

Introduktion av spännbandbro

- Stress ribbon bridge



Taha Al-Janabi

Avdelningen för Konstruktionsteknik
Lunds Tekniska Högskola
Lunds Universitet, 2012

Avdelningen för Konstruktionsteknik
Lunds Tekniska Högskola
Box 118
221 00 LUND

Department of Structural Engineering
Lund Institute of Technology
Box 118
S-221 00 LUND
Sweden

Introduktion av spännbandbro

Introduction of stress ribbon bridge

Taha Al-Janabi

2012

Rapport TVBK-5216
ISSN 0349-4969
ISRN: LUTVDG/TVBK-12/5216(205)

Examensarbete
Handledare: Per Johan Gustafsson, Professor i byggnadsmekanik vid LTH
Juni 2012

Innehållsförteckning

Abstract	5
Sammanfattning	7
Förord	9
1 Introduktion	11
1.1 Bakgrund.....	11
1.2 Syfte.....	14
1.3 Metod.....	14
1.4 Omfattning	14
1.5 Avgränsningar.....	14
2 Brons utformning	17
2.1 Brons utformning i längdriktning.....	17
2.2 Brons tvärsnitt	18
3 Produktion	21
3.1 Prefabricerad eller platsgjuten.....	21
3.2 Resningen av bron och dess olika livsskeden	22
3.3 Efterspänningsalternativ	23
3.4 Upplag och infästningar	24
4 Princip för dimensionering.....	27
4.1 Egenskaper och belastningstyper för bron i dess olika livsskeden.....	27
4.2 Studerade belastningar och dimensioneringskriterier	28
4.2.1 Lastsituationer och kriterier under uppbyggnaden av bron	28
4.2.2 Lastfall när bron används.....	30
4.3 Dimensionering av samverkanstvärsnittet m.h.t. de olika lastfallen	32
5 Geometrisk dimensionering av bron	35
5.1 Definition av dimensioneringskriteriet	35
5.2 Samband mellan brohöjd och brobanans lutning	36
5.3 Grafisk metod för uppskattning av brohöjden.....	38
6 Dimensionering av skede 0 m.h.t. draglast i bärkablar	41
6.1 Härledning av samband för beräkning av dragkraft i skede 0.....	41
6.2 Härledning och lösning av differentialekv. för lina med liten lutning ...	44
6.3 Dimensioneringsekvationer av skede 0	47

7 Dimensionering av skede 1 & 2 – Analytisk metod.....	49
7.1 Härledning av allmän grundekvation.....	49
7.2 Introducering av efterspänningslast i grundekvationen.....	54
7.3 Enhetslösa ekvationer och parametrarna α^2 och λ^2	55
7.3.1 Enhetslösa ekvationer.....	55
7.3.2 Parametrarna α^2 och λ^2	56
7.3.3 Kompletterande undersökning av parametern λ^2	57
7.4 Enhetslöst samband av grundekvationen	59
7.5 Enhetslöst samband för beräkning av böjmoment	61
7.6 Enhetslöst samband för beräkning av nedböjning	61
7.7 Enhetslöst samband för beräkning av ökning i horisontallast	62
7.8 Specifikt för en spännbandsbro över ett spann	63
7.9 Dimensioneringsekvationer för bestämning av parametrarna λ^2 & α^2 ..	65
7.10 Dimensioneringsekvationer av skede 1	66
7.11 Dimensioneringsekvationer för skede 2	69
8 Dimensionering av skede 31 & 32 – Analytisk metod.....	75
8.1 Definition av långtidseffekter	75
8.2 Kompletterande undersökning av temperaturvariationseffekten	75
8.3 Härledning av samband för beräkning m.h.t. långtidseffekter	75
8.4 Dimensioneringsekvationer av skede 31	78
8.4.1 Ändring av horisontallasten p.g.a. långtidseffekten	78
8.4.2 Ändring av nedböjning p.g.a. långtidseffekten	80
8.4.3 Ändring av böjmoment p.g.a. långtidseffekten	80
8.5 Dimensioneringsekvationer för skede 32	81
8.5.1 Korrigering av storheter inför dimensionering av skede 32	82
8.5.2 Horisontallasten vid skede 32 m.h.t. långtidseffekten	83
8.5.3 Nedböjning vid skede 32 m.h.t. långtidseffekten.....	84
8.5.4 Böjmoment vid skede 32 m.h.t. långtidseffekten.....	85
9 Dragkraft på stöd vid varje skede – Analytisk metod	87
9.1 Uppbyggnaden av den totala axialkraften	87
9.2 Dimensioneringsekvationer av totaldragkraft vid varje skede.....	89
10 Numerisk dimensionering m.h.a. CALFEM.....	91
10.1 Geometriskutformning.....	91
10.2 Elementnummer och topologi.....	92
10.3 Elementens styvhetsmatriser.....	93
10.4 Elementens koordinater och lutning	95
10.5 Brons infästning – Fjädrande upplag	95
10.6 Applicering av egenviktlast.....	97
10.7 Applicering av efterspänningslast.....	100
10.8 Applicering av nyttiglast.....	103
10.9 Applicering av punktlaster	106
10.10 Applicering av last p.g.a. temperaturvariation.....	106

11 Beräkningssamband för dynamisk last	109
11.1 Dimensioneringskriterier	109
11.2 Samband för beräkning av egensvängningsfrekvenser	110
11.3 Dimensioneringsekvationer	111
11.3.1 Dimensioneringsekvationer av antisymmetrisk vibrationsfrekvens...	112
11.3.2 Dimensioneringsekvationer av symmetrisk vibrationsfrekvens	113
12 Sammanfattning av dimensioneringskriterier	115
12.1 Kriteriet om maximal lutning vid skede 0.....	115
12.2 Kontroll av maximal dragspänning i bärkablarna	115
12.3 Kontroll av maximalt böjmoment i betongen.....	116
12.4 Kontroll av maximal tryckspänning i betongen.....	117
12.5 Kontroll av maximal dragspänning i betongen.....	120
12.6 Frekvensdimensioneringskriterier.....	121
13 Dimensioneringsexempel	123
13.1 Dimensioneringsgång.....	123
13.2 Indata för dimensionering	124
13.3 Sammanfattning av resultat från den analytiska metoden	127
13.4 Numerisk dimensioneringsmetod.....	128
13.4.1 Skede 0	129
13.4.2 Skede 1	129
13.4.3 Skede 2	130
13.5 Numerisk dimensioneringsmetod för nyttig last över halva bron	133
13.6 Numerisk dimensioneringsmetod för last av reparationsbil	135
13.7 Sammanfattning av alla värden.....	138
14 Alternativet fixbärlager	151
14.1 Fixlager eller fast inspänning.....	151
15 Slutsatser & diskussion	155
15.1 Slutsatser från dimensioneringsexemplet i kap 13.....	155
15.2 Fixlager eller fast inspänning (kap 14)	156

Appendix **157**

Appendix 1	159
1 Dimensioneringsexempel (följer kapitel 13)	159
1.1 Initiell brohöjd i mittnittet	159
1.2 Tvärsektion	159
1.3 Laster	159
1.4 Dimensionering med den analytiska metoden	160
1.4.1 Skede 0, dimensionering av bärkablarna	160
1.4.2 Axiell styvhet och parametrarna λ^2 & α^2	161

1.4.3 Skede 1, efterspänning och ej bärande permanent last	162
1.4.4 Skede 2, nyttiglast och temperaturvariation	165
1.4.5 Skede 31, långtidseffekt vid skede 1	169
1.4.6 Skede 32, långtidseffekt vid skede 2	174
1.4.7 Resultterande dragkrafter	179
1.5 Frekvensanalys	179
1.6 Kontroll mot dimensioneringskriterier	184
1.6.1 Brohöjd.....	184
1.6.2 Dragspänning i bärkablar	184
1.6.3 Böjmomentskapacitet.....	185
1.6.4 Tryckspänning i betong	186
1.6.5 Dragspänning i betong.....	188
2 Exempel på beräkning med typisk tvärsektion	191
Appendix 2.....	193
Beteckningsförteckning.....	193
Källförtäckning	199
Källförtäckning	201

Abstract

A stress ribbon bridge is a kind of suspension bridge, which finds its roots in a very old bridge type, namely the rope bridge. Compared to a rope bridge, the stress ribbon bridge has a reinforced concrete slab. This has bending rigidity and significant weight, which eliminates the flexibility that is typical of rope bridges and provides stability and rigidity such that the bridge also can be used for vehicular traffic.

The current report is an introduction to the bridge type. Its appearance, construction, production, use, typical dimensions, static and dynamic operation are briefly described. The principles, equations and criteria for a preliminary design are also given. Depending on the load type, deformations and stresses can be calculated analytically or numerically using the finite element method. Both methods are used in an example of preliminary design. Diagrams show how various design parameters can affect the function of a bridge with a span of 80 m.

When designing a stress ribbon bridge there are different stages in construction and usage time. This report takes into account five different stages:

- Stage 0: Installation of bearing cables with dead load of separated concrete segments.
- Stage 1: The concrete segments cast together, applying post-tension force and then assemble all the dead load from the non-structural parts.
- Stage 2: Official opening of the bridge. This means the introduction of live load and also temperature variation.
- Stage 31: Long-term effects add to the analysis of Stage 1.
- Stage 32: The final stage involves a modification of the quantities at Stage 2 and introducing the time-dependent effects.

The preliminary calculations in this report suggest that stress ribbon bridges may be of special interest for pedestrian and bicycle bridges with long spans. Vibration frequency and bending moments in the bridge deck with live load along only half of the bridge appear to be critical in the design. Parametric studies showed that low or no post-tension force reduces the need for reinforcement and bearing for the bridge in the form of hinged fixed bearing can be better than fixed rigid bearing.

Keyword: Stress ribbon bridge, Pedestrian bridge, Curved beam, Suspension structure, Cable structure, Post-tension.

Sammanfattning

En stress ribbon bro är en typ av hängbro som har sitt ursprung i en mycket gammal brotyp, nämligen repbron. Jämfört med en repbro har en stress ribbon bro, på svenska här kallad spännbandsbro, en brobana av armerad spännbetong. Denna har böjstyvhet och betydande egenvikt. Detta eliminerar den flexibilitet som är typisk för repbroar och ger stabilitet och styvhet sådan att bron kan användas även för fordonstrafik.

I denna rapport ges en introduktion till aktuell brotyp. Utseende, uppbyggnad, produktion, användning, typiska dimensioner, och statiskt och dynamiskt funktionsätt beskrivs kortfattat. Vidare ges principer, ekvationer och kriterier för en preliminär dimensionering. Beroende på belastningstyp kan analys av deformationer och spänningar göras analytiskt eller numeriskt med finita elementmetoden. Båda metoderna används i redovisat exempel på preliminär dimensionering. Vidare redovisas i diagram hur olika dimensioneringsparametrar påverkar funktionen för en bro med spännvidden 80 m.

Vid dimensionering av en spännbandbro måste olika skeden under bronns bygg- och användningstid beaktas. I denna rapport beaktas fem olika skeden:

- Skede 0: Montering av bärkablar med påliggande separerade betongelement.
- Skede 1: Ihopgjutning av betongelementen, applicering av efterspänningslast och sedan monteras de icke bärande byggelementen.
- Skede 2: Invigning av bron. Det innebär införande av nyttiglast och att hänsyn tas till temperaturvariation.
- Skede 31: Långtidseffekt beaktas vid analys av lasterna i skede 1.
- Skede 32: Slutligt skede som innebär en modifiering av storheterna i skede 2 med hänsyn till tidsberoende effekter.

Redovisade preliminära dimensioneringsberäkningar antyder att spännbandbroar kan vara av intresse främst för gång- och cykelbroar med stor spännvidd. Egensvängningsfrekvens och böjmoment i brobanan vid nyttig last längs bara halva bron förefaller vara kritiska vid dimensionering. Parameterstudier visade bland annat att låg eller ingen efterspänning av betongen minskar behovet av slakarmering och att upplag för bron i form av fixlager kan vara bättre än fast inspänning.

Nyckelord: Spännbandbro, Gångbro, Krökt balk, Hängstruktur, Kabelstruktur, efterspänning.

Förord

Denna rapport är ett examensarbete som utförts på avdelningen för byggnadskonstruktion, i samarbete med byggnadsmekanik, vid Lunds Tekniska Högskola. Arbetet är skapat av en student som ett sista delmoment i civilingenjörsutbildningen Väg- och vattenbyggnad.

Ett stort tack till min handledare, professor Per Johan Gustafsson på avdelningen för byggnadsmekanik vid LTH, för hans obrutna stöd under arbetets gång, men även för kunskapen som han delade med sig under utbildningen. Jag skulle även vilja tacka min examinator, professor Annika Mårtensson på avdelningen konstruktionsteknik, för att ha gett mig en stor förståelse för konstruktion. Ett stort tack till er.

Lund juni 2012

Taha Al-Janabi
Student, Väg- och vattenbyggnad LTH

1 Introduktion

En introduktion av brotypen "stress ribbon". En spännbandbro främst för gång- och cykeltrafik. I detta kapitel presenteras inledningsvis denna brotyp som i nuläget ännu inte har byggts i Sverige.

'What would be the best bridge? Well, the one which could be reduced to a thread, a line, without anything left over; which fulfilled strictly its function of uniting two separated distances.'

Pablo Picasso

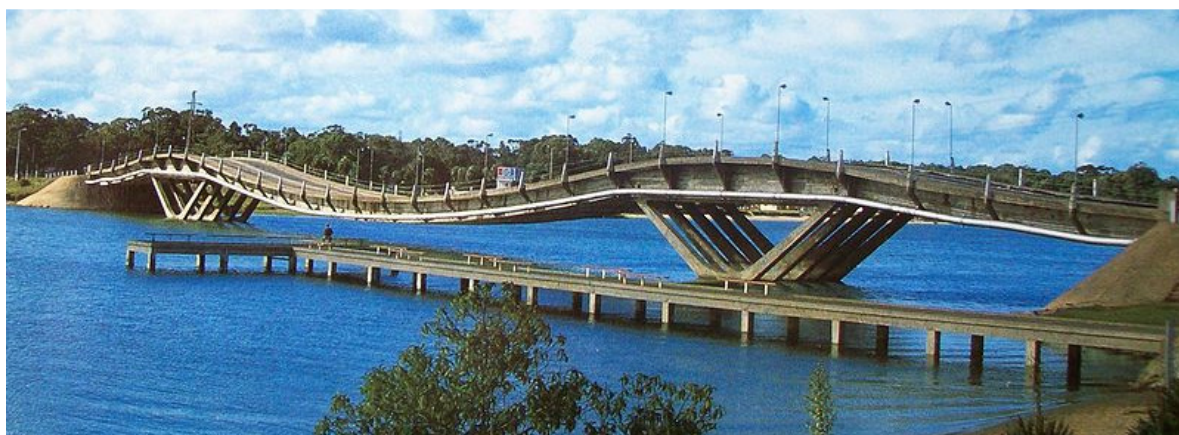
(Stráský 2006, s. 3).

1.1 Bakgrund

Den brotyp som är känd vid den engelska benämningen "stress ribbon bridge" är en typ av hängstruktur. Den har en mycket enkel utformning i enlighet med Pablo Picassos bästa bro i det inledande citatet, enligt ovan. Figur 1.1 visar ett exempel på aktuell typ av bro, som i detta exempel överbryggar ett vattendrag. Brotypen används i huvudsak som gång- och cykelbroar. Det finns exempel på "stress ribbon" broar för fordonstrafik, se Figur 1.2. Dessa är dock uppbyggda med kortare spännvidder och större lutning på trafikbanan. Varför de byggs med större lutning kommer att förklaras i senare kapitel.



Figur 1.1 Spännbandsbro över Sacramento River, California, USA (www.shp.eu).



Figur 1.2 Maldonado Bridge, Punta del Este, Uruguay. En brovariant av typen "stress ribbon" för fordonstrafik (en.wikipedia.org).

Någon etablerad svenskspråkig benämning på brotypen finns inte. I denna rapport kommer omväxlande benämningarna stress ribbon bridge och spännbandbro att användas. Bron har utseendemässig likhet med ett konventionellt spännband gjort av stål, och även likartat funktionssätt genom att i huvudsak bära dragkraft men samtidigt ha viss böjstyvhet.

Aktuell brotyp har sitt ursprung i de urgamla repbroar som förmodligen utvecklades redan för flera tusen år sedan. Dessa är byggda av enbart rep och grova nät som ger bron bärförmåga respektive motsvarighet till gångbana och skyddsräcken. Figur 1.3 visar en repbro i Peru.



Figur 1.3 En gammal repbro i Peru som endast är uppbyggd av repvävnad (sky-today.com).

Nackdelar med repbroar är att de lätt kommer i svängning och att utböjningen vid belastning kan bli stor. Detta beror på att den är byggd av delar som enbart kan bära dragkrafter och på att bronns egen tyngd är liten. Figur 1.4 illustrerar det känsliga utböjningsbeteendet hos en repstruktur då den brukas av en gångtrafikanter.

Punktlast angriper en linstruktur i osymmetrisk position



Figur 1.4 En replina med en applicerad punktlast i osymmetrisk position med resulterande utböjningsform. Figuren illustrerar beteendet för de urgamla repbroarna med en gångtrafikanter som tar sig över.

De urgamla repbroarna började på 1960-talet att utvecklas till den brotyp som går vid benämningen stress ribbon bridge eller spännbandbro. Utvecklingen drevs av önskan att minska rörelserna i bron och att öka bekvämligheten för brukarna. Dessa är de viktigaste kraven för att den goda och funktionella bärprincipen i repbroar skall kunna användas även i modernt byggande.

Den främsta principiella skillnaden mellan en repbro och en spännbandbro är att den senare har böjstyvhet. Vidare är egen vikten för en spännbandbro i allmänhet betydande, eftersom den är dominerande jämfört med storleken av den nyttiga lasten. En ytterligare principiell skillnad är att en spännbandbro kan ha draglinor som efterspänns. Dessa linor placeras i konstruktionen längst brobanan. Själva brobanan skall i sin tur ha förmåga att bära tryckande normalkraft som tillkommer till följd av efterspänningskraften i draglinorna.

Brotypen är känd för sin slanka konstruktion som ger ett fascinerande utseende och ofta även den mest ekonomiska lösningen med avseende på material, arbetstid och produktionsutrustning.

Genom tilläggen av böjstyvhet och ökad egen vikt är resultatet en modern form av repbro. Spännbandbroar kan byggas, och har byggts, av trä, stål och betong, varav det vanligaste är att bygga med efterspänd betong.

De första broarna som byggdes med denna nya metod var en gångbro i Freiburg, Tyskland och en fordonsbro över Maldonado River, Uruguay (Figur 1.2). Idag finns spännbandbroar i många delar i världen bland annat i Japan, Schweiz, Storbritannien, Tjeckoslovakien, USA.

Den spännbandsbron med längst spännvidd är byggd över Sacramento River i California, USA, med en spännvidd på hela 130 m och en nedböjning på endast 0,38 m (Cobo del Arco, Aparicio, Mari 2001, ss. 234-235). Den med störst totallängd är David Kreitzer Lake Hodges Bridge, med en längd på strax över 300 m. Det är två symmetriskt placerade pelare som delar upp bron till tre spann på 100 m vardera. En maximal nedböjning är mätt motsvarande ca 0,41 m (sdrp.org).

1.2 Syfte

Detta examensarbete syftar till att:

- a) sammanställa en introduktion av brotypen stress ribbon bridge – som är en brotyp som ännu inte börjat byggas i Sverige.
- b) redovisa en preliminär dimensionering av stress ribbon bridge.
- c) undersöka hur tvärsnittshöjd och efterspanning påverkar moment, utböjning, normalkraft, tryck- och dragspänning i bron.
- d) analysera ett alternativt upplag av typen fixlager.
- e) fastställa om det är möjligt att analysera en stress ribbon bridge med linjära första ordningens teori.

1.3 Metod

Litteratur- och internetsökningar ger information som behövs för arbetet. Beräkningarna grundar sig huvudsakligen på teoretiska ekvationer och formuleringar som härleds med hjälp av balkteorier. Dessa programmeras i ett kalkylprogram, Microsoft Excel, för att i senare skede kunna användas vid dimensionering och undersökning av varierande indata.

1.4 Omfattning

Den del av arbetet som syftar till introduktion av aktuell brotyp omfattar beskrivning av utseende och estetiska särdrag, olika materialval och konstruktiv utformning. Introduktionen omfattar även beskrivning av funktionssätt och produktionsmetod, med andra ord bronns uppförande och metod av uppresning.

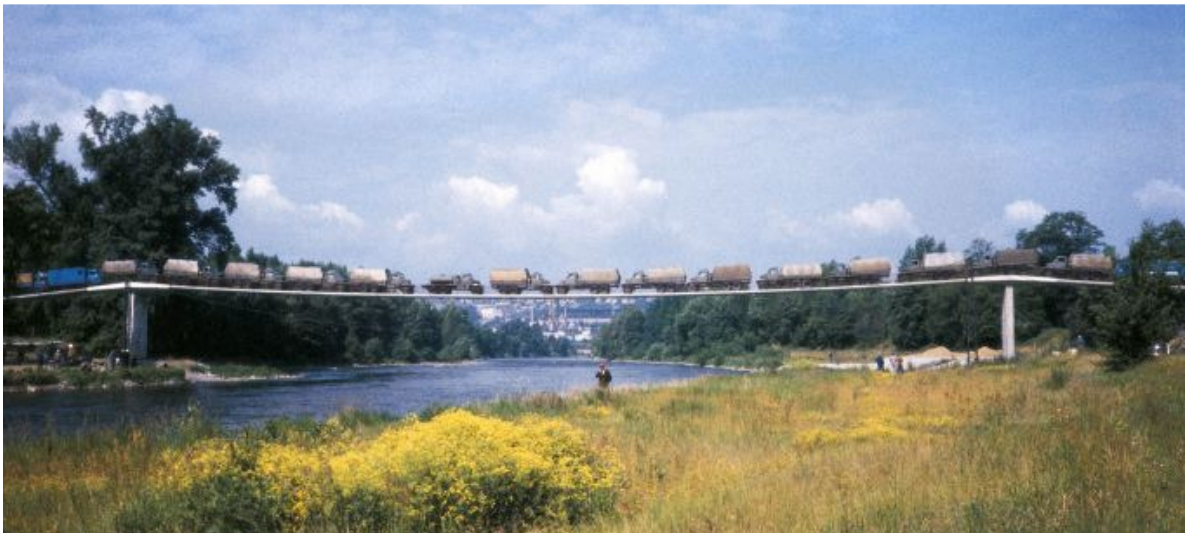
Vidare innefattar arbetet redogörelse av härledning och förklaring av metoder för beräkningar i samband med dimensionering.

Det redovisas ett exempel på en preliminär dimensionering av en bro med en spannlängd på 80 m. Exemplet kommer även att omfatta resultat från variation av tvärsnittshöjder samt olika applicerade efterspänningslaster.

1.5 Avgränsningar

- Enbart broar med bara ett spann - och bågge upplagen i samma höjdnivå - studeras. Det är emellertid möjligt att bygga spännbandbroar med flera spann. Ett exempel på detta är Troja Bridge som finns att se i Prag, Tjeckien, se Figur 1.5.
- Olika metoder för infästning och uppläggning av spännbandbroar kommer enbart att nämnas. Således görs inga beräkningar av brofundament och inte heller geotekniska bedömningar.
- De beräkningar som redovisas i rapporten är baserade på generella samband inom konstruktionsteknik och mekanik, speciellt första och andra ordningens balkteori.

- Stress ribbon bridge kan byggas av olika material och på delvis olika sätt. Här behandlas i huvudsak enbart den vanligaste typen av konstruktion, som är efterspänd betong.
- Enbart ett fåtal lastfall beaktas. Egenvikt, nyttiga laster över hela samt halva bron som verkar i ett vertikallplan längs bron. Även belastning från en passerande reparationsbil kommer att analyseras. Således beaktas inte vridande laster och inte heller vindlast.
- Beräkningar gällande långvarig belastning görs endast av lastfall med nyttiglast över hela bron med analytiska ekvationer och kontrolleras inte mot kriterier. Däremot kontrolleras kortvarig belastning och vissa laster som verkar under byggnationen, det vill säga innan bron har sina slutliga egenskaper.
- Brons dynamiska egenskaper beaktas enbart genom beräkning och värdering av egenfrekvensen för vissa svängningsmoder i bronns vertikallplan.
- Beständighetsfrågor och ekonomiska aspekter behandlas inte.



Figur 1.5. Trespannsbron - Troja Bridge - som är byggd i Prag, Tjeckien. Bilden är fotograferad under ett belastningstest för att mäta nedböjning och deformation av upplagen. Trots att bron är dimensionerad för gång- och cykeltrafik, utfördes testet med en belastning från 38 stycken fordon som väger allt mellan 2,8 till 8,4 ton vardera (www.shp.eu).

2 Brons utformning

Utformning och materialuppbyggnad för en typ av spännbandbro kommer att beskrivas. Den typ som beskrivs är gjord av betongelement som är efterspänd. Det är denna typ som senare kommer att analyseras.

2.1 Brons utformning i längdriktning

Bron har samma form som ett band som hänger mellan två punkter. Formen kan ses som en cirkelbåge med väldigt stor radie. Det är den samma som formen hos en traditionell repbro som belastas enbart av sin egen vikt. Brons form återspeglar och illustrerar hur den hanterar att bära en jämt fördelad last.

När bron betraktas i längdriktning, kan den naturliga hängverkan hos ett kabelsystem igenkännas. Konstruktionen dimensioneras till en väldigt slank struktur. Detta medför att en vy i längdriktning ger en känsla av en svag, ostabil och nästan intill farlig struktur. Figur 2.1 illustrerar just detta.



Figur 2.1 Spännbandbro över Sacramento River, California, USA. Från långt håll uppfattas bron som alldeles för slank och ostabil (www.shp.eu).

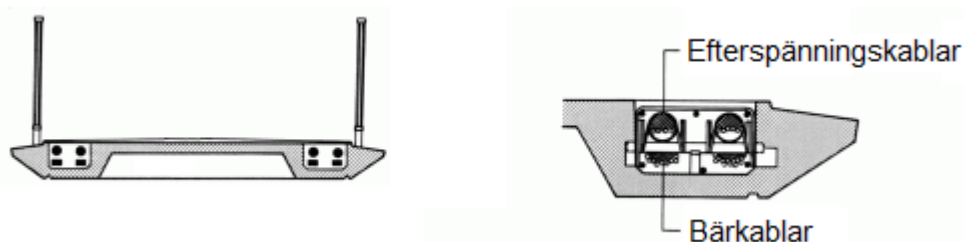
Vid ett närmare betraktande av bron uppmärksammas betongmaterialet och slankheten är inte längre lika tydlig. Detta ger åskådaren en ändrad bild av strukturen som nu ger en känsla av stabilitet med intryck av styvhet och tung betongmassa. Plötsligt känns det inte alls farligt att ta sig över bron. En närmare bild från en annan vinkel presenteras i Figur 2.2. Observera att båda figurerna visar en och samma bro som korsar Sacramento floden i California, USA.



Figur 2.2 Samma bro som presenteras i Figur 2.1, men från en annan vinkel. Plötsligt verkar bron mycket stabilare och säker att använda (www.americantrails.org).

2.2 Brons tvärsnitt

Brodäcket är uppbyggt av bärkablar och eventuella efterspänningskablar, som är ingjutna i betongelement, se Figur 2.3. Tvärsnittet för brodäcket har konstant dimension längst hela bron. Detta på grund av att momentfördelningen inte varierar markant för den här typen av broar och därför är det mer ekonomiskt att producera alla betongelement med samma dimensioner.



Figur 2.3 Exempel på tvärsnitt av stress ribbon bridge. Just den här varianten användes för bron över Sacramento floden, California, USA (<http://www.shp.eu>).

Alla kablar placeras symmetriskt och i samma höjdnivå som tyngdpunkten för hela tvärsnittet. På så sätt ger de inte upphov till böjmoment i bron och bidrar bara indirekt till momentkapaciteten.

Kablarna i konstruktionen belastas - vid olika skeden - med väldigt höga dragkrafter. Om kablarna placeras utanför neutrala axeln för tvärsnittet, kan detta leda till momentspänningar. Dessa blir dock begränsade på grund av kort hävarm.

Stål av mycket hög kvalitet används, för att linorna skall ha en liten tvärsnittsarea. Ett typiskt karakteristiskt värde på stålmaterialets sträckgräns är närmare 1900 MPa (Cobo del Arco et al. 2001, s. 239).

3 Produktion

I de föregående kapitlen har läsaren fått en del förståelse för bronns utformning. I detta kapitel beskrivs produktionsalternativ, hur brotypen byggs, hur den beter sig i olika byggskedan och hur upplag och infästningar kan vara utformade.

3.1 Prefabricerad eller platsgjuten

Alternativen för produktionen av spännbandbroar med betongtvärsnitt är platsgjutning eller en lösning med prefabricerade betongelement. Valet beror främst på var i världen bron ska byggas och på de praktiska möjligheterna till det ena eller det andra.

Japan är ett exempel på ett land där det är traditionellt att bygga med platsgjutning och möjligheten till prefabricering är begränsad. Figur 3.1 visar en bro i Japan som gjuts på plats. I andra länder, där det finns fabriker som ger tillgång till prefabricerade betongelement, används hellre färdiga sektioner.

Prefabriceringsmetoden innebär att identiska element tillverkas på fabrik och transporteras till arbetsplatsen. Just eftersom de är identiska, blir produktionen billigare och lättare att genomföra. Det är främst den prefabricerade metoden som kommer att diskuteras i denna rapport, eftersom det är den variant som kan bli aktuell i Sverige.



Figur 3.1 Till vänster visas ett fotografi av Birdie Bridge i Ibaraki Prefecture, Japan. Bron byggdes med platsgjutningsmetoden (www.acc-club.jp).

Den högra fotografien presenterar den andra metoden med prefabricerade element som lyfts på plats och sedan gjuts samman. Bilden är på en stress ribbon bridge som byggdes 1999 i Rancho Santa Fe, San Diego, California, USA (www.shp.eu).

3.2 Resningen av bron och dess olika livsskeden

I denna rapport delas brons livstid in i fem olika skeden. Dessa diskuteras översiktligt här och definieras mer exakt i kapitel 4.1 under Tabell 4.1. Varje skede är unikt och medför speciella beteenden hos brostrukturen. Lasterna och hur de hanteras varierar från skede till skede och skillnaden i dessa är tydlig.

Under skede 0, monteras bärkablarna i ett av stöden och dras fram till andra sidan, där de monteras på samma sätt i det andra upplaget. Kabeln spänns lagom mycket efter en önskad höjd hos bron. Sedan monteras lösa betongelement tätt intillvarandra, se Figur 3.2. Brons beteende ändras inte så länge elementen inte gjuts samman. Före sammangjutning ger betongelementen enbart ett bidrag till kablarnas egenvikt.



Figur 3.2 Placering av prefabricerade betongelement vid bygget av Lake Hodges Bicycle Pedestrian Bridge, San Diego, USA. Den längsta stress ribbon bron i världen år 2009, med tre spann på ca 100 m vardera (www.gostructural.com).

Sammankopplingen av betongelementen sker under skede 1, genom att de gjuts samman på plats. Detta innebär att bron inte längre beter sig som en lina, utan får böjstyvhet. Strukturen börjar fungera som en spännbandbro och inte längre som en repbro.

Nästa steg i skede 1 är att applicera en efterspänningskraft, vilket medför en tryckeffekt som är uppåtgående längst hela bron. När efterspänningen av bron är utförd, monteras de icke bärande komponenterna som består av säkerhetsräcke, asfaltsbeläggning, etc.

I skede 2 är bron färdigbyggd och invigs. Detta betyder att det nu finns nyttig last från gångtrafikanter och eventuella fordon. Hänsyn tas också till inverkan av temperaturvariationer.

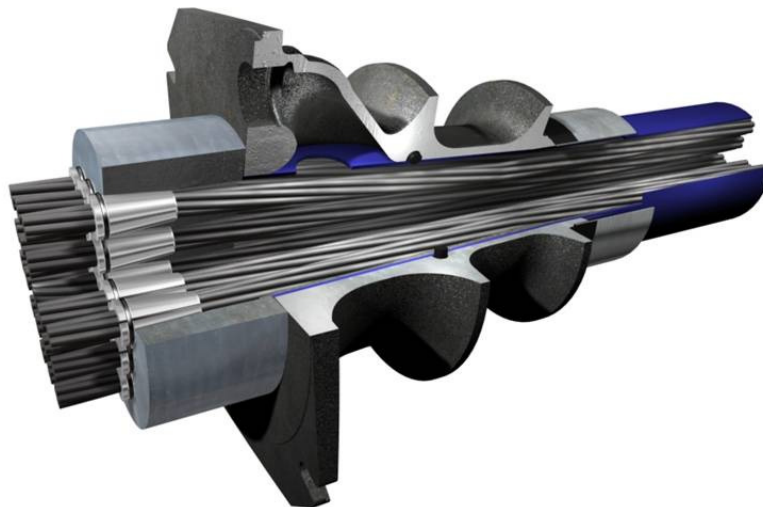
Det kan även vara viktigt att beakta att brons beteende är annorlunda vid långvarig belastning än vid kortvarig belastning. Analys av långvarig belastning i skede 1 benämnes i denna rapport 31. Analys av tidsberoende effekter i skede 2 benämnes 32. Tidseffekterna uppkommer av töjningar (krypning och krympning) i betongen och minskande spänningar

(relaxation) i stålet vid långvarig last. Tidseffekterna beaktas genom att materialparametrarna för stålet och betongen ges olika värden för kort och lång belastningstid. Ändringen i stålet är däremot så pass liten - jämfört med ändringen i betongen - att den försummas. Observera att skede 31 aldrig inträffar i verkligheten, utan den används för att senare analysera skede 32. Detta diskuteras närmare i kapitel 8.

3.3 Efterspänningsalternativ

En spännbandbro tar större delen av de yttre påkänningarna genom dragbelastning. Betongmassan - som bygger upp största delen av tvärsnittet - är känt att vara ett känsligt material vid dragpåkänningar och spricker lätt. När betong spricker förlorar den helt sin dragkapacitet och därmed reduceras betongtvärsnittets böjstyvhet. Synliga sprickor kan också ge en känsla av osäkerhet för de som använder bron. På grund av detta kräver den här typen av broar i regel någon typ av efterspänning.

Efterspänningen sker oftast genom efterspänningskablar under skede 1, efter att betongelementen gjuts samman, enligt delkapitel 3.2. Detta är möjligt genom att lägga upp efterspänningskablarna samtidigt som bärbablarna i skede 0. Efterspänningskablarna består av flera strängar i ett ihåligt kabelrör. När betongelementen gjuts samman till en enda enhet, är strängarna fortfarande lösa i kabelröret. Dessa kan i sin tur efterspännas genom att de appliceras med en dragkraft på baksidan av infästningarna vid upplagen. Figur 3.3 visar exempel på hur efterspänningskablar ser ut vid infästningen.



Figur 3.3 Exempel på efterspänningskabel vid infästning. Figuren visar att det är flera strängar som ligger löst i ett rör. Detta för att de ska röra sig fritt uppåt och trycka mot ovankanten för att skapa en tryckeffekt på bron. Efter att önskat läge uppnås, gjuts strängarna samman genom införande av cementbruk in i röret (www.freyrom.ro).

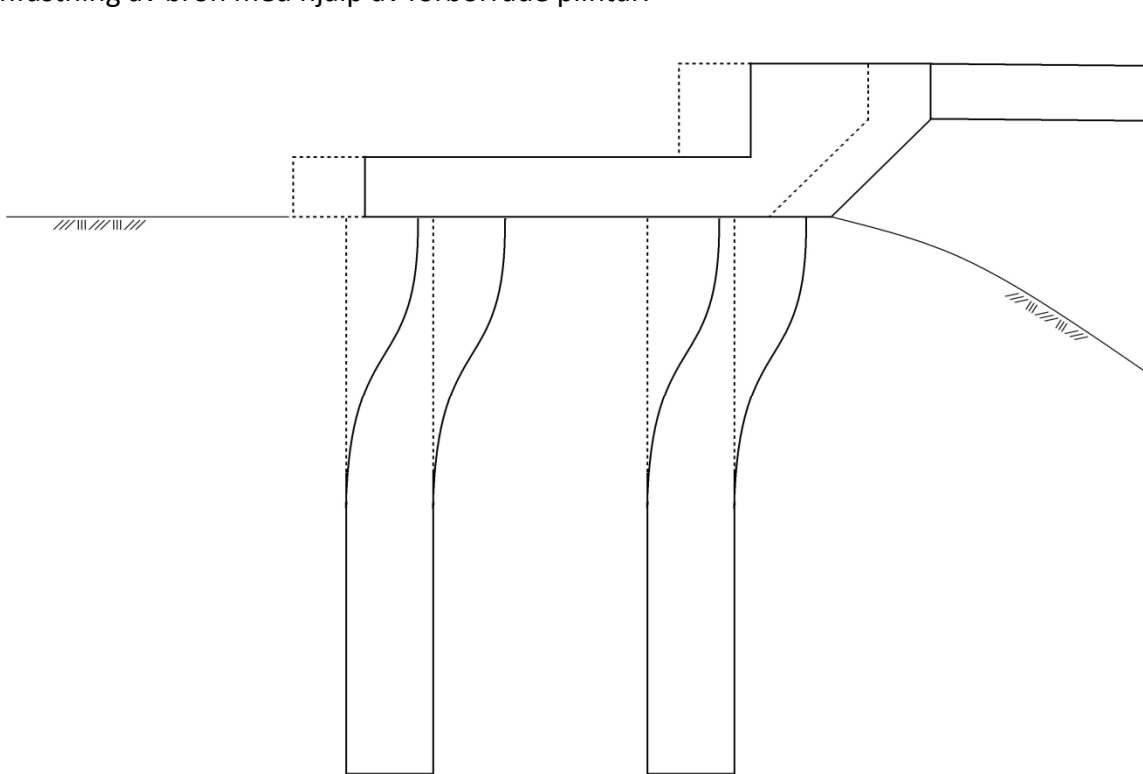
Den beskrivna efterspänningsmetoden är den allra vanligaste och det är den som kommer att analyseras i rapporten. Det finns en annan metod som är värd att nämna. Den andra metoden behöver ingen installation av extra efterspänningskablar, dock är den svårare att genomföra. Det är nämligen möjligt att belasta strukturen med en jämnt utbredd last redan under skede 0, innan betongelementen gjuts samman. När en önskad nedböjning är uppnådd, gjuts elementen ihop till en enda enhet. Sedan i efterhand släpps den initiella applicerade belastningen och strukturen trycks samman (Cobo del Arco et al. 2001, s. 235).

3.4 Upplag och infästningar

En nackdel med denna typ av broar är att den skapar väldigt höga dragkrafter i infästningspunkterna, som medför att upplagen blir kostsammare. De vertikala upplagskrafterna är inte särskilt stora, men det uppkommer stora horisontallaster som upplagen måste dimensioneras efter. Infästningen blir därefter en aning komplexa och ställer krav på geotekniska förhållanden. Just infästningsdelen brukar normalt bli dyrare jämfört med vanliga balkbroar som vilar på upplag av typen fixlager i ena änden och rullager i den andra änden.

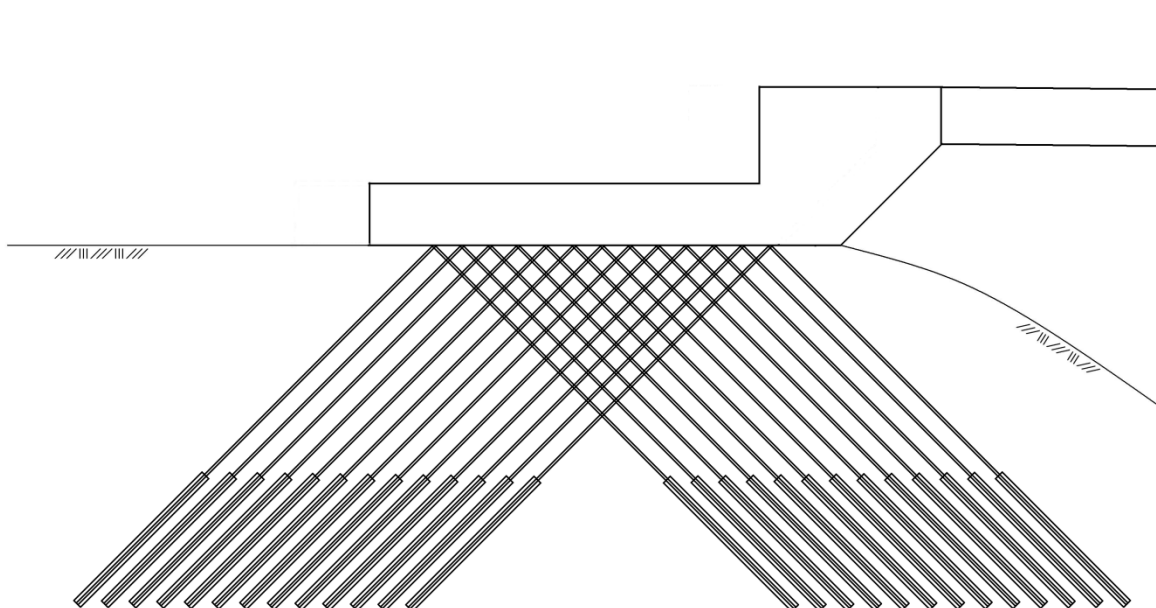
Vid dimensionering av en spännbandbro måste det beaktas att strukturen har olika egenskaper och randvillkor under olika skeden av brobygget. Under skede 0, är böjstyvheten noll och randvillkoren är som för en hängkabel infäst i två fixupplag. Detta innebär fri rotation med reaktionskrafter i horisontal- och vertikalriktning.

Under senare skeden då bron har en struktur likartad med slutläget, är randvillkoren annorlunda. Bron börjar mer likna en struktur med fast inspänning, men har viss rotationsmöjlighet och samtidigt ett inspänningsmoment. Figur 3.4 visar principen för infästning av bron med hjälp av förborrade plintar.



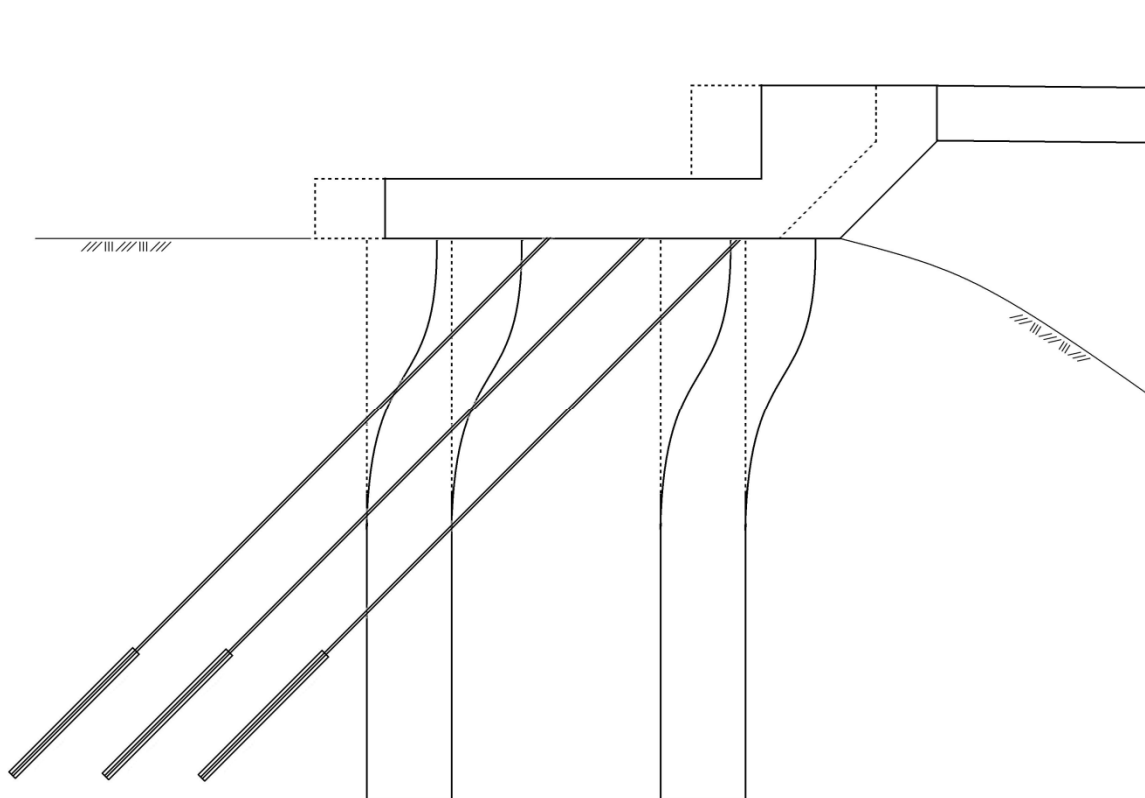
Figur 3.4 Exempel på infästning vid stöd med hjälp av plintar. Observera att plintarna måste vara väldigt långa och kraftiga i dimension, för att klara av den belastning som uppträder.

Det finns fler alternativ för infästning av upplagen. En annan lösning är att låta kablar borraras in i grunden. Dessa skapar - genom drag - en motreaktion till lastpåkänningen som uppträder. Kablarna är fastkopplade i en platta som vilar på marken, se Figur 3.5. Kablarna korsar varandra för att ge plattan en styvare grund. Detta leder i sin tur till att även denna lösning skapar ett moment i upplagen, eftersom kablarna drar i olika riktningar.



Figur 3.5 Exempel på infästning vid stöd med hjälp av kabelinfästning.

Det är även möjligt att kombinera dessa lösningar. Resultatet blir en variant som minskar den horisontella rörelsen som normalt kan uppträda vid endast plintinfästning. Observera dock att den minskningen inte direkt innebär att den horisontella förflyttningen av upp-laget elimineras helt. Detta bör därför tas med i beräkningarna vid dimensioneringen. Ett exempel på denna kombinerade variant presenteras i Figur 3.6 (Strasky, Telford 2005, ss. 74-76).



Figur 3.6 Exempel på infästning vid stöd med hjälp av kabelinfästning kombinerat med förborrade plintar.

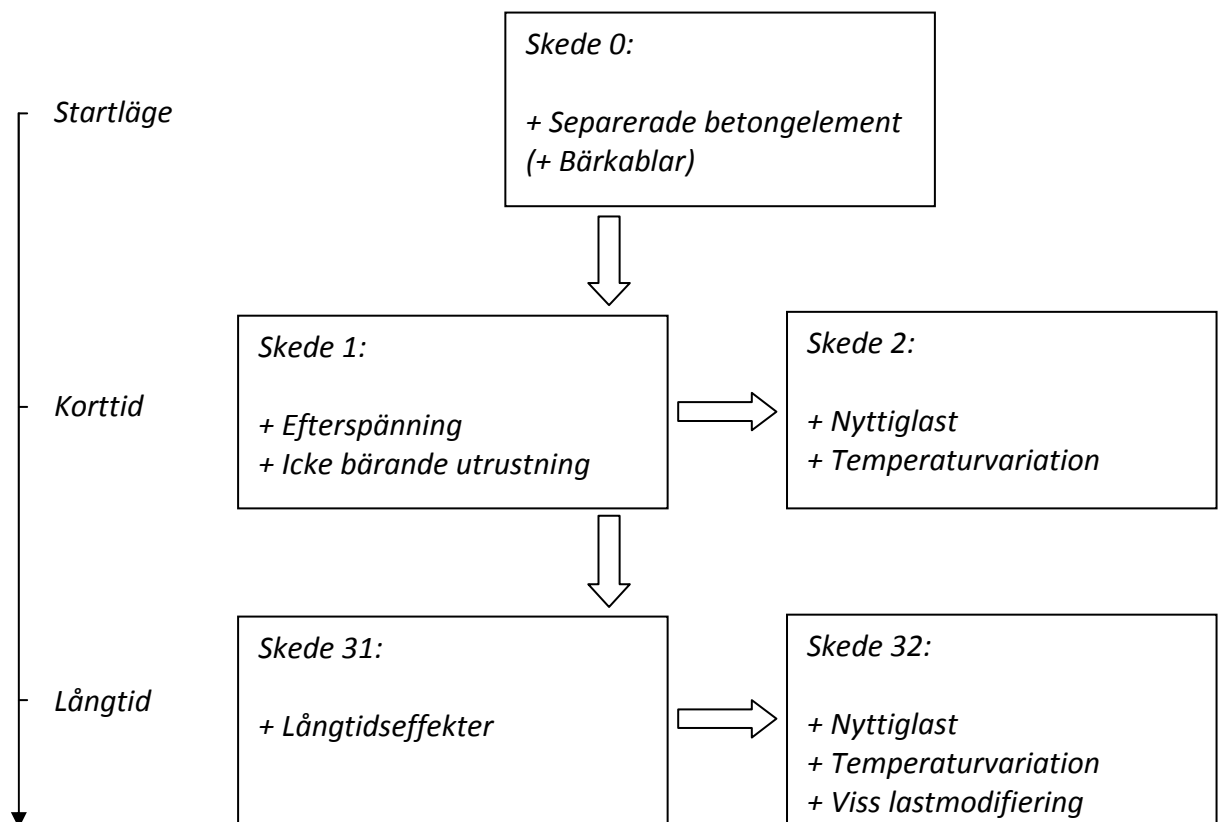
4 Princip för dimensionering

Detta kapitel syftar till att ge förståelse och information om bronns livsskeden, laster och lastfall samt kriterier för en preliminär dimensionering av en spännbandbro. Brons olika livsskeden kommer att presenteras utförligt, för att ge en förståelse för när de inträffar och under vilka verkande laster. De viktigaste lastfallen inför en preliminär dimensionering kommer att beskrivas med tillhörande kriterier.

Fremst behandlas spännbandbroar gjorda av betongelement med efterspänning. Många av de diskuterade sambanden är emellertid också tillämpningsbara på andra slags spännbandbroar.

4.1 Egenskaper och belastningstyper för bron i dess olika livsskeden

Det är tidigare nämnt - i kapitel 3 - att bronns liv kan delas upp i olika skeden. Det är viktigt för en konstruktör att få en förståelse för bronns egenskaper under dessa skeden. Figur 4.1 visar sambandet och övergången mellan de olika skedena. Tabell 4.1 visar definitionen av alla skeden med verkande laster, byggproduktionssteg och aktuellt beteende hos brostrukturen.



Figur 4.1. De olika skeden och hur de förhåller sig till varandra. Dimensioneringen börjar alltid med skede 0 och fortsätter till det skede som önskas dimensioneras genom att följa pilarna. Alla nämnda laster adderas längst vägen.

Tabell 4.1. Definition av brons olika livsskeden.

Skede	Byggstatus och egenskaper	Verkande laster
0	Upphängda bärkablar. Upphängda efterspänningskablar. Fritt utlagda betongelement. Bron har ingen böjstyvhet och endast bärkablarna har axiellstyvhet. Bron agerar som en lina.	Betongens egenvikt är dominerande och utgör brons egenvikt. (Kablarnas egenvikt kan försummas)
1	Sammangjutna betongelement. Efterspänningskablar spända. Icke bärande utrustning monterade. Bron har böjstyvhet och axiellstyvhet. Agerar nu som en spännbandbro.	Betongens/brons egenvikt. Icke bärande utrustnings egenvikt. Efterspänningslast.
2	Bron nyligen invigd för nyttiglast. Hänsyn till temperaturvariation. Bron har egenskaper som i skede 1.	Betongens/brons egenvikt. Icke bärande utrustnings egenvikt. Efterspänningslast. Nyttiglast. Temperaturvariation.
31	Bron analyseras i skede 1, men med effekten av krypning och krympning.	Justering av laster med hänsyn till långtidseffekter.
32	Bron analyseras i skede 2, men med hänsyn till effekten av skede 31. Brons axiella styvhet kan modifieras, eftersom efterspänningskablar är kända, ingjutna och kan hantera axielltryck.	Justering av brons egenvikt där den icke bärande utrustningen inkluderas. Justering av initiell horisontallast inkluderar analysen i skede 31. Nyttiglast och temperaturvariation räknas på nytt med avseende på modifieringarna.

4.2 Studerade belastningar och dimensioneringskriterier

Vid dimensionering av en bro bör alla möjliga lastsituationer och kriterier motsvarande bärförmåga, deformationer och funktionalitet undersökas. Olika kriterier är aktuella under olika skeden i brons livstid. I denna rapport behandlas bara några av de viktigaste lastsituationerna och kriterierna som är under korttidsanalyser. Dessa delas in i två huvudgrupper: de som avser situationer under byggnation respektive användning av bron.

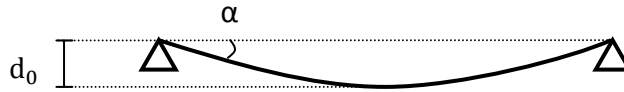
4.2.1 Lastsituationer och kriterier under uppbyggnaden av bron

Skede 0 och 1 inträffar bägge under produktionstiden av bron och innefattar två viktiga lastsituationer. Dessa medför följande tre kriterier som bör undersökas:

- I) Brons geometriska form, närmare bestämt brobanans lutning i skede 0, kommer att studeras. En gräns väljs för att ta hänsyn till brukarnas bekvämlighet. Fotgängare, cyklister och främst rullstolsbundna ska kunna ta sig över bron med acceptabel komfort.

Brons höjd, det vill säga det vertikala avståndet mellan brobanans lägsta och högsta punkt, beräknas efter den förskrivna acceptabla lutningen, se Figur 4.2. Observera att brohöjden varierar mellan de olika skedena. Dimensioneringskriteriet gäller vid belastning av enbart egenvikter (Stráský 2006, s. 6). Den geometriska dimensioneringen diskuteras vidare i kapitel 5.

Maximal lutning i skede 0

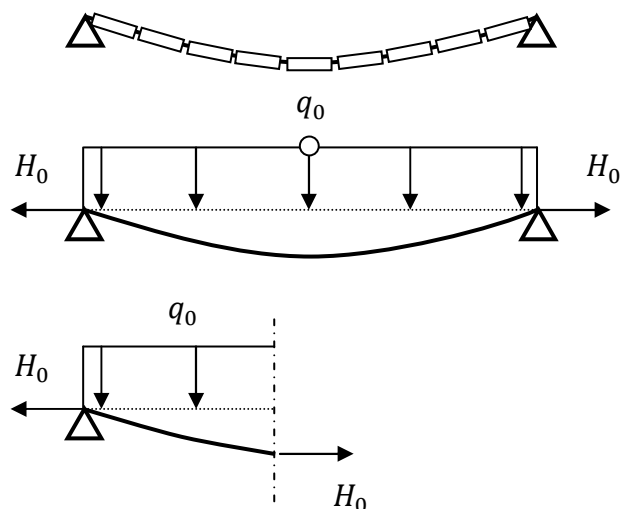


Figur 4.2. Kriteriet enligt Vägverket (2004) om tillåten lutning av brobanan, α . Detta används i sin tur för att dimensionera maximal brohöjd vid skede 0, d_0 . Hänsyn tas till enbart egenviktslast.

- II) Bärkablar dimensioneras efter belastningen i skede 0. Under detta skede är det endast bärkablar som står för bronns bärlighet. I senare skeden finns en samverkansseffekt mellan kablar och betongtvärsnitt som avlastar bärkablar.

Dimensioneringskriteriet är att dragspänningen i skede 0, skall vara mindre än kablarnas draghållfasthet. De laster i skede 0 som beaktas här motsvaras enbart av bronns egenvikt. Approximativt kan egenvikten väljas till en jämt fördelad last som uppkommer från betongens egenvikt, se Figur 4.3. Detta diskuteras närmare under kapitel 6.

Maximal draglast i bärkablar inträffar i skede 0

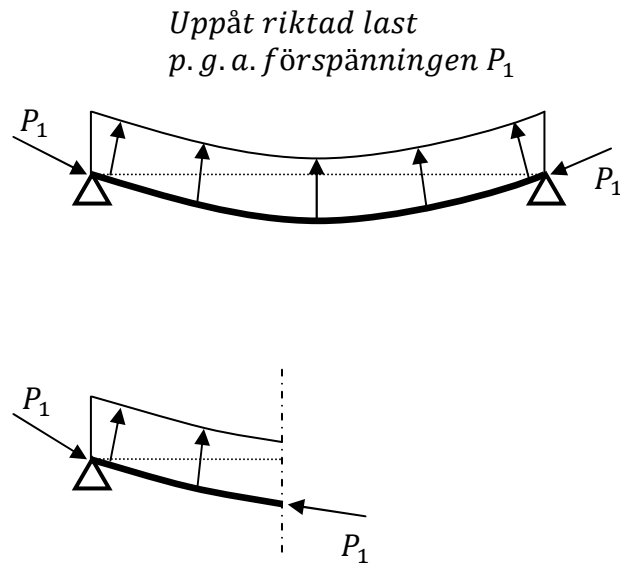


Figur 4.3. Kriteriet som dimensionerar bärkablar. Detta är under skede 0 när endast bärkablar står för bärligheten. Det är vid det tillfället som bärkablar belastas allra mest under bronns livstid, innan samverkansseffekten börjar verka.

- III) Detta kriterium avser betongtvärsnittets förmåga att klara tryckande normalkraft. Skede 1 och 2 omfattar två skilda händelseförlopp av bronslivstid, se tabell 4.1. Beteendet hos strukturen är dock väldigt likt, eftersom bron agerar

som en spännbandsbro i båggen. Skillnaden är att i skede 2, omfattar beräkningarna en extra pålastning av nyttiglast och en parameter som behandlar temperaturvariationer. Maximal tryckspänning kan inträffa i skede 1 orsakad av efterspänningslasten, se Figur 4.4.

Tryckkraft på bron vid skede 1



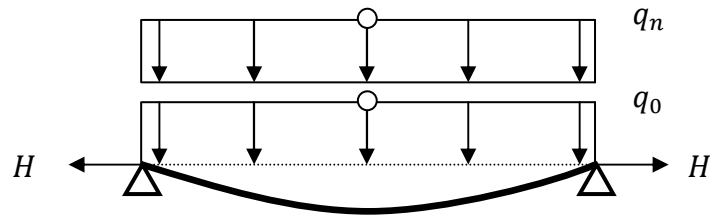
Figur 4.4. Kriteriet som dimensionerar tvärsnittet efter maximal tryckspänning. Detta kan inträffa vid skede 1, när efterspänningslasten appliceras och betongtvärsnittet trycks ihop och även påverkas av uppåtriktad kraft.

4.2.2 Lastfall när bron används

Under skede 2 är bron färdigbyggd och invigs för yttre laster i form av bland annat nyttiglast. Olika placeringar av den nyttiga lasten ger olika lastfall. Vid en fullständig dimensionering av en bro med långt spann finns ett stort antal lastfall och ett flertal dimensioneringskriterier att beakta. I denna studie beaktas enbart några av de lastfall och kriterier som bedöms vara viktiga redan vid en preliminär dimensionering. Vridande laster och laster i tvärriktning inkluderas inte i denna rapport, utan endast en två dimensionell brostruktur i längdriktning analyseras. Följande fyra dimensioneringskriterier och lastfall kommer att studeras i korttids belastning:

- 1) Lastfall med en jämnt utbredd last över hela bron, kommer att härledas analytiskt. Nedböjning, böjmoment och maximal dragpåkning i betongstrukturen ska beräknas. Lastfallet kommer även att undersökas med en numerisk metod. Den analytiska metoden härleds i kapitel 7, medan den numeriska metoden presenteras i kapitel 10.

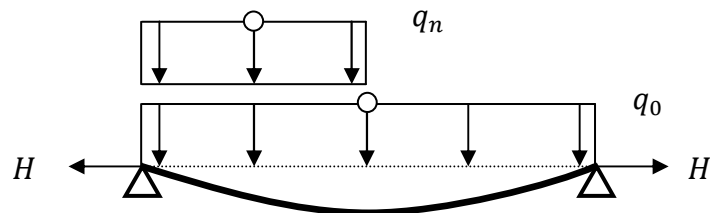
Jämnt utbredd nyttiglast över hela bron vid skede 2



Figur 4.5. Lastfallet där hänsyn tas till jämnt utbredd nyttig last, q_n , och egenvikten, q_0 , över hela bron i skede 2. Detta kan analyseras med en analytisk metod och även med en numerisk metod.

- II) Spännbandsbron är en struktur som är känslig för osymmetrisk belastning. Det andra lastfallet som kommer att analyseras i denna rapport består av en symmetriskt jämnt utbreddlast som motsvarar egentyngden av brostrukturen och en nyttig last endast över halva bron. Detta analyseras med en numerisk metod där nedböjning, böjmoment och normalspänning beräknas. Se redogörelsen kring detta i kapitel 10.

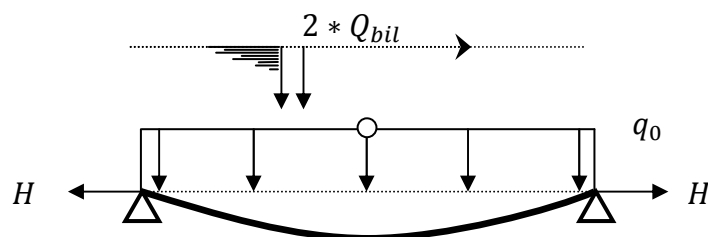
Jämnt utbredd nyttiglast över halva bron vid skede 2



Figur 4.6. Lastfall där hänsyn tas till jämnt utbredd nyttiglast endast över halva bron vid skede 2. Detta kan analyseras med en analytisk och numerisk metod.

- III) En gångbro bör även klara av att hantera en rörlig last från ett fordon, till exempel ett reparationsfordon. Vid dimensionering av en gångbro bör detta speciella lastfall observeras. I denna rapport kommer detta att studeras med en numerisk metod, som simulerar verkan av två punktlaster med tre meters avstånd som passerar över bron. Dessa två punktlaster föreställer bilens två hjulaxlar, som överför tyngden av fordonet till brodäcket. Momentfördelning, nedböjning och normalkraft kommer att undersökas under passagen av fordonet. Även detta lastfall inträffar i skede 2. Detta diskuteras närmare i kapitel 10.

Rörlig punktlast från ett passerande fordon vid skede 2



Figur 4.7. Belastning på bron där hänsyn tas till rörlig last, $2 * Q_{bil}$, från ett fordon vid skede 2. Detta kan utföras med en numerisk metod.

- IV) En kort analytisk undersökning av egenfrekvensen hos en spännbandsbro kommer att inkluderas i denna preliminära dimensioneringsanalys. Se diskussionen kring detta i kapitel 11.

4.3 Dimensionering av samverkanstvärsnittet m.h.t. de olika lastfallen

Brons tvärsektion ska dimensioneras för att klara av alla nämnda lastfall i delkapitel 4.2. Det lastfall som utlöser maximalt:

- positivt böjmoment
- negativt böjmoment
- dragspänning
- tryckspänning
- nedböjning

skall beaktas vid dimensioneringen av tvärsnittet. Det är följande tre kriterier som ska undersökas:

- I) Brobanan byggs upp av identiska element och har därför samma kontinuerliga tvärsektion. Böjmomentet varierar däremot längst bron och är även olika stort i de olika skeden. Böjmomentkapacitet för ett godtyckligt snitt av bron, skall därför vara högre än maximalt böjmoment som kan uppstå under hela bronns livstid.

En analys av en bro med en spännvidd på 80 m, visar att det maximala momentet inträffar vid skede 2 med belastning enligt lastfall med osymmetrisk belastning, se kapitel 13.

Dimensioneringskriteriet bör därför innebära att brotvärsnittets böjmomentkapacitet, skall vara högre än böjmomentet vid det diskuterade lastfallet.

- II) Brostrukturen består främst av betong, som är ett känsligt material vid dragpåkänningar. Dragspänningar inträffar med stor sannolikhet först när den nyttiga lasten appliceras, men kan även inträffa vid skede 1, se kapitel 13.

Dimensioneringskriteriet är att dragspänningen under det diskuterade skedet, skall beräknas och kontrolleras mot betongens draghållfasthet. Dragspänningarna blir med stor sannolikhet för stora och kräver dimensionering med slakarmering. Detta inkluderas dock inte i denna rapport.

- III) Observera att bron även kan komma att dimensioneras för maximal tryckspänning, vilket kan uppstå vid följande tre belastningstyper:

- Skede 1 - orsakas av efterspänningskrafter.
- Skede 2 - nyttig last över halva bron.
- Skede 2 - ett passerande fordon.

Dimensioneringskriteriet är således att maximal tryckspänning som inträffar, skall vara mindre än betongens tryckhållfasthet. Diskussionen kring dimensioneringen enligt euro kod redovisas i kapitel 12.

5 Geometrisk dimensionering av bron

Det första steget i dimensioneringen är att bestämma brohöjden, som är nivåskillnaden mellan brobanans högsta och lägsta punkt. En gångbro bör ha en maximal lutning på 8 % (Vägverket 2004). Normen tar hänsyn till bronns funktionalitet som främst är för trafikanternas bekvämlighet. I det här kapitlet kommer definitionen av dimensioneringskriteriet att fastställas och sedan kommer det redovisas två metoder att utföra dimensioneringen på.

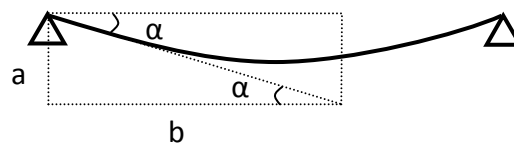
5.1 Definition av dimensioneringskriteriet

Den maximala lutningen - i den här brotypen - uppstår vid stöd och avtar mot mitten av bron. Man kan jämföra med ett snöre som är upphängt mellan två punkter på samma höjd. Snöret får hänga fritt och bildar en avtagande lutning mot mitten, se illustrationsbilden i Figur 5.1 nedan. Det förutsätter att snöret påverkas bara av sin egenvikt. Om snörets nedhäng är litet approximeras egenvikten till en nära nog helt jämt fördelad last.



Figur 5.1. Lutning i två godtyckliga punkter

Angivelsen i procentform innebär förhållandet mellan sträcka i horisontalled respektive vertikalled. Det givna procentvärdet, 8 %, betyder att vertikalavståndet är 8 m om horisontalavståndet är 100 m. Med beteckningarna enligt Figur 5.2, gäller att b är 100 m och a är 8 m.



Figur 5.2. Trigonometrisk hjälppfigur vid omvandling från vinkel i procentform till gradform

Omvandling av vinkel i procentform till grader:

$$\varphi = \frac{a}{b} \quad (5.1)$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \quad (5.2)$$

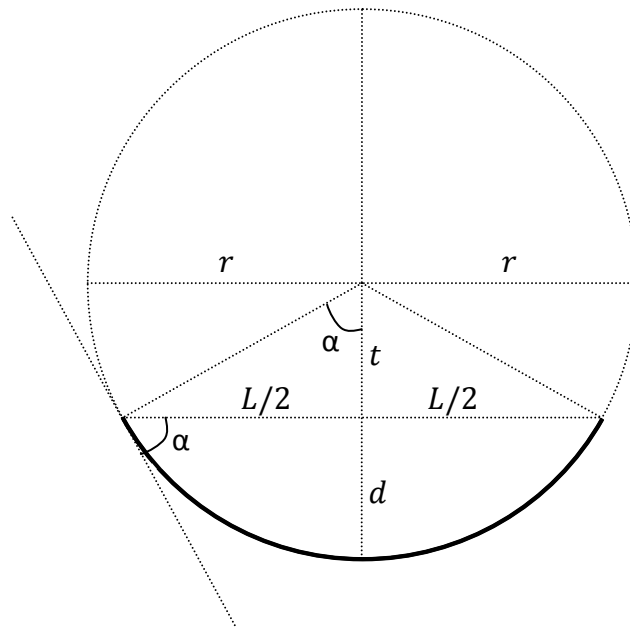
$$\varphi = \tan \alpha \quad (5.3)$$

Insättning av ekvation (5.2) i (5.1) resulterar i ekvation (5.3). Parametern φ , motsvarar vinkelangivelsen som planeras till 0,08, det vill säga 8 %. Detta ger ett värde på cirka $4,57^\circ$ i gradform, som alltså är vinkeln för maximalt acceptabel lutning vid belastning av enbart egenvikt enligt Stráský (2006, s. 6).

5.2 Samband mellan brohöjd och brobanans lutning

Denna metod som beskrivs här nedan kräver en förståelse för trigonometri och behandling av cirkelsektor. Metoden ger ett samband för beräkning av brohöjd för given brolängd och maximal lutning. Utgångspunkten är att bronns form kan beskrivas som en del av en cirkel, det vill säga som en cirkelbåge. Detta på grund av att bron ska hantera belastning genom dragspänningar. En båge med krökning uppåt hanterar istället belastning genom tryckspänningar. Spännbandbroar bygger på bärande stålkablar som måste belastas med draglaster. Figur 5.3 visar bronns form och beteckningar som används.

Beräkna från en cirkelsektor:



Figur 5.3. Perfekt cirkel för framtagning av ekvation för cirkelsektor

Pythagoras sats ger:

$$L = 2\sqrt{r^2 - t^2} \quad (5.4)$$

(ajdesigner.com)

där

$$r = d + t \quad (5.5)$$

och

$$t = \frac{\frac{L}{2}}{\tan \alpha} = \frac{L}{2 \tan \alpha} \quad (5.6)$$

Insättning av ekvation (5.5) och (5.6) i (5.4), ger följande ekvation:

$$L = 2\sqrt{\left(d + \frac{L}{2 \tan \alpha}\right)^2 - \left(\frac{L}{2 \tan \alpha}\right)^2} \quad (5.7)$$

Brohöjden d kan lösas ut ur ekvation (5.7), vilket ger:

$$d = \frac{L}{2} \left(-\frac{1}{\tan \alpha} + \sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2 \alpha}} \right) \quad (5.8)$$

Ekvation (5.8) beskriver alltså sambandet mellan brohöjden, d , brolängden, L , och maximal lutning, α . På grund av att det är förbestämt att den maximala lutningen ska begränsas till 8 % - det vill säga $\tan \alpha$ är fastställt till värdet 0,08 - kan ekvation (5.8) skrivas:

$$d \approx 0,0200L \quad (5.9)$$

Ekvation (5.9) presenteras i Stráskýs doktorsavhandling (Stráský 2006, s. 13). Det är även vanligt att uttrycka sambandet enligt ekvation (5.10), vilket presenteras i tidsskriften *Journal of bridge engineering* (Cobo del Arco et al. 2001, s. 237).

$$d \approx \frac{L}{50} \quad (5.10)$$

Ett annat alternativ är att vänta med insättningen av den maximala lutningen och istället åstadkomma en ekvation som är en omvandling av ekvation (5.8). Resultatet presenteras i ekvation (5.11). Alternativt kan sambandet skrivas enligt ekvation (5.12).

$$d \approx 0,25 \tan(\alpha)L \quad (5.11)$$

vilket med hjälp av ekvation (5.3) alternativt kan skrivas:

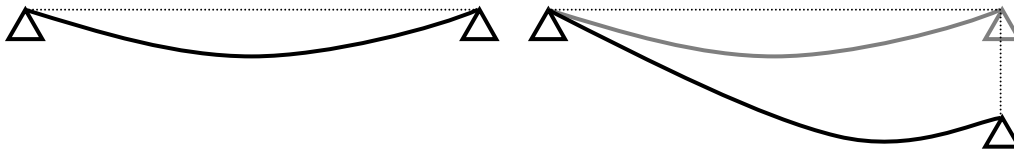
$$d \approx 0,25 \varphi L \quad (5.12)$$

(Kalafatic, Radic, Medak 2006).

Jämfört med ekvation (5.8) är ekvationerna (5.11) och (5.12) approximativa samband som ger god noggrannhet för små vinklar.

Enligt japanska bestämmelser, bör maximal lutning för en gångbro inte överskrida 12 % i brukgränstillståndet (Kalafatic et al. 2006). För denna lutning ger ekvation (5.12) att $d/L=1/33$ och ekvation (5.3) att $\alpha=6.8^\circ$.

Observera att dessa beräkningar är för en perfekt cirkelbågform mellan två upplag som är i samma höjdnivå. Om bron har upplag på olika höjd blir det annorlunda beräkningar, eftersom bron då inte längre formar sig som en cirkelbåge. Figur 5.4 illustrerar detta.



Figur 5.4. En bro med upplag på samma höjd, jämfört med en bro med samma spännvidd men med upplag på olika höjd.

5.3 Grafisk metod för uppskattning av brohöjden

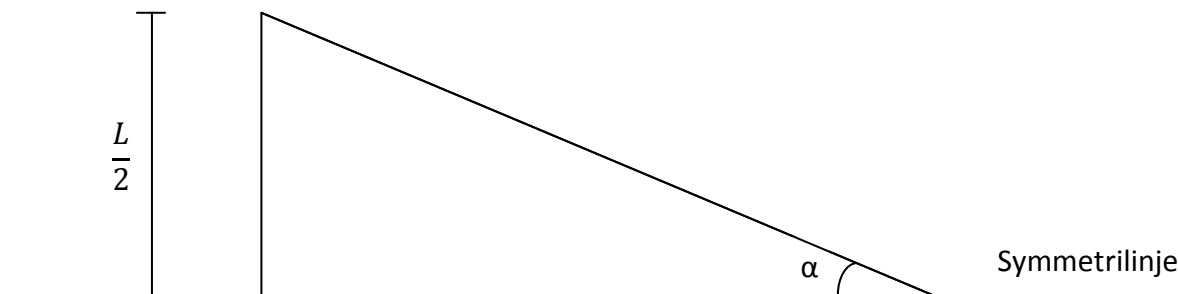
En annan metod till att uppskatta brohöjden är en grafisk metod (www.kstr.lth.se). Denna metod använder inga trigonometriska ekvationer, men kräver dock noggrannhet vid genomförandet.

Eftersom brohöjden är så pass liten jämfört med brolängden, bör metoden utföras i ett ritprogram - till exempel AutoCAD - för bästa möjliga noggrannhet och resultat. Om brohöjden hade varit större i förhållande till brolängden - som till exempel kabeln i en hängbro - är det möjligt att med tillräcklig noggrannhet utföra denna metod, utan program som hjälpmedel.

På grund av det aktuella storleksförhållandet mellan brohöjd och brolängd, presenteras förslaget med figurer som inte är skalenliga. Detta för att tydligare illustrera tillvägagångssättet vid användning av denna metod.

Metoden kan delas in i tre olika delmoment enligt följande:

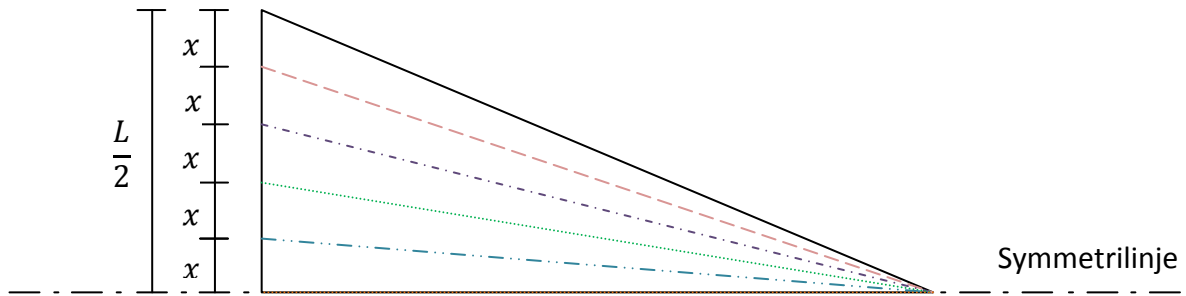
1. Första steget är att rita en rätvinklig triangel med den maximala tillåtna lutningen, α , som anges av dimensioneringskriteriet. Den vertikala kateten illustrerar halva brolängden som är förbestämt efter önskad spann­längd. Steget illustreras i figur 5.5.



Figur 5.5. Steg 1 av den grafiska metoden för uträkning av brohöjd.

2. Nästa steg är att dela den vertikala kateten till lika stora segment. För att uppnå ett bra resultat och jämnare övergång i senare steg, bör segmentantalet hållas till ett så högt antal som möjligt. Linjer ska sedan dras från segmentens kanter till spetsen

av triangeln, som knyter samman hypotenusan med den horisontella kateten. Figur 5.6 nedan visar principen för detta steg.

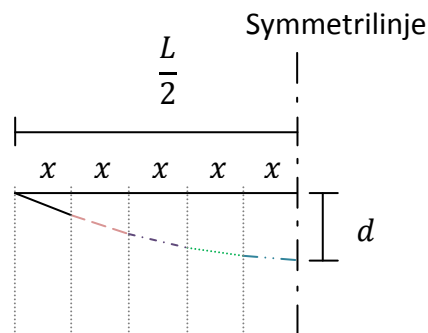


Figur 5.6. Steg 2 av den grafiska metoden för uträkning av brohöjd.

Linjerna är ritade med olika färger och utformning, eftersom det är viktigt att skilja på dem med deras respektive lutningsvinkel. Detta används i nästa steg, där den approximativa utformningen på bron byggs upp.

3. Det tredje steget är att rotera den vertikala kateten 90° grader. Den nu horisontella linjen behåller samma segmentindelning. Markering görs med vertikala linjer, för att behålla segmentstorleken en längre bit nedåt.

Varje lutande linje - från steg 2 - införs successivt mellan de vertikala markeringarna. Det kräver att, med noggrannhet, införa dessa linjer med rätt lutning för att ett åstadkomma ett så bra resultat som möjligt. Steget presenteras i figur 5.7. Nu när lutningen och utformningen av halva bron är utritad, är det bara till att mäta längden av brohöjden, d .



Figur 5.7. Steg 3 av den grafiska metoden för uträkning av brohöjd.

6 Dimensionering av skede 0 m.h.t. draglast i bärcablar

Bärcablarna dimensioneras för att kunna bära de separerade betongelementen. Det innebär att de ska bära dels sin egentvngd, dels den externa lasten från betongelementen. I denna rapport kommer bärcablarnas egentvngd att försummas i dimensioneringen.

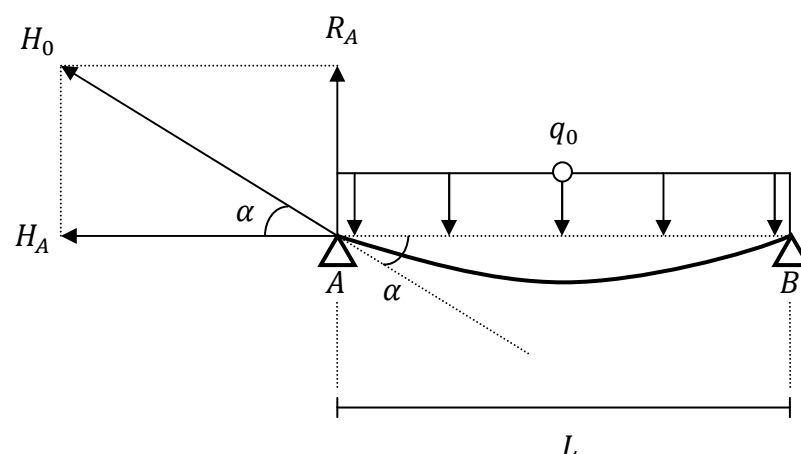
Kapitlet beskriver typiska dimensioneringssamband för kabelstrukturer. Det välkända sambandet mellan höjden av en kabelstruktur och motsvarande normalkraft längst kabeln kommer att härledas. Viktiga dimensioneringskriterier med hänsyn till skede 0 kommer att redovisas.

6.1 Härledning av samband för beräkning av dragkraft i skede 0

Ju högre brohöjd som väljs, desto mindre blir belastningen på kablar. Detta leder i sin tur till att bärcablarnas dimensioner blir mindre. Eftersom den här typen av broar har väldigt liten brohöjd, medför det väldigt höga laster som ska hanteras av bärcablarna.

Figur 6.1 nedan representerar förhållandet mellan draglasten i kabeln, reaktionskrafter på upplagen, den maximalt tillåtna vinkeln samt den applicerade lasten från betongelementen. Det är den enda verkande lasten under skede 0.

När brohöjden är väldigt liten, kan den applicerade lasten från betongelementen förenklas till en jämnt fördelad vertikallast. Den lilla brohöjden gör det möjligt att också approximera dragkraften i kabeln, till lika stor i värde som den horisontella reaktionskraften. Enligt beteckningarna i Figur 6.1 gäller alltså sambandet $H_0 = H_A$. Detta svarar mot approximationen att $\cos(\alpha)=1$, vilket är en rimlig approximation för små α .



Figur 6.1. Krafter i skede 0, separerade betongelement som last på bärcablar.

Den vertikala reaktionskraften, R_A , beräknas enkelt med hjälp av den välkända ekvationen (6.1). Beräkningarna kräver att brolängden, L , och den jämnt utbredda lasten, q_0 , är givna. Observera att lasten, q_0 , endast innefattar egentvngden av betongelementen. Den nyttiga

lasten appliceras först när betongelementen gjutits samman och får samverka med kablarna.

$$R_A = \frac{q_0 L}{2} \quad (6.1)$$

$$\sin \alpha = \frac{R_A}{H_0} \leftrightarrow H_0 = \frac{R_A}{\sin \alpha}$$

$$\alpha \rightarrow 0 \Rightarrow H_A \approx T$$

Den horisontella lasten är lika stor på bägge sidorna, eftersom det råder symmetri:

$$H_A = H_B = H_0$$

Det är intressant att ta fram ett samband mellan brohöjden, d_0 , den horisontellt utbredda lasten, q_0 , brolängden, L , och kraften i kablarna, H_0 . Denna relation behövs för att med en förbestämd brohöjd kunna beräkna den verkande kraften i kablarna.

Sambandet härleds genom att jämföra formen på bron med en momentfördelning med samma form. Momentfördelningen i fråga är för en jämnt belastad rak balk, som vilar på två stöd (ett fix- och ett rullager). Se jämförelsen i Figur 6.2.

Momentet i ett godtyckligt snitt ska vara lika med noll för att uppnå jämvikt. Betrakta snittet s , som är markerat i vänstra delen av Figur 6.2. En momentjämvikt lyder enligt följande:

$$\textcircled{E}; R_A x - \frac{q_0 x^2}{2} - H_0 z_0(x) = 0 \rightarrow z_0(x) = \frac{R_A x - \frac{q_0 x^2}{2}}{H_0} \quad (6.2)$$

Ekvation som beräknar momentet i en specifik punkt av en fritt upplagd balk med jämnt utbredd last - som visas i den högra delen av Figur 6.2 - ges av ekvation (6.3).

$$M(x) = \left(\frac{q_0 L}{2} \right) x - \frac{q_0 x^2}{2} \quad (6.3)$$

(Isaksson, Mårtensson 2010, s. 148)

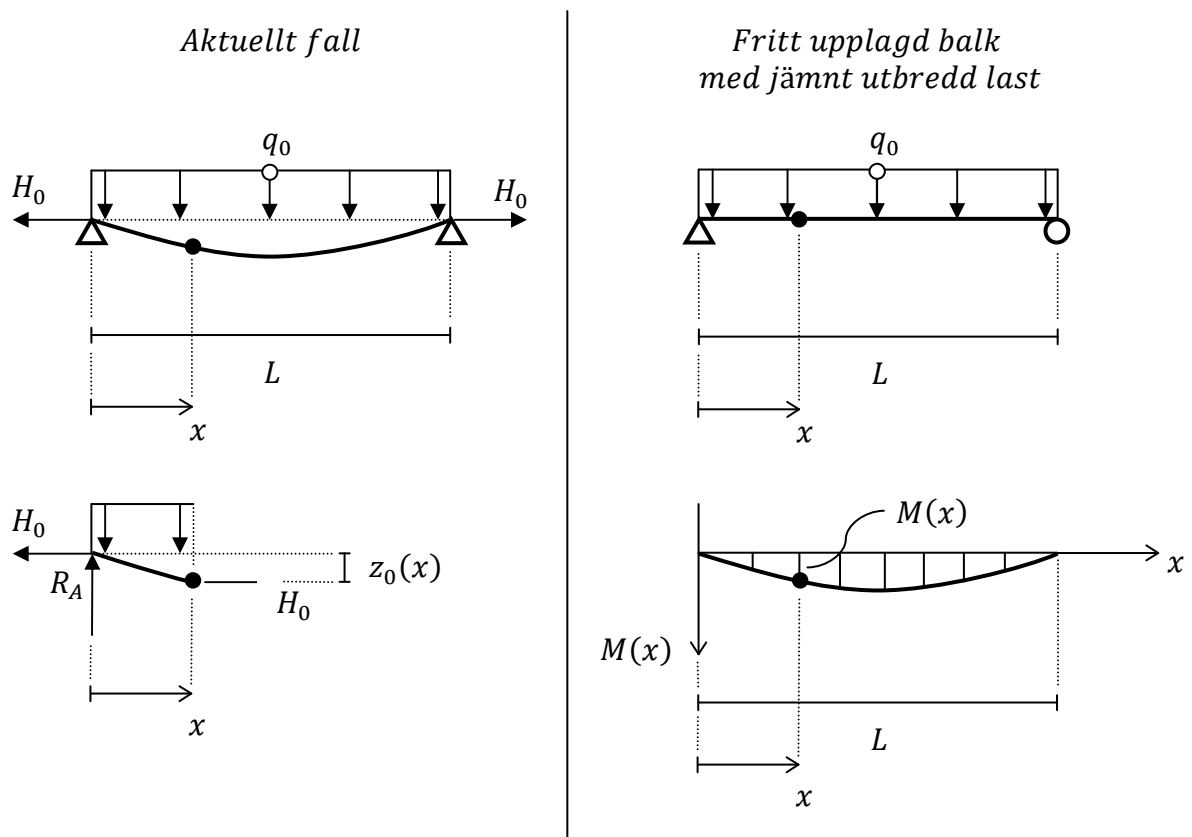
Observera att delen inom parentes i ekvation (6.3) beskriver reaktionskraften R_A , som angavs tidigare i ekvation (6.1). Med hänsyn taget till detta, kan ekvation (6.3) skrivas om till:

$$M(x) = R_A x - \frac{q_0 x^2}{2} \quad (6.4)$$

Denna ekvation är precis likadan som täljaren i ekvationen för beräkning av $z_0(x)$, ekvation (6.2). Kombinerar ihop ekvationerna genom att introducera $M(x)$ som täljare i ekvationen för $z_0(x)$. Det vill säga en kombination av ekvation (6.4) och (6.2) resulterar i:

$$z_0(x) = \frac{M(x)}{H_0} \quad (6.5)$$

Observera att den horisontella kraften i kabeln, H_0 , är konstant och oberoende av positionen x . Detta är typiskt för alla kabelstrukturer.



Figur 6.2. Samband för nedhänget, $z_0(x)$, för en lina som funktion av läget x . En jämförelse görs med momentfördelningen för en fritt upplagd balk.

Slutligen skapas sambandet mellan brohöjden och kraften i kabeln. Brohöjden, d_0 , är avståndet mellan horisontalplanet som går igenom bägge infästningspunkterna och kablarnas position i mitten av spannet.

Positionen av brons lägsta punkt som också anger maximal brohöjd, d_0 :

$$d_0 = z_0(L/2)$$

Med detta samband, kan ekvation (6.5) användas för $x = L/2$. Detta medför följande uppställning:

$$d_0 = z_0(L/2) = \frac{M(L/2)}{H_0} \rightarrow f = \frac{\left(\frac{q_0 L}{2}\right) \frac{1}{2} - \frac{q_0 \left(\frac{1}{2}\right)^2}{2}}{H_0}$$

Förenkling och omplacering i ekvationen ovan leder i sin tur till ett välkänt förhållande mellan brohöjden i mittsnittet av bron och horisontalkraften i kabelbågen utan böjstyvhet. Sambandet presenteras nedan i ekvation (6.6):

$$H_0 = \frac{q_0 L^2}{8d_0} \quad (6.6)$$

(Stráský, Jiří 2006, s. 8)

Det är intressant - för beräkningar i kapitel 7 - att bestämma ett uttryck för krökningen z_0'' . Detta redovisas här nedan. Beräkningsgången innebär endast en dubbelderivering - med avseende på x - av ekvation (6.2). Observera att reaktionskraften R_A är oberoende av x .

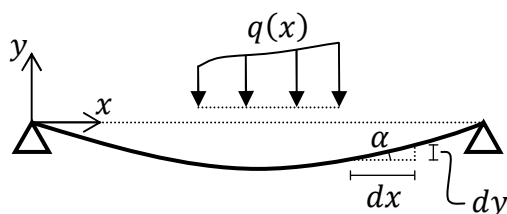
Krökningen:

$$z_0'' = -\frac{q}{H} \quad (6.7)$$

6.2 Härledning och lösning av differentialekvation för lina med liten lutning

Ekvation (6.7) kan alternativt härledas genom att lösa differentialekvation för lina med liten lutning. När vinkeln är liten gäller sambanden i Figur 6.3. och linan följer en andragskurva. Figur 6.4. visar friläggning av en godtycklig liten del av strukturen. Denna används senare för att ställa upp jämviktsekvationer som leder till uppställning av aktuell differentialekvation, presenterad i ekvation (6.9).

En upphängd lina med liten lutning

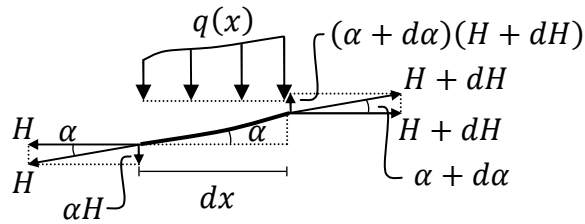


Samband vid liten vinkel, α :

- $\sin \alpha = \alpha$
- $\cos \alpha = 1,0$
- $\alpha = \frac{dy}{dx}$

Figur 6.3. Fritt upplagd lina med liten lutning.

Frilägning av delen dx :



Figur 6.4. Frilägning av en liten del dx från Figur 6.3.

Horisontal jämviktuppställning:

$$\rightarrow; H + H + dH = 0$$

Vertikal jämviktuppställning:

$$\uparrow; -\alpha H + (\alpha + d\alpha)(H + dH) - q(x)dx = 0$$

$$H = \text{konstant} \Rightarrow dH = 0$$

$$H \frac{d\alpha}{dx} = q(x)$$

$$\alpha = \frac{dy}{dx} \Rightarrow H \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx} = q(x)$$

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = q(x) \tag{6.9}$$

Egentyngden av strukturen, q_0 , antas till konstant över hela strukturen, d.v.s. lasten q är inte längre beroende av x . Differentialekvationen (6.9) kan lösas enligt följande:

$$H_0 \frac{d^2 y}{dx^2} = q_0$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{q_0}{H_0}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{q_0 x}{H_0} + C_1$$

$$y = \frac{q_0 x^2}{2H_0} + C_1 x + C_2 \quad (6.9)$$

där

C_1 och C_2 är konstanter som löses m.h.a. kända randvillkor.

Bron är fastinspänd och exempel på aktuella randvillkor är att det inte inträffar några rörelser i y-led vid upplagen. Lösningen med dessa randvillkor görs enligt följande:

$$y(0) = 0 \Rightarrow 0 = 0 + 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$y(L) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{q_0 L^2}{2H_0} + C_1 L + 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{q_0 L}{2H_0}$$

$$y = \frac{q_0 x^2}{2H_0} - \frac{q_0 Lx}{2H_0} \quad (6.10)$$

alternativt

$$y = \frac{q_0}{2H_0} (x^2 - Lx) \quad (6.11)$$

Den horisontella lasten H_0 kan beräknas om y är känt vid någon punkt mellan $x = 0$ och $x = L$. Brohöjden d_0 finns i punkten $x = L/2$ och kan införas i ekvation (6.11).

$$y(L/2) = -d_0 \Rightarrow -d_0 = \frac{q_0 L^2}{2H_0} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) \Rightarrow -d_0 = -\frac{q_0 L^2}{8H_0}$$

$$H_0 = \frac{q_0 L^2}{8d_0} \quad (6.12)$$

Observera att ekvation (6.12) och (6.6) är samma men härledd med två olika metoder. För att visa att brons utformning följer en andragradskurva kan ekvation (6.11) och (6.12) kombineras ihop och resulterar till en andragradsekvation, se ekvation (6.13).

$$y = \frac{q_0}{2 \left(\frac{q_0 L^2}{8d_0} \right)} (x^2 - Lx)$$

$$y = 4d \left(\left(\frac{x}{L} \right)^2 - \frac{x}{L} \right) \quad (6.13)$$

6.3 Dimensioneringsekvationer av skede 0

I detta delkapitel ska ekvationer för dimensionering av skede 0 sammanfattas och presenteras med viktiga kommentarer.

Brohöjden ska anpassas efter den maximala lutningen på 8 %. Detta resulterar i följande samband mellan brohöjd och brolängd.

Maximal brohöjd m.h.t. maximallutning vid enbart egenviktsbelastning, skede 0:

$$d_0 = \frac{L}{50}$$

Storheten, d_0 , är maximal tillåten brohöjd i mittnittet av bron, för att klara kravet på maximal lutning. Större brohöjd skulle innebära en mindre horisontell kraft i stöden och normalkraft längst bron, vilket är bra, dock skulle bron vara sämre ur brukvänlighetsperspektiv. Det vill säga mindre bekvämlighet för brukarna, speciellt rullstolsbundna trafikanter.

I skede 0 dimensioneras bärkablarna, som i detta läge endast bär de separerade betongelementen. Kablarna har inget böjmotstånd och agerar precis som en hängande lina med höjden d_0 i mittnittet enligt ovan. Dimensioneringsekvationen för beräkning av verkande last på bärkablarna är enligt följande ekvation.

Dragkraft i bärkablarna:

$$H_0 = \frac{q_0 L^2}{8 d_0}$$

Storheten H_0 , är den dragkraft som ska hanteras av bärkablarna. Observera att ekvationen ovan gäller för strukturer utan böjstyvhet, det vill säga typiskt för linor. I senare skeden är det hela den samverkande bron, inklusive betongdelen, som får hantera ökning av normalkraften. Ökningen beror på bland annat yttre laster från installationer och nyttiglast. På grund av samverkans-effekten mellan bärkablarna och betongen, blir det bara liten lastökning på själva bärkablarna.

Med tanke på fenomenen relaxation och utmattning, bör endast 40 % av stålkapaciteten användas. På så sätt minimeras risken för dessa fenomen att uppträda.

Bärkabelarea som krävs:

$$H_0 \leq \frac{0,4 f_{y.bk} A_{bk}}{\gamma_{M0}} \leftrightarrow A_{bk} \geq \frac{H_0 \gamma_{M0}}{0,4 f_{y.bk}}$$

(Isaksson, Mårtensson 2010, s. 39)

Därefter beräknas antalet bärkablar beroende på tillgängliga dimensioner från fabrikat. Observera att antalet bärkablar bör vara ett jämnt antal, på grund av symmetri i

tvärsnittet. I annat fall blir bron ostabil och vridning sker vid uppsättning av betongelementen.

Dimensioneringskriteriet är inbäddat i ekvationen ovan, men kan även skrivas separat enligt nedan.

Dimensioneringskriteriet vid skede 0:

$$\sigma_{0bk} = \frac{H_0}{A_{bk}} \leq f_{yd.bk}$$

där

$$f_{yd.bk} = \frac{0,4 f_{y.bk}}{\gamma_{M0}}$$

Alla de presenterade dimensioneringsekvationerna är delvis härledda från delkapitel 6.1, men också från normer enligt Eurocode.

7 Dimensionering av skede 1 & 2 – Analytisk metod

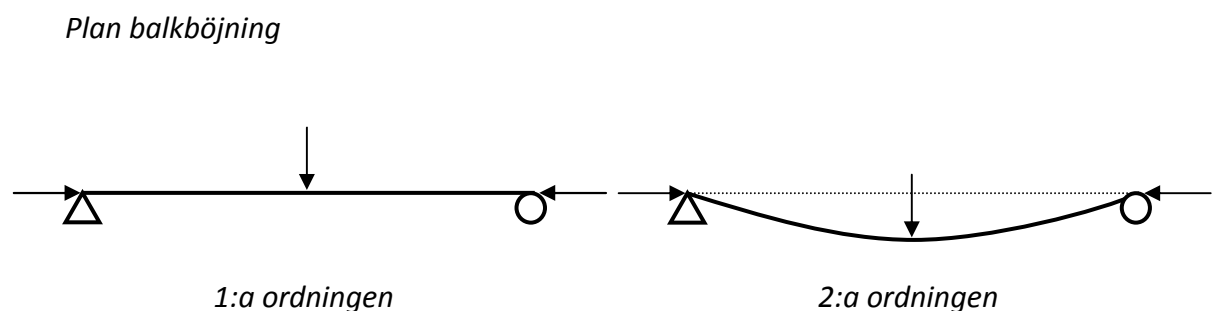
I skede 1 är alla betongsegment på plats och de gjuts tillsammans till en och samma samverkande enhet. I detta läge är strukturen momentstyv och kabelekvationerna är inte längre användbara. Bøjstyvheten för samverkansbjälklaget, det vill säga $E_c I_c$, introduceras i strukturekvationerna för bron. Detta tillsammans med Navier-Bernoullis grundekvationer och hänsyn till små deformationer med materiallinjäritet, skapas nya ekvationer som beskriver samverkansstrukturens beteende. Samma ekvationer är användbara för dimensionering av skede 2, dock med en viss tillägg som hanterar nyttig last och temperaturvariationer.

I detta delkapitel kommer generella beräkningssamband att härledas. Det börjar med härledning av allmän grundekvation. Sedan introduceras efterspänningslasten - som börjar verka under skede 1 - in i grundekvationen.

Den skapade grundekvationen kommer att lösas med hjälp av enhetslösa ekvationer. Denna metod används för att, med ett smidigare tillvägagångssätt, beräkna nedböjning och böjmoment för en spännbandsbro.

7.1 Härledning av allmän grundekvation

Strukturen får bøjstyvhet när betongelementen gjuts samman. Utgångspunkten för de användbara ekvationerna är en balk som analyseras enligt andra ordningens teori. Med andra ordningens teori menas att jämviktsekvationerna ställs upp i balkens av laster utböjda läge och att utböjningen är liten, se Figur 7.1 nedan. I det obelastade läget antas balken vara rak eller ha en viss initialkrokighet. I fallet med en spännbandsbro motsvaras initialkrokigheten av brons form när betongelementen gjuts samman.

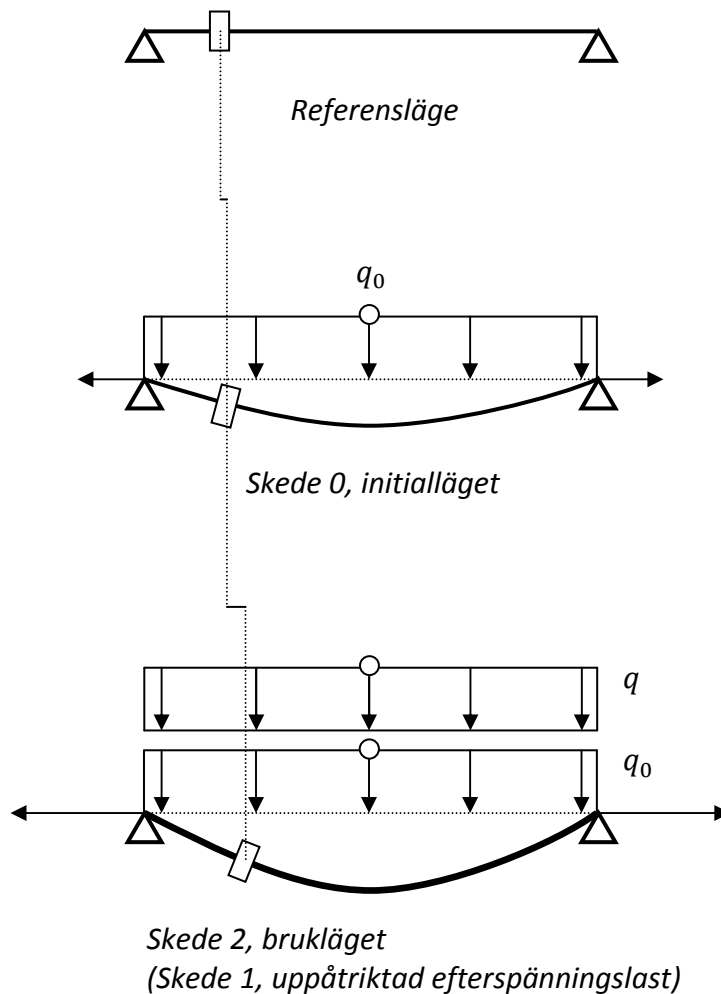


Figur 7.1. Vid analys av plan balkböjning enligt 1:a respektive 2:a ordningens teori ställs jämviktsekvationerna upp för balkgeometri i balkens odeformerade respektive deformerade läge.

Härledningen i detta delkapitel är starkt bunden till (Gustafsson 2010, s. F11-F16). En viss modifiering görs dock medhänsyn till att bron belastas i två olika skeden. I Figur 7.2 presenteras ett godtyckligt snitt och hur det förflyttar sig och roterar i olika skeden.

Referensläget är en rak balk. Skede 0 är initialläget för spännbandsbron, där lasten är egenvikten av betongelementen. Denna last hanteras endast av bärcablarna, det vill säga av en struktur utan böjstyvhet. Normalspänningen ändras i de senare skeden, på grund av yttre belastningar.

Bron i olika skeden



Figur 7.2. En godtycklig kort del dx av balken visas förstörd i figuren. Förflyttning och rotation av denna del i olika skeden illustreras.

Referensläget - rak balk.

Skede 0, initialläge - belastas enbart av egenvikten. Inget böjmoment. Lasten hanteras av bärcablarna.

Skede 2, brukläge - yttre laster introduceras, som innefattar bland annat nyttiglast. Alternativt skede 1, efterspänningsläget - yttre last är uppåtriktad.

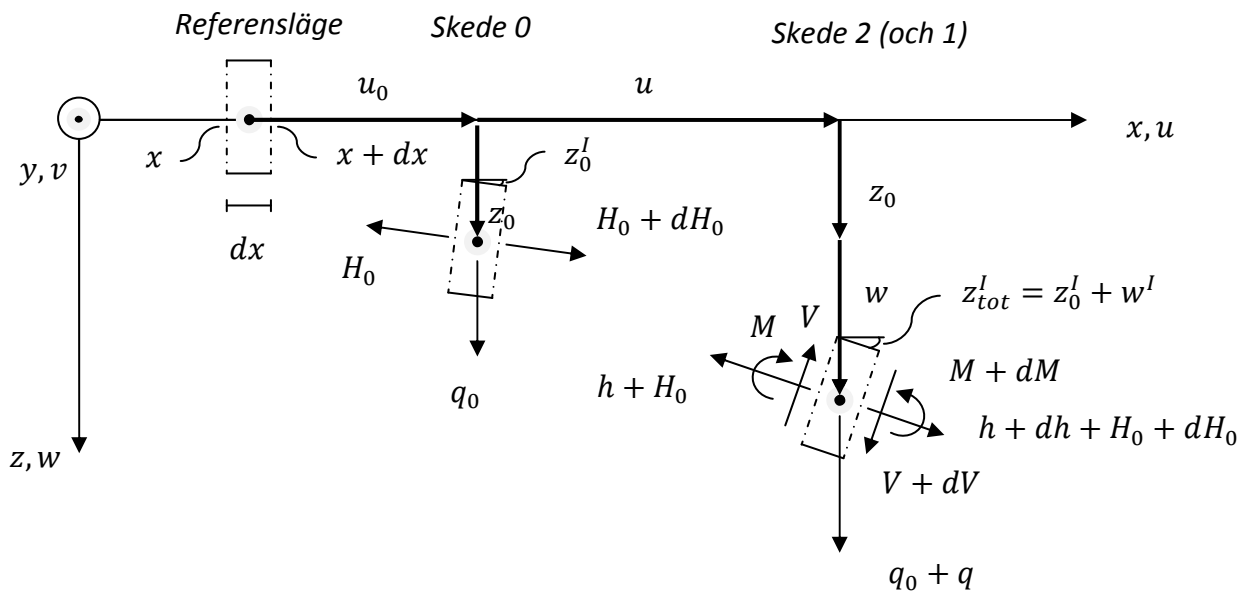
Observera att bron har böjstyvhet i skede 1 och 2, vilket illustreras i figuren med tjockare linje.

Det är möjligt att ställa upp jämviktsekvationer med hjälp av Figur 7.3 nedan. Härledningen avser differentialekvation för skede 1 och 2, det vill säga för situationen i den högra delen av figuren. Nedan presenteras vertikal kraftjämvikt och momentjämvikt för en frilagd kort del dx av balken. Observera att vinkeln z_0^I är väldigt liten och därmed gäller följande samband.

Approximering p.g.a. liten vinkel:

$$\sin(z_{tot}^I) = z_{tot}^I \quad (7.1)$$

$$\cos(z_{tot}^I) = 1 \quad (7.2)$$



Figur 7.3. En godtycklig kort del dx av balken friläggs och de verkande storheter är illustrerade. Figuren fungerar som hjälpmedel vid jämviktssupställning.

Vertikal jämviktssupställning i skede 2 (och 1):

$$\uparrow; V - (V + dV) + (h + H_0) z_{tot}^I - (h + dh + H_0 + dH_0)(z_{tot}^I + dz_{tot}^I) - (q_0 + q) dx = 0$$

$$\uparrow; -dV - h dz_{tot}^I - dh z_{tot}^I - H_0 dz_{tot}^I - dH_0 z_{tot}^I - (q_0 + q) dx = 0$$

$$\uparrow; -V^I - (h z_{tot}^I)^I - (H_0 z_{tot}^I)^I - q_0 - q = 0$$

$$V^I = -(h z_{tot}^I)^I - (H_0 z_{tot}^I)^I - q_0 - q \quad (7.3)$$

Förenklingen gjordes genom resonemanget att termerna $(dh dz_{tot}^I)$ och $(dH_0 dz_{tot}^I)$ är betydligt mindre än resterande termer. Slutligen deriveras återstående termer med avseende på x .

Momentjämvikt kring centrumpunkt, CP, i skede 2 (och 1):

$$\odot_{CP}; M - (M + dM) + V \frac{dx}{2} + (V + dV) \frac{dx}{2} = 0$$

$$\odot_{CP}; -M' + V = 0$$

$$M' = V$$

$$M'' = V' \tag{7.4}$$

Även här sker en jämförelse mellan termerna. Det visar sig att termen $\frac{dx}{2}$, som uppkommer vid förenklingen, är väldigt liten i jämförelse med övriga termer. Sedan deriveras kvarstående termer med avseende på x .

Nästa steg är att kombinera ihop resultaten från bägge jämviktsekvationerna. Detta genomförs genom att införa ekvation (7.3) in i ekvation (7.4). Resultatet blir:

$$M'' = -(h z_{tot}')^l - (H_0 z_{tot}')^l - q_0 - q \tag{7.5}$$

Det är möjligt att alternativt komma fram till ekvation (7.5) genom att utgå från ekvation (7.3) och introducera förhållandet för termen z_{tot}' som anges i ekvation (7.6).

$$z_{tot}' = z_0' + w' \tag{7.6}$$

Här nedan redovisas kort den alternativa härledningen. Resultatet ska skrivas i form av en grundekvation, som i sin tur kommer att vara användbar i framtida beräkningar.

$$V' = -(h (z_0' + w'))^l - (H_0 (z_0' + w'))^l - q_0 - q$$

$$V' = -(h + H_0) z_0'' - (h + H_0)' z_0' - (h + H_0) w'' - (h + H_0)' w' - q_0 - q$$

$$V' = -((h + H_0) z_0')^l - ((h + H_0) w')^l - q_0 - q \tag{7.7}$$

Det är nu möjligt att införa ekvation (7.7) in i ekvation (7.4), för att uppnå ett annat förhållande för andra derivatan av momentet. Resultatet blir:

$$M'' = -((h + H_0) z_0')^l - ((h + H_0) w')^l - q_0 - q \tag{7.8}$$

Det är möjligt att ta ut de axiella lasterna utanför derivatadelarna, eftersom de är oberoende av x . Resonemanget kommer att leda till:

$$M'' = -(h + H_0) z_0'' - (h + H_0) w'' - q_0 - q \tag{7.9}$$

Ekvationen (7.9) vidareutvecklas genom införandet av förhållandet för krökningen z_0'' , som utvecklades i föregående kapitel, ekvation (6.7). Resulterande ekvation presenteras nedan tillsammans med fortsatt härledning av den aktuella grundekvationen.

Härledning av aktuell grundekvation:

$$M'' = (h + H_0) \frac{q_0}{H_0} - (h + H_0) w'' - q_0 - q$$

$$M'' = h \frac{q_0}{H_0} - (h + H_0) w'' - q$$

$$M'' = -h z_0'' - (h + H_0) w'' - q \quad (7.10)$$

Det välkända sambandet mellan moment M och krökning w'' är:

$$M = -EIw'' + M_0 \quad (7.11)$$

(Gustafsson 2010, s. F14)

Observera att moment vid noll töjning, M_0 , är noll i det aktuella fallet. Detta på grund av att eventuella momentgivande egenspanningar inte beaktas i denna analys. Derivering av ekvation (7.11) två gånger ger:

$$M'' = -EIw'''' \quad (7.12)$$

Ekvationen ovan kan nu kombineras ihop med ekvation (7.10) och skapa den slutliga grundekvationen som följer brons beteende, ekvation (7.13).

$$EIw'''' - (h + H_0) w'' = q + h z_0'' \quad (7.13)$$

Grundekvationen får en mer praktisk utformning om ekvationen för krökningen, z_0'' , införs. På så sett skapas ett direkt samband till egentyngden av betongelementen och med den verkande dragkraften.

Slutliga grundekvationen:

$$EIw'''' - (h + H_0) w'' = q - h \frac{q_0}{H_0} \quad (7.14)$$

Nu när den slutliga grundekvationen för det aktuella fallet är fastställd, är det intressant att introducera en ekvation för det extra lastbidraget, h . Detta härleds genom studie av en hängkabel. Resulterande ekvation presenteras i ekvation (7.15) som lyder enligt nedan.

Ökning av horisontallasten p.g.a. nyttiglast & temperaturvariationer:

$$h \cong \frac{EA}{L} \left(u_B - u_A + w_B(z_0^I)_B - w_A(z_0^{II})_A + \frac{q_0}{H_0} \int_A^B w dx \right) - EA\alpha_T \Delta T \quad (7.15)$$

(Cobo del Arco et al. 2001, s. 236).

Brons axiella styvhet representeras av EA . Observera att styvheten kan vara olika och är beroende av det aktuella dimensioneringsskedet. Den temperaturberoende termen, $\alpha_T \Delta T$, avser en temperaturökning som i sin tur skapar en icke mekanisk deformation.

Observera att alla ovanstående ekvationer och härledningar gäller allmänt för alla typer av hängkablar och även den här typen av broar, med andra ord alla hängande strukturer. Det är inte förens randvillkor införs i beräkningarna som ekvationerna blir mer specifika till varje enskilt fall.

7.2 Introducering av efterspänningslast i grundekvationen

Införandet av efterspänningslasten på bron kommer att minska brohöjden. Detta uppstår genom att efterspänningskablarna skapar en approximativt jämnt fördelad trycklast som verkar uppåt i vertikalled och därmed minskar brohöjden.

Den horisontella dragkraften ökar när brohöjden minskas, se avsnitt 6.1 där relationen mellan brohöjd och horisontalkraft diskuterades. Denna ökning i horisontell dragkraft motverkar till en viss del den längsgående tryckkraft som byggs upp av den applicerade efterspänningslasten. Resultatet blir att den tryckkraft som efterspänningslasten skapar på betongen är mindre än den applicerade dragkraften. Se sambandet nedan.

Samband mellan applicerad efterspänningslast och resulterande horisontallast:

$$h_f \leq P_1$$

P_1 är den applicerade lasten på efterspänningskablarna. h_f är den verkliga ändringen i horisontallast som verkar på bron till följd av efterspänningen. Det är alltså tryckeffekten från efterspänningen som har huvudmålet att begränsa dragspänningen på brodäcket. Detta för att betongdelen i sin tur ska klara av de belastningar som uppkommer.

Lasten P_1 innefattar - i denna rapport - även efterspänningsförluster som uppkommer till följd av friktion och eventuell rörelse av infästning vid upplag. Förenklingen innebär en konstant kraft, vilket inte är fallet i verklighet. Denna simplificering görs för att kunna lösa ekvationerna med en analytisk metod.

Bron skulle vara odeformerbar, om den antas oändligt styv. Detta leder i sin tur till att grundekvation (7.14) skrivs om till följande samband:

$$h_f = -P_1$$

Det ska observeras att denna approximation inte bör tillämpas i en spännbandbro, eftersom det uppkommer deformationer i en verklig struktur. Den användbara approximerade efterspänningslasten, P_1 , kan istället införas i grundekvation (7.14). Detta sker till genom att addera den horisontella efterspänningslasten med den horisontella dragkraften. Den slutliga grundekvationen skrivs om till följande.

Grundekvationen med hänsyn till efterspänningslasten:

$$EIw^{IV} - (h + P_1 + H_0)w'' = q - (h + P_1)\frac{q_0}{H_0} \quad (7.16)$$

Iaktta att den horisontella lasten, h , uppkommer på grund av pålastning, efterspänning och temperaturvariation. Lasten tas om hand av både betongtvärsektionen med den axiella styvheten $E_c A_c$, men även bärkablarnas tvärsektion bidrar med en axiellstyvhet, $E_{bk} A_{bk}$. Detta eftersom bärkablarna - vid skede 1 och 2 - är fastgjutna ihop med betongelementen och inte längre fungerar som fria kablar. De kan i detta läge ta tryckspänningar, vilket måste beaktas vid beräkning av den aktuella kraften som verkar på betongtvärsektionen, h_c . Fördelningen av normalkraft till betongdelen presenteras nedan i ekvation (7.17).

Andel av den axiella kraften som tas av betongtvärsektionen:

$$h_c = \frac{E_c A_c}{E_c A_c + E_{bk} A_{bk}} h \quad (7.17)$$

Observera att bråket anger - i procentform - hur stor andel av bronns axiella styvhet som betongtvärsnittet svarar för.

7.3 Enhetslösa ekvationer och parametrarna α^2 och λ^2

Det är av praktisk anledning enklare att utföra beräkningar med enhetslösa ekvationer, för att senare omvandla tillbaka till användbara termer med enheter.

7.3.1 Enhetslösa ekvationer

Med hänvisning till Irvine (1981, s. 59) definieras följande enhetslösa parametrar:

Enhetslösa parametrar:

$$\bar{x} = \frac{x}{L} \quad (7.18, a)$$

$$\bar{w} = \frac{wH_0}{q_0L^2} = \frac{w}{8d_0} \quad (7.18, b)$$

$$\bar{h} = \frac{h}{H_0} \quad (7.18, c)$$

$$\bar{P}_1 = \frac{P_1}{H_0} \quad (7.18, d)$$

$$\bar{q} = \frac{q}{q_0} \quad (7.18, e)$$

$$\bar{M} = \frac{M}{q_0 L^2} \quad (7.18, f)$$

$$\theta = \frac{EA\alpha_T \Delta T}{H_0} \quad (7.18, g)$$

7.3.2 Parametrarna α^2 och λ^2

Det är även intressant att införa två stycken parametrar, som används löpande under dimensioneringsprincipen i denna rapport. Parametrarna i fråga beskriver viktiga broegenskaper.

Parametrarna α^2 och λ^2 :

$$\alpha^2 = \frac{E_c I_c}{H_0 L^2} \quad (7.19)$$

$$\lambda^2 = \left(\frac{q_0 L}{H_0} \right)^2 \frac{EA}{H_0} \quad (7.20)$$

Parametern α^2 representerar inverkan av böjstyvheten som betongen tillför bron. I den här typen av broar är denna parameter normalt mycket liten. För att få en uppfattning om storleksordningen, studerades en verklig bro som går över Sacramento River i California. Värdet för denna bro var 0,0013 (Cobo del Arco et al. 2001, s. 237). Eftersom böjstyvheten är så pass liten, kan en grov approximation leda till att bron får ett beteende som en hängkabel.

Parametern λ^2 , är relevant att undersöka vid symmetrisk belastning. Den tar nämligen hänsyn till brons axiella styvhet. När den är liten, deformeras bron med töjning enbart genom axiellbelastning. Detta leder i sin tur att strukturen uppnår en antifunicularutformning. Om parametern istället är oändligt stor, medför det att bron blir styvare, vilket leder till att ingen töjning sker. Det vill säga inga rörelser inträffar och den initiala geometrin är den geometri som endast hanterar axiella snittkrafter, det så kallade antifunicularutformning.

Parametern λ^2 ska väljas högt för att säkerställa stabilitet och att eventuella rörelser i bron inte blir obehagliga för brukarna. Vid studium av ekvation (7.20) kan uppmärksammas att det finns två metoder att öka värdet på λ^2 . Den ena metoden är att införa en efterspanningslast som i sin tur ökar brons styvhet. Denna effekt förstärks med

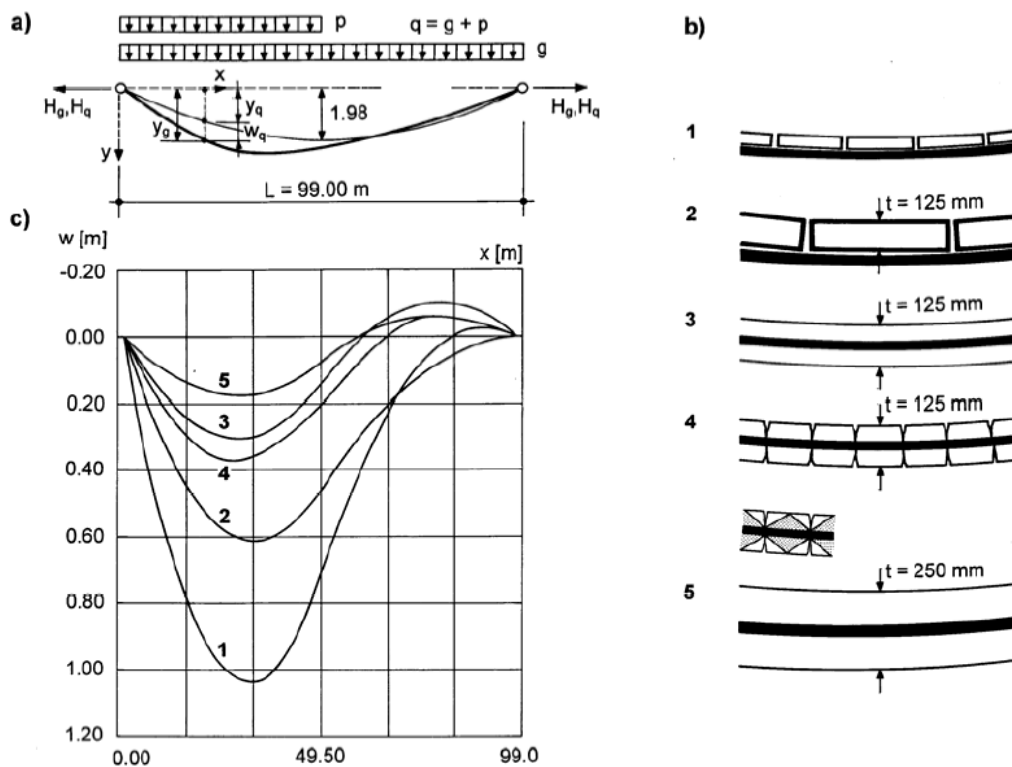
ett tungt materialval - det vill säga den andra metoden - då egentygden av strukturen, q_0 , väljs till betong, på grund av materialets tunga egenvikt.

De ovannämnda metoderna medför att täljaren i ekvation (7.20) blir högre, vilket i sin tur leder till högre värde på λ^2 . Ett exempel på en modern hängbro med bärkablar har ett värde på parametern λ^2 som är cirka 100-400 (Cobo del Arco et al. 2001, s. 237). Spannet beror delvis på de ovannämnda faktorerna, men också på bro längden som har ett stort inflytande. Ju kortare bro, desto styvare blir strukturen och detta förhållande ökas i kvadrat, se ekvation (7.20). Det är intressant att även nämna att en spännbandbro, med ett spann på 80 m, har ett värde på cirka 150 (Cobo del Arco et al. 2001, s. 239).

7.3.3 Kompletterande undersökning av parametern λ^2

En analytisk undersökning är utförd (Stráský 2006, s. 6), som förstärker de ovannämnda argumenten. Undersökningen omfattar en bro med en spannlängd på 99m och en brohöjd i mittsnittet på 1,98 m. Denna bro är belastad med en jämnt utbreddlast som representerar egentygden av bron. Belastningen innefattar även en nyttig last som endast är applicerad längst halva bro längden. Observera att undersökningen behandlar förspänningslast istället för efterspänningslast.

Presentation är gjord i form av grafer som beskriver deformationer i utböjning längst hela bro längden. Analysen hanterar olika materialuppbyggnader med olika styvheter och egenvikter. Diagrammet är visat här nedan i Figur 7.4.



Figur 7.4. Analytisk undersökning av en spännbandbro med olika materialval, d.v.s. styvheter och egentygder. Det är visat i Figur 7.4 a), hur belastningen är applicerad. I delfigur b) illustreras de olika materialvalen som har analyserats. Resultaten av deformationen uppvisas i delfigur c) (Stráský 2006, s. 6).

Beskrivning för de olika styvheterna och materialvalen förklaras här nedan. Den nyttiga lasten - som betecknas med p i figuren - är förbestämd till 20,0 kN/m i alla analyser. Storheten g betecknar egentyngheten och A_s anger arean för bärcablar.

De olika materialvalen i analysen:

1. Två bärcablar med påliggande träelement. Detta medför liten styvhet som resulterar i stor deformation på grund av den osymmetriska belastningen.
 - $g=5$ kN/m
 - $A_s=0,0168$ m²
2. Två bärcablar som bär betongelement med en tjocklek på 125 mm. Notera att bärcablarna nu är en aning större i dimension. Detta eftersom belastningen är större på grund av att betong har högre egentynghet.
 - $g=17,00$ kN/m
 - $A_s=0,0252$ m²
3. Samma material som i punkt 2, dock att betongelementen nu istället omger cablarna, som nu omfattar både bärcablar och förspänningscablar. Förspänningen sker till en nivå som leder till ett sprickfritt bjälklag. Ändringen leder till en väsentlig styvare struktur.
 - $g=17,00$ kN/m
 - $A_s=0,0252$ m²
4. Likartat upplägg som i punkt 3, men med mindre förspänningslast, som i sin tur leder till sprickbildning i bjälklaget. Sprickzonen antas vara 125 mm. Den ospruckna betongen - bestående av halva den totala betongarean - tar dragspänningar. Sprickbildningen illustreras i Figur 7.4 b), under del 4.
 - $g=17,00$ kN/m
 - $A_s=0,0252$ m²
5. Liknande situation som punkt 3, det vill säga med full förspänning, dock med en större dimension på betongbjälklaget på motsvarande 250 mm i höjd, som även medför större dimension på cablarna.
 - $g=33,35$ kN/m
 - $A_s=0,0392$ m²

En annan intressant analys som presenteras i samma rapport, är gjord med finita element programmet ANSYS och gäller nedböjning, moment och normalkraft för en struktur med olika givna tröghetsmoment. Dessa presenteras i Tabell 7.1.

De andra storheterna som laster, brolängd, tvärsnittsarea och elasticitetsmodul är samma i båda undersökningarna. Även lastfördelningen är den samma som i förgående undersökning.

Resultatet av analysen presenteras nedan i Figur 7.5. Observera från figuren att moment och nedböjning beror starkt på böjstyvheten när det gäller belastning med antisymmetrisk nyttig last.

Tabell 7.1. Angivna tröghetsmoment i analysen som presenteras i Figur 7.5 (Stráský 2006, s. 7).

<i>Tröghetsmoment</i>	$[m^4]$
I_c^2	$1,00 \times 10^{-2}$
I_c^3	$5,00 \times 10^{-2}$
I_c^4	$1,00 \times 10^{-1}$
I_c^5	$5,00 \times 10^{-1}$
I_c^6	$1,00 \times 10^0$
I_c^7	$5,00 \times 10^0$
I_c^8	$1,00 \times 10^1$
I_c^9	$5,00 \times 10^1$
I_c^{10}	$1,00 \times 10^2$

7.4 Enhetslöst samband av grundekvationen

Nästa steg i härledningen är att omvandla grundekvation (7.16), horisontallastsökningen (7.15) och standard ekvationen för moment (7.11) till enhetslösa ekvationer. Detta sker genom successivt införande av de enhetslösa ekvationerna (7.18, a-g) och ekvationerna för parametrarna α^2 (7.19) respektive λ^2 (7.20). Härledningen presenteras nedan. Detta görs i syfte att omvandla även dessa till enhetslösa ekvationer.

Kombination av ekvation (7.16) och (7.18, a-e) ger följande:

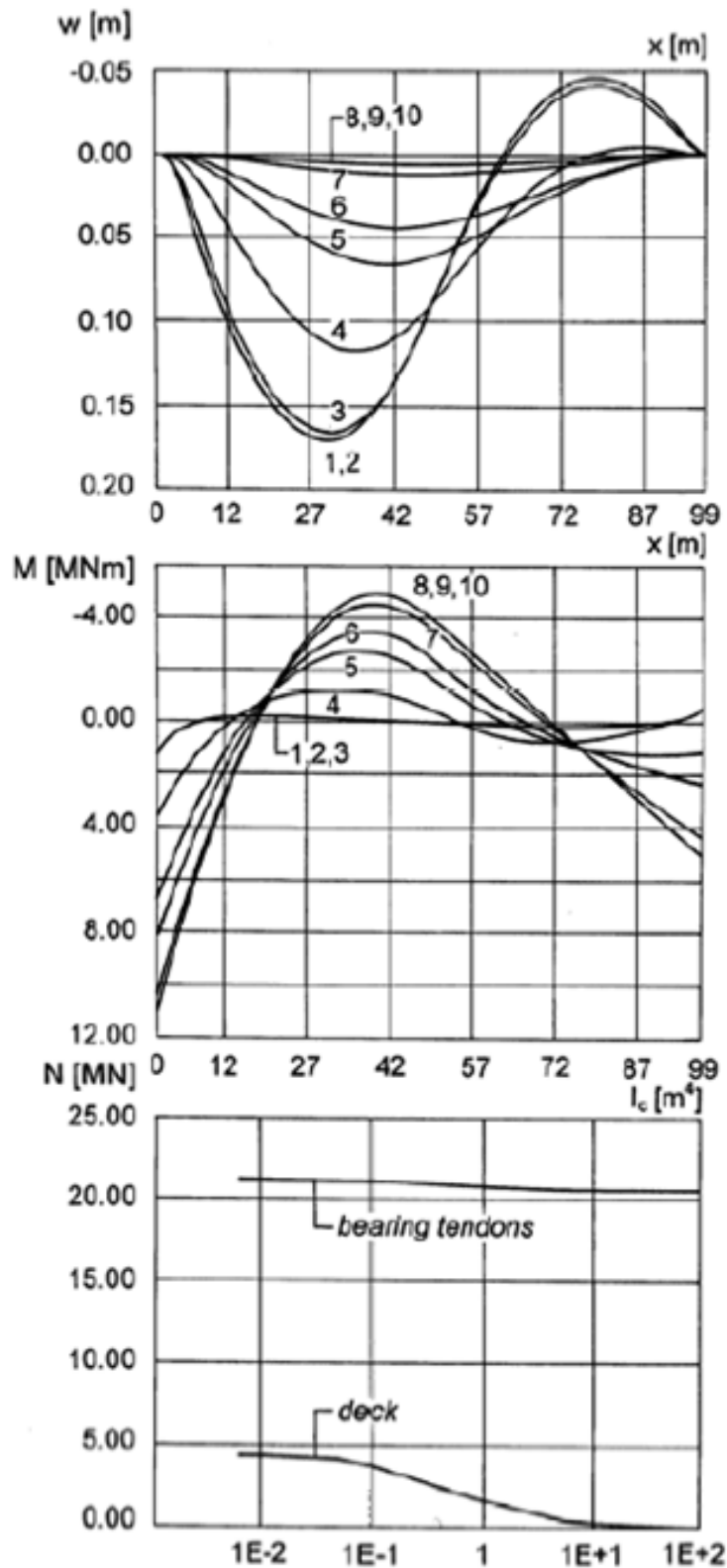
$$EI \frac{d^4 \left(\bar{w} \frac{q_0 L^2}{H_0} \right)}{d(\bar{x}L)^4} - (\bar{h}H_0 + \bar{P}_1 H_0 + H_0) \frac{d^2 \left(\bar{w} \frac{q_0 L^2}{H_0} \right)}{d(\bar{x}L)^2} = \bar{q}q_0 - (\bar{h}H_0 + \bar{P}_1 H_0) \frac{q_0}{H_0}$$

Eftersom q_0 , L och H_0 är konstanter kan ekvationen skrivas om enligt nedan:

$$EI \frac{q_0 L^2}{H_0} \frac{1}{L^4} \frac{d^4(\bar{w})}{d(\bar{x})^4} - H_0 (\bar{h} + \bar{P}_1 + 1) \frac{q_0 L^2}{H_0} \frac{1}{L^2} \frac{d^2(\bar{w})}{d(\bar{x})^2} = q_0 (\bar{q} - (\bar{h} + \bar{P}_1))$$

Efter förkortning och införande av ekvation för α^2 , blir ekvationen enligt följande:

$$\alpha^2 \frac{d^4(\bar{w})}{d(\bar{x})^4} - (\bar{h} + \bar{P}_1 + 1) \frac{d^2(\bar{w})}{d(\bar{x})^2} = \bar{q}(\bar{x}) - (\bar{h} + \bar{P}_1) \quad (7.21)$$



Figur 7.5. Resultat från strukturer med olika tröghetsmoment. Resterande storheter är lika i alla beräkningar. Belastningen är osymmetrisk nyttig last endast längs vänstra halvan av bron, samt en jämnt utbredd egentvingslast längst hela bron (Stråský 2006, s. 8).

7.5 Enhetslöst samband för beräkning av böjmoment

Omvandling av momentekvationen till enhetslös ekvation kräver att det utförs en kombination av ekvation (7.11) och (7.18, a,b,f). Detta resulterar i följande:

$$\bar{M}q_0L^2 = -EI \frac{d^2 \left(\bar{w} \frac{q_0L^2}{H_0} \right)}{d(\bar{x}L)^2}$$

Återigen är storheterna q_0 , L och H_0 konstanta längst strukturen och ekvationen skrivs om, förkortas och parametern α^2 införs. Den resulterande ekvationen lyder enligt följande:

$$\bar{M} = -\alpha^2 \frac{d^2(\bar{w})}{d(\bar{x})^2} \quad (7.22)$$

7.6 Enhetslöst samband för beräkning av nedböjning

När alla ekvationer är omgjorda till enhetslösa ekvationer, är det läge att integrera den enhetslösa grundekvationen för att åstadkomma en ekvation för en enhetslös nedböjning, \bar{w} . Integrationen presenteras nedan.

Härledning av enhetslös nedböjning börjar med att eliminera böjstyvheten hos bron. Detta medför att parametern α^2 blir noll. Antagandet förs in i den enhetslösa grundekvationen (7.21) och medför, efter viss omplacering, ekvation (7.23).

$$\frac{d^2(\bar{w})}{d(\bar{x})^2} = -\frac{\bar{q}(\bar{x}) - (\bar{h} + \bar{P}_1)}{(\bar{h} + \bar{P}_1 + 1)} \quad (7.23)$$

Integrationen kan utföras med följande metod.

$$\begin{aligned} \bar{w}(\bar{x})'' &= \frac{d^2(\bar{w})}{d(\bar{x})^2} \\ \bar{w}(\bar{x})' &= \frac{d^2(\bar{w})}{d(\bar{x})^2} \bar{x} + A \\ \bar{w}(\bar{x}) &= \frac{d^2(\bar{w})}{d(\bar{x})^2} \frac{\bar{x}^2}{2} + A\bar{x} + B \end{aligned} \quad (7.24)$$

A och B är konstanter. För att bestämma dessa konstanter, ska randvillkoren introduceras. Vid beräkningar förutsätts inga deflektioner av stöden. Införandet av de aktuella randvillkoren för bestämning av konstanterna A och B presenteras nedan.

Observera att \bar{w} nu beror av \bar{x} som angavs av ekvation (7.18, a).

$$x = 0 \rightarrow \bar{x} = \frac{0}{L} = 0$$

$$x = L \rightarrow \bar{x} = \frac{L}{L} = 1$$

Med randen angivna, erhålls följande beräkningar.

$$\bar{w}(0) = 0 \rightarrow B = 0$$

$$\bar{w}(1) = 0 \rightarrow A = -\frac{1}{2} \frac{d^2(\bar{w})}{d(\bar{x})^2}$$

Vid införandet av de nu kända konstanterna - A och B - och ekvation (7.23), är det möjligt att skriva om ekvation (7.24) till en ekvation för den enhetslösa nedböjningen. Slutlig ekvation presenteras nedan.

$$\bar{w}(\bar{x}) = \frac{\bar{q}(\bar{x}) - (\bar{h} + \bar{P}_1)}{2(\bar{h} + \bar{P}_1 + 1)} \bar{x}(1 - \bar{x}) \quad (7.25)$$

7.7 Enhetslöst samband för beräkning av ökning i horisontallast

Kombination av ekvation (7.15) och (7.18, a-c) tillsammans med antagandet om att det inte förekommer några förskjutningar vid stöd - det vill säga $u_B, u_A, w_B, w_A = 0$ - leder till följande:

$$\bar{h}H_0 \cong \frac{EA}{L} \frac{q_0}{H_0} \int_A^B \bar{w} \frac{q_0 L^2}{H_0} d(\bar{x}L) - EA\alpha_T \Delta T$$

Storheterna q_0 , L och H_0 är oberoende av placering, därför kan ekvationen skrivas om enligt nedan:

$$\bar{h} \cong \frac{1}{H_0} \frac{EA}{L} \frac{q_0}{H_0} \frac{q_0 L^2}{H_0} L \int_A^B \bar{w} d(\bar{x}) - \frac{1}{H_0} EA\alpha_T \Delta T$$

Observera att sista termen kan skrivas om till θ , se ekvation (7.18, g). Efter förkortning och införande av λ^2 , kan ekvationen slutligen skrivas enligt följande:

$$\bar{h} \cong \lambda^2 \int_A^B \bar{w} d(\bar{x}) - \theta \quad (7.26)$$

Ekvation (7.25) kan införas i (7.26) och bilda den slutliga ekvationen som lyder enligt nedan:

$$\bar{h} \cong \lambda^2 \int_A^B \frac{\bar{q}(\bar{x}) - (\bar{h} + \bar{P}_1)}{2(\bar{h} + \bar{P}_1 + 1)} \bar{x}(1 - \bar{x}) d\bar{x} - \theta$$

Integrationen sker från 0 till 1 i enhetslös form, med andra ord över hela bron från 0 till L . Om vi bortser från temperaturvariationen, blir resultatet enligt följande:

$$\bar{h} \cong \lambda^2 \frac{\bar{q}(\bar{x}) - (\bar{h} + \bar{P}_1)}{12(\bar{h} + \bar{P}_1 + 1)} \quad (7.27)$$

Ekvation (7.27) visar att när λ^2 går mot noll - det vill säga tas till väldigt litet värde - resulterar det även i att \bar{h} går mot noll. Då innebär det att nedböjningen inte längre avgörs av den horisontella lastökningen, se ekvation (7.25).

$$\lambda^2 \rightarrow 0 \Rightarrow \bar{h} \rightarrow 0$$

$$\bar{w}(\bar{x}) \rightarrow \frac{\bar{q} - \bar{P}_1}{2(1 + \bar{P}_1)} \bar{x}(1 - \bar{x})$$

En annan observation görs då parametern λ^2 går mot oändligheten, det vill säga väljs till ett väldigt stort värde. Då går \bar{h} mot att bli $\bar{q}(\bar{x}) - \bar{P}_1$. Om detta samband införs i $\bar{w}(\bar{x})$, ekvation (7.25), resulterar det att $\bar{w}(\bar{x}) = 0$. Denna diskussion stärker argumenten ovan om att böjstyvheten är viktig för att bron ska behålla sin antifuniculära utformning.

$$\lambda^2 \rightarrow \infty \Rightarrow \bar{h} \rightarrow \bar{q} - \bar{P}_1$$

$$\bar{w}(\bar{x}) \rightarrow 0$$

7.8 Specifikt för en spännbandsbro över ett spann

Randvillkoren specifikt för en spännbandsbro över ett spann införs i ekvation (7.27) och resulterar till en ny ekvation. Ekvationen kan sedan användas för beräkning av ökningen av den horisontella lasten. Resultande ekvationen presenteras nedan och lösningen av denna sker genom iterationslösning. Observera att i detta specifika fall innehåller ekvationen termen α^2 , som tar hänsyn till böjstyvheten hos bron.

Horisontella lastökningen på bron:

$$\bar{h} = \lambda^2 \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{\bar{q}(\bar{x}) - (\bar{h} + \bar{P}_1)}{2(\bar{h} + \bar{P}_1 + 1)} - \theta \quad (7.28, a)$$

$$\gamma^2 = \frac{\bar{h} + \bar{P}_1 + 1}{\alpha^2} \quad (7.28, b)$$

Det är möjligt att med en känd horisontell lastökning beräkna nedböjning i mittsnittet av bron och momentet både över stöd samt i mittsnittet. Detta görs genom ändring av ekvation (7.26) respektive (7.23) med införandet av randvillkoren för det aktuella lastfallet.

Nedböjning i mittsnittet av bron:

$$\bar{w}(\frac{1}{2}) = \frac{\bar{q} - (\bar{h} + \bar{P}_1)}{2(\bar{h} + \bar{P}_1 + 1)} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\gamma} \right) \quad (7.29)$$

Momentet över stöd:

$$\bar{M}(0) = -(\gamma - 2)\alpha^2 \frac{\bar{q} - (\bar{h} + \bar{P}_1)}{2(\bar{h} + \bar{P}_1 + 1)} \quad (7.30)$$

Momentet i mittsnittet:

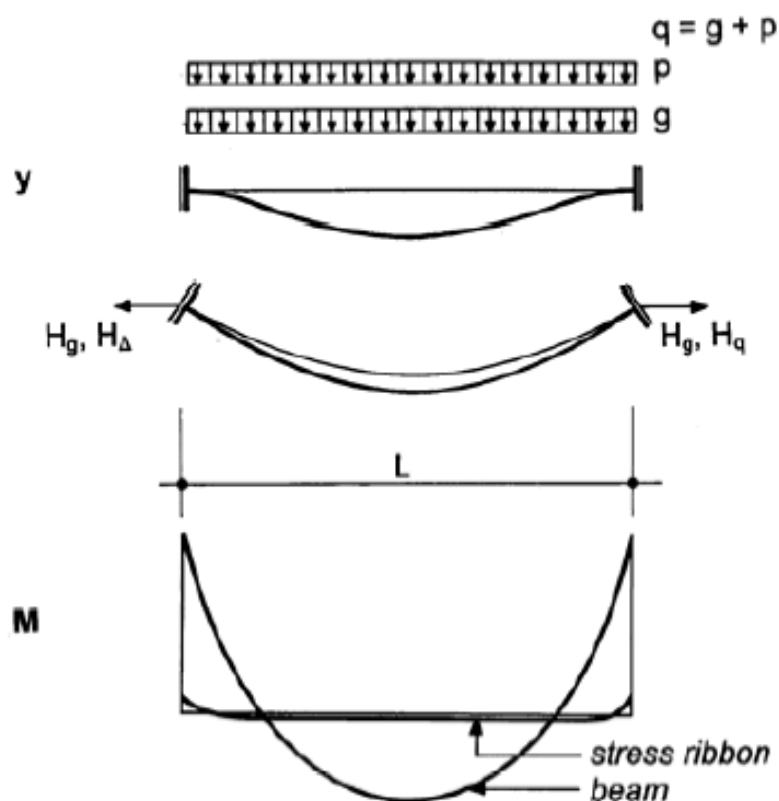
$$\bar{M}(\frac{1}{2}) = 2\alpha^2 \frac{\bar{q} - (\bar{h} + \bar{P}_1)}{2(\bar{h} + \bar{P}_1 + 1)} \quad (7.31)$$

Ekvation (7.29) - för beräkning av nedböjning - visar inget starkt beroende av böjstyvheten, α^2 . Roten av böjstyvheten finns inbäddad i parametern γ och ger en viss begränsning i nedböjning. Eftersom ökningen i böjstyvhet inte ger något större bidrag till att begränsa nedböjningen, är det ofta effektivare att bevara böjstyvheten liten.

Observera att momentet mitt i bron - ekvation (7.31) - är proportionellt mot böjstyvheten, α^2 . Momentet över stöd - ekvation (7.30) - är dock endast proportionell mot roten av böjstyvheten, på grund av parametern γ . Med andra ord är momentet över stöd inte lika starkt beroende av böjstyvheten som momentet i mittspannet.

Stráský (2006, s. 14) har gjort en analys över momentfördelningen för en fast inspänd balk i jämförelse med en spännbandsbro, se Figur 7.6. Illustrationen visar starkt att det förekommer en väldigt liten momentfördelning i en struktur av typen spännbandstruktur. Observera även att momentet är en aning större vid stöd och mindre längst spannet.

I kapitel 13, visas ett beräkningsexempel som visar skillnaden i moment i mittsnittet respektive vid stöd. Faktum är att skillnaden anses vara så pass liten att dimensioneringen av bron sker med konstant tvärsnitt för enklare produktion. Den teoretiskt onödiga ökningen av materialmängd och materialkostnad, kompenseras i regel av den enklare tillverkningsprocessen av identiska segment.



Figur 7.6. Deformation och momentfördelning för en fast inspänd balk i jämförelse med en spännbandsstruktur (Stráský 2006, s. 14)

7.9 Dimensioneringsekvationer för bestämning av parametrarna λ^2 & α^2

Första steget i en analytisk dimensioneringsprocess är att bestämma brons axiella styvhet och sedan beräkna parametrarna α^2 och λ^2 .

När det är dags att bestämma brons axiella styvhet, är efterspänningskablar area ännu okänd. Därför baseras styvheten på bidrag från betongmassan och bärkablar. Observera att denna förenkling är på säkra sidan, eftersom stålet i efterspänningskablar har betydligt högre styvhet än vad motsvarande betongarea har.

Brons axiella styvhet:

$$EA = E_c A_c + E_{bk} A_{bk}$$

Parametern λ^2 :

$$\lambda^2 = \left(\frac{q_0 L}{H_0} \right)^2 \frac{EA}{H_0}$$

Parametern α^2 , anger hur bron påverkas av böjstyvheten och är normalt väldigt liten i den här typen av broar.

Placeringen av bärcablarna väljs i samma höjdnivå som tyngdpunkten, det vill säga de genomskär neutrala axeln i alla snitt längst bron. Detta resulterar till att de inte medverkar i böjstyvheten, α^2 . Med andra ord så är det bara betongdelen som bidrar till böjstyvheten, det vill säga $E_c I_c$.

Parametern α^2 :

$$\alpha^2 = \frac{E_c I_c}{H_0 L^2}$$

7.10 Dimensioneringsekvationer av skede 1

Dragkraft i efterspänningskablarna:

Den applicerade efterspänningslasten tas primärt av efterspänningskablarna, som i sin tur trycker upp brobanan. Den applicerade lasten ska successivt provas i dimensioneringsstadiet tills rätt efterspänningslast väljs.

Efterspänningskablarnas area:

$$P_1 \leq \frac{f_{y.ek} A_{ek}}{\gamma_{M0}} \leftrightarrow A_{ek} \geq \frac{P_1 \gamma_{M0}}{f_{y.ek}}$$

(Isaksson et al. 2010, s. 39)

Därefter beräknas antalet efterspänningskablarna beroende på tillgängliga dimensioner av fabrikat. Observera att det - precis som vid beräkning av antal bärcablarna - gäller att antalet av efterspänningskablarna måste vara ett jämnt tal. Detta med samma resonemang om symmetri i tvärsnittet för att undvika vridning. Effekten blir även att efterspänningslastfördelningen blir jämn över alla kablar, för att inte överbelasta någon kabel mer än någon annan.

Dimensioneringskriteriet är inbäddat i ekvationen ovan men kan även skrivas separat enligt nedan.

Dimensioneringskriteriet vid skede 1:

$$\sigma_{1ek} = \frac{P_1}{A_{ek}} \leq f_{yd.ek}$$

$$f_{yd.ek} = \frac{f_{y.ek}}{\gamma_{M0}}$$

Vid införandet av efterspänningslasten och laster från de icke bärande komponenterna på bron, ändras den totala lastverkan i brons längdriktning. Denna påverkan räknas ut genom att först omvandla storheterna till enhetslösa termer, för att sen med hjälp av iterationslösning beräkna fram lastförändringen, \bar{h}_1 .

Omvandling till enhetslösa termer:

$$\bar{q}_1 = \frac{q_{eb}}{q_0}$$

$$\bar{P}_1 = \frac{P_1}{H_0}$$

Iterationslösning av ökningen i horisontallasten:

$$\bar{h}_1 = \lambda^2 \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma_1^2} - \frac{1}{\gamma_1} \right) \frac{\bar{q}_1 - (\bar{h}_1 + \bar{P}_1)}{2(1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1)} - \theta$$

$$\gamma_1^2 = \frac{1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1}{\alpha^2}$$

Iterationen utförs genom att \bar{h}_1 , antas till ett värde som resulterar i att första ekvationen åstadkommer $\bar{h}_1 \approx \bar{h}_1$. Detta kan smidigt utföras med hjälp av enkel programmering i kalkylprogrammet Microsoft Office Excel.

Omvandling till enheter med dimensioner:

$$\bar{h}_1 = \frac{h_1}{H_0} \leftrightarrow h_1 = \bar{h}_1 H_0$$

Resultatet kommer att visa att efterspänningen medför en tryckeffekt på bron. Observera att ekvationerna även behandlar en last från de icke bärande komponenterna som motverkar tryckeffekten av efterspänningen.

Tryckeffekten tas om hand främst av betongen. Bärkablarna är vid detta läge ingjutna i bron och har axiellstyvhets, därför tar även de en del av trycklasten.

Nedan presenteras den fördelning av trycklasten med hänsyn till brons axiella styvhetsfördelning.

Last som tas av betongdelen:

$$h_{1c} = \frac{E_c A_c}{E_c A_c + E_{bk} A_{bk}} h_1$$

Observera att kvoten h_{1c}/h_1 anger andel som tas av betongen.

En enkel kontroll för att räkna om resultatet är rimligt utförs genom att kontrollera den verkande normalspänningen mot betongens normalkapacitet.

$$\sigma_{1c} = \frac{h_{1c}}{A_c} \leq f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Observera att detta är en preliminär kontroll, eftersom ett bidrag från momentet resulterar till högre normalspänning.

Last som tas av bärkablarna:

$$h_{1bk} = \frac{E_{bk} A_{bk}}{E_c A_c + E_{bk} A_{bk}} h_1$$

Iaktta att kvoten h_{1bk}/h_1 anger andel som tas av bärkablarna.

Detta steg bör utföras för att kontrollera den verkande normalspänningen mot bärkablarnas normalkapacitet. Momenten påverkar inte normalspänningen i kablarna eftersom de är placerade i neutrala axeln.

$$\sigma_{1bk} = \frac{h_{1bk}}{A_{bk}} \leq f_{yd.bk} = \frac{0,4 f_{y.bk}}{\gamma_{M0}}$$

Observera att i föregående beräkningar, då antal bärkablar bestämdes, var det en kontroll för bestämning av antal bärkablar som krävs för att klara av den dragkraft som uppkommer. I denna kontroll ska bärkablarna, respektive betongdelen, istället kontrolleras för den tryckbelastning i normalkraft som uppkommer vid skede 1, det vill säga då efterspänning och de icke bärande komponenterna appliceras på bron.

Slutligen görs beräkningar för uträkning av nedböjning och moment i mittnittet av bron. Det är också intressant att räkna fram moment vid stöd, där bron är fast inspänd. Det är i regel högre moment vid infästningen än i mittnittet av bron.

Beräkning av nedböjning i mittnittet:

$$\bar{w}_1(\frac{1}{2}) = \frac{\bar{q}_1 - (\bar{h}_1 + \bar{P}_1)}{2(1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1)} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\gamma_1} \right)$$

$$\bar{w}_1(\frac{1}{2}) = \frac{w_1(\frac{1}{2})}{8 d_0} \leftrightarrow w_1(\frac{1}{2}) = \bar{w}_1(\frac{1}{2}) 8 d_0$$

Denna nedböjning är utifrån det initiella läget, i skede 0, det vill säga d_0 .

Slutlig brohöjd efter skede 1:

$$d_1 = d_0 + w_1(\frac{1}{2})$$

Beräkning av moment i mittsnittet:

$$\bar{M}_1(\frac{1}{2}) = 2 \alpha^2 \frac{\bar{q}_1 - (\bar{h}_1 + \bar{P}_1)}{2 (1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1)}$$

$$\bar{M}_1(\frac{1}{2}) = \frac{M_1(\frac{1}{2})}{q_0 L^2} \leftrightarrow M_1(\frac{1}{2}) = \bar{M}_1(\frac{1}{2}) q_0 L^2$$

Beräkning av moment vid stöd:

$$\bar{M}_1(0) = -(\gamma_1 - 2) \alpha^2 \frac{\bar{q}_1 - (\bar{h}_1 + \bar{P}_1)}{2 (1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1)}$$

$$\bar{M}_1(0) = \frac{M_1(0)}{q_0 L^2} \leftrightarrow M_1(0) = \bar{M}_1(0) q_0 L^2$$

En jämförelse görs av resultaten enligt momentekvationerna ovan och det framgår att momentet vid stöd är betydligt större än vid mitten av spannet. Detta är ett vanligt resultat för den här typen av broar som är över ett spann.

Observera att analys av en fastspänd bågbro ger ett likartat resultat. Det är därför dessa typer av strukturer konstrueras med en utformning av större dimension vid stöd och avtar mot mitten, se Figur 7.7.

Variationen av momentet i en spännbandbro är mycket liten i jämförelse med en bågbro, därför är det oekonomiskt att tillverka varierande dimension på betongelementen som bygger upp bron. Alla element konstrueras för att klara av den värsta påkänningen som uppträder längst över hela bron. Någon skillnad i tvärsnittstjocklek finns därför inte i en spännbandbro, se Figur 7.8.

7.11 Dimensioneringsekvationer för skede 2

Inverkan av nyttiglast och temperaturvariationer påverkar bron genom en pålastning, som i sin tur medför en dragspänning längst bron. Denna dragspänning motverkar och reducerar den tryckspänning som skapades till följd av efterspänningen vid skede 1.

Efterspänningskablarna vid skede 2 är fastgjutna och kan egentligen bidra till brons axiella styvhet, precis som de ingjutna bärkablarna. Förenklat i denna analys, bortses bidraget från efterspänningskablarna. Med andra ord bibehålls den beräknade axiella styvheten i skede 1. Observera att denna förenkling är på säkra sidan, eftersom stålet i efterspänningskablarna har högre axiell styvhet än motsvarande betongtvärsnitt.

Beräkningar som görs vid dimensionering av skede 2, görs med liknande metod som vid analys av skede 1, dock med införande av den uppskattade nyttiga lasten och temperaturförändringen.



Figur 7.7. Tärendö bron (bjellman.blogspot.com)



Figur 7.8. Sacramento River bron (flickr.com)

Omvandling till enhetslösa storheter:

$$\bar{q}_2 = \frac{q_{eb} + q_n}{q_0}$$

$$\theta_2 = \frac{EA \alpha_T \Delta T}{H_0}$$

Iterationslösning av ökningen i horisontallast vid skede 2:

$$\bar{h}_2 = \lambda^2 \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma_2^2} - \frac{1}{\gamma_2} \right) \frac{\bar{q}_2 - (\bar{h}_2 + \bar{P}_1)}{2(1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1)} - \theta_2$$

$$\gamma_2^2 = \frac{1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1}{\alpha^2}$$

Precis som vid skede 1, sker denna beräkning genom att först anta ett värde på \bar{h}_2 som resulterar till att första ekvationen uppnår målet $\bar{h}_2 \approx \bar{h}_2$. Det är enkelt att räkna om den enhetslösa lasten, \bar{h}_2 , till aktuell last som verkar i skede 2. Omvandlingen presenteras här nedan.

Omvandling av den enhetslösa lasten vid skede 2 till en last med enhet:

$$\bar{h}_2 = \frac{h_2}{H_0} \leftrightarrow h_2 = \bar{h}_2 H_0$$

Observera även här tecknet på resultatet, det vill säga om det är en tryck- eller draglast. I jämförelse med beräkningar vid skede 1, beräknas reduceringen av den horisontella lastvariationen enligt nedan.

Reducering av horisontell lastvariation vid skede 2:

$$\Delta h_{2-1} = h_2 - h_1$$

Den beräknade termen, Δh_{2-1} , avser effekten med hänsyn till införandet av den nyttiga lasten samt temperaturvariationen.

Från ekvationerna ovan är det möjligt att dra slutsatsen att temperaturvariationen motverkar reduktionen som skapas av den nyttiga lasten. Detta på grund av att ekvationen för \bar{h}_2 , får ett mindre värde när den temperaturberoende termen, θ_2 , införs. Argumentet leder i sin tur till större värde på h_2 , det vill säga mindre tryckkraft.

Den beräknade tryckkraften ska främst tas om hand av betongen. En mindre del tas av bärkablar. Som nämnt ovan, förenklas analysen till att efterspänningskablar inte bidrar till den axiella styvheten.

Nedan presenteras den fördelning av trycklasten med hänsyn till brons axiella styvhetsfördelning, bortsett från efterspänningskablar styvhet.

Last som tas av betongdelen:

$$h_{2c} = \frac{E_c A_c}{E_c A_c + E_{bk} A_{bk}} h_2$$

Spänning som tas av betongdelen (utan bidrag från moment):

$$\sigma_{2c} = \frac{h_{2c}}{A_c}$$

Last som tas av bärkablar:

$$h_{2bk} = \frac{E_{bk} A_{bk}}{E_c A_c + E_{bk} A_{bk}} h_2$$

Spänning som tas av bärkablarna:

$$\sigma_{2bk} = \frac{h_{2bk}}{A_{bk}}$$

Kontroll av betongdelen vid tryckspänning (utan bidrag från moment):

$$\sigma_{2c} \leq f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_C}$$

Kontroll av bärkablarna vid tryckspänning:

$$\sigma_{2bk} \leq f_{yd.bk} = \frac{f_{y.bk}}{\gamma_{M0}}$$

När alla dessa beräkningar gjorts är det dags för uträkning av nedböjning och moment i mittsnittet av bron och momentet vid stöd under skede 2.

Beräkning av nedböjning i mittsnittet:

$$\bar{w}_2(\frac{1}{2}) = \frac{\bar{q}_2 - (\bar{h}_2 + \bar{P}_1)}{2(1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1)} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\gamma_2} \right)$$

$$\bar{w}_2(\frac{1}{2}) = \frac{w_2(\frac{1}{2})}{8 d_0} \leftrightarrow w_2(\frac{1}{2}) = \bar{w}_2(\frac{1}{2}) 8 d_0$$

Observera att även i dessa beräkningar, är den beräknade nedböjningen utifrån den brohöjd som var i skede 0, det vill säga d_0 .

Slutlig brohöjd efter skede 2:

$$d_2 = d_0 + w_2(\frac{1}{2})$$

Beräkning av moment i mittsnittet:

$$\bar{M}_2(\frac{1}{2}) = 2 \alpha^2 \frac{\bar{q}_2 - (\bar{h}_2 + \bar{P}_1)}{2(1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1)}$$

$$\bar{M}_2(\frac{1}{2}) = \frac{M_2(\frac{1}{2})}{q_0 L^2} \leftrightarrow M_2(\frac{1}{2}) = \bar{M}_2(\frac{1}{2}) q_0 L^2$$

Beräkning av moment vid stöd:

$$\bar{M}_2(0) = -(\gamma_2 - 2) \alpha^2 \frac{\bar{q}_2 - (\bar{h}_2 + \bar{P}_1)}{2(1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1)}$$

$$\bar{M}_2(0) = \frac{M_2(0)}{q_0 L^2} \leftrightarrow M_2(0) = \bar{M}_2(0) q_0 L^2$$

Vid beräkningar i skede 2, i jämförelse med skede 1, kan det observeras att införandet av nyttiglast resulterar i större brohöjd. Detta minskar i sin tur momentverkan på bron, både över stöd och i mittsnittet.

Samma iakttagelse som observerades i skede 1, kan göras för skede 2, där det framgår att momentet vid stöd är högre än vid mittsnittet. En annan observation kan utföras, som visar att när brohöjden ökar till större värde - i skede 2 jämfört med skede 1 - så blir även skillnaden mellan momenten i stöd respektive mittspann större. Detta kan kontrolleras genom att utföra följande beräkning.

Förhållande mellan brohöjd och momentfördelning:

$$\frac{|M_1(0)|}{|M_1(\frac{1}{2})|} \text{ jämförs med } \frac{|M_2(0)|}{|M_2(\frac{1}{2})|}$$

Resultatet av en sådan analys kommer att visa sambandet mellan brohöjd och momentfördelning. Jämförelse av momenten när bron har en mindre brohöjd, vid skede 1, är mindre än jämförelsen vid skede 2, då brohöjden ökade. Detta visar varför Tarendö bron har markant tvärsnittsvariation i bågen, jämfört med Sacramento River bron som har betydligt mindre brohöjd, se Figur 7.7 och 7.8.

8 Dimensionering av skede 31 & 32 – Analytisk metod

Långtidseffekten introduceras under det tredje skedet. Tvärsektionen av en spännbandsbro består till största delen av betong, se delkapitel 2.2 Brons tvärsektion. Betong är känsligt för långtidseffekterna krypning och krympning. Därför bör den preliminära dimensioneringen även beakta brons egenskaper efter lång tid.

8.1 Definition av långtidseffekter

Krypningen och krympningen under skede 3 skapar i en ändring av spänningarna i betongen. Brons tvärsektion består även av en andel stål som, jämfört med betongmaterialet, skiljer sig i beteende vid långtidsbelastning. Stål och betong har olika reologiska egenskaper som medför en intern omfördelning av spänningar.

Eftersom upplagen anses styva och tillåter inga deformationer, blir effekten av krypning och krympning att bron drar ihop sig som i sin tur resulterar till en minskad brohöjd. Återigen kopplas det till kapitel 6, där det konstaterades att totala dragkraften ökar när brohöjden minskar. Därför kan långtidseffekten medföra ett kritiskt skede i brons livstid.

Det är av intresse att beräkna fram storheter vid skede 1 som påverkas av långtidseffekterna. Dessa är utböjningen, $w_1(x)$, böjmomentet, $M_1(x)$, och ökningen av den horisontella lasten, h_1 . Vid denna tidpunkt, verkar den permanenta lasten q - det vill säga egentyngd av både de bärande och icke bärande delarna - och efter att efterspänningslasten, P_1 , är applicerad.

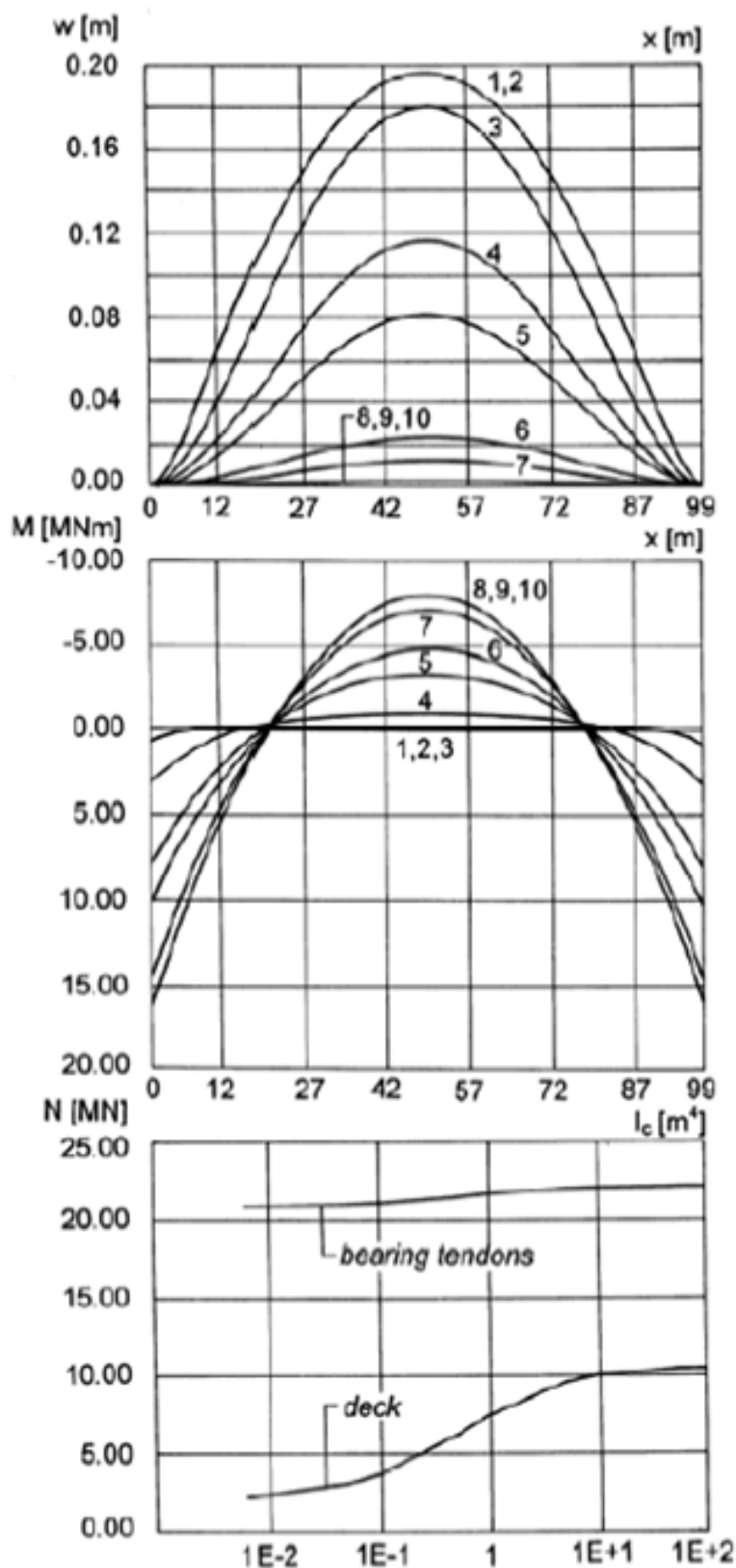
8.2 Kompletterande undersökning av temperaturvariationseffekten

En kompletterande analys har utförts på samma strukturtyper som utfördes tidigare i delkapitel 7.3.3 avseende nedböjning, moment och normalkraft med olika förbestämda tröghetsmoment.

I denna komplettering har effekten av temperaturvariation undersökts. Korrigeringen innefattar en borttagning av den osymmetriska nyttiga lasten och istället applicering av en temperaturvariation på 20°C. Egentyngheten fick fortfarande verka jämnt över hela bron. Resultatet av analysen presenteras i diagramform i Figur 8.1.

8.3 Härledning av samband för beräkning m.h.t. långtidseffekter

Tillvägagångssättet för härledning av dessa ekvationer grundar sig på de enhetslösa ekvationerna (7.28-31). Observera att dessa ekvationer är specifikt utformade för dimensionering av en spännbandsbro över ett spann med upplag i samma höjdnivå.



Figur 8.1. Nedböjning, moment och normalkraft vid olika tröghetsmoment. Resterande storheter är lika i alla beräkningar. Belastningen sker via en jämnt utbredd egentyngdlast, samt en temperaturändring -20°C . För mer information om de valda tröghetsmomenten, se Tabell 4.2 (Stráský 2006, s. 8).

Vid långtid skapas en viss ändring av nedböjning, böjmoment och den horisontella lasten. Dessa betecknas som $\Delta w(x)$, $\Delta M(x)$ och Δh . Termerna beräknas analytiskt genom att behandla jämviktsekvationen vid två olika skeden, ett vid långtid och det andra vid korttid. Kombinationen av dessa sker genom subtraktion av ekvationen för långtid med ekvationen för korttid. Resulterande ekvation presenteras nedan, ekvation (8.1).

Jämviktsekvation av ändring som resultat av långtidseffekten:

$$-\frac{d^2 \Delta \bar{M}}{d\bar{x}^2} - (1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_0 + \Delta \bar{h}) \frac{d^2 \Delta \bar{w}}{d\bar{x}^2} = -\Delta \bar{h} \left(1 - \frac{d^2 \bar{w}_0}{d\bar{x}^2} \right) \quad (8.1)$$

Ekvation (8.1) ska nu behandlas genom införande av en viss förenklad beräkningsmodell för långtidseffekterna i betong. Införandet av denna förenklade så kallade Trost-Bazant model - som rekommenderas av "Comité Euro-Internatiol du Béton-Fédération International de la Précontrainte", CEB-FIP, model code (1993) - visar att ökningen (p.g.a. långtidseffekten) av horisontallasten och böjmomentet blir enligt följande.

Ökning av horisontallasten p.g.a. långtidseffekten:

$$\Delta \bar{h} = \lambda_\infty^2 \int_A^B \Delta \bar{w} d\bar{x} - \frac{\bar{h}_{0c} \varphi + \varepsilon_{cs} \frac{E_c A_c}{H_0}}{1 + \chi \varphi} \quad (8.2, a)$$

$$\lambda_\infty^2 = \left(\frac{q_0 L}{H_0} \right)^2 \frac{c}{H_0} \quad (8.2, b)$$

$$c = \frac{E_c A_c}{1 + \chi \varphi} + E_{bk} A_{bk} + E_{ek} A_{ek} \quad (8.2, c)$$

Ökning av momentet p.g.a. långtidseffekten:

$$\Delta \bar{M}(\bar{x}) = -\frac{\alpha^2}{1 + \chi \varphi} \frac{d^2 \Delta \bar{w}}{d\bar{x}^2} - \bar{M}_0(\bar{x}) \frac{\varphi}{1 + \chi \varphi} \quad (8.3)$$

Termer som tillkommer vid analys av långtidseffekten:

φ = krypningskoefficient

χ = åldringsparameter

ε_{cs} = total krympning efter att betongsegmenten gjuts samman

h_{0c} = initiell horisontallast på betongandelen

$E_{bk} A_{bk} = \text{bärkablarernas axiella styvhet}$

$E_{ek} A_{ek} = \text{efterspänningskablarernas axiella styvhet}$

$\frac{E_c A_c}{1 + \chi\varphi} = \text{betongens axiella styvhet efter hänsyn till långtidseffekten}$

Brons axiella styvhet består av bidrag dels från betongdelen, dels från de ingjutna kablarna. I denna analytiska undersökning antas att det bara är betongens axiella styvhet som påverkas av långtidstermerna, medan styvheten hos bärkablar och efterspänningskablar kvarstår oförändrade.

Möjligheten finns att preliminärdimensionera bron med ekvationerna (8.1-3), dock är det väldigt komplext. Därför ska istället följande ekvationer användas. Ekvationerna innebär en approximation av den horisontella lasten där böjstyvheten är försummad. Detta anses ge tillräckligt goda resultat enligt (Cobo del Arco et al. 2001, s. 238).

8.4 Dimensioneringsekvationer av skede 31

Införande av tidsberoende effekter innebär att ta hänsyn till fenomenen krympning och krypning av betongen. Detta kräver att vid beräkningar ta hänsyn till krypningskoefficient, φ , åldringsparameter, χ , och en term som anger krympning per meter brolängd efter att betongelementen gjuts samman och fungerar som en enhet, ε_{cs} .

Första steget vid dimensioneringen med hänsyn till långtidseffekten är att beräkna parametern λ_{∞}^2 . Beräkningen kan genomföras med följande ekvation.

Beräkning av parametern λ_{∞}^2 :

$$\lambda_{\infty}^2 = \left(\frac{q_0 L}{H_0}\right)^2 \frac{E_c A_c}{1 + \chi\varphi} + \frac{E_{bk} A_{bk} + E_{ek} A_{ek}}{H_0}$$

Med parametern λ_{∞}^2 känd, är det möjligt att räkna fram variationen av den horisontella lasten som uppträder på grund av långtidseffekten. Denna variation uppträder endast om bron får verka under mycket lång tid, i princip oändlig tid.

8.4.1 Ändring av horisontallasten p.g.a. långtidseffekten

Approximerad ökning av horisontallasten p.g.a. långtidseffekten vid skede 31:

$$\Delta \bar{h}_{31}^2 + \Delta \bar{h}_{31} \left(1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1 + \frac{\bar{h}_{1c} \varphi + \varepsilon_{cs} \frac{E_c A_c}{H_0}}{1 + \chi \varphi} + \lambda_{\infty}^2 \frac{1 + \bar{q}_1}{12(1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1)} \right) + (1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1) \frac{\bar{h}_{1c} \varphi + \varepsilon_{cs} \frac{E_c A_c}{H_0}}{1 + \chi \varphi} = 0$$

Lösning av ekvationen ovan utförs med Pythagoras sats, som ger två resultat, varav ett är "falskt", det vill säga orealistiskt och skulle leda till alldeles för stor lastvariation.

Omvandling till lastvariation med enhet:

$$\Delta \bar{h}_{31} = \frac{\Delta h_{31}}{H_0} \leftrightarrow \Delta h_{31} = \Delta \bar{h}_{31} H_0$$

Laständringen kommer att vara dragkraft, medan den beräknade lasten vid skede 1 normalt ger en tryckkraft, på grund av efterspänningen. Detta innebär att variationen på grund av krypning och krympning medför en reduktion av tryckbelastningen av betongen i bron.

Resultterande lastpåkänning efter långtidseffekten vid skede 31:

$$h_{31} = h_1 + \Delta h_{31}$$

Efter att den totala horisontella laständringen är uträknad, är det även möjligt att beräkna lastvariationen som påverkar betongdelen. Detta görs för att säkerställa att betongen kan hantera aktuell påfrestning. Det är en lite mer komplicerad ekvation, jämfört med fördelningsberäkningarna som användes under skede 1 och 2, eftersom långtidstermerna påverkar betongdelen.

Approximerad ökning av den horisontallasten som agerar på betongen:

$$\Delta \bar{h}_{31c} = \frac{\frac{E_c A_c}{1 + \chi \varphi}}{\frac{E_c A_c}{1 + \chi \varphi} + E_{bk} A_{bk} + E_{ek} A_{ek}} \Delta \bar{h}_{31} - \frac{E_{bk} A_{bk} + E_{ek} A_{ek}}{\frac{E_c A_c}{1 + \chi \varphi} + E_{bk} A_{bk} + E_{ek} A_{ek}} \frac{\bar{h}_{1c} \varphi + \varepsilon_{cs} \frac{E_c A_c}{H_0}}{1 + \chi \varphi}$$

Den första termen avser det icke linjära beteendet hos bron, medan den andra termen behandlar den interna omfördelningen av spänningarna.

Omvandling till lastvariation i betongen med enhet:

$$\Delta \bar{h}_{31c} = \frac{\Delta h_{31c}}{H_0} \leftrightarrow \Delta h_{31c} = \Delta \bar{h}_{31c} H_0$$

Även variationen för lasten som tas av betongdelen, medför en reduktion av tryckbelastningen på betongen, då variationen kommer att motsvara en drageffekt.

Resultterande lastpåkänning på betongdelen efter långtidseffekten vid skede 31:

$$h_{31c} = h_{1c} + \Delta h_{31c}$$

Resultterande spänning på betongdelen efter långtidseffekten vid skede 31 (utan hänsyn till moment):

$$\sigma_{31c} = \frac{h_{31c}}{A_c}$$

Observera att resultatet kommer visa en stor reduktion på tryckspänningen, efter att långtidseffekten intogs i beräkningarna. Om långtidseffekten påverkar tryckspänningen i betongen, påverkar det naturligtvis även momenten och nedböjningen av bron. Detta presenteras nedan.

8.4.2 Ändring av nedböjning p.g.a. långtidseffekten

Approximerad ändring av nedböjning mitt i spannet p.g.a. långtidseffekten:

$$\Delta \bar{w}_{31}(\frac{1}{2}) = \frac{-\Delta \bar{h}_{31} (1 + \bar{q}_1)}{8 (1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1 + \Delta \bar{h}_{31}) (1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1)}$$

Omvandling till variation i nedböjning med enhet:

$$\Delta \bar{w}_{31}(\frac{1}{2}) = \frac{\Delta w_{31}(\frac{1}{2})}{8 d_0} \leftrightarrow \Delta w_{31}(\frac{1}{2}) = \Delta \bar{w}_{31}(\frac{1}{2}) 8 d_0$$

Resultterande nedböjning i mittsnittet efter långtidseffekten vid skede 31:

$$w_{31}(\frac{1}{2}) = w_1(\frac{1}{2}) + \Delta w_{31}(\frac{1}{2})$$

Observera att nedböjningen är utifrån brohöjden i skede 0, det vill säga d_0 .

Slutlig brohöjd efter långtidseffekten vid skede 31:

$$d_{31} = d_0 + w_{31}(\frac{1}{2})$$

8.4.3 Ändring av böjmoment p.g.a. långtidseffekten

Approximerad ändring av böjmoment mitt i spannet p.g.a. långtidseffekten:

$$\Delta \bar{M}_{31}(\frac{1}{2}) = -\frac{\alpha^2}{1 + \chi \varphi} \frac{\Delta \bar{h}_{31} (1 + \bar{q}_1)}{(1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1 + \Delta \bar{h}_{31}) (1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1)} - \bar{M}_1(\frac{1}{2}) \frac{\varphi}{1 + \chi \varphi}$$

Omvandling till momentvariation med enhet:

$$\Delta \bar{M}_{31}(\frac{1}{2}) = \frac{\Delta M_{31}(\frac{1}{2})}{d_0 L^2} \leftrightarrow \Delta M_{31}(\frac{1}{2}) = \Delta \bar{M}_{31}(\frac{1}{2}) d_0 L^2$$

Resulterande moment i mittsnittet efter långtidseffekten vid skede 31:

$$M_{31}(\frac{1}{2}) = M_1(\frac{1}{2}) + \Delta M_{31}(\frac{1}{2})$$

Approximerad ändring av böjmoment vid stöd p.g.a. långtidseffekten:

$$\Delta \bar{M}_{31}(0) = \Delta \bar{M}_{31}(\frac{1}{2}) + \Delta \bar{h}_{31} \left(\frac{1}{8} + \bar{w}_1(\frac{1}{2}) + \Delta \bar{w}_{31}(\frac{1}{2}) \right) + (1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1) \Delta \bar{w}_{31}(\frac{1}{2})$$

Omvandling till momentvariation med enhet:

$$\Delta \bar{M}_{31}(0) = \frac{\Delta M_{31}(0)}{d_0 L^2} \leftrightarrow \Delta M_{31}(0) = \Delta \bar{M}_{31}(0) d_0 L^2$$

Resulterande moment över stöd efter långtidseffekten vid skede 31:

$$M_{31}(0) = M_1(0) + \Delta M_{31}(0)$$

Man kan nu studera hur mycket momenten vid mittsnittet respektive vid stöd förändras av krypning och krympning.

Förhållande av brohöjd och momentfördelning, m.h.t. långtidseffekt vid skede 31:

$$\frac{|M_{31}(0)|}{|M_{31}(\frac{1}{2})|}$$

Värdet kan jämföras med liknande beräkning i skede 1. Det kommer visa sig att förhållandet blir mycket större efter långtidseffekten togs med i beräkningarna. Detta är troligtvis på grund av att brohöjden minskar. Observeringen stärker det faktum att ju högre höjd det är på en bågstruktur, desto större blir skillnaden i momentfördelningen över bron.

8.5 Dimensioneringsekvationer för skede 32

Det mest extrema skedet för bron är när hänsyn tas till krypning och krympning tillsammans med effekten av pålastningen på grund av nyttiglast samt temperaturvariation. Detta ultimata skede är den som sätter betongen i högsta dragspänningstillstånd. Tillväga gången för detta skede är att bygga på det som beräknades i skede 31, men att det även införs påfrestningar på grund av nyttiglast samt temperaturvariation.

8.5.1 Korrigering av storheter inför dimensionering av skede 32

En korrigering av egentyngden kan nu beräknas, som kombinerar ihop lasten från de icke bärande komponenterna tillsammans med lasten från själva brodäcket. En korrigering utförs även av den nya horisontella lasten som tar hänsyn till alla tidsberoende förändringar som hittills har framräknats.

Den nya egenviktslasten:

$$q_{32} = q_0 + q_{eb}$$

Den nya horisontella lasten:

$$H_{32} = H_0 + P_1 + h_1 + \Delta h_{31}$$

För att utföra mer korrekta beräkningar, bör man ta hänsyn till tillägget av den axiella styvheten med avseende på efterspänningskablarna, eftersom arean för dem är nu känd.

Den nya axiella styvheten:

$$EA_{32} = E_c A_c + E_{bk} A_{bk} + E_{ek} A_{ek}$$

När de nya storheterna är uträknade, är det dags att på nytt utvärdera parametrarna λ^2 och α^2 , för att räkna fram ett mer aktuellt värde på beteendet hos bron gällande axiell styvhet samt böjstyvhet.

Vid beräkningar av den nya parametern λ_{32}^2 , ska q_0 bytas ut mot q_{32} , H_0 bytas ut mot H_{32} och EA bytas ut mot EA_{32} , i annat fall är ekvationerna de samma som beräkningar av skede 1.

Parametern λ_{32}^2 :

$$\lambda_{32}^2 = \left(\frac{q_{32} L}{H_{32}} \right)^2 \frac{EA_{32}}{H_{32}}$$

Den nya parametern, α_{32}^2 , ska justeras genom att byta ut H_0 mot H_{32} . På så sätt kommer vi närmare det verkliga resultatet.

Placeringen av efterspänningskablarna är precis som bärcablarna på samma höjdnivå som tyngdpunkten. Med samma förklaring som vid beräkning av α^2 i kapitel 7.3.2, medverkar kablarna inte i böjstyvheten, utan endast betongdelen har betydande effekt. Med andra ord är böjstyvheten för brodäcket lika med betongdelens böjstyvhet, det vill säga $E_c I_c$.

Parametern α^2 :

$$\alpha_{32}^2 = \frac{E_c I_c}{H_{32} L^2}$$

Vid detta läge - med alla de nya värden - ska det på nytt göras beräkningar för att ta fram den nya totala lastverkan i brons längdriktning, det vill säga h_{32} . För att detta ska vara möjligt att utföra, krävs det att räkna fram nya \bar{q}_{32} , \bar{P}_{32} , \bar{h}_{32} och γ_{32}^2 . Detta görs genom att byta ut q_0 mot q_{32} , H_0 mot H_{32} , EA mot EA_{32} , α^2 mot α_{32}^2 samt observera att numera är q_{eb} inbäddad i q_{32} .

Omvandling till enhetslösa storheter:

$$\bar{q}_{32} = \frac{q_n}{q_{32}}$$

$$\theta_{32} = \frac{EA_{32} \alpha_T \Delta T}{H_{32}}$$

Observera att den efterspänningslasten är inräknad i den totala dragkraften H_{32} . Eftersom ingen ny efterspanning äger rum, ska följande gälla i den nya iterationslösningen.

$$\bar{P}_{32} = 0$$

8.5.2 Horisontallasten vid skede 32 m.h.t. långtidseffekten

Iterationsekvationen vid skede 32:

$$\bar{h}_{32} = \lambda_{32}^2 \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma_{32}^2} - \frac{1}{\gamma_{32}} \right) \frac{\bar{q}_{32} - (\bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}{2(1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})} - \theta_{32}$$

$$\gamma_{32}^2 = \frac{1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32}}{\alpha_{32}^2}$$

Omvandling till horisontallast med enheter:

$$\bar{h}_{32} = \frac{h_{32}}{H_{32}} \leftrightarrow h_{32} = \bar{h}_{32} H_{32}$$

Brons axiella styvhet består främst av bidrag från betongtvärsnittet, men även av bidrag från bärkablar och efterspänningskablar. För att utföra en kontroll av betongkapaciteten, beräknas därför den andel av lasten som ska bäras bara av betongtvärsnittet.

Last som tas av betongdelen:

$$h_{32c} = \frac{E_c A_c}{EA_{32}} h_{32}$$

Spänning som tas av betongdelen (utan hänsyn till moment):

$$\sigma_{32c} = \frac{h_{32c}}{A_c}$$

Den spänning som betongen tar hand om vid skede 31, σ_{31c} , ska adderas till den nya spänningen som framkom när den nyttiga lasten och temperaturvariationen applicerades på bron, σ_{32c} . Den totala spänningen beräknas enligt följande.

Total spänning som tas av betongdelen:

$$\sigma_{slutc} = \sigma_{31c} + \sigma_{32c}$$

Den slutliga spänningen i betongen kan bli en dragspänning. Eftersom betong är ett känsligt material i dragbelastning, bör detta värde i så fall kontrolleras mot draghållfastheten för den betongkvaliteten som är vald. Kontrollen görs enligt följande.

Kontroll av betongdelen vid dragspänning (utan hänsyn till moment):

$$\sigma_{slutc} \leq f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_c}$$

Den slutliga spänningen som bärkablarna och efterspänningskablarna ska klara av behöver inte kontrolleras, då det framgår att den stora tryckspänningen reduceras till en mycket mindre dragspänning. Eftersom kablarna i stort sätt klarar av dragpåkänningar lika bra som tryckpåkänningar, behöver inga vidare kontroller utföras.

8.5.3 Nedböjning vid skede 32 m.h.t. långtidseffekten

Det är nödvändigt att beräkna den nya nedböjningen i mittnittet av bron.

Beräkning av enhetslös nedböjning i mittnittet:

$$\bar{w}_{32}(\frac{1}{2}) = \frac{\bar{q}_{32} - (\bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}{2(1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\gamma_{32}} \right)$$

Omvandling till nedböjning med enheter:

$$\bar{w}_{32}(\frac{1}{2}) = \frac{w_{32}(\frac{1}{2})}{8 d_{31}} \leftrightarrow w_{31}(\frac{1}{2}) = \bar{w}_{32}(\frac{1}{2}) 8 d_{31}$$

Den beräknade nedböjningen är utifrån den utböjning som var vid skede 31, d_{31} . Beräkning av den slutliga nedböjningen beräknas enligt nedan.

Slutlig brohöjd efter skede 32:

$$d_{32} = d_{31} + w_{32}(\frac{1}{2})$$

8.5.4 Böjmoment vid skede 32 m.h.t. långtidseffekten

Beräkning av enhetslös moment i mittsnittet:

$$\bar{M}_{32}(1/2) = 2 \alpha_{32}^2 \frac{\bar{q}_{32} - (\bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}{2 (1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}$$

Omvandling till moment med enhet:

$$\bar{M}_{32}(1/2) = \frac{M_{32}(1/2)}{q_{31} L^2} \leftrightarrow M_{32}(1/2) = \bar{M}_{32}(1/2) q_{31} L^2$$

Slutligt moment i mittsnittet efter skede 32:

$$M_{slut}(1/2) = M_{31}(1/2) + M_{32}(1/2)$$

Beräkning av moment vid stöd:

$$\bar{M}_{32}(0) = -(\gamma_{32} - 2) \alpha_{32}^2 \frac{\bar{q}_{32} - (\bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}{2 (1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}$$

Omvandling till moment med enhet:

$$\bar{M}_{32}(0) = \frac{M_{32}(0)}{q_{32} L^2} \leftrightarrow M_{32}(0) = \bar{M}_{32}(0) q_{32} L^2$$

Slutligt moment vid stöd efter skede 32:

$$M_{slut}(0) = M_{31}(0) + M_{32}(0)$$

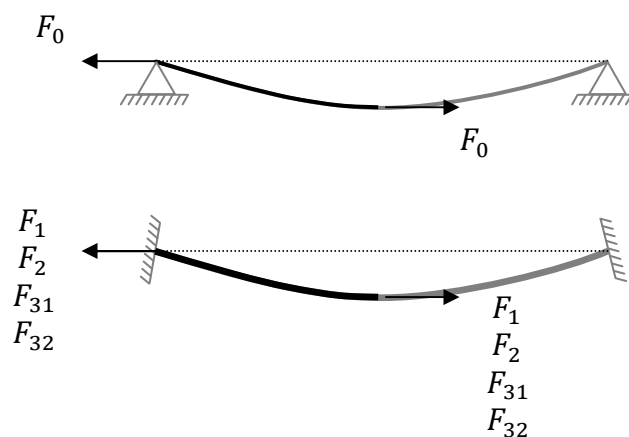
9 Dragkraft på stöd vid varje skede – Analytisk metod

Dragkraften vid upplagen är summan av krafter som verkar längs bron. Denna kraftsumma bestäms av brons egenvikt, nyttiga laster och brons höjd samt eventuell efterspänningskraft. Detta kapitel beskriver beräkningsgången vid bestämning av totaldragkraft på stöden vid varje skede av brons livstid.

9.1 Uppbyggnaden av den totala axialkraften

Total axialkraft F_i , se Figur 9.1 verkar lika mycket på infästningen som på tvärsnittet. I rapporten antas den till en horisontallast, eftersom brohöjden är liten.

Total axialkraft, F_i :



Figur 9.1. Total axialkraft, F_i , verkar lika mycket på infästningen som på hela brotvärsnittet. Observera att vid skede 0 är upplagen uppbyggda med fixlager medan i senare skeden utvecklas upplagen till fastinspänning.

Den totala lasten är summan utav tre stycken krafter som kan variera mellan de olika skeden. Figur 9.2 visar de tre lasterna och vart de verkar. Här nedan anges lasterna med tillhörande förklaring:

1. Den första lasten är en initiell horisontalkraft, H_i , som alltid är en dragkraft. Skede 1, 2 och 31 bygger på den totala horisontalkraften vid skede 0, medan skede 32 bygger på den totala horisontalkraften vid skede 31.

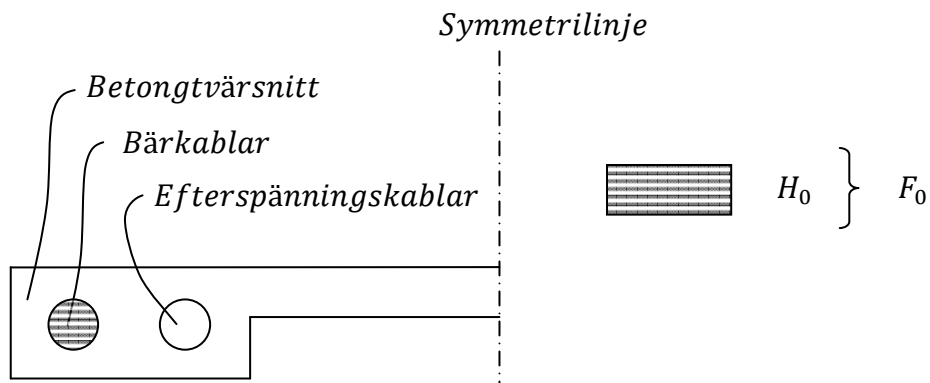
Lasten H_0 verkar endast på bärkablarna medan H_{32} verkar på hela tvärsnittet, precis som den totala axialkraften vid skede 31, F_{31} .

2. Eventuell efterspänningslast, P_i , är en dragkraft som verkar på efterspänningskablarna och appliceras alltid vid skede 1, därmed är den förbestämd till P_1 .

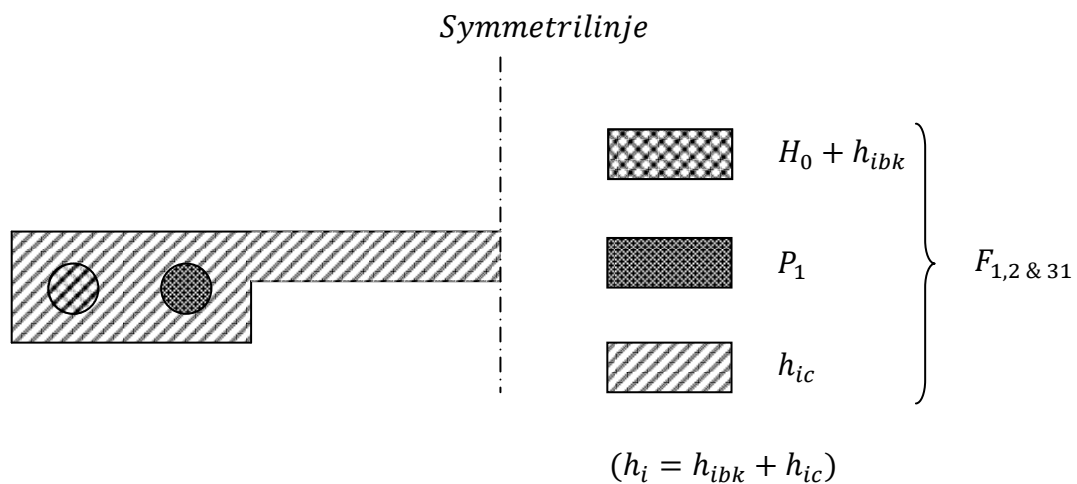
Observera att vid skede 32 är den inbäddad i H_{32} , och någon ny efterspänningslast appliceras inte.

3. Laständring, h_i - som verkar på bärcablar och betongtvärsnitt - varierar i storlek beroende på vad som appliceras vid varje enskilt skede.

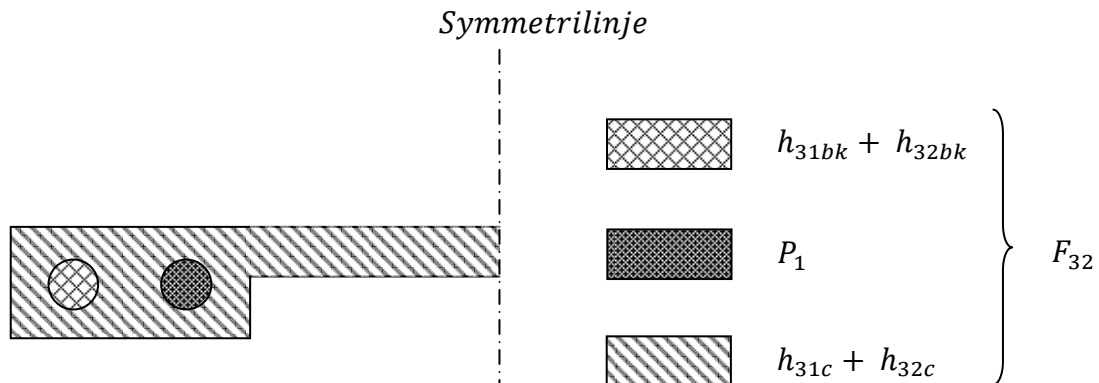
Skede 0 samt definition av tvärsnittet:



Skede 1, 2 & 31:



Skede 32:



Figur 9.2. Den totala axialkraften vid olika skeden är summan av flera laster som verkar på olika delar av tvärsnittet. Figuren illustrerar de laster samt var de verkar.

9.2 Dimensioneringsekvationer av totaldragkraft vid varje skede

Vid skede 0, är det endast bärkablarna som är uppställda med separerade betongelement. Den horisontella dragkraften vid stöden uppkommer endast på grund av utböjningen och egenvikten av betongelementen. Observera att de är ännu inte sammangjutna. Strukturen fungerar som hängkabel och totaldragkraft blir enligt följande.

Den horisontella dragkraften över stöd, vid skede 0:

$$F_0 = H_0$$

Under skede 1 gjuts betongelementen ihop och får samverka. Efterspänningslasten appliceras och medför en förminskad brohöjd. Detta leder i sin tur till en ökad dragspänning, h_1 . Nu är strukturen i form av en efterspänd spännbandsbro och den resulterande lasten blir enligt följande.

Den horisontella dragkraften över stöd, vid skede 1:

$$F_1 = H_0 + P_1 + h_1$$

I nästa process, skede 2, där den nyttiga lasten appliceras tillsammans med hänsyn till temperaturvariation, är det en justering av lasten som verkar längs bron och beräknas enligt till följande.

Den horisontella dragkraften över stöd, vid skede 2:

$$F_2 = H_0 + P_1 + h_2$$

Vid skede 31, beräknas ändringen av lasten i skede 1 med avseende på långtidseffekten. Detta innebär en krympnings- och krympningseffekt som minskar den tryckande lasten som skapades under skede 1. Brohöjden minskas och därav ökas dragkraften i upplagen. Dimensioneringsekvationerna är enligt följande.

Den horisontella dragkraften över stöd, vid skede 31:

$$F_2 = H_0 + P_1 + h_{31}$$

Slutligen beräknas den resulterande kraften vid skede 32, det vill säga när den nyttiga lasten samt temperaturvariationseffekten införs med hänsyn till långtidseffekten. Observera att vid detta läge, tas det fram nytt värde på den initiala dragkraften med avseende på brohöjden - inklusive inbäddad efterspänningslast - H_{32} .

Den horisontella dragkraften över stöd, vid skede 32:

$$F_{32} = H_{32} + h_{32}$$

Skede 32 är normalt det kritiska skedet och kommer att resultera i en maximal dragkraft som verkar på upplaget. Detta med hänsyn till den analytiska metoden med en jämnt fördelad nyttig last över hela bron.

10 Numerisk dimensionering m.h.a. CALFEM

Detta kapitel behandlar den numeriska dimensioneringsmetoden. Den geometriska modellen byggs upp med en finita element metod, som sedan används för att analysera olika lastfall. Programmet som används i denna rapport är MATLAB-CALFEM, men beskrivningen av metoden kommer att göra det möjligt för läsaren att utföra samma analyser med andra finita element program.

10.1 Geometriskutformning

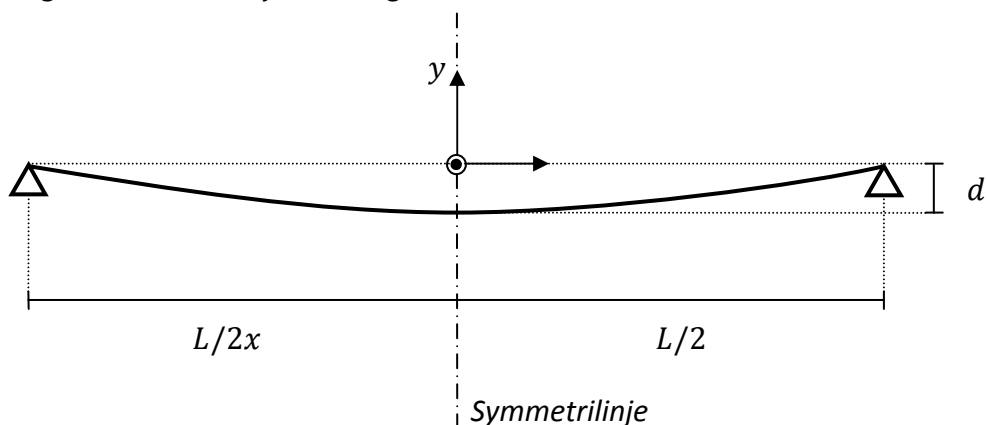
Brons geometri diskuterades i kapitel 2 och 5. Vid en numerisk analys av bron antas brogeometrin vara enligt en andragradskurva. Detta antagande är tillfylles eftersom formen hos en andragradskurva är mycket nära formen hos en kedjekurva när brohöjden är så liten som för en normal spännbandbro. Om brohöjden väljs till ett större värde bör formen för en kedjekurva användas. För djupare information om kedjekurva hänvisas läsaren till annan litteratur (sv.wikipedia.org).

Brons geometri illustreras i Figur 10.1 tillsammans med definition av läget för koordinatsystemets origo. För den valda placeringen av origo blir andragradskurvan enligt ekvation (10.1).

Andragradsekvation för brons utformning:

$$y = -d + d\left(\frac{x}{L/2}\right)^2 \quad (10.1)$$

Brons geometriska utformning:

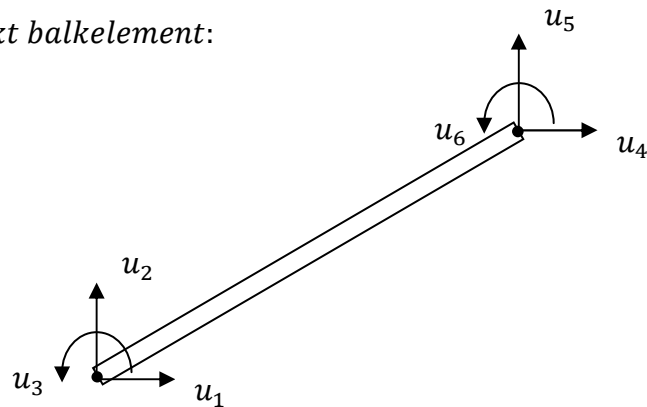


Figur 10.1. Brons geometri i obelastat tillstånd.

10.2 Elementnummer och topologi

En brostruktur med formen av en andragradskurva analyseras med finita element metoden. Det första steg i en sådan analys är uppdelning av brostrukturen i ett stort antal korta raka balkelement, som tillsammans representerar formen av en andragradskurva. Balkelementen har två noder och sex frihetsgrader, se Figur 10.2. Ju fler balkelement som används för representera bron, desto noggrannare beräkningsresultat kan förväntas.

Godtyckligt rakt balkelement:

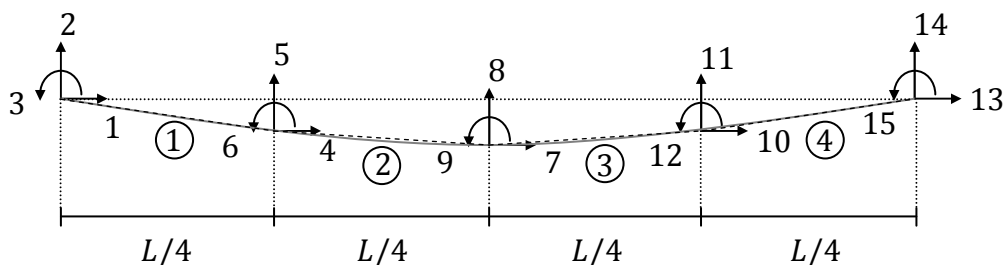


Figur 10.2. Godtyckligt rakt balkelement mellan två noder och sex stycken frihetsgrader.

Utbredda laster appliceras elementvis vid den numeriska analysen. Det är därför lämpligt att välja ett jämt antal element för att lastfall 2 ska kunna undersökas, det vill säga last över halva bron. Vid val av fyra element - som illustreras i Figur 10.3 - ska bronns egentygnd appliceras på alla fyra elementen, medan den nyttiga lasten appliceras endast över element 1 och 2, eller 3 och 4.

Figur 10.3 illustrerar med de streckade raka linjerna hur de raka elementen resulterar i en struktur som efterliknar formen hos en spännbandsbro. Den verkliga andragradsformen hos en spännbandbro är ritad med en grå heldragen linje. Antalet element i illustrationsfiguren är litet, bara fyra. Vid flertalet faktiska tillämpningsberäkningar användes minst 80 element för att representera en bro.

Bron modellerad efter finita element metoden:



Figur 10.3. Bron uppbyggd med hjälp av finita element metoden. Små raka balkar (streckade linjer) kopplas samman och följer geometrin av en spännbandsbro (grå linje i form av en andragradskurva). Figuren illustrerar fyra element. Varje element är mellan två noder med vardera tre frihetsgrader. Observera att där två element delar frihetsgrader är deformationsbeteendet kontinuerligt.

Det är vanligt att använda specifika beteckningar på olika storheter vid användning av finita element program som CALFEM. Några av här aktuella och använda beteckningar presenteras med förklarande text i tabell 10.1.

Tabell 10.1. Definition av beteckningar.

Beskrivning	Beteckningar	Beräkningssätt
<i>Antal element</i>	<i>ne</i>	Önskat värde anges
<i>Antal nodpunkter</i>	<i>non</i>	$ne + 1$
<i>Antal frihetsgrader</i>	<i>ndof</i>	$3(ne + 1)$

10.3 Elementens styvhetsmatriser

I finita elementprogrammet CALFEM används olika funktioner för beräkning av två- och tredimensionella balkelement. Balkelementen är linjärelastiska med deformationsantaganden enligt Bernoulli/Euler. Beräkningar kan genomföras både enligt första och andra ordningens balkteorier. Vid beräkning enligt andra ordningens teori beaktas att normalkraft påverkar balkens böjstyvhet.

I den här rapporten behandlas bron endast i ett tvådimensionellt tillstånd, därav anpassas programmeringen efter tvådimensionella balkelement. Funktionen *beam2e* kan i sådant fall användas för analys av en linjärelastisk struktur enligt första ordningens teori. Styvhetsmatrisen för balkelementet *beam2e* är enligt följande.

Styvhetsmatris för ett element i linjärelastiskt tillstånd (*beam2e*):

$$\bar{K}^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

(Austrell, Dahlblom, Lindemann, Olsson, Olsson, Persson, Petersson, Ristinmaa, Sandberg, Wernberg 2004, s. 5.6-3)

Den analytiska metoden som presenterades i kapitel 7 och 8 är efter andra ordningens teori. Vid en jämförelse bör därför de numeriska beräkningarna även utföras efter andra ordningens teori. Denna teori ger noggrannare resultat som efterliknar verkligheten bättre.

I CALFEM används funktionen *beam2g* för analys av ett tvådimensionellt balkelement enligt andra ordningens teori. Balkens styvhet påverkas i detta fall av normalkraftens storlek, som måste anges som indata. Detta innebär att beräkningen får göras i flera steg om noggrant resultat önskas. I första beräkningen anges en gissad eller uppskattad normalkraft som kan erhållas genom beräkning enligt första ordningens teori. I nästa beräkning kan användas normalkrafter från första beräkningen, osv. Konvergensen är ofta snabb och ofta är det tillräckligt med 2 eller 3 beräkningssteg. Styvhetsmatrisen är således beroende av normalkraftens storlek och är för balkelementet *beam2g* enligt följande.

Styvhetsmatris för ett element i olinjärelastiskt tillstånd (beam2g):

$$\bar{K}^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3}\phi_5 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 & 0 & -\frac{12EI}{L^3}\phi_5 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{4EI}{L}\phi_3 & 0 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{2EI}{L}\phi_4 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3}\phi_5 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 & 0 & \frac{12EI}{L^3}\phi_5 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{2EI}{L}\phi_4 & 0 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{4EI}{L}\phi_3 \end{bmatrix}$$

Vid axiell tryckspänning ($N < 0$):

$$\phi_1 = \frac{kL}{2} \cot\left(\frac{kL}{2}\right) \quad k = \frac{\pi}{L} \sqrt{\rho} \quad \rho = -\frac{NL^2}{\pi^2 EI}$$

$$\phi_2 = \frac{1}{12} \frac{k^2 L^2}{(1 - \phi_1)}$$

$$\phi_3 = \frac{1}{4} \phi_1 + \frac{3}{4} \phi_2$$

$$\phi_4 = -\frac{1}{2} \phi_1 + \frac{3}{4} \phi_2$$

$$\phi_5 = \phi_1 \phi_2$$

Vid axiell tryckspänning ($N > 0$):

$$\phi_1 = \frac{kL}{2} \coth\left(\frac{kL}{2}\right) \quad k = \frac{\pi}{L} \sqrt{-\rho} \quad \rho = -\frac{NL^2}{\pi^2 EI}$$

$$\phi_2 = -\frac{1}{12} \frac{k^2 L^2}{(1 - \phi_1)}$$

$$\phi_3 = \frac{1}{4} \phi_1 + \frac{3}{4} \phi_2$$

$$\phi_4 = -\frac{1}{2} \phi_1 + \frac{3}{4} \phi_2$$

$$\phi_5 = \phi_1 \phi_2$$

(Austrell et al. 2004, s. 5.6-16)

I de numeriska beräkningarna simuleras ibland hela tvärsnittet, som alltid är i drag, och ibland hela tvärsnittet minus efterspänningskablarna. Denna del av tvärsnittet kan vara i både tryck och drag, beroende på lasternas storlek, efterspänningskraftens storlek och brons skede.

10.4 Elementens koordinater och lutning

Uppbyggnaden av elementens koordinater och lutning ska gälla för ett godtyckligt element. Det är nämnt ovan att varje element skiljer sig i lutning och längd, dock är längden i x-riktning den samma för alla element, se Figur 10.3.

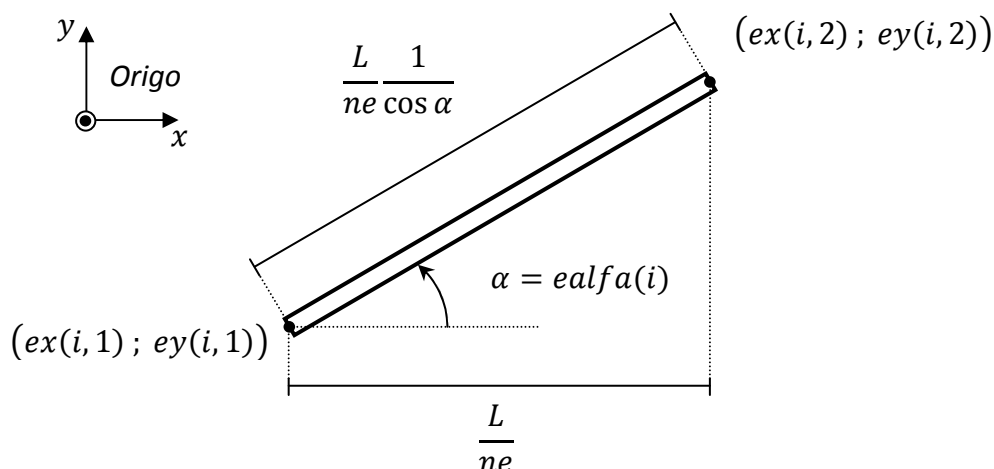
För ett godtyckligt element, i , gäller följaktligen att längden i x-riktning är lika med brons spännvidd dividerat med antal element, ne . Figur 10.4 visar ett godtyckligt element med koordinater, lutning och längd.

10.5 Brons infästning – Fjädrande upplag

Modelleringen av upplagen görs med hjälp av fjädrar med olika styvheter. Vid varje enskild infästning är det tre fjädrar som verkar. De kontrollerar rörelserna av ytternoderna i x-led, y-led och rotationen kring noden. När en fjäders styvhet väljs till ett väldigt litet värde eller noll, innebär det fri rörelse i den riktning som fjädern kontrollerar. För att modellera en fjäder som förhindrar rörelse väljs styvheten till ett stort värde i jämförelse med brons styvhet. Modelleringen av upplagen med fjädrar ger också möjlighet att studera inverkan av eftergivlighet i grundläggningen, det vill säga i brons anfang. Denna eftergivlighet, som beror på de geotekniska förutsättningarna, studeras dock inte i detta arbete.

Spännbandsbron har olika randvillkor vid olika skeden. Vid modellering av skede 0 är upplagen anpassade efter fixlagerinfästning. Fixlager är ett upplag som förhindrar rörelser både i x-led och v-led, dock tillåts fri rotation.

Ett godtyckligt element:



Figur 10.4. Koordinater, lutning och längd av ett godtyckligt element. Observera att längden i x-led är den samma för alla element och därför oberoende av elementnumret i . Vinkeln och elementlängden är dock beroende av i och är olika för varje element.

Efter att de separerade betongelementen placeras över bärcablarna och sammangjuts till en enhet, gjuts bron ihop med fundamenten. Detta resulterar i att randvillkoren går över till upplag av typen fastinspänning. De nya randvillkoren förhindrar även rotation och medför moment vid infästningarna.

Fjädrarnas styvheter definieras av k_x , k_y och k_t för styvhet i x-led, y-led respektive rotation kring infästningsnoden. Storleken på fjäderstyvheter relateras till brons styvhet, för att med en faktorökning bestämma om det tillåts rörelse i upplagen. Om en stor faktorökning väljs förhindras rörelsen i praktiken.

k_x och k_y verkar i brons axiella styvhet, det vill säga EA , medan k_t är en rotationsstyvhet som tar hänsyn till brons böjstyvhet EI . Följande samband - (10.2-4) - definierar fjädrarnas styvheter.

Fjädrarnas styvheter:

$$k_x = \alpha_x \left(\frac{EA}{L} \right) \tag{10.2}$$

$$k_y = \alpha_y \left(\frac{EA}{L} \right) \tag{10.3}$$

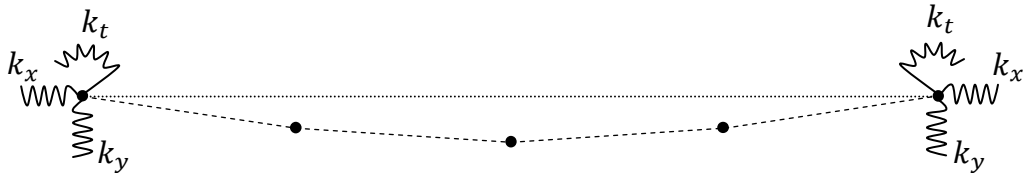
$$k_t = \alpha_t \left(\frac{EI}{L} \right) \tag{10.4}$$

Faktorerna α_x , α_y och α_t anger multiplikationsfaktor för fjädrarnas styvhet i jämförelse med brons styvhet. Under studering av skede 0 ska α_x och α_y väljas till ett stort värde för att förhindra rörelser i x-led och y-led. α_t väljs däremot till 0 för att tillåta rotation. Analys av skede 1, 2, 31 och 32 ska alla tre faktorer väljas till ett högt värde för att förhindra all rörelse och simulera en fastinspänning.

Med ett stort värde på faktorerna α_x , α_y och α_t , menas här 10^6 (eller högre). Testberäkningar visade att detta värde vara tillräckligt högt för att ge helt försummar rörelse i upplagen och samtidigt inte så högt att det började uppstå numeriska beräkningsproblem.

Infästningstyp vid olika skeden:

a) *Modellering av upplagen*



b) *Skede 0 – Fixlager*



c) *Skede 1, 2, 31 & 32 – Fastinspänning*



Figur 10.5. a) Modelleringen av infästningen sker med fjädrar med styvheter i de yttre noderna. För en spännbandbro är fjädrarnas styvhet i x-led och y-led alltid väldigt stora i jämförelse med brons styvhet, för att förhindra rörelser. Fjädrarna som styr rotationer varierar däremot mellan olika skeden.

b) Under skede 0 är infästningen enligt fixlagerprincipen, d.v.s. fri rotation.

c) Under skede 1, 2, 31 & 32 är spännbandsbron fastinspänd, d.v.s. rotation förhindras.

10.6 Applicering av egenviktslast

Tidigare i den analytiska dimensioneringen antogs egentyngheten till en jämnt fördelad last längst horisontalplanet, det vill säga längst x-axeln. Detta på grund av den svaga lutningen av en spännbandbro. Vid den numeriska analysen är det enkelt att applicera egentyngheds-lasten på ett sätt mer likt den verkliga situationen.

Varje element har en jämnt fördelad last som följer elementets lutning och verkar vertikalt längst y-axeln, se Figur 10.6 a). Egentyngheten, q_e , definieras som tyngd per längdenhet precis samma som egenvikten, q_0 , vid den analytiska metoden.

Vidare i den numeriska metoden sammanräknas egentyngheten för varje enskilt element till en punktlast mitt i elementet. Denna punktlast är resultatanten av hela elementets egentynghetslast, se Figur 10.6 b).

Det är intressant att beräkna axiella och vinkelräta laster som uppkommer på grund av egentynghetslasterna. Detta för att senare kunna beräkna normalkrafter och böjmoment i alla element som bygger upp spännbandstrukturen. Framställningssättet av axiellasterna och de vinkelräta lasterna utgår från Figur 10.6 b). Lasten delas in i komponenter som verkar i de valda riktningarna, se Figur 10.6 c).

Lokala koordinater införs för varje element som också är anpassade efter de önskade riktningarna. \bar{x} -axeln är i samma riktning som elementet och \bar{y} -axeln är i en riktning vinkelrät mot elementet. Punktlasterna som verkar i de lokala koordinaterna kan fördelas längst elementet, se Figur 10.6 d). De angivna lasterna i Figur 10.6 härleds här nedan med ursprung från delfigur 10.6 a) till slutliga laster i delfigur 10.6 d).

Omvandlingssteg av egenviktslaster till axiella respektive vinkelräta laster:

Figur 10.6 a) \Rightarrow Fördelad egenviktslast:

$$q_e = A_c q_c + (A_{bk} q_{bk}) \quad [N/m] \quad (\text{Bidraget från betongen är dominerande})$$

Figur 10.6 b) \Rightarrow Egenviktslast samlad till en punktlast:

$$q_e \frac{L}{ne} \frac{1}{\cos \alpha} \quad [N]$$

Figur 10.6 c) \Rightarrow Axiell komponent

$$q_e \frac{L}{ne} \frac{1}{\cos \alpha} \sin \alpha = q_e \frac{L}{ne} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad [N]$$

Figur 10.6 c) \Rightarrow Vinkelrätkomponent

$$q_e \frac{L}{ne} \frac{1}{\cos \alpha} \cos \alpha = q_e \frac{L}{ne} \quad [N]$$

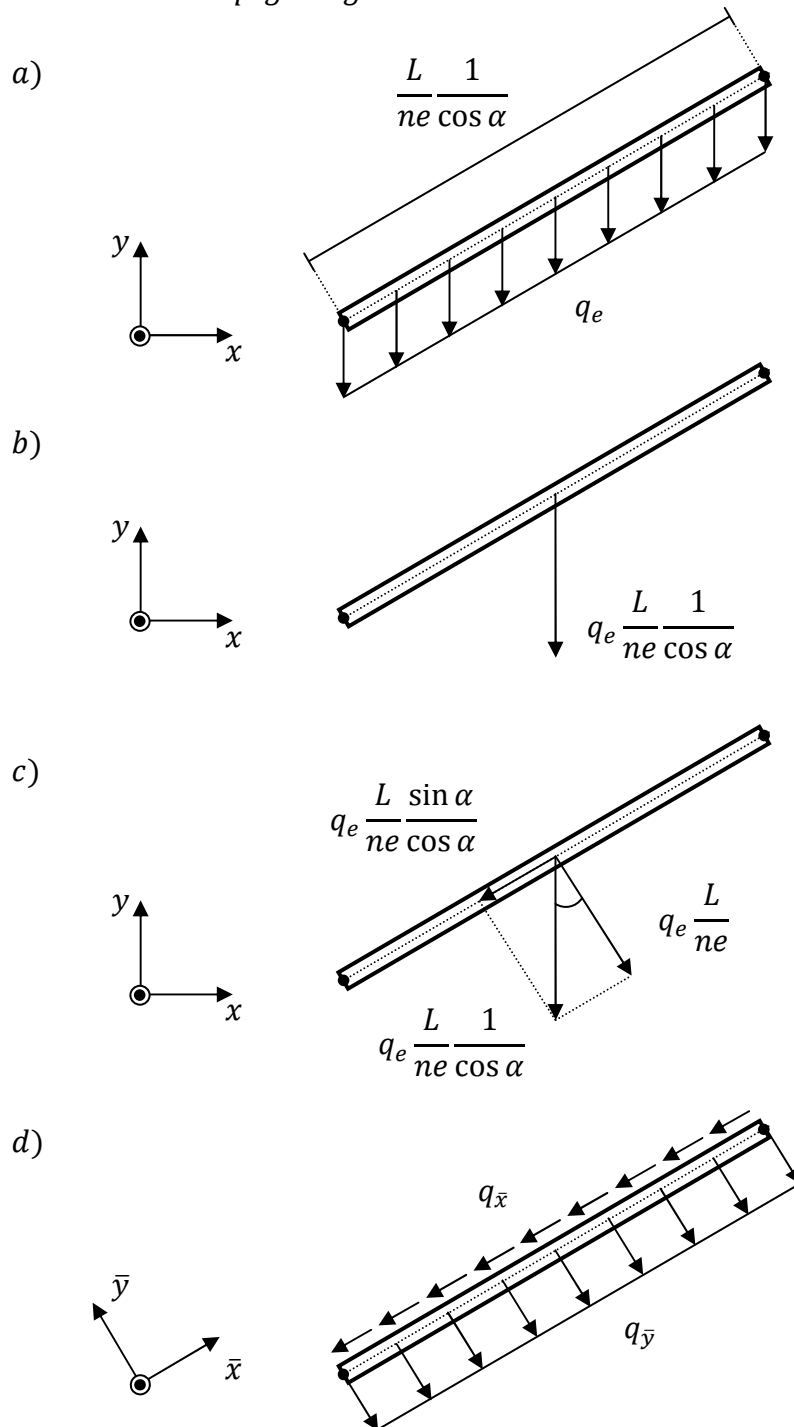
Figur 10.6 d) \Rightarrow Axiell fördelad last:

$$q_x = \frac{q_e \frac{L}{ne} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{L}{ne} \frac{1}{\cos \alpha}} = q_e \sin \alpha \quad [N/m]$$

Figur 10.6 d) \Rightarrow Vinkelrät fördelad last:

$$q_y = \frac{q_e \frac{L}{ne}}{\frac{L}{ne} \frac{1}{\cos \alpha}} = q_e \cos \alpha \quad [N/m]$$

Fördelad last p. g. a. egenvikt:



Figur 10.6. Tillvägagångssätten för omvandling av egentynghlasten från vertikalverkande laster till axiella och vinkelräta laster.

- a) Applicering av egentynghden i den numeriska analysen för ett godtyckligt element.
- b) Från jämnt utbredd last till punktlast.
- c) Komponentuppdelning av punktlasten i b).
- d) Axiella laster och vinkelräta laster anpassade efter lokala koordinater.

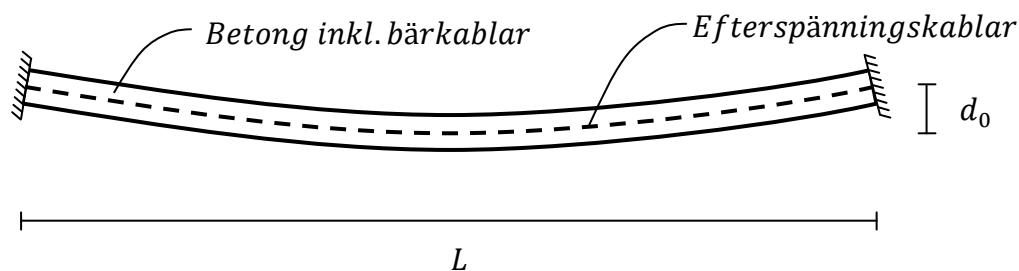
10.7 Applicering av efterspänningslast

Efterspänningen sker vid skede 1 när bron är fast inspänd. Bron har utformningen av en cirkelkrökt balk bestående av fastgjutna bärcablar i betongtvärsnitt med lösa efterspänningskablar.

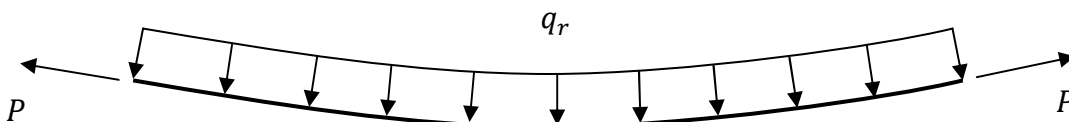
I det tidsskedet när efterspänningskabeln belastas med en draglast, bildas motreaktionskraft i betongen och bärcablarna. På grund av bronns krökta utformning ger efterspänningskabeln en radiellt uppåtriktad last mot betongen, som i sin tur ger tryckande normalkraft i bronns betongdel och därmed även minskad brohöjd. Friläggning av efterspänningen under skede 1 presenteras i Figur 10.7.

Friläggning vid förspänningen i skede 1

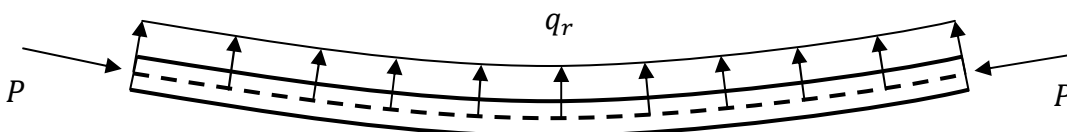
a) *Strukturen fastinspänd vid förspänning:*



b) *Friläggning av efterspänningskablar under efterspänningen:*



c) *Friläggning av betongdelen under efterspänningen:*



Figur 10.7. Efterspänning av cirkelkrökt balk upphängd i upplag av typen fastinspänning.

a) *Strukturen består av två separerade delar, betong med fastgjutna bärcablar och lösa efterspänningskablar.*

b) *Friläggning av efterspänningskablar. Dragkraften resulterar till approximativt jämnt fördelad last vinkelrät mot kabeln och verkar neråt.*

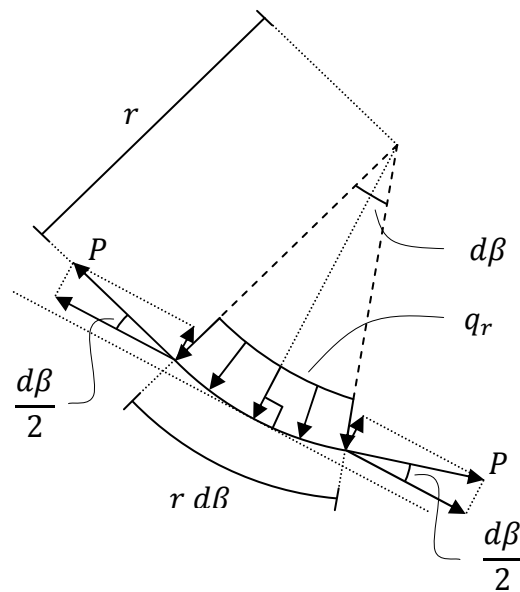
c) *Friläggning av betongdelen. Motreaktionen av b) tas av betongdelen med de fastgjutna bärcablarna och blir tryckt. Brohöjden minskar till följd av motreaktionen av den jämnt fördelade lasten som nu verkar vinkelrät uppåt.*

Lasten q_r i Figur 10.7 har enheten last per meter. Lasten approximeras till en jämnt fördelad last vinkelrät mot kontaktytan mellan efterspänningskablarna och betongen. I själva verket finns friktion mellan materialen och lasten blir därför inte helt jämnt fördelad. Analysen förenklas här genom att anta att inverkan av friktion är försumbar.

Den jämnt fördelade lasten, q_r , är en radiell last som följer en radie som är lika stor som radien för efterspänningskablarna. I det aktuella fallet placeras efterspänningskablarna i mitten av bronns tvärsnitt längst hela spannet och lasten q_r följer därför samma radie som bron har sin utformning efter. Om efterspänningskablarna placeras högre upp i tvärsnittet vid upplagen och längre ner i tvärsnittet mot mitten av spannet, följer lasten q_r en mindre radie.

För att hitta ett samband mellan efterspänningslasten, P , och den jämnt fördelade lasten, q_r , studeras en kort del av efterspänningskabeln från Figur 10.7 b). Snittet friläggs och sambandet visar sig vara beroende av radien för efterspänningskablarna, se Figur 10.8 och härledningen för sambandet nedan.

En kort godtycklig del av efterspänningskabeln



Figur 10.8. Friläggning av en kort godtycklig del av efterspänningskabeln. Figuren används i sin tur för bestämning av sambandet mellan efterspänningslasten, P , och den jämnt fördelade lasten, q_r .

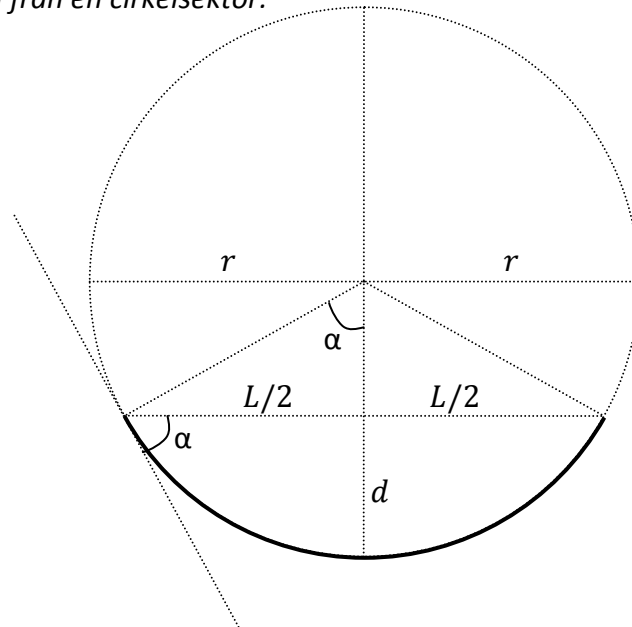
Härledning av sambandet mellan efterspänningslasten, P , och den jämnt fördelade lasten q_r :

$$\uparrow; -q_r r d\beta + 2 P \frac{d\beta}{2} = 0$$

$$r = \frac{P}{q_r} \tag{10.5}$$

Det diskuterades tidigare i kapitel 5.2 hur bröns geometri förhåller sig till en cirkelsektor. Figuren som användes då tas upp återigen här nedan i Figur 10.9. Den ska nu användas för att ta fram ett samband mellan brohöjden d , brolängden L och radien som efterspänningskablarna formar sig efter, r .

Beräkning från en cirkelsektor:



Figur 10.9. Perfekt cirkel för framtagning av sambandet mellan brohöjden d , brolängden L och radien som efterspänningskablarna utformar sig efter r .

Härledning av sambandet mellan brohöjden d , brolängden L och radien som efterspänningskablarna utformar sig efter, r :

$$r^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + t^2$$

$$r^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + (r-d)^2$$

$$r^2 = \frac{L^2}{4} + r^2 - 2rd + d^2$$

$$r = \frac{1}{2d} \left(\frac{L^2}{4} + d^2 \right)$$

$$r = \frac{L^2}{8d} + \frac{d}{2} \tag{10.6}$$

De härledda sambanden i ekvation (10.5) och (10.6) kan sammankopplas och bilda ett samband mellan efterspänningslasten P , den jämnt fördelade lasten q_r , brohöjden d och brolängden L .

Härledning av sambandet mellan efterspänningslasten, P , den jämnt fördelade lasten, q_r , brohöjden, d , och brolängden, L :

$$(10.5) = (10.6) \Rightarrow \frac{P}{q_r} = \frac{L^2}{8d} + \frac{d}{2}$$

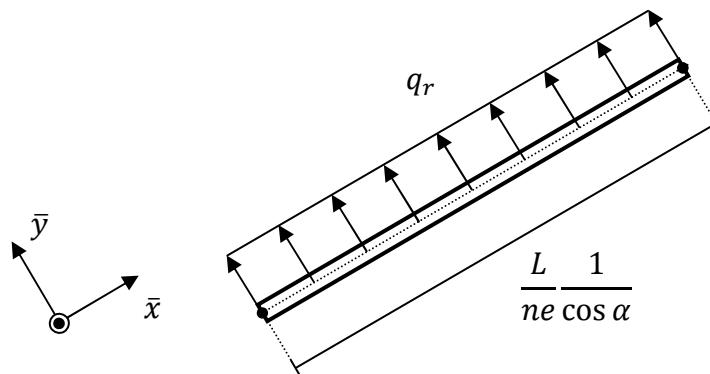
$$q_r = \frac{P}{L} \frac{1}{\frac{1}{8(d/L)} + \frac{(d/L)}{2}}$$

$$q_r = \frac{P}{L} \frac{16(d/L)}{2 + 8(d/L)^2}$$

$$q_r = \frac{P}{L} \frac{8(d/L)}{1 + 4(d/L)^2} \quad (10.7)$$

Sambandet (10.7) används i den numeriska beräkningen vid applicering av efterspänningslasten som en utbredd last vinkelrät längst alla element, se Figur 10.10.

Fördelad last p. g. a. efterspänningen



Figur 10.10. Applicering av efterspänningslasten på ett godtyckligt element med lokala koordinater.

10.8 Applicering av nyttiglast

Vid standard dimensionering väljs alltid den nyttiga lasten till en jämnt fördelad last i horisontalplanet, det vill säga längst den globala x-axeln. Detta gjordes i den analytiska dimensioneringen och görs även i den numeriska metoden.

Tillvägagångssättet har viss likhet med beskrivningen ovan om applicering av egenviktslast, dock med viss modifiering. Varje element har en jämnt fördelad last som är i horisontalplanet och verkar rakt vertikalt, se Figur 10.12 a). Den nyttiga lasten över varje enskilt element, q_{eN} , definieras last per längdenhet, precis som den nyttiga lasten, q_N , i den analytiska metoden.

Den utbredda nyttiga lasten sammanräknas till en punktlast mitt i elementet. Detta sker elementvis för hela strukturen. Figur 10.12 b) visar den nyttiga lasten som en punktlast för ett godtyckligt element.

Precis som vid applicering av egentynghlasten, delas den nyttiga punktlasten till en axiell komponent och en vinkelrät komponent enligt Figur 10.12 c). Lokala koordinater införs sedan för varje enskilt element och de beräknade komponentlasterna fördelas jämnt över elementet. Detta illustreras i Figur 10.12 d).

Figur 10.12 och härledningen nedan är anpassat för utbredd nyttiglast över ett helt element. Lastfall 2 innebär en nyttiglast över halva bron. Modelleringen av lastfallet görs genom att välja vilka element som ska ha ett extra bidrag av den nyttiga lasten. Det är därför bekvämt att elementantalet som bygger upp brostrukturen är ett jämnt tal, som nämnt i delkapitel 10.2. Härledningen av ekvationerna i Figur 10.12 presenteras här nedan.

Omvandlingssteg av nyttiglast till axiella respektive vinkelräta laster:

1. *Figur 10.12 a) ⇒ Fördelad nyttiglast:*

$$q_{eN} = q_N B \quad [N/m] \quad (\text{Där } q_N \text{ är last per area-enhet och } B \text{ är brons bredd})$$

2. *Figur 10.12 b) ⇒ Nyttiglast samlad till en punktlast:*

$$q_{eN} \frac{L}{ne} \quad [N]$$

3. *Figur 10.12 c) ⇒ Axiell komponent:*

$$q_{eN} \frac{L}{ne} \sin \alpha \quad [N]$$

4. *Figur 10.12 c) ⇒ Vinkelrät komponent:*

$$q_{eN} \frac{L}{ne} \cos \alpha \quad [N]$$

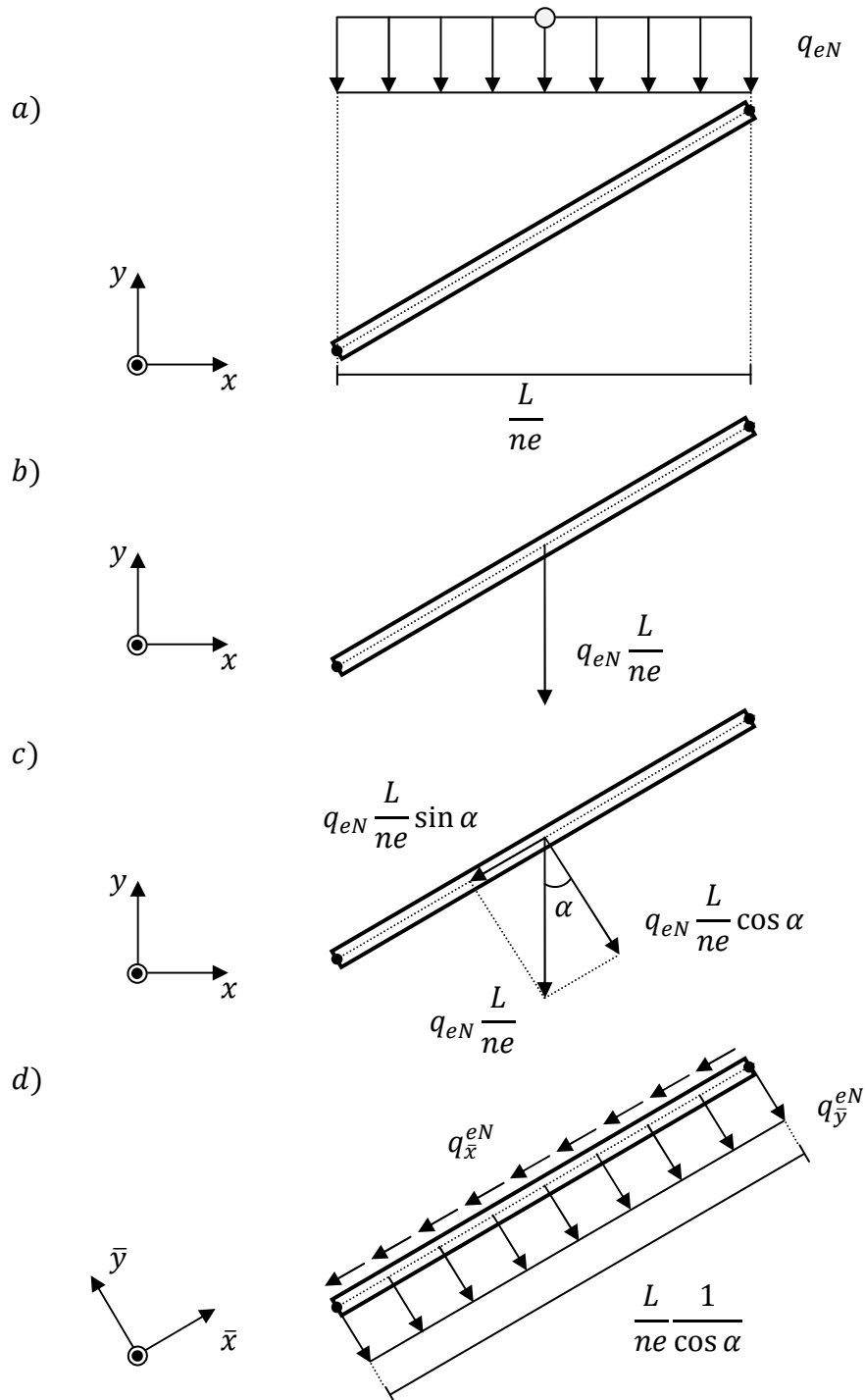
5. *Figur 10.12 d) ⇒ Axiell fördelad last:*

$$q_x^{eN} = \frac{q_{eN} \frac{L}{ne} \sin \alpha}{\frac{L}{ne} \frac{1}{\cos \alpha}} = q_{eN} \sin \alpha \cos \alpha \quad [N/m]$$

6. *Figur 10.12 d) ⇒ Vinkelrät fördelad last:*

$$q_y^{eN} = \frac{q_{eN} \frac{L}{ne} \cos \alpha}{\frac{L}{ne} \frac{1}{\cos \alpha}} = q_{eN} \cos \alpha \cos \alpha \quad [N/m]$$

Fördelad last p. g. a. nyttiglast:



Figur 10.12. Tillvägagångssättet för omvandling av nyttiglast från vertikalt verkande laster till axiella och vinkelräta laster.

a) Applicering av nyttiglast i den numeriska analysen för ett godtyckligt element.

b) Från jämnt utbredd nyttiglast till punktlast.

c) Komponentuppdelning av punktlasten i b).

d) Lokala koordinater med hänsyn till axiella laster och vinkelräta laster

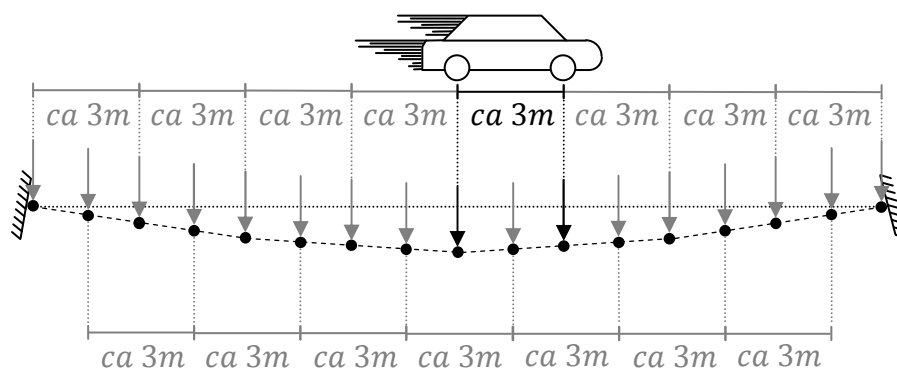
10.9 Applicering av punktlaster

Vid en numerisk analys appliceras punktlaster i noderna. Modelleringen av en bil som passerar över bron görs genom att låta två punktlaster med tre meters avstånd analyseras i olika positioner längst bron.

Det är realistiskt att resonera att bron är fri från annan nyttiglast under tiden som servicebilen kör över bron. De verkande lasterna blir således till en jämnt fördelad egentyningslast som verkar över hela bron, samt de två punktlaster som representerar egentyningen av bilen genom dens drivaxlar.

Positionen av punktlasterna som ger störst utslag för böjmomentet, jämförs med maximala utslaget från de andra studerade lastfallen. Sedan kontrolleras tvärsnittets böjmomentkapacitet med det största framräknade momentet. En kontroll görs även på maximal tryck- respektive dragspänning.

Modellering av en passerande bil



Figur 10.11. Modellering av en bil som passerar över bron. Modellen ovan har fler noder än visat i tidigare illustrationer. Detta för att möjliggöra placeringen av punktlasterna på noder med ca 3 meters avstånd. En modell med fler noder innebär mindre avstånd mellan noderna men punktlasterna ska fortfarande appliceras på ca tre meters avstånd.

10.10 Applicering av last p.g.a. temperaturvariation

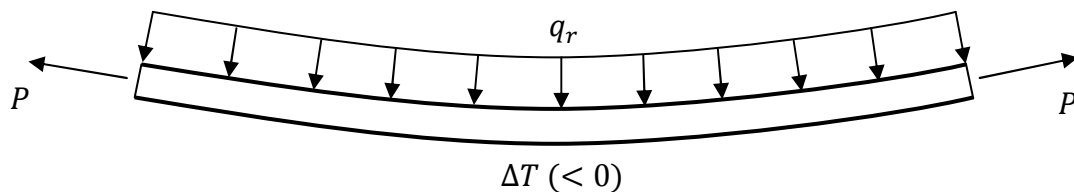
Temperaturvariation skapar en normalkraft i bron som appliceras i skede 2 och även i skede 32. En temperatursänkning medför en dragkraft i strukturen, medan en temperaturhöjning ger en tryckkraft. De temperaturbetingade normalkraftsändringarna uppkommer internt i systemet och påverkar brohöjden.

Analysen görs genom att dela upp temperaturverkan i två olika lastfall. I första fallet verkar en draglast som skapas på grund av temperaturvariationen, men samtidigt förhindras deformation av strukturen. Det skapas en utbredd last som verkar vinkelrät mot brobanan, för att förhindra att den lyfts upp, se Figur 10.13 a).

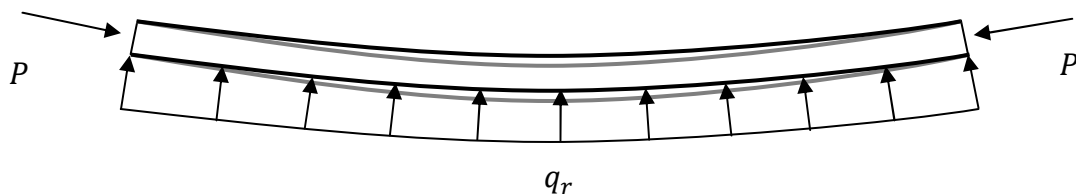
I det andra fallet införs laster som motverkar lasterna i första fallet. De är lika stora, men med motsatt riktning. Deformationen tillåts och bron får en reducerad brohöjd, se Figur 10.13 b). Fallen adderas tillsammans och på så sätt skapas det eftersökta fallet, där lasterna tar ut varandra och kvar blir reduktionen av brohöjden som skapas av temperaturvariationen. Detta illustreras i Figur 10.13 c).

Analys av termisklast vid skede 2 & 32:

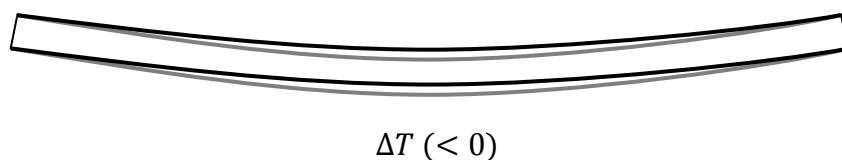
a) *Draglast med förhindrad deformation:*



b) *Motreaktion till den radiella lasten i a) med fri deformation:*



c) *Aktuellt fall:*



Figur 10.13. Effekten av negativ temperaturvariation.

- a) Pålastning som beror på termiskt förhållande, men med förhindrad deformation.
- b) Motreaktionskrafter till a), dock tillåts deformationer i strukturen.
- c) Summan av a) och b) som resulterar till det aktuella fallet.

11 Beräknings samband för dynamisk last

I detta kapitel ska dimensioneringen avse dynamisk rörelse av bron. Precis som vilken brotyp som helst, är även en struktur av typen stress ribbon utsatt för ständiga vibrationer. En spännbandbro utsätts för vibrationer främst på grund av den applicerade nyttiga lasten av gångtrafikanter.

Metoden som redovisas är en analytisk variant som bygger på ekvationer och härledningar i den analytiska dimensioneringen i kapitel 7 och 8.

Diskussion om dimensionering med hänsyn till dynamisk last begränsas här till en metod för beräkning av symmetrisk och antisymmetrisk vertikal egensvängningsfrekvens. Denna frekvens är den första vertikala frekvensen för en gångbro och därmed den lägsta (Cobo del Arco et al. 2001, s. 238). Formulering av kriterier med hänsyn till egenfrekvenser är enligt den nya normen i Eurokod.

11.1 Dimensioneringskriterier

Enligt den gamla normen - Bro 2004 - bör alla gångbroar ha en vertikal egenfrekvens som är över 3,5 Hz. Om frekvensen är under krävs vidare kontroller av vibrationen i brukstillståndet.

Kritiskt intervall för vertikal egenfrekvens enligt Bro 2004 (scribd.com):

$$\omega_1 \leq 3,5 \text{ Hz}$$

Enligt den nya normen - som är anpassad efter Eurokod - är intervallet ändrat till en snävare begränsning av den kritiska frekvensen till värden mellan 1,25 - 2,3 Hz. Om bronns första egenfrekvens är utanför intervallet behöver vidare analyser inte utföras.

För bronns andra egenfrekvens ökas det kritiska intervallet till ett maximalt värde på 4,6 Hz. Intervallen med hänsyn till Eurokod är enligt följande (elsa.jrc.ec.europa.eu).

Kritiskt intervall för vertikal egenfrekvens enligt Eurokod:

$$1,25 \text{ Hz} \leq \omega_1 \leq 2,3 \text{ Hz}$$

Kritiskt intervall för vertikal egenfrekvens m.h.t. 2:a frekvensen enligt Eurokod:

$$1,25 \text{ Hz} \leq \omega_1 \leq 4,6 \text{ Hz}$$

11.2 Samband för beräkning av egensvängningsfrekvenser

Analysen kräver att vibrationsfrekvensen bestäms för det aktuella fallet. Detta uppnås genom studering av en ekvation som beror av tiden.

Grundekvation vid beräkning av vibrationsfrekvens (Cobo del Arco et al. 2001, ss. 238-239):

$$\alpha^2 \frac{d^4 \Delta \bar{w}}{d\bar{x}^4} - (1 + \bar{P}_0 + \bar{h}_0 + \Delta \bar{h}) \frac{d^2 \Delta \bar{w}}{d\bar{x}^2} = - \frac{d^2 \Delta \bar{w}}{d\bar{t}^2} - \Delta \bar{h} \left(1 - \frac{d^2 \bar{w}_0}{d\bar{x}^2} \right) \quad (11.1)$$

$$\bar{t} = \frac{t}{l} \sqrt{\frac{H_0}{m}} \quad (11.2)$$

Där m är egenvikt per längdenhet

Parametern för ökning av horisontallasten, $\Delta \bar{h}$ - enligt ekvation (8.2) - används men dock utan hänsyn till längsgående tröghetseffekter. Ekvationen skrivs om och presenteras här nedan som en ny ekvation (11.3) som säkerställer att antisymmetrisk vibration inte bidrar till ökning av horisontallasten.

Ökning av horisontallasten p.g.a. långtidseffekten vid dimensionering av dynamiskanalys:

$$\Delta \bar{h} = \lambda^2 \int_A^B \Delta \bar{w} d\bar{x} \quad (11.3)$$

Om resonemanget ovan stämmer blir det möjligt att skapa en ekvation för antisymmetrisk vertikal vibrationsfrekvens, ω_n . Ekvationen är presenterad i enhetslös form, men kan enkelt skrivas om till verklig storhet, se ekvationerna (11.4-6).

Antisymmetrisk vertikal vibrationsfrekvens allmänt för hängkabel:

$$\bar{\omega}_n = 2n\pi \frac{\gamma}{\gamma - 2} \sqrt{1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0} \sqrt{1 + \frac{4n^2 \pi^2}{(\gamma - 2)^2}} \quad (11.4)$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0}{\alpha^2}} \quad (11.5)$$

Omvandling av enhetslös ekvation för vibrationsfrekvens:

$$\omega = \frac{\bar{\omega}}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}} \quad (11.6)$$

Ekvation (11.4) kan användas för att uppskatta effekten av böjstyvheten i en hängkabel vid antisymmetrisk vibration. Specifikt för en spännbandbro görs en viss modifiering av ekvationen. Den slutliga ekvationen presenteras nedan, ekvation (11.7).

Antisymmetrisk vertikal vibrationsfrekvens för spännbandbro:

$$\bar{\omega}_n = 2n\pi \frac{1}{1-2\alpha} \sqrt{1 + \frac{4n^2\pi^2\alpha^2}{(1-2\alpha)^2}} \quad (11.7)$$

Observera att om bøjstyvheten försummas - det vill säga att α^2 går mot noll - blir den enhetslösa storheten på vibrationsfrekvensen $2n\pi$.

$$\alpha^2 \rightarrow 0 \Rightarrow \bar{\omega}_n \rightarrow 2n\pi$$

Den presenterade uträkningen gäller alltså för en antisymmetrisk vibration. Det är mer komplext att beräkna den symmetriska vibrationen som uppträder på en spännbandbro. För att beräkna fram en tillräckligt god approximation, kan bøjstyvheten försummas. I detta fall blir strukturen som en kabel och ekvation (11.8) kan användas och resulterar till en symmetrisk vertikal vibrationsfrekvens enligt ekvation (11.9).

Symmetrisk vertikal vibrationsfrekvens för en spännbandbro (utan bøjstyvhet):

$$\tan\left(\frac{f}{2}\right) = \frac{f}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \frac{(1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0)^2}{1 + \bar{q}} \left(\frac{f}{2}\right)^3 \quad (11.8)$$

$$\bar{\omega} = f \sqrt{1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0} \quad (11.9)$$

Alla presenterade ekvationer ger en vibrationsfrekvens i enheten *rad/s*. Det är vanligare att uttrycka vibrationsfrekvens i enheten hertz, *Hz*. Omvandlingen sker genom att dividera med 2π , se sambandet nedan.

Enhetsomvandling av vibrationsfrekvens (en.wikipedia.org):

$$2\pi \text{ rad/s} = 1 \text{ Hz}$$

11.3 Dimensioneringsekvationer

Ekvationerna för dimensioneringen med hänsyn till första frekvensen av vertikal antisymmetrisk vibration och en approximation av symmetrisk vibration presenteras här nedan. Ekvationerna är enligt de samband som presenterades ovan, i avsnitt 11.2.

Frekvenserna ska beräknas med de presenterade ekvationerna vid varje byggskede av brons livstid och sedan kontrolleras mot dimensioneringskriteriet enligt den nya normen, eurokod. Om den beräknade frekvensen är utanför intervallet är det godkänt. I annat fall bör vidare analyser utföras.

11.3.1 Dimensioneringsekvationer av antisymmetrisk vibrationsfrekvens

Enhetslös vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 1:

$$\bar{\omega}_1 = 2\pi \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 2} \sqrt{1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1} \sqrt{1 + \frac{4n^2\pi^2}{(\gamma_1 - 2)^2}}$$

Vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 1:

$$\omega_1 = \frac{\bar{\omega}_1}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

$$m = \frac{q_0 + q_{eb}}{g}$$

Enhetslös vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 2:

$$\bar{\omega}_2 = 2\pi \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 2} \sqrt{1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1} \sqrt{1 + \frac{4n^2\pi^2}{(\gamma_2 - 2)^2}}$$

Vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 2:

$$\omega_2 = \frac{\bar{\omega}_2}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

Enhetslös vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 31:

$$\bar{\omega}_{31} = 2\pi \frac{\gamma_{31}}{\gamma_{31} - 2} \sqrt{1 + \bar{h}_1 + \Delta\bar{h}_{31} + \bar{P}_1} \sqrt{1 + \frac{4n^2\pi^2}{(\gamma_{31} - 2)^2}}$$

$$\gamma_{31} = \sqrt{\frac{1 + \bar{h}_1 + \Delta\bar{h}_{31} + \bar{P}_1}{\alpha^2}}$$

Vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 31:

$$\omega_{31} = \frac{\bar{\omega}_{31}}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

Enhetslös vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 32:

$$\bar{\omega}_{32} = 2\pi \frac{\gamma_{32}}{\gamma_{32} - 2} \sqrt{1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32}} \sqrt{1 + \frac{4n^2\pi^2}{(\gamma_{32} - 2)^2}}$$

Vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 32:

$$\omega_{32} = \frac{\bar{\omega}_{32}}{L} \sqrt{\frac{H_{32}}{m}}$$

11.3.2 Dimensioneringsekvationer av symmetrisk vibrationsfrekvens

Det är även möjligt att beräkna fram en approximerad vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens vid alla skeden. Approximationen innebär att böjstyvheten försummas och beräkningarna utförs enligt följande dimensioneringsekvationer.

Enhetslös vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 1:

$$\bar{\omega}_1 = d_1 \sqrt{1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1}$$

Vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 1:

$$\omega_1 = \frac{\bar{\omega}_1}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

Enhetslös vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 2:

$$\bar{\omega}_2 = d_2 \sqrt{1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1}$$

Vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 2:

$$\omega_2 = \frac{\bar{\omega}_2}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

Enhetslös vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 31:

$$\bar{\omega}_{31} = d_{31} \sqrt{1 + \bar{h}_1 + \Delta\bar{h}_{31} + \bar{P}_1}$$

Vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 31:

$$\omega_{31} = \frac{\bar{\omega}_{31}}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

Enhetslös vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 32:

$$\bar{\omega}_{32} = d_{32} \sqrt{1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32}}$$

Vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 32:

$$\omega_{32} = \frac{\bar{\omega}_{32}}{L} \sqrt{\frac{H_{32}}{m}}$$

12 Sammanfattning av dimensioneringskriterier

Det här kapitlet grundar sig på de normer och beräkningssamband som presenterats tidigare i denna rapport. Innehållet är alla dimensioneringskriterier som behöver beaktas vid en preliminär dimensionering av en spännbandbro.

12.1 Kriteriet om maximal lutning vid skede 0

För att säkerställa god bekvämlighet för bronns brukare, bör lutningen vid skede 0 inte överskrida 8 % ($\approx 4,57^\circ$) i någon del av bron. Det är när bron är belastad med endast egentygnd (Stráský 2006, s. 6).

Dimensioneringskriteriet om maximal lutning (skede 0):



Figur 12.1. Dimensioneringskriteriet om maximal lutning som gäller endast vid skede 0, då bron är belastad med enbart egentygnd.

Förenklat i denna rapport beaktas kravet om maximal lutning på 8 % genom det alternativa kravet att brohöjden får vara högst $L/50$ (Cobo del Arco et al. 2001, s. 237).

Approximerat dimensioneringskriterium om maximal lutning (skede 0):



Figur 12.2. Approximerat dimensioneringskriterium om maximal lutning, vid skede 0.

Det approximerade dimensioneringskriteriet anses vara tillräckligt noggrant, eftersom bron har liten brohöjd. Den maximala lutningen uppkommer vid upplagen.

12.2 Kontroll av maximal dragspänning i bärkablarna

Maximal dragspänning i bärkablarna uppkommer i skede 0, då de ensamma svarar för hela bärförmågan. Normalkraften är i dragläge och är väldigt hög. Bärkablarna dimensioneras för att klara av den verkande dragspänningen. Dimensioneringen enligt Eurokod innebär kontroll att den dimensionerande normalkraften i ett godtyckligt snitt inte ska överskrida dragkraftskapacitet. Den dimensionerande normalkraften är den totala kraften som verkar på bärkablarna. Observera att i skede 0, är H_0 den totala dimensionerande normalkraften i bärkablarna.

Kontroll av maximal dragkraft i bärcablarna:

$$H_0 = N_{Ed} \leq N_{t.Rd}$$

$$N_{t.Rd} = \frac{f_{y.bk} A_{bk}}{\gamma_{M0}}$$

$$f_{yd.bk} = \frac{f_{y.bk}}{\gamma_{M0}}$$

Där N_{Ed} är den dimensionerande normalkraften och $N_{t.Rd}$ är tvärsnittets dragkraftskapacitet (Isaksson et al. 2010, s. 39).

För att minimera risken för fenomenen relaxation och utmattning att uppträda, bör endast 40 % av stålkapaciteten användas (Cobo del Arco et al. 2001, s. 239). Detta bör beaktas i kontrollen ovan. En modifiering görs också för att kontrollera bärcablarna efter spänning istället för kraft. Detta resulterar i följande kontroll som används i denna rapport.

Kontroll av maximal dragspänning i bärcablarna m.h.t. relaxation och utmattning:

$$\sigma_{0bk} \leq f_{yd.bk}$$

$$\sigma_{0bk} = \frac{H_0}{A_{bk}}$$

$$f_{0,40yd.bk} = \frac{0,4 f_{y.bk}}{\gamma_{M0}}$$

Sambandet ovan kontrollerar den verkande normalspänningen mot bärcablarnas normalkapacitet. Kablarna kan även belastas under tryckspänning i skede 1. Om det tryckta elementet är i tvärsnittsklass 1-3, blir ekvationerna vid tryckspänningskontroll samma och materialet stål har lika stor kapacitet i tryckt tillstånd. Tryckspänningen som skapas på bärcablarna under brons livstid är betydligt mindre än dragspänningen som uppträder i skede 0, därför behövs inga vidare kontroller av bärcablarna.

12.3 Kontroll av maximalt böjmoment i betongen

Efter att ha analyserat böjmomenten i alla skeden och även för de olika lastfallen, ska det maximala böjmomentet jämföras med betongens böjmomentkapacitet enligt Eurokod.

I den här rapporten göres kontrollen under antagandet om betongtvärsnittet är underarmerat. Det innebär att tvärsnittet är lätt att dimensionera för att klara det böjmoment som uppträder, samtidigt som den positiva effekten av ett underarmerat tvärsnitt uppnås.

Effekten av ett underarmerat tvärsnitt innebär att det inte uppstår ett sprött brott i betongen, utan armeringen hinner flyta och når sin sträckgräns innan/samtidigt som

betongen stukas till brott. Effekten resulterar i att sprickor bildas tidigt innan brott och därmed hinner åtgärdas (kth.diva-portal.org).

Preliminär böjmomentkapacitet efter Eurokod (Isaksson et al. 2010, s. 95):

$$\omega \leq \omega_{bal}$$

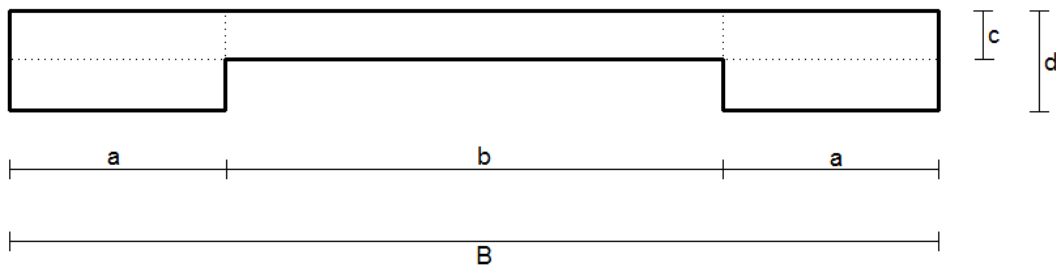
$$\bar{m} = \frac{M_{max}}{2 a d^2 f_{cd}} = \omega(1 - 0,5\omega) \rightarrow$$

$$\rightarrow \omega = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{M_{max}}{a d^2 f_{cd}}}$$

$$\omega_{bal} = 0,8 \frac{\varepsilon_{cu} E_s}{f_{yd} + \varepsilon_{cu} E_s}$$

Där a och d är enligt Figur 12.3. Om förhållandet ovan är lika, innebär det att tvärsnittet har balanserad armering. Om förhållandet däremot är mindre är tvärsnittet underarmerat.

Brons tvärsnitt i förenklad form:



Figur 12.3. Ett vanligt tvärsnitt för en spännbandbro

12.4 Kontroll av maximal tryckspänning i betongen

Betong är ett material som klarar av tryckspänningar väldigt bra. En kontroll bör ändå utföras vid varje skede, förutom skede 0, eftersom där är betongen obelastad. Observera att bidraget från momentet kan ge ett betydande bidrag till tryckspänningen, därför bör bidraget tas in i beräkningarna.

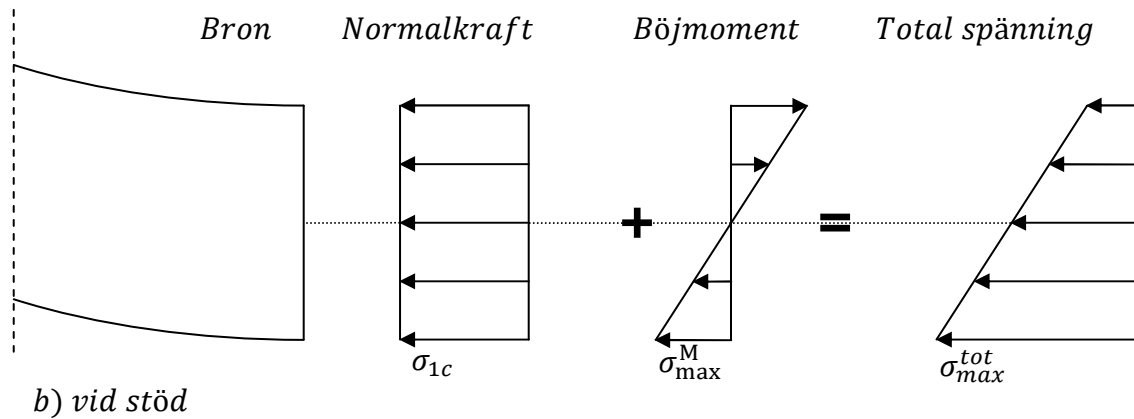
Den tryckande normalspänningen i betongen orsakad av normalkraft är lika stor över hela tvärsnittet. Böjmomentet ger däremot linjärt varierande spänning med noll spänning vid tvärsnittets mekaniska tyngdpunkt. Vid den förenklade preliminära dimensioneringen - som presenteras i denna rapport - antages denna tyngdpunkt ligga på avståndet $d/2$ från tvärsnittets undre kant, där d är tvärsnittshöjden.

Se Figur 12.4 där det illustreras att böjmomentet är negativt i mitten av bron och blir positivt nära infästningen. Detta är typiskt för en spännbandbro. Kontrollen som görs avser maximal total tryckspänning, därför bör hänsyn tas till maximal verkan av böj-

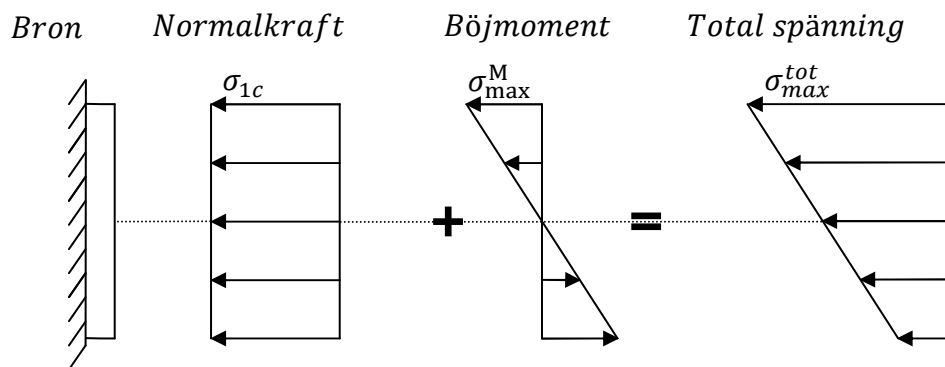
momentet - vare sig det är positivt eller negativt - eftersom det som eftersöks är största bidraget till tryckspänningen. Det är inte relevant i denna rapport om den maximala tryckspänningen verkar i överkant eller underkant, eftersom kontrollen avser endast betonghållfastheten i tryckt tillstånd.

Total spänning på brons tvärsnitt:

a) mitten av spannet



b) vid stöd



Figur 12.4. Illustration över hur bidragen från momentet och tryckande normalkraft adderas till tryckspänningen i tvärsnittet.

a) Med ett negativt böjmoment som inträffar i mitten av spannet.

b) Med ett positivt böjmoment som inträffar vid infästningen av bron.

Observera att böjmomentet inte påverkas av normalspänningen från normalkraften. Detta kan förklaras genom att göra en enkel momentjämvikt kring centrumpunkten i Figur 12.4.

Vid skede 0 är betongen helt fri från spänningar, det vill säga $h_{0c} = 0$. Med appliceringen av efterspänningslasten vid skede 1, skapas en trycklast h_1 som hanteras främst av betongtvärsnittet. En liten del tas av bärcablarna, eftersom vid detta läge har även de en axiellstyvhet i tryckt tillstånd. Fördelningen av lasten h_1 , görs genom andelsberäkning av bidraget till brons totala axiella styvhet från betongen respektive bärcablarna. Nedan presenteras den fördelning av trycklasten som tas av betongdelen vid skede 1. I fortsättningen av detta delkapitel kommer skede 1 att diskuteras, men samma metod kan användas i skede 2 och de olika lastfallen.

Maximal trycklast som tas av betongdelen (Cobo del Arco et al. 2001, s. 236):

$$h_{1c} = \frac{E_c A_c}{E_c A_c + E_{bk} A_{bk}} h_1$$

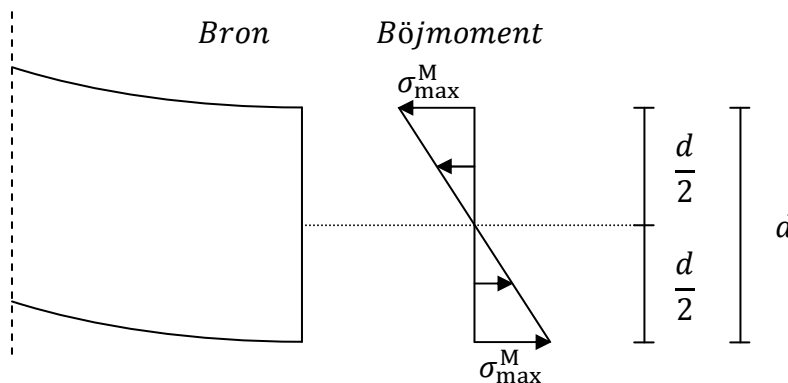
Den beräknade tryckkraften h_{1c} , är enbart normalkraften som illustreras i Figur 12.4. Bidraget från böjmomentet adderas genom att räkna om böjmomentet till spänning. Detta görs genom att använda följande ekvation.

Omvandling av böjmoment till spänning (Isaksson et al. 2010, s. 143):

$$\sigma = \frac{M_y y}{I_y}$$

M_y och I_y är böjmomentet respektive yttröghetsmomentet i det analyserade snittet. Parametern y är avståndet från neutrala axeln till punkten där spänningen skall beräknas. I det aktuella fallet är det maximala utslaget längst ner i underkant eller alternativt högst upp i tvärsnittet. Vilket det än är, blir parametern y lika med halva tvärsnittshöjden, det vill säga $d/2$, där d är enligt Figur 12.3. Detta gäller eftersom den neutrala axeln approximeras till mitten av tvärsnittet.

Position av maximal böjmomentsspänning:



Figur 12.5. Illustration över var den maximala böjmomentsspänningen inträffar.

Den maximala böjmomentsspänningen adderas till normalkraftspänningen som verkar på brons betongtvärsnitt. Observera att böjmomentsspänningen verkar bara på betongdelen, inte på bärkablarna, därför ska den inte fördelas. Den totala summan av spänningar som verkar på betongen kontrolleras mot betongens tryckhållfasthet.

Kontroll av maximal tryckspänning som tas av betongdelen:

$$\sigma_{max}^{tot} \leq f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_C}$$

$$\sigma_{max}^{tot} = \sigma_{1c} - \sigma_{max}^M$$

$$\sigma_{1c} = \frac{h_{1c}}{A_c}$$

$$\sigma_{max}^M = \frac{M_y \left(\frac{d}{2}\right)}{I_y}$$

12.5 Kontroll av maximal dragspänning i betongen

Betong är ett känsligt material vid dragpåkänningar. Det mest kritiska skedet är dock under skede 32, eftersom betongen blir svagare på grund av långtidseffekterna krypning och krympning.

Figur 12.5 illustrerar spänningarna när betongtvärsnittet belastas med dragande normalkraft. Dessa är vanligtvis väldigt små jämfört med tryckspänningarna som diskuterades i delkapitel 12.4. Momentet är fortfarande negativt i mitten av spannet och positivt vid infästningen.

Maximal total dragspänning som beräknas från alla studerade lastfall och med hänsyn till långtidseffekter, skall kontrolleras mot dragkapacitet för den valda betongen. Detta görs enligt Eurokod med följande ekvationer.

Kontroll av maximal dragspänning som tas av betongdelen:

$$\sigma_{max}^{tot} \leq f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_c}$$

$$\sigma_{max}^{tot} = \sigma_{ct} + \sigma_{max}^M$$

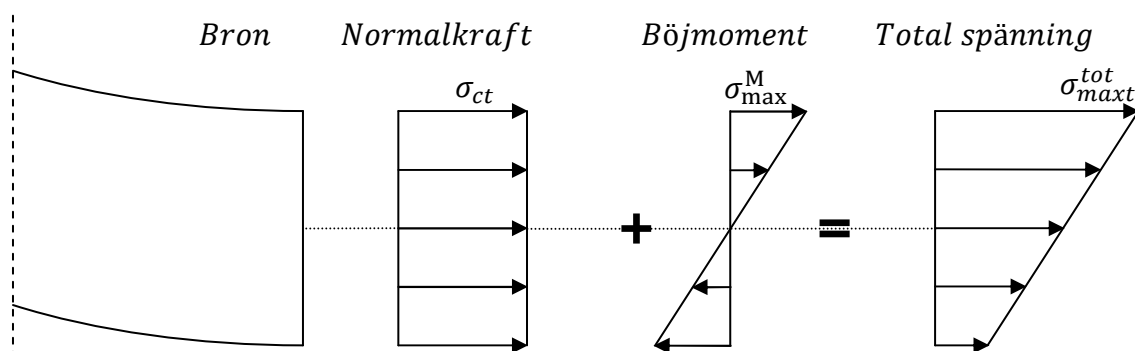
$$\sigma_{ct} = \frac{h_{ct}}{A_c}$$

$$\sigma_{max}^M = \frac{M_{y \max} \left(\frac{d}{2}\right)}{I_y}$$

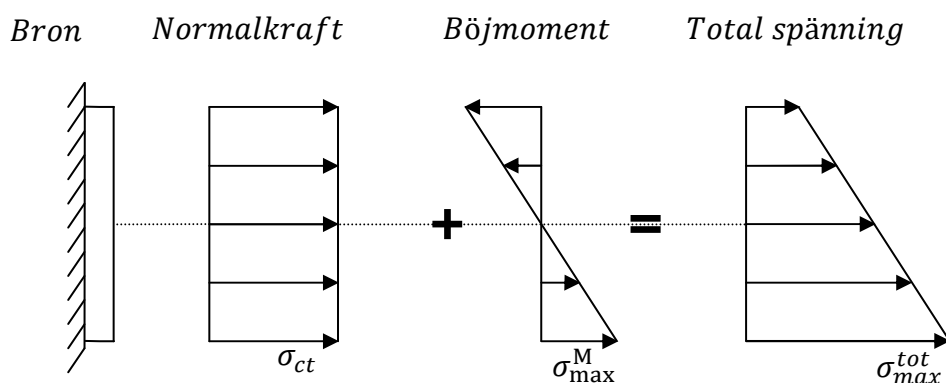
Observera att vid den analytiska dimensioneringen, där en jämnt fördelad nyttig last analyseras över hela bron uppstår bara små böjmoment. Vid analys av osymmetrisk lastapplicering - till exempel lastfall två med nyttig last över halva bron - kan det däremot uppstå betydande böjmoment som starkt påverkar tryck- och dragspänningarna.

Total spänning på brons tvärsnitt:

a) mitten av spannet



b) vid stöd



Figur 12.5. Illustration över hur bidragen från momentet och dragande normalkraft adderas till dragspänningen i tvärsnittet.

a) Med ett negativt böjmoment som inträffar i mitten av spannet.

b) Med ett positivt böjmoment som inträffar vid infästningen av bron.

12.6 Frekvensdimensioneringskriterier

Brons egenfrekvens ska vara utanför ett specifikt frekvensintervall. Intervallet anger frekvenser som uppkommer på grund av laster från till exempel en person som går eller springer. Detta för att de inte ska adderas och skapa farliga svängningar. Intervallet som ska undvikas enligt Eurokod är följande.

Kritiskt intervall för vertikal egenfrekvens enligt eurokod:

$$1,25 \text{ Hz} \leq \omega_1 \leq 2,3 \text{ Hz}$$

Kritiskt intervall för vertikal egenfrekvens m.h.t. 2:a frekvensen enligt eurokod:

$$1,25 \text{ Hz} \leq \omega_1 \leq 4,6 \text{ Hz}$$

I den här rapporten används analytiska ekvationer för att beräkna första egenfrekvensen. Om det beräknade värdet hamnar över intervallet, är bron godkänd med avseende på frekvensdimensionering. Hamnar värdet under intervallet är det godkänt vid den första egenfrekvensanalysen.

En eventuell undersökning av andra frekvensen skulle resultera i ett högre värde. Om första frekvensen är under intervallet, skulle andra frekvensen troligtvis hamna inom intervallet. Detta innebär att vidare frekvensanalys måste utföras innan bron byggs. Andra frekvensen har dock inte visat sig uppträda i den här typen av broar (elsa.jrc.ec.europa.eu).

13 Dimensioneringsexempel

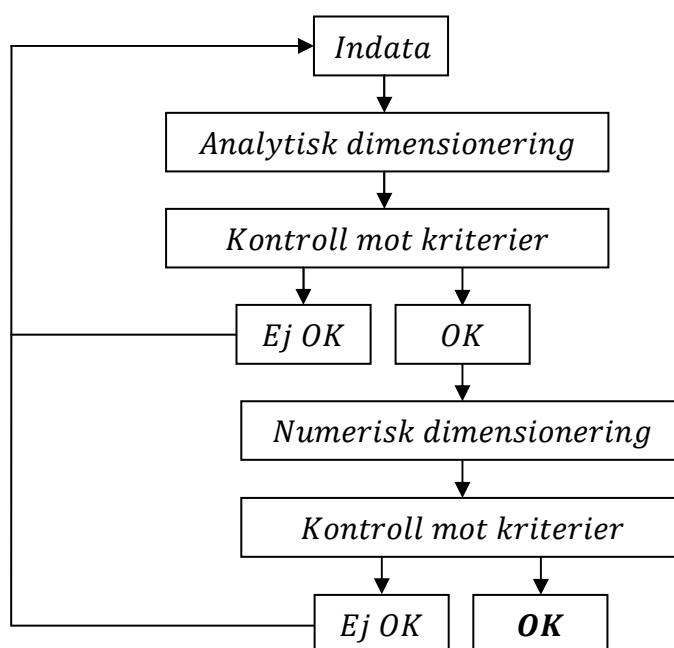
I detta kapitel ska en bro - med spannlängd på 80,0 m - dimensioneras med den analytiska metoden som presenterades i de föregående kapitlen. Sedan ska samma förutsättningar analyseras med den numeriska metoden i finita elementprogrammet CALFEM. Vid de numeriska beräkningarna analyseras även fler och mera komplicerade lastfall. Beräkningsresultaten för de olika lastfallen kontrolleras mot kriterierna som sammanfattades i kapitel 12.

13.1 Dimensioneringsgång

Presentationen kommer att börja med ingångsdata som bestäms av konstruktören. Det är allt från brons utformning till materialval. Dessa indata ska sedan användas i de olika ekvationerna som ingår i en analytisk preliminär dimensionering av den här typen av broar. Om kriterierna inte uppfylls, väljs nya indatavärden som till exempel större tvärsnitt eller bättre kvalitet på betong och stålkablar.

När den analytiska dimensioneringen godkänns mot kriterierna enligt kapitel 12, analyseras samma bro i CALFEM med olika lastfall. De avgörande beräkningsresultaten från lastfallen kontrolleras igen mot normen. Om den överskrids krävs nya dimensioner hos tvärsnittet eller alternativt högre kvalitet på betongen och/eller stålet i kablarna. Dimensioneringsgången illustreras i Figur 13.1 nedan.

Dimensioneringsgång:



Figur 13.1. Dimensioneringsprocessen som presenteras och används i den här rapporten.

Dimensioneringsgången kan skrivas under fyra punkter enligt följande:

1. Bestäm spännvidd och brobredd efter förutsättningar och önskemål från beställaren. Spännvidden genererar brohöjd i skede 0 enligt bestämmelser om maximal lutning.
2. Välj till en början ett enkelt rektangulärt tvärsnitt och beräkna tvärsnittsarean. Bestäm betongkvalitet, till exempel C40/50. Detta kommer att fastställa bärkablarnas area. Välj även en förbestämd efterspänningslast, till exempel 20 MPa, som fastlägger efterspänningskablarnas area.
3. Den tvärsnittshöjd som i punkt 2 gav bäst resultat analyseras med olika efterspänningslaster.
4. Prova sedan att ändra utformning på tvärsnittet till en form som liknar Figur 12.3.
5. Undersök olika betongkvalitet och ta reda på om det förbättrar resultaten.

13.2 Indata för dimensionering

All indata som behövs för dimensionering med den beskrivna metoden kommer i detta kapitel att redovisas i tabellform. Dessa används i beräkningar som redovisas i appendix 1. Resultaten presenteras i senare delar av kapitel 13. De viktigaste resultaten är brohöjder, maximalt böjmoment, maximal tryck- och dragspänning i betong och stålklar som i sin tur ska ligga inom de ramar som ges av normen.

Lasten som uppstår på grund av temperaturvariationen bestäms genom att studera sambandet mellan temperatur och töjning. I en preliminär dimensionering kan temperaturvariationen väljas till en temperaturreducering på 10 °C. Detta medför en krympning i betongen som skapar dragspänningar i strukturen. Den termiska expansionskoefficienten kan väljas till $\alpha_T = 10 \times 10^{-6} \text{ m}/(\text{m}^\circ\text{C})$ för hela tvärsnittet, det vill säga både betong- och ståltvärsnitt (Crocetti, Björnsson 2011, s. 16).

Tabell 13.1. Spanndimensioner.

Storheter	Beteckningar	Storlek
<i>Spannlängd</i>	<i>L</i>	80,0 m
<i>Brobredd</i>	<i>B</i>	5,00 m
<i>Asfaltsbredd</i>	<i>B_{asf}</i>	5,00 m
<i>Asfaltshöjd</i>	<i>H_{asf}</i>	0,0400 m

Tabell 13.2. Tvärsektionsdimensioner.

<i>Dim. enligt fig. (12.3)</i>	<i>Storlek</i>
<i>a</i>	2,50 m
<i>b</i>	0 m
<i>c</i>	0 m
<i>d</i>	0,400 m

Tabell 13.3. Laster.

<i>Storheter</i>	<i>Beteckningar</i>	<i>Storlek</i>
<i>Betonglast</i>	q_c	25,0 kN/m ³
<i>Asfaltslast</i>	q_{asf}	25,0 kN/m ³
<i>Last från säkerhetsräcke</i>	q_{sr}	0,500 kN/m
<i>Nyttiglast</i>	q_N	4,00 kN/m ²

Tabell 13.4. Temperaturtermer.

<i>Storheter</i>	<i>Beteckningar</i>	<i>Storlek</i>
<i>Temperaturvariation</i>	ΔT	-10,0 °C
<i>Expansionskoefficient</i>	α_T	1,00 × 10 ⁻⁵ m/(m°C)

Tabell 13.5. Typ av bärkablar.

<i>Storheter</i>	<i>Beteckningar</i>	<i>Storlek</i>
<i>Elasticitetsmodul</i>	E_{bk}	2,00 × 10 ¹¹ Pa
<i>Sträckgräns</i>	f_{ybk}	1,90 × 10 ⁹ Pa
<i>Bärförmåga</i>	γ_{M0}	1,00
<u>1st bärkabel</u>		
<i>Antal strands</i>	-	24st
<i>Area av en strands</i>	-	1,40 × 10 ⁻⁴ m ²
<i>Total area</i>	A_{1bk}	3,36 × 10 ⁻³ m ²

Tabell 13.6. Typ av efterspänningskablar.

Storheter	Beteckningar	Storlek
Elasticitetsmodul	E_{ek}	$2,00 \times 10^{11} Pa$
Sträckgräns	f_{yek}	$1,70 \times 10^9 Pa$
Bärförmåga	γ_{M0}	1,00
<u>1st efterspänningskabel</u>		
Antal strands	-	19 st
Area av en strands	-	$1,40 \times 10^{-4} m^2$
Total area	A_{1ek}	$2,66 \times 10^{-3} m^2$

Tabell 13.7. Typ av betong - C40/50.

Storheter	Beteckningar	Storlek
Elasticitetsmodul	E_c	$35,0 \times 10^9 Pa$
Karakt. tryckhållfasthet	f_{ck}	$40,0 \times 10^6 Pa$
Karakt. draghållfasthet	$f_{ctk0,05}$	$2,50 \times 10^6 Pa$
Säkerhetsparameter	α_{cc}	1,00
Säkerhetsparameter	α_{ct}	1,00

Tabell 13.8. Efterspänningskraft.

Storheter	Beteckningar	Storlek
Efterspänningskraft (efter initiella förluster)	P_1	$20,0 \times 10^6 N$

Tabell 13.9. Långtidsparametrar.

Storheter	Beteckningar	Storlek
Krypningskoefficient	φ	1,80
Åldringsparameter	χ	0,800
Total krympning	ε_{cs}	$-2,50 \times 10^{-4} m/m$

Tabell 13.10. Termer vid vibrationsfrekvensberäkningar.

Storheter	Beteckningar	Storlek
<i>Heltal (anger frek. ord)</i>	<i>n</i>	1,00
<i>Gravitation</i>	<i>g</i>	9,81 m/s ²

13.3 Sammanfattning av resultat från den analytiska metoden

De beräknade storheterna som beskriver händelseövergångarna i de olika skedena presenteras i detta delkapitel. Det ger en lättare möjlighet att direkt jämföra hur den horisontella dragkraften vid upplagen varierar, hur momentet vid stöd samt i mittnittet av bron förändras och hur nedböjningen i mitten av bron varierar. Även några andra storheter presenteras, se Tabell 13.11. Observera att skede 32 bygger på skede 31, medan skede 1, 2 och 31 har initialläget i skede 0.

Tabell 13.11. Sammanfattning av resultat.

Storheter	Beteckn.	Skede 0	Skede 1	Skede 2	Skede 31	Skede 32
<i>Initiell normalkraft</i>	<i>H [MN]</i>	25,0	25,0	25,0	25,0	37,4
<i>Efterspännings – kraft</i>	<i>P [MN]</i>	0	20,0	20,0	20,0	0
<i>Ändring i normalkraft</i>	<i>h [MN]</i>	0	–13,1	–3,02	–7,63	11,0
Total normalkraft	ΣF [MN]	25,0	31,9	42,0	37,4	48,4
<i>Utböjning i mitten av spannet</i>	<i>w^(1/2) [m]</i>	0	–0,144	–0,116	–0,348	0,0469
<i>Slutlig brohöjd</i>	<i>d [m]</i>	1,60	1,46	1,48	1,25	1,30
<i>Spänning i betong</i>	<i>σ_c [MPa]</i>	0	–5,96	–1,38	–1,89	2,94
<i>Spänning i bärkablar</i>	<i>σ_{bk} [MPa]</i>	744	710	736	–	–
<i>Moment i mitten av spannet</i>	<i>M^(1/2) [kNm]</i>	0	–230	–177	–158	–90,9
<i>Moment vid stöd</i>	<i>M(0) [kNm]</i>	0	1470	1330	1831	1290
<i>Symetrisk vibrationsfrek.</i>	<i>ω_{sym} [Hz]</i>	–	0,217	0,253	0,202	0,238
<i>Antisymetrisk vibrationsfrek.</i>	<i>ω_{anti} [Hz]</i>	–	1,20	1,22	1,27	1,39

13.4 Numerisk dimensioneringsmetod

Den numeriska metoden utförs med hjälp av finita element programmet CALFEM. Metoden beskrevs i kapitel 10. Långtidseffekterna som användes i den analytiska metoden är för komplexa för att införas i den numeriska metoden. I denna rapport kommer därför den numeriska metoden enbart hantera belastning under korttid.

Den numeriska metoden är programmerad både med första och andra ordningens teori. Den linjära första ordningens teori ger ett riktvärde på hur stor axiellast som ska appliceras vid den olinjära andra ordningens teori.

För att kontrollera programmeringen i CALFEM, görs en jämförelse av samma förutsättningar och lastfall som analyserades med den analytiska metoden. Detta sammanfattas i Tabell 13.12. Observera att alla värden är från beräkningar med initialläget i skede 0. Värden som presenteras i Tabell 13.12 under den numeriska metoden beräknas i kapitel 13.4.1-3.

Tabell 13.12. Jämförelse av analytiska metoden med den numeriska metoden. Lastfallet är en jämnt fördelad last över hela bron.

<i>Metod</i>	<i>Storheter</i>	<i>Skede 0</i>	<i>Skede 1</i>	<i>Skede 2</i>
<i>Analytisk</i>	ΣF [MN]	25,0	31,9	42,0
<i>Numerisk 1: a</i>	ΣF [MN]	25,0	28,9	38,8
<i>Numerisk 2: a</i>	ΣF [MN]	25,0	31,9	42,0
<hr/>				
<i>Analytisk</i>	$w^{(1/2)}$ [m]	0	-0,144	-0,116
<i>Numerisk 1: a</i>	$w^{(1/2)}$ [m]	0	-0,197	-0,170
<i>Numerisk 2: a</i>	$w^{(1/2)}$ [m]	0	-0,144	-0,116
<hr/>				
<i>Analytisk</i>	$M^{(1/2)}$ [kNm]	0	-230	-177
<i>Numerisk 1: a</i>	$M^{(1/2)}$ [kNm]	0	-456	-391
<i>Numerisk 2: a</i>	$M^{(1/2)}$ [kNm]	0	-227	-176
<hr/>				
<i>Analytisk</i>	$M(0)$ [kNm]	0	1470	1330
<i>Numerisk 1: a</i>	$M(0)$ [kNm]	0	929	807
<i>Numerisk 2: a</i>	$M(0)$ [kNm]	0	1470	1330

Det visar sig att vid beräkning med den numeriska icke linjära metoden framräknas resultat som är väldigt nära den analytiska. En liten skillnad kan uppmärksammas, som troligtvis kan bero på att egentvyn vid den analytiska metoden är approximerad till att vara fördelad längst den globala x-axeln, medan den numeriska är mer realistisk och följer den lokala x-axeln.

Det är nu bevisat att den numeriska och den analytiska metoden stämmer överens vid korttidsanalyser. Detta innebär att den numeriska metoden är rätt programmerad i CALFEM och kan nu användas vid analys av andra lastfall.

13.4.1 Skede 0

Beräkningar vid skede 0 i den numeriska metoden innebär bara en applicerad normallast i strukturen som uppkommer på grund av brons egenviktlast. Skede 0 är det initiala läget med noll i utböjning, precis som vid den analytiska metoden.

13.4.2 Skede 1

Utförlig beräkningsgång för skede 1 med hjälp av den numeriska metoden presenteras här nedan:

1. Med första ordningens teori väljs initialläget där brohöjden väljs till d_0 , efterspänningslasten P_1 och den externa lasten bestående av last från de icke bärande komponenterna. Utdata i form av normalkraft, utböjning och moment gäller för linjärt tillstånd.
2. Samma förutsättningar som i punkt 1, dock med en gissad normalkraft. Den gissade normalkraften är summan av efterspänningslasten adderat med den axiella lasten som beräknades med första ordningens teori. Detta kommer att resultera i en normalkraft som bör vara lika eller nära den som beräknades i punkt 1.
3. Om normalkraften inte är lika stor, ska den nya normalkraften från punkt 2 istället adderas med efterspänningslasten och summan väljs som den nya gissade normalkraften. Detta fortsätter tills ett tillräckligt nära värde uppnås.

Med hjälp av första ordningens teori beräknas följande:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 \text{ N} \\ q_{eb} = -6 * 10^6 \text{ N/m} \end{array} \right\} \rightarrow N = 8,87 * 10^6 \text{ N}$$

Andra ordningens teori innebär en gissad normalkraft som beräknas enligt följande:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 \text{ N} \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 8,87 * 10^6 = 28,9 * 10^6 \text{ N} \end{array} \right\} \rightarrow N = 11,7 * 10^6 \text{ N}$$

Observera att den beräknade normalkraften har reducerats mycket och därför bör den gissade normalkraften anpassas till det nya värdet enligt nedan:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 \text{ N} \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 11,7 * 10^6 = 31,7 * 10^6 \text{ N} \end{array} \right\} \rightarrow N = 11,9 * 10^6 \text{ N}$$

Det visar sig att glappet minskar mellan de beräknade normalkrafterna. Iterationen fortsätter tills att glappet är litet efter en acceptabel nivå. I denna rapport är den acceptabla nivån när resultatet stämmer överens med minst tre gällande värdesiffror.

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 11,9 * 10^6 = \mathbf{31,9 * 10^6 N} \end{array} \right\} \rightarrow N = 11,9 * 10^6 N$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 11,9 * 10^6 = \mathbf{31,9 * 10^6 N} \end{array} \right\} \rightarrow N = 11,9 * 10^6 N$$

Utdata från beräkning med olinjär andra ordningens teori med en gissad normalkraft på 31,9 MN resulterar i ett tillräckligt bra resultat i skede 1.

När rätt normalkraft hittats, är det möjligt att beräkna de andra storheter som är intressanta i denna rapport. Dessa är utböjningen och momentet i mitten av bron samt momentet vid stöd. Resultaten från CALFEM presenteras i diagramform i Figur 13.2-3.

13.4.3 Skede 2

Med samma metod som beräkningen vid skede 1, men med andra indata analyseras skede 2, se processen nedan. Observera att den externa lasten vid skede 2 består av en nyttiglast samt last från de ickebärande komponenterna, men även den temperaturberoende lasten.

Första ordningens teori:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ q = -26 * 10^6 N \end{array} \right\} \rightarrow N = 18,8 * 10^6 N$$

Andra ordningens teori med en gissad normalkraft:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 18,8 * 10^6 = 38,8 * 10^6 N \end{array} \right\} \rightarrow N = 21,8 * 10^6 N$$

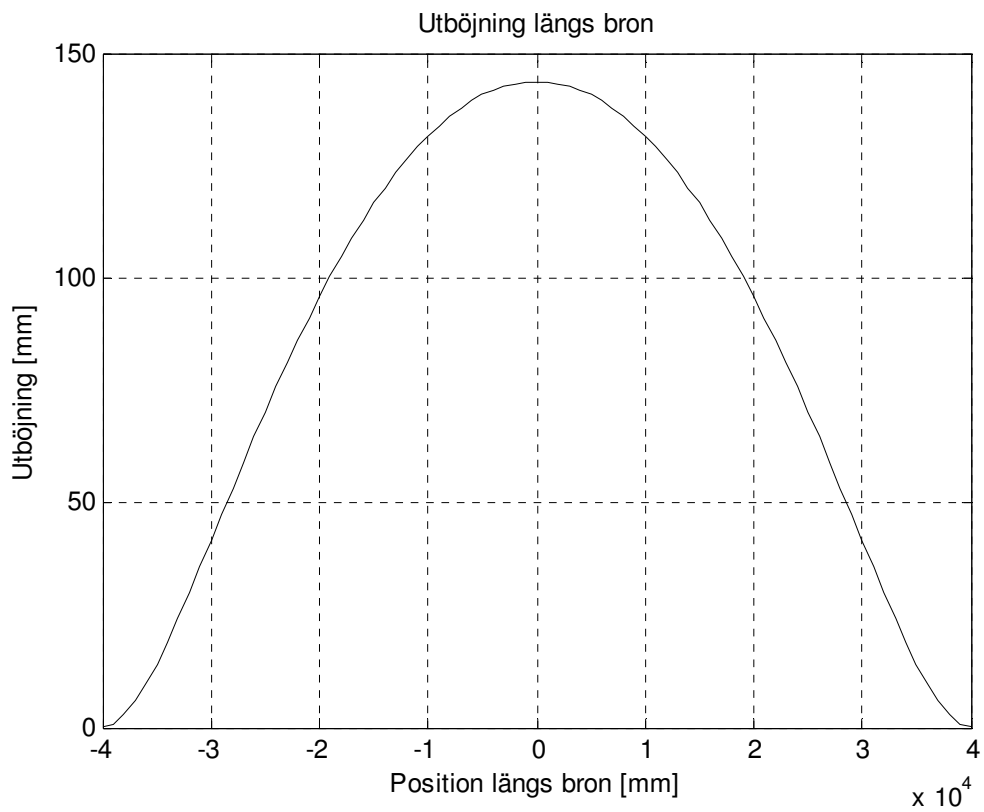
$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 21,8 * 10^6 = 41,8 * 10^6 N \end{array} \right\} \rightarrow N = 22,0 * 10^6 N$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 22,0 * 10^6 = \mathbf{42,0 * 10^6 N} \end{array} \right\} \rightarrow N = 22,0 * 10^6 N$$

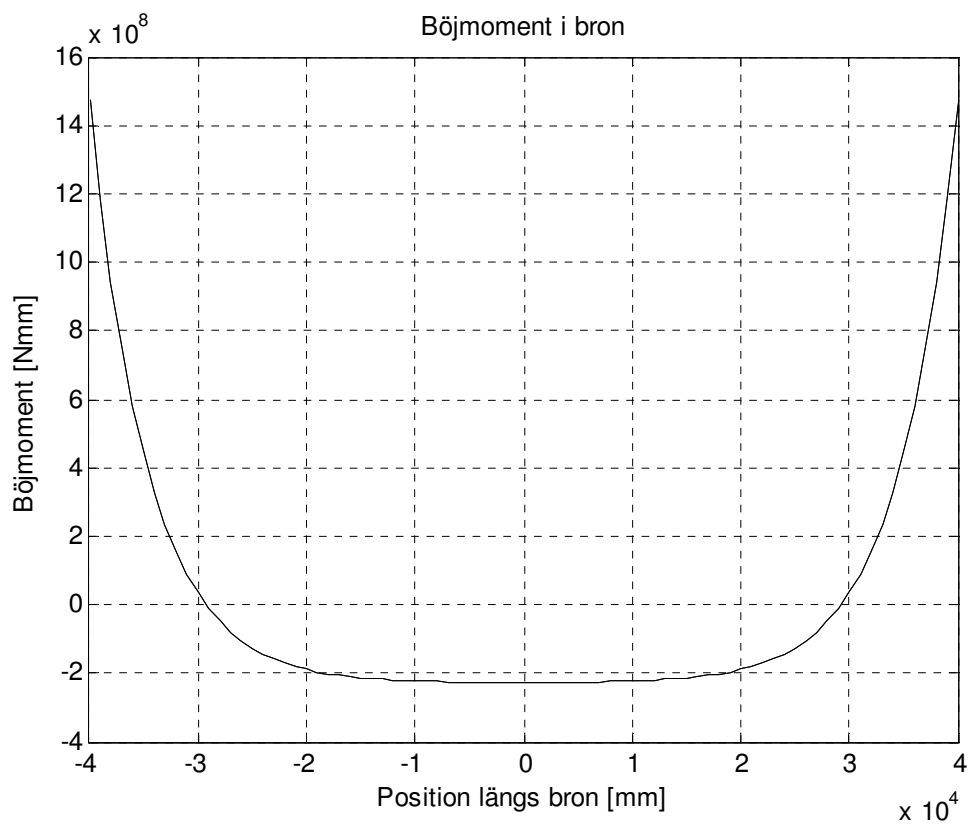
$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 22,0 * 10^6 = \mathbf{42,0 * 10^6 N} \end{array} \right\} \rightarrow N = 22,0 * 10^6 N$$

Utdata från beräkning med olinjärt andra ordningsteori med en gissad normalkraft på 42,0 MN resulterar i ett tillräckligt noggrant resultat för skede 2.

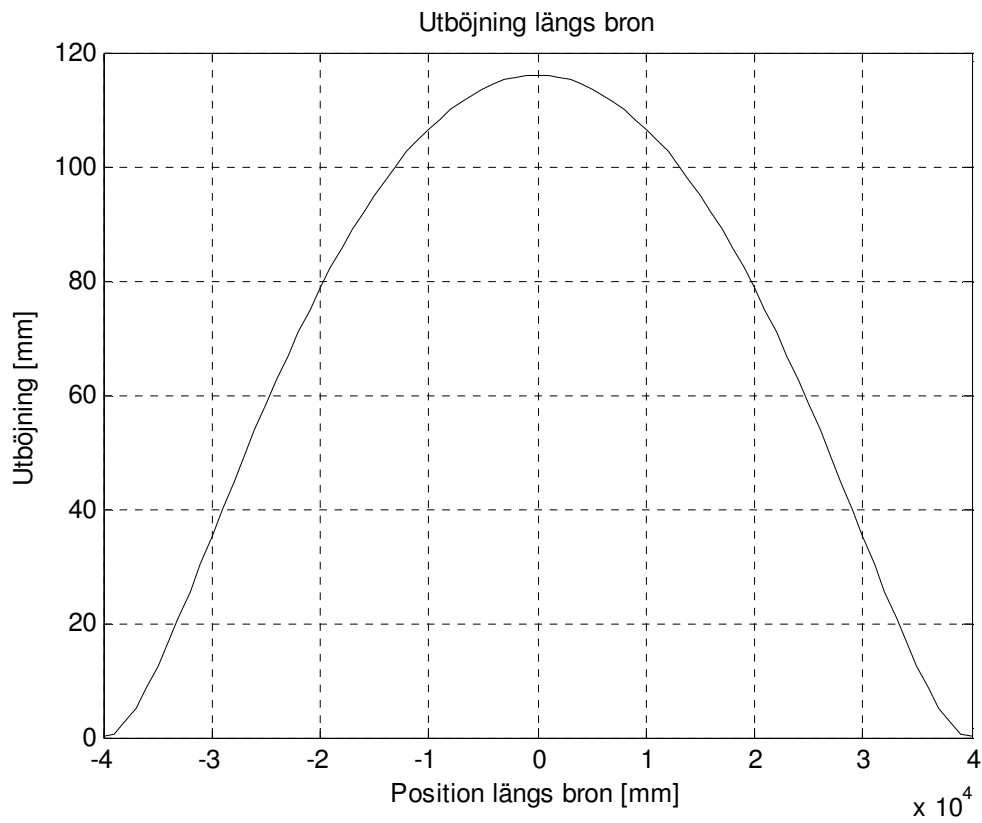
Med rätt normalkraft erhålles utböjningen och momentet i mitten av bron samt momentet vid stöd från diagrammen från CALFEM som presenteras i Figur 13.4-5.



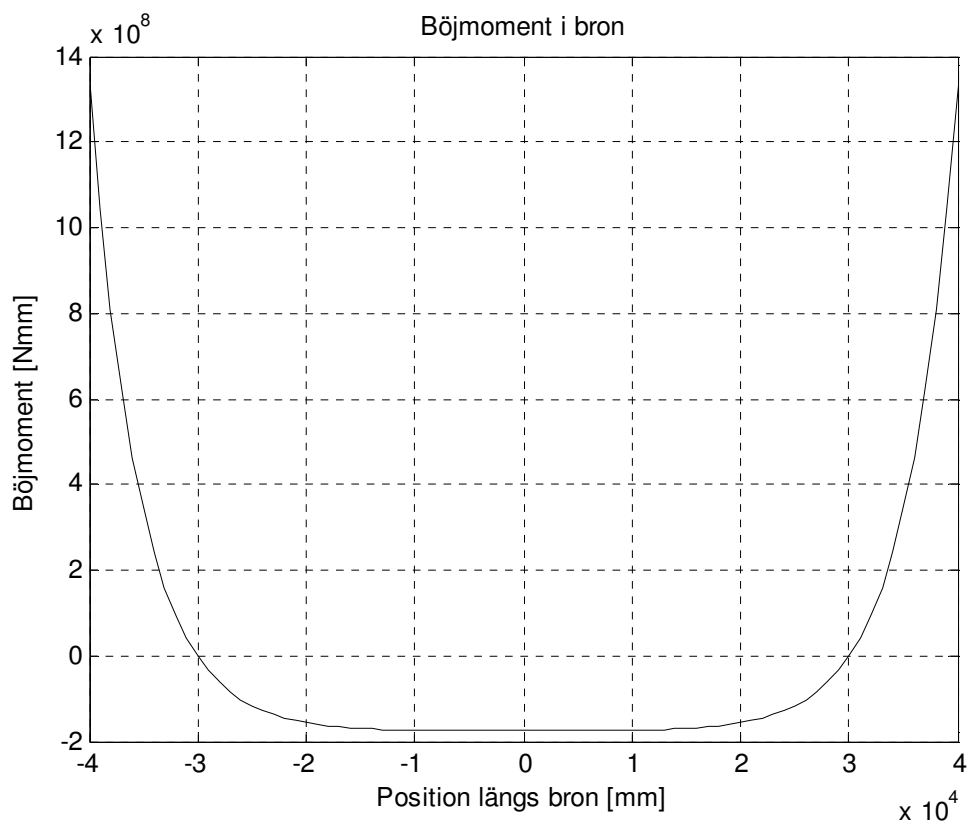
Figur 13.2. Utböjning av bron vid skede 1.



Figur 13.3. Böjmoment i bron vid skede 1.



Figur 13.4. Utböjning av bron vid skede 2 med jämnt fördelad nyttig last.



Figur 13.5. Böjmoment i bron vid skede 2 med jämt fördelad nyttig last.

13.5 Numerisk dimensioneringsmetod för nyttig last över halva bron

Den nyttiga lasten appliceras här över halva bron, medan egentvängden och lasten från de icke bärande komponenterna verkar över hela bron. Det är med andra ord endast skede 2 som justeras.

Den totalt verkande normallasten som ska vara indata i andra ordningens teori beräknas enligt nedan. Observera att q_{eb} verkar över hela bron, medan den nyttiga lasten q_n är placerad endast över vänstra halvan av bron.

Första ordningens teori:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ q_{eb} = -6 * 10^6 N/m \\ q_n = -20 * 10^6 N/m \end{array} \right\} \rightarrow N = 14,0 * 10^6 N$$

Andra ordningens teori med en gissad normalkraft:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 14,0 * 10^6 = 34,0 * 10^6 N \end{array} \right\} \rightarrow N = 17,8 * 10^6 N$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 17,8 * 10^6 = 37,8 * 10^6 N \end{array} \right\} \rightarrow N = 18,0 * 10^6 N$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 18,0 * 10^6 = 38,0 * 10^6 N \end{array} \right\} \rightarrow N = 18,1 * 10^6 N$$

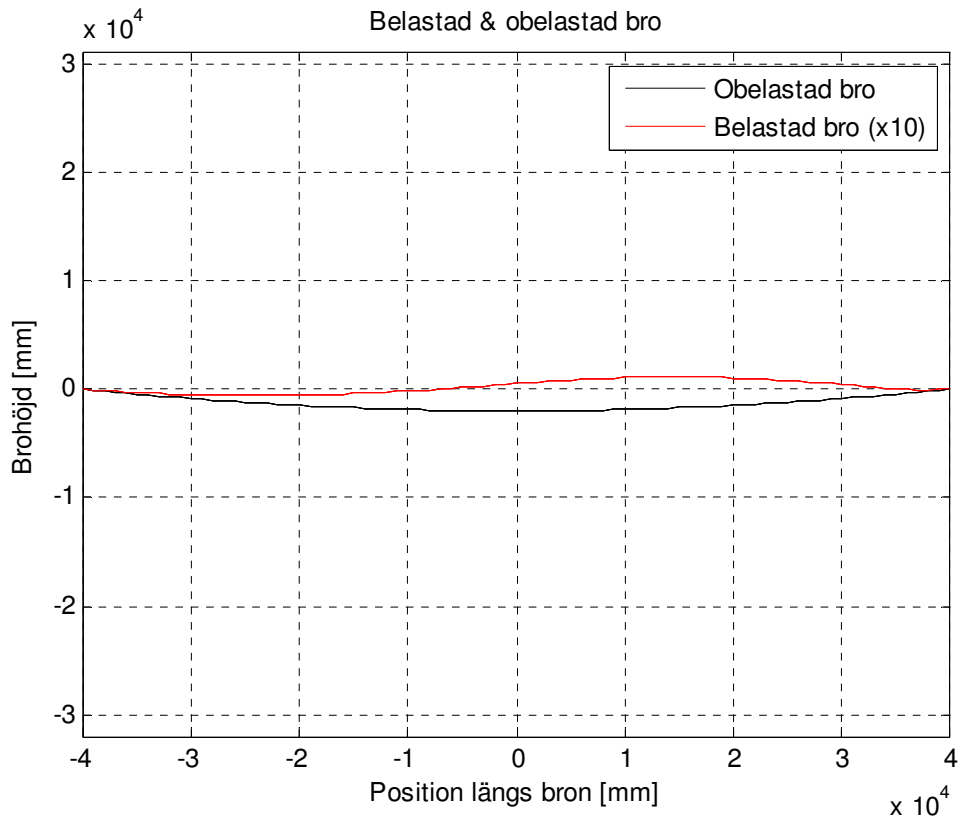
$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 18,1 = \mathbf{38,1 * 10^6 N} \end{array} \right\} \rightarrow N = 18,1 * 10^6 N$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 N \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 18,1 * 10^6 = \mathbf{38,1 * 10^6 N} \end{array} \right\} \rightarrow N = 18,1 * 10^6 N$$

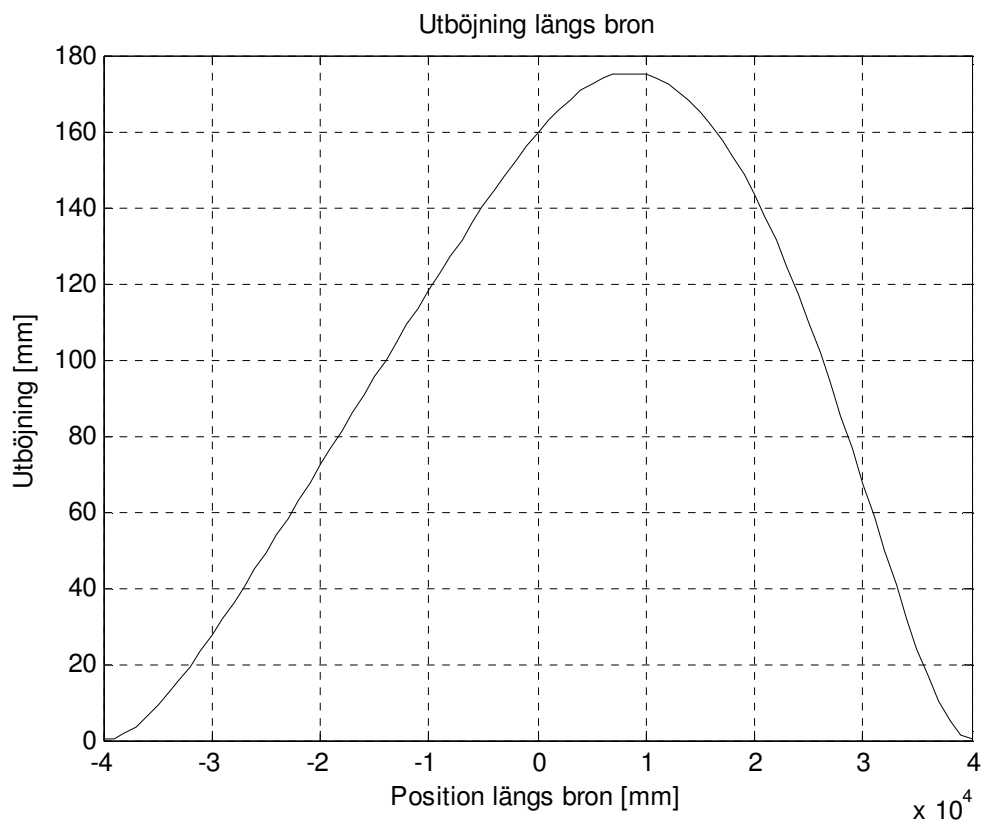
Utdata från beräkning med olinjär andra ordningsteori med en gissad normalkraft på 38,1 MN resulterar i ett tillräckligt noggrant resultat. Resultaten för utböjning och böjmomentfördelning presenteras nedan i Figur 13.6-8 samt i Tabell 13.14.

Responserna kommer inte längre att vara symmetriska. Detta på grund av den osymmetriska nyttiga belastningen. I Figur 13.6 visar den svarta kurvan bronns form före belastning. Den röda kurvan visar formen efter belastning, dock är den lastinducerade utböjningen multiplicerad med 10 för att tydligt visa hur lasten ändrar bronns form.

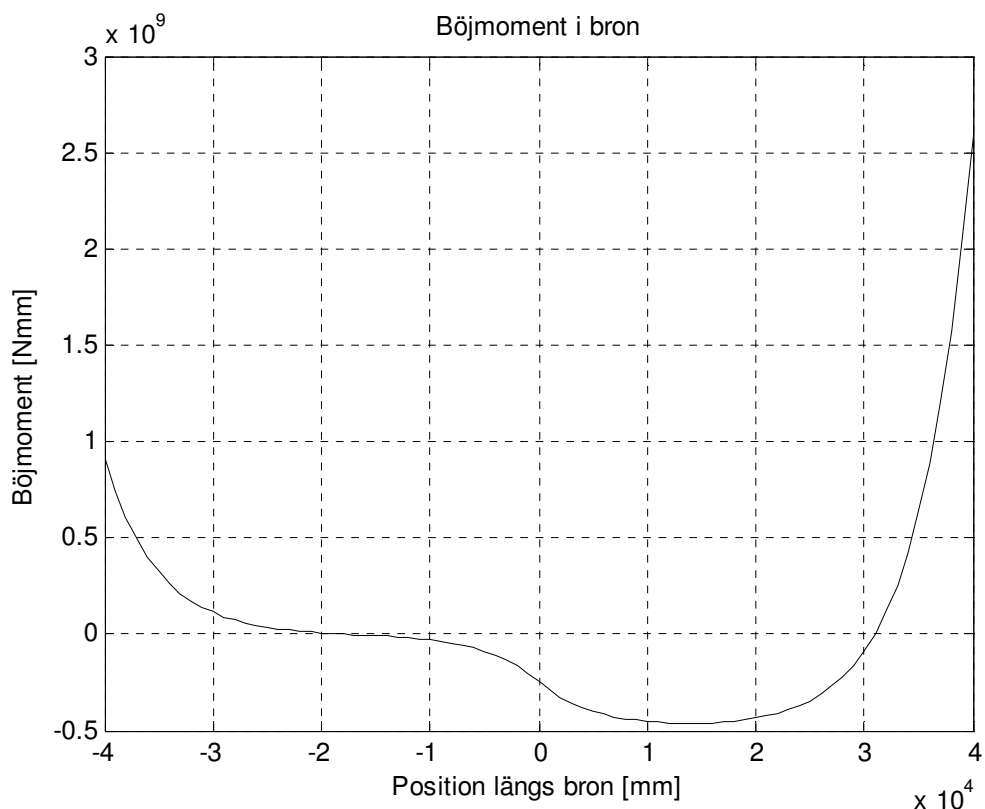
Bron minskar i brohöjd på grund av efterspänningslasten. Den nyttiga lasten som verkar över vänstra halvan av bron minskar uppböjningen. Detta leder till att högra sidan böjer upp ännu mer. Utböjningen visas i Figur 13.7.



Figur 13.6. Brohöjden i belastat och obelastat tillstånd med nyttiglast över vänstra halvan av bron. Röd kurva visar brohöjden i belastat tillstånd med utböjningen multiplicerat med faktor 10.



Figur 13.7. Utböjning av bron vid skede 2 med nyttiglast över vänstra halvan av bron.



Figur 13.8. Böjmoment i bron vid skede 2 med nyttiglast över vänstra halvan av bron.

Tabell 13.14. Total normalkraft, utböjning och böjmoment enligt numeriska metoden. Lastfallet är en jämnt fördelad last över vänster brohalva.

<i>Metod</i>	<i>Storheter</i>	<i>Skede 2</i>
<i>Numerisk 2: a</i>	ΣF [MN]	38,1
<i>Numerisk 2: a</i>	$w(49)$ [m]	-0,175
<i>Numerisk 2: a</i>	$w(1/2)$ [m]	-0,160
<i>Numerisk 2: a</i>	$M(L)$ [kNm]	2600

13.6 Numerisk dimensioneringsmetod för last av reparationsbil

Metoden som används för att modellera en bil som kör över bron beskrevs i kapitel 10.9. I detta beräkningsexempel valdes 80 noder och 78 olika lägen som bilen kan hamna på. Bilens drivaxlar föreskrivs till punktlaster på 30 kN vardera med ett avstånd på 3 m mellan dem.

Även i denna belastningstyp ska beräkningen ske med andra ordningens teori och rätt normalkraft ska användas. Detta görs här nedan.

Första ordningens teori:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 \text{ N} \\ q_{eb} = -6 * 10^6 \text{ N/m} \\ q_n = 0 \text{ N/m} \end{array} \right\} \rightarrow N = 10,3 * 10^6 \text{ N}$$

Andra ordningens teori med en gissad normalkraft:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 \text{ N} \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 10,3 * 10^6 = 30,3 * 10^6 \text{ N} \end{array} \right\} \rightarrow N = 14,3 * 10^6 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 \text{ N} \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 14,3 * 10^6 = 34,3 * 10^6 \text{ N} \end{array} \right\} \rightarrow N = 14,7 * 10^6 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 \text{ N} \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 14,7 * 10^6 = \mathbf{34,7 * 10^6 \text{ N}} \end{array} \right\} \rightarrow N = 14,7 * 10^6 \text{ N}$$

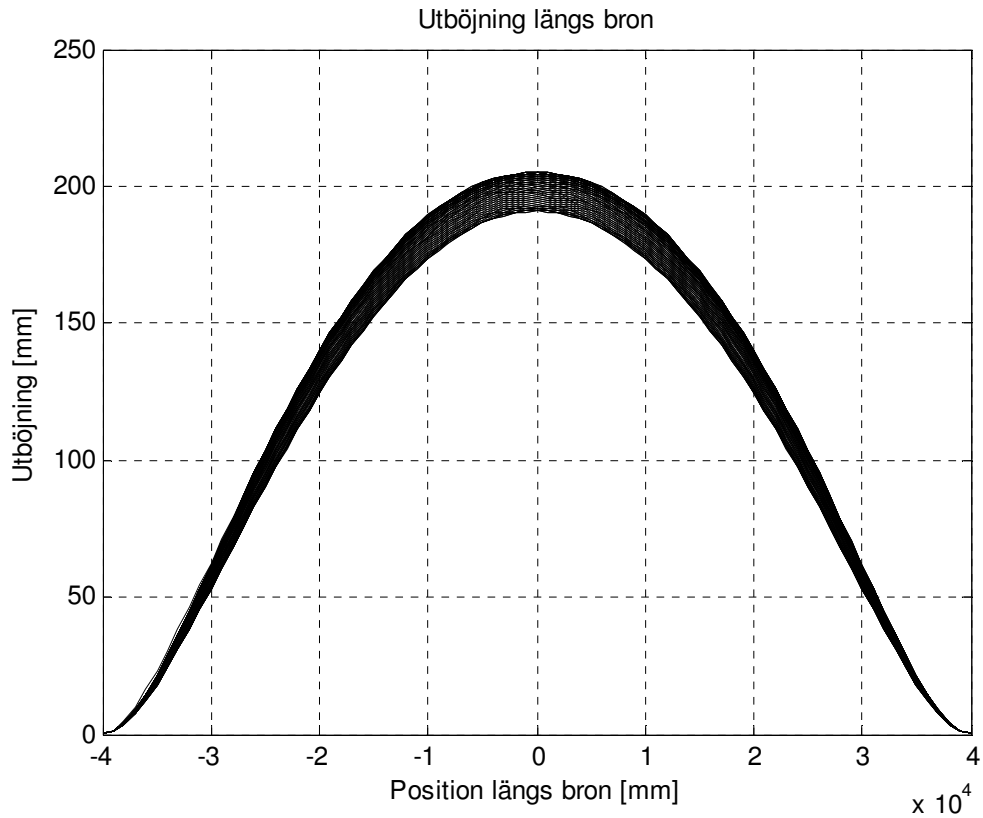
$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 20 * 10^6 \text{ N} \\ N_{gissad} = 20 * 10^6 + 14,7 = \mathbf{34,7 * 10^6 \text{ N}} \end{array} \right\} \rightarrow N = 14,7 * 10^6 \text{ N}$$

Utdata från beräkning med olinjärt andra ordningsteori med en gissad normalkraft på 34,7 MN resulterar i ett tillräckligt noggrant resultat.

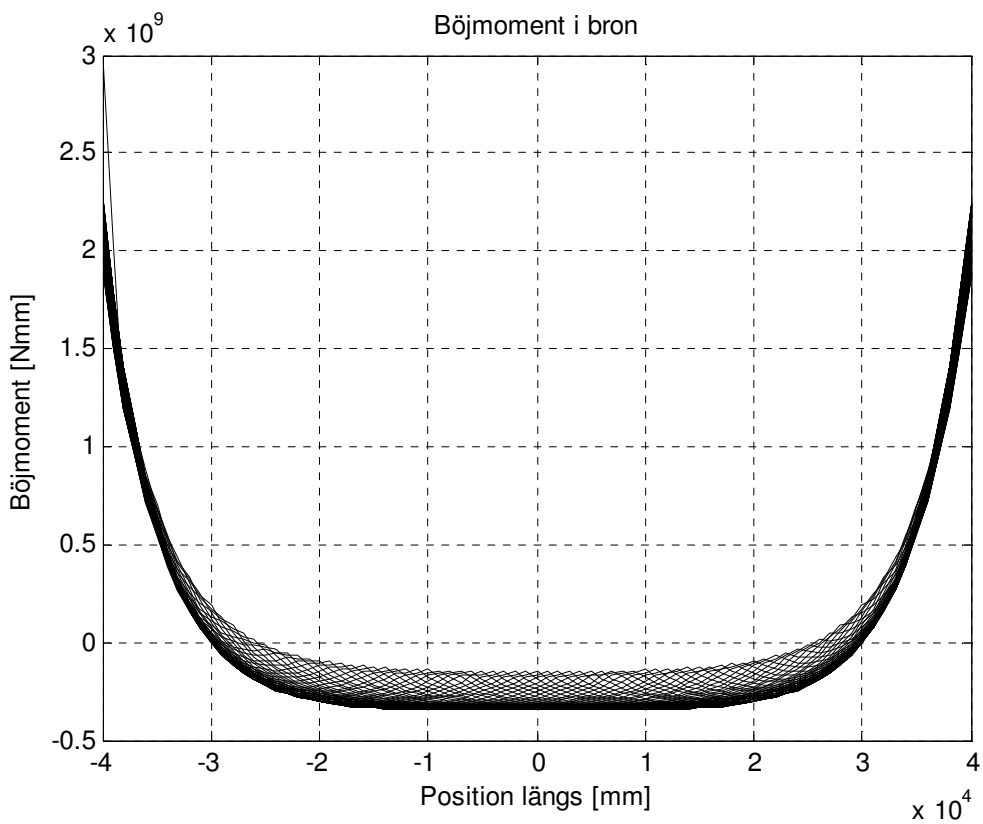
Utböjningen påverkas inte markant av bilen, eftersom efterspänningslasten ger den dominerande utböjningen. Figur 13.9 visar utböjningen för alla 78 lägen som bilen hamnar i. Böjmomentet beräknas också och presenteras i Figur 13.10. Viktigaste utdata presenteras i Tabell 13.15.

Tabell 13.15. Total normalkraft, utböjning och böjmoment enligt numeriska metoden. Resultaten är för last av reparationsbil.

<i>Metod</i>	<i>Storheter</i>	<i>Skede 2</i>
<i>Numerisk 2: a</i>	ΣF [MN]	34,7
<i>Numerisk 2: a</i>	$w^{(1/2)}$ [m]	-0,205
<i>Numerisk 2: a</i>	$M(0)$ [kNm]	2240



Figur 13.9. *Utböjning av bron vid skede 2 med en bil placerad på 78 olika lägen längst bron. Efterspänningslast och last från ej bärande komponenterna verkar över hela bron.*



Figur 13.10. *Böjmoment i bron vid skede 2 med en bil placerad på 78 olika lägen längst bron. Efterspänningslast och last från de icke bärande komponenterna verkar över hela bron.*

13.7 Sammanfattning av alla värden

I detta delkapitel sammanfattas alla kritiska värden från alla lastfall i Tabell 13.16. Detta gör det enklare att senare kontrollera dem mot dimensioneringskraven som beskrevs i kapitel 12.

Tabell 13.16. Sammanfattningstabell av resultat.

Storheter	Skede 1	Nyttig last hela bron	Nyttig last halva bron	Billast passerar
H [MN]	25,0	25,0	25,0	25,0
P [MN]	20,0	20,0	20,0	20,0
h [MN]	-13,1	-3,02	-6,93	-10,3
ΣF [MN]	31,9	42,0	38,1	34,7
$w^{(1/2)}$ [m]	-0,144	-0,116	-0,160	-0,205
d [m]	1,46	1,48	1,44	1,40
M_{max} [kNm]	1470	1330	2600	2240

Kraften h i Tabell 13.16 beräknades genom att subtrahera ΣF med P och H . Denna ska tillsammans med bidrag från det maximala momentet som inträffar resultera i maximalt verkande spänning i betongen, som i sin tur ska kontrolleras mot tvärsnittets kapacitet. Sedan ska det maximala momentet kontrolleras om det är ett underarmerat tvärsnitt.

Kraften h_c kan beräknas med ekvation (7.17) för varje skede och lastfall. Det visar sig att ca 91,2 % av lasten h tas av betongen, och resterande 8,76 % hanteras av bärbablarna.

Från kraften h_c och momentet, M_{max} , beräknas maximal tryck- respektive dragspänning. Resultaten presenteras i Tabell 13.17.

Det visar sig att betongen inte klarar av dragspänningarna. Detta betyder att slakarmering måste läggas in i betongen. Beräkning av erforderlig mängd slakarmering redovisas emellertid inte i denna rapport.

De beräkningsresultat som redovisas i Tabell 13.16 erhöles för ett rektangulärt tvärsnitt med höjden $d = 0,400$ m, efterspänningskraft $P_1 = 20,0$ MN och betongkvaliteten C40/50. Nedan redovisas i diagramform motsvarande beräkningsresultat för flera olika värden på tvärsnittshöjd, efterspänningskraft och betongkvalitet. Även resultat för annan tvärsnittsform än den rektangulära visas. Dessa beräkningar för olika värden på de olika parametrarna gjordes bara för skede 1 och 2, och om inget annat anges gäller resultaten för lastfallet med nyttig last över hela bron. Beräkningsresultaten för olika tvärsnittshöjd, d , redovisas i Figur 13.11-15.

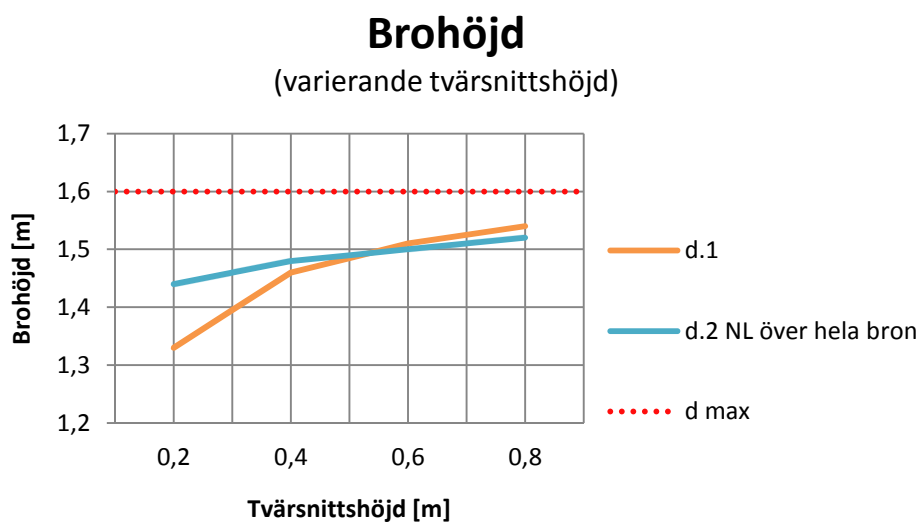
Tabell 13.17. Resultat som skall jämföras mot dimensioneringskriterierna.

Fet stil – maxvärden

Grön färg – värdet godkänns

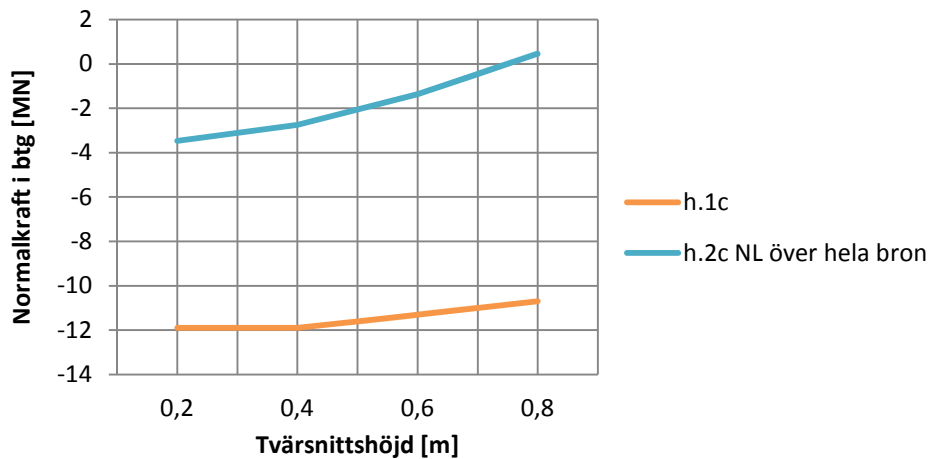
Röd färg – värdet överstiger kriteriet

Storheter	Skede 0	Skede 1	Nyttig last hela bron	Nyttig last halva bron	Billast passerar	Max (kriteriet)
d [m]	1,60	1,46	1,48	1,44	1,40	$\leq 1,60$
σ_{bk} [MPa]	744	710	736	726	717	≤ 760
M_{max} [kNm]	0	1470	1330	2600	2240	≤ 8040
h_c [MN]	0	-11,9	-2,75	-6,32	-9,40	–
σ_{cc} [MPa]	0	-17,0	-11,3	-22,7	-21,5	$\leq 26,7$
σ_{ct} [MPa]	0	5,04	8,56	16,3	12,1	$\leq 1,67$



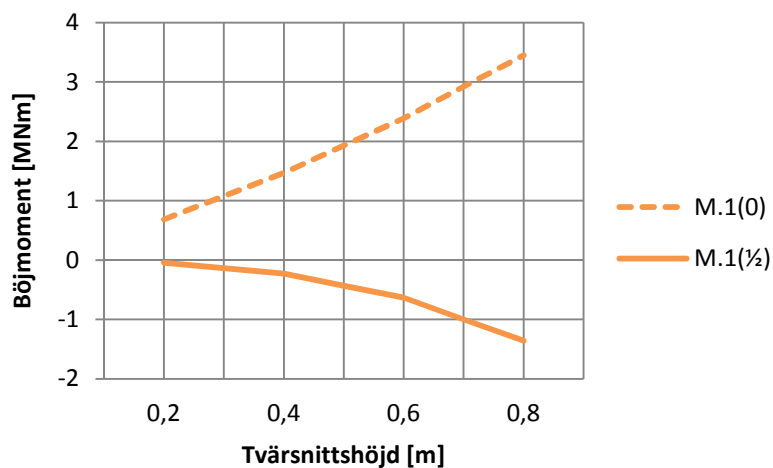
Figur 13.11. Brohöjder vid beräkning i skede 1 samt skede 2 med nyttig last över hela bron vid olika tvärsnittshöjd.

Normalkraft i betongen (varierande tvärsnittshöjd)



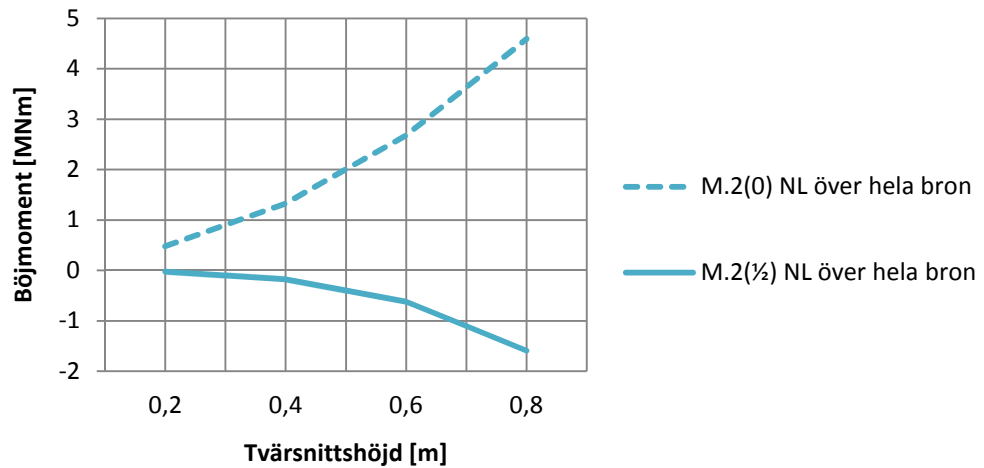
Figur 13.12. Normalkraft i betongen vid beräkning i skede 1 samt skede 2 med nyttig last över hela bron vid olika tvärsnittshöjd.

Böjmoment vid skede 1 (varierande tvärsnittshöjd)



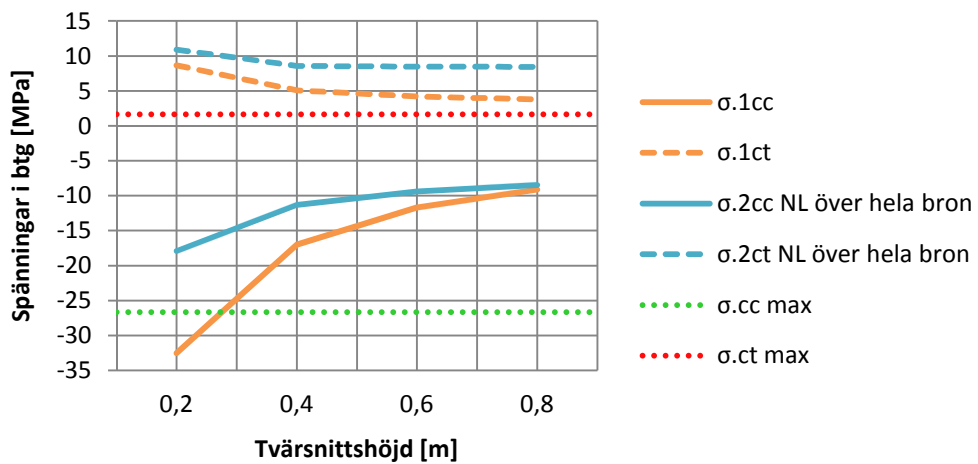
Figur 13.13. Böjmoment i bron i skede 1 vid olika tvärsnittshöjd.

Böjmoment vid skede 2 (varierande tvärsnittshöjd)



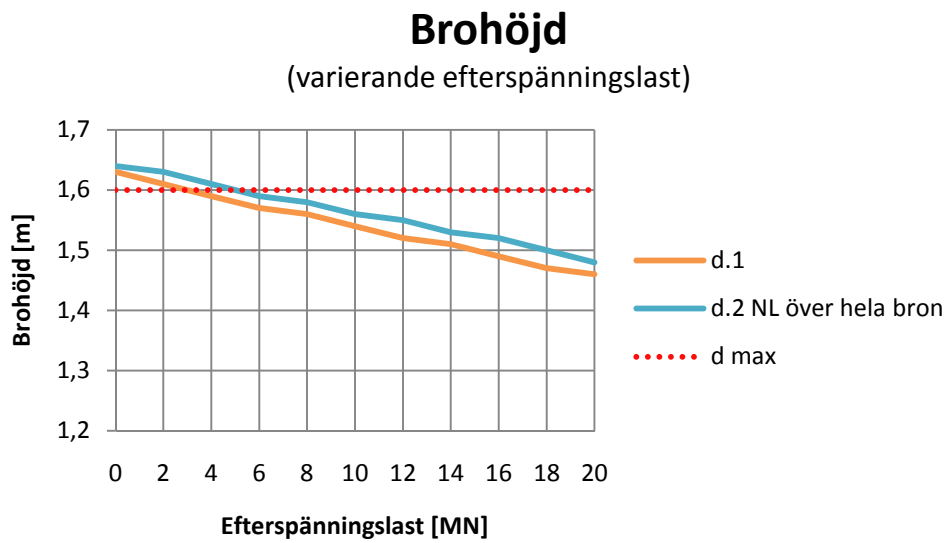
Figur 13.14. Böjmoment i bron i skede 2 vid olika tvärsnittshöjd.

Spänningar i betongen (varierande tvärsnittshöjd)

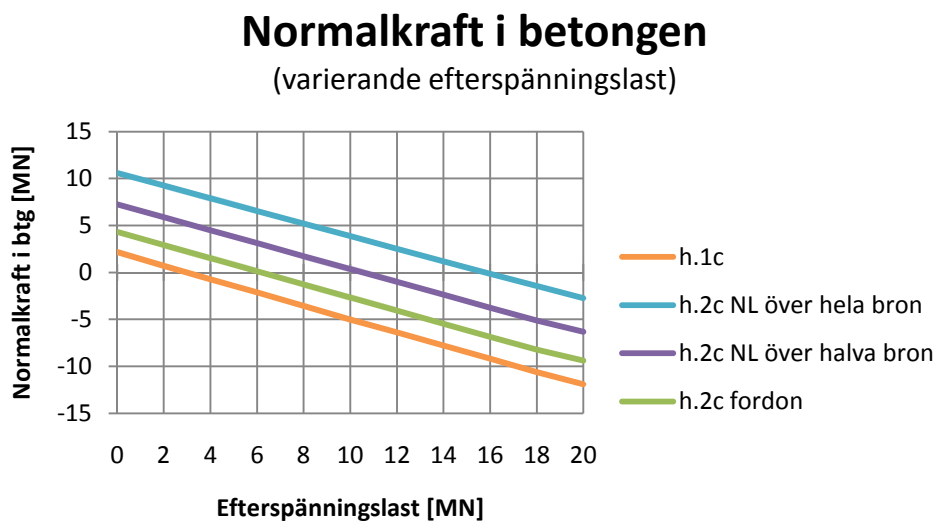


Figur 13.15. Tryck- respektive dragspänningar i betongen i skede 1 och 2 vid olika tvärsnittshöjd.

Figur 13.15 visar att bästa tvärsnittshöjden är 0,4 m, men att dragspänningarna fortfarande är för höga. Nästa steg är att prova olika efterspänningslaster vid tvärsnittshöjden 0,4 m. Resultaten presenteras i Figur 13.16-13.20.



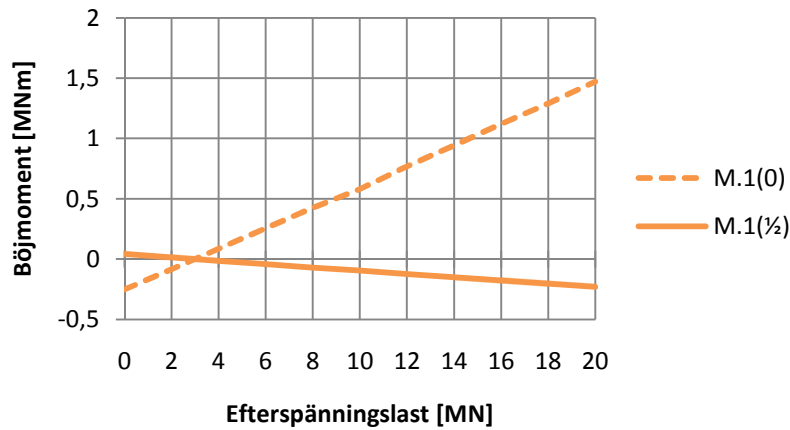
Figur 13.16. Brohöjder vid beräkning i skede 1 samt skede 2 med nyttig last över hela bron vid olika efterspänningslast.



Figur 13.17. Normalkraft i betongen vid beräkning i skede 1, skede 2 med nyttig last över hela bron, över halva bron samt billast vid olika efterspänningslast.

Böjmoment vid skede 1

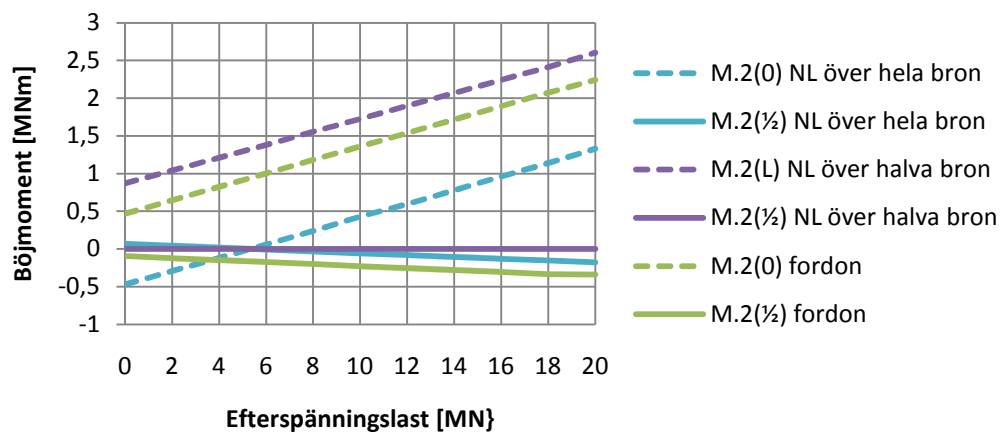
(varierande efterspänningslast)



Figur 13.18. Böjmoment i bron i skede 1 vid olika efterspänningslast.

Böjmoment vid skede 2

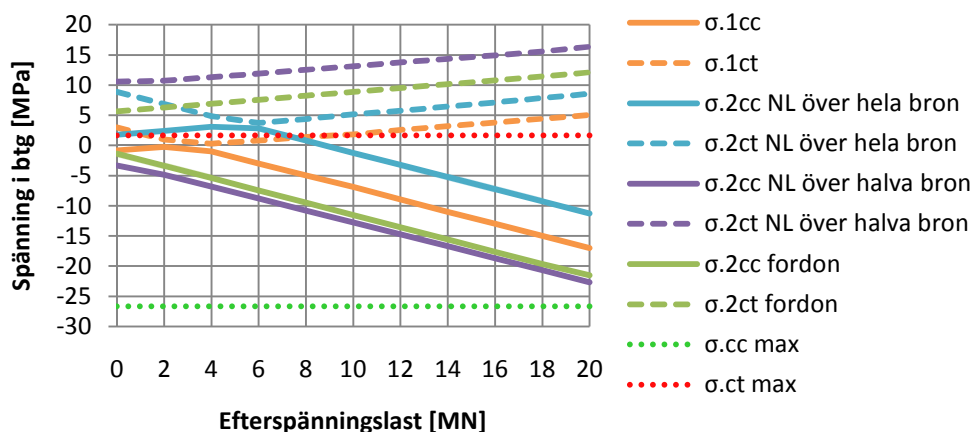
(varierande efterspänningslast)



Figur 13.19. Böjmoment i bron i skede 2 vid olika efterspänningslast.

Spänningar i betongen

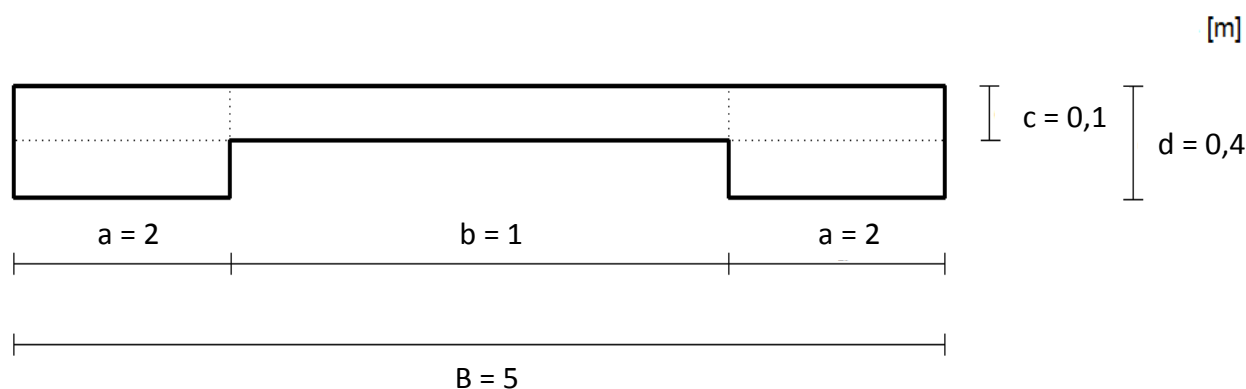
(varierande efterspänningslast)



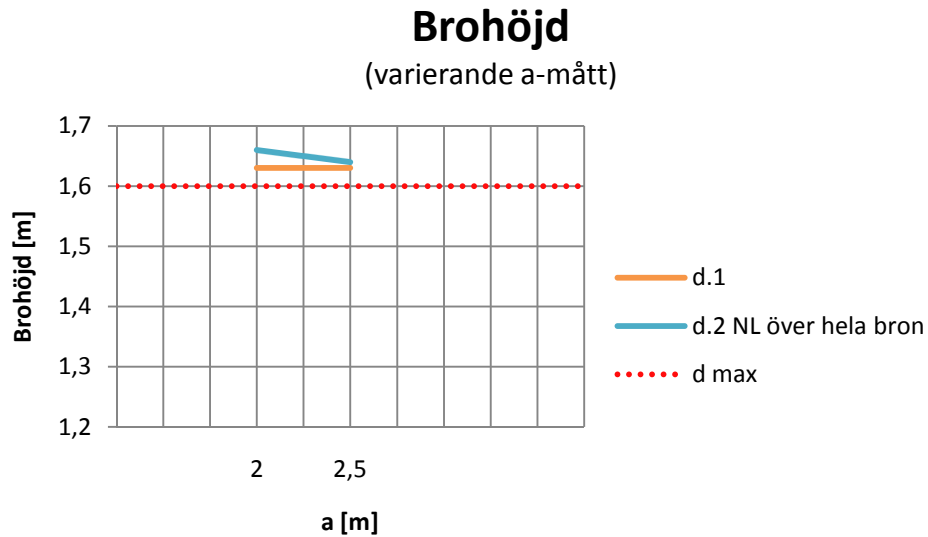
Figur 13.20. Tryck- respektive dragspänningar i betongen vid skede 1 och 2 vid olika efterspänningslast.

Figur 13.20 visar det sig att lastfallet med billasten är det dimensionerande, både när det gäller drag- och tryckspänning i betongen. Noll efterspänning resulterade i minst dragspänning i betongen, men fortfarande är den för stor för att betongen själv ska klara av dem. Betongen kommer eventuellt att spricka och behöver därför slakarmeras.

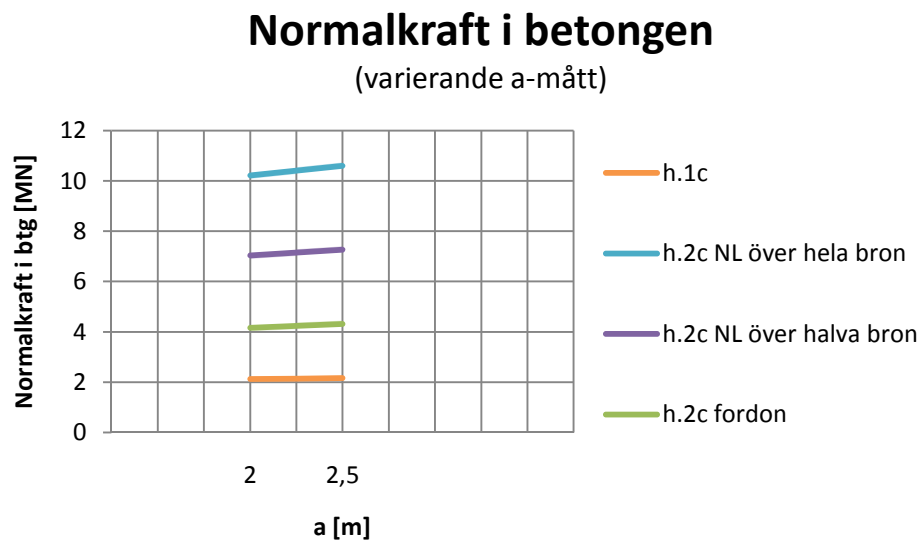
Bästa resultat från hittills utförda studier är ett rektangulärt tvärsnitt med höjden 0,4 m och ingen efterspänningslast. Resultaten från beräkningar av annan utformning på tvärsnittet - som är mer lik de redan byggda spännbandsbroarna - presenteras i Figur 13.22–26. Tvärsnittets utformning presenteras i Figur 13.21.



Figur 13.21. Utformning av tvärsnittet för resultaten presenterade i Figur 13.22-26.



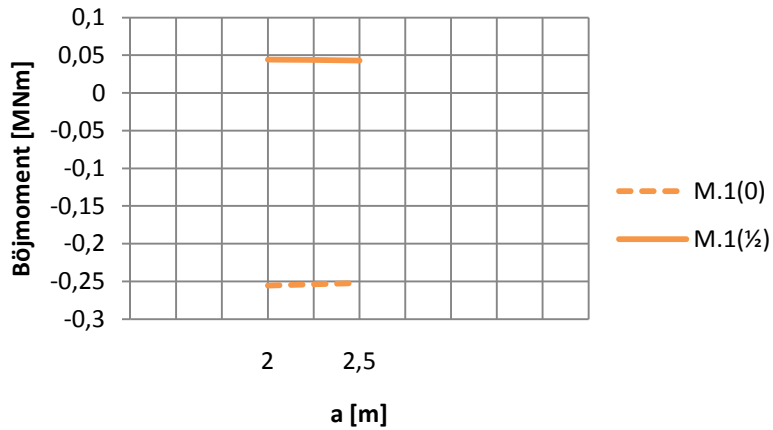
Figur 13.22. Brohöjder vid beräkning i skede 1 samt skede 2 med nyttig last över hela bron med olika a-mått.



Figur 13.23. Normalkraft i betongen vid beräkning i skede 1, skede 2 med nyttig last över hela bron, över halva bron samt billast med olika a-mått.

Böjmoment vid skede 1

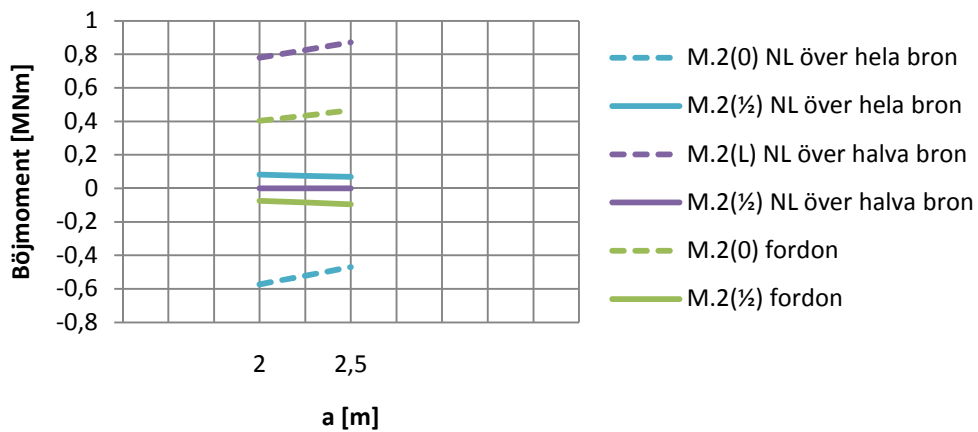
(varierande a-mått)



Figur 13.24. Böjmoment i bron i skede 1 med olika a-mått.

Böjmoment vid skede 2

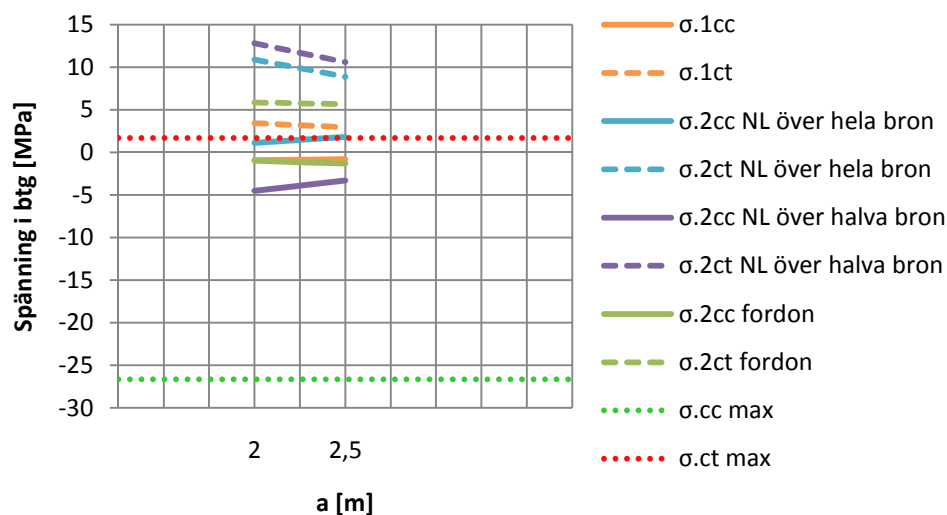
(varierande a-mått)



Figur 13.25. Böjmoment i bron i skede 2 med olika a-mått.

Spänningar i betongen

(varierande a-mått)



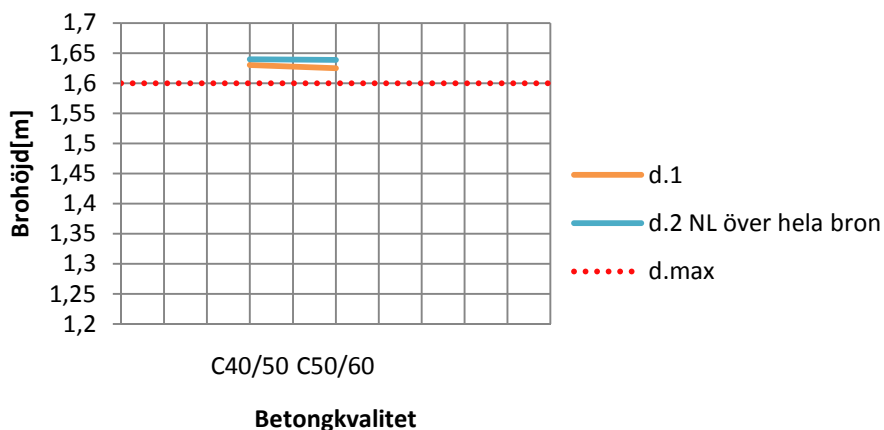
Figur 13.26. Tryck- respektive dragspänningar i betongen vid skede 1 och 2 med olika a-mått.

Det visar sig att den nya tvärsnittsformen ger större dragspänningar. Bästa resultat från hittills utförda studier är alltså fortfarande ett rektangulärt tvärsnitt med höjden 0,4 m och ingen efterspänningslast.

För att eventuellt förbättra resultaten och minska spänningarna, kan bättre betongkvalitet användas. Resultaten från beräkningar av annan betongkvalitet - C50/60 i jämförelse med C40/50 - presenteras i Figur 13.27–31.

Brohöjd

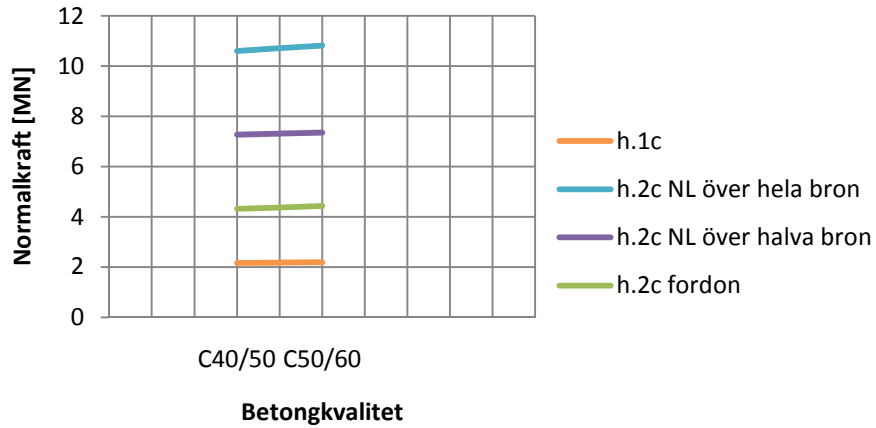
(varierande betongkvalitet)



Figur 13.27. Brohöjder vid beräkning i skede 1 samt skede 2 med nyttig last över hela bron med olika betongkvalitet.

Normalkraft i betongen

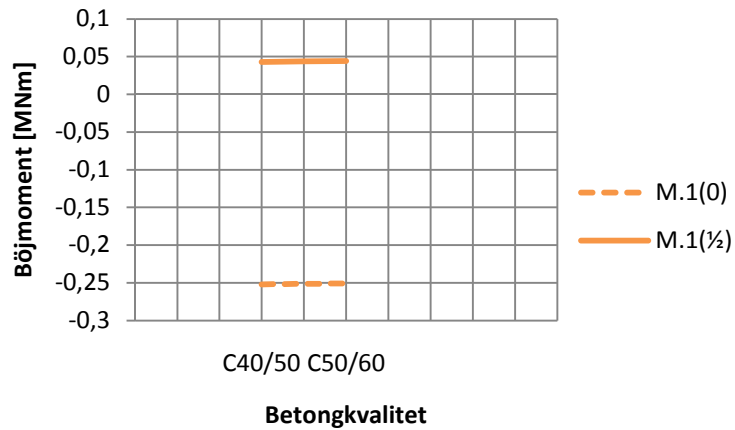
(varierande betongkvalitet)



Figur 13.28. Normalkraft i betongen vid beräkning i skede 1, skede 2 med nyttig last över hela bron, över halva bron samt billast med olika betongkvalitet.

Böjmoment vid skede 1

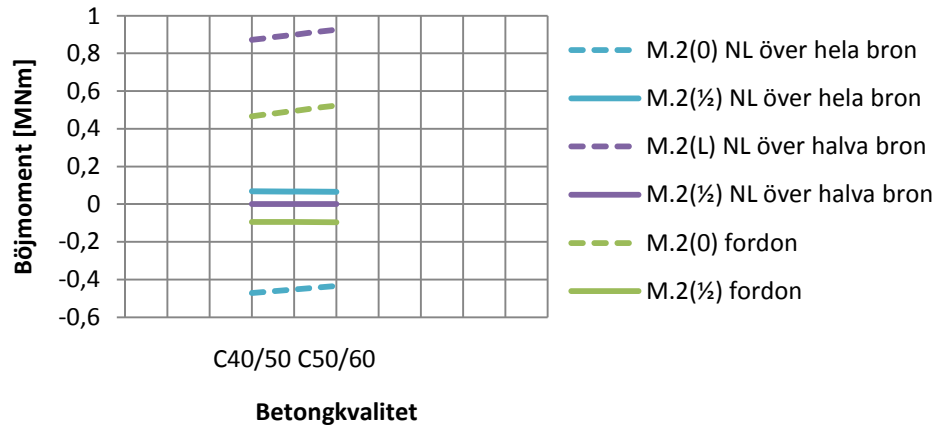
(varierande betongkvalitet)



Figur 13.29. Böjmoment i bron i skede 1 med olika betongkvalitet.

Böjmoment vid skede 2

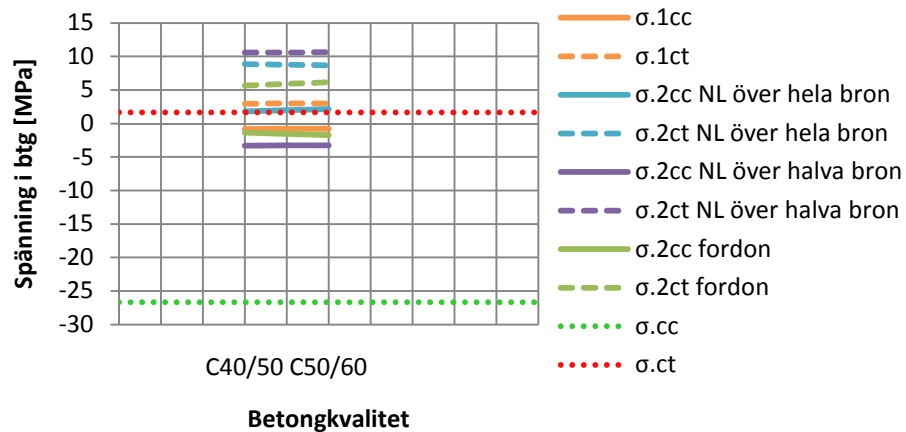
(varierande betongkvalitet)



Figur 13.30. Böjmoment i bron i skede 2 med olika betongkvalitet.

Spänningar i betongen

(varierande betongkvalitet)



Figur 13.31. Tryck- respektive dragspänningar i betongen vid skede 1 och 2 med olika betongkvalitet.

Resultaten visar att med högre betongkvalitet blir resultaten en aning sämre. Bron blir styvare och medför större moment som i sin tur ger högre dragspänning.

Sammanfattningsvis bör en spännbandbro med spännvidden 80 m byggas med ett rektangulärt tvärsnitt med höjden 0,4 m och utan efterspanning. Betongen kommer

eventuellt att spricka och skall därför slakarmeras. Vibrationsfrekvensen kommer också att vara kritisk.

Tabell 13.17. Bästa resultat för en spännbandbro med spännvidden 80 m.

Fet stil – maxvärden

Grön färg – värdet godkänns

Röd färg – värdet överstiger kriteriet

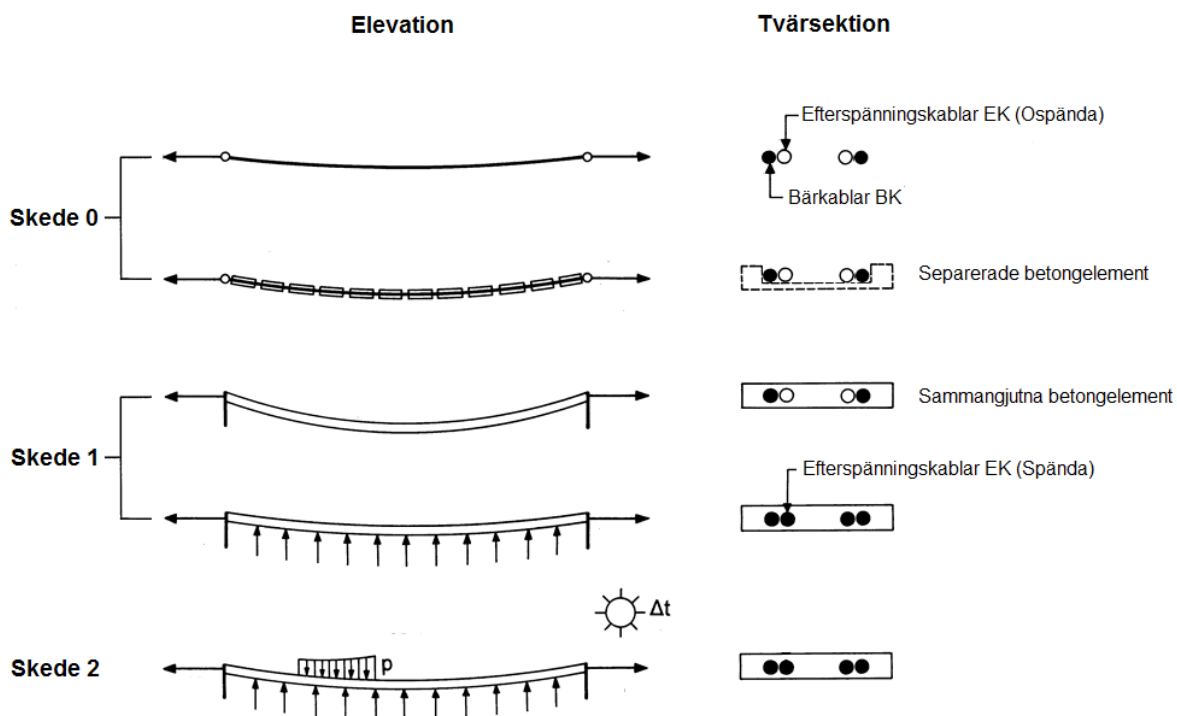
Storheter	Skede 0	Skede 1	Nyttig last hela bron	Nyttig last halva bron	Billast passerar	Max (kriteriet)
<i>d</i> [m]	1,60	1,63	1,64	–	–	≤ 1,60
<i>M</i>(½) [kNm]	0	43,1	68,0	0	95,1	≤ 8040
<i>M</i>(0) [kNm]	0	–252	–471	872	466	≤ 8040
<i>h_c</i> [MN]	0	2,16	10,6	7,27	4,31	–
<i>σ_{cc}</i> [MPa]	0	–0,813	1,79	–3,31	–1,34	≤ 26,7
<i>σ_{ct}</i> [MPa]	0	2,97	8,86	10,6	5,65	≤ 1,67

14 Alternativet fixbärlager

En spännbandbro byggs vanligen med fast inspänning i upplagen i skede 1 och 2. I detta kapitel analyseras alternativet med fixbärlager.

14.1 Fixlager eller fast inspänning

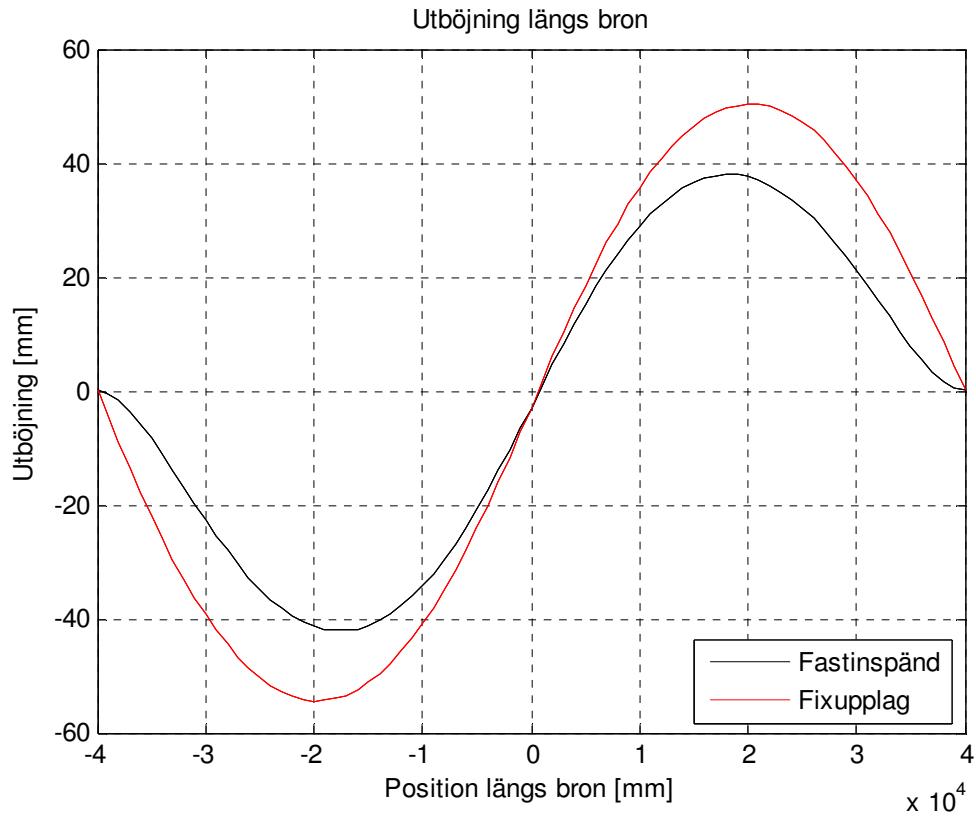
En spännbandbro byggs först upp med kablar med separerade betongelement, det vill säga skede 0. Då har bron upplag av typen fixlager som tillåter rotation. När betongelementen gjuts samman - skede 1 - övergår upplagen till fast inspänning och bron blir momentstyv, både vid upplagen och längst hela bron. Se Figur 14.1.



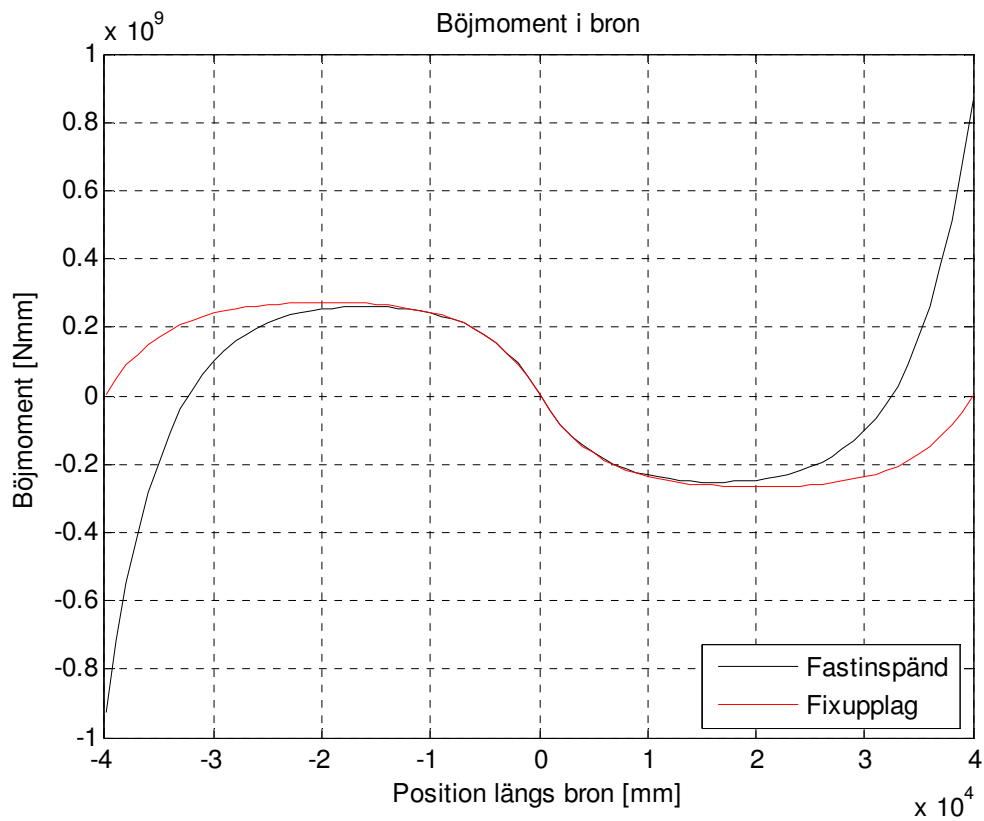
Figur 14.1. De olika skeden och hur de förhåller sig till varandra. Observera hur upplagen övergår över från fixlager till fast inspänning (Stráský 2006, s. 20, redigerad).

En annan metod som prövas i denna rapport - här i kapitel 14 - innebär att bron kvarblir med fixupplag även under skede 1 och 2. Denna metod förhåller sig inte till någon litteratur och avviker från den typiska spännbandbron.

Bästa resultat för en spännbandbro med ett spann på 80 m - se beräkningsexemplet som presenterades i kapitel 13 - jämförs, med samma förutsättningar i övrigt, med en bro med fixbärlager istället för fast inspänning. Resultaten presenteras i Figur 14.2-3.



Figur 14.2. *Utböjning av bron vid skede 2 med jämnt fördelad nyttig last över halva bron med fast inspänning respektive fixupplag.*



Figur 14.3. *Böjmoment i bron vid skede 2 med jämnt fördelad nyttig last över halva bron med fastinspänning respektive fixupplag.*

Tabell 14.1 sammanfattar de viktiga resultaten och jämför dem med varandra. Observera den stora skillnaden i maximalt moment som i sin tur halverar dragspänningen.

De resultat som redovisas i Figur 14.2-3 och Tabell 14.1 gäller lastfallet med nyttig last över halva bron, det vill säga det kritiska lastfallet. Vidare gäller resultaten för de parametervärden som enligt beräkningarna i kapitel 13 gav bäst resultat för en bro med fast inspänning, det vill säga för tvärsnittshöjden $d = 0,400\text{ m}$, rektangulär form på tvärsnittet och noll efterspänning.

*Tabell 14.1. Resultat för en 80,0 m lång spännbandbro med fast inspänning respektive fixupplag. Brons utformning är i båda fallen som för en enligt kapitel 13 för fast inspänning optimalt utformad bro.
Grön färg – värdet godkänns
Röd färg – värdet överstiger kriteriet*

Storheter	Fast upplag	Fix upplag	Max (kriteriet)
M_{max} [kNm]	872	273	≤ 8040
h_c [MN]	7,27	7,28	–
σ_{cc} [MPa]	–3,31	1,59	$\leq 26,7$
σ_{ct} [MPa]	10,6	5,69	$\leq 1,67$

15 Slutsatser & diskussion

Denna rapport har presenterat dimensioneringssteg som är viktiga i en preliminär dimensionering av spännbandbroar och ger läsaren en förståelse för hur den här brotypen fungerar och hur den bär laster. Detta avslutande kapitel fokuserar på slutsatser och diskussioner baserade på de resultat som erhöles vid dimensioneringsberäkningarna presenterade i kapitel 13 och 14.

15.1 Slutsatser från dimensioneringsexemplet i kap 13

Efterspänning införs i en betongstruktur för att öka tryckspänningen i betongen och minska dragspänningen helt eller till en nivå som kan hanteras av betongen.

Beräkningarna i kapitel 13 visade att efterspänningen skapade tryck i form av normalkraft i betongen. Men samtidigt skapades det större böjmoment som i sin tur ökade den totala dragspänningen i betongen.

För skede 1 visade det sig att bäst resultat uppnås när efterspänningen väljs till 4 MPa. I skede 2 med nyttig last över hela bron uppnås bäst resultat vid en efterspänning på 6 MPa. För det kritiska lastfallet - skede 2 med nyttig last över halva bron - visade dock beräkningarna att efterspänningen skapade högre och högre dragspänningar i strukturen och att bäst resultat uppnås när efterspänning helt utelämnas. Se Figur 13.20.

För varierande efterspänningslast erhöles linjär respons. Brohöjd, böjmoment, normalkraft och spänningar i betongen ändras linjärt med efterspänningslasten. Det är först normalkraften i betongen hamnar i tryck och böjmomentet blir litet som dragspänningen elimineras. Tyvärr uppstod detta endast i skede 1 med efterspänningslasten 2 och 4 MPa. Resterande lastfall gav dragspänningar som är större än betongens draghållfasthet.

Det är ej möjligt att dra slutsatsen att varierande a-mått - se Figur 13.21 - ger linjära samband, eftersom endast två olika värden provades i analysen. Dock är det tydligt att med mindre a-mått fås sämre resultat. Varför det i verkligheten väljs mindre a-mått är oklart, men det kan vara av ekonomiska skäl som man vill minska betongarean eftersom tvärsnittet ändå behöver slakarmeras.

Högre betongkvalitet förväntades ge bättre resultat, men beräkningarna visade motsatsen. Detta kan bero på att strukturen blir styvare med bättre betongkvalitet och därmed ökar böjmomentet som i sin tur leder till högre dragspänningar i strukturen.

En ytterligare slutsats från beräkningarna i kapitel 13 är att analys av en spännbandbro med den linjära första ordningens teori kan vara väldigt missvisande och bör aldrig användas. Det mer realistiska andra ordningsteori ger resultat som är mycket annorlunda och mer verklighetsnära. Se Tabell 13.12.

15.2 Fixlager eller fast inspänning (kap 14)

Analysen av att även efter skede 0 behålla fixlagerinfästning i upplagen visade goda resultat, men fortfarande blir dragspänning i betongen för hög för att kunna undvika sprickbildningar. Fixlagerinfästning gav att normalspänningen ökade lite men momenten minskade till under en tredje del. Detta resulterade i att dragspänningen nästan halverades.

Varför spännbandbroar inte byggs med upplag av fixlager är inte klart. Det kan möjligen bero på formen av nedböjningen som blir brantare vid upplaget. Med fast inspänning är strukturen mer styv och nedböjningen något mindre och annorlunda, se Figur 14.2.

Appendix

Appendix 1

1 Dimensioneringsexempel (följer kapitel 13)

Den här bilagan visar beräkningsgången för resultaten i kapitel 13.

1.1 Initiell brohöjd i mittsnittet

Brohöjd m.h.t. maximal lutning, i skede 0:

$$d_0 = \frac{L}{50}$$
$$d_0 = \frac{80,0}{50} = 1,60 \text{ m}$$

1.2 Tvärsektion

Tvärsektionsarea:

$$A_c = H_T * B_T$$
$$A_c = 0,400 * 5,00 = 2,00 \text{ m}^2$$

Den uträknade arean består nästan enbart av betong. I följande beräkningar kommer denna area att som en approximation få representera även betongarean.

Tvärsektionens tröghetsmoment:

$$I_c = \frac{B_T H_T^3}{12}$$
$$I_c = \frac{5,00 * 0,400^3}{12} \approx 0,0267 \text{ m}^4$$

1.3 Laster

Under skede 0, är tyngden av betongen en yttre last som ska hanteras av bärkablarna. Kablarnas egenvikt försummas i beräkningarna. Indata för egentyngd av den valda betongen - tabell 13.3 - är given i enheten Newton per kubikmeter, $[N/m^3]$. För dimensionering av bron som en balk i planet, krävs att alla laster beräknas om till enheten

Newton per meter, $[N/m]$. Detta utförs genom multiplikation av lasten i enheten $[N/m^3]$ med betongarean i brons tvärsektion i enheten $[m^2]$.

Egentyngd:

$$q_0 = A_c q_c$$

$$q_0 = 2,00 * 25,0 * 10^3 = 50,0 * 10^3 N/m$$

Egenvikt av ej bärande element fås i detta exempel från asfaltbeläggning och säkerhetsräcke. Även dessa ska, från angivna värden i indata, räknas om till last per längdenhet. Detta utförs enligt följande.

Egenvikt av ej bärande element:

$$q_{eb} = B_{asf} H_{asf} q_{asf} + 2 q_{sr}$$

$$q_{eb} = 5,00 * 0,0400 * 25,0 * 10^3 + 2 * 0,500 * 10^3 = 6,00 * 10^3 N/m$$

Observera att det finns två säkerhetsräcken i detta exempel, en längst vardera kant av bron.

Nyttiglast längs bron:

$$q_n = q_N B_T$$

$$q_n = 4,00 * 10^3 * 5,00 = 20,0 * 10^3 N/m$$

1.4 Dimensionering med den analytiska metoden

Indatavärden från delkapitel 13.2-5 kommer att användas i den analytiska metoden för dimensionering av en spännbandbro.

1.4.1 Skede 0, dimensionering av bärkablar

Dragkraft i bärkablarna:

$$H_0 = \frac{q_0 L^2}{8 d_0}$$

$$H_0 = \frac{50,0 * 10^3 * 80,0^2}{8 * 1,60} = 25 * 10^6 N$$

Area och antal av bärkablar:

$$H_0 \leq \frac{0,4 f_{y,bk} A_{bk}}{\gamma_{M0}} \leftrightarrow A_{bk} \geq \frac{H_0 \gamma_{M0}}{0,4 f_{y,bk}}$$

$$A_{bk} \geq \frac{25,0 * 10^6 * 1,00}{0,4 * 1900 * 10^6} \approx 0,0329 \text{ m}^2$$

$$A_{bk} = A_{1bk} * \text{antal} \geq \approx 0,0329 \text{ m}^2$$

$$0,0336 = 3360 * 10^{-6} * 10 \text{st} \geq \approx 0,0329 \text{ m}^2 \quad OK$$

Observera att antalet bärkablar ska vara ett jämnt antal på grund av symmetri i tvärsnittet. I annat fall blir bron ostabil och vridning sker vid uppsättning av betongelement.

Det är intressant att beräkna spänningen som verkar på bärkablar i skede 0, för att senare kunna jämföra hur den ändras mellan olika skeden.

Spänning som tas av bärkablar i skede 0:

$$\sigma_{0bk} = \frac{H_0}{A_{bk}}$$

$$\sigma_{0bk} = \frac{25,0 * 10^6}{0,0336} \approx 744 * 10^6 \text{ Pa}$$

1.4.2 Axiell styvhet och parametrarna λ^2 & α^2

Brons axiella styvhet:

$$EA = E_c A_c + E_{bk} A_{bk}$$

$$EA = 35,0 * 10^9 * 2,00 + 200 * 10^9 * 0,0336 \approx 76,7 * 10^9 \text{ N}$$

Parametern λ^2 :

$$\lambda^2 = \left(\frac{q_0 L}{H_0} \right)^2 \frac{EA}{H_0}$$

$$\lambda^2 = \left(\frac{50,0 * 10^3 * 80,0}{25,0 * 10^6} \right)^2 \frac{76,7 * 10^9}{25,0 * 10^6} \approx 78,5$$

Parametern α^2 :

$$E_c I_c = 35,0 * 10^9 * 0,0267 \approx 0,933 * 10^9 \text{ N}$$

$$\alpha^2 = \frac{E_c I_c}{H_0 L^2}$$

$$\alpha^2 = \frac{0,933 * 10^9}{25,0 * 10^6 * 80^2} \approx 0,00583$$

1.4.3 Skede 1, efterspänning och ej bärande permanent last

Den antagna efterspänningslasten, P_1 - i tabell 13.8 - ska nu införas i beräkningarna. Lasten bestämmer minimum area för efterspänningskablarna, som används i sin tur för att bestämma antal kablar beroende på vad som är tillgängligt från fabrik.

Area och antal av efterspänningskablar:

$$P_1 \leq \frac{f_{y.fk} A_{fk}}{\gamma_{M0}} \leftrightarrow A_{fk} \geq \frac{P_1 \gamma_{M0}}{f_{y.fk}}$$

$$A_{fk} \geq \frac{20,0 * 10^6 * 1,00}{1700 * 10^6} \approx 0,0118 \text{ m}^2$$

$$A_{fk} = A_{1fk} * \text{antal} \geq \approx 0,0118 \text{ m}^2$$

$$0,0160 \approx 2660 * 10^{-6} * 6st \geq \approx 0,0118 \text{ m}^2 \quad OK$$

Observera att det - precis som vid beräkning av antal bärcablar - gäller att antalet av efterspänningskablar måste vara ett jämnt tal. Detta med samma resonemang om symmetri i tvärsnittet för att undvika vridning. Effekten blir även att efterspänningslastfördelningen blir jämn över alla kablar, för att inte överbelasta någon kabel mer än någon annan.

Omvandling till enhetslösa termer:

$$\bar{q}_1 = \frac{q_{eb}}{q_0}$$

$$\bar{q}_1 = \frac{6,00 * 10^3}{50,0 * 10^3} = 0,120$$

$$\bar{P}_1 = \frac{P_1}{H_0}$$

$$\bar{P}_1 = \frac{20,0 * 10^6}{25,0 * 10^6} = 0,800$$

Iterationslösning för ökningen av horisontallasten:

$$\bar{h}_1 = \lambda^2 \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma_1^2} - \frac{1}{\gamma_1} \right) \frac{\bar{q}_1 - (\bar{h}_1 + \bar{P}_1)}{2(1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1)} - \theta$$

$$\gamma_1^2 = \frac{1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1}{\alpha^2}$$

Lösning av iterationen:

$$\bar{h}_1 = -0,523$$

$$\gamma_1 \approx 14,8$$

Med den enhetslösa termen på lasten, \bar{h}_1 , är det enkelt att beräkna fram en term med betydande enhet.

Omvandling till enheter med dimensioner:

$$\bar{h}_1 = \frac{h_1}{H_0} \leftrightarrow h_1 = \bar{h}_1 H_0$$

$$h_1 = -0,523 * 25,0 * 10^6 = -13,1 * 10^6 \text{ N}$$

Observera tecken på resultatet. Som i de flesta beräkningsmetoder, kännetecknas drag genom positivt tecken och tryck genom negativt tecken.

Resultatet visar att efterspänningen, inklusive införandet av lasterna från de icke bärande komponenterna, medför en tryckeffekt på bron motsvarande 13,1 MN. För att åstadkomma den högsta trycklasten i betongen, bör lasten från de ej bärande komponenterna väljas till noll.

Maximal trycklast på betongen (innan de icke bärande komponenterna monteras):

$$h_1^{utan\ q_{eb}} = -15,6 * 10^6 \text{ N}$$

Last som tas av betongdelen:

$$h_{1c}^{utan\ q_{eb}} = \frac{E_c A_c}{E_c A_c + E_{bk} A_{bk}} h_1^{utan\ q_{eb}}$$

$$h_{1c}^{utan\ q_{eb}} = \frac{35,0 * 10^9 * 2,00}{35,0 * 10^9 * 2,00 + 200 * 10^9 * 0,0336} (-15,6 * 10^6) \approx -14,2 * 10^6 \text{ N}$$

Spänning som tas av betongdelen:

$$\sigma_{1c}^{utan\ q_{eb}} = \frac{h_{1c}^{utan\ q_{eb}}}{A_c}$$

$$\sigma_{1c}^{utan\ q_{eb}} = \frac{-14,2 * 10^6}{2,00} \approx -7,12 * 10^6 \text{ Pa}$$

Last på bärkablarna orsakad av efterspänningen kommer naturligtvis också att vara en trycklast. Denna minskar den stora draglasten som beräknades i skede 0, därför behöver inga vidare beräkningar utföras för bärkablarna.

När spänningsfördelningen är uträknad, ska en kontroll göras för att säkerställa att betongdelen klarar av att hantera spänningen som uppstår.

Kontroll av betongdelen vid tryckspänning:

$$\sigma_{1c}^{utan\ q_{eb}} \leq f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

$$7,12 * 10^6 \leq 1 \frac{40 * 10^6}{1,5} \approx 26,6 * 10^6 \quad OK$$

Slutligen görs beräkningar för uträkning av nedböjning och moment i mittsnittet av bron. Det är också intressant att räkna fram moment vid stöd, där bron är fast inspänd. Det är i regel högre moment vid infästningen än i mittsnittet av bron. Ekvationerna behandlar även lasten från de icke bärande komponenterna.

Beräkning av nedböjning i mittsnittet:

$$\bar{w}_1(\frac{1}{2}) = \frac{\bar{q}_1 - (\bar{h}_1 + \bar{P}_1)}{2(1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1)} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\gamma_1} \right)$$

$$\bar{w}_1(\frac{1}{2}) = \frac{0,120 - ((-0,523) + 0,800)}{2(1 + (-0,523) + 0,800)} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{14,8} \right) \approx -0,0112$$

$$\bar{w}_1(\frac{1}{2}) = \frac{w_1(\frac{1}{2})}{8d} \leftrightarrow w_1(\frac{1}{2}) = \bar{w}_1(\frac{1}{2}) 8d_0$$

$$w_1(\frac{1}{2}) = -0,0112 * 8 * 1,60 \approx -0,144 \text{ m}$$

Den beräknade nedböjningen är utifrån den initiala nedböjningen som var i ursprungsläget, det vill säga d_0 .

Slutlig nedböjning i mittsnittet efter skede 1:

$$d_1 = d_0 + w_1(\frac{1}{2})$$

$$d_1 = 1,60 + (-0,144) \approx 1,456 \text{ m}$$

Beräkning av moment i mittsnittet:

$$\bar{M}_1(\frac{1}{2}) = 2 \alpha^2 \frac{\bar{q}_1 - (\bar{h}_1 + \bar{P}_1)}{2(1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1)}$$

$$\bar{M}_1(\frac{1}{2}) = 2 * 0,00583 \frac{0,120 - ((-0,523) + 0,800)}{2 (1 + (-0,523) + 0,800)} \approx -0,000718$$

$$\bar{M}_1(\frac{1}{2}) = \frac{M_1(\frac{1}{2})}{q_0 L^2} \leftrightarrow M_1(\frac{1}{2}) = \bar{M}_1(\frac{1}{2}) q_0 L^2$$

$$M_1(\frac{1}{2}) = -7,18 * 10^{-4} * 50,0 * 10^3 * 80^2 \approx -230 * 10^3 Nm$$

Beräkning av moment vid stöd:

$$\bar{M}_1(0) = -(\gamma_1 - 2) \alpha^2 \frac{\bar{q}_1 - (\bar{h}_1 + \bar{P}_1)}{2 (1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1)}$$

$$\bar{M}_1(0) = -(14,8 - 2) * 0,00583 \frac{0,120 - ((-0,523) + 0,800)}{2 (1 + (-0,523) + 0,800)} \approx 0,00459$$

$$\bar{M}_1(0) = \frac{M_1(0)}{q_0 L^2} \leftrightarrow M_1(0) = \bar{M}_1(0) q_0 L^2$$

$$M_1(0) = 0,00459 * 50,0 * 10^3 * 80^2 \approx 1470 * 10^3 Nm$$

En jämförelse av resultaten ovan visar att momentet vid stöd är betydligt större än vid mitten av spannet. Detta är ett vanligt resultat för den här typen av broar som är över ett spann.

1.4.4 Skede 2, nyttiglast och temperaturvariation

Beräkningar som görs för skede 2, görs med liknande metod som vid analys av skede 1, dock med införande av den uppskattade nyttiga lasten och temperaturförändringen som är förbestämd i tabell 13.3 och 13.4.

Omvandling till enhetslösa storheter:

$$\bar{q}_2 = \frac{q_{eb} + q_N}{q_0}$$

$$\bar{q}_2 = \frac{6,00 * 10^3 + 20,0 * 10^3}{50,0 * 10^3} = 0,520$$

$$\theta_2 = \frac{EA \alpha_T \Delta T}{H_0}$$

$$\theta_2 = \frac{76,7 * 10^9 * 10,0 * 10^{-6} * (-10)}{25,0 * 10^6} = -0,307$$

Iterationslösning:

$$\bar{h}_2 = \lambda^2 \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma_2^2} - \frac{1}{\gamma_2} \right) \frac{\bar{q}_2 - (\bar{h}_2 + \bar{P}_1)}{2(1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1)} - \theta_2$$

$$\gamma_2^2 = \frac{1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1}{\alpha^2}$$

Lösning av iterationen:

$$\bar{h}_2 = -0,121$$

$$\gamma_2 \approx 17,0$$

Omvandling till storheter med enheter:

$$\bar{h}_2 = \frac{h_2}{H_0} \leftrightarrow h_2 = \bar{h}_2 H_0$$

$$h_2 = -0,121 * 25,0 * 10^6 = -3,02 * 10^6 \text{ N}$$

Observera även här tecknet på resultatet. Det visar att det är en tryckkraft som verkar längs bron. I jämförelse med beräkningar vid skede 1, beräknas reduktionen av den horisontella lasten enligt nedan.

Reduktion av horisontell last vid skede 2:

$$\Delta h_{2-1} = h_2 - h_1$$

$$\Delta h_{2-1} = -3,02 * 10^6 - (-13,1 * 10^6) = 10,1 * 10^6 \text{ N}$$

Värdet avser effekten med avseende på införandet av den nyttiga lasten samt temperaturvariationen. Tryckkraften 10,1 MN tas om hand främst av betongen. En mindre del tas av bärkablarna. Som nämnt ovan, förenklas analysen genom antagandet att efterspänningskablarna inte bidrar till den axiella styvheten i tryckt tillstånd.

Nedan presenteras fördelningen av trycklasten med hänsyn till brons axiella styvhetsfördelning, bortsett från efterspänningskablarnas styvhet i tryck.

Last som tas av betongdelen:

$$h_{2c} = \frac{E_c A_c}{E_c A_c + E_{bk} A_{bk}} h_2$$

$$h_{2c} = \frac{35,0 * 10^9 * 2,00}{35,0 * 10^9 * 2,00 + 200 * 10^9 * 0,0336} (-3,02 * 10^6) \approx -2,75 * 10^6 \text{ N}$$

Observera att första termen anger procentuell andel som hanteras av betongen.

Spänning som tas av betongdelen:

$$\sigma_{2c} = \frac{h_{2c}}{A_c}$$
$$\sigma_{2c} = \frac{-2,75 * 10^6}{2,00} \approx -1,38 * 10^6 Pa$$

Kontroll av betongdelen vid tryckspänning:

$$\sigma_{2c} \leq f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$
$$1,38 * 10^6 \leq 1 \frac{40 * 10^6}{1,5} \approx 26,6 * 10^6 \quad OK$$

Normalkraftens ändring har negativt tecken, vilket innebär en reducering av draglasten i bärkablarna som skapades vid skede 0. En kontroll med hänsyn till ändringen i last på bärkablarna behöver därför inte utföras.

När alla dessa beräkningar är genomförda, är det dags för uträkning av nedböjning och moment i mittsnittet av bron och momentet vid stöd under skede 2.

Beräkning av nedböjning i mittsnittet:

$$\bar{w}_2(\frac{1}{2}) = \frac{\bar{q}_2 - (\bar{h}_2 + \bar{P}_1)}{2(1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1)} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\gamma_2} \right)$$
$$\bar{w}_2(\frac{1}{2}) = \frac{0,520 - ((-0,121) + 0,800)}{2(1 + (-0,121) + 0,800)} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{17,0} \right) \approx -0,00907$$
$$\bar{w}_2(\frac{1}{2}) = \frac{w_2(\frac{1}{2})}{8 d_0} \leftrightarrow w_2(\frac{1}{2}) = \bar{w}_2(\frac{1}{2}) 8 d_0$$
$$w_2(\frac{1}{2}) = -0,00907 * 8 * 1,60 \approx -0,116 m$$

Observera att även i dessa beräkningar, är den beräknade nedböjningen utifrån den brohöjd som var i ursprungsläget, d.v.s. d_0 .

Slutlig brohöjd efter skede 2:

$$d_2 = d_0 + w_2(\frac{1}{2})$$
$$d_2 = 1,60 + (-0,116) \approx 1,48 m$$

Beräkning av moment i mittsnittet:

$$\bar{M}_2(\frac{1}{2}) = 2 \alpha^2 \frac{\bar{q}_2 - (\bar{h}_2 + \bar{P}_1)}{2 (1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1)}$$

$$\bar{M}_2(\frac{1}{2}) = 2 * 0,00583 \frac{0,520 - ((-0,121) + 0,800)}{2 (1 + (-0,121) + 0,800)} \approx -0,000554$$

$$\bar{M}_2(\frac{1}{2}) = \frac{M_2(\frac{1}{2})}{q_0 L^2} \leftrightarrow M_2(\frac{1}{2}) = \bar{M}_2(\frac{1}{2}) q_0 L^2$$

$$M_2(\frac{1}{2}) = -0,000554 * 50,0 * 10^3 * 80^2 \approx -177 * 10^3 \text{ Nm}$$

Beräkning av moment vid stöd:

$$\bar{M}_2(0) = -(\gamma_2 - 2) \alpha^2 \frac{\bar{q}_2 - (\bar{h}_2 + \bar{P}_1)}{2 (1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1)}$$

$$\bar{M}_2(0) = -(17,0 - 2) 0,00583 \frac{0,520 - ((-0,121) + 0,800)}{2 (1 + (-0,121) + 0,800)} \approx 0,00414$$

$$\bar{M}_2(0) = \frac{M_2(0)}{q_0 L^2} \leftrightarrow M_2(0) = \bar{M}_2(0) q_0 L^2$$

$$M_2(0) = 0,00414 * 50,0 * 10^3 * 80^2 \approx 1330 * 10^3 \text{ Nm}$$

Vid observation av resultat i skede 2, i jämförelse med skede 1, kan det iaktas att införandet av nyttig last resulterade i större brohöjd, som i sin tur minskade momentverkan på bron, både över stöd och i mittsnittet.

Samma iakttagelse som observerades i skede 1, görs för skede 2, där det framgår att momentet vid stöd är högre än vid mittsnittet. En annan observation är att när nedböjningen i mittspannet ökade till större värde - i skede 2 - blev även skillnaden mellan momenten i stöd respektive mittspann större.

Förhållande mellan moment i skede 1 och 2:

$$\frac{|M_1(0)|}{|M_1(\frac{1}{2})|} = \frac{1470 \text{ kNm}}{230 \text{ kNm}} \approx 6,40$$

$$\frac{|M_2(0)|}{|M_2(\frac{1}{2})|} = \frac{1330 \text{ kNm}}{177 \text{ kNm}} \approx 7,48$$

Resultatet visar att när bron hade en mindre brohöjd - skede 1 - blev momentet vid stöd ca 6 gånger större än momentet i mittsnittet. När brohöjden ökade till större värde - vid skede 2 - ökade förhållandet till ca 7 gånger. Detta visar att ju större brohöjden är, desto

större variation blir det i momentfördelningen. När denna variation blir tillräckligt stor, kan det vara aktuellt att dimensionera betongelementen med olika tvärsektioner. Större dimensioner är lämpliga vid infästningen, eftersom det uppkommer större böjmoment där. För en spännbandsbro är detta troligen inte aktuellt, dock är det vanligt för bågbroar med mindre bågradie.

1.4.5 Skede 31, långtidseffekt vid skede 1

Införande av tidsberoende effekter innebär hänsyn till fenomenen krympning och krypning av betongen. Detta kräver att vid beräkningar ta hänsyn till krypningskoefficient, φ , åldringsparameter, χ , och en term som anger krympning per meter brolängd efter att betongsegmenten gjuts samman och fungerar som en enhet, ε_{cs} . Dessa termer är fastställda i tabell 13.9.

Parametern λ_{∞}^2 :

$$\lambda_{\infty}^2 = \left(\frac{q_0 L}{H_0} \right)^2 \frac{E_c A_c}{1 + \chi \varphi} + E_{bk} A_{bk} + E_{fk} A_{fk}$$

$$\lambda_{\infty}^2 = \left(\frac{50,0 * 10^3 * 80,0}{25,0 * 10^6} \right)^2$$

$$* \frac{\frac{35,0 * 10^9 * 2,00}{1 + 0,800 * 1,80} + 200 * 10^9 * 0,0336 + 200 * 10^9 * 0,0160}{25,0 * 10^6} \approx 39,5$$

Med parametern λ_{∞}^2 känd, är det möjligt att sedan räkna fram variationen av den horisontella lasten som uppträder på grund av långtidseffekten. Denna variation uppträder om bron får verka under oändlig tid, utan applicering av den nyttiga lasten med temperaturvariationen som beaktas vid skede 2.

Variation av den horisontella lasten p.g.a. långtidseffekten vid skede 1:

$$\Delta \bar{h}_{31}^2 + \Delta \bar{h}_{31} \left(1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1 + \frac{\bar{h}_{1c} \varphi + \varepsilon_{cs} \frac{E_c A_c}{H_0}}{1 + \chi \varphi} + \lambda_{\infty}^2 \frac{1 + \bar{q}_1}{12(1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1)} \right)$$

$$+ (1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1) \frac{\bar{h}_{1c} \varphi + \varepsilon_{cs} \frac{E_c A_c}{H_0}}{1 + \chi \varphi} = 0$$

$$\Delta \bar{h}_{31}^2 + \Delta \bar{h}_{31} \left(1 + 0,800 + (-0,523) \right. \\ \left. + \frac{(-0,477)1,80 + (-0,25 * 10^{-3}) \frac{35,0 * 10^9 * 2,00}{25,0 * 10^6}}{1 + 0,800 * 1,80} \right. \\ \left. + 39,5 \frac{1 + 0,120}{12(1 + 0,800 + (-0,523))} \right) + (1 + 0,800 + (-0,523)) \\ * \frac{(-0,477)1,80 + (-0,25 * 10^{-3}) \frac{35,0 * 10^9 * 2,00}{25,0 * 10^6}}{1 + 0,800 * 1,80} = 0$$

Lösning på variation av den horisontella lasten p.g.a. långtidseffekten vid skede 1:

$$\Delta \bar{h}_{31} \approx \mathbf{0,218}$$

$$\Delta \bar{h}_{31} \approx -3,74$$

Observera att det är det första svaret som är det realistiska, då andra resultatet motsvarar orimligt stor lastvariation.

Omvandling till lastvariation med enhet:

$$\Delta \bar{h}_{31} = \frac{\Delta h_{31}}{H_0} \leftrightarrow \Delta h_{31} = \Delta \bar{h}_{31} H_0$$

$$\Delta h_{31} = 0,218 * 25,0 * 10^6 \approx 5,45 * 10^6 \text{ N}$$

Observera att variationen på 5,45 MN är positiv och därför innebär en drageffekt. Resultat från analys vid skede 1 gav en trycklast. Detta innebär att variationen på grund av krympning och krympning medför en reduktion av tryckbelastningen på bron.

Resultterande lastpåkänning efter långtidseffekten vid skede 1:

$$h_{31} = h_1 + \Delta h_{31}$$

$$h_{31} = -13,1 * 10^6 + 5,45 * 10^6 \approx -7,63 * 10^6 \text{ N}$$

Approximerad ökning av den horisontallasten som verkar på betongen:

$$\Delta \bar{h}_{31c} = \frac{\frac{E_c A_c}{1 + \chi \varphi}}{\frac{E_c A_c}{1 + \chi \varphi} + E_{bk} A_{bk} + E_{fk} A_{fk}} \Delta \bar{h}_{31} - \frac{E_{bk} A_{bk} + E_{fk} A_{fk}}{\frac{E_c A_c}{1 + \chi \varphi} + E_{bk} A_{bk} + E_{fk} A_{fk}} \bar{h}_{1c} \varphi + \varepsilon_{cs} \frac{E_c A_c}{H_0} * \frac{1}{1 + \chi \varphi}$$

$$\Delta \bar{h}_{31c} = \frac{\frac{35,0 * 10^9 * 2,00}{1 + 0,800 * 1,80}}{\frac{35,0 * 10^9 * 2,00}{1 + 0,800 * 1,80} + 200 * 10^9 * 0,0336 + 200 * 10^9 * 0,0160} 0,218 - \frac{200 * 10^9 * 0,0336 + 200 * 10^9 * 0,0160}{\frac{35,0 * 10^9 * 2,00}{1 + 0,800 * 1,80} + 200 * 10^9 * 0,0336 + 200 * 10^9 * 0,0160} (-0,477) 1,80 + (-0,25 * 10^{-3}) \frac{35,0 * 10^9 * 2,00}{25,0 * 10^6} * \frac{1}{1 + 0,800 * 1,80} \approx 0,326$$

Omvandling till lastvariation i betongen med enhet:

$$\Delta \bar{h}_{31c} = \frac{\Delta h_{31c}}{H_0} \leftrightarrow \Delta h_{31c} = \Delta \bar{h}_{31c} H_0$$

$$\Delta h_{31c} = 0,326 * 25,0 * 10^6 \approx 8,15 * 10^6 N$$

Även variationen för lasten som tas av betongdelen, medför en reduktion av tryckbelastningen på betongen, då variationen motsvarar en drageffekt.

Resulterande lastpåskänning på betongdelen efter långtidseffekten vid skede 31:

$$h_{31c} = h_{1c} + \Delta h_{31c}$$

$$h_{31c} = -11,9 * 10^6 + 8,15 * 10^6 \approx -3,78 * 10^6 N$$

Resultande lastspänning på betongdelen efter långtidseffekten vid skede 1:

$$\sigma_{31c} = \frac{h_{31c}}{A_c}$$

$$\sigma_{31c} = \frac{-3,78 * 10^6}{2,00} \approx -1,89 * 10^6 \text{ Pa}$$

Observera den stora reduktionen av tryckspänningen, efter att långtidseffekten intogs i beräkningarna. Vid analys av skede 1, var tryckspänningen på betongen så stor som 5,96 MPa. Jämförs detta med analysen efter att krypning och krympning fått verka på betongdelen, reducerades spänningen till en dragspänning på 1,89 MPa.

Om långtidseffekten påverkar tryckspänningen i betongen, påverkar det naturligtvis även momenten och nedböjning av bron. Detta presenteras nedan.

Variation av nedböjning i mittsnittet, p.g.a. långtidseffekten:

$$\Delta \bar{w}_{31}(\frac{1}{2}) = \frac{-\Delta \bar{h}_{31} (1 + \bar{q}_1)}{8 (1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1 + \Delta \bar{h}_{31}) (1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1)}$$

$$\Delta \bar{w}_{31}(\frac{1}{2}) = \frac{-0,218 (1 + 0,120)}{8 (1 + 0,800 + (-0,523) + 0,218) (1 + 0,800 + (-0,523))} \approx -0,0160$$

Omvandling till variation i nedböjning med enhet:

$$\Delta \bar{w}_{31}(\frac{1}{2}) = \frac{\Delta w_{31}(\frac{1}{2})}{8 d_0} \leftrightarrow \Delta w_{31}(\frac{1}{2}) = \Delta \bar{w}_{31}(\frac{1}{2}) 8 d_0$$

$$\Delta w_{31}(\frac{1}{2}) = -0,0160 * 8 * 1,60 \approx -0,204 \text{ m}$$

Resultande nedböjning i mittsnittet efter långtidseffekten vid skede 31:

$$w_{31}(\frac{1}{2}) = w_1(\frac{1}{2}) + \Delta w_{31}(\frac{1}{2})$$

$$w_{31}(\frac{1}{2}) = -0,144 - 0,204 \approx -0,348 \text{ m}$$

Resultatet visar nedböjningen utifrån brohöjden i ursprungsläget, d.v.s. d_0 .

Slutlig brohöjd efter långtidseffekten vid skede 31:

$$d_{31} = d_0 + w_{31}(\frac{1}{2})$$

$$d_{31} = 1,60 + (-0,348) \approx 1,25 \text{ m}$$

Approximerad ändring av böjmoment mitt i spannet p.g.a. långtidseffekten:

$$\Delta \bar{M}_{31}(\frac{1}{2}) = -\frac{\alpha^2}{1 + \chi \varphi} \frac{\Delta \bar{h}_{31} (1 + \bar{q}_1)}{(1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1 + \Delta \bar{h}_{31}) (1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1)} - \bar{M}_1(\frac{1}{2}) \frac{\varphi}{1 + \chi \varphi}$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{M}_{31}(\frac{1}{2}) &= -\frac{0,00583}{1 + 0,800 * 1,80} \\ &* \frac{0,218 (1 + 0,120)}{(1 + 0,800 + (-0,523) + 0,218) (1 + 0,800 + (-0,523))} \\ &- (-0,000718) \frac{1,80}{1 + 0,800 * 1,80} \approx 0,000224 \end{aligned}$$

Omvandling till momentvariation med enhet:

$$\Delta \bar{M}_{31}(\frac{1}{2}) = \frac{\Delta M_{31}(\frac{1}{2})}{q_0 L^2} \leftrightarrow \Delta M_{31}(\frac{1}{2}) = \Delta \bar{M}_{31}(\frac{1}{2}) q_0 L^2$$

$$\Delta M_{31}(\frac{1}{2}) = 0,000224 * 50,0 * 10^3 * 80^2 \approx 71,6 * 10^3 \text{ Nm}$$

Resulterade moment i mittsnittet efter långtidseffekten vid skede 31:

$$M_{31}(\frac{1}{2}) = M_1(\frac{1}{2}) + \Delta M_{31}(\frac{1}{2})$$

$$M_{31}(\frac{1}{2}) = -230 * 10^3 + 71,6 * 10^3 \approx -158 * 10^3 \text{ Nm}$$

Approximerad ändring av böjmoment vid stöd p.g.a. långtidseffekten:

$$\Delta \bar{M}_{31}(0) = \Delta \bar{M}_{31}(\frac{1}{2}) + \Delta \bar{h}_{31} \left(\frac{1}{8} + \bar{w}_1(\frac{1}{2}) + \Delta \bar{w}_{31}(\frac{1}{2}) \right) + (1 + \bar{P}_1 + \bar{h}_1) \Delta \bar{w}_{31}(\frac{1}{2})$$

$$\Delta \bar{M}_{31}(0) = 0,000224 + 0,218 \left(\frac{1}{8} + (-0,0112) + (-0,0160) \right)$$

$$+ (1 + 0,800 + (-0,523)) (-0,0160) \approx 0,00113$$

Omvandling till momentvariation med enhet:

$$\Delta \bar{M}_{31}(0) = \frac{\Delta M_{31}(0)}{q_0 L^2} \leftrightarrow \Delta M_{31}(0) = \Delta \bar{M}_{31}(0) q_0 L^2$$

$$\Delta M_{31}(0) = 0,00113 * 50,0 * 10^3 * 80^2 \approx 361 * 10^3 \text{ Nm}$$

Resultande moment över stöd efter långtidseffekten vid skede 31:

$$M_{31}(0) = M_1(0) + \Delta M_{31}(0)$$

$$M_{31}(0) = 1470 * 10^3 + 361 * 10^3 \approx 1830 * 10^3 \text{ Nm}$$

Det är intressant att studera hur förhållandet mellan momenten vid mittsnittet och stöd har förändrats efter att effekten av krypning och krympning tagits med i beräkningarna.

Förhållande mellan moment, m.h.t. långtidseffekt vid skede 1:

$$\frac{|M_{31}(0)|}{|M_{31}(\frac{1}{2})|} = \frac{1830 \text{ kNm}}{158 \text{ kNm}} \approx 11,6$$

Förhållandet har blivit mycket större jämfört med innan långtidseffekten togs med i beräkningarna, då kvoten var endast 7,48. Detta är troligtvis på grund av att brohöjden minskade från 1,46 m till 1,25 m. Detta resultat stärker observationen att ju högre höjd en bågstruktur har, desto större blir skillnaden i moment längs över bron.

1.4.6 Skede 32, långtidseffekt vid skede 2

Den nya egenviktlasten:

$$q_{32} = q_0 + q_{eb}$$

$$q_{32} = 50,0 * 10^3 + 6,00 * 10^3 = 56,0 * 10^3 \text{ N/m}$$

Den nya horisontella lasten:

$$H_{32} = H_0 + P_1 + h_1 + \Delta h_{31}$$

$$H_{32} = 25,0 * 10^6 + 20,0 * 10^6 + (-13,1 * 10^6) + 5,45 * 10^6 \approx 37,4 * 10^6 \text{ N}$$

För att utföra mer korrekta beräkningar, kan man ta hänsyn till tillägget till den axiella styvheten från efterspänningskablarna, eftersom arean för dem är nu känd.

Den nya axiella styvheten:

$$EA_{32} = E_c A_c + E_{bk} A_{bk} + E_{fk} A_{fk}$$

$$EA_{32} = 76,7 * 10^9 + 200 * 10^9 * 0,0160 \approx 79,9 * 10^9 \text{ N}$$

Parametern λ_{32}^2 :

$$\lambda_{32}^2 = \left(\frac{q_{32} L}{H_{32}} \right)^2 \frac{EA_{32}}{H_{32}}$$
$$\lambda_{32}^2 = \left(\frac{56,0 * 10^3 * 80,0}{37,4 * 10^6} \right)^2 \frac{79,9 * 10^9}{37,4 * 10^6} \approx 30,7$$

Parametern α^2 :

$$\alpha_{32}^2 = \frac{E_c I_c}{H_{32} L^2}$$
$$\alpha_{32}^2 = \frac{0,935 * 10^9}{37,4 * 10^6 * 80^2} \approx 0,00390$$

Omvandling till storheter med enheter:

$$\bar{q}_{32} = \frac{q_N}{q_{32}}$$
$$\bar{q}_{32} = \frac{20,0 * 10^3}{56,0 * 10^3} = 0,357$$
$$\theta_{32} = \frac{EA_{32} \alpha_T \Delta T}{H_{32}}$$
$$\theta_{32} = \frac{79,9 * 10^9 * 10,0 * 10^{-6} (-10)}{37,4 * 10^6} = -0,214$$

Observera att den initiala efterspänningslasten är inräknad i den totala dragkraften H_{32} . Eftersom ingen ny efterspänning äger rum, ska följande gälla i den nya iterationslösningen.

$$\bar{P}_{32} = 0$$

Iterationsekvationen vid skede 32:

$$\bar{h}_{32} = \lambda_{32}^2 \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma_{32}^2} - \frac{1}{\gamma_{32}} \right) \frac{\bar{q}_{32} - (\bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}{2(1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})} - \theta_{32}$$
$$\gamma_{32}^2 = \frac{1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32}}{\alpha_{32}^2}$$

Lösning av iterationen:

$$\bar{h}_{32} = 0,295$$

$$\gamma_{32} \approx 18,2$$

Omvandling till horisontallast med enheter:

$$\bar{h}_{32} = \frac{h_{32}}{H_{32}} \leftrightarrow h_{32} = \bar{h}_{32} H_{32}$$

$$h_{32} = 0,295 * 37,4 * 10^6 = 11,0 * 10^6 N$$

Observera att lasten som verkar längs bron nu är en dragkraft, en positiv kraft. Eftersom bron är uppbyggd av betong, ska dragkraften inte vara alltför stor. Betong är ett material som bör belastas i tryck, eftersom det lätt spricker vid dragkrafter.

Last som tas av betongdelen:

$$h_{32c} = \frac{E_c A_c}{EA_{32}} h_{32}$$

$$h_{32c} = \frac{35,0 * 10^9 * 2,00}{79,9 * 10^9} 11,0 * 10^6 \approx 9,66 * 10^6 N$$

Spänning som tas av betongdelen:

$$\sigma_{32c} = \frac{h_{32c}}{A_c}$$

$$\sigma_{32c} = \frac{9,66 * 10^6}{2,00} \approx 4,83 * 10^6 Pa$$

Den spänning som betongen tar hand om vid skede 31, σ_{31c} , beräknades till en tryckspänning motsvarande 1,89 MPa. Nu beräknades den spänning som framkom när den nyttiga lasten och temperaturvariationen applicerades på bron, σ_{32c} , som beräknades till en dragspänning på 4,83 MPa. För att få den totala spänningen adderas dessa spänningar enligt följande.

Total spänning som tas av betongdelen:

$$\sigma_{slutc} = \sigma_{31c} + \sigma_{32c}$$

$$\sigma_{slutc} = -1,89 * 10^6 + 4,83 * 10^6 \approx 2,94 MPa$$

Observera att den slutliga spänningen som tas om hand av betongen blev en dragspänning. Eftersom betong är ett känsligt material i dragbelastning, bör detta värde kontrolleras mot draghållfastheten för den betongkvaliteten som är vald. I detta exempel valdes betongkvaliteten C40/50, enligt tabell 13.7.

Kontroll av betongdelen vid dragspänning:

$$\sigma_{sluttc} \leq f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_c}$$

$$2,94 * 10^6 \leq 1 * \frac{2,5 * 10^6}{1,5} \approx 1,67 * 10^6 \quad EJ \text{ OK}$$

Det visar sig att den dragkraft i betongen som uppkommer är för stor för betongen att klara av och därmed behöver den slakarmeras.

Den slutliga spänningen som bärcablarna och efterspänningskablarna ska klara av behöver inte kontrolleras, då det framgår att den stora tryckspänningen reduceras till en mycket mindre dragspänning. Eftersom kablarna i stort sätt klarar av dragpåkänningar lika bra som tryckpåkänningar, behöver inga vidare kontroller utföras.

Det är dock nödvändigt att beräkna den nya nedböjningen i mittsnittet av bron samt de nya momenten, både i mittsnittet och vid stöd. Beräkningarna visas enligt följande.

Beräkning av nedböjning i mittsnittet:

$$\bar{w}_{32}(\frac{1}{2}) = \frac{\bar{q}_{32} - (\bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}{2(1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\gamma_{32}} \right)$$

$$\bar{w}_{32}(\frac{1}{2}) = \frac{0,357 - (0,295 + 0)}{2(1 + 295 + 0)} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{18,2} \right) \approx 0,00468$$

Omvandling till nedböjning med enheter:

$$\bar{w}_{32}(\frac{1}{2}) = \frac{w_{32}(\frac{1}{2})}{8 d_{31}} \leftrightarrow w_{31}(\frac{1}{2}) = \bar{w}_{32}(\frac{1}{2}) 8 d_{31}$$

$$w_{32}(\frac{1}{2}) = 0,00468 * 8 * 1,25 \approx 0,0469 \text{ m}$$

Den beräknade nedböjningen är utifrån den utböjning som var vid läge 31, d_{31} . Beräkning av den slutliga nedböjningen beräknas enligt nedan.

Slutlig brohöjd efter skede 32:

$$d_{32} = d_{31} + w_{32}(\frac{1}{2})$$

$$d_{32} = 1,25 + 0,0469 \approx 1,30 \text{ m}$$

Beräkning av moment i mittsnittet:

$$\bar{M}_{32}(\frac{1}{2}) = 2 \alpha_{32}^2 \frac{\bar{q}_{32} - (\bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}{2 (1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}$$

$$\bar{M}_{32}(\frac{1}{2}) = 2 * 0,00390 \frac{0,357 - (0,295 + 0)}{2 (1 + 0,295 + 0)} \approx 0,000187$$

Omvandling till moment med enhet:

$$\bar{M}_{32}(\frac{1}{2}) = \frac{M_{32}(\frac{1}{2})}{q_{32} L^2} \leftrightarrow M_{32}(\frac{1}{2}) = \bar{M}_{32}(\frac{1}{2}) q_{32} L^2$$

$$M_{32}(\frac{1}{2}) = 0,000187 * 56,0 * 10^3 * 80^2 \approx 67,1 * 10^3 \text{ Nm}$$

Slutligt moment i mittsnittet efter skede 32:

$$M_{slut}(\frac{1}{2}) = M_{31}(\frac{1}{2}) + M_{32}(\frac{1}{2})$$

$$M_{slut}(\frac{1}{2}) = -158 * 10^3 + 67,1 * 10^3 \approx -90,9 * 10^3 \text{ Nm}$$

Beräkning av moment vid stöd:

$$\bar{M}_{32}(0) = -(\gamma_{32} - 2) \alpha_{32}^2 \frac{\bar{q}_{32} - (\bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}{2 (1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32})}$$

$$\bar{M}_{32}(0) = -(18,2 - 2) 0,00390 \frac{0,357 - (0,295 + 0)}{2 * (1 + 0,295 + 0)} \approx -0,00152$$

Omvandling till moment med enhet:

$$\bar{M}_{32}(0) = \frac{M_{32}(0)}{q_{32} L^2} \leftrightarrow M_{32}(0) = \bar{M}_{32}(0) q_{32} L^2$$

$$M_{32}(0) = -0,00152 * 56,0 * 10^3 * 80^2 \approx -544 * 10^3 \text{ Nm}$$

Slutligt moment vid stöd efter skede 32:

$$M_{slut}(0) = M_{31}(0) + M_{32}(0)$$

$$M_{slut}(0) = 1830 * 10^3 + (-544 * 10^3) \approx 1290 * 10^3 \text{ Nm}$$

1.4.7 Resultande dragkrafter

Den horisontella dragkraften över stöd, vid skede 0:

$$F_0 = H_0 + P_0 + h_0$$

$$F_0 = 25 * 10^6 + 0 + 0 = 25 * 10^6 \text{ N}$$

Den horisontella dragkraften över stöd, vid skede 1:

$$F_1 = H_0 + P_1 + h_1$$

$$F_1 = 25 * 10^6 + 20 * 10^6 + (-13,1 * 10^6) = 31,9 * 10^6 \text{ N}$$

Den horisontella dragkraften över stöd, vid skede 2:

$$F_2 = H_0 + P_1 + h_2$$

$$F_2 = 25 * 10^6 + 20 * 10^6 + (-3,02 * 10^6) = 42,0 * 10^6 \text{ N}$$

Den horisontella dragkraften över stöd, vid skede 31:

$$F_2 = H_0 + P_1 + h_{31}$$

$$F_2 = 25 * 10^6 + 20 * 10^6 + (-7,63 * 10^6) = 37,4 * 10^6 \text{ N}$$

Den horisontella dragkraften över stöd, vid skede 32:

$$F_{32} = H_{32} + P_{32} + h_{32}$$

$$F_{32} = 37,4 * 10^6 + 0 + 11,0 * 10^6 = 48,4 * 10^6 \text{ N}$$

1.5 Frekvensanalys

I det här dimensioneringsexemplet ska första egensvängningsfrekvensen vid vertikal antisymmetrisk vibration beräknas. Frekvensen tas fram för varje byggskede av brons livstid och kontrolleras mot begränsningen enligt normen.

Enhetslös vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 1:

$$\bar{\omega}_1 = 2\pi \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 2} \sqrt{1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1} \sqrt{1 + \frac{4n^2\pi^2}{(\gamma_1 - 2)^2}}$$

$$\bar{\omega}_1 = 2\pi \frac{14,8}{14,8 - 2} \sqrt{1 + (-0,523) + 0,800} \sqrt{1 + \frac{4 * 1^2\pi^2}{(14,8 - 2)^2}} \approx 9,15$$

Vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 1:

$$\omega_1 = \frac{\bar{\omega}_1}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

$$m = \frac{q_0 + q_{eb}}{g}$$

$$\omega_1 = \frac{9,15}{80,0} \sqrt{\frac{25 * 10^6}{5710}} \approx 7,57 \text{ rad/s}$$

$$m = \frac{50,0 * 10^3 + 6,00 * 10^3}{9,81} \approx 5710 \text{ kg/m}$$

Det är vanligare att uttrycka vibrationsfrekvens i enheten hertz, Hz. Omvandlingen sker genom att dividera med 2π .

$$2\pi \text{ rad/s} = 1 \text{ Hz}$$

(en.wikipedia.org)

Omvandling från rad/s till Hz:

$$\omega_1 = \frac{7,57}{2\pi} \approx 1,20 \text{ Hz} < 1,25 \text{ Hz} \quad \text{OK}$$

Observera att första frekvensen hamnade under intervallet som är mellan 1,25 och 4,6 Hz, vilket innebär att den andra frekvensen förmodligen hamnar inom intervallet. Därför bör vidare frekvenskontroller utföras innan bron byggs.

Enhetslös vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 2:

$$\bar{\omega}_2 = 2\pi \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 2} \sqrt{1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1} \sqrt{1 + \frac{4n^2\pi^2}{(\gamma_2 - 2)^2}}$$

$$\bar{\omega}_2 = 2\pi \frac{17,0}{17,0 - 2} \sqrt{1 + (-0, -0,121) + 0,800} \sqrt{1 + \frac{4 * 1^2\pi^2}{(17,0 - 2)^2}} \approx 9,23$$

Vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 2:

$$\omega_2 = \frac{\bar{\omega}_2}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

$$\omega_2 = \frac{9,23}{80,0} \sqrt{\frac{25 * 10^6}{5710}} \approx 7,64 \text{ rad/s}$$

Omvandling från rad/s till Hz:

$$\omega_2 = \frac{7,64}{2\pi} \approx 1,22 \text{ Hz} < 1,25 \text{ Hz} \quad \text{OK}$$

Enhetslös vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 31:

$$\bar{\omega}_{31} = 2\pi \frac{\gamma_{31}}{\gamma_{31} - 2} \sqrt{1 + \bar{h}_1 + \Delta\bar{h}_{31} + \bar{P}_1} \sqrt{1 + \frac{4n^2\pi^2}{(\gamma_{31} - 2)^2}}$$

$$\gamma_{31} = \sqrt{\frac{1 + \bar{h}_1 + \Delta\bar{h}_{31} + \bar{P}_1}{\alpha^2}}$$

$$\bar{\omega}_{31} = 2\pi \frac{16,0}{16,0 - 2} \sqrt{1 + (-0,523) + 0,218 + 0,800} \sqrt{1 + \frac{4 * 1^2\pi^2}{(16,0 - 2)^2}} \approx 9,62$$

$$\gamma_{31} = \sqrt{\frac{1 + (-0,523) + 0,218 + 0,800}{0,00583}} \approx 16,0$$

Vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 31:

$$\omega_{31} = \frac{\bar{\omega}_{31}}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

$$\omega_{31} = \frac{9,62}{80,0} \sqrt{\frac{25 * 10^6}{5710}} \approx 7,96 \text{ rad/s}$$

Omvandling från rad/s till Hz:

$$\omega_{31} = \frac{7,96}{2\pi} \approx 1,27 \text{ Hz} < 1,25 \text{ Hz} \quad \text{EJ OK}$$

Enhetslös vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 32:

$$\bar{\omega}_{32} = 2\pi \frac{\gamma_{32}}{\gamma_{32} - 2} \sqrt{1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32}} \sqrt{1 + \frac{4n^2\pi^2}{(\gamma_{32} - 2)^2}}$$

$$\bar{\omega}_{32} = 2\pi \frac{18,2}{18,2 - 2} \sqrt{1 + 0,295 + 0} \sqrt{1 + \frac{4 * 1^2\pi^2}{(18,2 - 2)^2}} \approx 8,61$$

Vertikal antisymmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 32:

$$\omega_{32} = \frac{\bar{\omega}_{32}}{L} \sqrt{\frac{H_{32}}{m}}$$

$$\omega_{32} = \frac{8,61}{80,0} \sqrt{\frac{37,4 * 10^6}{5710}} \approx 8,71 \text{ rad/s}$$

Omvandling från rad/s till Hz:

$$\omega_{32} = \frac{8,20}{2\pi} \approx 1,39 \text{ Hz} < 1,25 \text{ Hz} \quad \text{Ej OK}$$

Första egenfrekvensen hamnar inom intervallet vid skede 2 och 32. Detta innebär att brons dynamiska egenskaper behöver analyseras vidare med hänsyn till bl.a. verkan av dämpning. Det är även möjligt att räkna fram approximerad vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens för alla skeden. Approximationen innebär att böjstyvheten försummas och beräkningarna utförs enligt följande metod.

Enhetslös vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 1:

$$\bar{\omega}_1 = d_1 \sqrt{1 + \bar{h}_1 + \bar{P}_1}$$

$$\bar{\omega}_1 = 1,46 \sqrt{1 + (-0,523) + 0,800} \approx 1,65$$

Vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 1:

$$\omega_1 = \frac{\bar{\omega}_1}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

$$\omega_1 = \frac{1,65}{80,0} \sqrt{\frac{25 * 10^6}{5710}} \approx 1,36 \text{ rad/s}$$

Omvandling från rad/s till Hz:

$$\omega_1 = \frac{1,36}{2\pi} \approx 0,217 \text{ Hz} < 1,25 \text{ Hz} \quad \text{OK}$$

Enhetslös vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 2:

$$\bar{\omega}_2 = d_2 \sqrt{1 + \bar{h}_2 + \bar{P}_1}$$

$$\bar{\omega}_2 = 1,48 \sqrt{1 + (-0,121) + 0,800} \approx 1,92$$

Vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 2:

$$\omega_2 = \frac{\bar{\omega}_2}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

$$\omega_2 = \frac{1,92}{80,0} \sqrt{\frac{25 * 10^6}{5710}} \approx 1,59 \text{ rad/s}$$

Omvandling från rad/s till Hz:

$$\omega_2 = \frac{1,59}{2\pi} \approx 0,253 \text{ Hz} < 1,25 \text{ Hz} \quad \text{OK}$$

Enhetslös vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 31:

$$\bar{\omega}_{31} = d_{31} \sqrt{1 + \bar{h}_1 + \Delta \bar{h}_{31} + \bar{P}_1}$$

$$\bar{\omega}_{31} = 1,25 \sqrt{1 + (-0,523) + 0,218 + 0,800} \approx 1,53$$

Vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 31:

$$\omega_{31} = \frac{\bar{\omega}_{31}}{L} \sqrt{\frac{H_0}{m}}$$

$$\omega_{31} = \frac{1,93}{80,0} \sqrt{\frac{25 * 10^6}{5710}} \approx 1,27 \text{ rad/s}$$

Omvandling från rad/s till Hz:

$$\omega_{31} = \frac{1,27}{2\pi} \approx 0,202 \text{ Hz} < 1,25 \text{ Hz} \quad \text{OK}$$

Enhetslös vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 32:

$$\bar{\omega}_{32} = d_{32} \sqrt{1 + \bar{h}_{32} + \bar{P}_{32}}$$

$$\bar{\omega}_{32} = 1,30 \sqrt{1 + 0,295 + 0} \approx 1,48$$

Vertikal symmetrisk vibrationsfrekvens, vid skede 32:

$$\omega_{32} = \frac{\bar{\omega}_{32}}{L} \sqrt{\frac{H_{32}}{m}}$$

$$\omega_{32} = \frac{1,48}{80,0} \sqrt{\frac{37,4 * 10^6}{5710}} \approx 1,49 \text{ rad/s}$$

Omvandling från rad/s till Hz:

$$\omega_{32} = \frac{1,49}{2\pi} \approx 0,238 \text{ Hz} < 1,25 \text{ Hz} \quad OK$$

1.6 Kontroll mot dimensioneringskriterier

1.6.1 Brohöjd

Kriteriet om maximal lutning vid skede 0:

$$d \leq \frac{L}{50}$$

$$1,60 \text{ m} \leq 1,60 \text{ m} \quad OK$$

1.6.2 Dragspänning i bärkablar

Kontroll av maximal dragspänning i bärkablar m.h.t. relaxation och utmattning:

$$\sigma_{0bk} \leq f_{y.d.bk}$$

$$\sigma_{0bk} = \frac{H_0}{A_{bk}}$$

$$f_{0,40y.d.bk} = \frac{0,4 f_{y.bk}}{\gamma_{M0}}$$

$$744 \text{ MPa} \leq 760 \text{ MPa} \quad OK$$

$$744 * 10^6 = \frac{25 * 10^6}{0,0336}$$

$$760 * 10^6 = \frac{0,4 * 1900 * 10^6}{1,00}$$

1.6.3 Böjmomentskapacitet

Preliminär böjmomentskapacitet enligt Eurokod (kontroll av underarmerattvärsnitt):

Det är lastfallet med nyttig last över halva bron som resulterade i störst moment, 2600 kNm.

$$\omega \leq \omega_{bal}$$

$$\omega = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{M_{max}}{a d^2 f_{cd}}}$$

$$\omega_{bal} = 0,8 \frac{\varepsilon_{cu} E_s}{f_{yd} + \varepsilon_{cu} E_s}$$

$$0,130 \leq 0,503 \quad OK$$

$$0,130 = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{2600 * 10^3}{2,5 * 0,4^2 * 26,7 * 10^6}}$$

$$0,503 = 0,8 \frac{3,5 * 10^{-3} * 210 * 10^9}{435 * 10^6 + 3,5 * 10^{-3} * 210 * 10^9}$$

Det går även att beräkna maximalt tillåtet böjmoment innan tvärsnittet övergår till så kallat överarmerat tvärsnitt. Detta görs genom en omskrivning av ekvationerna ovan och ger:

$$M_{max} \leq a d^2 f_{cd} \left(1 - \left(1 - 0,8 \frac{\varepsilon_{cu} E_s}{f_{yd} + \varepsilon_{cu} E_s} \right)^2 \right)$$

$$M_{max} \leq 2,5 * 0,4^2 * 26,7 * 10^6 \left(1 - \left(1 - 0,8 \frac{3,5 * 10^{-3} * 210 * 10^9}{435 * 10^6 + 3,5 * 10^{-3} * 210 * 10^9} \right)^2 \right)$$

$$M_{max} \leq 8040 \text{ kNm}$$

1.6.4 Tryckspänning i betong

Kontroll av maximal tryckspänning i betongdelen (skede 1):

$$\sigma_{max}^{tot} \leq f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_C}$$

$$\sigma_{max}^{tot} = \sigma_{1c} - \sigma_{max}^M$$

$$\sigma_{1c} = \frac{h_{1c}}{A_c}$$

$$\sigma_{max}^M = \frac{M_{y\ max} \left(\frac{d}{2}\right)}{I_y}$$

$$17,0 \text{ MPa} \leq 26,7 \text{ MPa} \quad OK$$

$$-17,0 * 10^6 = -5,96 * 10^6 - 11,0 * 10^6$$

$$-5,96 * 10^6 = \frac{-11,9 * 10^6}{2}$$

$$11,0 * 10^6 = \frac{1,47 * 10^6 * \frac{0,4}{2}}{0,0267}$$

Kontroll av maximal tryckspänning i betongdelen (skede 2 NL över hela):

$$\sigma_{max}^{tot} \leq f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_C}$$

$$\sigma_{max}^{tot} = \sigma_{2c}^{NL\ hela} - \sigma_{M\ max}^{NL\ hela}$$

$$\sigma_{2c}^{NL\ hela} = \frac{h_{2c}^{NL\ hela}}{A_c}$$

$$\sigma_{M\ max}^{NL\ hela} = \frac{M_{y\ max}^{NL\ hela} \left(\frac{d}{2}\right)}{I_y}$$

$$11,3 \text{ MPa} \leq 26,7 \text{ MPa} \quad OK$$

$$-11,3 * 10^6 = -1,38 * 10^6 - 9,94 * 10^6$$

$$-1,38 * 10^6 = \frac{-2,75 * 10^6}{2}$$

$$9,94 * 10^6 = \frac{1,33 * 10^6 * \frac{0,4}{2}}{0,0267}$$

Kontroll av maximal tryckspänning i betongdelen (skede 2 NL över halva):

$$\sigma_{max}^{tot} \leq f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_C}$$

$$\sigma_{max}^{tot} = \sigma_{2c}^{NL\ halva} - \sigma_{M\ max}^{NL\ halva}$$

$$\sigma_{2c}^{NL\ halva} = \frac{h_{2c}^{NL\ halva}}{A_c}$$

$$\sigma_{M\ max}^{NL\ halva} = \frac{M_{y\ max}^{NL\ halva} \left(\frac{d}{2}\right)}{I_y}$$

$$22,7\ \text{MPa} \leq 26,7\ \text{MPa} \quad \text{OK}$$

$$-22,7 * 10^6 = -3,16 * 10^6 - 19,5 * 10^6$$

$$-3,16 * 10^6 = \frac{-6,32 * 10^6}{2}$$

$$19,5 * 10^6 = \frac{2,60 * 10^6 * \frac{0,4}{2}}{0,0267}$$

Kontroll av maximal tryckspänning i betongdelen (skede 2 reparationsbil):

$$\sigma_{max}^{tot} \leq f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_C}$$

$$\sigma_{max}^{tot} = \sigma_{2c}^{bil} - \sigma_{M\ max}^{bil}$$

$$\sigma_{2c}^{bil} = \frac{h_{2c}^{bil}}{A_c}$$

$$\sigma_{M\ max}^{bil} = \frac{M_{y\ max}^{bil} \left(\frac{d}{2}\right)}{I_y}$$

$$21,5 \text{ MPa} \leq 26,7 \text{ MPa} \quad OK$$

$$-21,5 * 10^6 = -4,70 * 10^6 - 16,8 * 10^6$$

$$-4,70 * 10^6 = \frac{-9,40 * 10^6}{2}$$

$$16,8 * 10^6 = \frac{2,24 * 10^6 * \frac{0,4}{2}}{0,0267}$$

1.6.5 Dragspänning i betong

Kontroll av maximal dragspänning i betongdelen (skede 1):

$$\sigma_{maxt}^{tot} \leq f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_c}$$

$$\sigma_{maxt}^{tot} = \sigma_{1ct} + \sigma_{1max}^M$$

$$\sigma_{1ct} = \frac{h_{1ct}}{A_c}$$

$$\sigma_{1max}^M = \frac{M_{1y \max} \left(\frac{d}{2} \right)}{I_y}$$

$$5,04 \text{ MPa} \leq 1,67 \text{ MPa} \quad EJ \text{ OK}$$

$$5,04 * 10^6 = -5,96 * 10^6 + 11,0 * 10^6$$

$$-5,96 * 10^6 = \frac{-11,9 * 10^6}{2}$$

$$11,0 * 10^6 = \frac{1,47 * 10^6 * \frac{0,4}{2}}{0,0267}$$

Kontroll av maximal dragspänning i betongdelen (skede 2 NL över hela):

$$\sigma_{maxt}^{tot} \leq f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_c}$$

$$\sigma_{maxt}^{tot} = \sigma_{2ct}^{NL \text{ hela}} + \sigma_{2M \max}^{NL \text{ hela}}$$

$$\sigma_{2ct}^{NL \text{ hela}} = \frac{h_{2ct}^{NL \text{ hela}}}{A_c}$$

$$\sigma_{2M \max}^{NL \text{ hela}} = \frac{M_{2y \max}^{NL \text{ hela}} \left(\frac{d}{2}\right)}{I_y}$$

$$8,56 \text{ MPa} \leq 1,67 \text{ MPa} \quad \text{EJ OK}$$

$$8,56 * 10^6 = -1,38 * 10^6 + 9,94 * 10^6$$

$$-1,38 * 10^6 = \frac{-2,75 * 10^6}{2}$$

$$9,94 * 10^6 = \frac{1,33 * 10^6 * \frac{0,4}{2}}{0,0267}$$

Kontroll av maximal dragspänning i betongdelen (skede 2 NL över halva):

$$\sigma_{\max}^{\text{tot}} \leq f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_c}$$

$$\sigma_{\max}^{\text{tot}} = \sigma_{2ct}^{NL \text{ halva}} + \sigma_{2M \max}^{NL \text{ halva}}$$

$$\sigma_{2ct}^{NL \text{ halva}} = \frac{h_{2ct}^{NL \text{ halva}}}{A_c}$$

$$\sigma_{2M \max}^{NL \text{ halva}} = \frac{M_{2y \max}^{NL \text{ halva}} \left(\frac{d}{2}\right)}{I_y}$$

$$16,3 \text{ MPa} \leq 1,67 \text{ MPa} \quad \text{OK}$$

$$16,3 * 10^6 = -3,16 * 10^6 + 19,5 * 10^6$$

$$-3,16 * 10^6 = \frac{-6,32 * 10^6}{2}$$

$$19,5 * 10^6 = \frac{2,60 * 10^6 * \frac{0,4}{2}}{0,0267}$$

Kontroll av maximal dragspänning i betongdelen (skede 2 reparationsbil):

$$\sigma_{\max}^{\text{tot}} \leq f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_c}$$

$$\sigma_{\max}^{\text{tot}} = \sigma_{2ct}^{\text{bil}} + \sigma_{2M \max}^{\text{bil}}$$

$$\sigma_{2ct}^{bil} = \frac{h_{2ct}^{bil}}{A_c}$$

$$\sigma_{2M\max}^{bil} = \frac{M_{2y\max}^{bil} \left(\frac{d}{2}\right)}{I_y}$$

$$12,1 \text{ MPa} \leq 26,7 \text{ MPa} \quad EJ \text{ OK}$$

$$12,1 * 10^6 = -4,70 * 10^6 + 16,8 * 10^6$$

$$-4,70 * 10^6 = \frac{-9,40 * 10^6}{2}$$

$$16,8 * 10^6 = \frac{2,24 * 10^6 * \frac{0,4}{2}}{0,0267}$$

2 Exempel på beräkning med typisk tvärsektion

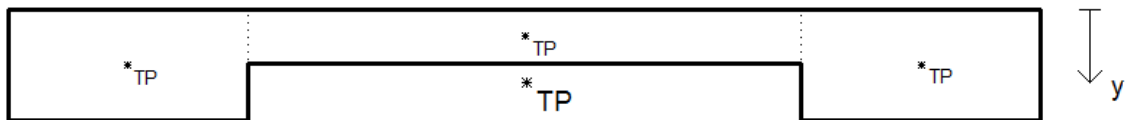
Det här delkapitlet visar endast ett exempel på hur area och tröghetsmoment beräknas för en tvärsektion enligt Figur 12.3 och godtyckligt valda mått. Den är alltså inte kopplat till exemplet i kapitel 13. Parametrarna a-d är enligt Figur 13.21.

Tvärsektionsarea:

$$A_c = \sum_i^n (B_i H_i) \rightarrow a d 2 + b c$$

$$A_c = 1,25 * 0,300 * 2 + 2,50 * 0,100 = 1,00 \text{ m}^2$$

I det här beräkningsexemplet beräknas tyngdpunktens position från ovankant av tvärsnittet enligt Figur 13.1.



Figur 13.1. Illustration av brons tvärsektion för beräkning av tyngdpunktens position.

Tvärsektionens tyngdpunkt:

$$A_c y_{TP} = \sum_i^n (A_i y_i) \leftrightarrow y_{TP} = \frac{\sum_i^n (A_i y_i)}{A_c} \rightarrow \frac{a d \frac{d}{2} 2 + b c \frac{c}{2}}{A_c}$$

$$y_{TP} = \frac{1,25 * 0,300 \frac{0,300}{2} 2 + 2,50 * 0,100 \frac{0,100}{2}}{1,00} = 0,125 \text{ m}$$

Parametern y_{TP} anger avståndet från ovankant till tvärsnittets tyngdpunkt, d.v.s. till tvärsektionens neutralaxel.

Det är nu möjligt att beräkna tvärsnittets tröghetsmoment kring tyngdpunkten. Tvärsnittet är sammansatt av ett antal delar med individuella tröghetsmoment kring sina respektive tyngdpunkter. Dessa kombineras ihop med hjälp av den välkända Steiners sats. Beräkningen presenteras här nedan.

Tvärektionens tröghetsmoment:

$$I_c = \sum_i^n (I_i + A_i e_i^2)$$

$$I_i = \frac{B_i H_i^3}{12}$$

$$\rightarrow I_c = \left(\frac{a d^3}{12} + a d \left(\frac{d}{2} - y_{TP} \right)^2 \right) 2 + \frac{b c^3}{12} + b c \left(\frac{c}{2} - y_{TP} \right)^2$$

$$I_c = \left(\frac{1,25 * 0,300^3}{12} + 1,25 * 0,300 \left(\frac{0,300}{2} - 0,125 \right)^2 \right) 2 + \frac{2,50 * 0,100^3}{12} + 2,50 * 0,100 \left(\frac{0,100}{2} - 0,125 \right)^2 \approx 0,00771 \text{ m}^4$$

Appendix 2

Beteckningsförteckning

Beteckning	Enhet	Förklaring
a, b, c, d	m	Längder för tvärsektion
d_i	m	Brohöjd vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
f_{ck}	Pa	Karakteristisk tryckhållfasthet för betong
$f_{ctk0,05}$	Pa	Karakteristisk draghållfasthet för betong
f_{ybk}	Pa	Karakteristiskt värde på sträckgräns för bärkablar
f_{yek}	Pa	Karakteristiskt värde på sträckgräns för efterspänningskablar
g	m/s^2	Gravitationsacceleration
Δh_{2-1}	N	Reducering av horisontell kraftvariation vid skede 2
Δh_{31}	N	Variation av den horisontella kraften på bron vid skede 31
$\Delta \bar{h}_{31}$	-	Enhetslös variation av den horisontella kraften på bron vid skede 31
Δh_{31c}	N	Variation av den horisontella kraften som tas av betongen vid skede 31
$\Delta \bar{h}_{31c}$	-	Enhetslös variation av den horisontella kraften som tas av betongen vid skede 31
h_i	N	Kraft som verkar längst bron vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32

\bar{h}_i	-	Enhetslös kraft som verkar längst bron vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
h_{ibk}	N	Kraft som tas av bärkablarna vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
h_{ic}	N	Kraft som tas av betongen vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
\bar{h}_{ic}	-	Enhetslös kraft som tas av betongen vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
m	kg / m	Massenhet vid frekvensberäkningar
n	-	Heltal som anger frekvensordningen
q_0	N / m	Brons egenvikt per m vid skede 0 (Förenklat bortses egenvikten av bärkablarna, endast betongen iakttas)
q_{32}	N / m	Brons egenvikt vid skede 32 (betong och de ej bärande komponenterna)
q_{asf}	N / m^3	Last från asfalt
q_c	N / m^3	Betonglast
\bar{q}_i	-	Enhetslös pålastning vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
q_n	N / m	Nyttiglast
q_N	N / m^2	Nyttiglast
q_{sr}	N / m	Last från säkerhetsräcke per m
$\Delta w_{31}(L/2)$	m	Variation av utböjning mitt i spannet vid skede 31
$\bar{\Delta w}_{31}(1/2)$	-	Enhetslös variation av utböjning mitt i spannet vid skede 31

$w_i (L/2)$	m	Utböjning mitt i spannet vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
$\bar{w}_i (1/2)$	-	Enhetslös utböjning mitt i spannet vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
y_{TP}	m	Avstånd från tvärsektionens tyngdpunkt till övre kant
<hr/>		
A_{1bk}	m^2	Total tvärsnittsarea av en bärkabel
A_{1ek}	m^2	Total tvärsnittsarea av en efterspänningskabel
A_{bk}	m^2	Area av bärkablarna i bron
A_c	m^2	Betong/tvärsektionsarean
A_{fk}	m^2	Area av efterspänningskablarna i bron
B	m	Spannbredd
B_{asf}	m	Asfaltsbredd
E_{bk}	Pa	Elasticitetsmodul för bärkabel
E_c	Pa	Elasticitetsmodul för betong
E_{ek}	Pa	Elasticitetsmodul för efterspänningskabel
EA	N	Brons axiella styvhet baserat på betongdel och bärkablarna, dock ej efterspänningskablarna
EA_{32}	N	Brons axiella styvhet (betongdel, bärkablarna & efterspänningskablarna)
$E_c I_c$	N	Böjstyvheten för tvärsnittet (betongdelen)
F_i	N	Resultande kraft som verkar längst bron vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32

H_{32}	N	Kraft som verkar längst bron vid skede 31 (inför skede 32)
H_{asf}	m	Asfaltstjocklek
H_i	N	Dragkraften i bärkablarna vid skede i , där i är 0, 1, 2 eller 31, (ej 32)
I_c	m^4	Betongens/tvärsnittets tröghetsmoment
L	m	Spannlängd
$\Delta M_{31}(0)$	Nm	Variation av moment över stöd vid skede 31
$\overline{\Delta M}_{31}(0)$	-	Enhetslös variation av moment över stöd vid skede 31
$\Delta M_{31}(L/2)$	Nm	Variation av moment mitt i spannet vid skede 31
$\overline{\Delta M}_{31}(1/2)$	-	Enhetslös variation av moment mitt i spannet vid skede 31
$M_i(0)$	Nm	Moment över stöd vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
$\overline{M}_i(0)$	-	Enhetslöst moment över stöd vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
$M_i(L/2)$	Nm	Moment mitt i spannet vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
$\overline{M}_i(1/2)$	-	Enhetslöst moment mitt i spannet vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
$M_{slut}(0)$	Nm	Slutligt moment över stöd efter hänsyn till skede 32
$M_{slut}(L/2)$	Nm	Slutligt moment mitt i spannet efter hänsyn till skede 32
P_i	N	Efterspänningskraft vid skede i , där i är 0, 1, 2, 31 eller 32

\bar{P}_i	-	Enhetslös efterspänningskraft vid skede i, där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
ΔT	$^{\circ}\text{C}$	Temperaturvariation
α^2	-	Beskriver beteendet för bron med hänsyn till böjstyvheten
α_{32}^2	-	Beskriver beteendet för bron med hänsyn till böjstyvheten vid skede 32 (inkl. efterspänningskablar)
α_{cc}	-	Säkerhetsparameter
α_{ct}	-	Säkerhetsparameter
α_T	$\text{m} / (\text{m}^{\circ}\text{C})$	Koefficient av termisk expansion
γ_i	-	Dimensionslös parameter som används vid beräkning av nedböjning och moment i stöd vid skede i, där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
γ_{M0}	-	Bärförmåga för tvärsnitt oavsett tvärsnittsklass
ε_{cs}	m / m	Total krympning per m
θ_i	-	Enhetslös term m.h.t. temperatur vid beräkning av last längst bron vid skede i, där i är 0, 1, 2, 31 eller 32
λ^2	-	Beskriver beteendet för bron med hänsyn till dens axiella styvhet
λ_{32}^2	-	Beskriver beteendet för bron med hänsyn till dens axiella styvhet vid skede 32 (inkl. efterspänningskablar)
λ_{∞}^2	-	Parameter som används för att beräkna variation av horisontallasten vid skede 3
φ	-	Krypningskoefficient

σ_{ibk}	<i>Pa</i>	Spänning som tas av bärkablarna vid skede <i>i</i> , där <i>i</i> är 0, 1, 2, 31 eller 32
σ_{ic}	<i>Pa</i>	Spänning som tas av betongen vid skede <i>i</i> , där <i>i</i> är 0, 1, 2, 31 eller 32
σ_{slutc}	<i>Pa</i>	Slutlig spänning på betongdelen efter hänsyn till skede 32
χ	-	Åldringsparameter
ω_i	<i>rad/s eller Hz</i>	Vertikal vibrationsfrekvens vid skede <i>i</i> , där <i>i</i> är 0, 1, 2, 31 eller 32
$\bar{\omega}_i$	-	Enhetslös vertikal vibrationsfrekvens vid skede <i>i</i> , där <i>i</i> är 0, 1, 2, 31 eller 32

Källförteckning

Källförtäckning

Litteraturkällor:

Strasky, J., Telford, T. (2005). *Stress ribbon and cable-supported pedestrian bridges*. Great Britain: MPG Books, Bodmin, Cornwall

Isaksson, T., Mårtensson, A. (2010). *Byggkonstruktion Regel- och formelsamling*. 2:2.uppl. Lund: Studentlitteratur

Gustafsson, P-J. (2010). *Kurspärm i balkteori*. Kursmaterial, Avd f Byggnadsmekanik, LTH

Irvine, M. (1981). *Cable structures*. Cambridge: MIT Press

Austrell, P-E., Dahlblom, O., Lindemann, J., Olsson, A., Olsson, K-G., Persson, K., Petersson, H., Ristinmaa, M., Sandberg, G., Wernberg, P-A. (2004). *CALFEM - A FINITE ELEMENT TOOLBOX - Version 3.4*. Lund: KFS i Lund AB

Crocetti, R., Björnsson, I. (2011). *Design of bridges Structural design project Composite bridge*.

Internetkällor:

Cobo del Arco, D., Aparicio, A., Mari, A. (2001). *PRELIMINARY DESIGN OF PRESTRESSED CONCRETE STRESS RIBBON BRIDGE.*

Hämtad från JOURNAL OF BRIDGE ENGINEERING

Publicerat 2001-07/08

Hämtad 2011-11-29

<<http://www.ascelibrary.org>>

Stráský, Jiří (2006). *STRESS RIBBON AND CABLE SUPPORTED PEDESTRIAN BRIDGES.*

Hämtad från avcr.cz

Hämtad 2012-01-15

<http://www.avcr.cz/miranda2/export/sitesavcr/data.avcr.cz/vzdelavani/vedecky_titul_doktor_ved/files_obhajoby/stransky_teze_dsc.pdf>

sdrp.org. *David Kreitzer Lake Hodges Bicycle/Pedestrian Bridge.*

Hämtad 2012-05-08

<<http://www.sdrp.org/projects/Lake%20Hodges%20Bridge/Lake%20Hodges%20Bridge.htm>>

Vägverket (2004). *VÄGAR OCH GATORS UTFORMNING VV 2004:80.*

Hämtad från trafikverket.se

Hämtad 2012-06-10

<http://www.trafikverket.se/TrvSeFiler/Foretag/Bygga_och_underhalla/Vag/Vagutformning/Dokument_vag_och_gatuutformning/Vagar_och_gators_utformning/Grundvarden/grundvarden.pdf>

ajdesigner.com. *Circle Segment Equations Formulas Calculator, Math Geometry.*

Hämtad 2012-01-24

<http://www.ajdesigner.com/phpcircle/circle_segment_area_k.php>

Kalafatic I., Radic J., Medak M. (2006). *PRELIMINARY DESIGN PROCEDURE FOR ONE SPAN POST-TENSIONED STRESS-RIBBON BRIDGE.*

Hämtad från DAAAM INTERNATIONAL SCIENTIFIC BOOK

Publicerat 2006

Hämtad 2011-11-26

<<http://www.thefreelibrary.com/Preliminary+design+procedure+for+one+span+post-tensioned...-a0178715976>>

kstr.lth.se. *SUSPENSION BRIDGES.*

Hämtad 2012-06-13

<http://www.kstr.lth.se/fileadmin/kstr/pdf_files/vbk041/forelas/Suspension_RC.pdf>

sv.wikipedia.org. *Kedjekurva.*

Hämtad 2012-03-22

<<http://sv.wikipedia.org/wiki/Kedjekurva>>

scribd.com. *Vibration Serviceability Criteria for Footbridges.*

Hämtad 2012-03-27

<<http://www.scribd.com/doc/52001572/Vibration-Serviceability-Criteria-for-Footbridges>>

elsa.jrc.ec.europa.eu. *Design of Lightweight Footbridges for Human Induces Vibrations.*

Hämtad 2012-03-27

<<http://elsa.jrc.ec.europa.eu/publications/JRC53442.pdf>>

en.wikipedia.org. *Radian per second.*

Hämtad 2012-03-30

<http://en.wikipedia.org/wiki/Radian_per_second>

kth.diva-portal.org. *Dimensionering av betongkonstruktioner: En jämförande studie av BBK04 och Eurokod 2 vid dimensionering av balkar och pelare.*

Hämtad 2012-04-05

<kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:459358/FULLTEXT01>

Bildkällor:

Figur 1.1

Hämtad från shp.eu

Hämtad 2012-05-09

<http://www.shp.eu/index_detail.php?typ=SUB&showid=91&path=lavky-predpjaty-pas-blue-river&sort_by=name&picture_num=1>

Figur 1.2

Hämtad från wikipedia.org

Hämtad 2012-04-16

<http://en.wikipedia.org/wiki/File:Puente_Barra_Maldonado_%28Punta_del_Este%29.jpg>

Figur 1.3

Hämtad från sky-today.com

Hämtad 2012-03-10

<<http://sky-today.com/wp-content/uploads/2012/02/Screen-shot-2012-02-10-at-4.50.31-AM.png>>

Figur 1.5

Hämtad från shp.eu

Hämtad 2012-05-09

<http://www.shp.eu/index_detail.php?typ=SUB&showid=85&path=lavky-predpjaty-pas-dsl&sort_by=name&picture_num=4>

Figur 2.1

Hämtad från shp.eu

Hämtad 2012-05-09

<http://www.shp.eu/index_detail.php?typ=SUB&showid=89&path=lavky-predpjaty-pas-redding&sort_by=name&picture_num=1>

Figur 2.2

Hämtad från americantrails.org

Hämtad 2012-03-12

<<http://www.americantrails.org/i/resourceimages/RdgRibbonBr1.jpg>>

Figur 2.3

Hämtad från shp.eu

Hämtad 2012-05-09

<http://www.shp.eu/index_detail.php?typ=SUB&showid=89&path=lavky-predpjaty-pas-redding&sort_by=name&picture_num=2>

Figur 3.1

Hämtad från acc-club.jp

Hämtad 2012-03-20

<http://www.acc-club.jp/english/pdf/3_5_1.pdf>

Figur 3.1

Hämtad från shp.eu

Hämtad 2012-05-09

<http://www.shp.eu/index_detail.php?typ=SUB&showid=176&path=lavky-predpjaty-pas-golf-course&sort_by=name&picture_num=2>

Figur 3.2

Hämtad från gostructural.com

Hämtad 2012-04-02

<http://www.gostructural.com/print-magazinearticle-dramatic_bridge_provides_a_nat-7918.html>

Figur 3.3

Hämtad från freyrom.ro

Hämtad 2012-02-19

<http://www.freyrom.ro/EN/ServicesProducts_1EN.php>

Figur 7.7

Hämtad från bjellman.blogspot.com

Hämtad 2012-03-02

<http://bjellman.blogspot.com/2011_07_01_archive.html>

Figur 7.8

Hämtad från flickr.com

Hämtad 2012-03-02

<<http://www.flickr.com/photos/bridgink/418130489/sizes/o/in/photostream/>>