

STATISTISK ANALYS AV ETT CALLCENTER

MODELLERING AV INKOMMANDE SAMTAL

Författare:
Lars Jehpsson & Robin Wilisoo

1	INNEHÅLLSFÖRTECKNING	
2	Abstract.....	3
3	Inledning	4
3.1	Syfte.....	5
4	Data och systembeskrivning	6
4.1	Data.....	6
4.2	Systembeskrivning.....	7
5	Teori och Metoder	9
5.1	Teori.....	9
5.1.1	Poissonfördelningen	9
5.1.2	Exponentialfördelningen.....	10
5.1.3	Kolmogorov-Smirnovs test.....	10
5.1.4	Ljung-Box test.....	11
5.2	Tidigare forskning	11
5.3	Beräkningar.....	12
6	Resultat.....	14
7	Diskussion.....	20
7.1	Slutsatser.....	21
8	Referenser	22
9	Bilagor	23
9.1	Bilaga 1.....	24
9.2	Bilaga 2.....	30
9.3	Bilaga 3.....	34
9.4	Bilaga 4.....	36
9.5	Bilaga 5.....	40

2 ABSTRACT

Statistical theory suggests that call arrivals to a telephone exchange follow a Poisson process and that time between successive calls is exponentially distributed. Previous studies indicate that the average number of arrivals changes over time, and thus follow a time-inhomogeneous Poisson distribution. The purpose of this thesis is to assess if the characteristics of daily calls to a call center operated by ISS Facility Services AB (ISS), is consistent with statistical theory and previous studies. The methods used include the Kolmogorov-Smirnov test, computer simulation, the Ljung-Box test, and linear regression. Our results indicate that daily calls appear to be a time-inhomogeneous Poisson process, but that the time between successive calls is not always exponentially distributed. However, it is still concluded that call arrivals to ISS can be modeled as a single time-inhomogeneous Poisson process. According to our simulations, the way in which calls are transmitted between the main telephone exchange and the different call centers should skew the probability distribution to the right. Yet, the results of the simulations do not seem to be consistent with the empirical distribution. Moreover, an increased call volume might also distort the distribution.

3 INLEDNING

Ett callcenter är en inrättning där de anställda hanterar inkommande eller utgående samtal. Ledningen på centret ansvarar för bemanning och det ligger i deras och ägarnas intresse att resurserna används på bästa möjliga sätt. I ett callcenter som hanterar inkommande samtal, t.ex. en kundtjänst, vet man inte i förväg hur mycket det kommer att ringa en viss dag, man kan endast göra kvalificerade uppskattningar baserad på tillgänglig information. För att uppnå ett effektivt resursutnyttjande bör bemanning anpassas efter samtalsvolym. I ett callcenter som hanterar utgående samtal, t.ex. telefonförsäljning, finns inte samma sorts osäkerhet om framtida samtalsvolym.

För att kunna planera framtida bemanning krävs kunskaper om egenskaperna hos inkommande samtal. För det mesta går det att hitta mönster i samtalsvolymen under olika delar av dygnet, veckan och året. Det är en stor fördel för callcentret om samtal anländer med så jämn intensitet som möjligt. Kännedom om ankomstprocessen för inkommande samtal och vilken fördelning de följer gör det möjligt att bestämma sannolikheter för olika samtalsvolym. Denna information är nödvändig för att till exempel beräkna hur många telefonister som behövs för att klara en viss svarsprocent vid given belastning. Förutsatt att callcentret också har kännedom om betjäningstid och andra relevanta variabler kan bemanning ske på ett optimalt sätt.

Statistisk teori gör gällande att inkommande samtal till en telefonväxel följer en Poissonprocess (Gans et al 2003, ss. 79-141). Antalet samtal under en given tidsperiod blir då poissonfördelad. Tankegångarna bakom detta antagande är följande: [1] det finns många personer som kan tänkas ringa till callcentret, [2] sannolikheten är liten att alla ringer samtidigt, och [3] samtliga personer beslutar om de ska ringa eller inte oberoende av varandra. Det kan emellertid finnas situationer då dessa antaganden inte håller, t.ex. när konsumenter påverkas av en tv-reklam, om upptagetsignaler ger upphov till omedelbara uppringningar eller när ett visst callcenter blir överbelastat så att samtal momentant förs över till ett annat callcenter.

I den här uppsatsen kommer vi att analysera inkommande samtal till ett callcenter i Sydsverige. Callcentret drivs av ISS Facility Services AB (ISS) och hanterar flera kunder. Vi har fått möjlighet att fokusera på ett av deras uppdrag som gäller färdtjänstbeställningar i Stockholms län. På ISS har man observerat att samtal från detta uppdrag anländer med väldigt växlande intensitet och det finns misstankar om att dess telefonsystem inte fungerar som det är beskrivet, särskilt med hänsyn till centralväxeln i Oslo. Denna fördelar samtalen mellan olika uppdragstagare varav ISS i Malmö är en. Man har således frågeställningar kring hur inkommande samtal fördelas och hur ankomstprocessen till ISS ser ut. Med utgångspunkt ifrån detta formulerar vi uppsatsens syfte.

Den information som i första hand är tillgänglig till oss, och som vi har valt att analysera, är tidpunkten då ett samtal anländer till ISS samt i vilken kö samtalet hamnar.

3.1 SYFTE

Uppsatsens syfte är att fastställa huruvida fördelningen hos antalet inkommande samtal samt tiden mellan samtalen stämmer överens med statistiskt teori och tidigare studier på området. Vetskap om ankomstprocessen för samtalen kan sedan utnyttjas av ISS då de dimensionerar sitt eget system och sin bemanning. Vi avser även försöka avgöra om den empiriska fördelningen för inkommande samtal är förenlig med telefonsystemets struktur.

4 DATA OCH SYSTEMBESKRIVNING

4.1 DATA

Datamaterialet som analyseras i studien omfattar samtalsstatistik från en hel vecka med början torsdagen den 1 september 2011 och är hämtad direkt ifrån callcentrets telefonväxel. Totalt sett finns mer än 50 000 samtal registrerade under den studerade veckan. Växeln registrerar och sparar automatiskt statistisk data över telefontrafiken.

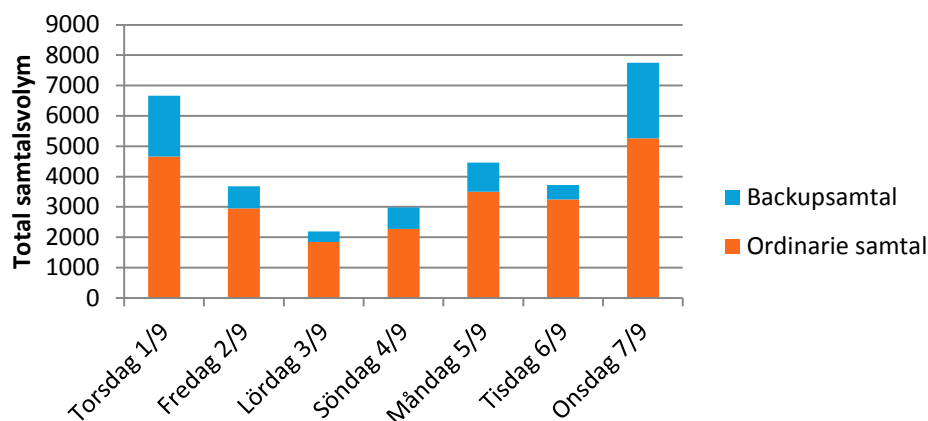
För varje ankommet samtal registreras ett unikt ID-nummer, tiden då samtalet ankom, vilken anslutning samtalet har, hur lång tid det tog innan samtalet blev besvarat m.m., totalt 17 olika mått. Varje intern omkoppling registreras dessutom som ett separat samtal.

På grund av integritetsskäl föreligger vissa restriktioner kring vilken informationsmängd som kan utnyttjas. De data som studien bygger på består därför endast av tidpunkten då ett samtal ankommer till ISS, till vilken kö samtalet ankommer samt hur många samtal som har blivit besvarade respektive icke besvarade.

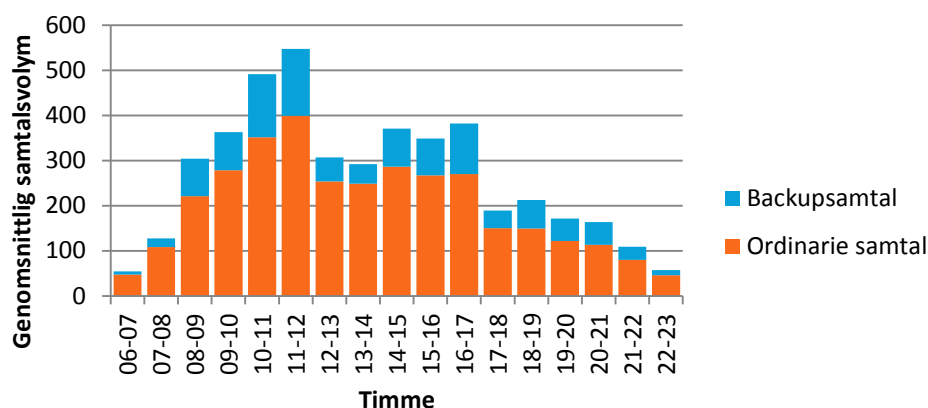
Materialet är omfattande eftersom callcentret tar emot tusentals unika samtal varje dag, varav de flesta förekommer minst två gånger, dels när de tas emot av växeln och dels när de kopplas till en telefonist.

Följaktligen behöver datamaterialet rensas från irrelevanta poster innan vidare statistisk analys kan göras. En stor del av materialet måste dessutom omformateras och behandlas ytterligare innan det går att genomföra den planerade analysen.

För att ge en överblick av materialet så illustreras samtalsvolymen med två olika figurer på nästa sida. Den första figuren (Figur 4.1) visar den totala dygnsvisa samtalsvolymen under den studerade veckan. Som synes är det färre som ringer under helgen, medan onsdag och torsdag mitt i veckan tycks vara de mest hektiska dagarna. Figur 4.2 visar den genomsnittliga samtalsvolymen för varje timme under den studerade veckan. Här framgår att tiden precis före lunch är den mest intensiva. På morgonen och kvällen är samtalsvolymen förhållandevis liten.



Figur 4.1 Daglig samtalsvolym under den studerade veckan.



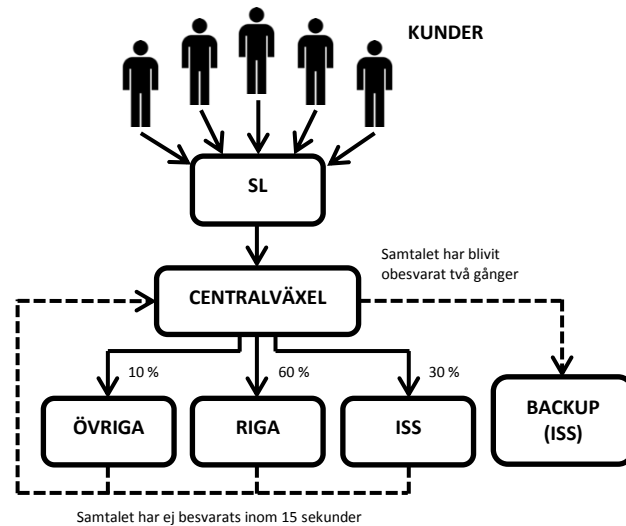
Figur 4.2 Genomsnittlig samtalsvolym per timme under den studerade veckan.

4.2 SYSTEMBESKRIVNING

När en kund ringer till färdtjänsten i Stockholm kopplas samtalet direkt vidare till en centralväxel i Oslo. På centralväxeln fördelas alla samtal till färdtjänsten procentuellt mellan ett antal olika callcenterföretag med vilka AB Stockholms Lokaltrafik har avtal. De två största är ett företag med beställningscentral i Riga samt ISS i Malmö, vilka får 60 respektive 30 procent av alla samtal. Ett fåtal mindre företag delar på övriga 10 procent.

När ett samtal från centralväxeln når ett callcenter har de 15 sekunder på sig att besvara samtalet och börja ta emot beställningen. Beroende på hur stor andel av samtalen som callcentret lyckas besvara så kan det antingen belönas med bonus eller erläggas en kvalitetsavgift. Samtal som inte blir besvarade inom den designerade tiden går tillbaka till den centrala telefonväxeln i Norge där det behandlas som ett nytt samtal och åter skickas ut till något av callcentren enligt samma fördelning som tidigare. Samtalet kan således med viss sannolikhet hamna på samma callcenter igen. Hanteringen är sedan densamma som tidigare, callcentret har åter 15 sekunder på sig att svara innan samtalet går tillbaka till växeln i Oslo.

När ett samtal når centralväxeln för tredje gången förändras dock förfarandet och istället för att på nytt slussas ut till något av callcentren som ett nytt samtal, går det till en speciell backupkö. Denna kö hanteras helt och hållet av ISS. Inkomna samtal till backupkön går inte tillbaka till centralväxeln igen, utan ligger kvar till dess att de blir besvarade eller uppringaren lägger på. För backupsamtal till skillnad från ordinarie samtal får ISS prognoser från beställaren AB Stockholms Lokaltrafik.



Figur 4.3 Schematisk beskrivning av telefonsystemet.

5 TEORI OCH METODER

5.1 TEORI

5.1.1 POISSONFÖRDELNINGEN

En vanligt förekommande sannolikhetsfördelning när man studerar inkommande samtal till en telefonväxel är Poissonfördelningen. Fördelningen beskriver sannolikheten för antalet gånger en händelse inträffar under ett visst intervall. Dessa händelser antas inträffa slumpmässigt och oberoende av varandra med en viss sannolikhet. Händelsen är i detta fall ett inkommande samtal.

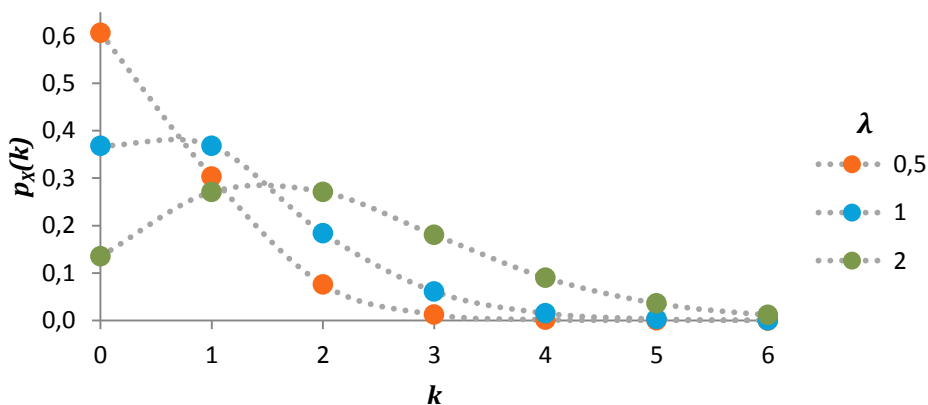
Antag att X är en Poissonfördelad variabel. [$X \in Po(\lambda)$] Då gäller att (Blom et al, 2005, s. 55)

$$p_X(k) = \frac{\lambda_{t_i}^k}{k!} e^{-\lambda_{t_i}} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad \text{Formel 5.1}$$

där
 k = antalet gånger händelsen inträffar
 λ_{t_i} = tidsberoende intensitet

$$E(X) = \lambda_{t_i} \quad V(X) = \lambda_{t_i}$$

I figuren nedan illustreras Poissonfördelningen och hur den förändras vid olika värden på parametern λ .



Figur 5.1 Sannolikhetsfunktionen för Poissonfördelningen med tre olika värden på λ

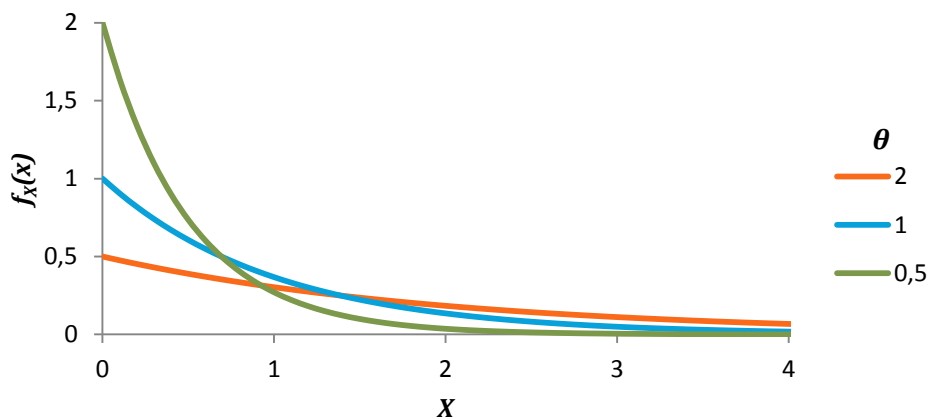
5.1.2 EXPONENTIALFÖRDELNINGEN

En annan fördelning som är relaterad till Poissonfördelningen är exponentialfördelningen. Det går att visa att om den underliggande Poissonfördelade variabeln betecknar antalet händelser som inträffar i ett visst intervall så är tiden mellan händelserna oberoende och $Exp(\theta)$ där $\theta = \frac{1}{\lambda}$ (Hogg, Tanis 2010, 144). Om den stokastiska variabeln X är exponentialfördelad [$X \in Exp(\theta)$] så gäller att (Blom et al, 2005, ss. 60-61)

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & \text{om } x > 0 \\ 0 & \text{om } x \leq 0 \end{cases} \quad \text{Formel 5.2}$$

$$E(X) = \theta \quad V(X) = \theta^2$$

I Figur 5.2 illustreras exponentialfördelningen för olika värden på θ .



Figur 5.2 Täthetsfunktionen för exponentialfördelningen med 3 olika värden på θ

5.1.3 KOLMOGOROV-SMIRNOVS TEST

Testet är icke-parametriskt och jämför en empirisk fördelning mot en hypotetisk med syftet att fastställa om fördelningarna är sammanfallande. Teststatistikan definieras som (Hogg och Tanis, 2010, ss. 461-463)

$$D_n = \sup_x [|F_n(x) - F_0(x)|] \quad \text{Formel 5.3}$$

där

D_n = den minsta övre gränsen av alla punktvisa skillnader $|F_n(x) - F_0(x)|$

$F_n(x)$ = den empiriska fördelningen

$F_0(x)$ = den hypotetiska fördelningen

Teststatistikan används för att testa hypotesen $H_0: F_n(x) = F_0(x)$ mot $H_1: F_n(x) \neq F_0(x)$. Nollhypotesen accepteras då skillnaden mellan fördelningarna är liten och D_n följaktligen är litet.

5.1.4 LJUNG-BOX TEST

Ljung-Box test prövar om observationerna i en tidsserie är okorrelerade. Teststatistikan ges av (Cryer och Chan, 2008, ss. 183-185)

$$Q = n(n + 2) \left(\frac{\hat{r}_1^2}{n - 1} + \dots + \frac{\hat{r}_K^2}{n - K} \right) \quad \text{Formel 5.4}$$

där

$n =$ stickprovsstorleken

$\hat{r}_i^2 =$ den estimerade autokorrelationen för tidsförskjutning i , $i = 1, \dots, K$

Enligt nollhypotesen är observationerna i tidsserien okorrelerade och på motsvarande sätt innebär mothypotesen att observationerna är korrelerade. Under nollhypotesen är teststatistikan approximativt χ^2 -fördelad med $K - 1$ frihetsgrader.

5.2 TIDIGARE FORSKNING

Brown et al (2005, ss. 36-50) har analyserat driftdata från ett callcenter på en bank i Israel. Deras resultat pekar på att inkommande samtal följer en inhomogen Poissonprocess, vilket innebär att intensiteten i fördelningen inte är konstant. Studien ger även ett visst stöd för att behandlingstiden för samtal är log-normalfördelat. I en liknande studie har Jongbloed och Koole (2001, ss. 307-318) modellerat inkommande samtal till ett Holländskt callcenter. Resultat ger stöd för att inkommande samtal inte följer en homogen Poissonprocess, utan en mixad Gamma-Poissonfördelning. Författarna visar även hur man beräknar prediktionsintervall för intensiteten i inkommande samtal och konstaterar att callcenter som antar att inkommande samtal följer en homogen Poissonprocess får erfara kraftigt varierande servicenivåer.

Shen et al (2007, ss. 1-6) har utvecklat en Poissonmodell som kombinerar dimensionsreducering med antagandet om en inhomogen Poissonfördelning. Syftet med studien var att ta fram en modell som kan användas för att prognosticera framtida samtalsvolym. I studien prövades modellen på inkommande samtal till ett callcenter på ett amerikanskt finansbolag. För att bedöma modellens kapacitet beräknades det kvadratiska medelvärdet och det genomsnittliga relativa felet. Modellen presterade väl med avseende på båda dessa effektivitetsmått. I en annan studie av Shen och Huang (2008, ss. 601-623) visas att dynamisk uppdatering av intensiteten i samtalsvolymen leder till en mer effektiv bemanning.

Med avsikt att effektivisera bemanningen i ett callcenter på ett brittiskt finansbolag har Antipov och Meade (2002, ss. 953-960) utvecklat en modell för prognostisering av samtalsvolym. I studien låg fokus endast på de samtal som avsåg låneansökningar. Deras resultat visade att annonskampanjer och säsongeffekter var viktiga variabler som borde inkluderas i modellen. Den slutgiltiga modellens parametrar estimerades med maximum likelihood-metoden baserat på antagandet att det dagliga antalet låneansökningar följer en negativ binomialfördelning.

Taylor (2008, ss. 253-265) har genomfört en komparativ studie med syftet att hitta användbara prognosmetoder för inkommande samtal. De metoder som jämfördes var ARIMA-modellering med säsongsvariation, periodisk autoregressiv modellering, en utvidgning av Holt-Winters exponentiella utjämning med två säsongsmässiga cykler, robust exponentiell utjämning baserat på exponentiell vägd minsta-absolutavvikelse-regression och dynamisk harmonisk regression. Resultatet av studien tyder på att ARIMA-modellering med säsongsvariation och Holt-Winters utjämning presterar oerhört väl när prognoshorisonten är 2-3 dagar. För längre prognoshorisonter var det mest fördelaktigt att använda historiska medelvärden.

5.3 BERÄKNINGAR

Med utgångspunkt i Figur 4.2 över inkommande samtal verkar det som om intensiteten i samtalsvolym förändras under dagen. Av den orsaken delar vi in materialet i 60-minuters intervall från kl. 06:00 på morgonen till 23:00 på kvällen. För att pröva om den empiriska fördelningen sammanfaller med den teoretiska används Kolmogorov-Smirnovs test för varje timme under den studerade tidsperioden. Vi prövar dels om antalet inkommande samtal är Poissonfördelade samt om tiden mellan samtalen är exponentialfördelad. Vi väljer att endast fokusera på ordinarie samtal. I det ursprungliga datamaterialet finns samtliga inkommande samtal med information om vilken tidpunkt de anlände till callcentret. Vi skapar en ny variabel som anger tiden mellan varje samtal och använder den i Kolmogorov-Smirnovtesten avseende exponentialfördelningen. Genom att beräkna hur många samtal som anländer till callcentret varje minut bildas en variabel som utnyttjas vid testet avseende Poissonfördelningen. Antagandet om oberoende prövas med Ljung-box test där testvariabeln som används är tiden mellan inkommande samtal.

Vi genomför simuleringar för att studera vilka fördelningar systemet genererar givet de kända förutsättningarna. Genom att jämföra de simulerade fördelningarna med de empiriska och undersöka skillnaden, försöker vi svara på om det finns grund att misstänka att telefonsystemet är felaktigt eller ofullständigt beskrivet. För att kunna utföra dessa behöver vi skatta totalt antal unika samtal och total andel obesvarade samtal för samtliga callcenter. I beräkningarna antar vi att sannolikheten att missa ett samtal är konstant och lika med andelen obesvarade samtal under aktuell timme. Inkommande samtal till den ordinarie kön på ISS definieras

$$ISS_{Ord} = 0,3\tau + 0,3\pi \tau \quad (5.5)$$

där

π = andel obesvarade samtal för samtliga callcenter
 τ = antal unika samtal som anländer till växeln i Oslo
 ISS_{Ord} = totalt antal ordinarie samtal till ISS

Antalet ordinarie samtal till ISS och antalet backupsamtal är kända variabler. För antalet backupsamtal (BU) gäller att

$$BU = \pi^2 \tau \quad (5.6)$$

Uttrycket för antalet ordinarie samtal till ISS kan skrivas om till

$$ISS_{ord} = 0,3 \tau \left(1 + \sqrt{BU/\tau}\right) \quad (5.7)$$

Detta blir en ekvation med lösningen

$$\tau = \left(-\left(\frac{\sqrt{BU}}{2}\right) + \sqrt{\frac{BU}{4} + \frac{ISS_{ord}}{0,3}} \right)^2 \quad (5.8)$$

Om vi förenklar det kvadrerade uttrycket får vi

$$\tau = \frac{BU}{2} + \frac{ISS_{ord}}{0,3} - \sqrt{\frac{BU^2}{4} + \frac{BU \cdot ISS_{ord}}{0,3}} \quad (5.9)$$

Andelen samtal som besvaras av ISS får vi ut direkt från det ursprungliga datamaterialet. Vi kan definiera den totala andelen obesvarade samtal som

$$\pi = \sqrt{BU/\tau} = 0,3\pi_{ISS} + 0,7\pi_{övriga} \quad (5.10)$$

där

π_{ISS} = andel obesvarade samtal för ISS

$\pi_{övriga}$ = andel obesvarade samtal för övriga callcenter

Vi ser att man med hjälp av (5.10) kan komma fram till en skattning för andelen obesvarade ordinarie samtal hos ISS:s konkurrenter

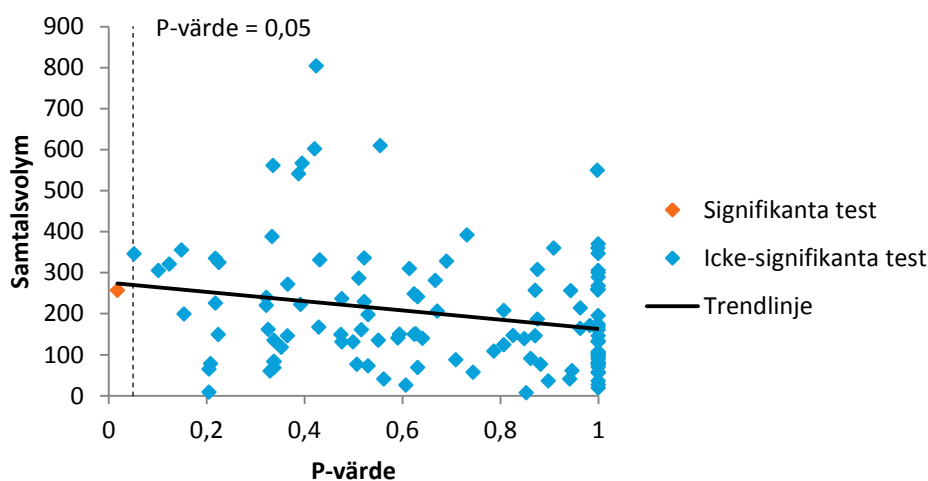
$$\pi_{övriga} = \frac{\pi - 0,3\pi_{ISS}}{0,7} \quad (5.11)$$

Simuleringarna utförs på följande sätt: [1] Vi genererar lika många exponentialfördelade slumpstal som det totala antalet unika samtal, τ , en viss timme. Vi använder samma intensitet som skattats för den aktuella timmen. [2] Vi sätter ihop talen till en tidsserie och väljer slumpmässigt ut ett antal samtal som vi räknar som missade. Detta antal ska överensstämma med observerad andel missade samtal, π . [3] De missade samtalen låter vi återkomma 15 sekunder senare i enlighet med systemets uppbyggnad. [4] Slutligen väljs de 30 procent av samtalen som kopplas vidare till ISS:s växel ut.

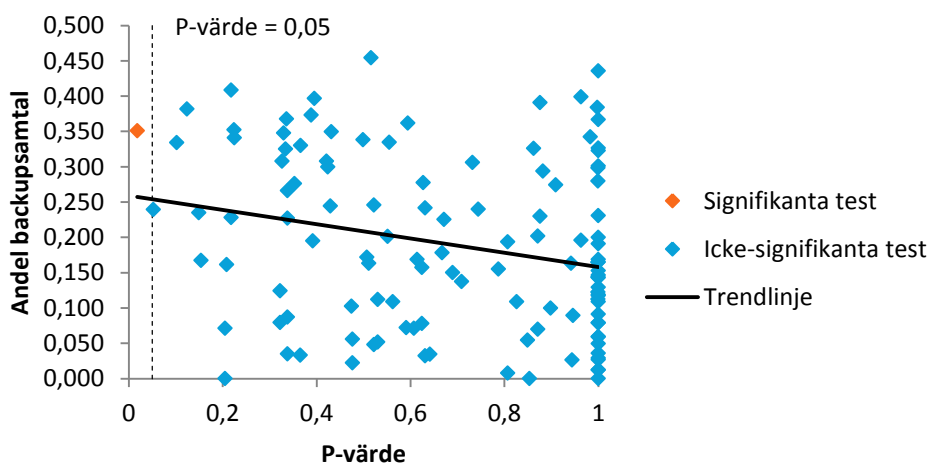
Alla beräkningar utförs i SAS, SPSS, Matlab och Excel.

6 RESULTAT

De utförda Kolmogorov-Smirnovtesten avseende Poissonfördelningen hittas i Bilaga 1. Datamaterialet omfattar 17 timmar varje dag under en hel vecka. Således får vi totalt 119 test. Då vi använder en signifikansnivå på 5 % räknar vi med att cirka 6 test får förkastas under nollhypotesen, att antalet inkomna samtal under den aktuella timmen är Poissonfördelade. Resultatet visar att nollhypotesen endast kan förkastas i ett fall. I Figur 6.1 och Figur 6.2 plottas Kolmogorov-Smirnovtestens p-värden mot samtalsvolym respektive andel backupsamtal. Vi observerar ett negativt samband mellan samtalsvolym och p-värde samt mellan backupandel och p-värde. De estimerade korrelationskoefficienterna i de båda jämförelserna är $-0,214$ respektive $-0,263$. Koefficienterna är signifikant skilda från noll. Korrelationstabellen återfinns i Bilaga 3.



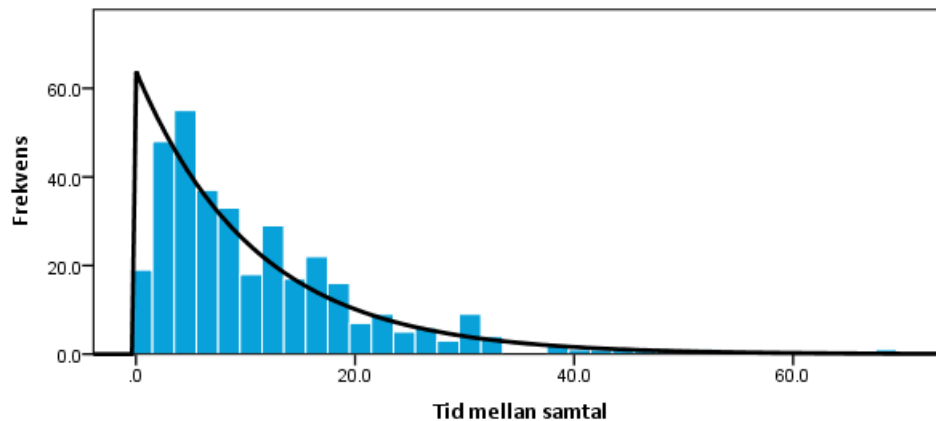
Figur 6.1 Punktdiagram. Sambandet mellan samtalsvolym och p-värde från Kolmogorov-Smirnovtesten avseende Poissonfördelningen.



Figur 6.2 Punktdiagram. Sambandet mellan andel backupsamtal och p-värde från Kolmogorov-Smirnovtesten avseende Poissonfördelningen.

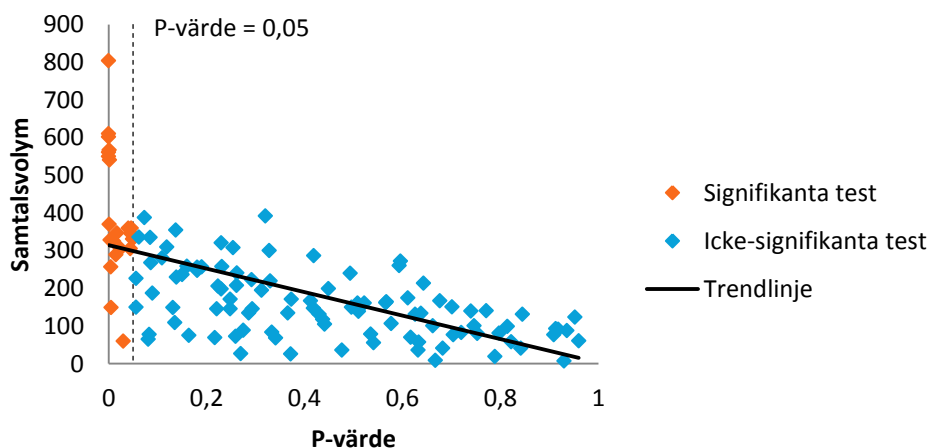
Kolmogorov-Smirnovtesten som avser exponentialfördelningen återfinns i Bilaga 1. Nollhypotesen förkastas i 21 utav 119 fall. I samtliga förkastade fall ser fördelningen för tiden mellan samtalen trots allt ungefär exponentialfördelad ut (se Figur 6.3).

Fördelningen kan även se ut att vara gammafördelad, men det visar sig att gammafördelningen generellt ger en sämre anpassningsgrad än exponentialfördelningen. Gammafördelningen har inte heller kunnat accepteras vid något av de tillfällen då exponentialfördelningen har förkastats.

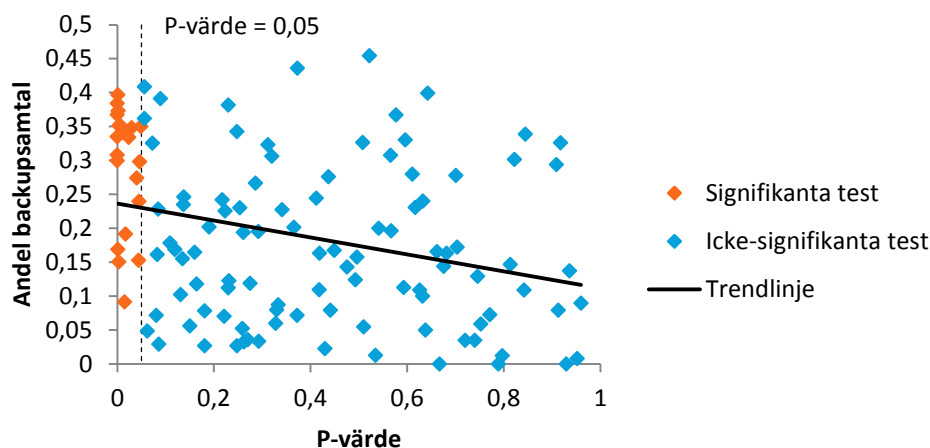


Figur 6.3 Histogram. Tid mellan samtal för onsdag 7 september, kl. 12.00–13.00. Anpassningsgradstestet avseende exponentialfördelningen har förkastats för den aktuella timmen.

I Figur 6.4 och Figur 6.5 plottas Kolmogorov-Smirnovtestens p-värden mot samtalsvolym respektive andel backupsamtal. Även dessa figurer visar på ett negativt samband mellan p-värde och samtalsvolym respektive andel backupsamtal. Korrelationskoefficienterna i stickprovet blir $-0,613$ och $-0,304$. Båda koefficienterna är signifikant skilda från noll.



Figur 6.4 Punktdiagram. Sambandet mellan samtalsvolym och p-värde från Kolmogorov-Smirnovtesten avseende exponentialfördelningen.



Figur 6.5 Punktdiagram. Sambandet mellan andel backupsamtal och p-värde från Kolmogorov-Smirnovtesten avseende exponentialfördelningen.

En linjär regressionsmodell anpassas till p-värdena från anpassningsgradstest avseende exponentialfördelningen. Modellen skrivs

$$\sqrt{pex} = \alpha + \beta_0\sqrt{ord} + \beta_1\sqrt{bu2} + \beta_2d2 + \beta_3d3 + \beta_4d4 + \beta_5d5 + \varepsilon \quad \text{Formel 6.1}$$

där

pex = p-värde från Kolmogorov-Smirnovtesten avseende exponentialfördelningen

ord = antalet ordinarie samtal till ISS

$bu2$ = andel backupsamtal

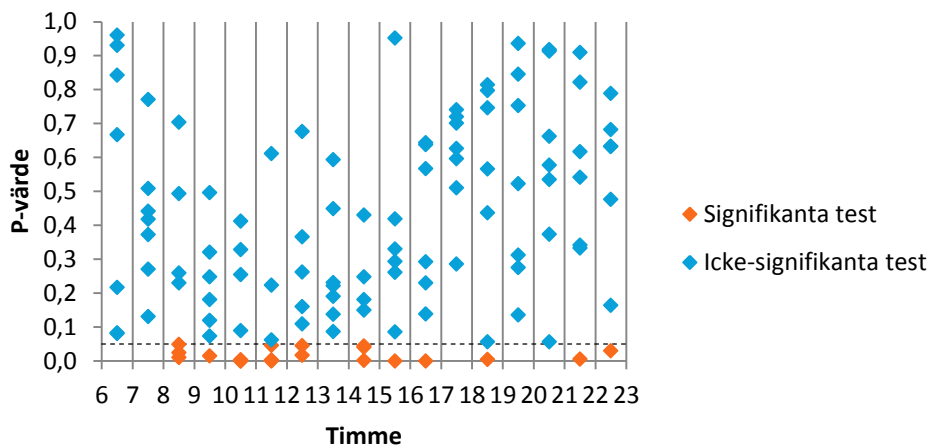
$d2$ = dummyvariabel, förmiddag(9-12) = 1

$d3$ = dummyvariabel, lunch(12-15) = 1

$d4$ = dummyvariabel, eftermiddag(15-18) = 1

$d5$ = dummyvariabel, kväll(18-23) = 1

Resultatet presenteras i Bilaga 2 och bekräftar att samtalsvolym har en signifikant negativ påverkan på fördelningens anpassningsgrad. Däremot är andel backupsamtal icke-signifikant. Dummyvariabeln för eftermiddag är signifikant, vilket innebär att tiden på dygnet påverkar anpassningsgraden. I figuren nedan illustreras hur p-värdena från Kolmogorov-Smirnovtesten avseende exponentialfördelningen varierar under dygnet. Man ser att p-värdena sjunker något under middags-timmarna när samtalsvolymen är som störst.



Figur 6.6 Punktdiagram. Sambandet mellan p-värdena från Kolmogorov-Smirnovtesten avseende exponentialfördelningen och tid på dygnet.

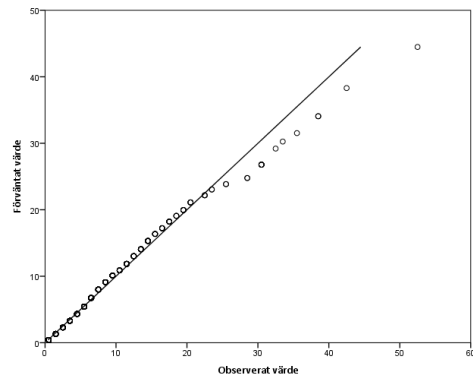
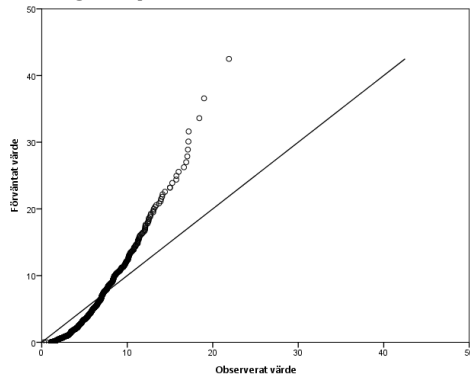
Resultaten av Ljung-Boxtesten presenteras i Bilaga 1. I 22 av 115 test förkastar vi hypotesen att observationerna är okorrelerade. Fyra test kunde inte genomföras eftersom alla förutsättningar inte var uppfyllda. De estimerade korrelationskoefficienterna mellan p-värde och samtalsvolym samt mellan p-värde och andel backupsamtal blir 0,048 respektive -0,069. Ingen av koefficienterna är signifikant skild från noll.

Q-Q-plottar för tre olika simuleringar återfinns i Figur 6.7. Vi observerar att de empiriska fördelningarna avviker från simuleringarna. I de empiriska fördelningarna finns flera observationer där tiden mellan två samtal är längre än förväntat. Detta innebär att det finns observationer för långt ut i svansen på fördelningen. Denna tendens finns hos de empiriska fördelningarna för nästan alla timmar, framför allt där anpassningsgradstesten är signifikanta. Simuleringarna däremot tenderar att ha ett annat utseende med för få observationer i båda ändarna av fördelningen. Detta mönster i simuleringarna kvarstår även när vi ändrar återkopplingstiden från 15 sekunder till 12 respektive 30 sekunder (se Bilaga 5).

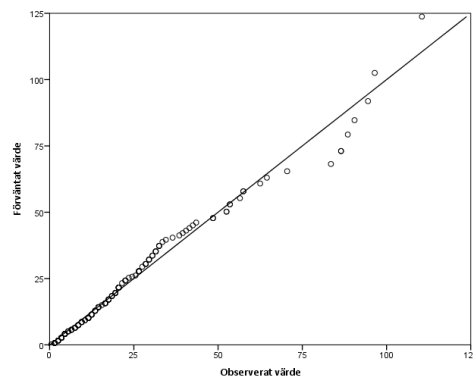
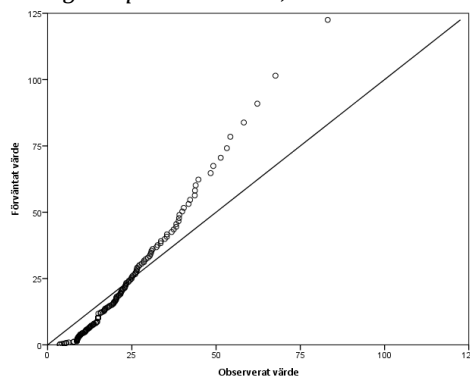
SIMULERINGAR

EMPIRISKA FÖRDELNINGAR

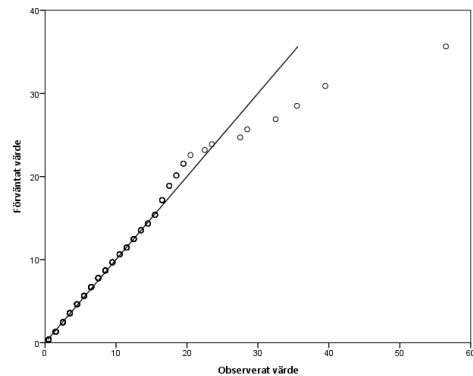
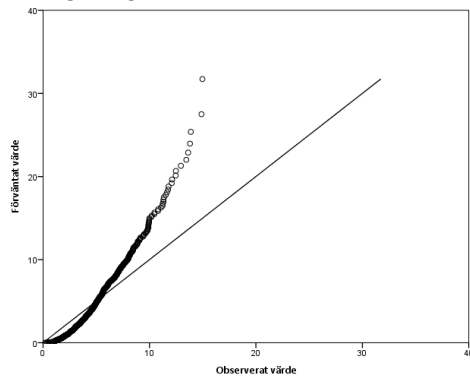
Torsdag 1 september 2011, 16.00–17.00



Lördag 3 september 2011, 16.00–17.00

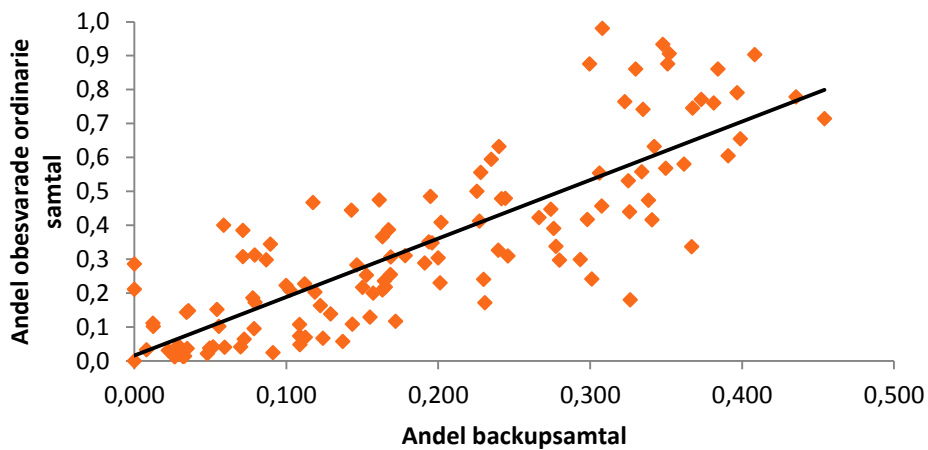


Onsdag 7 september 2011, 11.00–12.00

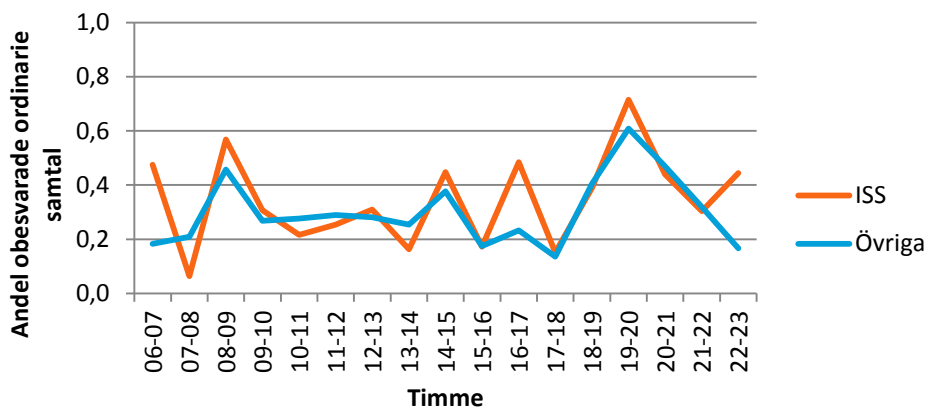


Figur 6.7 Q-Q-plottar för tiden mellan inkommande ordinarie samtal. Exponentialfördelningen är den teoretiska fördelningen. Återkopplingstiden är 15 sekunder

Skattningarna av andelen obesvarade samtal för övriga callcenter tillsammans med de faktiska andelarna för ISS finns i Bilaga 1. I Figur 6.8 nedan visas sambandet mellan andel backupsamtal och andel obesvarade ordinarie samtal. Det finns ett klart positivt linjärt samband mellan dessa båda variabler. Detta bekräftas av resultatet av korrelationsanalysen som finns i Bilaga 3. Figur 6.9 visar andelen obesvarade ordinarie samtal för ISS och övriga callcenter under måndagen 5 september 2011. Motsvarande diagram för övriga undersökta dagar hittas i Bilaga 4.



Figur 6.8 Punktdiagram. Sambandet mellan andel backupsamtal och andel obesvarade samtal.



Figur 6.9 Andel obesvarade samtal per timme måndagen 5 september 2011 för ISS respektive övriga callcenter.

7 DISKUSSION

Antagandet om oberoende mellan inkommande samtal rubbas av att centralväxeln i Oslo återkopplar samtal. Trots detta ger resultaten kraftigt stöd för att antalet inkommande samtal till ISS:s växel är Poissonfördelat. Intensiteten i fördelningen förändras fortlöpande under dagen. Det förefaller således som att inkommande samtal följer en inhomogen Poissonprocess, vilket är förenligt med tidigare studier (Brown et al, 2005, ss. 36-50). Med tanke på hur korrelerad ISS:s och övriga callcenters svarsprocent tycks vara, så gäller detta resultat sannolikt även för ISS:s konkurrenter.

Vidare kan vi i de flesta fall inte förkasta hypotesen att tiden mellan inkommande samtal är exponentialfördelad. Statistisk teori fastställer att om inkommande samtal är Poissonfördelade så är tiden mellan samtalen exponentialfördelade. Vi finner dock att en betydligt större del av testen som avser exponentialfördelningen förkastas, vilket är en aning motsägelsefullt. En tänkbar orsak till att vissa test förkastas kan vara att samtalsvolymen förändras mycket under pågående timme. Möjligen är 60 minuter en alltför lång tidsperiod att studera, på grund av att sannolikhetsfördelningens parameter ändras så mycket under perioden att testen för anpassningsgrad mot den hypotetiska fördelningen förkastas.

Vad som talar emot att denna förklaring har stor inverkan är den låga korrelationen mellan p-värdena för testen som avser exponentialfördelningen, Poissonfördelningen och autokorrelationen. Betydande intensitetsförändringar av samtalsvolymen inom samma timme torde leda till låga p-värden för alla tre typer av test. Följaktligen borde korrelationen mellan dessa variabler bli hög om detta vore en betydande orsak till att testen förkastas. Att så inte är fallet innebär dock inte att det inte finns några timmar då testen av fördelningarna förkastas till följd av just denna effekt.

Samtalsvolym och andel backupsamtal är signifikant negativt korrelerade med p-värdena från Kolmogorov-Smirnovtesten avseende exponentialfördelningen. En hög andel backupsamtal, vilket indikerar många missade och återkommande samtal, leder således till en ökad sannolikhet att fördelningen är skev. Detta resultat verkar logiskt och intuitivt riktigt. En omständighet som dock förbryllar är att korrelationen för fördelningens anpassningsgrad mot samtalsvolym är betydligt kraftigare än mot andel backupsamtal. I regressionsanalysen visar det sig att medan samtalsvolym är trestjärnigt signifikant så är andel backupsamtal icke-signifikant när man har korrigerat för samtalsvolym. Detta tycks visa att återkopplade samtal inte är den effekt som har störst förvrängande påverkan på fördelningen. Oberoendet mellan samtal rubbas följaktligen inte särskilt mycket.

Det är svårt att förklara varför ökad samtalsvolym leder till en snedvriden fördelning. En möjlig förklaring är att den egentliga fördelningen för tiden mellan samtal inte är exponentialfördelad men tillräckligt snarlik, vilket gör att det krävs många observationer för att förkasta anpassningsgradstesten. Detta kan också förklara varför de test som avser Poissonfördelningen, vilka enbart baseras på 60 observationer, inte förkastas i lika hög utsträckning som de test som avser exponentialfördelningen. En annan möjlig förklaring är att centralväxeln i Oslo fungerar sämre vid högre belastning och/eller ändrar principen för hur samtal fördelas.

De simuleringar som har gjorts visar på att sättet som systemet kring färdtjänstbokningen är uppbyggt på, leder till att sannolikhetsfördelningen för tiden mellan inkommande samtal snedvrids. De observerade fördelningarna borde se ut som de simulerade, men vi ser dock att så inte är fallet. Detta tyder på att systemet inte fungerar enligt förutsättningarna, utan det finns en eller flera okända faktorer som påverkar den observerade fördelningen, men som inte finns med i modellen.

Eftersom ISS inte hanterar inkommande samtal i första ledet och dessutom endast tar emot en andel av alla samtal, så bör de okända faktorerna finnas i ett tidigare led, d.v.s. hos SL eller centralväxeln.

7.1 SLUTSATSER

Sammanfattningsvis finner vi stöd för att egenskaperna hos inkommande samtal och tiden mellan samtalen stämmer med statistisk teori. Avvikelserna mellan de observerade fördelningarna och de teoretiska är i de flesta fall mycket små. Det är således i första hand inte nödvändigt att ta fram en mer avancerad modell för att beskriva ankomstprocessen. ISS kan, vilket vi har visat, anta att inkommande samtal följer en poissonprocess och därigenom enkelt dimensionera sitt lokala system för optimal drift. Detsamma bör också gälla för övriga callcenter.

Däremot kan vi också visa att ISS:s skepsis kring telefonsystemets struktur förefaller vara befogade. Detta framkommer av den tydliga diskrepansen mellan våra simuleringar och verkligheten. Det finns följaktligen någon komponent som saknas i systemets uppgivna specifikation. Det kan ligga i ISS:s intresse att komma tillrätta med detta problem, men då krävs mer kännedom om systemets uppbyggnad, framförallt hur centralväxeln fördelar de inkommande samtalen.

8 REFERENSER

Antipov, A; Meade, N (2002). Forecasting Call Frequency at a Financial Services Call Centre. *Journal of the Operational Research Society* 53(9), ss. 953-960.

Blom, G; Enger, J; Englund, G; Grandell, J; Holst, L (2005). *Sannolikhetsteori och Statistikteori med tillämpningar*. Lund: Studentlitteratur AB.

Brown, L; Gans, N; Mandelbaum, A; Sakov, A; Shen, H; Zeltyn, S; Zhao, L (2005). Statistical Analysis of a Telephone Call Center: A Queueing-Science Perspective. *Journal of the American Statistical Association* 100(469), ss. 36-50.

Gans, N; Koole, G; Mandelbaum, A (2003). Telephone Call Centers: Tutorial, Review, and Research Prospects. *Manufacturing & Service Operations Management* 5(2), ss. 79-141

Hogg, RV; Tanis, EA (2010). *Probability and Statistical inference*. Upper Saddle River, New Jersey 07458, USA: Pearson Education, Inc.

Jongbloed, G; Koole, G (2001). Managing uncertainty in call centers using Poisson mixtures. *Applied Stochastic Models in Business and Industry* 17(4), ss. 307-318.

Shen, H; Huang, JZ; Lee, C (2007). Forecasting and Dynamic Updating of Uncertain Arrival Rates to a Call Center. 2007 IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics, ss. 1-6. Loews Philadelphia Hotel Philadelphia, PA, USA. 27- 29 Augusti 2007.

Shen, H; Huang, JZ (2008). Forecasting time series of inhomogeneous Poisson processes with application to call center workforce management. *The Annals of Applied Statistics* 2(2), ss. 601-623.

Taylor, JW (2008). A Comparison of Univariate Time Series Methods for Forecasting Intraday Arrivals at a Call Center. *Management Science* 54(2), ss. 253-265.

9 BILAGOR

9.1 BILAGA 1

PRIMÄRA DATATABELLER

Tabell 9.1 Torsdag 1 september 2011

Timme	P-värde (exponential)	P-värde (Poisson)	P-värde (autokorrelation)	Antal ordinarie samtal (ISS)	Antal backupsamtal (ISS)	Besvarade ordinarie samtal (ISS)	Andel backupsamtal (ISS)	Antal unika samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (ISS)	Andel obesvarade samtal (övriga)	Ø för totalt antal unika samtal
06-07	0,8420	0,5620	0,0486	41	5	38	0,109	113	0,210	0,073	0,269	31,885
07-08	0,5080	1,0000	0,9989	161	78	132	0,326	367	0,461	0,180	0,581	9,799
08-09	0,0100	0,2250	0,3254	325	168	190	0,341	733	0,479	0,415	0,506	4,914
09-10	0,0730	0,3340	0,1338	388	187	182	0,325	886	0,459	0,531	0,429	4,062
10-11	0,0000	0,3360	0,0017	561	326	143	0,368	1235	0,514	0,745	0,415	2,914
11-12	0,0020	0,3880	0,0198	541	322	124	0,373	1185	0,521	0,771	0,414	3,037
12-13	0,0450	0,0520	0,5754	346	109	233	0,240	849	0,358	0,327	0,372	4,240
13-14	0,5930	0,9990	0,4100	260	33	242	0,113	713	0,215	0,069	0,278	5,047
14-15	0,0440	1,0000	0,3501	305	55	228	0,153	806	0,261	0,252	0,265	4,466
15-16	0,0850	0,2180	0,0016	335	99	149	0,228	830	0,345	0,555	0,255	4,337
16-17	0,0000	0,4210	0,0001	602	268	12	0,308	1395	0,438	0,980	0,206	2,580
17-18	0,5960	0,3660	0,1017	272	134	38	0,330	619	0,465	0,860	0,296	5,818
18-19	0,0560	0,2180	0,0001	226	156	22	0,408	480	0,570	0,903	0,428	7,504
19-20	0,9360	0,7090	0,7694	88	14	83	0,137	236	0,244	0,057	0,324	15,263
20-21	0,6620	1,0000	0,1375	101	20	79	0,165	264	0,275	0,218	0,300	13,636
21-22	0,6170	1,0000	0,7291	70	21	58	0,231	173	0,348	0,171	0,424	20,803
22-23	0,6820	0,9420	0,4141	41	8	26	0,163	107	0,273	0,366	0,233	33,532
				4663	2003	1979	0,300	10992	0,427	0,576	0,363	5,568

Tabell 9.2 Fredag 2 september 2011

Timme	P-värde (exponential)	P-värde (Poisson)	P-värde (autokorrelation)	Antal ordinarie samtal (ISS)	Antal backupsamtal (ISS)	Besvarade ordinarie samtal (ISS)	Andel backupsamtal (ISS)	Antal unika samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (ISS)	Andel obesvarade samtal (övriga)	Ø för totalt antal unika samtal
06-07	0,0810	0,2050	0,3380	65	5	45	0,071	186	0,164	0,308	0,102	19,338
07-08	0,4410	1,0000	0,6282	105	9	95	0,079	298	0,174	0,095	0,207	12,073
08-09	0,2300	0,5300	0,1652	198	25	153	0,112	543	0,214	0,227	0,209	6,624
09-10	0,1810	0,6240	0,4871	248	21	202	0,078	705	0,173	0,185	0,167	5,106
10-11	0,2540	0,8760	0,7266	308	92	234	0,230	762	0,347	0,240	0,393	4,725
11-12	0,0460	0,9990	0,8261	360	153	210	0,298	841	0,426	0,417	0,431	4,279
12-13	0,1600	0,9990	0,7311	259	51	198	0,165	677	0,274	0,236	0,291	5,314
13-14	0,1900	0,8710	0,7176	257	65	152	0,202	651	0,316	0,409	0,276	5,530
14-15	0,1500	0,4760	0,8858	237	14	213	0,056	692	0,142	0,101	0,160	5,205
15-16	0,2610	0,8070	0,9987	208	50	135	0,194	530	0,307	0,351	0,288	6,786
16-17	0,6430	0,9630	0,2131	214	142	74	0,399	458	0,557	0,654	0,515	7,856
17-18	0,2860	0,3380	0,0008	135	49	78	0,266	324	0,389	0,422	0,375	11,111
18-19	0,8140	1,0000	0,0974	99	17	71	0,147	263	0,254	0,283	0,242	13,682
19-20	0,2750	1,0000	0,6732	89	12	71	0,119	243	0,222	0,202	0,231	14,833
20-21	0,5350	1,0000	0,1176	79	1	71	0,013	248	0,064	0,101	0,047	14,540
21-22	0,3410	0,3380	0,0055	68	20	40	0,227	169	0,344	0,412	0,316	21,353
22-23	0,7890	1,0000		19	0	15	0,000	63		0,211		56,842
				2948	726	2057	0,198	7654	0,308	0,302	0,310	7,996

Tabell 9.3 Lördag 3 september 2011

Timme	P-värde (exponential)	P-värde (Poisson)	P-värde (autokorrelation)	Antal ordinarie samtal (ISS)	Antal backupsamtal (ISS)	Besvarade ordinarie samtal (ISS)	Andel backupsamtal (ISS)	Antal unika samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (ISS)	Andel obesvarade samtal (övriga)	Ø för totalt antal unika samtal
06-07	0,6670	0,2050	0,3380	9	0	9	0,000	30		0,000		120,000
07-08	0,2700	1,0000	0,6282	27	1	23	0,036	81	0,111	0,148	0,095	44,444
08-09	0,2590	0,5300	0,1652	73	4	70	0,052	214	0,137	0,041	0,178	16,817
09-10	0,4960	0,6240	0,4871	150	28	120	0,157	395	0,266	0,200	0,295	9,117
10-11	0,0890	0,8760	0,7266	187	120	74	0,391	403	0,545	0,604	0,520	8,926
11-12	0,6110	0,9990	0,8261	175	68	123	0,280	415	0,405	0,297	0,451	8,669
12-13	0,6760	0,9990	0,7311	167	28	149	0,144	445	0,251	0,108	0,312	8,089
13-14	0,2210	0,8710	0,7176	146	11	140	0,070	419	0,162	0,041	0,214	8,596
14-15	0,4300	0,4760	0,8858	131	3	127	0,022	402	0,086	0,031	0,110	8,957
15-16	0,9520	0,8070	0,9987	124	1	120	0,008	393	0,050	0,032	0,058	9,149
16-17	0,5670	0,9630	0,2131	164	40	107	0,196	417	0,310	0,348	0,293	8,624
17-18	0,7200	0,3380	0,0008	83	3	80	0,035	249	0,110	0,036	0,141	14,439
18-19	0,7970	1,0000	0,0974	81	1	72	0,012	254	0,063	0,111	0,042	14,170
19-20	0,7530	1,0000	0,6732	80	5	48	0,059	233	0,147	0,400	0,038	15,479
20-21	0,9130	1,0000	0,1176	93	8	64	0,079	264	0,174	0,312	0,115	13,634
21-22	0,3330	0,3380	0,0055	84	8	59	0,087	237	0,184	0,298	0,135	15,222
22-23	0,1640	1,0000		75	10	40	0,118	205	0,221	0,467	0,116	17,582
				1849	339	1425	0,155	5056	0,259	0,229	0,272	12,103

Tabell 9.4 Söndag 4 september 2011

Timme	P-värde (exponential)	P-värde (Poisson)	P-värde (autokorrelation)	Antal ordinarie samtal (ISS)	Antal backupsamtal (ISS)	Besvarade ordinarie samtal (ISS)	Andel backupsamtal (ISS)	Antal unika samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (ISS)	Andel obesvarade samtal (övriga)	Ø för totalt antal unika samtal
06-07	0,9300	0,8530		7	0	5	0,000	23		0,286		154,286
07-08	0,3720	0,6070	0,0671	26	2	16	0,071	74	0,164	0,385	0,069	48,346
08-09	0,7040	0,5070	0,8467	77	16	68	0,172	200	0,283	0,117	0,354	17,992
09-10	0,2480	0,9830	0,0111	171	89	63	0,342	385	0,481	0,632	0,416	9,353
10-11	0,4120	0,4290	0,2096	167	54	87	0,244	408	0,364	0,479	0,314	8,819
11-12	0,2230	0,6710	0,7125	206	60	103	0,226	511	0,342	0,500	0,275	7,038
12-13	0,3660	0,5510	0,3919	135	34	104	0,201	342	0,315	0,230	0,352	10,522
13-14	0,4490	0,1540	0,1967	199	40	122	0,167	519	0,278	0,387	0,231	6,933
14-15	0,2480	1,0000	0,0192	146	4	144	0,027	445	0,095	0,014	0,130	8,099
15-16	0,2930	0,3650	0,4520	146	5	144	0,033	440	0,107	0,014	0,146	8,186
16-17	0,6380	1,0000	0,0700	134	7	129	0,050	394	0,133	0,037	0,174	9,134
17-18	0,7400	0,6410	0,5050	140	5	120	0,034	421	0,109	0,143	0,094	8,555
18-19	0,0040	0,0180	0,3447	257	139	32	0,351	574	0,492	0,875	0,328	6,270
19-20	0,3120	1,0000	0,5450	195	93	46	0,323	446	0,456	0,764	0,325	8,067
20-21	0,3730	1,0000	0,7750	171	132	38	0,436	354	0,611	0,778	0,539	10,173
21-22	0,8220	1,0000	0,8744	58	25	44	0,301	135	0,430	0,241	0,511	26,628
22-23	0,6320	0,8980	0,7023	36	4	28	0,100	100	0,200	0,222	0,190	36,000
				2271	709	1293	0,238	5773	0,350	0,431	0,316	10,602

Tabell 9.5 Måndag 5 september 2011

Timme	P-värde (exponential)	P-värde (Poisson)	P-värde (autokorrelation)	Antal ordinarie samtal (ISS)	Antal backupsamtal (ISS)	Besvarade ordinarie samtal (ISS)	Andel backupsamtal (ISS)	Antal unika samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (ISS)	Andel obesvarade samtal (övriga)	Ø för totalt antal unika samtal
06-07	0,0830	0,2080		78	15	41	0,161	205	0,271	0,474	0,184	17,595
07-08	0,7710	0,5910	0,8487	141	11	132	0,072	403	0,165	0,064	0,209	8,924
08-09	0,0490	0,4310	0,6062	331	178	143	0,350	740	0,490	0,568	0,457	4,863
09-10	0,1190	0,6140	0,4882	310	63	215	0,169	808	0,279	0,306	0,268	4,457
10-11	0,0030	0,6900	0,0523	328	58	257	0,150	869	0,258	0,216	0,276	4,143
11-12	0,0010	1,0000	0,8649	370	75	276	0,169	964	0,279	0,254	0,290	3,733
12-13	0,1090	0,6670	0,4257	281	61	194	0,178	726	0,290	0,310	0,281	4,957
13-14	0,2310	0,9990	0,2744	258	36	216	0,122	701	0,227	0,163	0,254	5,135
14-15	0,0400	0,9090	0,4270	360	136	199	0,274	858	0,398	0,447	0,377	4,194
15-16	0,3300	0,3220	0,6223	220	19	182	0,079	624	0,174	0,173	0,175	5,765
16-17	0,2920	0,3920	0,5459	223	54	115	0,195	568	0,308	0,484	0,233	6,336
17-18	0,5100	0,8490	0,5574	139	8	118	0,054	406	0,140	0,151	0,136	8,860
18-19	0,4370	0,3530	0,0001	118	45	72	0,276	281	0,400	0,390	0,405	12,816
19-20	0,5220	0,5160	0,1096	161	134	46	0,454	327	0,640	0,714	0,608	11,001
20-21	0,9180	0,8620	0,8881	91	44	51	0,326	208	0,460	0,440	0,469	17,330
21-22	0,5410	1,0000	0,6940	56	14	39	0,200	142	0,314	0,304	0,318	25,340
22-23	0,4760	1,0000	0,9189	36	6	20	0,143	96	0,250	0,444	0,167	37,500
				3501	957	2316	0,215	8928	0,327	0,338	0,323	6,855

Tabell 9.6 Tisdag 6 september 2011

Timme	P-värde (exponential)	P-värde (Poisson)	P-värde (autokorrelation)	Antal ordinarie samtal (ISS)	Antal backupsamtal (ISS)	Besvarade ordinarie samtal (ISS)	Andel backupsamtal (ISS)	Antal unika samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (ISS)	Andel obesvarade samtal (övriga)	Ø för totalt antal unika samtal
06-07	0,2170	0,6310	0,0010	69	22	36	0,242	169	0,361	0,478	0,310	21,299
07-08	0,4180	0,8260	0,6690	147	18	140	0,109	405	0,211	0,048	0,281	8,896
08-09	0,4930	0,3220	0,0197	240	34	224	0,124	651	0,228	0,067	0,298	5,528
09-10	0,0150	1,0000	0,1558	289	29	282	0,091	810	0,189	0,024	0,260	4,444
10-11	0,3280	1,0000	0,3785	300	19	288	0,060	871	0,148	0,040	0,194	4,132
11-12	0,0620	0,5220	0,3678	336	17	329	0,048	990	0,131	0,021	0,178	3,635
12-13	0,2620	0,6310	0,0048	241	8	238	0,032	727	0,105	0,012	0,145	4,951
13-14	0,0860	1,0000	0,5057	268	8	256	0,029	813	0,099	0,045	0,123	4,430
14-15	0,1810	0,9440	0,7514	256	7	253	0,027	779	0,095	0,012	0,130	4,619
15-16	0,4190	0,5110	0,6602	287	56	227	0,163	752	0,273	0,209	0,300	4,790
16-17	0,1380	0,5220	0,0010	230	75	159	0,246	561	0,365	0,309	0,390	6,412
17-18	0,6260	1,0000	0,7722	131	16	117	0,109	361	0,211	0,107	0,255	9,981
18-19	0,7460	1,0000	0,0185	101	15	87	0,129	273	0,235	0,139	0,276	13,201
19-20	0,1350	0,7870	0,0040	109	20	95	0,155	288	0,264	0,128	0,322	12,522
20-21	0,5770	1,0000	0,1551	107	62	71	0,367	236	0,513	0,336	0,588	15,269
21-22	0,9090	0,8820	0,1516	77	32	54	0,294	181	0,421	0,299	0,473	19,929
22-23	0,0300	0,3300	0,3054	60	32	4	0,348	134	0,488	0,933	0,297	26,783
				3248	470	2860	0,126	9000	0,229	0,119	0,275	6,800

Tabell 9.7 Onsdag 7 september 2011

Timme	P-värde (exponential)	P-värde (Poisson)	P-värde (autokorrelation)	Antal ordinarie samtal (ISS)	Antal backupsamtal (ISS)	Besvarade ordinarie samtal (ISS)	Andel backupsamtal (ISS)	Antal unika samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (totalt)	Andel obesvarade samtal (ISS)	Andel obesvarade samtal (övriga)	Ø för totalt antal unika samtal
06-07	0,9600	0,9460	0,0001	61	6	40	0,090	171	0,187	0,344	0,120	21,019
07-08	0,1310	0,4740	0,4557	149	17	118	0,102	413	0,203	0,208	0,201	8,719
08-09	0,0240	0,1020	0,0018	305	153	135	0,334	691	0,470	0,557	0,433	5,207
09-10	0,3200	0,7320	0,7182	392	173	175	0,306	910	0,436	0,554	0,386	3,956
10-11	0,0000	0,5550	0,5339	610	307	158	0,335	1382	0,471	0,741	0,356	2,605
11-12	0,0000	0,4240	0,4468	804	344	100	0,300	1877	0,428	0,876	0,236	1,918
12-13	0,0170	1,0000	0,1897	347	82	247	0,191	887	0,304	0,288	0,311	4,059
13-14	0,1370	0,1490	0,2233	355	109	144	0,235	875	0,353	0,594	0,250	4,116
14-15	0,0010	0,3950	0,5539	567	373	119	0,397	1216	0,554	0,790	0,452	2,960
15-16	0,0000	0,9980	0,0001	550	343	77	0,384	1194	0,536	0,860	0,397	3,016
16-17	0,2300	0,1240	0,0514	321	198	77	0,382	698	0,533	0,760	0,435	5,156
17-18	0,7010	0,6270	0,5189	151	58	100	0,278	359	0,402	0,338	0,429	10,027
18-19	0,5660	0,3260	0,6103	162	72	88	0,308	376	0,438	0,457	0,430	9,586
19-20	0,8450	0,4990	0,7189	131	67	69	0,338	296	0,476	0,473	0,477	12,167
20-21	0,0560	0,5940	0,5653	150	85	63	0,362	332	0,506	0,580	0,474	10,843
21-22	0,0050	0,2240	0,749	149	81	14	0,352	333	0,494	0,906	0,317	10,826
22-23	0,6330	0,7440	0,1562	57	18	21	0,240	140	0,359	0,632	0,242	25,745
				5261	2486	1745	0,321	12149	0,452	0,668	0,360	5,038

9.2 BILAGA 2

REGRESSIONSUTSKRIFT

pex = p-värdet från kolmogorov-smirnovtestet avseende exponentialfördelningen

ord = antal ordinarie samtal till ISS

$bu2$ = andel backupsamtal

$d2$ = dummyvariabel, förmiddag (9-12) = 1

$d3$ = dummyvariabel, lunch (12-15) = 1

$d4$ = dummyvariabel, eftermiddag (15-18) = 1

$d5$ = dummyvariabel, kväll (18-23) = 1

Tabell 9.8 Modellsammanfattning

Modellsammanfattning ^b					
Modell	R	R ²	Justerad R ²	Estimatets medelfel	Durbin-Watson
1	0,726 ^a	0,527	0,501	0,19904	2,309

a. Förklarande variabler: (Konstant), $d5$, $\sqrt{bu2}$, $d4$, $d3$, $d2$, \sqrt{ord}

b. Beroende variabel: \sqrt{pex}

Tabell 9.9 Variansanalys

ANOVA ^b					
Modell	Kvadratsumma	fg	Medelkvadrat	F	P-värde
1 Regression	4,937	6	0,823	20,769	0,000 ^a
Residual	4,437	112	0,040		
Total	9,374	118			

a. Förklarande variabler: (Konstant), $d5$, $\sqrt{bu2}$, $d4$, $d3$, $d2$, \sqrt{ord}

b. Beroende variabel: \sqrt{pex}

Tabell 9.10 Koefficienter

Koefficienter ^a						
Modell	Icke-standardiserade Koefficienter		Standardiserade Koefficienter			
	B	Medelfel	Beta	t	P-värde.	
1 (Konstant)	1,040	0,069		15,019	0,000	
\sqrt{ord}	-0,038	0,006	-0,666	-6,353	0,000	
$\sqrt{bu2}$	-0,173	0,148	-0,098	-1,170	0,245	
$d2$	0,052	0,072	0,070	0,726	0,470	
$d3$	0,053	0,068	0,072	0,783	0,435	
$d4$	0,189	0,065	0,257	2,931	0,004	
$d5$	0,082	0,059	0,133	1,400	0,164	

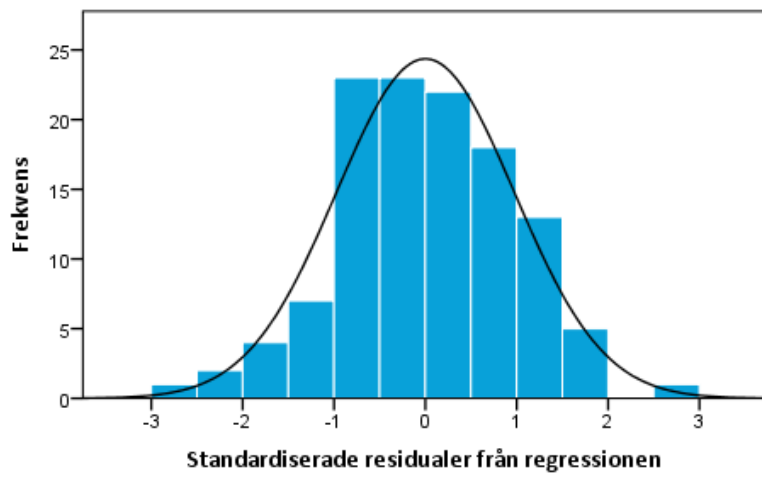
a. Beroende variabel: \sqrt{pex}

Tabell 9.11 Residualstatistik

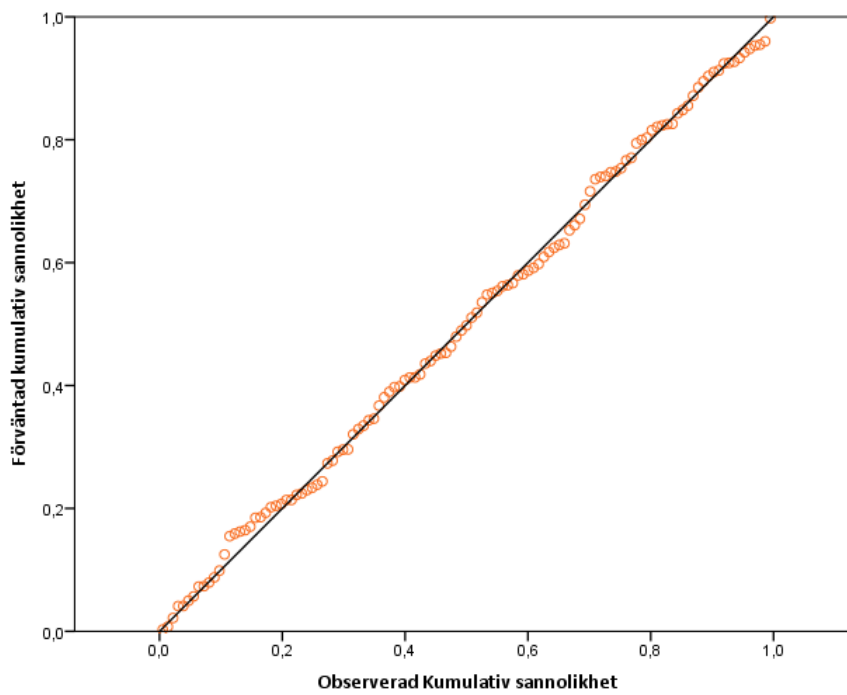
Residualstatistik ^a					
	Minimum	Maximum	Medelvärde	Standardavvikelse	N
Prognostiserat värde	-0,0826	0,9558	0,5380	0,20454	119
Residual	-0,55161	0,55871	0,00000	0,19391	119
Standardiserat prognostiserat värde	-3,034	2,043	0,000	1,000	119
Standardiserad residual	-2,771	2,807	0,000	0,974	119

a. Beroende variabel: \sqrt{pex}

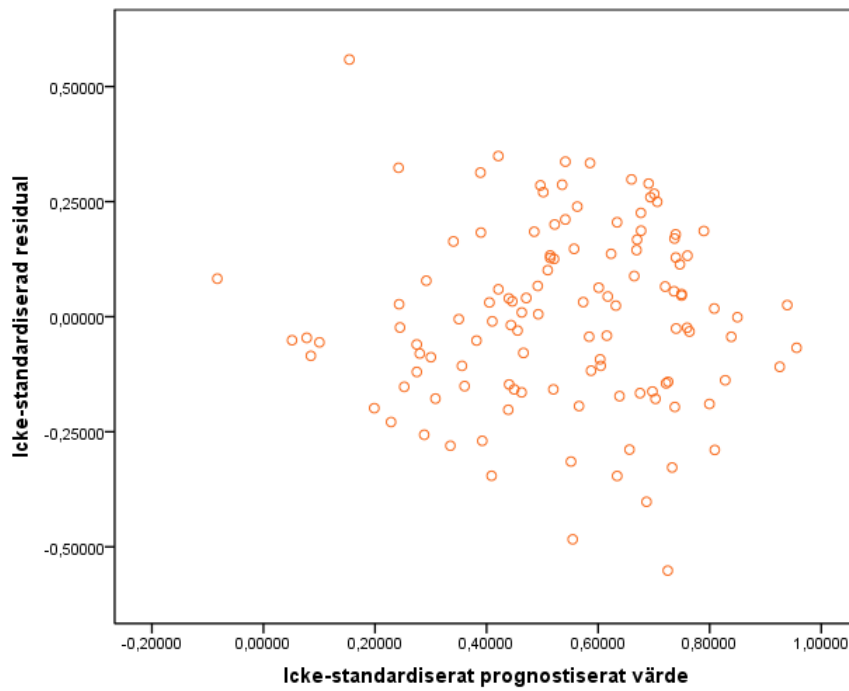
RESIDUALPLOTTAR



Figur 9.1 Histogram över residualerna.



Figur 9.2 Q-Q-plott (Normalfördelningen).



Figur 9.3 Residualerna plottade mot prognostiserade värden.

9.3 BILAGA 3

KORRELATIONSTABELLER

Tabell 9.12 Korrelationstabell.

Exp = P-värden från anpassningsgradstesten avseende exponentialfördelningen

Poi = P-värden från anpassningsgradstesten avseende Poissonfördelningen

Ord = Totalt antal ordinarie samtal till ISS under given timme

AnBa = Backupsamtal som andel av totalt antal samtal till ISS under given timme

Akor = P-värden från autokorrelationstesten

		Exp	Poi	Ord	AnBa	Akor
Exp	Pearson Korrelation		0,338**	-0,613	-0,304**	0,090
	P-värde		0,000	0,000	0,001	0,330
Poi	Pearson Korrelation	0,338**		-0,214*	-0,263**	0,222*
	P-värde	0,000		0,019	0,004	0,015
Ord	Pearson Korrelation	-0,613**	-0,214*		0,407**	0,048
	P-värde	0,000	0,019		0,000	0,603
AnBa	Pearson Korrelation	-0,304**	-0,263**	0,407**		-0,069
	P-värde	0,001	0,004	0,000		0,457
Akor	Pearson Korrelation	0,090	0,222*	0,048	-0,069	
	P-värde	0,330	0,015	0,603	0,457	

** Korrelationen är tvåstjärnigt signifikant

** Korrelationen är enstjärnigt signifikant

Tabell 9.13 Korrelationstabell

Ord = Totalt antal ordinarie samtal till ISS under given timme

Back = Totalt antal backupsamtal till ISS under given timme

AnBa = Backupsamtal som andel av totalt antal samtal till ISS under given timme

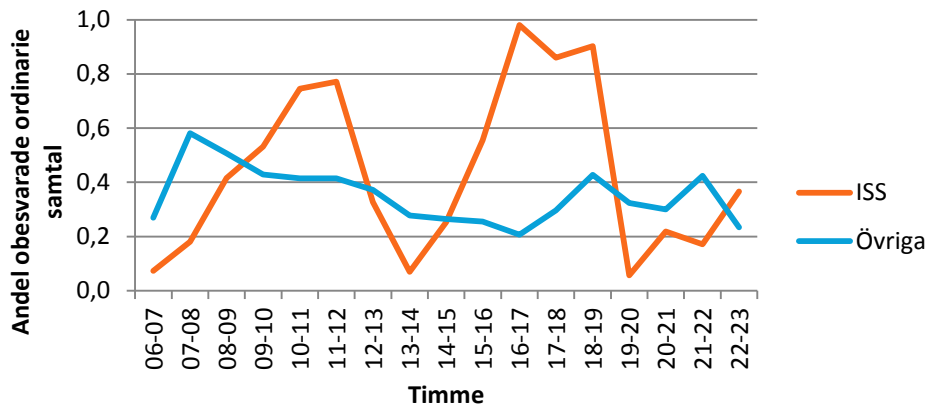
AnOb = Andel obesvarade ordinarie samtal till ISS

		Ord	Back	AnBa	AnOb
Ord	Pearson Korrelation		0,845**	0,414**	0,439**
	P-värde		0,000	0,000	0,000
Back	Pearson Korrelation	0,845**		0,721**	0,732**
	P-värde	0,000		0,000	0,000
AnBa	Pearson Korrelation	0,414**	0,721**		0,821**
	P-värde	0,000	0,000		0,000
AnOb	Pearson Korrelation	0,439**	0,732**	0,821**	
	P-värde	0,000	0,000	0,000	

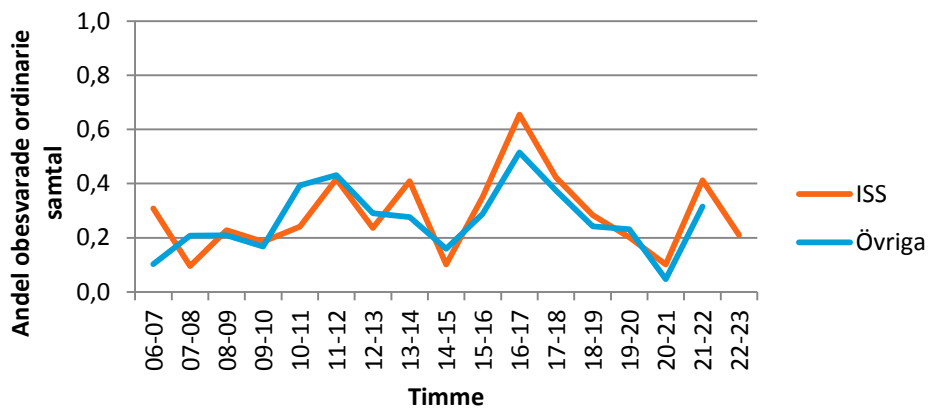
** Korrelationen är tvåstjärnigt signifikant

9.4 BILAGA 4

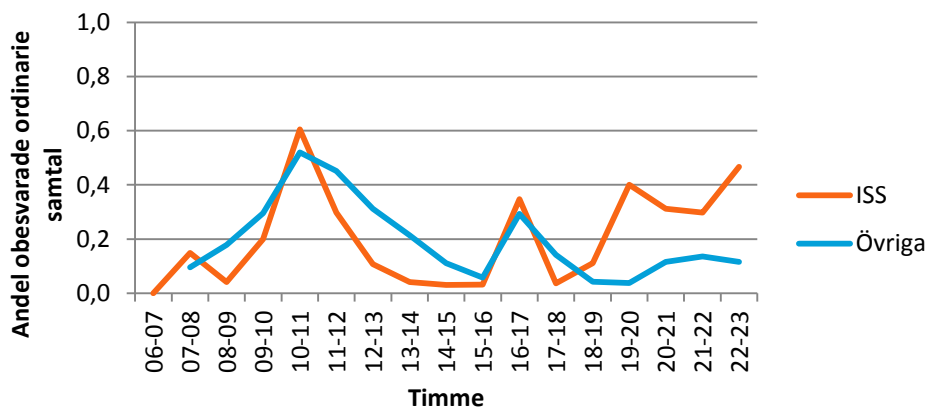
ANDEL OBESVARADE ORDINARIE SAMTAL (FIGURER FÖR HELA VECKAN)



Figur 9.4 Torsdag 1 september 2011



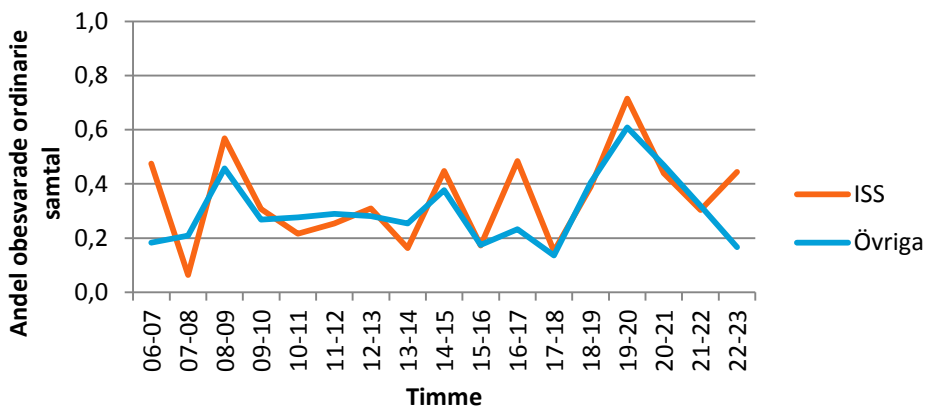
Figur 9.5 Fredag 2 september 2011



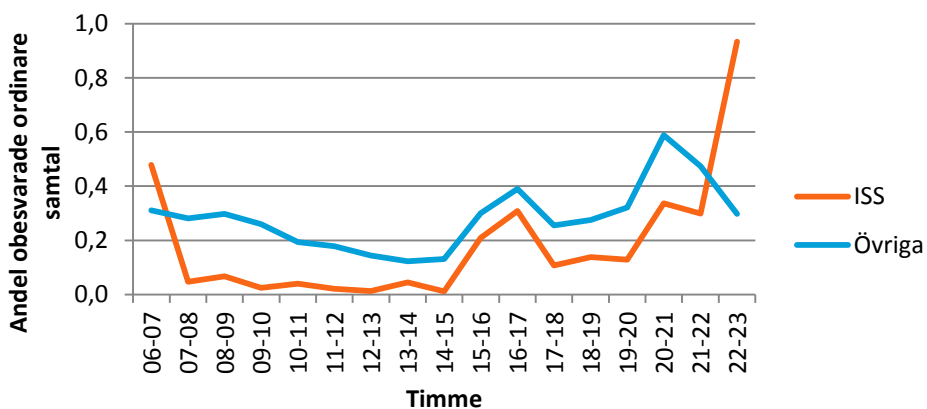
Figur 9.6 Lördag 3 september 2011



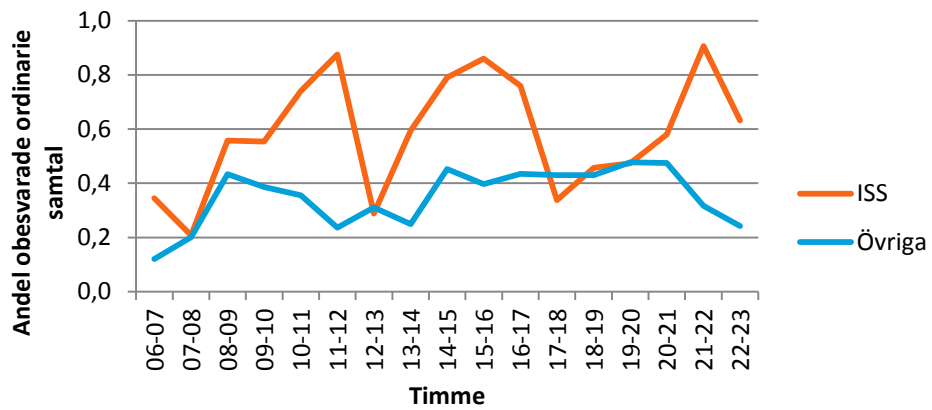
Figur 9.7 Söndag 4 september 2011



Figur 9.8 Måndag 5 september 2011



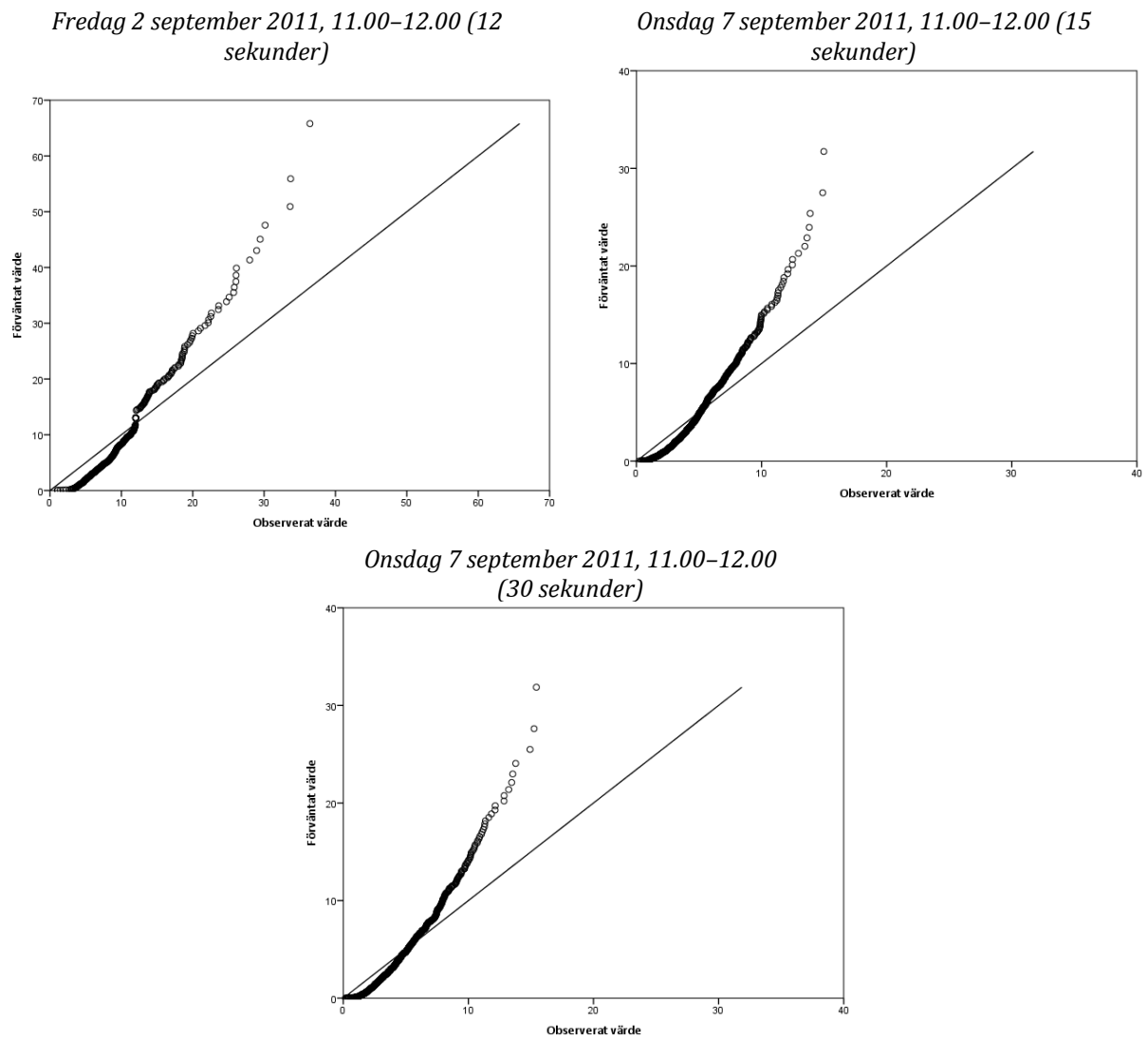
Figur 9.9 Tisdag 6 september 2011



Figur 9.10 Onsdag 7 september 2011

9.5 BILAGA 5

Q-Q-PLOTTAR



Figur 9.11 Q-Q-plottar för tre simuleringar av tiden mellan inkommande ordinarie samtal. Exponentialfördelningen är den teoretiska fördelningen. Återkopplingstiden är 12, 15 respektive 30 sekunder.

