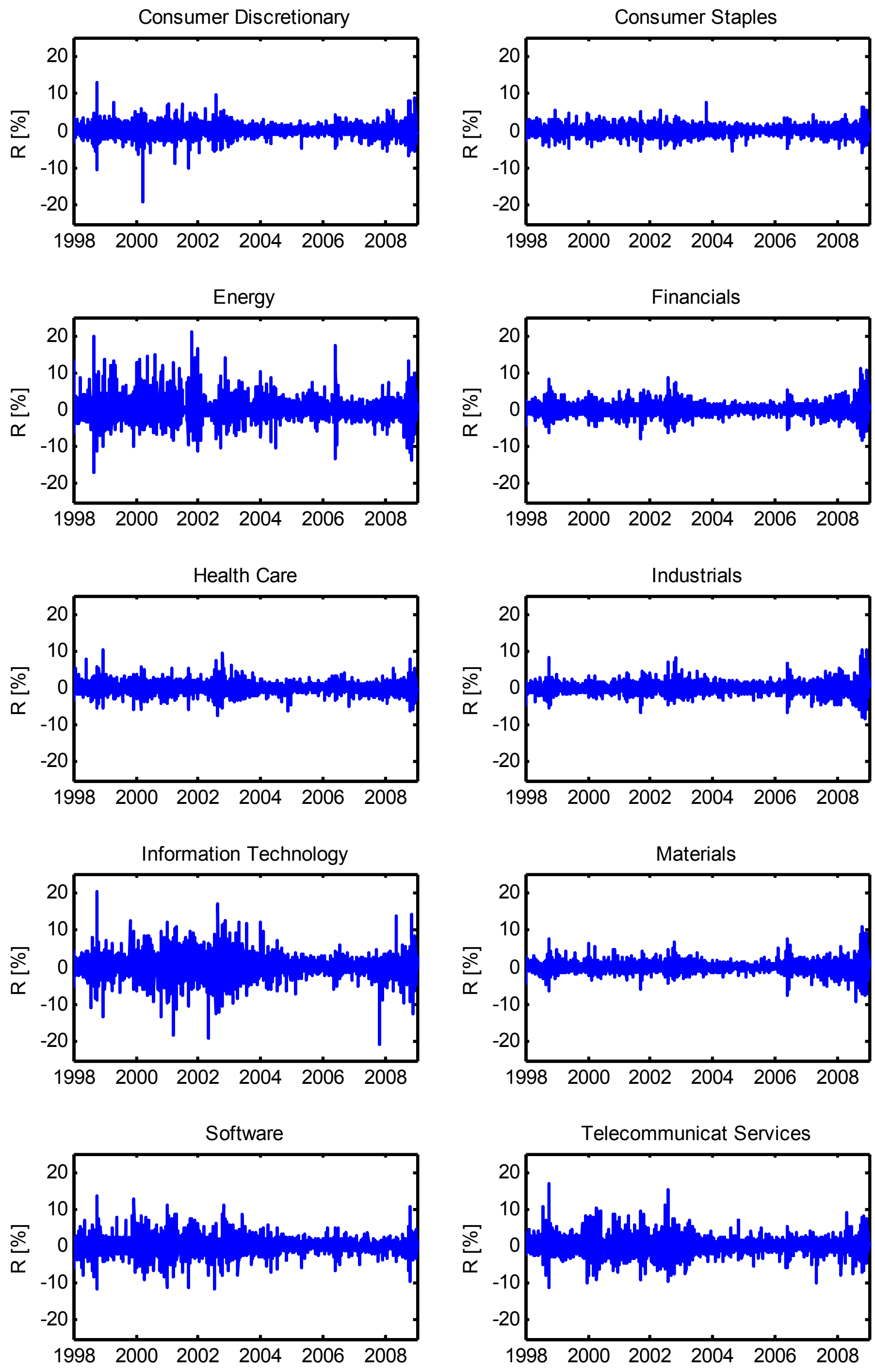


Diagram B.2. Branschindexens avkastningsserier.

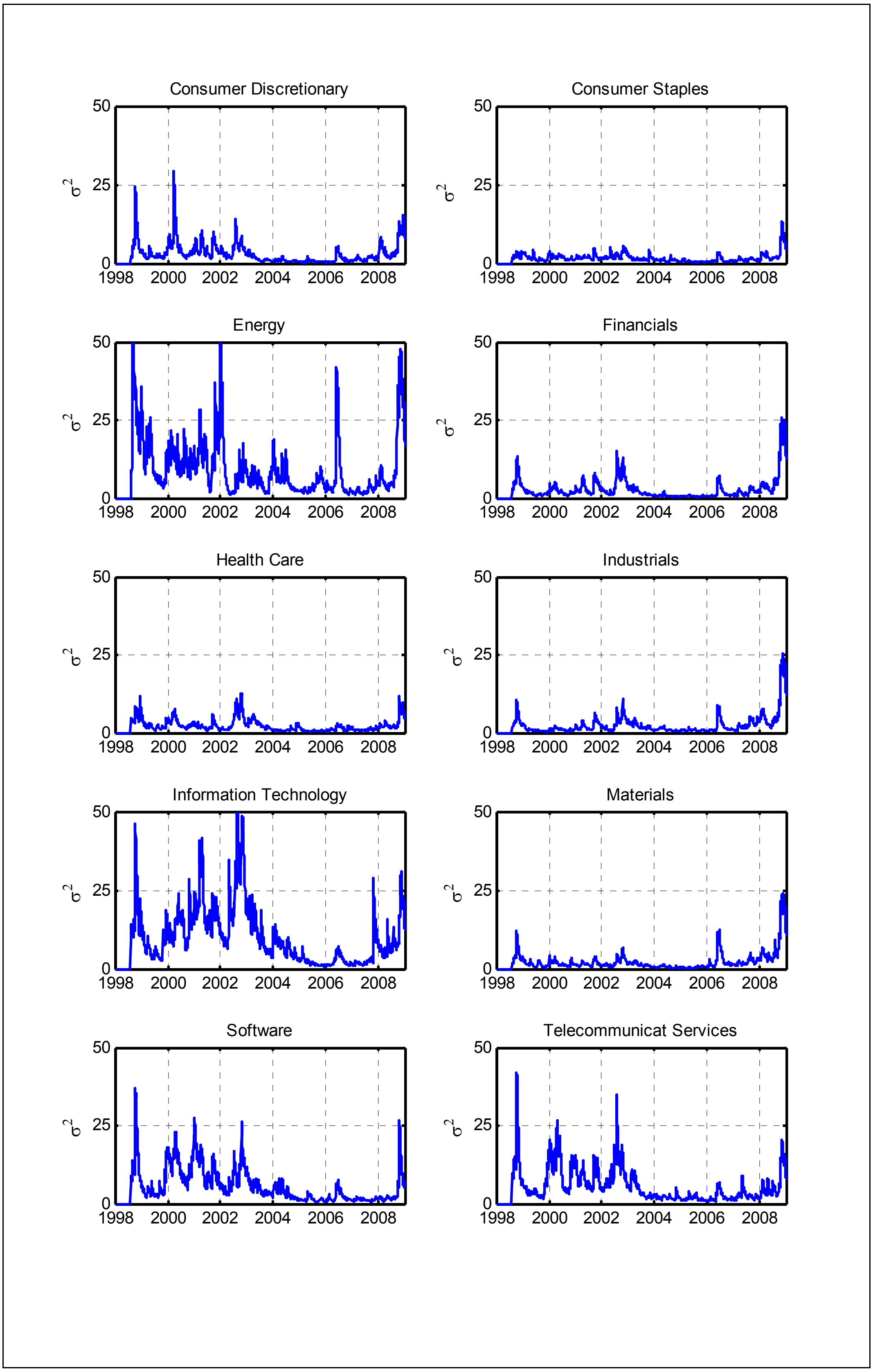


Diagram B.3. Estimerad varians för branschindexen beräknad med EWMA-metoden

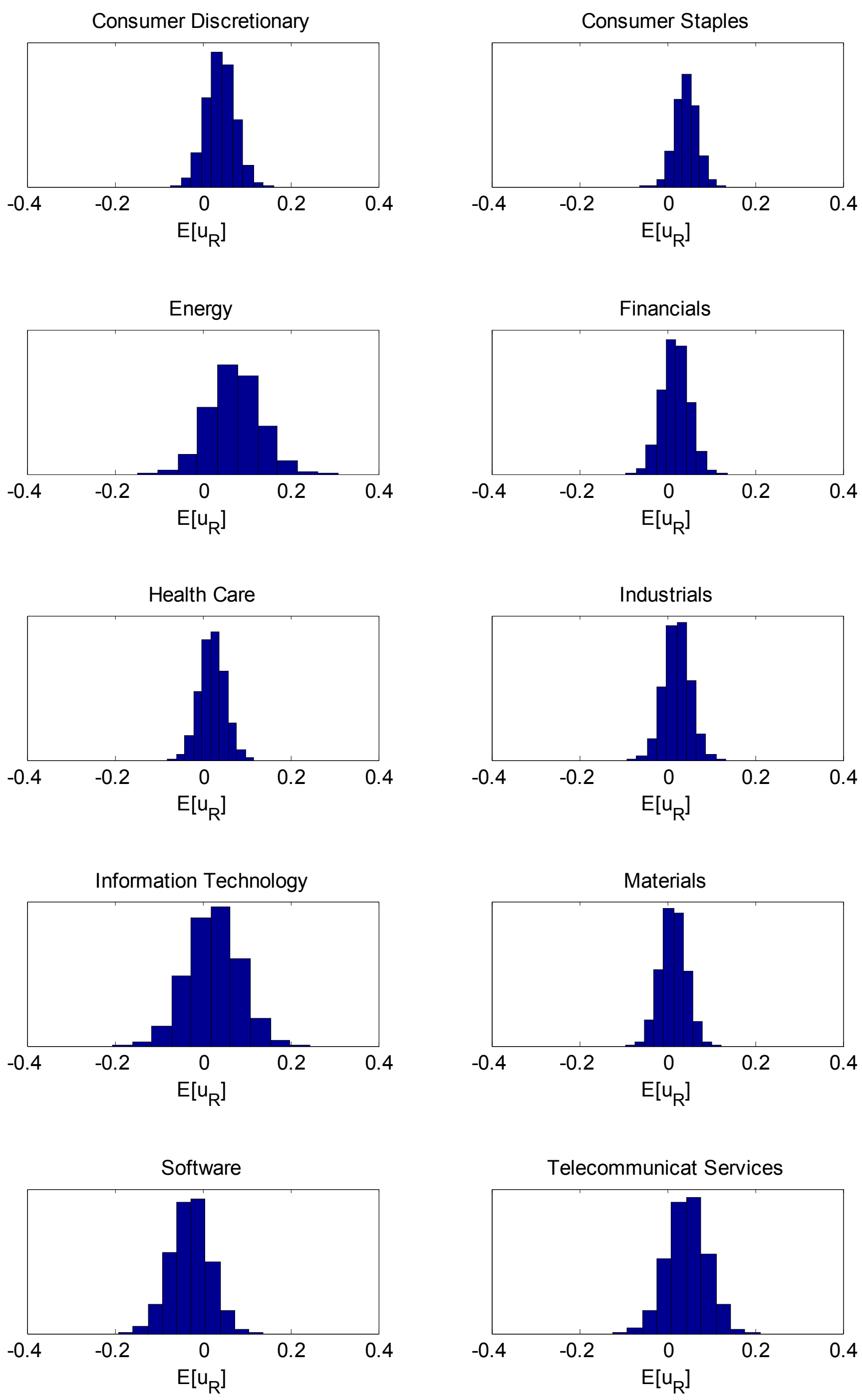


Diagram B.4. Histogram på bootstrapskattning av de förväntade dagsavkastningarna.

Appendix: C Matlabkod

C.1 Matlab-kod för bootstrapskattningen

```
% -------------------------------------------------------------------------
%
% Bootstrap
%
% -------------------------------------------------------------------------
clear;                  % Rensar minnet

% -------------------------------------------------------------------------
% Hämtar data från excel-dokument
% -------------------------------------------------------------------------
[N, T] = xlsread('OMX-data_10.xls');
data = N(:, 1: end - 1);
clear N;                % Tar bort variablen från minnet
clear T;                % Tar bort variablen från minnet

% -------------------------------------------------------------------------
% Beräknar den dagliga avkastningen för de enskilda tillgångarna
% -------------------------------------------------------------------------
r = zeros(size(data));  %preallokering

for i = 2: 1: size(data, 1)
    for j = 1: 1: size(data, 2)
        r(i, j) = data(i, j) / data(i - 1, j) - 1;
    end
end
clear data;

r = r(2:end,:);         % Tar bort första positionen eftersom värdet är 0

% -------------------------------------------------------------------------
% Bootstrap
% -------------------------------------------------------------------------
N = 10000;              % 10 000 dragningar eller omsamplingar
T = size(r,1);
R = zeros(T,10);        % preallokering

for n = 1 : 1: N
     for i = 1: 1: T
        R(i,:) = r(fix(rand * T) + 1,:);
     end
    uR(n,:) = mean(R);
end
```

```
uR = uR * 100;

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräknar konfidensintervallet för väntevärdet
% ------------------------------------------------------------------------
uR = sort(uR);           % sorterar vektorn uR
alfa = 0.05;             % 95% konfidensintervall (1 - 0.95 = 5)

q1 = N * alfa / 2        % beräknar positionen i vektorn för nedre gränsen
q2 = N - q1 + 1          % beräknar positionen i vektorn för övre gränsen

U_low = uR(fix(q1), :)   % konfidensintervallets nedre gräns
U_up = uR(fix(q2), :)    % konfidensintervallets övre gräns

U_medel = mean(uR)       % Beräknar vektorn uR:s medelvärdet
```

C.2 Matlab-kod för EWMA-modellen

```
% ------------------------------------------------------------------------
%
%   EWMA
%   Exponential weighted moving average model för varians-kovariansmatris
%
% ------------------------------------------------------------------------

function [sigma] = EWMA(lamda, r, r_mean)
N = size(r);

sigma = zeros(N(2)); % preallocation

for i = 1: 1: N(2)
    for j = 1: 1: N(2)
        for n = 0: 1: N(1) - 1
            sigma(i,j) = sigma(i,j) + (1 - lamda) * lamda^(n - 1) *...
                (r(N(1) - n, i) - r_mean(i)) *...
                (r(N(1) - n, j) - r_mean(j));
        end
    end
end

end
```

C.3 Matlab-kod för den statiska strategin

```
% ------------------------------------------------------------------------
%
% Statisk portfölj
%
% ------------------------------------------------------------------------

clear;                  % Rensar minnet

% ------------------------------------------------------------------------
% Hämtar data från excel-dokument
% ------------------------------------------------------------------------
[N, T] = xlsread('OMX-data_10.xls');
date = T(2:end, 1);
data = N(:, 1:end - 2);
rf = N(:, end - 1);
rf = rf / 100;

% ------------------------------------------------------------------------
% Läser från fil tillgångarnas väntevärden som skapats via Bootstrapping
% ------------------------------------------------------------------------
load('r_mean.mat');
r_mean = r_mean';

% ------------------------------------------------------------------------
% Initiering av konstanter
% ------------------------------------------------------------------------
lamda = 0.94;           % decay-rate
days = 365;             % Antalet räntebärande dagar per år
lag = 150;              % lag
rf = rf / days;
Rp = 0.15/days;         % Önskad förväntad avkastning
Rf = 0.0426/days;       % 10-års riskfri ränta

% ------------------------------------------------------------------------
% Söker efter och plockar ut positionerna för varje år
% ------------------------------------------------------------------------
year0 = 1998;           % Startår
i = 1;
x = strmatch(num2str(year0), date);
while x
    year(i,1) = year0;
    year(i,2) = x(1);
    year0 = year0 + 1;
    x = strmatch(num2str(year0),date);
    i = i + 1;
end
clear x;    % Raderar variablen från minnet

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräknar den dagliga avkastningen för de enskilda tillgångarna
% ------------------------------------------------------------------------
r = zeros(size(data, 1), size(data, 2));   %preallocation
for t = 2: 1: size(data, 1)
    for i = 1: 1: size(data, 2)
        r(t, i) = (data(t, i) / data(t - 1, i)) - 1;
    end
end

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräkning av varians-kovariansmatrien för år year0
% ------------------------------------------------------------------------
sigma = EWMA(0.94, r(year(2,2)-lag-1:year(2,2)-1, :), r_mean);

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräknar portföljvikterna för investeringsperioden
% ------------------------------------------------------------------------
```

```
w = (Rp - Rf) * ( inv(sigma) * (r_mean - Rf)) / ((r_mean - Rf)'  * inv(sigma) *
(r_mean - Rf));

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräknar portföljens dagsavkastning
% ------------------------------------------------------------------------
rp = zeros(year(end, 2)-1, 1);      %preallocation
for n = year(2, 2): 1: year(end, 2)-1
    rp(n) = r( n,:) * w + (1 - sum(w)) * Rf;
end

% ************************************************************************
% Sammanställer portföljens karaktär och egenskaper
% ************************************************************************
rp = rp * 100;  % konverterar avkastningen till procent
rf = rf * 100;  % konverterar räntan procent

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräkning av Sharpe-ratio per år och genomsnittlig dagsavkastning
% ------------------------------------------------------------------------
excess_return = rp - rf( 1 : end - 1);
for i = 2: 1: size(year, 1) - 1
    mean_excess_return(i) = mean(excess_return( year(i, 2) : year(i + 1 , 2) -
1));
    std_portfolio_return(i) = std( rp(year( i, 2) : year( i + 1, 2) - 1) );
    var_portfolio_return(i) = var( rp(year( i, 2) : year( i + 1, 2) - 1) );
    expected_return(i) =    mean( rp(year( i, 2) : year( i + 1, 2) - 1) );
    Sharpe_ratio(i) = mean_excess_return(i) / std_portfolio_return(i);
end

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräknar portföljens varians, som en funktion av tiden enligt EMWA
% samt genomsnittsavkastningen som ett glidande medelvärde
% ------------------------------------------------------------------------
rp_varians = zeros(size(rp));   % preallocation
for t = year(2, 2) + lag: 1:year(end, 2) - 1
    rp_varians(t) = EWMA(lamda, rp(t - lag : t), mean(rp(year(2,2):end)));
    rp_medel(t) = mean(rp(t - lag : t));
end

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräknar portföljens årliga avkastning
% ------------------------------------------------------------------------
rp = rp/100;
for i = 1: 1: size(year,1)-1
    rp_year(i) = prod( rp( year(i,2): year(i+1,2)-1)+1)-1;
end

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräknar portföljens "kursutvecklingen" mellan 1999.1 och 2008.12
% ------------------------------------------------------------------------
R = ones(size(rp))*100;

for i = 2: 1: size(rp)
    R(i) = R(i-1) * (1 + rp(i));
end
R = R';
```

C.4 Matlab-kod för den adaptiva strategin

```
%------------------------------------------------------------------------
%
% Adaptiv portfölj
%
% ----------------------------------------------------------------------

clear;                  % rensar minnet

% ----------------------------------------------------------------------
% Hämtar data från excel-dokument
% ----------------------------------------------------------------------
[N, T] = xlsread('OMX-data_10.xls');
date = T(2:end, 1);
data = N(:, 1:end - 2);
rf = N(:, end-1);
rf = rf / 100;

% ----------------------------------------------------------------------
% Läser från fil tillgångarnas väntevärden som skapats via Bootstrapping
% ----------------------------------------------------------------------
load('r_mean.mat');
r_mean = r_mean';

% ----------------------------------------------------------------------
% Initiering av konstanter
% ----------------------------------------------------------------------
days = 365;             % antalet bankdagar per år
lamda = 0.94;           % decay-faktor
lag = 150;              % lag-faktor
Rp = 0.15;              % Önskad förväntad portföljavkastning per år
Rp = Rp/days;           % önskad förväntad avkastning per dag
rf = rf/days;           % riskfri ränta per dag

% ----------------------------------------------------------------------
% Söker efter och plockar ut positionerna för varje år
% ----------------------------------------------------------------------
year0 = 1998;           % Startår
i = 1;
x = strmatch(num2str(year0), date);
while x
    year(i, 1) = year0;
    year(i, 2) = x(1);
    year0 = year0 + 1;
    x = strmatch(num2str(year0), date);
    i = i + 1;
end

% ----------------------------------------------------------------------
% Beräknar den dagliga avkastningen för de enskilda tillgångarna
% ----------------------------------------------------------------------
r = zeros(size(data));   % preallocation
for t = 2: 1: size(data, 1)
    for i = 1: 1: size(data, 2)
        r(t, i) = data(t, i) / data(t - 1, i) - 1;
    end
end

% ----------------------------------------------------------------------
% Prediktion av morgondagens varians-kovariansmatris för hela
% investeringsperioden
% ----------------------------------------------------------------------
sigma = zeros(10, 10, year(end, 2) - 1);    % preallocation
for t = year(2,2) - 1: 1: year(end, 2) - 1
    sigma(:,:, t + 1) = EWMA(lamda, r(t-lag: t, :), r_mean);
end
```

```
% ------------------------------------------------------------------------
% Beräkning av portföljvikterna w(t) för hela investeringsperioden
% ------------------------------------------------------------------------
w = zeros(year(end, 2) - 1, 10);           % preallocation
for t = year(2,2): 1: year(end,2) - 1
    w(t, :) = (Rp - rf(t)) * ( inv(sigma(:,:,t)) * (r_mean - rf(t)) ) /...
        ( (r_mean - rf(t))'  * inv(sigma(:,:,t)) * (r_mean - rf(t)) );
end

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräkning av portföljens dagsavkastning
% ------------------------------------------------------------------------
rp = zeros(year(end, 2) - 1, 1);           % preallocation

for t = year( 2, 2): 1: year(end, 2) - 1;
    rp(t) = r( t, :) * w( t, :)' + ( 1 - sum(w( t, :)) ) * rf(t);
end

% ************************************************************************
% Sammanställer portföljens karaktär och egenskaper
% ************************************************************************
rp = rp * 100;              % konverterar avkastningen till procent
rf = rf * 100;              % konverterar räntan procent
% ------------------------------------------------------------------------
% Beräkning av Sharpe-ratio per år
% ------------------------------------------------------------------------
excess_return = rp - rf( 1 : end - 1);
for i = 2: 1: size(year, 1) - 1
    mean_excess_return(i) = mean(excess_return( year(i, 2) : year(i + 1 , 2) -
1));
    std_portfolio_return(i) = std(rp(year(i, 2) : year(i + 1, 2) - 1));
    var_portfolio_return(i) = var( rp(year(i, 2) : year(i + 1, 2) - 1));
    expected_return(i) = mean( rp(year( i, 2) : year( i + 1 , 2) - 1) );
    Sharpe_ratio(i) = mean_excess_return(i) / std_portfolio_return(i);
end

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräknar portföljens varians, som en funktion av tiden enligt EMWA
% samt genomsnittsavkastningen som ett glidande medelvärde
% ------------------------------------------------------------------------
rp_varians = zeros(size(rp));               % preallocation
for t = year(2, 2) + lag: 1: size(rp, 1)
    rp_varians(t) = EWMA(lamda, rp(t - lag : t), mean(rp(year(2,2):end)));
    rp_medel(t) = mean(rp(t - lag : t));
end

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräknar portföljens årliga avkastning och varians
% ------------------------------------------------------------------------
rp = rp/100;
for i = 1: 1: size(year,1) - 1
    rp_year(i) = prod( rp( year(i, 2): year(i + 1, 2) - 1) + 1 ) - 1;
end

% ------------------------------------------------------------------------
% Beräknar portföljens "kursutvecklingen" mellan 1999.1 och 2008.12
% ------------------------------------------------------------------------
R = ones(size(rp)) * 100;                   % preallocation

for t = 2: 1: size(rp)
    R(t) = R(t - 1) * (1 + rp(t));
end
```