

# **HIRLAM OCH HARMONIE**

## **Fallstudie**

Kandidatarbete i meteorologi, Fysiska institutionen vid Lunds universitet i samarbete med Niels Bohr Institutet vid Köpenhamns Universitet och Danmarks Meteorologiska Institut.

Sofia Söderberg  
Lund 20120717

Handledare:

Aksel Walløe Hansen, Niels Bohr Institutet vid Köpenhamns Universitet  
i samarbete med Niels Woetmann Nielsen, Danmarks Meteorologiska Institut

## Abstract

Detailed weather predictions are of interest e.g. to protect humans and society from damages caused by extreme weather. To do this today's forecast models need higher resolution, i.e. less distance between measure points. So-called non-hydrostatic models are used when this distance decreases. The development of this type of models has progressed during the past 20 years due to more powerful computers.

Current hydrostatic model at the Danish Meteorological Institute, DMI, with highest resolution has got 3 km between its measure points. For more detailed, local forecasts DMI are now considering a non-hydrostatic weather model, HARMONIE, to increase the resolution. It has not been proved that HARMONIE gives better results than the hydrostatic model, HIRLAM, and now the two models are run simultaneously at DMI to be compared.

This report gives an account of the basis in today's weather models and an insight in technical and mathematical differences between HIRLAM and HARMONIE. Vertical velocity which is diagnostic in a hydrostatic model and prognostic in a non-hydrostatic model is particularly studied.

The report also describes the weather situation at Greenland from 27th of February 2012 until the 12th of March 2012 when it was extremely cold in that area. This is followed by a case study for the Nuuk-area (Greenland) where 24-hours forecasts from HIRLAM and HARMONIE are compared with observations.

Finally a summary of verifications (diagrams and tables) for the period 6th - 12th of March 2012 is given which shows that the prognosis from both models are approved. Changing to the HARMONIE-model over Greenland should therefore not effect the quality of the forecasts over land. However the model may be less accurate than HIRLAM for upper levels southwest of Greenland.

## Inledning

Detaljerade väderprognoser är av intresse bl.a. för att skydda människor och samhälle från skador som kan uppstå vid extremt väder. För detta behöver dagens prognosmodeller en högre upplösning, vilket innebär ett mindre avstånd mellan mätpunkter. S.k. icke-hydrostatiska modeller används då detta avstånd minskar. Utvecklingen av denna modelltyp har gått framåt under de senaste 20 åren med hjälp av mer kraftfulla datorer.

Den operativa hydrostatiska modellen på Danmarks Meteorologiska Institut, DMI, med högst upplösning har ca 3 km mellan mätpunkterna. För mer detaljerade, lokala prognoser överväger DMI att använda en icke-hydrostatisk vädermodell, HARMONIE, så att upplösningen kan ökas. Det är inte bevisat att HARMONIE ger bättre resultat än den hydrostatiska modellen, HIRLAM, och nu körs modellerna samtidigt på DMI för att jämföras.

Denna rapport redogör för grunderna i dagens prognosmodeller och ger inblick i tekniska och matematiska skillnader mellan HIRLAM och HARMONIE. Särskilt studeras vertikal hastighet som är diagnostisk i en hydrostatisk modell och prognostisk i en icke-hydrostatisk modell.

Rapporten redovisar väderförhållanden vid Grönland mellan den 27 februari 2012 och den 12 mars 2012 då det var extremt kallt i området. Det följs av en fallstudie för Nuuk-området (Grönland) där 24-timmars prognoser från HIRLAM och HARMONIE jämförs med observationer.

Slutligen ges en sammanfattning av verifikationsresultat (diagram och tabeller) för perioden 6 - 12 mars 2012 som visar att båda modellernas prognoser är godkända. Ett byte till HARMONIE-modellen för Grönland bör därför inte påverka prognoskvaliteten över land. Dock är modellen eventuellt något sämre än HIRLAM för övre nivåer vid Grönlands sydvästra kust.

# Innehållsförteckning

<b>Teori</b>	<b>5</b>
Bakgrund	5
Historia	5
De primitiva ekvationerna	6
Diskretisering	10
Parametrisering	10
Vertikal koordinat	11
HIRLAM (High Resolution Limited Area Model)	11
HARMONIE (Hirlam Aladin Regional Mesoscale Operational NWP-model In Europe)	12
Grönland	14
<b>Situationen vid Grönland 27 februari 2012 till 12 mars 2012</b>	<b>14</b>
Samband med grundläggande meteorologisk teori	18
<b>Fallstudier för Nuuk-området</b>	<b>19</b>
6 - 8 mars	20
11 - 12 mars	22
<b>Resultat</b>	<b>24</b>
Diagram	24
Tabeller	26
<b>Diskussion</b>	<b>28</b>
<b>Sammanfattning</b>	<b>29</b>
<b>Källhänvisning</b>	<b>30</b>
<b>Appendix</b>	<b>31</b>

# Teori

## Bakgrund

Soluppvärmningen av jorden är starkare vid ekvatorn än vid polerna. Det ger ett relativt högt tryck vid övre nivåer i atmosfären vid ekvatorn och luftmassor rör sig mot ett lägre tryck vid polerna. Som kompensation sjunker luft ned vid polerna och flödar längs jordytan mot ekvatorn. Denna vertikala cirkulation bildar ett relativt lågt tryck vid jordytan kring ekvatorn och ett högre tryck vid polerna. Jordens rotation delar upp cirkulationen så att det även är sjunkande rörelse, högtrycksband, vid 30° N/S och stigande rörelse, lågtrycksband, vid 60° N/S. Där varm luft från ekvatorn möter kall luft från Nordpolen uppstår en stark temperaturgradient som har samband med ett kraftigt västligt luftflöde i övre troposfären, Polarfrontjetströmmen. Luftflödet är starkast under vinterhalvåret (för norra halvklotet), placerat vid 30°N, och svagare på sommaren, då vid 40°N. Superponerat detta västliga grundflöde uppstår baroklina<sup>1</sup> vågor, små störningar i grundflödet, ofta vid kontinenternas östkuster. Under störningarna utvecklas extratropiska cykloner som följer flödet och är de lågtryck och högtryck med fronter som bl.a. berör norra Europa. Störningar utvecklas särskilt lätt vid jetkärnor, horisontella vindmaxima, som gör jetströmmen ostabil (s.k. baroklin ostabilitet). [8a, 8b]<sup>2</sup>

På en mindre skala än den för fronter och cykloner finns turbulenta luftvirvlar vid jordytan. De uppstår p.g.a. friktion för ett luftflöde eller genom konvektion då uppvärmd luft stiger. Turbulens innebär att en prognosvariabel, t.ex. vindhastighet, får snabba rums- och tidsvariationer. En prognosmodell med högre upplösning i både rum och tid blir därför mer detaljerad.

## Historia

I Europa finns bevarade väderobservationer ända från 1300-talet och mätinstrument som termometrar och barometrar började användas på 1600-talet. Under 1800-talets andra hälft gjordes regelbundna observationer och telegrafen bidrog till att samtidiga observationer var möjliga. 1904 föreslog den norske meteorologen Vilhelm Bjerknes att atmosfärens rörelser följer fysikaliska bevarandelagar. Han formulerade ett initialvärdesproblem vilket är differentialekvationer som inte bara beror på gränsvärden utan även på okända fält vid en viss tidpunkt. De löses med hjälp av tidsintegrering och initialvärden (startvärden). Ekvationerna kan därför inte beräknas direkt utan approximeras med s.k. diskretisering då en funktion inom ett område delas upp i ett ändligt antal punkter och löses numeriskt. Han insåg dock att han inte hade möjlighet att utföra alla beräkningar. Inspirerad av Bjerknes formuleringar och idéer försökte den brittiske vetenskapsmannen L. F. Richardson göra en numerisk väderprognos och publicerade 1922 en bok i ämnet. Beräkningarna var med mycket arbete möjliga att genomföra men gav inte korrekt resultat. Efter andra världskriget då både observationsnätet och datorer utvecklades var det möjligt att arbeta vidare med formuleringar och beräkningar. Smagorinsky, en amerikansk meteorolog, visade 1963 att det var möjligt att bygga globala vädermodeller med de s.k. primitiva ekvationerna. För att undvika linjär ostabilitet infördes implicita metoder och/eller Lagranska modeller. De totala ekvationssystem som används i dagens prognosmodeller liknar Richardsons formuleringar och är baserade på ekvationer för bevarande av *energi, massa och rörelsemängd*. Det är ett icke-linjärt initialvärdesproblem och initialvärden skapas i ett analyssteg med data-assimilation<sup>3</sup>. Det var inte förrän i slutet av 1970-talet s.k. icke-linjär normaltillstånds-initialisering infördes vilken gav initialvärden som fungerade utan problem. [5, 8a, 9d]

---

<sup>1</sup> I en baroklin atmosfär är densitet en funktion av tryck och temperatur (i en barotrop atmosfär endast av tryck).

<sup>2</sup> Källhänvisning punkt 8a och 8b.

<sup>3</sup> Observationsdata och prognosdata passas in (beräknas) för att ge bästa möjliga initialvärden.

## De primitiva ekvationerna

De primitiva ekvationerna är uttryck för bevarande av *energi*, *massa*, och *rörelsemängd*.

Rörelser i atmosfären beskrivs med sfäriska koordinater som ger hastighetskomponenterna

$$u \equiv \frac{dx}{dt} \equiv r \cos \phi \frac{d\lambda}{dt} ; \quad v \equiv \frac{dy}{dt} \equiv r \frac{d\phi}{dt} ; \quad w \equiv \frac{dz}{dt} .$$

$\phi$  är breddgrad,  $\lambda$  längdgrad och  $r = R_E + z$  (jordradien adderad med höjd över ytan). [8a, 9c]

Tryck, densitet och temperatur antas ha unika värden i varje punkt och deras derivator i rum och tid antas vara kontinuerliga funktioner. Sambandet mellan dessa storheter ges av lagen för en ideal gas

$$p = \rho RT \quad \{1\}$$

där  $p$  är tryck,  $\rho$  densitet,  $R$  en konstant och  $T$  temperatur.

*Bevarandet av energi* beskrivs med termodynamikens första huvudsats:

$$c_v \frac{DT}{Dt} + p \frac{D\alpha}{Dt} = J \Leftrightarrow c_p \frac{D(\ln T)}{Dt} - R \frac{D(\ln p)}{Dt} = \frac{J}{T} = \frac{Ds}{Dt} \quad \{2\}$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

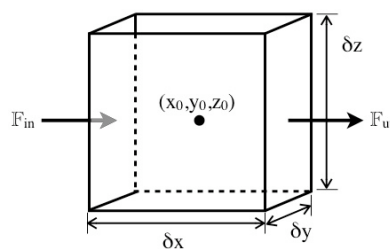
är den totala tidsderivatan för en fluidvolym i rörelse, Lagransk<sup>4</sup> beräkning, där partialderivatan ( $\partial/\partial t$ ) är lokal förändring, Eulersk<sup>5</sup> beräkning. Resterande termer i högerledet kallas advektionstermer, alltså termer för horisontell transport.  $c_v$  och  $c_p$  är värmekapaciteter vid konstant volym resp. konstant tryck,  $\alpha = 1/\rho$ ,  $J$  är uppvärmningshastighet (p.g.a. strålning, ledning och frigjord latent värme) per enhetsmassa och  $s$  är entropi.

För adiabatisk rörelse (ingen energi utbyts med omgivningen) gäller att

$$\frac{D}{Dt} (c_p \ln T - R \ln p) = 0 \quad \{3\}$$

Denna bevarade mängd kallas potentiell temperatur. [8c, 9c]

*Bevarandet av massa* beskrivs med kontinuitetsekvationen och kan härledas med en Eulersk beräkning (appendix 1), se figur 1.



Figur 1. Flöde genom Eulersk fluidvolym.

<sup>4</sup> Med en Lagransk beräkningsmetod studeras flödet genom en fluidvolym i rörelse.

<sup>5</sup> En Eulersk beräkningsmetod innebär att flödet genom en fix fluidvolym studeras.

Totala nettoflödet per m<sup>3</sup>:

$$(F_{in} - F_{ut})_x + (F_{in} - F_{ut})_y + (F_{in} - F_{ut})_z = -\left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right) \cdot \delta x \delta y \delta z = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) \quad \{4\}$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

Den lokala ändringen av massa ( $\partial m / \partial t = \partial(\rho \cdot V) / \partial t$ ) per enhetsvolym kan nu skrivas

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad \{5\}$$

där  $\mathbf{U} = (u, v, w)$  och  $\nabla \cdot (\rho \cdot \mathbf{U}) = \rho \cdot \nabla \cdot \mathbf{U} + \mathbf{U} \cdot \nabla \cdot \rho$ . Eftersom  $D/Dt = (\partial/\partial t) + \mathbf{U} \cdot \nabla$  är den totala tidsderivatan (Lagransk)

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{U} - \mathbf{U} \nabla \cdot \rho + \mathbf{U} \nabla \cdot \rho \Leftrightarrow \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad \{6\} \text{ och } \{7\}$$

Densitet varierar snabbare vertikalt än horisontellt men i en grund atmosfär är vertikala densitetsvariationer små för typiska vertikala hastigheter. Atmosfären anses då vara okomprimerbar,  $D\rho/Dt \approx 0$ , så att

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{U} = \nabla \cdot \mathbf{U} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \{8\}$$

Sista uttrycket i {8} är kontinuitetsekvationen för en grund atmosfär. I en djup atmosfär ändras densitet med höjd för en luftvolym med vertikal rörelse. Kontinuitetsekvationen uttrycks då som:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \frac{1}{\rho_0} w \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = -\nabla \cdot \mathbf{U} \quad \{9\}$$

{9} är den s.k. anelastiska kontinuitetsekvationen vilken är den variant som hör till de primitiva ekvationerna. [8c, 9c, 10b]

Bevarandet av rörelsemängd beskrivs med Newtons andra ekvation:

$$F = m \cdot a = \frac{dP}{dt} \quad \{10\}$$

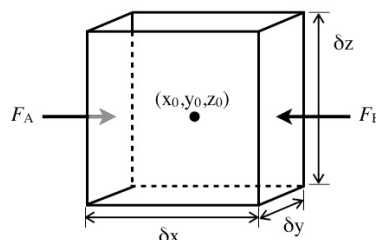
där  $m$  är massa,  $a$  acceleration och  $P$  rörelsemängd. Ekvationen ger ändring av absolut rörelsemängd för en Lagransk fluidvolym p.g.a. de krafter som verkar på fluiden.

En utav dessa krafter är tryckkraft:

$$F = p \cdot A \quad \{11\}$$

där  $p$  är tryck och  $A$  är area. På en fluidvolym, se figur 2, är tryckkraften i x-led:

$$F_A - F_B \approx \left[ p(x_0) - \frac{\delta x}{2} \frac{\partial p(x_0)}{\partial x} \right] \cdot \delta y \delta z - \left[ p(x_0) + \frac{\delta x}{2} \frac{\partial p(x_0)}{\partial x} \right] \cdot \delta y \delta z = -\frac{\partial p(x_0)}{\partial x} \cdot V = -\frac{\partial p(x_0)}{\partial x} \cdot \frac{m}{\rho} \quad \{12\}$$



Figur 2: Tryckkrafter på en Lagransk fluidvolym.

Total tryckgradientkraft per kilogram:

$$\frac{\mathbf{F}}{m} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad \{13\}$$

Fluiden påverkas även av krafter från jordens rotation (vinkelhastighet),  $\mathbf{\Omega}$ , skenbar gravitation<sup>6</sup>,  $\mathbf{g}$ , och friktion  $\mathbf{F}_r$ .

I jordens roterande referenssystem ger detta rörelsemängdsekvationen:

$$\frac{\mathbf{F}}{m} = \mathbf{a} = \frac{D\mathbf{U}}{Dt} = -2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{U} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \mathbf{F}_r \quad \{14\}$$

Om {14} skrivs på komponentform i sfäriska koordinater ger skalanalys för atmosfärsrörelser på skala mellan ca 100 km och ca 5000 km:

$$\frac{Du}{Dt} = f_v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \{15\}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -f_u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad \{16\}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \approx 0 \quad \{17\}$$

där  $f = 2 \cdot \mathbf{\Omega} \cdot \sin\phi$  (s.k. Coriolisparameter eller planetär vorticitet (rotation)). Komponenten för vertikal hastighets ändring med tid, fortsättningsvis kallad vertikal acceleration, ger

$$g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \{18\}$$

Ekvation {18} uttrycker hydrostatisk balans som då gäller till en hög noggrannhet. Hydrostatisk balans innebär att trycket i en punkt är vikten av luftkolumnen (1 m<sup>2</sup> i genomsnitt) över punkten, för härledning se appendix 2. [8c, 9c, 9e]

Med Boussinesqs approximation kan hydrostatisk balans kontrolleras. Då är tryckfält och densitetsfält summan av medelvärdesfälten  $p_0$  respektive  $\rho_0$  och störningsfälten  $p'$  respektive  $\rho'$  så att  $p(x,y,z,t) = p_0(z) + p'(x,y,z,t)$  och  $\rho(x,y,z,t) = \rho_0(z) + \rho'(x,y,z,t)$ . Om  $p_0(z)$  och  $\rho_0(z)$  är i exakt hydrostatisk balans gäller

$$g = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial z} \quad \{19\}$$

Insatt i rörelsemängdsekvationerna {15}, {16} och {17} (härledning se appendix 3):

$$\frac{Du}{Dt} = f_v - \frac{1}{(\rho_0 + \rho')} \frac{\partial(p_0 + p')}{\partial x} \approx f_v - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad \{20\}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -f_u - \frac{1}{(\rho_0 + \rho')} \frac{\partial(p_0 + p')}{\partial y} \approx -f_u - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} \quad \{21\}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -g - \frac{1}{(\rho_0 + \rho')} \frac{\partial(p_0 + p')}{\partial z} \approx -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0} g \quad \{22\}$$

<sup>6</sup> Skenbar gravitation innebär att gravitationsacceleration,  $g$ , ges ett konstant värde.



där  $p_0, \rho_0$  endast är funktioner av  $z$ ,  $(\rho'/\rho_0) \ll 1$ . Vidare skalanalys ger att även störningarna approximativt är i hydrostatisk balans:

$$g = -\frac{1}{\rho'} \frac{\partial p'}{\partial z} \quad \{23\}$$

vilket ger

$$\frac{Dw}{Dt} \approx -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0} g = \frac{1}{\rho_0} \rho' g - \frac{\rho'}{\rho_0} g = 0 \quad \{24\}$$

så att atmosfärsrörelser på den givna skalan kan anses vara i hydrostatisk balans och vertikal acceleration negligeras.

För vädersystem där hydrostatisk balans antas är den horisontella skalan mycket större än den vertikala. I konvektiva system är vertikal och horisontell skala är ungefär lika och hydrostatisk balans kan inte antas. Icke-hydrostatisk balans kan då visas genom att betrakta en atmosfär i hydrostatisk balans där

$$\frac{Dw}{Dt} = -g - \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial z} \approx 0 \quad \{25\}$$

För en icke-hydrostatisk luftvolym vars tryckfält är identiskt med omgivningens gäller

$$\frac{Dw}{Dt} = -g - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_1}{\partial z} = -g + \frac{g \cdot \rho_1}{\rho_2} = -g \cdot \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) \quad \{26\}$$

där  $(\partial p_2/\partial z) = (\partial p_1/\partial z)$ . Om nu  $\rho_2 < \rho_1$  blir den uppåtriktade tryckgradientkraften {49} större än den nedåtriktade tyngdkraften {48} och  $Dw/Dt > 0$ . En luftvolym med lägre densitet än omgivningen får då uppåt rörelse. Uppåtrörelsen ger högt tryck över volymen och lågt tryck under den, s.k. perturbationstryck (störningstryck). Det gör att luft flyttas horisontellt utåt över volymen och inåt under den. Som effekt uppstår en nedåtriktad perturbationstryckgradientkraft som motverkar den uppåtriktade kraften. Om nu luftvolymens horisontella skala är mycket större än dess vertikala skala är mängden luft som flyttas horisontellt över och under volymen relativt stor. Det ger en stor nedåtriktad tryckgradientkraft som helt motverkar den uppåtriktade kraften och atmosfären anses vara kvasi-hydrostatisk. Om volymens horisontella och vertikala skalor är lika blir mängden luft som flyttas horisontellt relativt liten och perturbationstryckgradienten blir inte tillräckligt stor för att motverka uppåtkraften. Atmosfären är då icke-hydrostatisk. [9c, 10b]

Boussinesqs approximation på kontinuitetsekvationen ger  $\nabla \cdot (\rho_0 \cdot \mathbf{U}) = 0$  vilket innebär att fluiden uppträder som om den var okomprimerbar eftersom ett horisontellt massflöde är icke-divergent, men om det finns en vertikal rörelse kan densiteten ändras (i motsats till en helt okomprimerbar fluid). [1a, 9c]

De hydrostatiska primitiva ekvationerna är alltså förenklade genom hydrostatisk balans, en grund atmosfär och att geopotentialytor är sfärsika (konstant  $g$ ). Det sistnämnda kan även gälla för icke-hydrostatiska ekvationer. [15] Icke-hydrostatiska modeller kan ha olika ekvationssystem och är mest intressanta för en upplösning högre än 10 km. En modell som använder en djup atmosfär behåller  $w$  i rörelsemängdsekvationerna och verkligt avstånd till jordens mittpunkt.<sup>7</sup> [16]

<sup>7</sup> Ekvationer med en grund atmosfär negligerar  $w$  i rörelsemängdsekvationerna och ersätter det verkliga avståndet från jordens centrum med en konstant.

I en hydrostatisk prognosmodell antas alltså att  $Dw/Dt \approx 0$  och värden på vertikal hastighet ges diagnostiskt (beräknas) medan de primära fälten  $u$  och  $v$  är prognostiska. I en icke-hydrostatisk modell är även  $w$  prognostiskt så att dess utveckling framåt i tid kan uppskattas. [1a]

## Diskretisering

Utvecklingen av en prognosvariabel sker ofta i vågor. En endimensionell differentierbar vågfunktion,  $\psi(x)$  som är en lösning till en godtycklig differentialekvation, på intervallet  $0 \leq x \leq L$  kan diskretiseras i  $N+1$  ekvidistanta punkter (s.k. trunkering). Det ger  $\psi_n(x) = \psi(n \cdot \delta x)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N$  och  $\delta x = L/N$ . Summan av alla delintervall ger då en approximation till den kontinuerliga funktionen (skillnaden kallas trunkeringsfel). Ändlig differens är en differentieringsmetod för approximationen då Taylorutveckling av  $\psi(x)$  ger ett uttryck för funktionen som summan av  $\psi(x)$ :s derivator av olika ordning. Vidare finns både explicit och implicit differentiering. Den explicita metoden använder  $\psi_{n-1}(x)$  och  $\psi_n(x)$  för att beräkna  $\psi_{n+1}(x)$  och ger två lösningar (kan vara ostabil), medan den implicita metoden använder  $\psi_n(x)$  och  $\psi_{n+1}(x)$  vilket ger en enda stabil lösning. Det finns även en semi-implicit metod där linjära termer behandlas implicit och icke-linjära explicit. Exempelvis för ekvation {15} i vilken den första termen i högerledet beräknas implicit och den andra explicit. Metoden innebär att ett större tidssteg kan användas.

Istället för ändlig differens finns en spektral metod då variabelns variation uttrycks med ändliga serier av ortogonala vågfunktioner. En global prognosmodell använder en serie av sfäriskt harmoniska funktioner medan en modell för ett begränsat område vid medelbreddgrader använder en dubbel Fourierserie i  $x$  och  $y$ . En Fourierserie är summan av de cosinus- och sinusfunktioner som beskriver den totala vågfunktionen.

En approximation med ändlig differens beskriver värde och tidsutveckling av en variabel lokalt i alla mätpunkter, alltså Eulerskt. En Lagransk metod ger inte samma jämna fördelning men har andra fördelar då vissa egenskaper bevaras. Ofta används en semi-Lagransk metod då volymer spåras bakåt i tid genom att medelvärdet över intervallet  $(n, n+1)$  beräknas. Om volymen inte befinner sig exakt på en mätpunkt kan då värdet interpoleras till  $n$ . [5, 8a, 9d]

## Parametrisering

Parametrisering innebär att fysikaliska processer som sker på mindre skalor än prognosmodellens upplösning, t.ex. konvektion, uttrycks med variabelfält som kan upplösas. Parametrisering adderas i alla mätpunkter så att processernas effekt på de större fälten räknas med. Konvektion har ungefärliga rums- och tidsskalor på 50 m - 25 km respektive 1 min. - 1 tim. Konvektiva moln på mindre skala än modellens upplösning relateras med fuktighetsfält, temperaturfält och vindfält. Konvektion påverkar i sin tur fuktighetsfältets utveckling.

Det kan visas att

$$\frac{Dw}{Dt} \approx -\frac{\rho'}{\rho_0} g = \frac{T'}{T_0} g = \frac{T_v'}{T_{v0}} g \quad \{27\}$$

Härledning se appendix 4. Integrering av {27} från LFC (Level of Free Convection) till EL (Equilibrium Level) ger CAPE (Convective Available Potential Energy) som är ett mått på hur kraftig konvektion kan bli. Eftersom

$$T_v' = T' \cdot (1 + \varepsilon \cdot q) \quad \{28\}$$

där  $T_v'$  är virtuell temperatur,  $\varepsilon$  är en konstant och  $q$  är specifik fukt. Påverkar alltså specifik fukt konvektionens styrka. Det kan även visas att vind påverkar var konvektion uppstår. [8a, 8b, 9d, 12]

## Vertikal koordinat

De horisontella rörelsemängdsekvationerna i isobariska koordinater (tryck som vertikal koordinat):

$$\frac{Du}{Dt} = fv - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad \{29\}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -fu - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad \{30\}$$

Här är

$$\frac{D}{Dt} = \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)_p + u \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x} \right)_p + v \cdot \left( \frac{\partial}{\partial y} \right)_p + \omega \frac{\partial}{\partial p}$$

där  $\omega = Dp/Dt$  och  $\Phi$  är geopotentiell höjd som har samband med geografisk höjd enligt

$$d\Phi = g \cdot dz = g \cdot \frac{-dp}{\rho \cdot g} = -\frac{1}{\rho} dp \quad \{31\}$$

I många prognosmodeller används en generell vertikal koordinat:

$$\sigma = \frac{p(x, y, z, t)}{p_s(x, y, z, t)} \quad \{32\}$$

där tryck,  $p$ , normaliserats med tryck vid jordytan,  $p_s$ , så att  $\sigma = 1$  vid ytan och följer orografin.

Höjdvariationer vid ytan fortplantas då uppåt så att det geopotentiella fältet uttryckt med  $\sigma$ -koordinaten inte stämmer med verkligheten vid toppen av atmosfären. Därför används ofta en s.k. hybridkoordinat istället som är en blandning av en koordinat som följer marken och en som inte följer marken (exempelvis tryck):

$$p(n) = A(n) + B(n)p_s \quad \{33\}$$

där  $A$  och  $B$  är specificerade funktioner.  $A = 0$  ger en koordinat som följer orografi och  $B = 0$  ger en  $p$ -koordinat. Totalt ger detta en vertikal dämpning av orografieffekter. [2a, 2b, 8c, 9e]

## HIRLAM (High Resolution Limited Area Model)

### - hydrostatisk modell

HIRLAM är ett internationellt forskningsprogram (start 1985) med medlemmar från Danmark, Estland, Finland, Island, Irland, Holland, Norge, Spanien, Sverige och Litauen. Målet med HIRLAM är att utveckla ett numeriskt prognosystem för korttidsprognoser.

Modellen har skalor på ca 5 - 15 km horisontell upplösning. Det är en hydrostatisk rutnätsmodell där jordytan och atmosfären delas in i ett tredimensionellt rutnät med mätpunkter vid skärningspunkterna. Dynamiken baseras på semi-implicit och semi-Lagransk diskretisering av de primitiva ekvationerna för flera nivåer med en hybridkoordinat.

Vertikal hastighet beräknas diagnostiskt genom partiell vertikal summering när kontinuitetsekvationen diskretiseras vertikalt.

Kontinuitetsekvationen med hybridkoordinaten:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla_z + \nabla_z \mathbf{V} \right) \frac{\partial p}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial n} \left( \dot{n} \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \right) = 0 \quad \{34\}$$

där  $\mathbf{V} = (u, v)$  och  $\dot{n}$  är vertikal hastighet.

Som exempel studeras rörelsemängdsekvationen med hybridkoordinaten:

$$\frac{d\mathbf{V}_k}{dt} = (-\mathbf{f}\mathbf{k} \times \mathbf{V} - \nabla\Phi - R_d T_v \nabla \ln p)_k + (P_u + K_u)_k \quad \{35\}$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}\nabla_z + \dot{n} \cdot \frac{\partial}{\partial n}; \quad \Phi_k = \Phi_s + R_d \sum_{j=k+1}^M (T_v \Delta \ln p)_j + R_d (\alpha T_v)_k; \quad \alpha_k = 1 - \left( \frac{\Delta \ln p}{\Delta p} \right)_k \cdot p_{k-1/2};$$

$$(\nabla \ln p)_k = \nabla \left( \frac{p_{k+1/2} \ln p_{k+1/2} - p_{k-1/2} \ln p_{k-1/2}}{\Delta p_k} \right)$$

$\alpha_1 = \ln 2$ ,  $\mathbf{k}$  är vertikal enhetsvektor,  $R_d$  är en konstant,  $T_v$  är virtuell temperatur,  $P_u$  är fysikalisk process och  $K_u$  är diffusion.

För vertikal diskretisering definieras horisontell vind,  $\mathbf{V}_k$ , och temperatur,  $T_k$ , vid varje nivå  $k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, N$ ). Tryck,  $p_{k+1/2}$ , geopotentiell höjd,  $\Phi_{k+1/2}$ , och vertikal vind,  $\dot{n}_{k+1/2}$ , definieras mellan nivåerna.

Den vertikala hybridkoordinaten definieras med tryck enligt:

$$p_{k+1/2} = A_{k+1/2}(n) + B_{k+1/2}(n) p_s(\lambda, \phi) \quad \{36\}$$

Parametriseringsschemat innehåller strålning, moln och avdunstning/kondensering, turbulens, yt- och jordprocesser och orografi. Data-assimilation för övre atmosfärsnivåer bygger på ett s.k. 4D-VAR, ett variationsschema för analys. Detta schema är en kombination av en första uppskattning av värdet, observationsdata och statistik som plockar bort orealistiska prognosdata. Schemat ger initialvärden till modellens ekvationssystem. För att minimera skillnader mellan observationer och analysdata används en beräkningsfunktion som innehåller bakgrundsvärden, observationer, initialvärden och randvillkor (värden vid domängränserna). Observationsdatan som passas in kommer bl.a. från TEMP(ballong), SYNOP(skepp, land (auto)), AIREP(flyg), PILOT(land), SATOB(satelliter), DRIBU(bojar) och ATOVS(polär satellit). Bias-korrekationer för systematiska fel i mätning eller beräkning läggs på de flesta satellitdata och all data kontrolleras och sorteras. Digitala filter används på initialvärden för att minska brus (ostabila, falska lösningar) och spin-up (bevarande av massa för ett roterande flöde ger att  $w \neq 0$  vid ytan). Initialvillkor och randvillkor ges av ECMWF:s (European Centre for Medium Range Weather Forecasts) globala spektralmodell. Vid randen justeras värden över 10 mätpunkter efter en horisontell diffusion som fördelar horisontell turbulens. Det breda kopplingsschemat kan ge problem men är accepterbart om upplösningen mellan värdmodellen och randmodellen inte skiljer sig för mycket. Vid den övre randen sätts vertikal hastighet till noll.

HIRLAM utvecklas inte längre men befintliga modeller upprätthålls. Planen är att helt gå över till HARMONIE för alla skalor. [1c, 2, 2b, 5, 8c, 9d]

### **HARMONIE (Hirlam Aladin Regional Mesoscale Operational NWP-model In Europe) - icke hydrostatisk**

HARMONIE är en icke-hydrostatisk spektral modell med en horisontell upplösning på meso-skala, ca 2,5 km. Dynamiken baseras på semi-implicit och semi-Lagransk diskretisering av de fullt elastiska ekvationerna med en vertikal hybridkoordinat vid två nivåer samtidigt. För lägre upplösning kan dock diskretiseringen göras på de hydrostatiska ekvationerna. Den dynamiska kärnan bygger på AROME-modellen (Applications of Research to Operations at MESoscale) utvecklad av Météo-France, CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique) och ECMWF. De fullt elastiska ekvationerna innebär de tidigare beskrivna ekvationerna för bevarande av energi, massa och rörelsemängd utan approximation. De är då icke-hydrostatiska, komprimerbara och gäller för alla skalor för en ideal gas.

För en icke-hydrostatisk modell som ska vara universell, alltså användas med olika rums- och tidsupplösningar både globalt och lokalt, anses de fullt elastiska ekvationerna med en hybridkoordinat vara det enda ekvationssystem som kan användas.

AROME använder 12 prognosvariabler i tre dimensioner varav 2 st. är icke-hydrostatiska ( $q$  och  $d$  som har samband med tryck resp. vertikal rörelsemängd) och 10 st. är hydrostatiska (horisontell vind, temperatur, vattenånga, olika nederbördstyper och turbulent kinetisk energi). [2, 2a, 13, 14]

För att härleda hur byte av vertikal koordinat påverkar ekvationerna betraktas som exempel de Eulerska original rörelsemängdsekvationerna med en höjdkoordinat,  $z$ :

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \cdot \nabla_z p \quad \{37\}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \{38\}$$

Studier visar att med relevanta prognosvariabler är en massbaserad vertikal koordinat,  $\pi$ , lika passande som en höjdkoordinat för att lösa det komprimerbara Eulerska ekvationssystemet. För en bättre modell omformuleras  $\pi$  till en hybridkoordinat:

$$\pi(n) = A(n) + B(n)\pi_s$$

Koordinatstransformation till  $\pi$  och vidare till hybridkoordinaten ger rörelsemängdsekvationerna:

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{RT}{p} \cdot \nabla p - \frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial n} \nabla \Phi \quad \{39\}$$

$$\frac{Dd}{Dt} = -g^2 \frac{p}{mRT} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{m} \frac{\partial(\pi P)}{\partial n} \right) + g \frac{p}{mRT} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial n} \nabla w + d(X - d) + \dot{X} \quad \{40\}$$

$$d = -\frac{gp}{mRT} \frac{\partial w}{\partial z} + X ; X = \frac{p}{mRT} \cdot \nabla \Phi \cdot \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial n} ; P = \frac{p - \pi}{\pi}$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla + \dot{n} \cdot \frac{\partial}{\partial n} ; \Phi = \Phi_s + \int_n^1 \left( \frac{mRT}{p} \right) dn'$$

$Dd/Dt$  ger en tidsderivata av  $w$  så att denna är prognostisk. För fullständiga rörelsemängdsekvationer ska även jordens rotation medräknas. Det ger

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -f\mathbf{k} \times \mathbf{V} - \frac{RT}{p} \cdot \nabla p - \frac{1}{m} \frac{\partial p}{\partial n} \nabla \Phi \quad \{41\}$$

Till ekvation {41} adderas sedan önskade fysikaliska processer, som turbulens, och kan då jämföras med motsvarande ekvation i HIRLAM, {35}.

För vertikal diskretisering i HARMONIE används ändliga differenser, men en förbättring är under arbete. För horisontell diskretisering används en spektral metod och för tidsdiskretisering används en semi-Lagransk metod som är mer stabil än den rent Eulerska diskretiseringen.

Beräkningsstabilitet är viktig för att diskretiseringen ska stämma med utvecklingen som studeras. I HARMONIE upplöses konvektion delvis (beräknas explicit) och parametreras delvis.

För övrig fysikalisk parametrering används strålning, grund konvektion, djup konvektion, mikrofysik och turbulens. Det finns även scheman för avdunstning/kondensering, fukt, orografi och yt- och jordprocesser. Data-assimilation i HARMONIE sker med ett 3D-VAR-schema men ett 4D-VAR-schema är under utveckling. Statistiska beräkningar är något mer exakta än i HIRLAM. Totalt ger assimilationen i HARMONIE bättre prognoser än HIRLAM:s. Insamling av observationsdata sker med samma medel som för HIRLAM. Ytvariablerna analyseras med rumsinterpolering, då

värden både framåt och bakåt i tiden används för att justera värdet vid den aktuella tiden. Denna interpolering är optimal för parametrarna T2m, RH2m (fukt) och temperatur vid havsytan. Brus och spin-up minskas på samma sätt som i HIRLAM. Initial- och randvillkor erhålls från ECMWF:s globala spektralmodell. Även justering vid sidogränserna och övre randvillkor är identiska med HIRLAM. [1d, 1e, 2, 2a]

## Grönland

Generellt är det alltid ett område med kall luft väster om Grönland p.g.a. en semi-permanent sänka i det geopotentiella höjdfältet vid 500 hPa som ger en extra stark jetström i området. Sänkan är ett tvingat stationärt Rossby tillstånd då det västliga flödet måste passera över Klippiga bergen. Flödet böjer av söderut strax efter bergskedjan och genomgår en dämpad svängningsrörelse. Detta bevarar potentiell vorticitet, vilken kan beskrivas som förhållandet mellan absolut vorticitet och rotationens höjd mellan två isentropa ytor.

Över 80 % av Grönland är täckt av inlandsis och den östra delen ligger ca 3000 m ö.h.

Ett västligt flöde tvingas eventuellt nedåt öster om inlandsisen vilket ger konvergens, en sekundär stigande rörelse och tryckfall vid ytan. Vid jordytan rör sig lågtryck mot stigande rörelse, konvergens, negativ trycktendens (tryck minskar med tid), positiv temperaturadvektion och positiv vorticitetstendens (cyklonisk rörelse ökar med tid). Det kan vara orsaken till att lågtryck från väst gärna rör sig mot ett semi-permanent lågtryck öster om Grönland (det s.k. Islands lågtrycket).

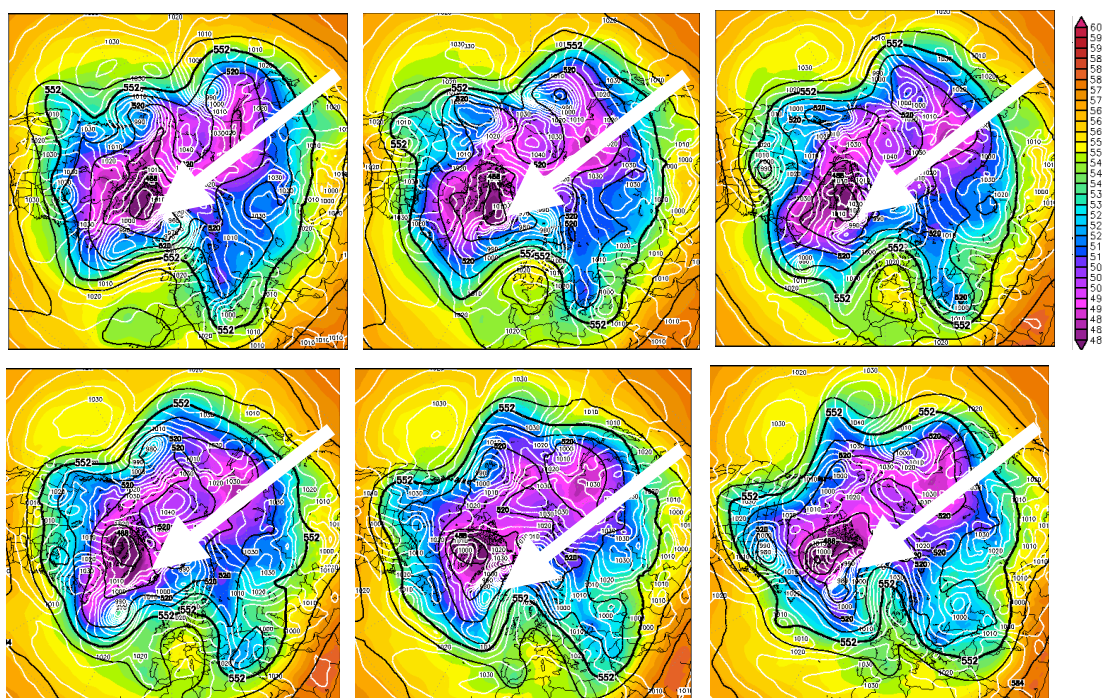
Luftryck vid 3000 m kan generellt uppskattas ( härledning se appendix 5) enligt

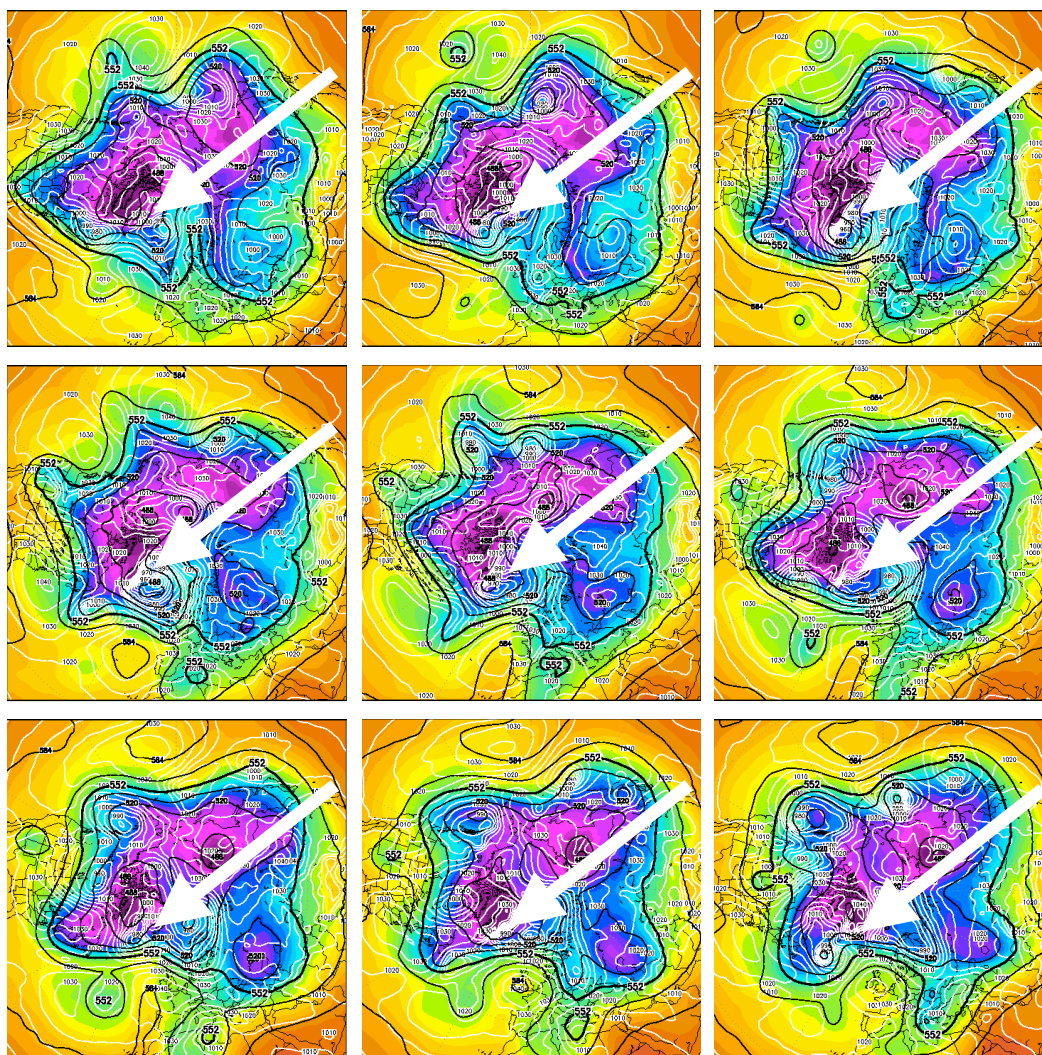
$$p \approx p_0 \cdot e^{-\gamma H} = 10^5 \text{ Pa} \cdot e^{-(3000 \text{ m} / 7500 \text{ m})} \approx 670,3 \text{ hPa} \quad \{42\}$$

Vid lägre trycknivåer på väderkort (t.ex. 850 hPa) interpoleras parametrar nedåt i prognosmodellen. Trycket vid medelhöjden av havsnivån (mslp) i exempelvis figur 5, 7 och 8 är alltså interpolerat nedåt från markytan. Tidigare placerades vita fält där ingen verklig data fanns vilket vore att önska även i dag. Med nuvarande teknik är det i vilket fall viktigt att vara uppmärksam på värden vid nivåer som ligger under den verkliga topografien. [1a, 5, 9a, 10a]

## Situationen vid Grönland 27 februari 2012 till 12 mars 2012

För att överskåda situationen vid Grönland studeras först väderkort över norra halvklotet, se figur 4.





500 hPa Geopotential [gpm], Bodendruck [hPa], relative Topographie H500-H1000 [gpm]

Figur 4. Analyser 12 UTC från GFS (Global Forecast System, NOAA<sup>8</sup>). Från väster till höger: 27 februari 2012 till 12 mars 2012. Tryck vid 500 hPa (svarta linjer), mslp (vita linjer) och H500 - H1000 (färgskala). Pilar visar Grönland.

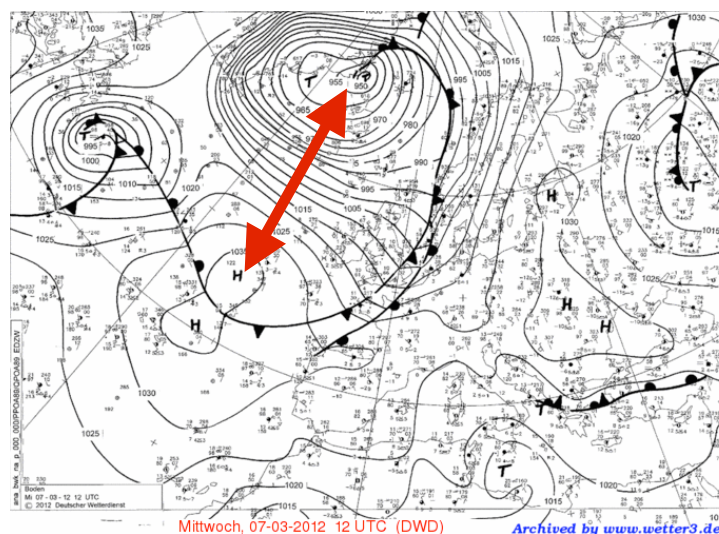
Från 27/2 2012 till 12/3 2012 var NAO<sup>9</sup> positiv (+NAO). Skillnaden i mslp mellan lågtrycket vid Grönland och högtrycket vid Azorerna var alltså generellt stor, ca 85 hPa 7 mars, se figur 5. Temperaturer 2 m över ytan (T2m) vid mätstationer 12 UTC var mellan ca -15°C på Grönlands östkust och ca -25°C i de södra och västra delarna.<sup>10</sup> Norra Europa hade temperaturer mellan ca

<sup>8</sup> NOAA, National Oceanic and Atmospheric Administration, är en del av handelsdepartementet i USA.

<sup>9</sup> Den Nordatlantiska oscillationen, NAO, är svängningar i tryckskillnad vid ytan (mslp) mellan det semi-permanenta lågtrycket öster om Grönland och ett semi-permanent högtryck väster om Portugal, över Azorerna. Växlingar mellan tillstånden sker med flera års mellanrum utan tydlig periodicitet. Vid relativt stor tryckskillnad sägs NAO vara positiv (höindex polaritet) vilket medför att Polarfrontjetströmmen och cyklonbanor är placerade längre norrut än normalt med starka västvindar in över norra Europa. Vid relativt liten skillnad sägs NAO vara negativ (lågindex polaritet) med svaga västvindar som följd. Starka vindar medför fukt och nederbörd. Om vintern är temperaturer över det normala i Europa medan de är under det normala i västra Grönland och om sommaren är förhållandet omvänt. Svaga vindar ger mer torrt och klart förhållande i Europa. Svängningar i temperaturskillnader mellan Grönland och Europa kallas "Temperaturvippen" eller "Seesaw". Fenomenet fastställdes på 1700-talet av missionären Hans Egede. [1b, 5, 6].

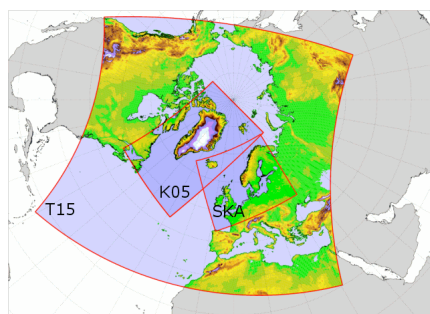
<sup>10</sup> Observationsdata från DMI.

-5°C och ca 5°C under samma period. Tryckskillnaden mellan lågtryck och högtryck medförde alltså extremt låga temperaturer i Grönland medan Nordeuropa var mycket mildare. [4]



Figur 5. Analys för 7 mars 2012 12 UTC från DWD (Deutscher Wetterdienst Offenbach, Tyskland). mslp (svarta, tunna linjer). Röd pil visar tryckskillnad.

För att vidare studera situationen vid Grönland 4 - 12 mars 2012 används analysdata (+00)<sup>11</sup> på ett utsnitt (likt K05) från DMI:s T15-modell, se figur 6 och tabell 1. De utvalda parametrarna är mslp, temperatur vid 500 hPa (T500hPa) och vind vid 300 hPa (v300hPa). Mslp ger insikt om luftmassans fördelning och hur vindarna strömmar vid ytan. T500hPa ger en överblick över luftmassornas temperatur. Nivån ligger på ca 5,5 km höjd, ungefär mitt i troposfären, och luft flödar fritt över topografi. Det är dock inte mycket baroklinitet över 500 hPa. 300 hPa är medelhöjden för Polarfrontjetströmmen som påverkar nedsjunkande och uppstigande rörelse. [1a, 1b]



Figur 6: DMI-HIRLAM:s olika modelldomäner.

	HIRLAM-T15	HIRLAM-K05	HARMONIE
Antal vertikala nivåer	40	40	65
Horisontell upplösning	0,15° (16 km)	0,05° (5 km)	≈ 2 km
Tidssteg	400 s	150 s	30 s
Randvärdesmodell	ECMWF	ECMWF	ECMWF

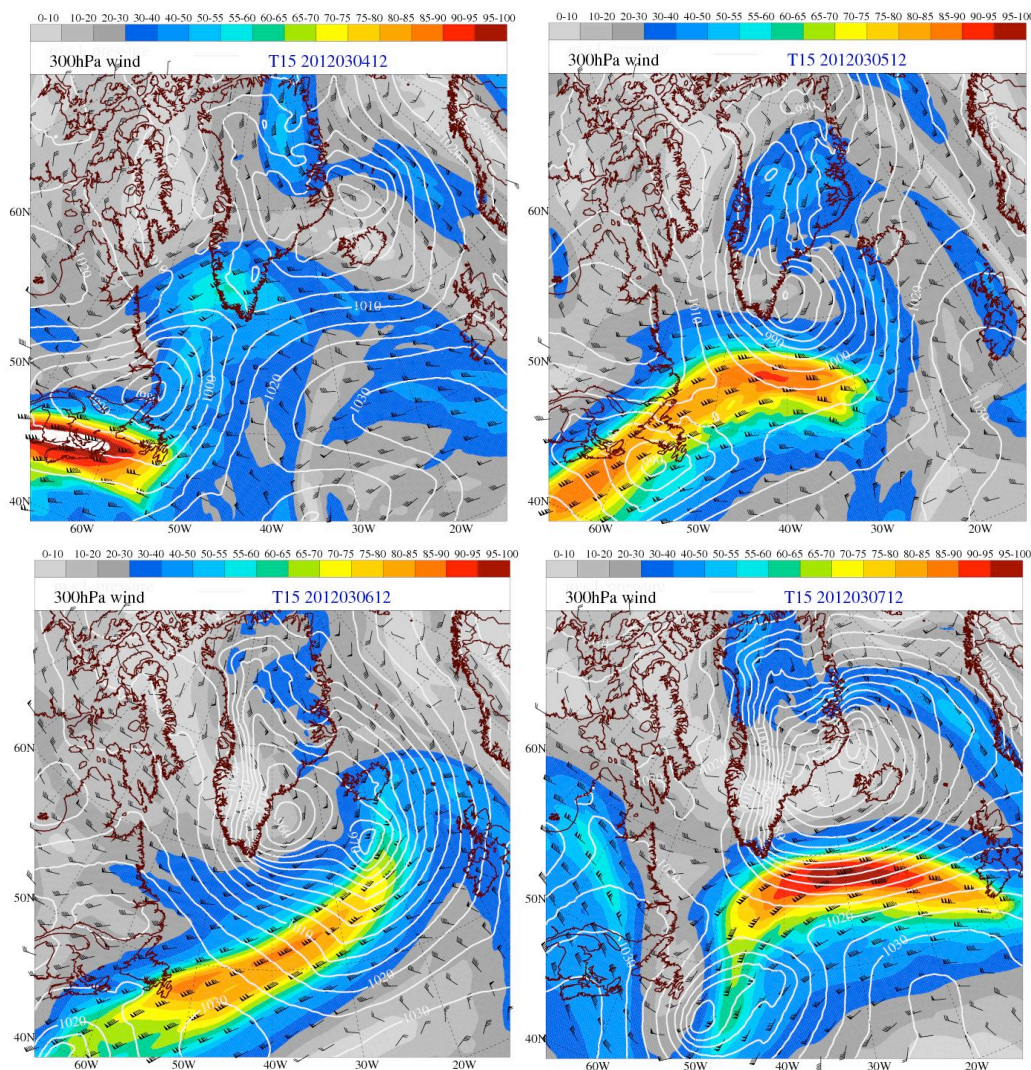
Tabell 1. Specifikationer för de aktuella prognosmodellerna. [1c, 3]

<sup>11</sup> Analysdata är resultatet av datapassningen med ett variationsschema (se sid.12).



Under hela perioden har kallpolen väster om Grönland temperaturer vid 500 hPa mellan  $-45^{\circ}\text{C}$  och  $-55^{\circ}\text{C}$ . Vinden vid 300 hPa cirkulerar cykliskt kring det kalla området (vilket ger en positiv avvikelse potentiell vorticitet<sup>12</sup>). Jetströmmen ligger något söder om Grönland (ca 55 m/s) med nordostlig riktning generellt. Under perioden passerar två jetkärnor (ca 90 m/s) från Newfoundland, den första kan ses i figur 7. Vid 500 hPa syns en temperaturgradient nästan direkt nedanför jetströmmen vid 300 hPa under hela perioden.<sup>13</sup> Se appendix 7.

Den 4 mars har det semi-permanenta lågtrycket öster om Grönland ett tryck i centrum på 995 hPa och det semi-permanenta högtrycket når upp över norra Atlanten. Under nästa dygn rör sig ett lågtryck österut från Kanadas östkust och sammanfaller med lågtrycket vid Grönland. Den 6 mars vandrar ytterligare ett lågtryck samma bana och det semi-permanenta lågtrycket vid Grönland fördjupas då till 950 hPa. Högtrycket över Azorerna förstärks under dessa dagar av nya högtryck från väst. Den 8 mars försvagas tryckpolerna. Den 9 - 12 mars passerar den andra jetkärnan. Jetströmmen har en mer nordlig bana och kallpolen vid 500 hPa förstärks och flyttas österut. Se appendix 7.

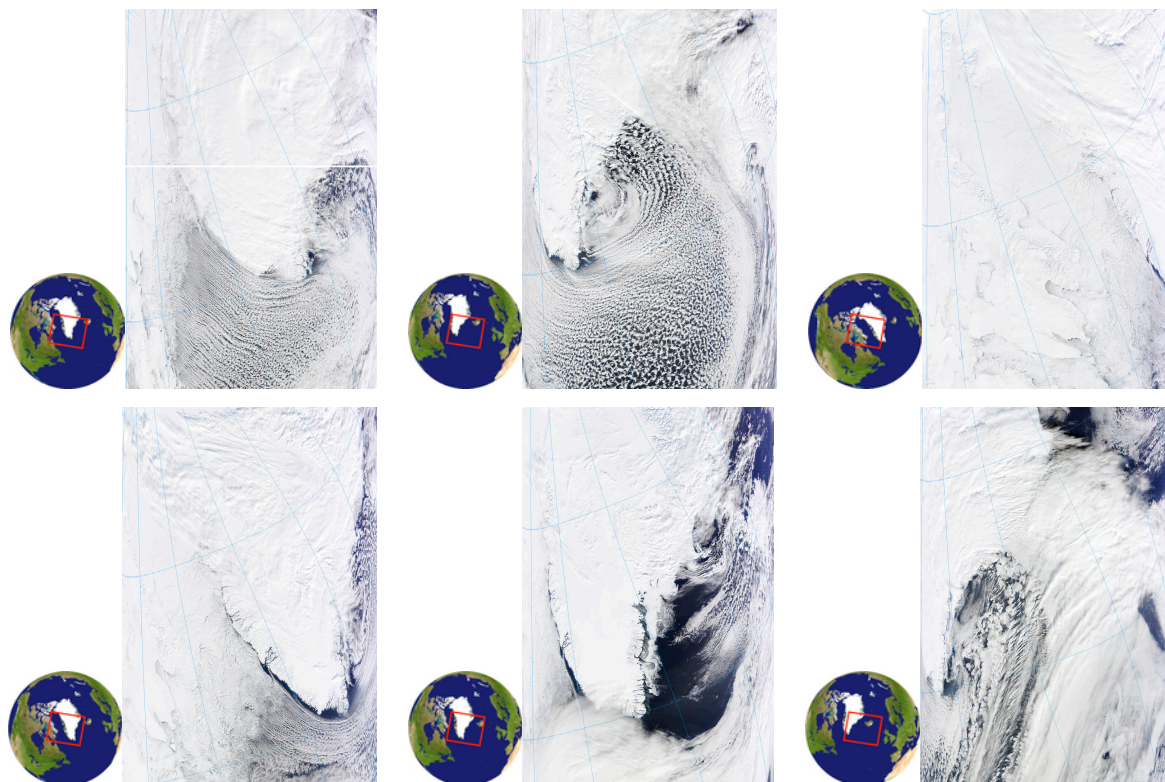


Figur 7. Analys (+00) 4 - 7 mars 2012 12 UTC från DMI-HIRLAM T15. mslp (vita linjer) och vind vid 300 hPa (vindfanor och färgskala).

<sup>12</sup> Potentiell vorticitet kan användas för att studera cykloners utveckling.

<sup>13</sup> Ett västligt flöde har alltid varm luft till höger och kall luft till vänster på norra halvklotet.

Satellitbilder över västra Grönland, figur 8, visar att det var konvektion vid södra Grönland. Det kan bero på att det finns en polgående, rel. varm randström i havet längs Grönlands västkust. [7, 11] Tillsammans med den nordliga vinden ger det en ostabil vertikal profil som gynnar konvektion.



Figur 8. Satellitbilder från Terra/MODIS, Nasa. Från väster till höger: 5 mars 2012 till 10 mars 2012.

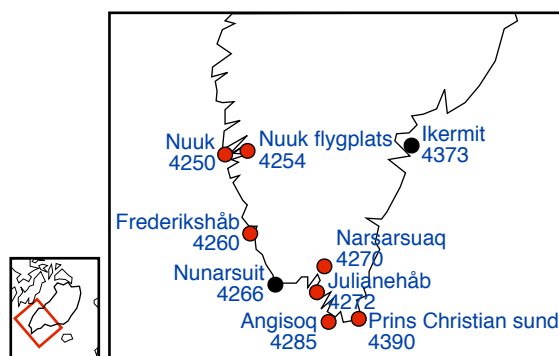
### Samband med grundläggande meteorologisk teori

Typsikt tar det ca 3 dagar för ett djupt lågtryck att utvecklas. Utvecklingen sker ofta nedströms från en sänka där jetströmmen (primär rörelse) advekerar positiv, relativ vorticitet (moturs rotation). Positiv vorticitetsadvektion bidrar till en sekundär stigande rörelse medan negativ vorticitetsadvektion, nedströms från en rygg, bidrar till sjunkande rörelse. Det bör nästan alltid vara positiv vorticitetsadvektion öster om Grönland, alltså nedströms från den semi-permanenta sänkan. Det gäller även att om en sänka högt upp ligger väster om ett lågtryck vid ytan gynnas utveckling av lågtrycket som fördjupas. [9b]

Cykloner drivs primärt av både vorticitetsadvektion och temperaturadvektion. En sekundär stigande rörelse ger en adiabatisk uppvärmning så att geopotentialytor höjs. På så sätt dämpar den sekundära cirkulationen horisontella tryckgradienter. Den sekundära cirkulationen omvandlar potentiell energi hos grundflödet till kinetisk energi hos störningar (perturbationer). Produktion av potentiell energi behöver polgående transport av varm luft och ekvatoriell transport av kall luft. Tillväxthastigheten för den totala energin beror på grundflödets storlek som är proportionell mot temperaturgradienten enligt den s.k. termalvindekvationen, se appendix 6. Detta samband finns mellan temperaturgradienten vid 500 hPa och jetströmmen vid 300 hPa (appendix 7). [8a, 8b]

Även jetkärnor påverkar cykloners styrka och rörelse. Vid ingången till en jetkärna (uppströms) accelererar flödet vilket ger konvergens på vänster sida och divergens på höger sida i nivå med jetströmmen. Det medför i sin tur att det är nedsjunkning till vänster och uppstigning till höger. Vid jetkärnans utgång retarderar flödet vilket ger motsatta förhållanden och således uppstigning till vänster. Lågtrycksbanor är ofta mot stigande rörelse som vid höger ingång till vänster utgång. Detta verkar vara fallet för det vandrande lågtrycket 5 - 6 mars, se figur 7. [8b, 10a]

Vidare kan katabatiska vindar uppstå från inlandsisen på Grönland särskilt vintertid. Kall luft rasar då ned från höjden och kan ge vindar på 80 m/s, s.k. Pitera<sup>14</sup>. Eventuellt kan dessa vindar ge en sekundär uppstigande rörelse öster om Grönland. Figur 8 visar en sådan situation (ej Pitera<sup>14</sup>) vid fjordarna utanför sydöstra Grönlandskusten den 9 mars och östra kusten 10 mars. Stationsdata för vind vid 10 m (medelvärde under ca 10 min) visar inga extremer. Dock var det vindbyar med kulingstyrka (över ca 14 m/s) 5 - 6 mars vid Nunarsuit (station nr 4266) med riktning 310° - 320°, 5 - 7 mars vid Angisoq (nr 4285) med riktning 290° - 300°, 6 - 8 mars vid Prins Christian sund (nr 4390) med riktning 260° - 280° och 6 mars vid Ikermit (nr 4373) med riktning 300°. Den sistnämnda verkar avvika från strömningen vid ytan och skulle kunna vara katabatisk. Stationer se fig. 9. [5, 6, 1b, 8b]



Figur 9. Höger bild visar placering av mätstationer i södra Grönland (röda stationer ingår i fallstudier). Röd ruta i vänster bild visar utsnitt.

Tryckgradienten vid ytan ger nordliga vindar som tillsammans med den sydvästliga vinden vid 300 hPa ger att vinden backar med höjd (vrider sig moturs) vilket betyder kalladvektion. Det bidrar till nedsjunkning vid ytan väster om lågtrycket medan det öster om lågtrycket är varmadvektion som bidrar till stigande rörelse. Det kan ge den smalare temperaturgradienten och starkare jetströmmen i slutet av perioden, se appendix 7. [8b, 8d]

Den starka tryckgradienten 6 - 8 mars verkar alltså uppstå när två vandrande lågtryck sammanfaller med det semi-permanenta lågtrycket vid Grönland. Även det semi-permanenta högtrycket över Atlanten och ett högtryck över Finland förstärker situationen. Jetströmmens placering och styrka gynnar cyklonbanorna. Se figur 4 och appendix 7. Kallpolen vid 500 hPa har lägst värden 11 - 12 mars då det bildas en djup sänka väster om Grönland, temperaturgradienten är då som starkast och riktad mest norrut.

## Fallstudier för Nuuk-området

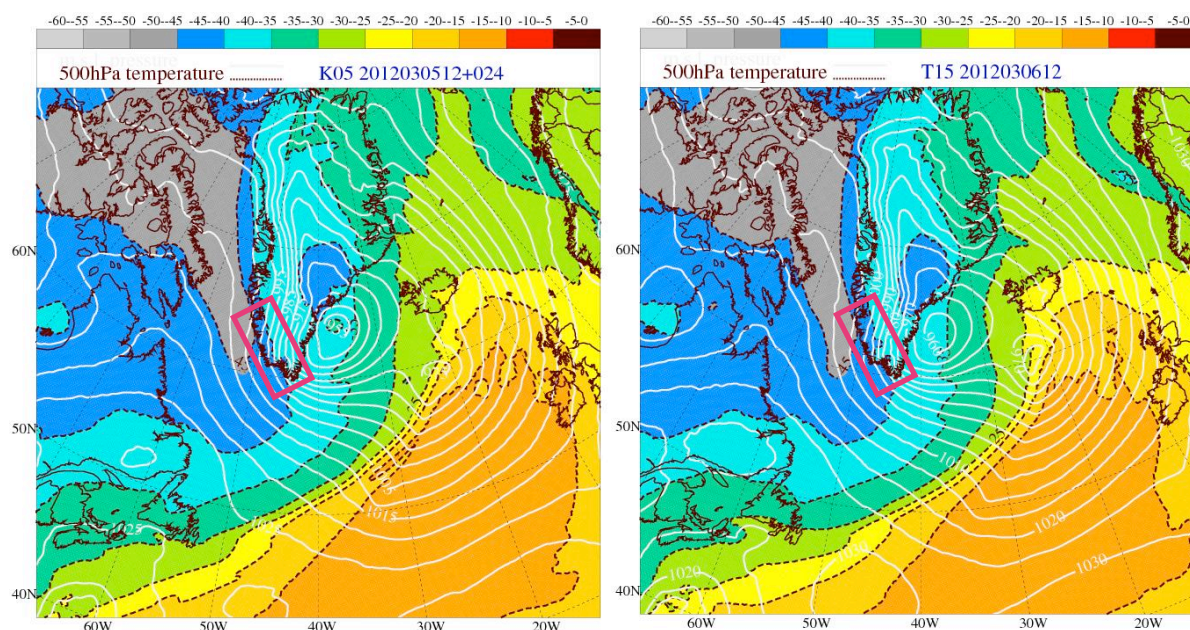
Denna fallstudie delas upp i två perioder: 6 - 8 mars då tryckgradienten över västra Grönland var som starkast och 11 - 12 mars då temperaturen vid 500 hPa var som lägst. För studierna används kartor för prognoser 24 timmar framåt (+24) från HIRLAM-K05 (vidare kallad K05) och från HARMONIE som jämförs med analyskartor (+00) från HIRLAM-T15 (vidare kallad T15) och HARMONIE, se figur 10 och 11. Även data för K05 och HARMONIE från 7 väderstationer i HARMONIE:s domän (figur 9) används för jämförelsedigram och tabeller (figur 12 - 15 och tabell 2 - 3). Alla kartor och data i denna del är hämtad från DMI:s databas.

<sup>14</sup> Definition för Pitera<sup>14</sup> är ca 50 - 80 m/s. DMI utfärdar varningar för detta.

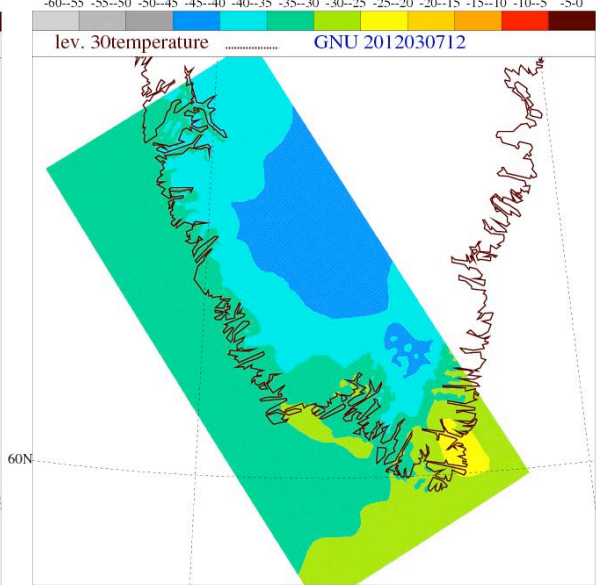
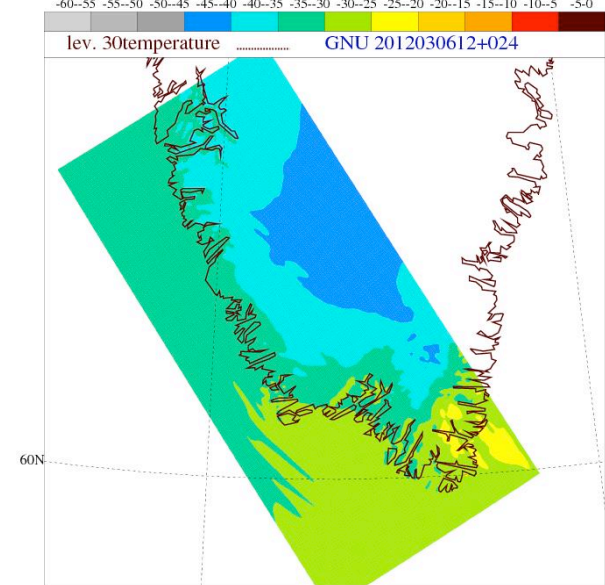
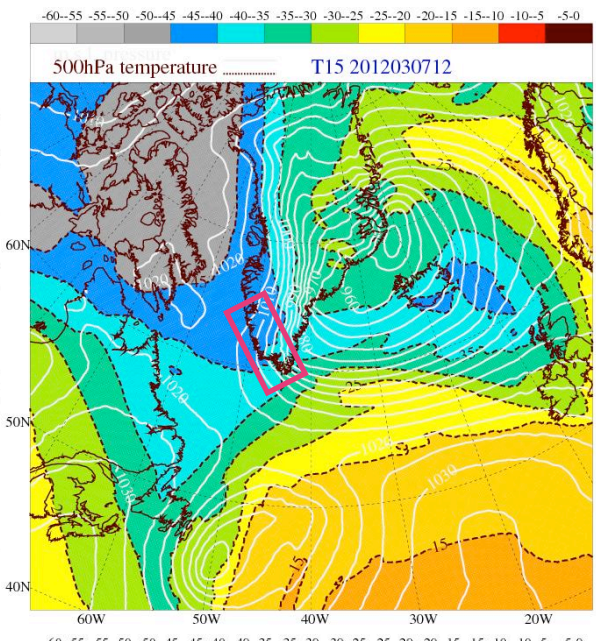
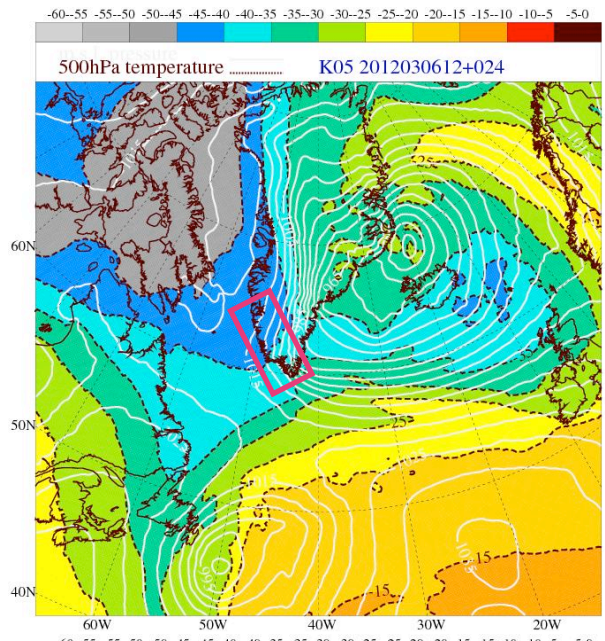
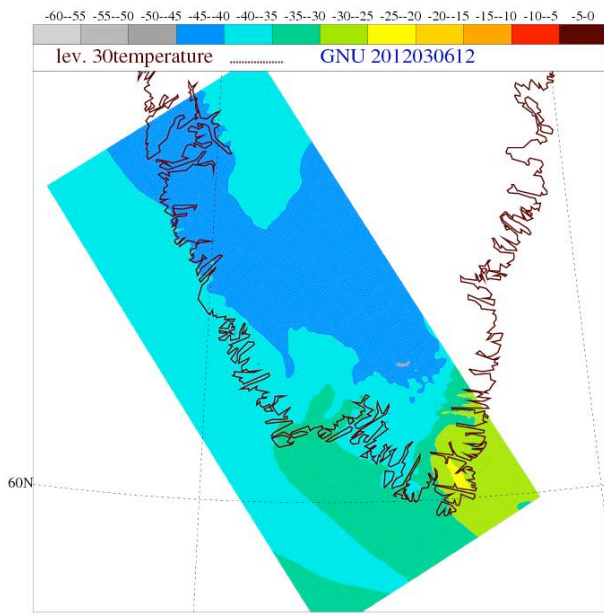
## 6 - 8 mars

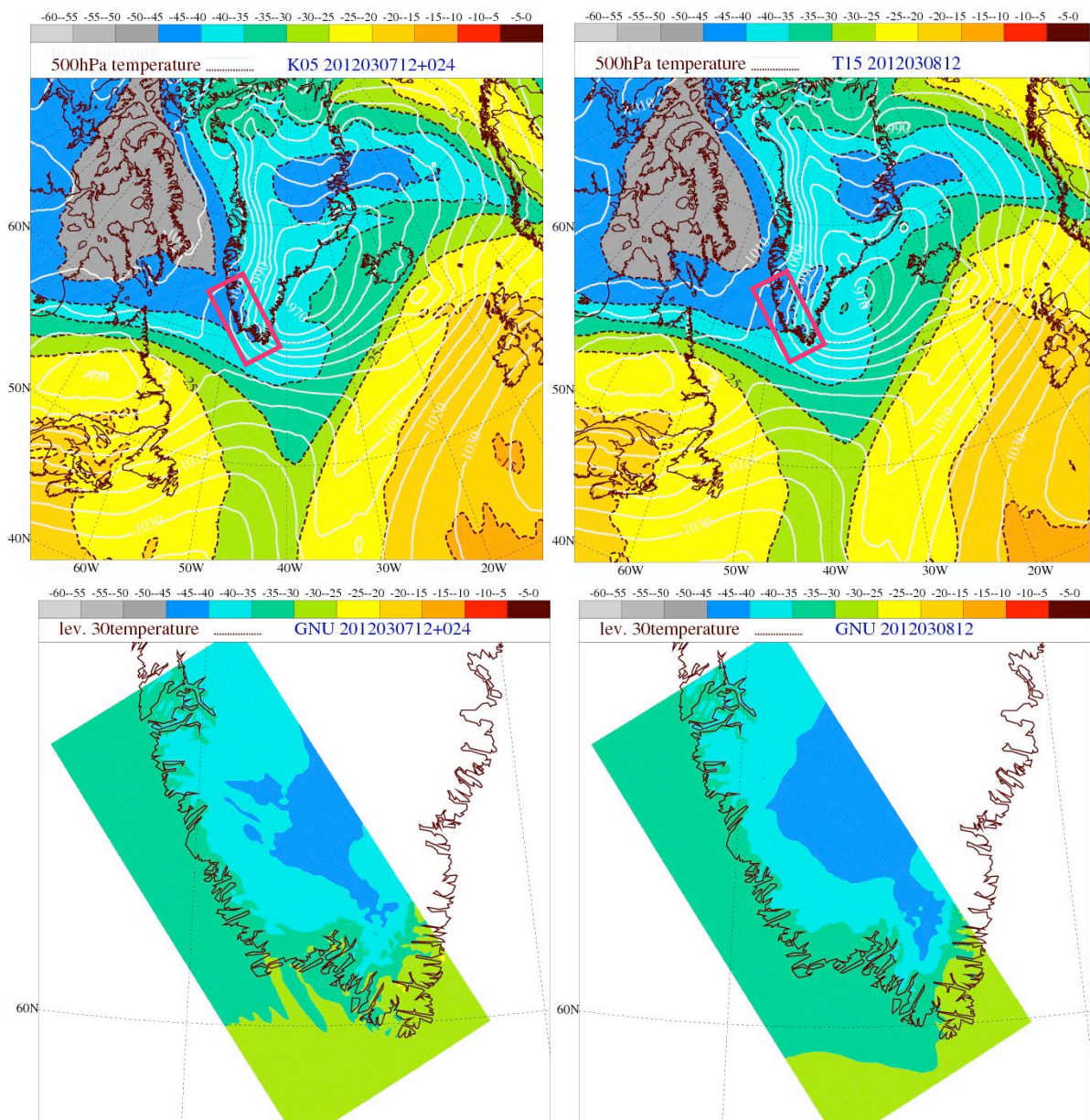
Temperaturer vid 2 m var mycket under det normala<sup>15</sup> med ett medel på ca  $-21,2$  °C. Tryckgradienten över västra Grönland var stark och temperaturen vid 500 hPa ligger mellan  $-45$ °C och  $-40$ °C, se figur 10. Dessa förhållanden verkar ha samband med NAO+ och således jetströmmens placering och cyklonbanor. En jetkärna passerar vilket gynnar lågtrycket och tryckgradienten förstärks, se figur 7. Det var konvektion i de södra delarna av Davis sund men klart över land, se figur 8.

Figur 10 visar att generellt stämmer prognoser i K05 med analyser i T15 för mslp, T500hPa och v300hPa (ej i figur), speciellt v300hPa och T500hPa. Vissa avvikelser finns i mslp där K05 visar något lägre värde vid Nuuk 6 mars och vid det semi-permanenta lågtrycket 7 mars. HARMONIE:s fält för T500hPa avviker mycket i form från K05 och T15, men överensstämmer i mitten och österut. Värden är generellt desamma men högre i de södra och västra delarna. HARMONIE:s prognoser stämmer bra med HARMONIE:s analyser. Prognoser har dock något högre värden för T500hPa söderut. Vid Narsarsuak, nr 4270 (figur 9), stämmer T500hPa i K05 bättre med observationer än i HARMONIE enligt en radiosondring 7 mars 12 UTC (ej i figur).



<sup>15</sup> Normal dagstemperatur (1961 - 1990) för Nuuk under mars månad är  $-5,1$  °C. [3b]





Figur 10. T500hPa (färgskala) och mslp (vita linjer) 6 - 8 mars 2012 12 UTC.

Från vänster till höger: K05 +24, T15 +00, HARMONIE +24 (ej mslp, ej 6 mars) och HARMONIE +00 (ej mslp).

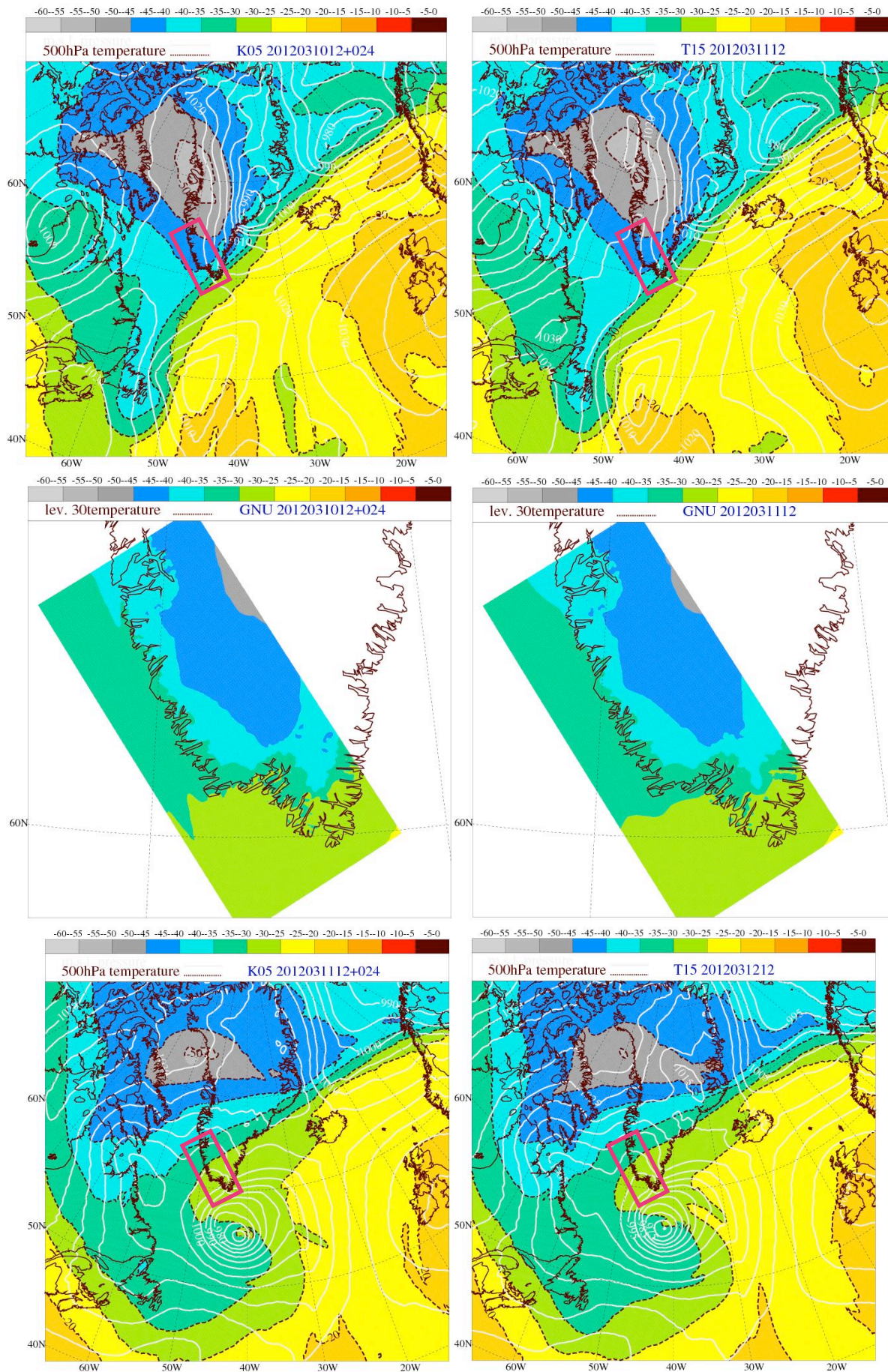
Den 9 - 10 mars flyttas tryckgradienten något västerut och försvagas. Jetströmmen ligger närmre Nuuk-området. T500hPa minskar ett steg på skalan.

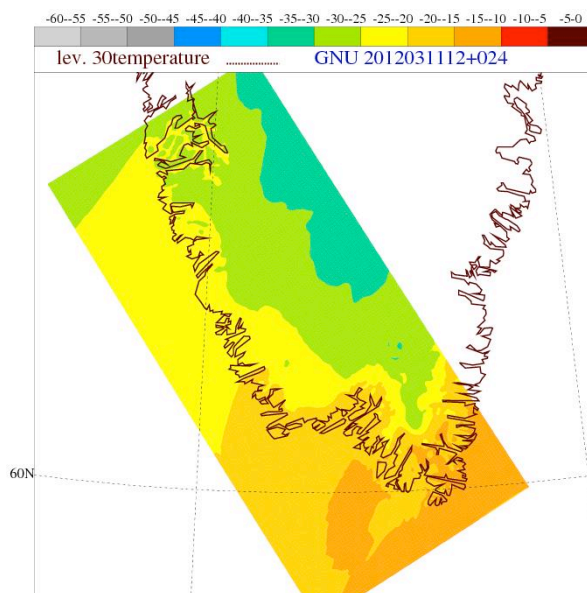
## 11 - 12 mars

Temperaturer vid 2 m var under denna period fortsatt mycket under det normala med ett medel på ca  $-15,6^{\circ}\text{C}$ . Tryckgradienten flyttas österut, vrider sig och ligger den 12 mars zonalt. Ett högtryck bildas över östra Grönland. T500hPa minskar något och v300hPa ökar ett steg på skalan. Jetströmmen passerar då rakt över området. De låga temperaturerna vid 500 hPa kan ha samband med att jetströmmen ligger i en mer nordlig bana och att det bildas en sänka väster om Grönland.

Figur 11 visar att generellt stämmer prognoser i K05 med analyser i T15 för mslp, T500hPa och v300hPa (ej i figur), speciellt v300hPa och T500hPa. T500hPa i HARMONIE har samma värden som T15 och K05 men avviker i form. Värden överensstämmer från mitten och österut. I söder, väster och norr är temperaturen högre än i T15 och K05. HARMONIE:s prognoser stämmer bra

med HARMONIE:s analyser. En radiosondering vid station nr 4270 den 11 mars 12 UTC (ej i figur) visar att T500hPa i K05 stämmer bättre än i HARMONIE.





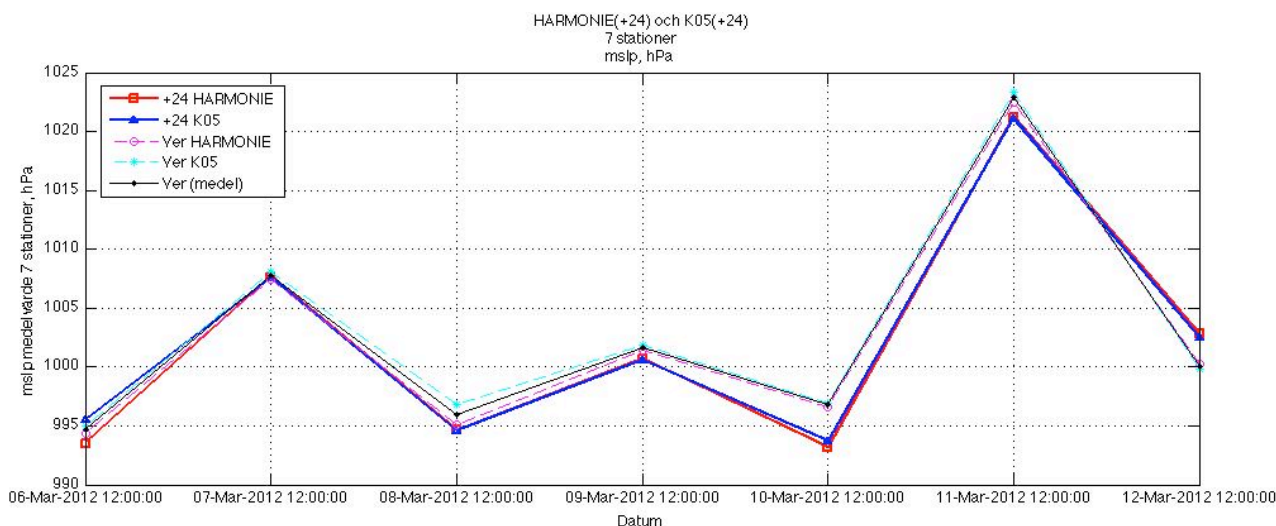
Figur 11. T500hPa (färgskala) och mslp (vita linjer) 11 - 12 mars 2012 12 UTC.

Från vänster till höger: K05 +24, T15 +00, HARMONIE +24 (ej mslp) och HARMONIE +00 (ej mslp, ej för 12 mars).

## Resultat

### Diagram

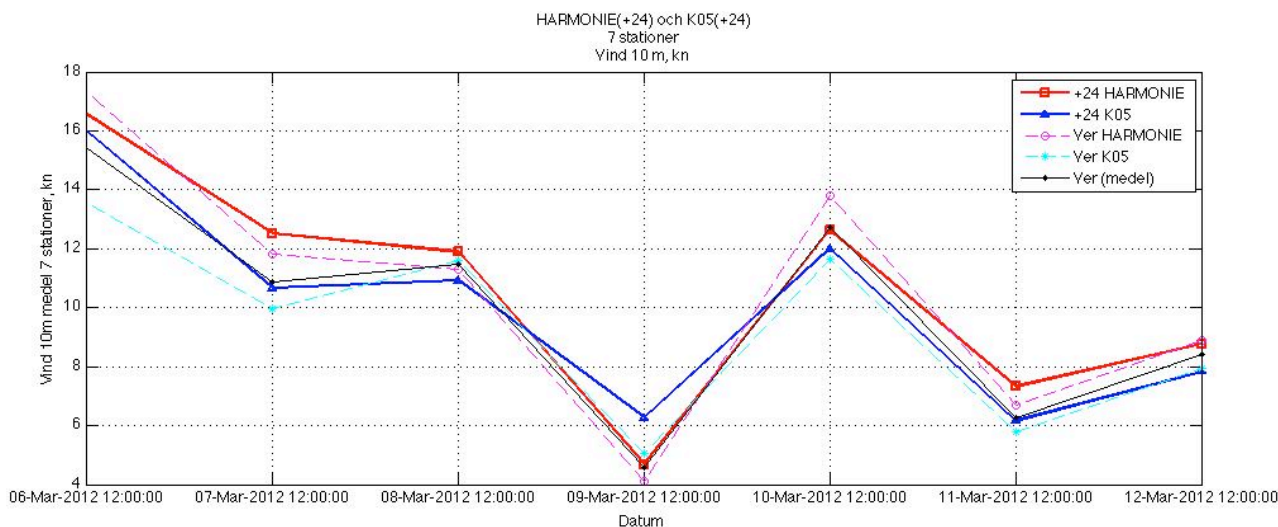
Figur 12 visar en tidsserie med prognoser (+24) för mslp 6 - 12 mars 2012 12 UTC för 7 stationer inom HARMONIE:s domän (medelvärde). Prognoser från HIRLAM-K05 och HARMONIE jämförs med verifikationsdata (Ver) 12 UTC från HIRLAM-K05, verifikationsdata (Ver) 12 UTC från HARMONIE och med ett medelvärde av båda verifikationerna (Ver(medel)). Under perioden stämmer HARMONIE bäst mot Ver(medel) 4 dagar utav 7.



Figur 12. Tidsserie med prognoser, HARMONIE(+24) och HIRLAM-K05(+24), och verifikationsdata (Ver) för mslp vid 7 stationer inom HARMONIE:s domän, 6 - 12 mars 2012 12 UTC.

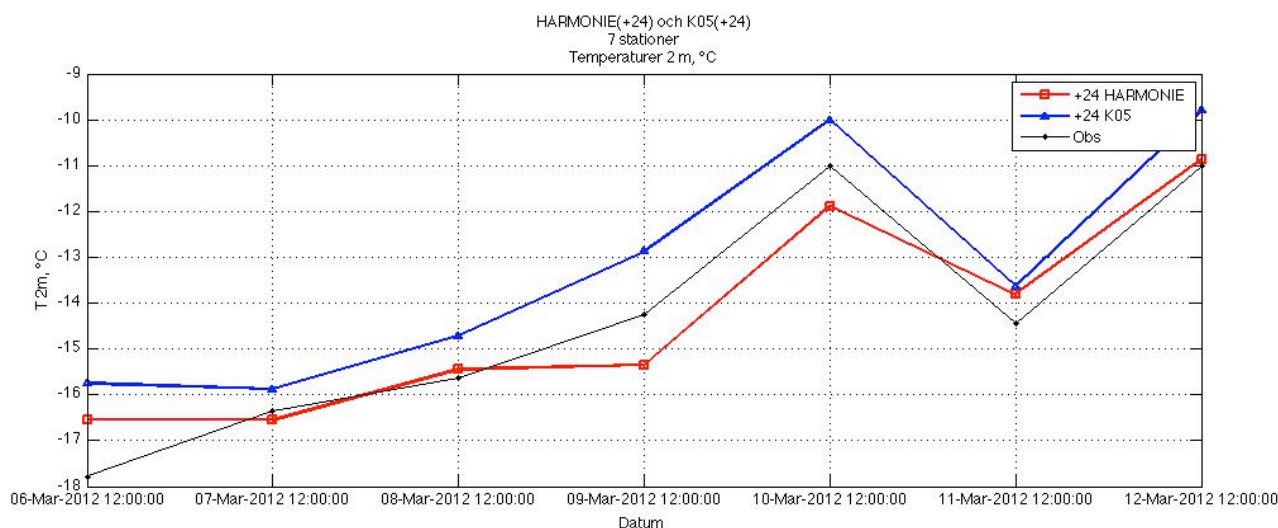
Figur 13 visar en tidsserie med prognoser (+24) för v10m 6 - 12 mars 2012 12 UTC för 7 stationer inom HARMONIE:s domän (medelvärde). Prognoser från HIRLAM-K05 och HARMONIE jämförs med verifikationsdata som i figur 12. En avvikelse från verifikationsdata med ca 4 kn är acceptabelt. HARMONIE stämmer bäst mot verifikationerna 4 dagar utav 7, och avviker minst under perioden.





Figur 13. Tidsserie med prognoser, HARMONIE(+24) och HIRLAM-K05(+24), och verifikationsdata (Ver) för v10m vid 7 stationer inom HARMONIE:s domän, 6 - 12 mars 2012 12 UTC.

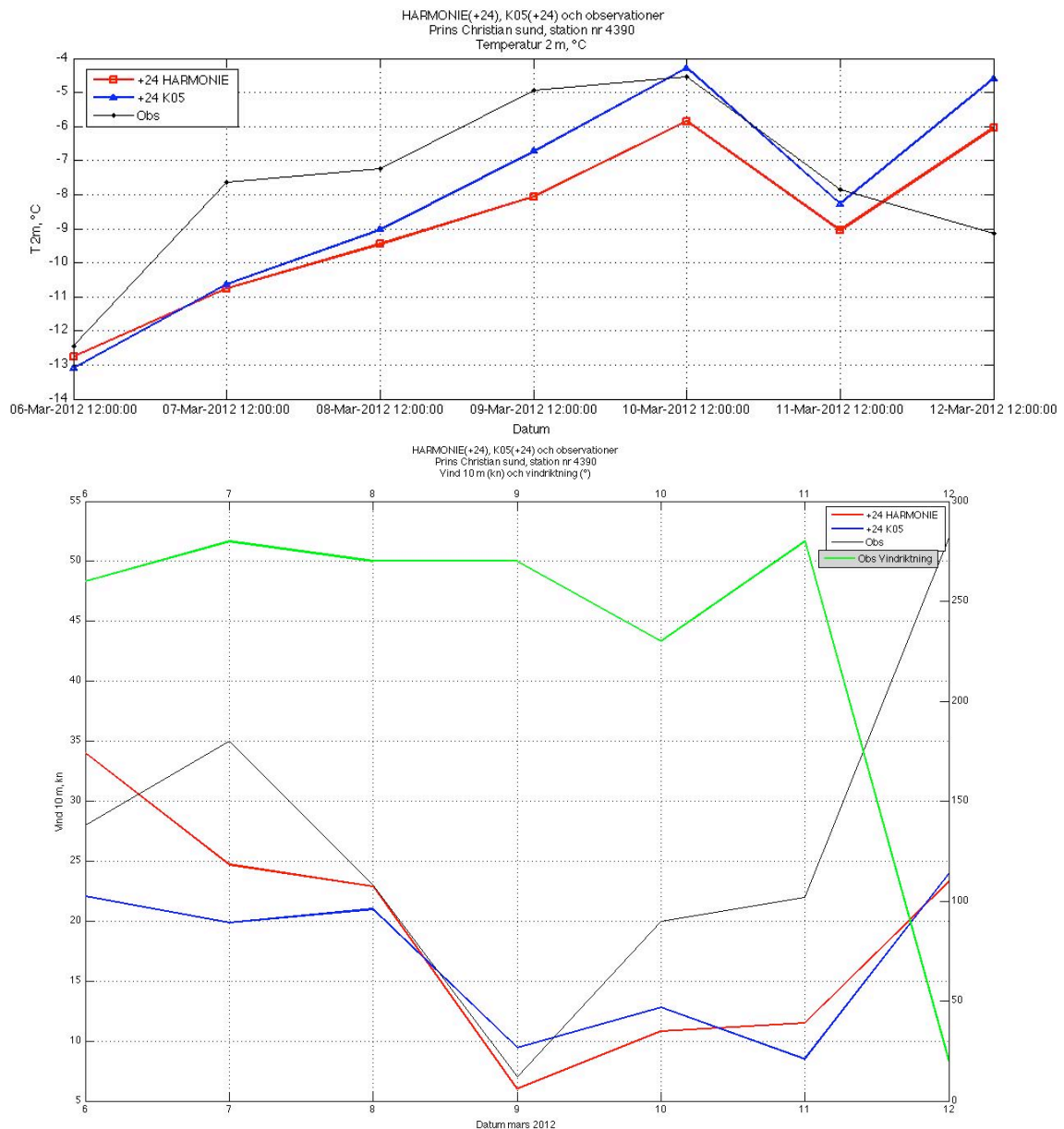
Figur 14 visar en tidsserie med prognoser (+24) för T2m 6 - 12 mars 2012 12 UTC för 7 stationer inom HARMONIE:s domän (medelvärde). Prognoser från HIRLAM-K05 och HARMONIE jämförs med observationsdata<sup>16</sup>. En avvikelse från verifikationsdata med ca 2 °C är acceptabelt. HARMONIE stämmer bäst mot verifikationer 7 dagar utav 7.



Figur 14. Tidsserie med prognoser, HARMONIE(+24) och HIRLAM-K05(+24), och observationsdata (Obs) för T2m vid 7 stationer inom HARMONIE:s domän, 6 - 12 mars 2012 12 UTC.

Figur 15 visar en tidsserie med prognoser (+24) för T2m, v10m och vindstyrka 6 - 12 mars 2012 12 UTC för Prins Christian sund, station nr 4390. Prognoser från HIRLAM-K05 och HARMONIE jämförs med observationsdata (ej vindstyrka). HIRLAM-K05 stämmer bäst för T2m 5 dagar utav 7 medan HARMONIE stämmer bäst för v10m 4 dagar utav 7. Det kan ses att temperaturen ökar med minskad vindstyrka och att vinden är nästan rakt västlig (270°) 5 dagar utav 7 (nordostlig 12 mars). Båda modellerna visar oacceptabla prognoser då vinden är stark och särskilt 12 mars. För fler diagram för separata stationer se appendix 8.

<sup>16</sup> Ej interpolerad till skillnad mot verifikationsdata.



Figur 15. Tidsserie med prognoser, HARMONIE(+24) och HIRLAM-K05(+24), och observationsdata (Obs) för T2m, v10m och vindstyrka (ej prognos) vid Prins Christians sund, station nr 4390, 6 - 12 mars 2012 12 UTC.

Skillnad mellan modellernas verifikationsvärden beror förmodligen på olika interpolering. Skillnad i värden för T500hPa mellan HARMONIE och HIRLAM-K05 kan bero på olika domäner och olika antal vertikala nivåer. Även om HARMONIE också får startvärden från ECMWF kan den höga upplösningen göra att justeringen vid randen blir något sämre. [1b, 1c]

För trycktendenser vid ytan kan modellerna anses likvärdiga. HARMONIE stämmer bäst för vind vid 10 m höjd (5/7). Båda modellerna ligger inom acceptabla avvikelser. För temperatur vid 2 m stämmer HARMONIE bäst (7/7). Båda modellerna ligger inom acceptabla avvikelser.

Trots skillnader mellan modellerna fångar HARMONIE lokala förhållanden bättre än HIRLAM-K05 (enl. medelvärden). Eventuellt är HARMONIE sämre i västra domänen och vid övre nivåer.

## Tabeller

Tabell 2 visar prognoser från HIRLAM-K05 och HARMONIE och observationer för Nuuk, nr 4250 (64,17N 51,75E). För 5 olika parametrar 6 - 8 mars stämmer HIRLAM-K05 bäst i 9 fall av 15. HARMONIE är dock bäst för vindstyrka 3 dagar utav 3. Vindriktning blir i HARMONIE ca 20° för ostlig 2 dagar utav 3, men för övriga parametrar ligger modellernas värden mycket nära varandra.

<b>6/3 2012 (12 UTC)</b>	<b>OBS</b>	<b>K05 (+24)</b>	<b>HARMONIE (+24)</b>
Vindriktning (°)	348 (N)	342 (NNV) +	360 (N)
Vind 10m (kn)	9,8	7,8	8,1 +
Temp. 2m (°C)	-20,85	-19,56	-19,75 +
mslp (hPa)	1005,0	1005,0 +	1005,6
Daggpunkt. (°C)	-23,05	-22,22	-24,65 +

<b>7/3 2012 (12 UTC)</b>	<b>OBS</b>	<b>K05 (+24)</b>	<b>HARMONIE (+24)</b>
Vindriktning (°)	353 (N)	9,8 (N) +	19 (ONO)
Vind 10m (kn)	7,5	3,6	5,4 +
Temp. 2m (°C)	-21,15	-22,77 +	-23,65
mslp (hPa)	1017,2	1017,4 +	1018,1
Daggpunkt. (°C)	-24,65	-27,11 +	-28,75

<b>8/3 2012 (12UTC)</b>	<b>OBS</b>	<b>K05 (+24)</b>	<b>HARMONIE (+24)</b>
Vindriktning (°)	3 (N)	0,8 (N) +	20 (ONO)
Vind 10m (kn)	7,4	4,2	5,1 +
Temp. 2m (°C)	-21,25	-22,80 +	-23,15
mslp (hPa)	1003,8	1003,7	1003,8 +
Daggpunkt. (°C)	-23,55	-25,63 +	-29,05

Tabell 2. Observationer (OBS) och prognoser HIRLAM-K05(+24) och HARMONIE(+24) för Nuuk, station nr 4250, 6 - 8 mars 2012 12 UTC. + indikerar prognosvärdet närmast observationsvärdet.

Tabell 3 visar prognoser från HIRLAM-K05 och HARMONIE och observationer för Nuuk, station nr 4250. För 5 olika parametrar 11 - 12 mars stämmer HARMONIE bäst i 6 fall av 10. HIRLAM-K05:s vindriktning är bättre båda dagarna.

<b>11/3 2012 (12 UTC)</b>	<b>OBS</b>	<b>K05 (+24)</b>	<b>HARMONIE (+24)</b>
Vindriktning (°)	294 (VNV)	146,3 (SSO) +	143 (SO)
Vind 10m (kn)	1,2	4,0 +	5,7
Temp. 2m (°C)	-17,05	-21,39	-17,45 +
mslp (hPa)	1025,5	1023,9	1024,4 +
Daggpunkt. (°C)	-18,95	-24,35	-23,95 +

12/3 2012 (12UTC)	OBS	K05 (+24)	HARMONIE (+24)
Vindriktning (°)	357 (N)	2,3 (N) +	14 (N)
Vind 10m (kn)	11,7	4,9	7,1 +
Temp. 2m (°C)	-14,25	-17,70	-17,15 +
mslp (hPa)	1004,9	1009,2	1008,8 +
Daggpunkt. (°C)	-16,05	-20,58 +	-23,75

Tabell 3. Observationer (OBS) och prognoser HIRLAM-K05(+24) och HARMONIE(+24) för Nuuk, station nr 4250, 11 - 12 mars 2012 12 UTC. + indikerar prognosvärdet närmast observationsvärdet.

Totalt stämmer HIRLAM-K05 bäst i 13 fall av 25. HIRLAM-K05 förutsäger vindriktning bäst (5 dagar utav 5) medan HARMONIE:s prognos ofta för ostlig (4 dagar utav 5). HARMONIE stämmer bäst för v10m (4 dagar utav 5) medan HIRLAM-K05 förutsäger något för låga värden (4 dagar utav 5). HARMONIE stämmer bäst för T2m (3 dagar utav 5). HARMONIE stämmer bäst för mslp (3 dagar utav 5). HIRLAM-K05 stämmer bäst för daggpunktstemperatur (3 dagar utav 5). Båda modellerna förutsäger för låga daggpunktstemperaturer alla dagar (förutom HIRLAM-K05 6 mars).

För HARMONIE undersöks även prognoser för moln och relativ fukt. Den 6 - 8 mars förutsäger HARMONIE för mycket moln (2 dagar utav 3). Relativ fukt är 10 - 20 % för låg. Den 11 - 12 mars förutsäger HARMONIE för få moln men är nära observationsvärdet. Relativ fukt är ca 30 % för låg.

## Diskussion

På en mindre rumsskala och för kortare tidsperioder ändras skalanalysen för de primitiva ekvationerna och atmosfären kan inte antas vara hydrostatisk. Detta är en anledning till att icke-hydrostatiska modeller kan vara bättre lämpade då upplösningen ökar.

HARMONIE:s 24 timmars prognoser har vissa svårigheter att förutsäga moln, fukt och vindriktning. Det kan bero på att modellen över Grönland är relativt liten och smal och kan då missa fysikaliska processer som startar utanför domänen (vilket ofta är fallet för ex. konvektion). För att täcka alla intresseområden, så som klimatforskning, fiske- och transportnäring, vore det optimala en modell som täcker hela Grönland. Med de medel som finns på DMI är detta just nu inte möjligt eftersom det kräver för många beräkningar. Denna första operativa modell är därför anpassad till det mest befolkade området, där exempelvis starka vindar vid fjordarna är av intresse. HARMONIE:s prognoser för vindstyrka (10 m) och temperatur (2 m) är acceptabla både för Nuuk och över hela domänen och stämmer bättre än HIRLAM-K05. HARMONIE visar sämre prognoser än HIRLAM-K05 för T500hPa vilket kan bero på att domänens utformning är för smal och på sämre initialvärden vid randen. [1c]

DMI har tidigare gjort en fallstudie för en extrem nederbördsperiod under augusti 2010. Studien visade att HARMONIE och DMI-HIRLAM-S03L65 (motsvarar nuvarande SKA-modell, se figur 6) var ungefär lika bra på att förutsäga nederbördens mängd och plats. [3a]

I Frankrike gjordes 2008 en jämförelse av AROME och ALADIN-France ungefär motsvarande HARMONIE resp. HIRLAM. ALADIN visade bättre resultat i övre troposfären och nedre stratosfären vilket delvis berodde på en bättre vertikal upplösning vid dessa nivåer. Prognoser för yttryck var bättre med AROME. Vidare gav AROME bättre resultat för lätt regn medan för moderat och kraftigt regn var modellerna likvärdiga.

En fallstudie 2009 för låga moln visade att AROME +72 fångade dessa bättre än ALADIN. Vid ytterligare en fallstudie för 4 september 2008, då kraftig konvektion utlöstes över Frankrike, förutsade AROME-prognoser en konvektiv åsk-cell, dock två timmar för sent, medan ALADIN inte förutsade någon konvektion alls. Vid kommande körtider<sup>17</sup> förbättrades AROME:s tidsfel och kraftigt regn förutsades. ALADIN förutsade fortfarande inte åsk-cellen och inget regn. Dock var cellen i AROME något för stor (horisontellt) jämfört med observationer. 2010 förbättrades AROME till bl.a. 60 vertikala nivåer. [14]

De franska fallstudierna visar att HARMONIE (med AROME) bör kunna ge bättre prognoser för moln och nederbörd. Detta blev dock inte bekräftat av den danska studien 2010.

Extremt låga temperaturer (2 m) i västra Grönland den 6 - 8 mars infaller vid en stark tryckgradient som har samband med ett djupt lågtryck öster om Grönland och ger nordliga vindar vid ytan. NAO är positiv. Mycket låga temperaturer vid 500 hPa runt 11 mars har samband med en sänka väster om Grönland och att jetströmmen ökar i styrka den 9 mars. 24-timmars prognoser från HIRLAM-K05 och HARMONIE förutsäger situationerna väl, dock avviker HARMONIE i de södra och västra delarna av dess domän.

I denna fallstudie måste det belysas att modellernas domäner skiljer sig mycket, antalet vertikala nivåer är olika och de har olika upplösning. Längden för studien är också för kort för att ge generella drag, men ger en bild av modellernas förmåga. För att undersöka om en modell är bättre än en annan ska de köras parallellt under några år. Ofta nöjer man sig dock med ca 4 veckor under en vinter och en sommar. Övergångstiden från de första testerna till en operativ HARMONIE-modell för Grönlandsområdet var ca 4 år. [1b, 1c]

## Sammanfattning

DMI arbetar nu för mer detaljerade väderprognoser. Det kräver modeller med högre upplösning och det kan vara nödvändigt att byta från nuvarande hydrostatiska prognosmodell, HIRLAM, till en icke-hydrostatisk, HARMONIE. Detaljerade prognoser är bl.a. av intresse för att skydda människor och samhälle från skador som kan uppstå vid extremt väder.

Den viktigaste skillnaden mellan de båda modellerna är att HIRLAM är hydrostatisk medan HARMONIE är icke-hydrostatisk. Det kan ses genom att vertikal hastighet är prognostisk i HARMONIE (icke-hydrostatisk dynamik) men inte i HIRLAM. HARMONIE har även ett konvektionstillåtande parametriseringsschema och upplöser delvis konvektion. En icke-hydrostatisk modell är därför eventuellt bättre på prognoser för konvektiva moln och nederbörd.

HIRLAM-gruppen planerar inte för nya HIRLAM-modeller, utan målet är att ersätta dem med HARMONIE. Främst beror det på konkurrens från ECMWF:s globala modell som nu är nere på 16 km mellan mätpunkterna (horisontellt avstånd). ECMWF ger bäst initialvärden jämfört med andra modeller och dessa värden är en kritisk faktor för kvaliteten på beräkningarna. HIRLAM-modeller med nästan samma upplösning producerar inte lika bra prognoser. HIRLAM-gruppen och då även DMI inriktar sig därför på mer detaljerade prognoser från modeller med högre upplösning. DMI-HIRLAM kommer eventuellt fortfarande användas exempelvis till Nowcasting som ger prognoser en kort tid framåt, så som 1 timme. För sådana prognoser passar HIRLAM bättre än HARMONIE eftersom det krävs snabba beräkningar.

För en period då det var mycket kallt i Grönlands västra delar, ca 15°C under det normala, visar fallstudier att 24-timmars prognoser från HIRLAM-K05 och HARMONIE är acceptabla för tryck vid havsnivån (mslp), vind vid 10 m (v10m) och temperatur vid 2 m (T2m) för ett medelvärde av mätningar vid 7 stationer. HARMONIE var totalt något bättre. Perioden i fallstudien är för kort för

---

<sup>17</sup> Modeller körs ofta 4 ggr per dygn; 00, 06, 12 och 18 UTC.

att ge generella resultat men kan ge insikt om modellernas förmåga. Dock skiljer sig modellernas domäner mycket. Även antal vertikala nivåer och upplösning är olika.

För Nuuk visar HARMONIE bättre resultat än HIRLAM-K05 för v10 m, T2m och mslp. Totalt för 5 olika parametrar under 5 dagar är modellerna likvärdiga. K05 stämmer bäst i 13 utav 25 fall.

Utifrån denna rapport skulle en övergång från HIRLAM-K05 till HARMONIE inte innebära någon skillnad i prognoskvalitet för Grönlands inland. För bättre prognoser för moln, fukt och vindriktning behövs eventuellt en större domän.

## Källhänvisning

[1] Diskussioner med: Aksel Walløe Hansen, KU (a); Niels Woetmann Nielsen, DMI (b); Mats Dahlbom, DMI (c); Pierre Benard, Météo-France (d) och Xiaohua Yang DMI (e).

[2] [www.hirlam.org](http://www.hirlam.org): [http://www.cnrm.meteo.fr/gmapdoc/IMG/pdf\\_Benard1.pdf](http://www.cnrm.meteo.fr/gmapdoc/IMG/pdf_Benard1.pdf) (a); "HIRLAM-5 Scientific Documentation", Undén et al, dec 2002 (b)

[3] [www.dmi.dk](http://www.dmi.dk): "HARMONIEvsHIRLAM\_tr10-20.pdf" (a); <http://www.dmi.dk/dmi/index/gronland.htm> (b)

[4] [www.wetter3.de](http://www.wetter3.de)

[5] [www.ne.se](http://www.ne.se)

[6] [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)

[7] <http://lance-modis.eosdis.nasa.gov/cgi-bin/imagery/realtime.cgi>

[8] Föreläsningar av: Aksel Walløe Hansen, KU (a); Niels Woetmann Nielsen, DMI (b); Eigil Kaas, KU (c) och Jesper Eriksen, DMI (d)

[9] Kap. 4 (a), kap. 6 (b), kap. 2 (c), kap.13 (d), kap.1 (e); "An introduction to dynamic meteorology", James R. Holton, 2004

[10] Kap. 1(a), kap.3 (b); "Synoptic-Dynamic Meteorology in Midlatitudes (vol II)", Howard B. Bluestein, 1993

[11] Kap. 11, "Introduction to physical oceanography", John A. Knauss, 2005

[12] Kap. 3, "Atmospheric science, an introductory survey", J. M. Wallace & P. V. Hobbs, 2006

[13] "Theory and application of quasi-elastic equations in terrain-following coordinates based on the full pressure field", Engelbrecht Francois Alwyn, 2006

[14] "The AROME-France Convective-Scale Operational Model"; Y.Seity, P. Brousseau, S. Malardel, G. Hello, P. Bénard, F. Bouttier, C. Lac, V. Masson; Monthly Weather Review, 2010 vol. 139

[15] "Consistent approximate models of the global atmosphere: shallow, deep, hydrostatic, quasi-hydrostatic and non-hydrostatic"; A. A. White, B. J. Hoskins, I. Roulstone, A. Staniforth; 2005

[16] "Basics about ARPEGE/IFS, ALADIN and AROME in the cycle 38 of ARPEGE/IFS", Yessad K. (Meteo-France/CNRM/GMAP/ALGO), 2011

# Appendix

## 1.

Massan,  $m$ , hos fluiden som flödar genom en kvadratmeter i x-led per sekund (där  $Q = m/V$ ):

$$\frac{m}{A \cdot \delta t} = \frac{m}{\delta y \delta z \delta t} = \frac{\delta x \cdot m}{\delta x \delta y \delta z \delta t} = \frac{m}{V} \frac{\delta x}{\delta t} = \rho \cdot u \quad \{43\}$$

Flödet in i volymen:

$$F_{in} = \left( \rho \cdot u(x_0, y_0, z_0) - \frac{\delta x}{2} \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \right) \cdot \delta y \delta z \quad \{44\}$$

Flödet ut ur volymen:

$$F_{ut} = \left( \rho \cdot u(x_0, y_0, z_0) + \frac{\delta x}{2} \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \right) \cdot \delta y \delta z \quad \{45\}$$

Nettoflödet i x-led:

$$F_{in} - F_{ut} = - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \cdot \delta x \delta y \delta z \quad \{46\}$$

Totala nettoflödet per  $m^3$ :

$$(F_{in} - F_{ut})_x + (F_{in} - F_{ut})_y + (F_{in} - F_{ut})_z = - \left( \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) \cdot \delta x \delta y \delta z = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) \quad \{47\}$$

## 2.

Figur 3 visar den nedåtriktade tyngdkraften för en luftvolym ( $V = dx dy dz$ ):

$$F = Q \cdot g \cdot dz \quad \{48\}$$

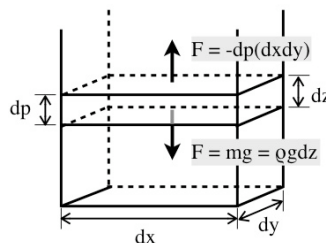
Uppåtriktad nettotryckkraft:

$$F = (p - dp) \cdot A - p \cdot A = -dp \cdot (dx dy) \quad \{49\}$$

Vid hydrostatisk balans är dessa krafter lika stora så att

$$Q \cdot g \cdot dz = -dp \text{ per } m^2. \quad \{50\}$$

Om  $dz$  minskas ( $dz \rightarrow 0$ ) ges ekvationen för hydrostatisk balans.



Figur 3: Hydrostatisk balans.

## 3.

MacLaurins serietutveckling ger

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{(\rho_0 + \rho')} = \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\rho'}{\rho_0}\right)} \approx \frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{\rho'}{\rho_0}\right) = \frac{1}{\rho_0} - \frac{\rho'}{\rho_0^2} \approx \frac{1}{\rho_0} \quad \{51\}$$

så att

$$\frac{Dw}{Dt} = -g - \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{\rho'}{\rho_0^2} \right) \left( \frac{\partial p_0}{\partial z} + \frac{\partial p'}{\partial z} \right) = -g - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial z} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + \frac{\rho'}{\rho_0^2} \frac{\partial p_0}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0^2} \frac{\partial p'}{\partial z} \approx -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0^2} \cdot g \rho_0 = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0} \cdot g \quad \{52\}$$

#### 4.

Om en luftvolym har formen av en cylinder med bas  $\pi \cdot r^2$  och höjd  $z = 100$  m ges en tryckperturbation över volymen av

$$p' = c \cdot \rho \cdot \pi r^2 \quad \{53\}$$

där  $c$  är en positiv konstant. Om hydrostatisk balans antas vid  $r = 5$  km gäller

$$\frac{Dw}{Dt} \approx -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0} \cdot g = 0 \Rightarrow \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} = -\frac{\rho'}{\rho_0} \cdot g \Leftrightarrow \frac{1}{1 \text{ kg/m}^3} \cdot \frac{p' - (-p')}{100 \text{ m}} = \frac{0,01 \text{ kg/m}^3}{1 \text{ kg/m}^3} \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \quad \{24\} \text{ och } \{54\}$$

där  $\rho = 0,99 \text{ kg/m}^3$  och  $\rho_0 = 1,0 \text{ kg/m}^3$  och således blir  $\rho' = -0,01 \text{ kg/m}^3$ . Så att

$$p' = \frac{0,0982 \text{ kg/m}^3 \cdot 1 \text{ kg/m}^3 \cdot 100 \text{ m}}{2} = 4,91 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2 \quad \{55\}$$

vilket ger

$$c = \frac{p'}{\rho \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{4,91 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2}{0,99 \text{ kg/m}^3 \cdot 3,14 \cdot 5000^2 \text{ m}^2} \approx 6,3 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-2} \quad \{56\}$$

$$\frac{Dw}{Dt} \approx -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0} \cdot g = 0,9999 \cdot \frac{\rho'}{\rho_0} \cdot g \Leftrightarrow -\frac{\partial p'}{\partial z} = 0,00001 \cdot \frac{\rho'}{\rho_0} \cdot g = \frac{2 \cdot c \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2}{100 \text{ m}} \Rightarrow r = 50 \text{ m} \quad \{57\} \text{ och } \{58\}$$

så att för  $r \approx 50$  m gäller

$$\frac{Dw}{Dt} \approx -\frac{\rho'}{\rho_0} \cdot g \quad \{59\}$$

Vidare ger {1} och uppdelning av tryck- och densitetsfält enligt Boussinesq:

$$p \approx \rho RT \Rightarrow p_0 + p' = R(\rho_0 + \rho')(T_0 + T') = R\rho_0 T_0 \cdot \left( 1 + \frac{\rho'}{\rho_0} \right) \cdot \left( 1 + \frac{T'}{T_0} \right) = p_0 \cdot \left( 1 + \frac{\rho'}{\rho_0} \right) \cdot \left( 1 + \frac{T'}{T_0} \right) \quad \{1\} \text{ och } \{60\}$$

och med  $p' = 0$  erhålls

$$p_0 = p_0 \cdot \left( 1 + \frac{\rho'}{\rho_0} \right) \cdot \left( 1 + \frac{T'}{T_0} \right) \Rightarrow 1 = 1 + \frac{T'}{T_0} + \frac{\rho'}{\rho_0} + \frac{T'}{T_0} \cdot \frac{\rho'}{\rho_0} \Rightarrow \frac{T'}{T_0} \approx -\frac{\rho'}{\rho_0} \quad \{61\} \text{ och } \{62\}$$

Det kan även visas att

$$T_v' = T' \cdot (1 + \varepsilon \cdot q) \quad \{28\}$$

där  $T_v$  är virtuell temperatur  $q$  är specifik fukt.

Med detta erhålls

$$\frac{Dw}{Dt} \approx -\frac{\rho'}{\rho_0} g = \frac{T'}{T_0} g = \frac{T_v'}{T_{v0}} g \quad \{63\}$$

#### 5.

{1} och {18} ger

$$d\Phi = g \cdot dz = g \cdot \frac{-dp}{\rho \cdot g} = -\frac{RT}{p} dp \quad \{64\}$$

Om atmosfären anses vara isoterm erhålls efter vertikal integrering:



$$p \approx p_0 \cdot e^{-(z/H)} \quad \{65\}$$

där  $H = RT/g_0$  kallas skalhöjd ( $g_0$  är ett globalt medelvärde på  $g$ ). Atmosfären anses vara välblandad under turbopausen (ca 100 km). Både tryck och densitet för olika gaser avtar därför exponentiellt med höjd lika snabbt. Medelvärdet för temperatur i troposfären och stratosfären är ca 255 K vilket ger en skalhöjd på 7500 m. [12]

## 6.

Skalanalys av rörelsemängdsekvationerna {15}, {16} och {17} ger de s.k. geostrofiska sambanden (diagnostiska):

$$fv \approx \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \{66\}$$

$$fu \approx -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad \{67\}$$

Detta ger ett uttryck för den s.k. geostrofiska vinden:

$$v_g = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \Leftrightarrow v_g = \frac{1}{f} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_p \quad \{68\} \text{ och } \{69\}$$

$$u_g = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \Leftrightarrow u_g = -\frac{1}{f} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_p \quad \{70\} \text{ och } \{71\}$$

Så att tryckfältet bestämmer den geostrofiska vinden. Vid medelbreddgrader approximerar geostrofisk vind det horisontella vindfältet med ca 90%. [9c]

Med sambandet

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p} \quad \{72\}$$

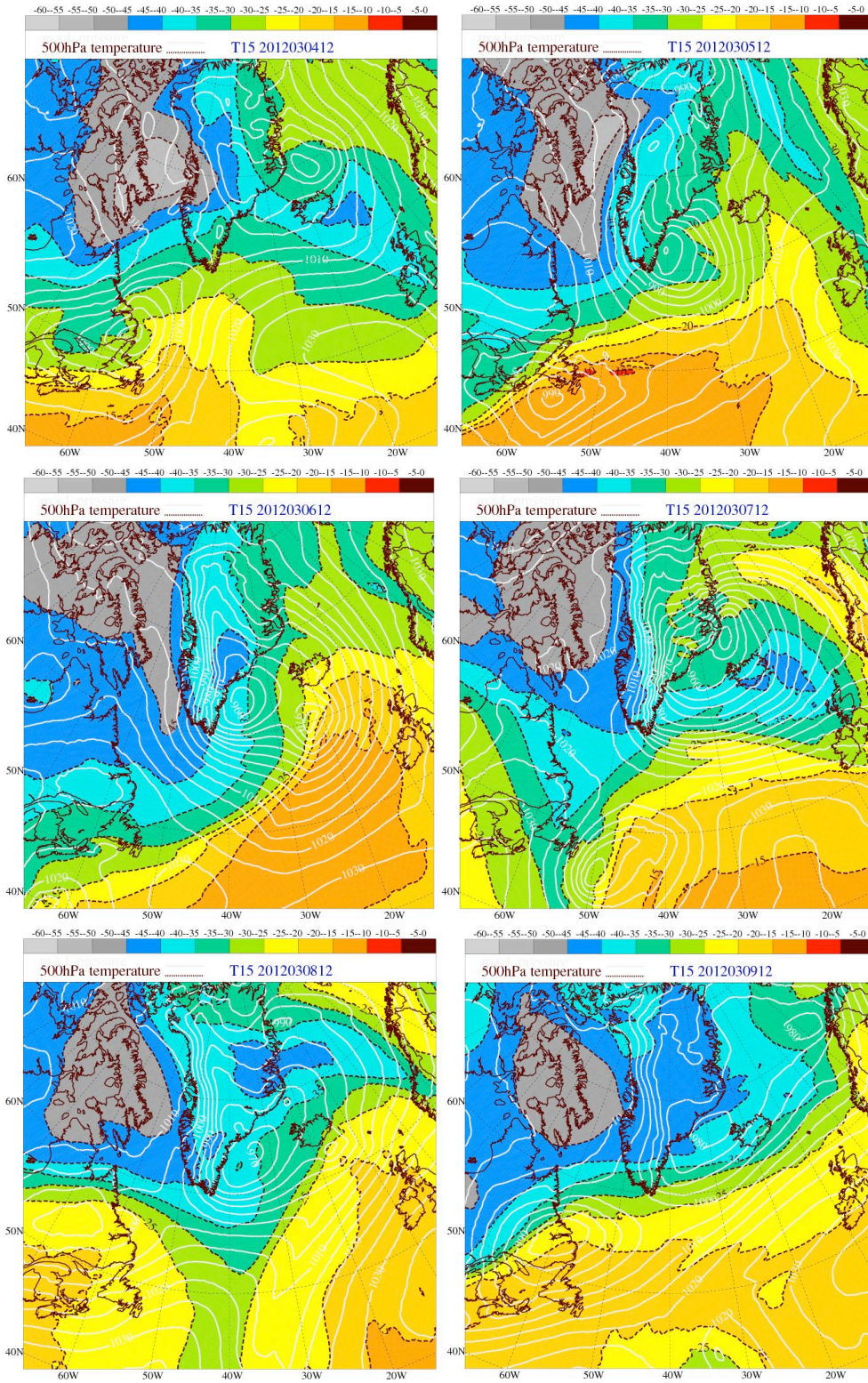
och differentiering m.a.p. tryck ger

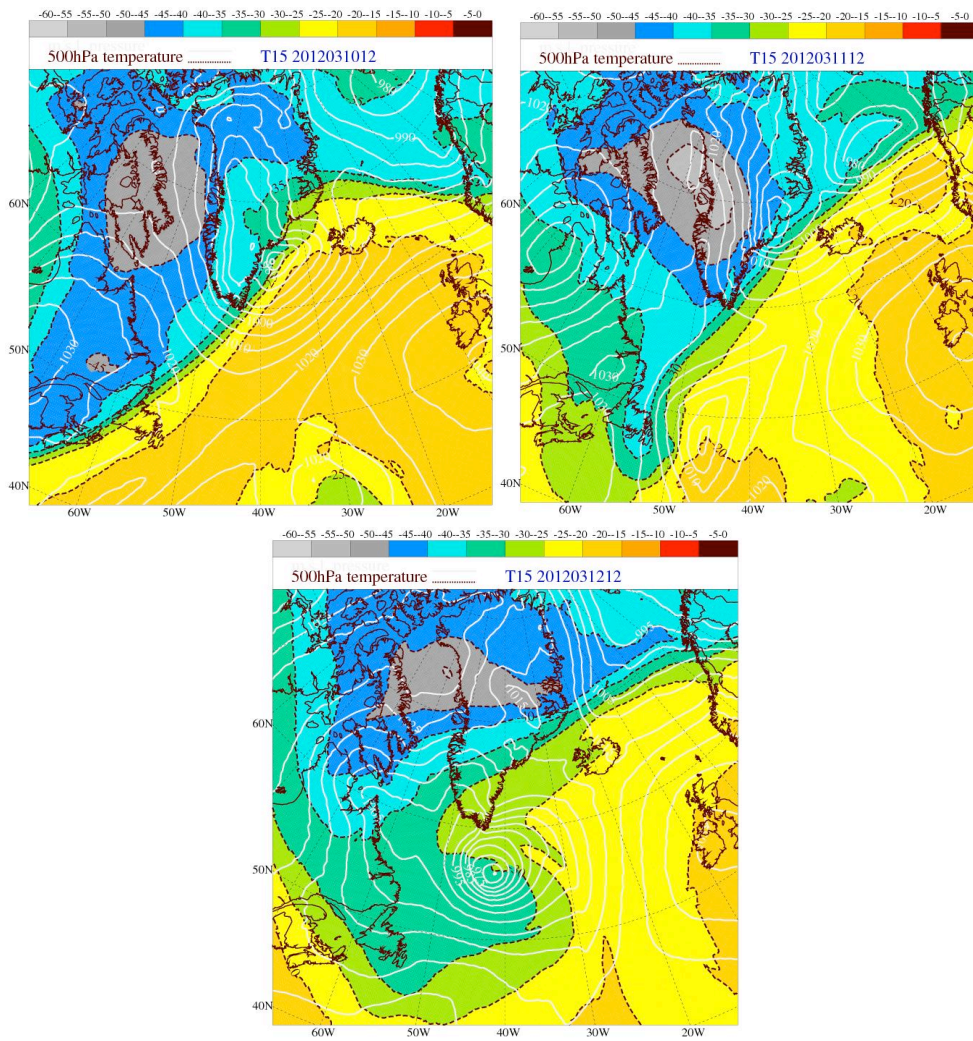
$$p \cdot \frac{\partial v_g}{\partial p} = \frac{\partial v_g}{\partial \ln p} = -\frac{R}{f} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_p \quad \{73\}$$

$$p \cdot \frac{\partial u_g}{\partial p} = \frac{\partial u_g}{\partial \ln p} = \frac{R}{f} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_p \quad \{74\}$$

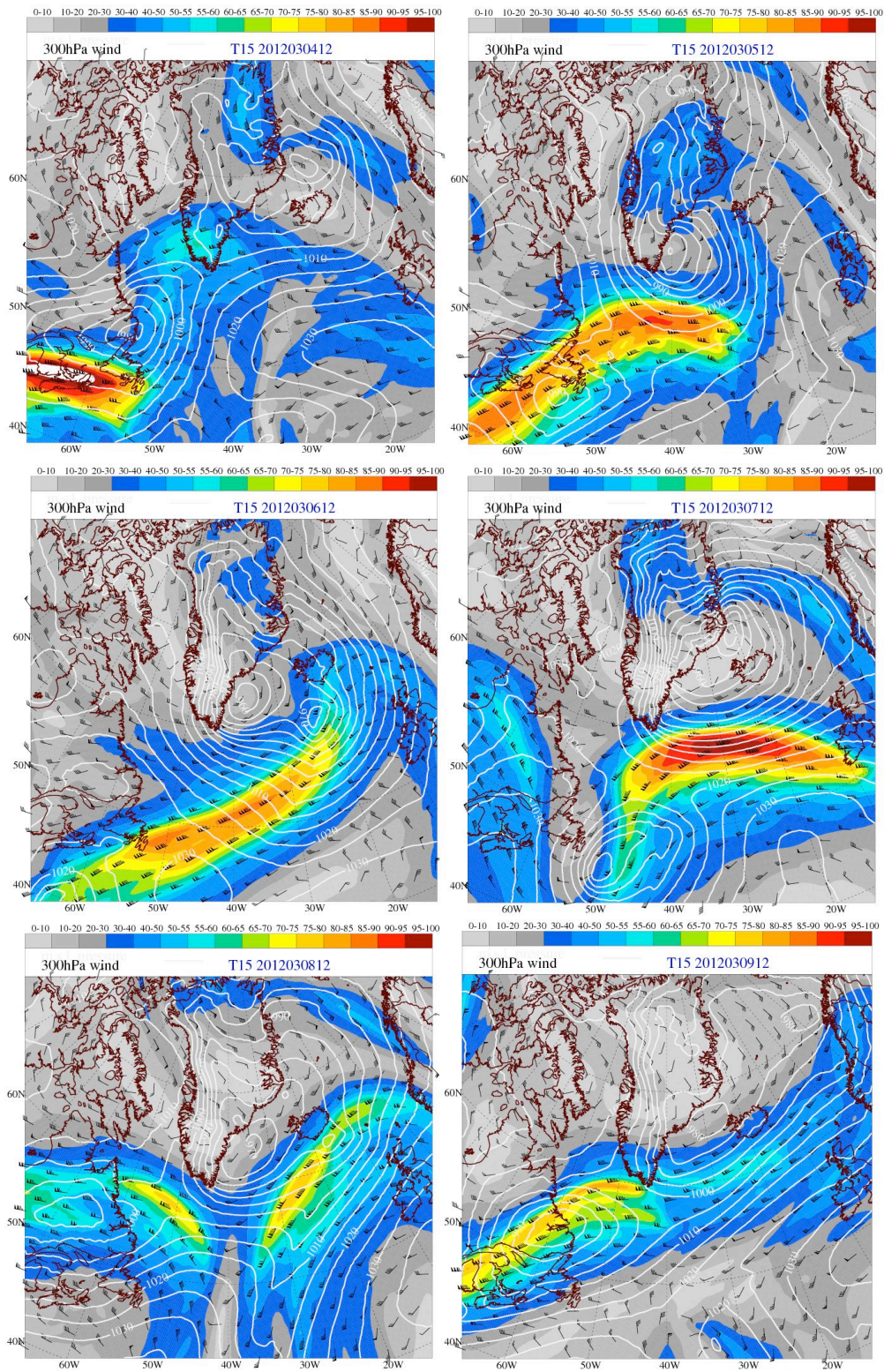
Ekvation {73} och {74} är komponenterna av termalvinden som alltså är ändring av geostrofisk vind med höjd. Vid en horisontell temperaturgradient har alltså den geostrofiska vinden en vertikal hastighetsändring (shear). Termalvinden rör sig alltid längs med en isoterm med varm luft till höger på det norra halvklotet.

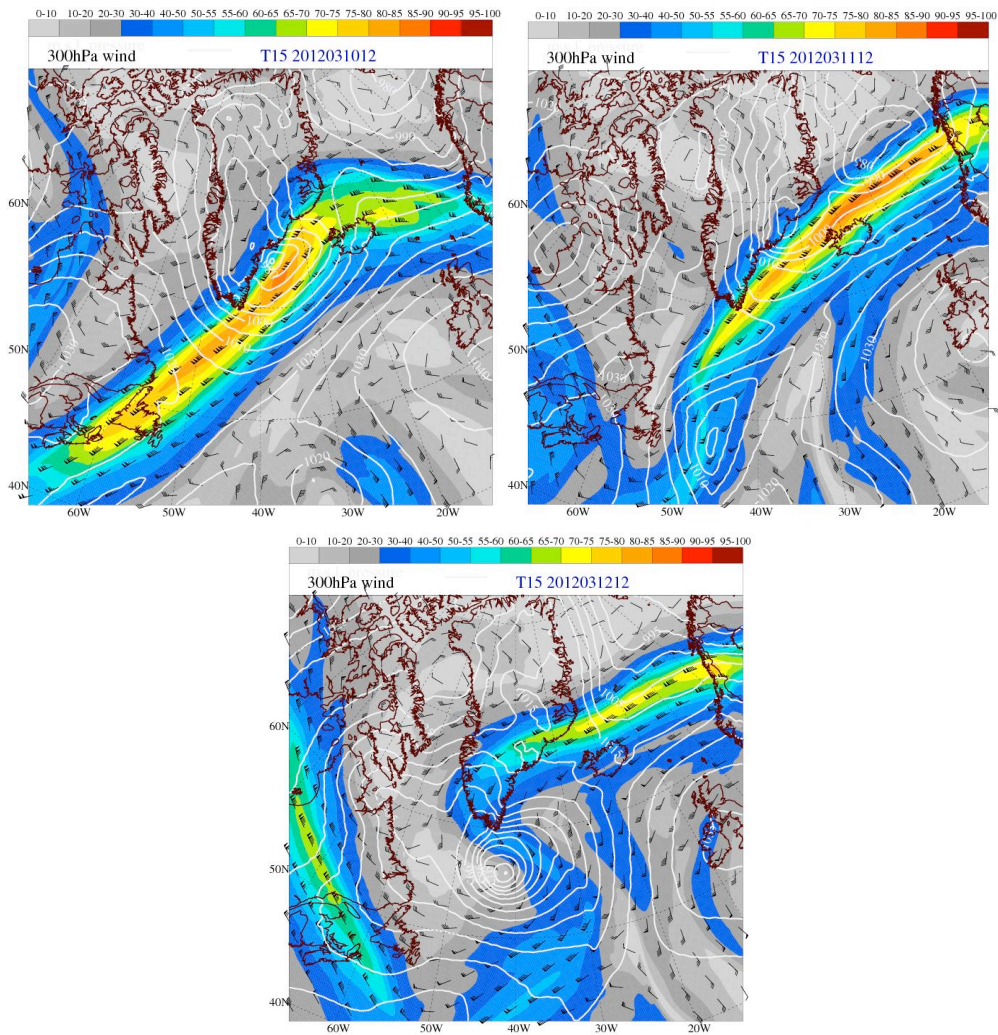
7.





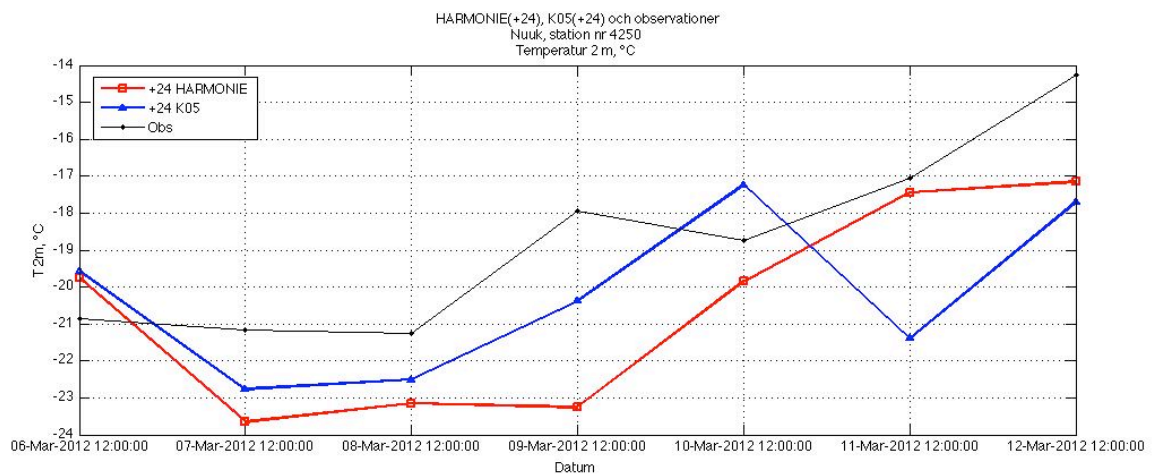
Figur 16. Analyskort (+00) från HIRLAM-T15. T500hPa (färgskala) och mslp (vita linjer) 4 - 12 mars 2012 12 UTC.

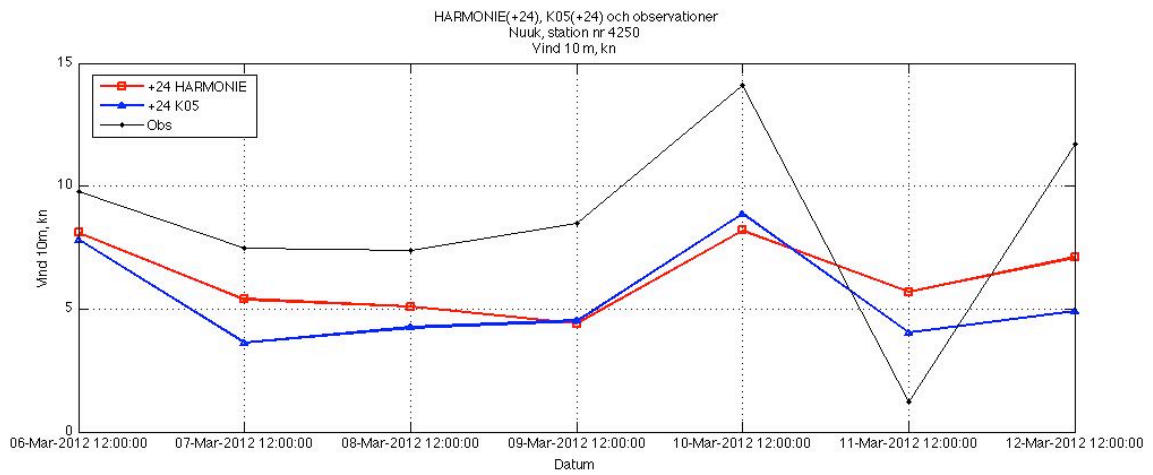




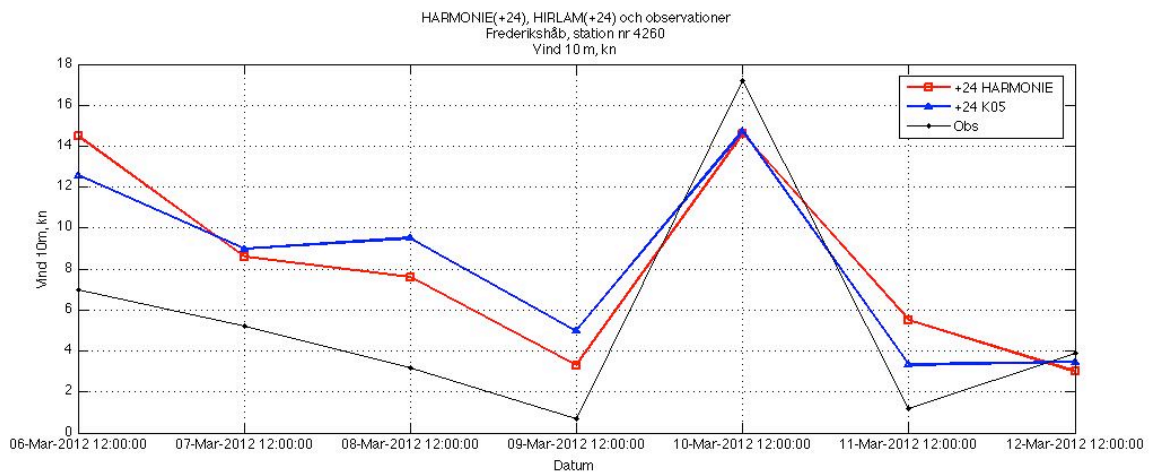
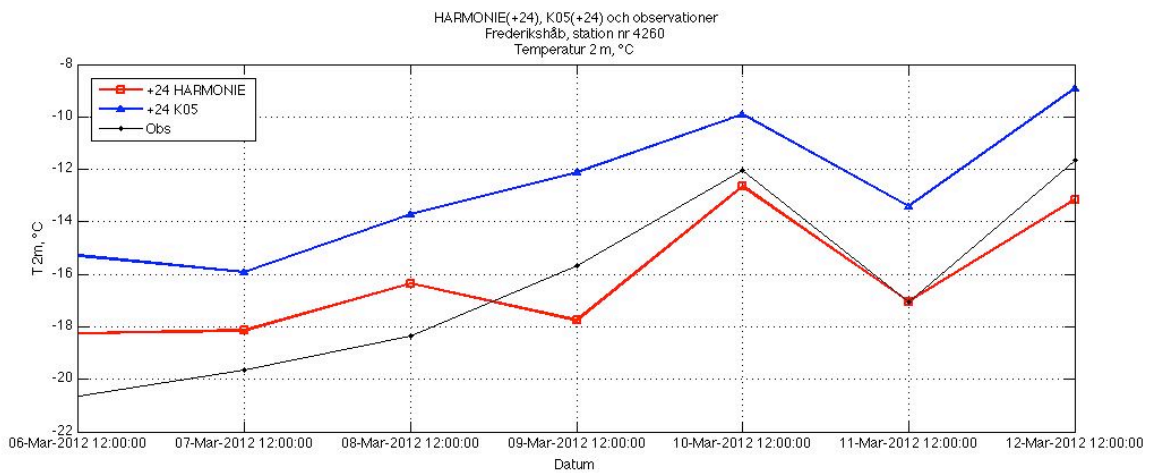
Figur 17. Analykort (+00) från HIRLAM-T15. v300hPa (färgskala och vindfanor) och mslp (vita linjer) 4 - 12 mars 2012 12 UTC.

8.





Figur 18. Tidsserie med prognoser HARMONIE(+24) och HIRLAM(+24) och observationsdata (Obs) för T2m och v10m vid Nuuk, station nr 4250, 6 - 12 mars 2012 12 UTC.



Figur 19. Tidsserie med prognoser HARMONIE(+24) och HIRLAM(+24) och observationsdata (Obs) för T2m och v10m vid Frederikshåb, station nr 4260, 6 - 12 mars 2012 12 UTC.