

Dimensionering av en bågbro i trä

Jämförelse av handberäkningar
och Finita Element Metoden



Jimmy Tran
Tuan Tran

Avdelningen för Konstruktionsteknik
Lunds Tekniska Högskola
Lunds Universitet, 2012

Avdelningen för Konstruktionsteknik
Lunds Tekniska Högskola
Box 118
221 00 LUND

Department of Structural Engineering
Lund Institute of Technology
Box 118
S-221 00 LUND
Sweden

Dimensionering av en bågbro i trä

- Jämförelse av handberäkningar och Finita Element Metoden

Designing an arch bridge in timber

- Comparison between hand calculations and Finite Element Method

Jimmy Tran & Tuan Tran
2012

Rapport TVBK-5214
ISSN 0349-4969
ISRN: LUTVDG/TVBK-12/5214(120)

Examensarbete
Handledare: Roberto Crocetti
Maj 2012

Abstract

In the past it was common to build in timber but in the last 150 years, steel and concrete in particular have been the dominating material in bridge-buildings. This is mainly due to not having mastered the timber construction to the same extent as steel and concrete. Nowadays the interest in timber bridges have increased and the technical solutions have been greatly developed in the last 15 years.

The purpose of this study is to provide an insight of how a design of an arch bridge in timber is according to Eurocode can be done. For the report the design will be checked with hand calculations and with commercial FEM software, SAP2000. When hand calculations have been too time consuming or not possible for the authors to implement FEM have been used for the design values.

The case study is based on an existing arch bridge with a stresslaminated timber deck in Norway which was designed by the old Norwegian standards. The results from the hand calculations gave a lower strength compared to methods based on the finite element method. The difference between the two methods were not very large, hand calculation are about 20 % lower than the methods which were calculated by FEM.

For out of plane buckling the bracing stiffness at the attachment points have a great influence on the strength of the arch. In reality the hinged attachment points is not rigid at the transverse direction and should be considered when designing the bridge. The buckling load can vary between 1 and 45 MN but make the greatest contribution before the out of the plane stiffness reaches 10000 N/mm.

Bending stresses in the transverse direction is a big problem for the deck. The material utilization of the deck was calculated to 565 % of the recommended pre-stress level of 1 MPa. Both compression and tension are the same in the deck but with opposite signs, this may be because the modeling is done with shell elements.

When comparing the authors' plate model with Ekström in Chap. 9.6.1 it can be seen that the solid elements provide a different stressdistributions at the top and bottom of the deck. The tensile stresses are less than the compressive stresses in the solid plate member, this is due to the maximum compression stresses that are obtained directly under the load which generates an "disrupted zone" of the stresses. When modeling with shell elements the gap between the laminations can't be taken into account, therefor no accurate representation of the results are obtained when modelizing the plate member in SAP2000.

Although the calculations shows that the bridge lacks strength at some points, we must not forget that this is an existing functional bridge in Norway. The bridge is designed for old standards according to Norwegian regulations and has probably passed the requirements. This is a sign that the new Eurocode is much more stricter than previous standards.

Keywords: Arch bridge, timber bridge, stress laminated timber deck, FEM, hand calculation, plate model, shell element, frame element & solid element.

Sammanfattning

Förr i tiden var det vanligt att bygga i trä men i de senaste 150 åren har stål och framförallt betong dominerat brobyggandet. Detta beror främst på att man inte har behärskat träbyggandet i samma omfattning som stål och betong. Nu har intresset för träbroar åter ökat och de tekniska lösningarna har utvecklats mycket de senaste 15 åren.

Syftet med den här studien är att ge en inblick på hur en dimensionering av en bågbro i trä utförs enligt Eurokod. Dimensioneringen kommer att ske på två sätt, med handberäkningar och med kommersiella FEM-mjukvaror. Vid hållfasthetskontrollerna har FEM använts då handberäkningar antingen varit för tidskrävande eller inte möjliga för författarna att genomföra då systemet är för komplext.

Fallstudien baseras på en existerande bågbro med en tvärspäänd träplatta i Norge som dimensionerades med de dåvarande norska normerna innan Eurokod. Resultatet av de handberäknade metoderna ger en lägre hållfasthet om de jämförs med de metoder som baseras på FEM. Skillnaden mellan de båda metoderna är inte så stora, handberäkningen ligger ca 20 % lägre än de metoderna som beräknas med FEM.

Även stagningsstyvheten ut ur plan vid infästningarna är intressanta då det kan variera väldigt mycket beroende på hur styva dessa är. I verkligheten är de ledade infästningarna i bågarna inte oändligt styva i tvärriktning och bör beaktas vid dimensionering. Knäcklasten kan variera mellan 1 och 45 MN men ger störst bidrag innan styvheten i inspänningen ut ur plan når 10000 N/mm.

Böjspänningen i plattan i tvärlängd är dock ett problem, materialutnyttjandet beräknades till hela 565 % om värdet på förspänningen följde det rekommenderade värdet på 1 MPa. Både storleken på tryck- och dragspänningen är detsamma fast med omvänt tecken, detta kan bero på att modelleringen är gjord med skalelement. Om man jämför författarnas plattmodell med Ekströms i kap. 9.6.1 kan man se att solida element ger olika spänningsfördelningar i ovan- och underkant i tryck respektive drag.

Dragspänningarna är mindre än tryckspänningarna i solida plattelement, detta beror på att maxtryckspänningen fås direkt under lasten vilket genererar en ”störd zon” för spänningarna. Detta leder till att ingen korrekt bild fås av resultatet, plattelementet i SAP2000 utgörs av skalelement och kan därför inte ta hänsyn till glapp mellan lamellerna.

Trots att beräkningarna visar att bron brister i några punkter så får vi inte glömma att detta är en befintlig fungerande bro i Norge. Bron är dimensionerad efter gamla normer enligt Norska regler och har förmodligen klarat dåvarande krav. Detta är ett tecken på att nya Eurokod har mycket högre krav än föregående normer.

Nyckelord: Bågbro, träbro, tvärspänd limträplatta, FEM, handberäkning, plattanalys, skalelement, balkelement & solida element.

Förord

Detta är slutet på en väldigt lärorik och tillfredställande resa som haft sin gång på Lunds Tekniska Högskola. Från första dagen då författarna lyfte pennen till den dagen där dem står som färdigutbildade Civilingenjörer inom byggkonstruktion redo att påbörja ett nytt kapitel i livet.

Innan författarna avslutar det gamla kapitlet och påbörjar det nya så vill dem lämna något värdefullt efter sig. Detta examensarbete handlar om hur en dimensionering av träbroar går tillväga och grundar sig i författarnas passion för vårt gemensamma hem, Jorden.

Författarna vill först och främst tacka varandra för ett gott samarbete samt god vilja genom hela resans gång.

Författarna vill även tacka Robert Crocetti (Handledare), som har hjälpt dem genom hela resans gång.

Vidare vill författarna tacka dem som har gjort det möjligt att fullfölja detta examensarbete: Daniél Hofi (Examinator), Gunnar Veastad (Norska Trafikverket), Rune Abrahamsen (SWECO Norge), Kristoffer K J Ekholm och Moelven.

Maj 2012, Lund
Tuan Tran & Jimmy Tran

Innehållsförteckning

1	Inledning.....	13
1.1	Bakgrund	13
1.2	Syfte	14
1.3	Problemformuleringar	14
1.4	Avgränsningar	14
1.5	Metod	14
2	Allmän historia om träbroar	15
3	Olika typer av träbroar	17
3.1	Plattbroar	17
3.2	Balkbroar	17
3.3	Fackverksbroar	18
3.4	Hängverksbroar och sprängverksbroar	18
3.5	Bågbroar	19
3.6	Hängbroar och snedstagsbroar	19
4	Trä	21
4.1	Limträ	22
5	Linjär plattanalys.....	25
5.1	Finita element metoden	25
5.1.1	Materialparametra för en ortotropisk platta	27
5.1.2	FE software	27
6	Dimensionering av bro	29
6.1	Normer och regler	29
6.1.1	Laster	29
6.1.1.1	Lastkombinationer	29
6.1.1.2	Trafiklaster	30
6.1.1.2.1	Lastmodell 1	30
6.1.1.2.2	Lastmodell 2	33
6.1.1.2.3	Lastmodell 3	33
6.1.1.2.4	Lastmodell 4	33
6.1.1.3	Vertikala punktlaster	34
6.2	Influenslinje	34
6.3	Konstruktion	34
6.3.1	Båge	34
6.3.1.1	Instabilitet	35
6.3.1.2	Knäckning	35
6.3.1.3	Vippning	36
6.3.1.4	Stagad vippning	37
6.3.2	Infästningar	39
6.3.3	Tvärspända plattbroar	40
6.3.3.1	Lastfördelningseffekt	41
6.3.3.2	Förspänningskoncept	42
7	Fallstudie	49
7.1	Materialegenskaper, antaganden och tvärsnittsdata	53
7.2	Randvillkor	54
7.3	Beräkning av laster	55
7.3.1	Permanent laster	55
7.3.2	Beräkning av trafiklast	55

7.3.3	Beräkning av lastspridning för vertikala punktlaster	58
7.4	Beräkning av båge	60
7.4.1	Framtagning av influenslinje för bågkonstruktion	60
7.4.2	Maximal moment- och tvärkraft i punkt 1	63
7.4.3	Maximal moment- och tvärkraft i punkt 2	65
7.4.4	Beräkning av tryckkapacitet för båge, knäckning i plan	66
7.4.4.1	Kontroll 1 – Handberäkning	66
7.4.4.2	Kontroll 2 – Handberäkning	67
7.4.4.3	Kontroll 3 – Handberäkning & SAP2000	68
7.4.4.4	Kontroll 4 – SAP2000	70
7.4.5	Beräkning av tryckkapacitet för båge, knäckning ut ur plan	71
7.4.5.1	Kontroll 1 – Handberäkning & SAP2000	72
7.4.5.2	Kontroll 2 – Handberäkning	76
7.4.5.3	Kontroll 3 – SAP2000	76
7.4.5.4	Kontroll 4 – SAP2000	77
7.4.5.5	Kontroll 5 – SAP2000	78
7.4.6	Beräkning av böjmomentkapacitet	80
7.4.7	Beräkning av skjuvkapacitet	81
7.4.8	Beräkning av kapacitet för drag vinkelrätt fiberriktning	81
7.5	Hållfasthetskontroll av båge	82
7.5.1	Hållfasthet utan körbanans inverkan	82
7.5.1.1	Böjmoment	82
7.5.1.2	Tryck	83
7.5.1.3	Interaktion mellan tryck och böjmoment	83
7.5.1.4	Interaktion mellan drag vinkelrätt fibrer och tvärkraft	83
7.5.2	Hållfasthet med körbanans inverkan	84
7.5.2.1	Böjmoment	85
7.5.2.2	Tryck	85
7.5.2.3	Interaktion mellan tryck och böjmoment	85
7.5.2.4	Interaktion mellan drag vinkelrätt fibrer och tvärkraft	86
7.6	Beräkning av platta	86
7.6.1	Kallibrering av spänningfördelning och deformation	86
7.6.2	Framtagning av influenslinje för plattan	91
7.6.3	Momentspänning i punkt 2	93
7.6.4	Maximal tvärsänning	95
7.6.5	Beräkning av kapacitet för lamellplatta	95
8	Resultat och jämförelse	98
9	Diskussion och slutsats.....	100
10	Vidarestudier	103
11	Källor.....	105
12	Bilagor.....	107
12.1	Beräkning av dimensionerande värden av båge	107
12.1.1	Knäckning i plan utan körbanans inverkan	107
12.1.1.1	Kontroll 1	107
12.1.1.2	Kontroll 2	108
12.1.1.3	Kontroll 3	109
12.1.2	Knäckning i plan med körbanans inverkan	110
12.1.2.1	Skalelement	110

12.1.2.2	Balkelement	111
12.1.3	Knäckning ut ur plan utan körbanans inverkan	112
12.1.3.1	Kontroll 1	112
12.1.3.2	Kontroll 2	113
12.1.4	knäckning ut ur plan med körbanans inverkan	118
12.1.4.1	Skalelement	118
12.1.4.2	Balkelement	119
12.2	Beräkning av styvhet för pelare	120

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Historiskt är trä och sten de naturliga byggnadsmaterialen att bygga broar med (Pousette, 2010). Broar kunde byggas med hjälp av stockar för att passera hinder i terrängen såsom åar och raviner. Med tiden behövdes modernare broar som kunde ta större laster och längre spännvidder. Metoderna att bygga broar blev mer sofistikerade och deras karaktär ändrades från rena bruksobjekt till byggnadsobjekt (Träguiden).

Stål men framförallt betong har dominerat brobyggandet de senaste 150 åren. Detta beror främst på att man inte har behärskat träbyggandet i samma omfattning som stål och betong. Nu har intresset för träbroar åter ökat och de tekniska lösningarna har utvecklats mycket de senaste 15 åren (Pousette, 2010).

Under 1970-talet utvecklades en teknik från Kanada där träplattor spändes ihop med stålstänger vilket ger stabilare plattor som lämpar sig för asfaltsbeläggning (Träguiden). Denna teknik har gjort det möjligt att bygga träbroar för tung trafik med samma beläggning som används för brobanor av betong. Tekniken för tvärsända plattbroar spreds senare vidare till andra länder i världen.

I Norden genomfördes ett forskningsprojekt 1994 och avslutades 2001, projektets syfte var att öka träbroars konkurrenskraft och byggandet av träbroar genom olika utvecklingsprojekt. Projektet bestod av cirka 20 olika delprojekt men ledde även till att ett antal rapporter om träbroar kom till. Detta forskningsprojekt har kommit till underlag för Vägverkets tekniska beskrivning för broar och har även medfört ett utvecklingsarbete med Eurokod (Pousette, 2010).

Flera hundra broar byggs varje år i Sverige (Pousette, 2010), samtidigt råder det en stor potential för träbroar på den nordiska marknaden (Öster, 2010). Många av dessa broar kan byggas som tvärsända plattbroar då tekniken både har moderniserats och förbättrats. Skillnaden mellan de nordiska länderna är inställningarna till träbroar. Exempelvis är det mer vanligt att det byggs mer träbroar i Norge än i Sverige trots att skogsindustrin är en av Sveriges viktigaste näringsgrenar (Skogssverige).

1.2 Syfte

Syftet med den här studien är att ge en inblick på hur en dimensionering av en bågbro i trä görs enligt Eurokod. Dimensioneringen kommer att ske på två sätt, med handberäkningar och med en kommersiell FEM-mjukvara, SAP2000 (Finita Elementmetoden).

Tanken med studien är att ge läsaren en djupare förståelse om träbroar och hur man dimensionerar dem.

1.3 Problemformuleringar

Studien kommer framförallt att undersöka följande frågeställningar:

- Jämföra resultaten från Finita Elementmetoden med handberäkningarna
- För och nackdelar med de båda beräkningssätten
- När och var passar handberäkning respektive beräkning med FEM bäst in.

1.4 Avgränsningar

- Beräkning med FEM utgörs av den kommersiella mjukvaran, SAP2000
- Vind, snö och termiska laster försummas i studien
- Egentyngden för skruvar, spännstål och ramverk försummas
- Jämförelsen begränsas till överkonstruktionen (super structures).
 - Brodäck av tvärspädd träplatta
 - Träbåge

Arbetet har begränsats med hänsyn till LTHs specificerade omfattning av examensarbete på civilingenjörsutbildningarna, vilket innebär 30 högskolepoäng som normalt motsvarar ca 20 veckors arbete.

1.5 Metod

- Föreläsningmaterial samt studieresor från kursen brobyggnadsteknik
- Litteraturstudier och internetsökningar
- Intervjuer med svenska & norska trafikverket samt med olika konstruktionsföretag.
- Simulering av bro med hjälp av FEM-program, SAP2000
- Handberäkningar görs med MathCAD & Excel
- A- och K-ritningar görs i AutoCAD
- Studiefall, befintlig norsk träbro

2 Allmän historia om träbroar

Till träbroar används flera olika typer av trä och träbaserade material, t ex limträ och olika skivmaterial. Beständighetsaspekterna har stor betydelse i samband med materialval och utförande. Trä är ett beprövat byggnadsmaterial som, rätt använt, har god beständighet (Pousette, 2010).

Broar har byggts i alla tider, förr var trä och sten de enda tillgängliga brobyggnadsmaterialen. Från början var det troligen bara omkullfallna träd som gjorde att man kunde korsa ett vattendrag eller något liknande. Med tiden så började man använda stockar som byggnadsmaterial för att passera hinder i terrängen och så småningom utvecklades byggheterna. Med tiden ändrade också broarna karaktär från rena bruksobjekt till byggnadsobjekt där tekniska, hantverksmässiga och konstnärliga aspekter beaktades. Utvecklingen gjorde att trä fick stor betydelse som ett mångsidigt material som fanns tillgängligt nästan överallt. Man lärde sig att bygga träbroar väl anpassade till de aktuella landskaps- och klimatförhållandena (Pousette, 2010).

Romarnas byggde broar för att ta sig fram för 2000 år sedan då de erövrade bland annat Europa. Många tidigare träbroar som var pålade byggdes med litet avstånd till vattenytan. Det medförde att islossning och översvämning regelbundet skadade dem. I viktigare broar använde man därför bropelare i sten istället för träpålarna, som även placerades med större avstånd från vattenytan. Mellan bropelarna användes bågar eller spännverk av trä. Träkonstruktionen kom då ovanför det normala högvattenståndet, och samtidigt tilläts skepp att passera under broarna (Pousette, 2010).

Många medeltida träbroar finns bevarade i Schweiz där de byggdes enligt gammal tradition med tak och därigenom blev väl skyddade. Under 1800-talet när järnvägarna byggdes ut, fanns det också flera hundra kilometer järnvägsbroar av trä i Nordamerika. Förr i tiden fanns bara stockar och plankor, som kunde skruvas ihop till större enheter. Större träbroar byggdes därför ofta som fackverkskonstruktioner för att utnyttja de relativt korta, naturliga trästockarna eller plankorna. Idag finns större limmade komponenter att tillgå. I och med tillverkningen av limträ, som startade i Europa under 1910-talet, kunde man framställa längre balkar och därmed bygga andra typer av träkonstruktioner (Pousette, 2010).

3 Olika typer av träbroar

En träbro definieras av en brokonstruktion där huvudbärverket består av trä. Från en konstruktionsmässig synvinkel så är trä ett mycket bra material att konstruera broar med, detta på grund av dess låga vikt förhållande till dess styrka (Sundquist, 2009). Den låga vikten medför även att vid utbyte av gamla broar så är träbroar ett bra alternativ eftersom det befintliga fundamentet kan återanvändas i den nya konstruktionen. Träbroar är ofta konkurrenskraftiga eftersom kostnaden ofta blir lägre än broar som är byggda av andra material, trä är även mer miljövänligt än många andra material samtidigt som det är mer estetiskt tilltalande för många, vikten och byggtiden för uppförandet av bron blir också i många fall avsevärt mindre om man jämför med andra konventionella broar. Dessa faktorer gör att trä är ett bra val för broar med mindre laster och för gång och cykelbroar (Pousette, 2010). Utformningen av en träbro kan göras på många olika sätt, exempelvis med hjälp av en båge eller med ett fackverk. En kort beskrivning av de olika typerna görs i del 3.1 – 3.6.

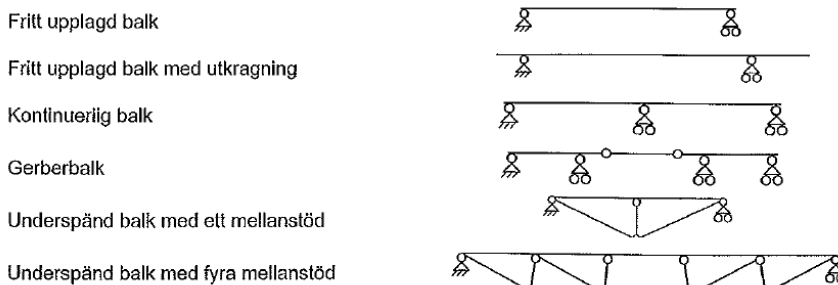
3.1 Plattbroar

En plattbro består av en massivt bärande träplatta som utgör både färdbanan och huvudbärverket. Plattan läggs upp på landfästen och vid behov kan eventuella mellanstöd också användas. Träplattan består utav plankor eller limträbalkar som kan limmas eller spikas ihop med varandra. En modernare konstruktion av plattan är att sammankoppla de med hjälp av tvärspänning. Tekniken utvecklades ursprungligen i Kanada men används idag runt om i världen. Den tvärspända plattan tillverkas även här av plankor eller vid större spännvidder av limträbalkar. Dessa spänns sedan ihop med stålstänger, spänningen i balkarna blir så stor att en samverkan fås genom friktionen som uppstår och en plattverkan i balkarna uppnås. Genom att förskjuta skarvarna och sedan spänna ihop dem så kan plattan byggas kontinuerligt och längden obegränsad. Plattan är styv i tvärled och materialutnyttjandet väldigt högt vilket gör att brotypen passar bra till vägbroar men även till gång- och cykelbroar (Pousette, 2010). Mer djupgående information om tvärspända plattor görs i kap. 6.3.3.

3.2 Balkbroar

Balkbroar har ett enkelt statiskt system och är ofta lätta att tillverka och bygga. Oftast består en balkbro av flera längsgående balkar men det finns även balkbroar med endast ett fält. Balkarna brukar oftast ha en liten överhöjning för att möjliggöra långtidsdeformationer av egetyngd, detta för att motverka så att bron inte ser ”hängig” ut. För att ta upp transversella laster så har man vanligtvis horisontella fackverk tvärs bron till underbyggnaden. För balkbroar används främst limträbalkar men det går även att använda sågat virke. Nackdelen med sågat virke är dess

begränsande dimensioner vilket medför en kortare spännvidd (Pousette, 2010). Figur 1 visar exempel på statiska system för balkbroar.



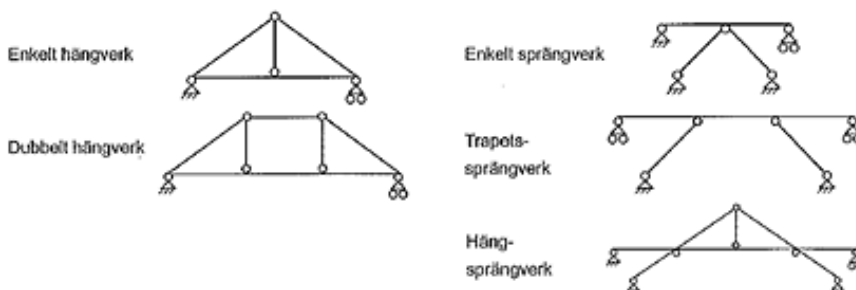
Figur 1. Exempel på statiska system för balkbroar (Pousette, 2010)

3.3 Fackverksbroar

Fackverk är ett konstruktionssystem med stänger som kopplas samman till ett bärverk. Varje knutpunkt i fackverket är ledat vilket gör att elementen i systemet endast tar emot drag- och tryckkrafter. I en fackverksbro så har infästningen en avgörande betydelse för bärförmågan och beständigheten. Vid större krafter i konstruktionen kan limträelement med inslitsade plåtar användas vid infästningarna mellan limträelementen (Pousette, 2010).

3.4 Hängverksbroar och sprängverksbroar

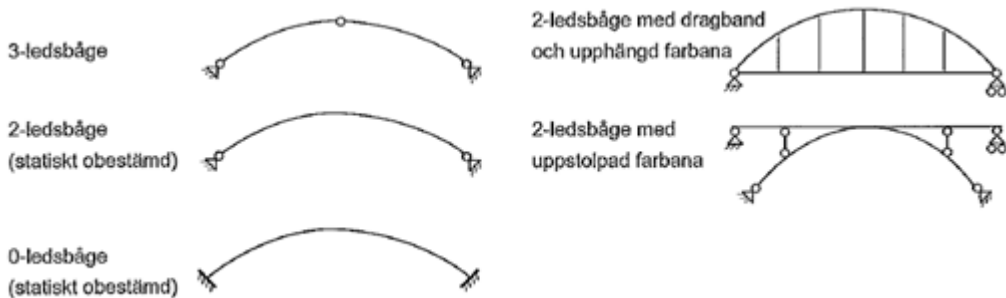
Hängverk- och sprängverksbroar är traditionella och beprövade träkonstruktioner där de bärande konstruktionsdelarna tar upp tryckkrafter. Det som skiljer de olika metoderna åt är deras konstruktionssätt. I hängverkskonstruktioner är den bärande konstruktionen ovanför körbanan medans i en sprängverkskonstruktion är den bärande delen under körbanan (Pousette, 2010). I figur 2 visas olika exempel på statiska system för de två träkonstruktionerna.



Figur 2. Olika statiska system för häng- och sprängverkskonstruktioner (Pousette, 2010)

3.5 Bågbroar

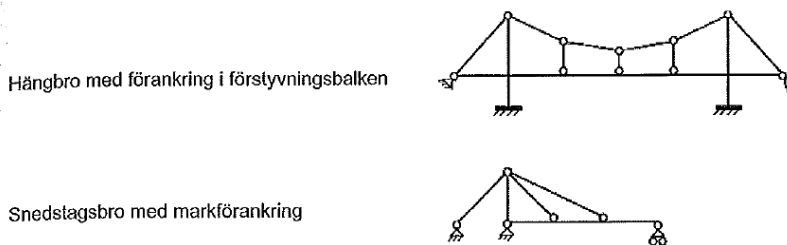
Bågkonstruktioner väljs oftast på grund av ekonomiska och estetiska fördelar. Bågen tillverkas av limträ och arbetar i tryck. Om bågen går ovanför körbanan så kan hängaren tillsammans med tvärbalken bilda en styv ram för att undvika sidostagning ovanför körbanan, det medför att den fria höjden ovanför färdbanan då kan uppnås. Längden på bågen begränsas av transporten men av tillverknings skull så föredrar man även treledsbågar vid större spännvidder. Treledsbågar är även fördelaktiga ur statisk synpunkt då den är statiskt bestämd medans 0-leds och 2-ledsbågar är statiskt obestämda. Radien på bågen kan variera och broarna kan ha upphängd eller uppstolpad färdbana, alternativt båda (Pousette, 2010). En djupare beskrivning om bågkonstruktioner beskrivs i senare del, kap 6. I figur 3 visas exempel på statiska system för bågbroar.



Figur 3. Visas exempel på statiska system för bågbroar (Pousette, 2010)

3.6 Hängbroar och snedstagsbroar

Hängbroar och snedstagsbroar är konstruktioner som lämpar sig bra till större spännvidder. Körbanan är upphängd med kablar eller dragstag som verkar i drag och är fästa till pyloner eller torn som sedan leds ner till en markförankring. Pylonerna/tornen tar upp tryckkrafter som uppstår då kablarna arbetar (Pousette, 2010). Figur 4 visar exempel på statiska system för häng- och snedstagsbroar.

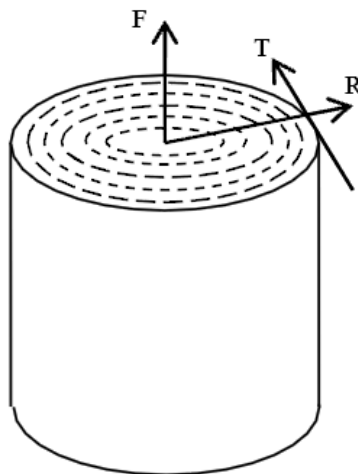


Figur 4. Exempel på statiska system för hängbroar och snedstagsbroar (Pousette, 2010)

4 Trä

Trä är ett naturligt material med en komplicerad uppbyggnad. Som byggnadsmaterial har den ett flertal användningsområden, exempelvis används trä som stomkonstruktioner, golvbeläggning, beklädnad, formar, skivmaterial m.m. Trä är ett ortotropiskt material det vill säga den har varierande egenskaper beroende på riktningen. I allmänhet skiljer man mellan tre huvudriktningar:

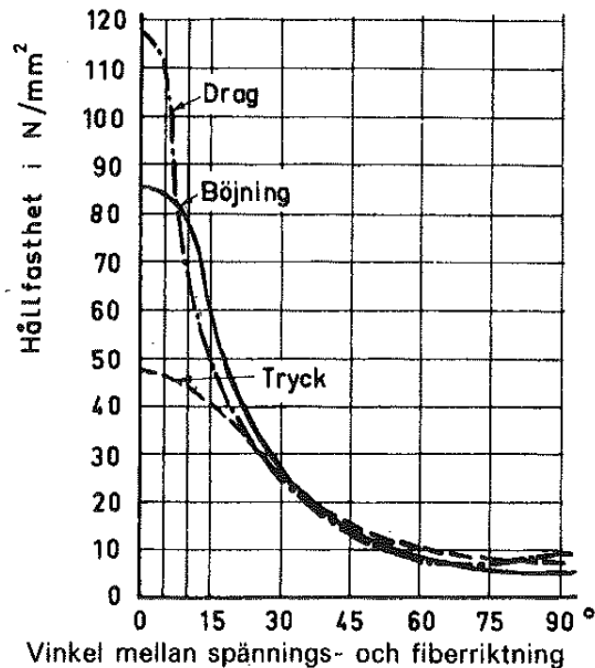
- Fiberriktning – stammens längdriktning,
- Radiell riktning – vinkelrätt mot fiberriktningen och årsringarna,
- Tangentiell riktning – vinkelrätt mot fiberriktningen, parallellt med årsringarna.



Figur 5. Träets tre huvudriktningar

Trämaterialets egenskaper varierar även vid vilken typ av belastning, belastningstid, träslag, fuktkvoter m.fl.

De viktigaste variablerna för hållfastheten är dock spänningsriktning och typ av belastning (drag, tryck och böjning) på materialet. Detta kan ses tydligt i figur 6 som beskriver drag-, tryck- och böjhållfastheten beroende av vinkeln (Burström, 2007).

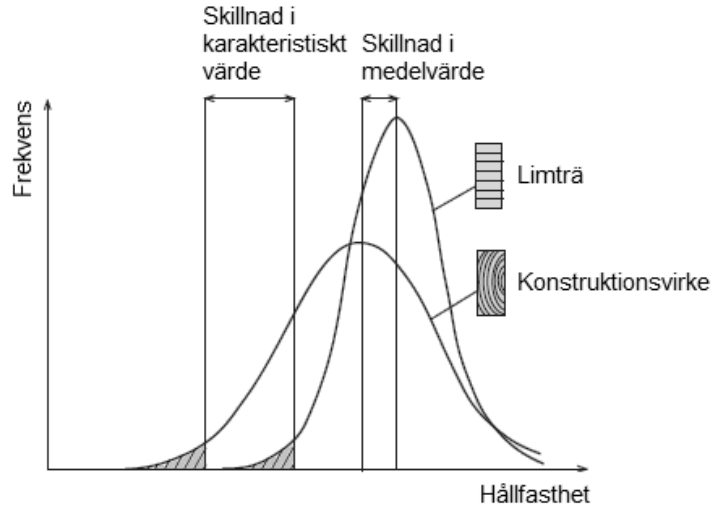


Figur 6. Drag-, tryck- och böjhållfastheten beroende av vinkeln mellan spännings- och fiberriktning hos furu (Thunell, 1993)

4.1 Limträ

Limträ kom till Skandinavien i början av 1900-talet men utvecklades i Tyskland under slutet av 1800-talet. Limträelement är uppbyggda av flera skikt lameller som limmas ihop och fingerskarvas i fiberriktning för att uppnå större dimensioner och längder. Hållfasthetsegenskaperna är i stort sätt samma för limträ som för konstruktionsvirke. Limträ har dock i genomsnitt högre hållfasthet och mindre spridning i hållfasthetsegenskaperna, detta beror på lamineringseffekten.

Lamineringseffekten kan exempelvis beskrivas för en enskild plank som avgörs av hållfasthet av det svagaste snittet som vanligtvis är vid en kvist, fingerskarv eller liknande. I en limträbalk blandas flera lameller som limmas ihop med varandra. Risken för att defekter i lamellerna hamnar i samma snitt är liten vilket leder till att en mindre spridning i hållfastheten uppnås. Figur 7 visar en jämförelse av hållfasthet mellan limträ och konstruktionsvirke (Carling, 2008).



Figur 7. Spridning i hållfasthetsegenskaper för limträ och konstruktionsvirke (modifierad från Carling, 2008).

Bärförmågan och styvheten för limträ ges av eurokod, i studiefallet används limträ av typen GL30c vid beräkningar. Tabell 1 anger de karakteristiska grundvärdena för GL30c och ges i MPa.

Tabell 1. Karakteristiska grundvärden för GL30c (Enligt SS-EN 1995)

Limträ 30c	Karakteristiska värden [MPa]
Böjning parallellt fibrerna	$f_{mk} = 30$
Dragning parallellt fibrerna	$f_{tk} = 20$
Dragning vinkelrätt fibrerna	$f_{t90k} = 0,5$
Tryck parallellt fibrerna	$f_{ck} = 25$
Tryck vinkelrätt fibrerna	$f_{c90k} = 2,5$
Längsskjuvning	$f_{vk} = 3,5$
Elastisitetmodul	$E_{0,05} = 10800$
Densitet	$\rho = 390 \text{ kg/m}^3$

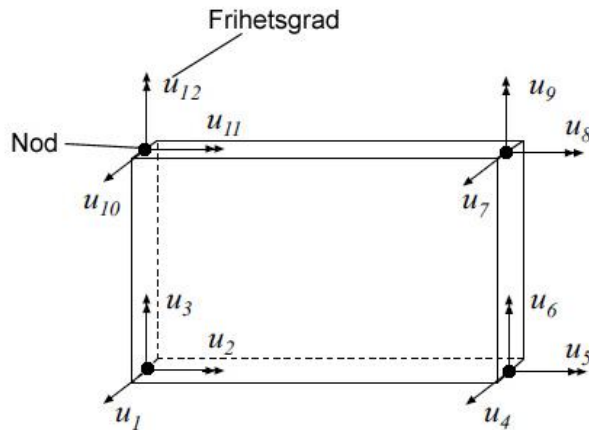
5 Linjär plattanalys

I analytisk platteori finns det flera metoder som är tillämpbara. Kirchhoffs platteori används generellt för plattor vilket tjockleken är ungefär 10 gånger mindre än längden av plattan. När tjockleken av plattan är mellan 10-20 gånger mindre än längden av plattan är Mindlin-Reissners teori mer relevant (Ekholm, 2011).

Det finns bara en handfull exakta lösningar till plattproblem. För de plattor med utformning och randvillkor som inte uppfyller kriterierna för en exakt lösning måste andra tekniker tillämpas. Nu för tiden är det vanligast att plattanalyser görs med hjälp av Finita elementmetoden (FEM). Det finns även andra alternativ som ”finite difference method” (FDM), ”grid- and framework methods” och ”finite strip method” (FSM).

5.1 Finita element metoden

Finita element metoden introducerades under 1950-talet som en teknik att lösa differentialekvationer relaterade till spänningsanalyser av flygplan. Mycket av de tekniker som används i FEM är lik matrismetoden för deformation som används till att hitta lösningar till ramkonstruktioner. Grundprincipen i finita element analys (FEA) är att hela plattan delas upp i mindre delar som kallas element. Mellan elementen är det noder som binder elementen tillsammans. Noderna kan ha olika frihetsgrader det vill säga rörelser och rotationer i det globala referenssystemet. Styvhet och massa för varje frihetsgrad tilldelas därför till var och en av noderna. Styvheten och massan för varje frihetsgrad assembleras därefter ihop till en global styvhets- och massmatris. Matriserna används sedan för att beräkna fram deformationen eller rotationen av noderna. Spänningar och töjningar i elementet kan därefter beräknas fram från deformationen och rotationen (Ekholm, 2011).



Figur 8. Plattelement med 4 noder, tre frihetsgrader vardera (modifierad från CALFEM handboken, 2012)

Generellt anges spänning av beteckningen, σ (sigma) och töjning av ε (epsilon) och sambandet mellan dem är uttryckt enligt Hookes lag:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (1)$$

Där:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & \dots & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & \dots & D_{26} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ D_{61} & D_{62} & \dots & D_{66} \end{bmatrix}; \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{bmatrix}$$

\mathbf{D} är en konstitutiv matris (Ottosen och Petersson, 1992). Materialegenskaperna som visas i tabell 2 på nästa sida används för att formulera konstitutiva förhållanden till ett ortotropiskt material (Mirianin och andra, 2008).

Vid lösning med hjälp av FEM ska man vara vaksam över singulariteter, annars kan resultatet vara vilseledande. I matematiken är en singularitet i allmänhet en punkt där ett givet matematiskt objekt inte är definierat, eller en punkt i en exceptionell uppsättning där den inte är väl uppförd på något särskilt sätt, såsom differentierbarhet (Kent Persson, 2011).

5.1.1 Materialparametra för en ortotropisk platta

Materialparametrarna för en ortotropisk platta har en väldig stor betydelse vid användning av FEM. Forskare som Crew (2002), Dahl, Bovin et al. (2006), Davalos, Santi et al. (1996), EN 1995-2 (2004), Karlsson, Crocetti et al. (2009), OHBDC (1983), Oliva, Dimakis et al. (1990) har föreslagit värden för de mekaniska materialegenskaperna och några av de används i normer och standarder. Elasticitetsmodulen E_L för lamineringen i däckens längsgående riktning är oftast standardiserade. Däremot elasticitetsmodulen E_T i den tvärgående riktningen och skjuvmodulen G_T in i plan är beroende av lastfördelningen mellan lamineringen. Värdet för E_T och G_T är normalt presenterade i litteraturer som ett samband av E_L . De föreslagna värdena för E_T och G_T från diverse källor presenteras i tabell 2.

Tabell 2. Jämförelse av förhållandet mellan E_T/E_L och G_T/E_L (Ekholm, 2011)

Källor / typ av virke	E_T/E_L (%)	G_T/E_L (%)	Förspänningsvärde (kPa)
Crews (2002) - hyvlat	1,4-2,0	2,9	>700
Dahl et al. (2006) - sågat	3,1	4,2	600
Davalos et al. (1996) - limträ	1,0-2,9	5,1-6,1	172-689
EN 1995-2 (2004) - hyvlat	2	6	>350
Karlsson et al. (2009) - limträ	0,6-1,7	0,7-3,0	290-910
OHBDC (1983)	5	6,5	-
Oliva, Dimakis et al. (1990)	0,9-1,7	1,0-1,7	69-689
Ritter (1990)	1,3	3	>280

Densiteten för trämaterialiet som används i lamelleringen kan variera. I ett arbete presenterade Ekholm (2011) ett medelvärde, 455 kg/m^3 för gran. Det här värdet kommer att användas i de kommande simuleringarna. Ortotropiska materialegenskaper för gran är tagna från Mirianin et al. (2008) och visas i tabell 3.

Tabell 3. Mekaniska materialegenskaper som används vid simuleringar (Mirianin och andra, 2008)

Elasticitetsmodul	Skjuvsmodul	Poissons tal
$E_x = 12\,000 \text{ MPa}$	$G_{xy} = 700 \text{ MPa}$	$\nu_{xy} = 0,760$
$E_y = 600 \text{ MPa}$	$G_{xz} = 700 \text{ MPa}$	$\nu_{xz} = 0,300$
$E_z = 600 \text{ MPa}$	$G_{yz} = 40 \text{ MPa}$	$\nu_{yz} = 0,558$

5.1.2 FE software

FEM har blivit en mer eller mindre standardteknik vid lösning av plattproblem av flera olika anledningar. En av anledningarna är kännedomen för den grundläggande strukturmekniken av ramar. En annan anledning är mångsidigheten och flexibiliteten

av att kunna använda tidigare skrivna finita elementprogram för att lösa nya plattproblem med nya former och mer komplexa fall (Ekholm, 2011). Det finns många kommersiella mjukvaror lämpade för att lösa komplexa strukturer. SAP2000, Abaqus och FEM-Design är några exempel.

Datorsimuleringarna som presenteras i den här rapporten har genomförts i den kommersiella mjukvaran, SAP2000. I simuleringsprogrammet har bågen modellerats med fackverkselement och körbanan i skalelement och i vissa analyseringsfall i balkelement. Både 2D och 3D analyser har genomförts för bågen och körbanan. Detta görs både separat och ihopsemblerat till ett mer komplex system.

6 Dimensionering av bro

Träbroar är mycket komplicerade konstruktioner, de kräver en noggrann utformning som bygger på randvillkor och krav av teknisk kunskap. Valet av strukturella system beror på en balanserad kombination av primära och sekundära system.

För att säkerställa en tillförlitlig och robust träkonstruktion rekommenderas dessa grundläggande utformningsregler:

- Skydda konstruktionen mot nederbörd och vattenansamlingar
- Infästningar skall anpassas för träkonstruktionen
- Reducera effekter från böjmoment i långa spann
- Undvik spänningar som verkar vinkelrätt fibrer.

(ICTB2010)

6.1 Normer och regler

Vid dimensionering av träbroar gäller Eurokod, EN-1995-1-1 tillsammans med EN-1995-2 samt övriga erforderliga Eurokoder. Eurokoderna beskriver principer och krav rörande säkerhet, brukbarhet och beständighet hos konstruktionerna. Kompletterande krav på broar i Sverige ges av trafikverket (Pousette, 2010).

I EN 1995-1-1 ges allmänna konstruktionsregler för träkonstruktioner samt särskilda konstruktionsregler för byggnader.

EN 1995-2 beskriver allmänna dimensioneringsregler för bärande delar i broar utförda av trä eller andra träbaserade material.

6.1.1 Laster

Laster som skall beaktas vid dimensionering av broar skall göras enligt Eurocode, EN 1991. Lastdimensioneringen gäller:

- EN 1991-1-1 Densitet, egentyngd och nyttig last
- EN 1991-1-3 Snölast (*behandlas inte i rapporten*)
- EN 1991-1-4 Vindlast (*behandlas inte i rapporten*)
- EN 1991-1-5 Temperaturlast (*behandlas inte i rapporten*)
- EN 1991-1-6 Laster under byggskedet (*behandlas inte i rapporten*)
- EN 1991-1-7 Olyckslast (*behandlas inte i rapporten*)
- EN 1991-2 Trafiklast på broar

6.1.1.1 Lastkombinationer

SS-EN 1990 definierar olika typer av lastkombinationer. I studiefallet kontrolleras två lastkombinationer i brottgränstillståndet, lastkombination 6.10a och 6.10b.

Lastkombination 6.10a:

$$E_d = \gamma_d 1,35G + \sum \gamma_d 1,5\psi_{0,i}Q_{k,i} \quad (2)$$

Lastkombination 6.10b:

$$E_d = \gamma_d 1,2G + \gamma_d 1,5Q_{k,1} + \sum \gamma_d 1,5\psi_{0,i}Q_{k,i} \quad (3)$$

6.1.1.2 Trafiklaster

Trafiklaster skall dimensioneras enligt EN 1991-2, punkt 4. Trafiklaster består av person- och lastfordon och av specialfordon, trafiklaster ger upphov till vertikala och horisontella, statiska och dynamiska krafter.

Fyra lastmodeller beaktas vid dimensionering av trafiklaster där den mest gynnsamma skall användas, de fyra lastmodellerna är:

- Lastmodell 1 – består av koncentrerad och utbredd last, täcker in de flesta effekterna av trafik med last- och personbilar
 - Lastmodell 2 – består av en axellast, täcker in de dynamiska effekterna av normal trafik på bärverksdelar med små spännvidder (*Behandlas inte i rapporten*)
 - Lastmodell 3 – består av ett antal axellaster som representerar specialfordon (*Behandlas inte i rapporten*)
 - Lastmodell 4 – består av last från folksamling (*Behandlas inte i rapporten*).
- (Eurocode, EN 1991-2)

6.1.1.2.1 Lastmodell 1

Lastmodell 1 består av två delsystem:

- Boggiesystem, det vill säga en lastgrupp med dubbla axlar
- Jämnt utbredda laster med en tyngd per m² lastfält

Boggielasten och den utbredda lasten skall sedan placeras ut i olika lastfält. Lastfälten bestäms enligt EN 1991-2, punkt 4.2.3. Tabell 4 visar uppdelning av lastfält enligt EN 1991-2.

Tabell 4. Antal lastfält och deras bredd (EN 1991-2)

Körbanebredd w	Antal lastfält	Bredd på ett lastfält w_l	Återstående ytans bredd
$w < 5,4$ m	$n_1 = 1$	3 m	$w - 3$ m
$5,4$ m $\leq w < 6$ m	$n_1 = 2$	$\frac{w}{2}$	0
6 m $\leq w$	$n_1 = \text{Int}\left(\frac{w}{3}\right)$	3 m	$w - 3 \times n_1$

ANM Exempel. För en körbana med bredden lika med 11m, $n_1 = \text{Int}\left(\frac{w}{3}\right) = 3$, och den återstående ytans bredd blir $11 - 3 \times 3 = 2$ m.

Eurokod anger karakteristiska trafikklaster för Lastmodell 1, trafiklasterna varierar beroende av vilket körfält som skall belastas, tabell 5 anger storleken på dessa.

Tabell 5. Karakteristiska värden för lastmodell 1 (EN 1991-2)

Läge	Boggisystem	Utbredd last
	Axellast Q_{ik} (kN)	q_{ik} (eller q_{rk}) (kN/m ²)
Lastfält nummer 1	300	9
Lastfält nummer 2	200	2,5
Lastfält nummer 3	100	2,5
Övriga lastfält	0	2,5
Återstående yta (q_{rk})	0	2,5

Tyngden för boggiesystemet med vardera axellast fås genom formeln:

$$Q_{id} = \alpha_{Qi} \cdot Q_{ik} \quad (4)$$

där α_{Qi} är en anpassningsfaktor som anges i den nationella bilagan.

Tyngden per kvadratmeter lastfält för de jämnt utbredda lasterna fås genom formeln:

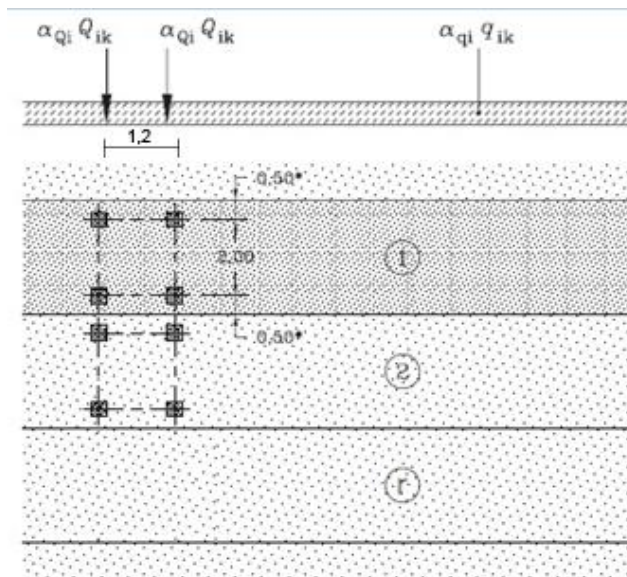
$$q_{id} = \alpha_{qi} \cdot q_{ik} \quad (5)$$

där α_{qi} är en anpassningsfaktor som anges i den nationella bilagan.

Varje körfält kan ha olika anpassningsfaktorer, de rekommenderade värdena i den svenska nationella bilagan (TRVFS 2011:12, sidan 15) från trafikverket anger följande värden:

$$\begin{aligned}\alpha_{Q1} &= 0,9 & \alpha_{q1} &= 0,7 \\ \alpha_{Q2} &= 0,9 & \alpha_{q2} &= 1,0 \text{ för } i > 1 \\ \alpha_{Q3} &= 0 & \alpha_{qr} &= 1,0\end{aligned}$$

Trafiklasterna placeras sedan ut i lastfält enligt figur 9.



Figur 9. Lastpositioner för lastfält (EN 1991-2)

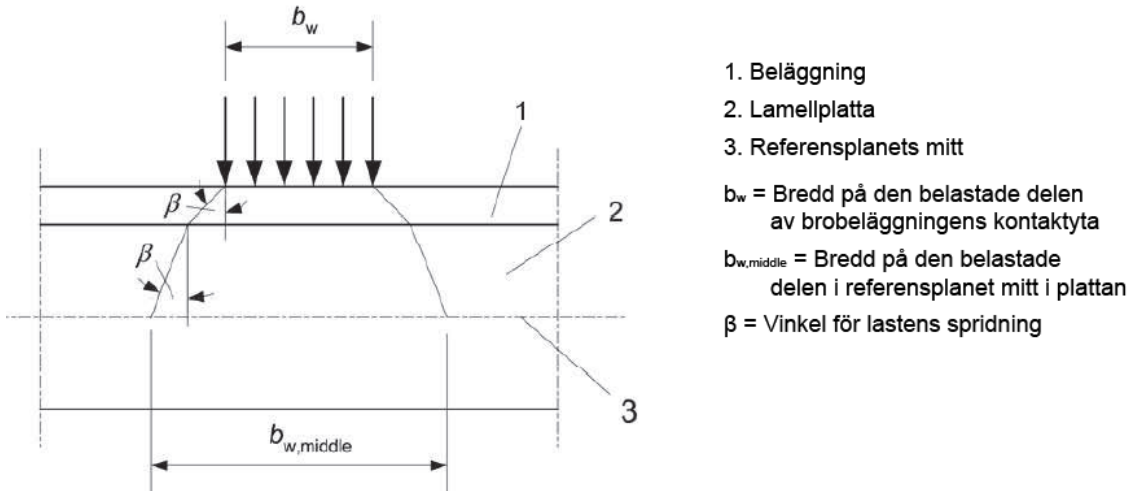
Eftersom lasterna placeras ut osymmetriskt kommer det att ge upphov till osymmetriska reaktionskrafter i konstruktionen, det mest ogynnsamma värdet som fås skall användas vid kontrollering av hållfasthetskapacitet.

Som tidigare angetts är boggielasten angiven per axellast, det vill säga två axellaster skall användas för varje lastfält. Avstånden på axlarna skall sättas i längdled till 1,2 m, se figur 10. Hjulytan för boggiesystemet har dimensionen 0,4x0,4 m. Detta skall beaktas vid beräkning av lastspridning från däckens, se senare del i kap 6.1.1.3.

Lastmodell 4 består av en utbredd last från folksamlingar med lastintensiteten 5 kN/m², lasten innefattar dynamiska tillskott. (Behandlas inte i rapporten)

6.1.1.3 Vertikala punktlaster

Koncentrerade laster bör enligt EN 1995-2 angripa i ett referensplan i plattans mitt. Belastningsytan i plattans mitt beror på tjocklek och materialegenskaper på beläggningen, i vilket lasten sprids genom. Figur 11 visar spridningen av en koncentrerad last från en kontaktyta med bredden b_w .



Figur 11. Spridningen av en koncentrerad last från en kontaktyta med bredden b_w (EN 1995-2)

För en tvärspänd träplatta sprids lasten med 45° i fiberriktning och 15° vinkelrätt fiberriktning. Spridningen i beläggningen kan sättas till 45° (SS-EN 1995-2).

6.2 Influenslinje

Brokonstruktioner påverkas ständigt av rörliga laster längs körbanan, konstruktören måste veta var lasterna gör största påverkan på konstruktionsdelarna. Ett sätt att göra detta är att använda sig av en såkallad influenslinje. Influenslinjen beskriver reaktionen av krafterna som påverkar en bestämd punkt i konstruktionen, då en last rör sig genom bron. Genom att studera och placera ut laster enligt influenslinjen kan den mest ogynnsamma lastkombinationen fås (Sundquist, 2009).

6.3 Konstruktion

6.3.1 Båge

Bågar av trä är i de flesta fall gjorda av limträ eftersom limträ kan produceras med en kurva med varierande tvärsnitt utan att kostnaden ökar dramatiskt. En parabolisk

bågkonstruktion är den mest effektiva formen för att klara av tryckbelastningar då det är jämnt utbredda laster över hela bågen. Liksom en pelare så bör trycklinjen vara så nära neutrallagret som möjligt så inga böjspänningar uppstår i bågen. Vid osymmetriska laster måste bågens böjstyvhet vara tillräcklig för att klara av både moment och tryckkrafter. För brokonstruktioner varierar lastfallen på grund av den rörliga trafiken, detta leder till att bågarna oftast har stora dimensioner (Träguiden).

En båge kan dimensioneras så att den endast tar emot tryckkrafter så att inga moment uppstår för en viss typ av lastfall. Formen för en båge som endast tar emot tryckkrafter benämns som "the funicular curve" eller "the line of thrust", på svenska "trycklinjen". Denna form kan beskrivas som formen för en lina som belastas för ett lastfall. Då en last placeras på linan kommer denna att ge en form som motsvarar trycklinjen, det vill säga en båge som endast tar emot tryckkrafter för motsvarande lastfall. För ett lastfall med en jämnt utbredd last ges trycklinjen som en parabolisk form (Sundquist, 2009).

Liknande en pelare så skall bågkonstruktionen även kontrolleras för instabilitetsproblem både i den styva och veka riktningen. Instabilitet uppstår då bågen utsätts för tryckkrafter, för slankare dimensioner är instabilitetsproblem vanligt förekommande (Crocetti & Mårtensson, 2011).

6.3.1.1 Instabilitet

När ett konstruktionselement belastas deformeras det normalt i samma riktning som belastningen sker. Men vid instabilitet kan det uppstå deformationer som verkar vinkelrätt mot belastningsriktningen, deformationen kan uppstå i hela eller delar av elementet. Instabilitet i konstruktionselement kan leda till att konstruktionen faller samman långt innan att materialhållfastheten kan utnyttjas fullt ut. Den last som verkar då instabilitet uppstår benämns som den kritiska lasten (Isaksson, Mårtensson & Thelandersson, 2010).

Knäckning och vippning är de vanligaste instabilitetsproblemen och uppkommer olika beroende på hur lasten verkar samt tvärsnittet på elementet. Knäckning uppstår då ett element utsätts för en axiellt tryckande normalkraft och blir benägen att böja ut i sidled, exempelvis en pelare. Vippning uppstår då ett element belastas transversalt och böjer ut i sidled.

6.3.1.2 Knäckning

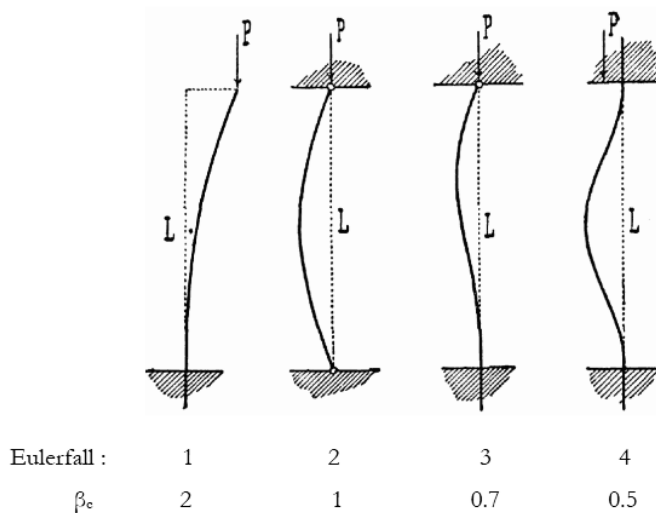
Knäckningslasten kan beräknas med Eulerknäcklasten. Eulers knäcklast kan användas för en initial rak pelare av elastiskt material som är utsatt för en centrisk last då deformationerna innan knäckning upplevs som små (Isaksson, Mårtensson & Thelandersson, 2010). Eulerknäcklasten ger ett teoretiskt värde på knäcklasten men ingen pelare är perfekt rak i verkligheten. Även andra faktorer påverkar knäcklasten för en tryckt pelare såsom:

- Styvhet för materialet
 - Tvärsnitt samt längd på elementet
 - Inspänningsförhållanden, vilket bidrar till den effektiva längden på elementet
 - Geometriska imperfektioner
 - Materialets imperfektioner samt variationer exempelvis densitet och fukthalt.
- (Crocetti & Mårtensson, 2011)

Eulerknäcklasten kan uttryckas som:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\beta L)^2} \quad (7)$$

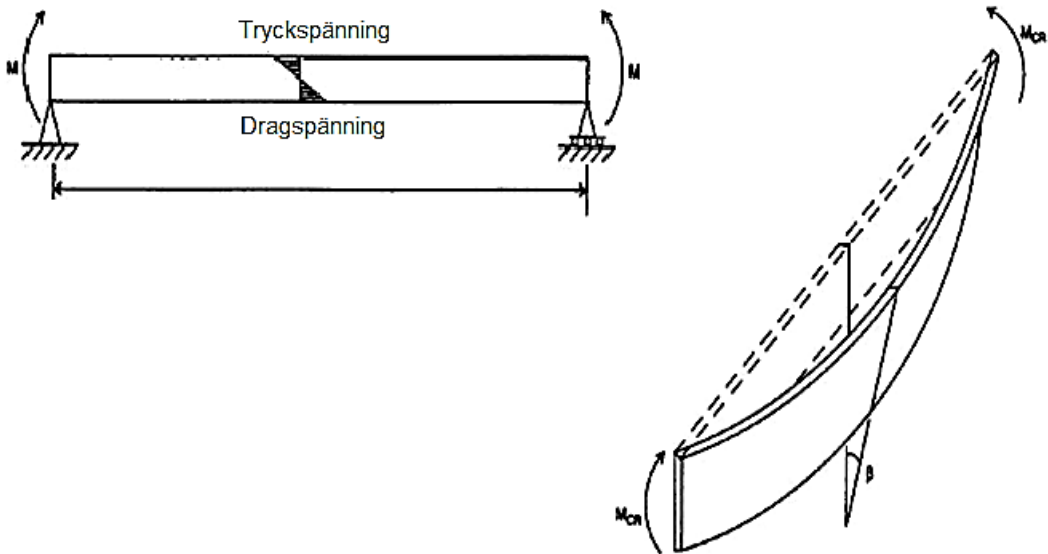
Där EI är böjstyvheten i utböjningsriktning och βL är knäcklängden. För Eulers fyra renodlade knäckningsfall finns β angivet som beror på inspänningsförhållandet för pelaren, se Figur 12 (Isaksson, Mårtensson & Thelandersson, 2010).



Figur 12. Eulers knäckningsfall

6.3.1.3 Vippning

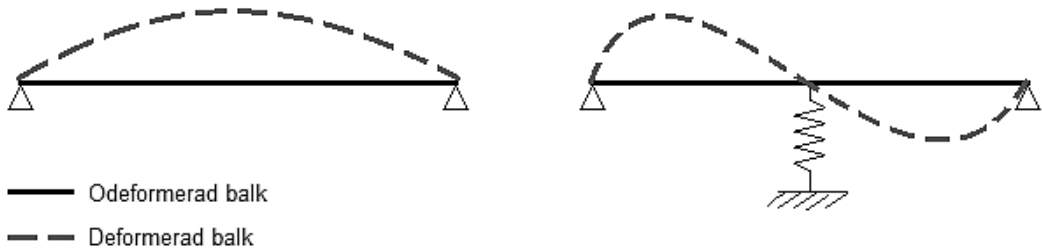
Då ett element belastas transversalt och instabilitet uppstår till den grad att elementet böjer ut i sidled benämns som vippning. För tvärsnitt där förhållandet mellan böjstyvheten, EI, i styva och veka riktningen är stort kan detta instabilitetsfenomen uppstå. Vippningslasten kan ökas markant om balken är stagad mot sidoutböjning och vridning (Thelandersson, 2001).



Figur 13. Vippning av en ostagad balk (University-Princeton)

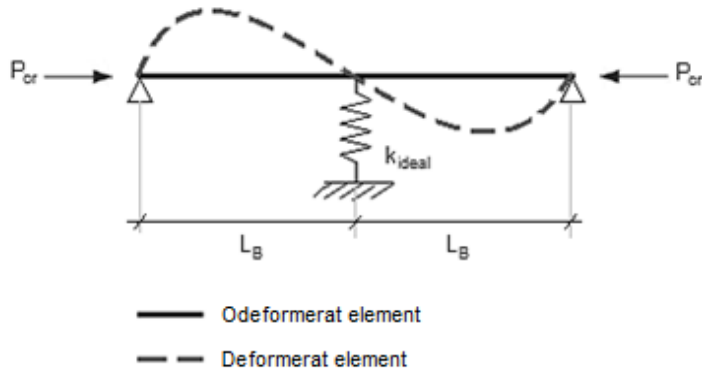
6.3.1.4 Stagad vippning

En balk som stagas mot vippning kan uppnå en högre kritisk last jämfört med en ostagad balk. En ostagad balk som är fri att vippa deformeras som en halvsinusvåg medan en balk som stagas mot vippning i en eller flera stagpunkter kan endast vippa ut mellan dessa stagpunkter (Timoshenko & Gere, 1961).



Figur 14. Principiell utböjningsform för stagad samt icke stagad balk

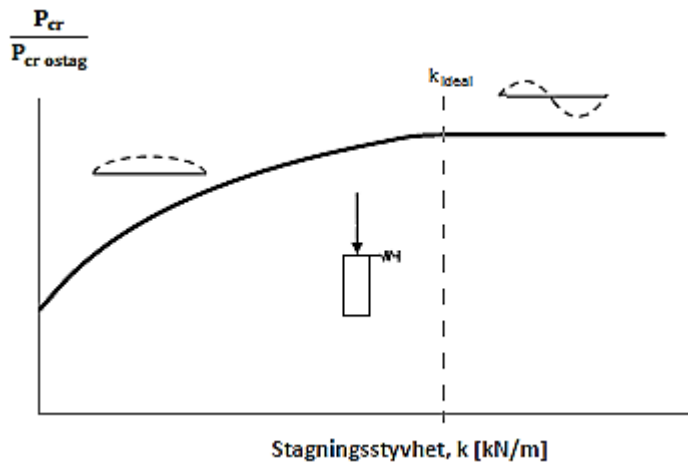
Styvheten på stagningen har en direkt koppling till balkens deformation och kritiska last. Om styvheten på stagningen är väldigt låg beter sig balken mer som en balk som är fri att vippa, medan en balk med en mycket styv stagning kommer att deformeras som en sinusvåg. Detta presenterades under en konferens 1996 av Helwig och Yura. I konferensen framgick det att styvheten, k , för en fullständig stagning behöver endast uppnå ett styvhetsvärde på k_{ideal} .



Figur 15. Deformation av ett element fullständigt stagat mitt i dess spännvidd

$$k_{ideal} = \frac{2 \cdot P_{cr}}{L_B} \quad (8)$$

En stagningsstyvhet högre än den ideala styvheten medför inte en ökad vippningskapacitet, det vill säga då stagningsstyvheten uppnått k_{ideal} har balken den största möjliga vippningskapaciteten för det enskilda fallet. Vid en stagningsstyvhet under den ideala varierar vippningslasten, en ökad stagningsstyvhet under den ideala medför en högre vippningslast tills den ideala styvheten nås (Helwig & Yura, 1996). Det principiella sambandet mellan stagningsstyvhet och vippningslast presenteras i figur 16 nedan.



Figur 16. Samband mellan stagningsstyvhet och vippningslast

Vid fullständig stagning uppför sig balken mellan stagning och upplag som en rak pelare med rullager i var ände, det vill säga $\beta = 1$. Den kritiska lasten för den stagade balken kan därför beräknas på samma sätt som för en pelare, vilket görs med Eulers knäcklast, ekvation 7.

Där I är tröghetsmomentet runt elementets tyngdpunkt och L är hela balkens längd. För en belastning där momentbelastningen inte är konstant över elementet exempelvis vid en punktlast mitt på balken måste stagningsstyvheten korrigeras. 1996 gjordes dokumenterade laborationer och kontroller av Helwig och Yura, de kom fram till att stagningsstyvheten måste vara 1,56 gånger starkare för en osymmetrisk momentbelastning än en symmetrisk, dock används en högre korrigeringsfaktor för att vara på den säkra sidan ($C_b = 1,75$). Om belastning och stagnation sker i balkens ovankant och inte i tyngdpunkten skall även detta tas till hänsyn i stagningsstyvheten. Enligt Helwig och Yura kan en säkerhetsfaktor $C_L = 2,2$ användas då stagningen sker mitt i balkens spännvidd. Utifrån de nya korrigeringsfaktorerna kan nu en erforderlig stagningsfaktor för en balk beräknas som:

$$k_{ideal} = C_b C_L \frac{2 \cdot P_{cr}}{L_B} = 1,75 \cdot 2,2 \frac{2 \cdot P_{cr}}{L_B} \quad (9)$$

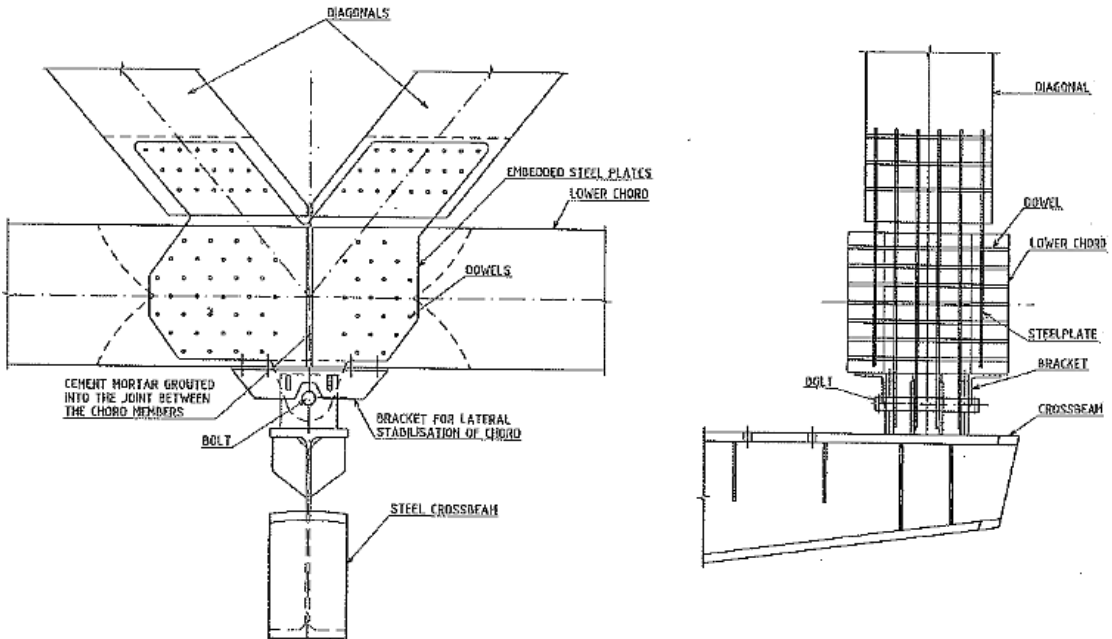
Med Eulers knäcklast för ett kvadratisk tvärsnitt kan k_{ideal} beräknas till:

$$\begin{aligned} k_{ideal} &= 1,75 \cdot 2,2 \cdot \frac{2\pi^2 EI_y}{L_B \cdot L^2} = 1,75 \cdot 2,2 \frac{2\pi^2}{L_B} \cdot \frac{Eb^3h}{12 \left(\frac{L}{2}\right)^2} \\ &= \frac{1,75 \cdot 2,2 \cdot 2\pi^2}{\frac{12}{2^2}} \cdot \frac{Eb^3h}{L_B^3} \\ k_{ideal} &= 25 \frac{Eb^3h}{L_B^3} \quad (10) \end{aligned}$$

Observera att L är hela balkens längd och L_B är längden mellan stagpunkt och upplag.

6.3.2 Infästningar

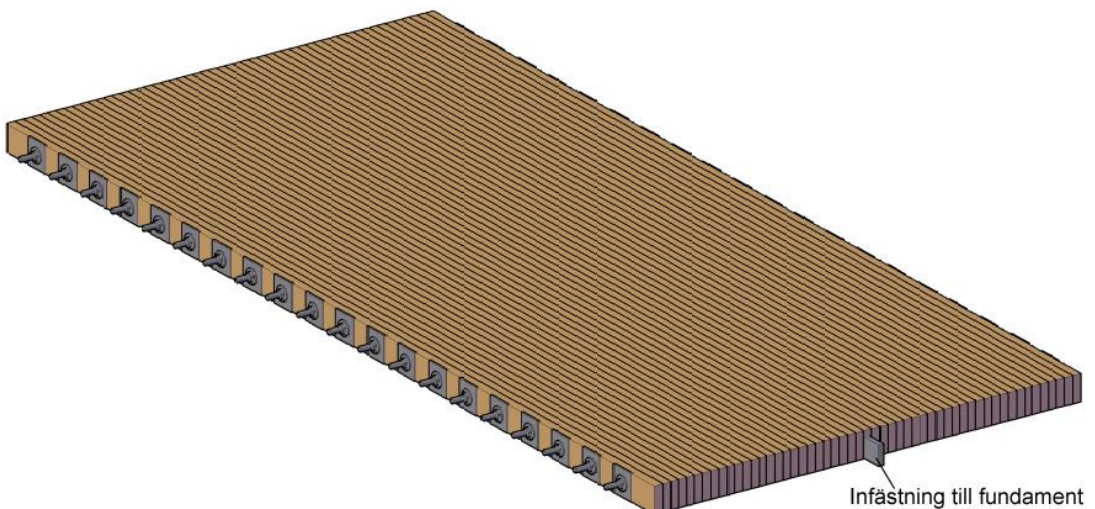
Utformning och utförande av infästningar i träbroar är avgörande för brons hållfasthet, både för lastupptagning samt robusthet. En vanligt förekommande infästning för träbroar är inslitsade plåtar i det anslutande träelementet, figur 17 visar hur en sådan infästning kan se ut. Genom att sätta dymlingar genom plåtarna och träkonstruktionen kan krafter överföras mellan plåtarna och trämaterialiet. Denna typ av infästning gör det möjligt att använda flera plåtar i en infästning vilket kan ge upphov till en hög hållfasthetskapacitet (ICTB2010). Beräkning av karakteristisk bärförmåga av förband ska ske enligt EN 1995-1-1, punkt 8 (*behandlas inte i rapport*).



Figur 17. Exempel på infästning med inslitsade plåtar (ICTB2010)

6.3.3 Tvärspända plattbroar

Tvärspända plattbroar är en modern typ av plattbroar. Tekniken utvecklades ursprungligen i Kanada (Pousette, 2010). Den tvärspända brobanepattan tillverkas av plankor, eller vid större spännvidder av limträbalkar, som spänns ihop med stålstänger tvärs plattan, se figur 18.

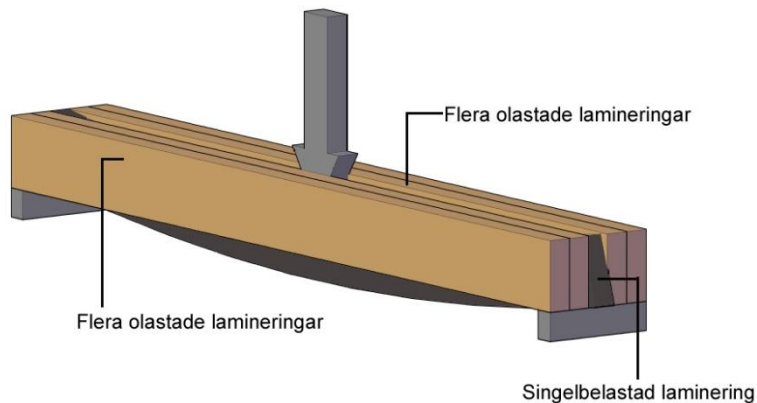


Figur 18. Tvärspänd trädäcksplatta med ortotropiska egenskaper

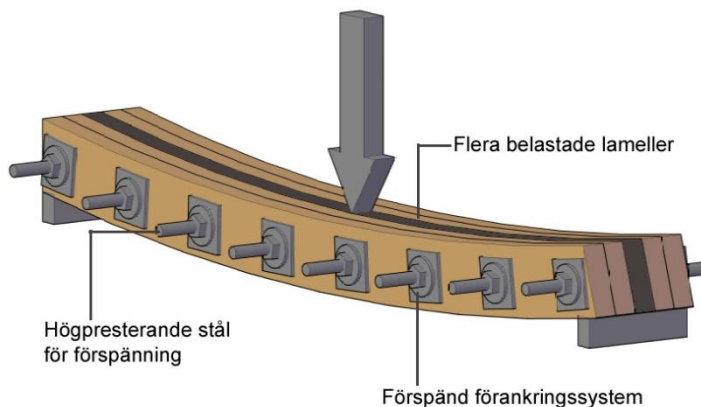
Tvärspänningen ska vara tillräcklig för att samverkan genom friktion uppnås så att man får en plattverkan med ortotropiska egenskaper. Efter att de tvärspända trädäcken monteras ihop så kan det lätt lyftas direkt på plats mellan exempelvis två betongfundament.

6.3.3.1 Lastfördelningseffekt

Ett av de främsta syftena med att spänna fast trälamellerna tillsammans är att skapa en platta med en godtycklig styvhet i tvärled. En koncentrerad last kommer då att fördelas ut över flera lameller istället för bara en enda som är i direkt kontakt med lasten, se figur 20. I figur 19 där ingen tvärspänning förekommer, sker nedböjningen enbart på den belastade lamellen. I figur 20 omfördelar friktionskraften lasten till de intilliggande lamineringarna.



Figur 19. Lasten tas upp av en singel lamell



Figur 20. Lasten tas upp av flera lameller

Det kräver inte stora förspänningskrafter i tvärspanningen för att lamellerna i brodäcket ska bete sig som en platta. Ett flertal undersökningar och studier har gjorts för att ta fram de förspänningskrafter som behövs för att skapa en platta med ortotropiskt beteende.

I studien om hur lasten fördelades i en laminärt trädäck upplagt på stålbalkar, förklarade Bakht (1988) att lasten var fördelad ut till balken med en fördelning som var likvärdig med bidraget från tvärgående styvhet. Detta kunde beräknas genom att integrera hela nedböjningskurvan för en koncentrerad last. Nedböjningsarean kunde sedan divideras med det största nedböjningsvärdet. Den tredimensionella plattan har nu blivit ersätt med en tvådimensionell balk som genererade samma maximala nedböjning som plattan.

Vidare studier inom ämnet har sedan gjorts av Oliva och Diamakis (1988), där en tvärspänt träbro avsedd för motorvägtrafik studerades. De studerade hur en cyklisk belastning påverkade lastfördelningen, det visade sig att lastfördelningen var oförändrad efter 224 000 cyklar av tung belastning.

1996 studerade Davalos, Sonti och flera elasticitetsmodulen i tvärgående riktning, skjuvmodulen i plan och skjuvmodulen ut från plan. Tester genomfördes på provstavar som antingen limmades eller pressades ihop. De pressade provstarvarna bestod av hopspänt laminerat virke. Flera tester utfördes med olika spännkrafter, 172 kPa till 689 kPa. Resultatet visade att egenskaperna för det ortotropiska materialet för körbanan var beroende av nivån på spännkraften.

Ett fullskaligt laborationsförsök på ett tvärspänt laminerat trädäck utfördes 2010 av Ekevad, docent på Luleås universitet i sammanbete med Martinsons Träbroar AB för att studera närmare på spännkraftens betydelse. Spannet var 10 meter långt med en bredd och tjocklek på 5,04 meter respektive 0,494 meter. Innan laborationen utfördes även en FE simulation av trädäcket. Slutsatsen av laborationen visade att nivån på spännkraften hade stor betydelse för trädäckets egenskaper som bestod av 53 stycken tvärspänta limträbalkar. Det är även viktigt att man tar hänsyn till glidning i simuleringen, både i vertikal- och horisontalled. Resultatet från simuleringen stämde bra överens med den fullskaliga laborationen, både glidning i vertikalriktningen och gapet i horisontalriktningen. Storleken på glidningen/gapet beror på nivån av tvärspanningskraften. Glidning i de båda riktningarna leder till permanenta deformationer efter avlastningen men dock leder det generellt inte till brott.

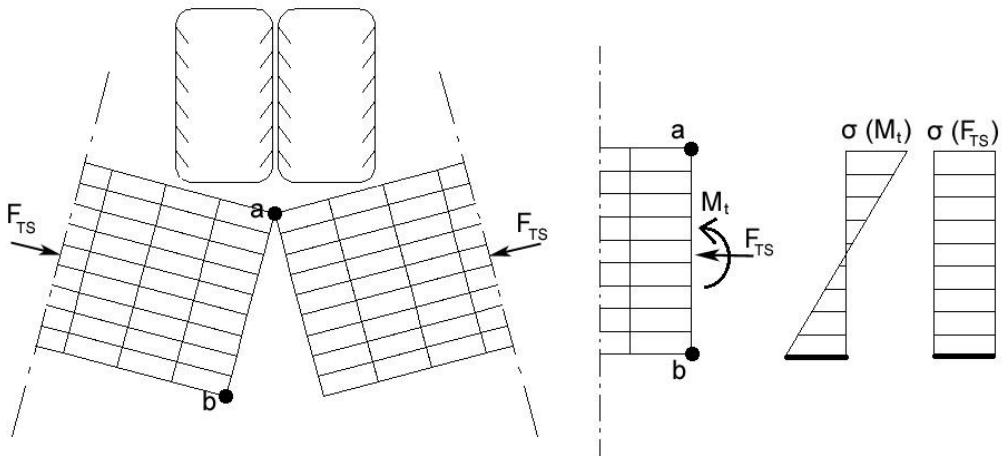
6.3.3.2 Förspänningskoncept

Hela konceptet med tvärspänta trädäck handlar om själva förspänningen mellan lamellerna. Normalt genereras förspänningen med hjälp av högpresterande stålstänger som träs genom förborrade hål i trädäcket, dock kommer spännkraften i stålstängen att

reduceras med tiden på grund av olika faktorer. Dessa faktorer är relativt svårdefinierade, därför har många forskare ägnat sig åt att studera hur dessa förspända stålstänger beter sig under längre tid (Oliva och Dimakis 1988; Sarisley och Accorsi, 1990; Ritter, Wacker et al. 1995; Marklund, 1997; Pousette, 1997; Crews, 2002; Dagther and Altimore, 2005; Walker, 2009; Crocetti och Kliger, 2010).

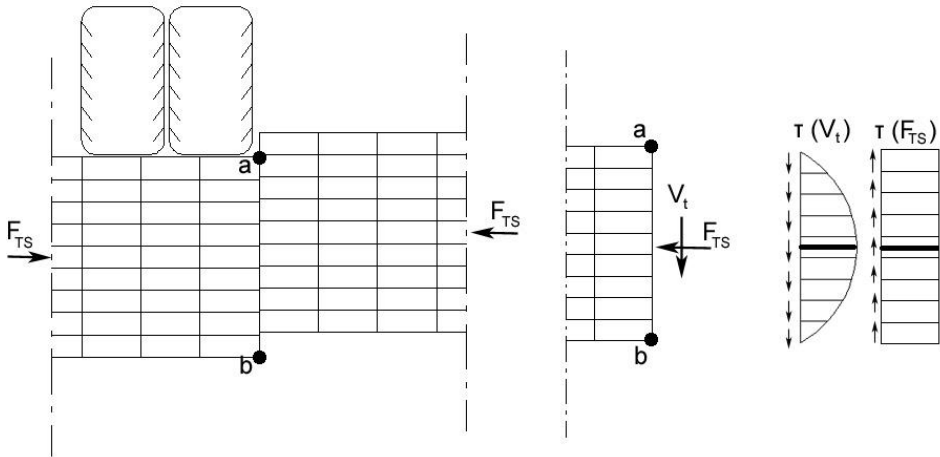
Grundtanken med förspänningskonceptet är att spänna och klämma ihop laminingarna så att en koncentrerad belastning från t.ex. bilhjul fördelas från en eller några lameller till flera lameller. I normala fall är de förborrade hålen två gånger så stora som själva stålstångerna. Detta är för att undvika kontakt mellan lamellerna och stålstångerna. Anledningen är att förspänningen sker med en sådan kraft som är näst intill flytgränsen av stålstångerna och om stålstångerna utsätts för ytterskador skulle det leda till spänningskoncentrationer som sedan leder till brott.

Det finns vanligtvis två brottsfall som måste beaktas och förhindras vid grunddimensionering. Förspänningskraften måste vara i en skala där varken glapp eller glidning förekommer när trädäcken utsätts för det transversella böjmomentet, se figur 21. Glappet mellan lamellerna reducerar kontaktytan mellan lamellerna och risken för att fukt och smuts penetrerar in i brodäcket ökar.



Figur 21. Glapp mellan lameller

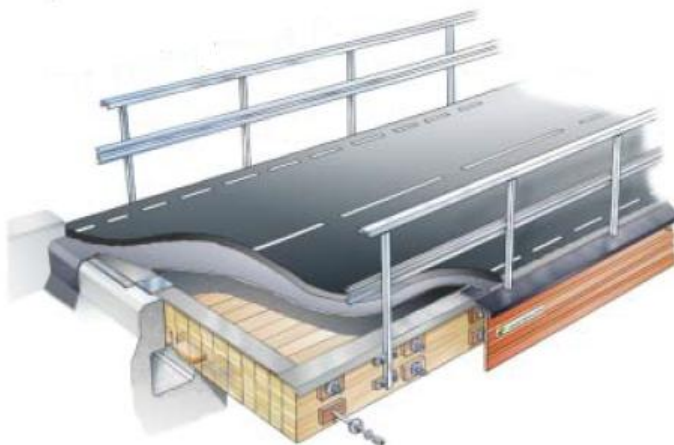
Med förspänningen och dess friktionskoefficient genereras en kraft som förhindrar lamellerna mot vertikala glidningar. Figur 22 illustrerar glidning mellan lamellerna på grund av den högkoncentrerade belastningen. Vertikal glidning kan ge skada till väderskydd eller asfaltbelägningen.



Figur 22. Glidning mellan lameller

De första tvärsända träbroarna var konstruerade med en kontinuerlig stålprofil längst kanterna av däck. Stålprofilen gjorde det möjligt att modellera tvärspänningen som koncentrerade laster, där lasterna verkar längs en kontinuerlig balk som är upplagd på ett fjäderunderlag. Mer detaljerat om modellen beskrivs av Sarisley och Accorsi (1990). De föreslog även att fjäderbrickor kunde användas för att reducera förlusterna i förspänningen som uppkommer vid krypning i träet.

De mer moderna tvärsända träbroarna använder ett förankringssystem av en eller flera plattor för att fördela ut förspänningskraften till lamellerna. Ett exempel på ett sådant system visas i figur 23. Det här systemet med plattor fungera som flera punktlaster längst kanten av däck, vilket ger upphov till en mer ojämnt lastfördelning av förspänningen jämfört med systemet med en kontinuerlig stålprofil längst kanten.



Figur 23. Modern tvärsparningssystem av flera plattor istället för en kontinuerlig stålprofil längst kanten (Martinsons, 2010)

I tidigare studier gjorda av Oliva och Dimakis (1988) visade att förspänningskraften reducerades med ca 60 procent på grund av krypningen i träet. Resultatet har uppkommit även i tidigare studier och tagits upp vid diskussion i Kanada under 1980-talet. Den föreslagna lösningen till problemet var att öka förspänningskraften med en skalfaktor på 2,5 och sedan acceptera reduktionen av långtidseffekten.

Ritter, Wacker et al. (1995) gjorde flera observationer på förspända träbroar där de observerade att fuktvariationen i däcken hade stor betydelse på förspänningskraften i stålstängerna. Variationen kunde antingen bero på periodisk variation eller från stående vatten på däcken. Om däcken sväller upp alldeles för mycket kan förankringsplattan orsaka lokala skador på lamellerna som sedan ger upphov till större fuktintag, se figur 24.



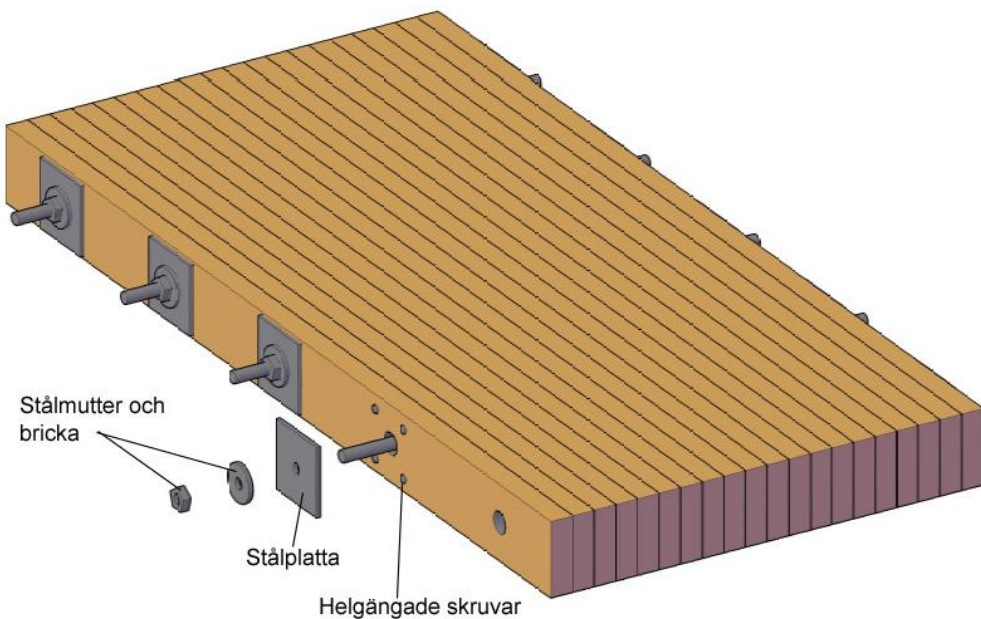
Figur 24. Lokalt brott på grund av expansion i trädäcket (Moelven, 2012)

Crews (2002) insåg att bibehålla en hög förspänning i däcken är väldigt gynnsamt för däckens prestanda från många aspekter. Han föreslog att förspänningskraften skulle öka till minst 1000 kPa beroende på träarten. Han föreslog också att däcken skulle spännas om minst fyra gånger under de första sex månaderna och att nivån på förspänningen skulle övervakas kontinuerligt.

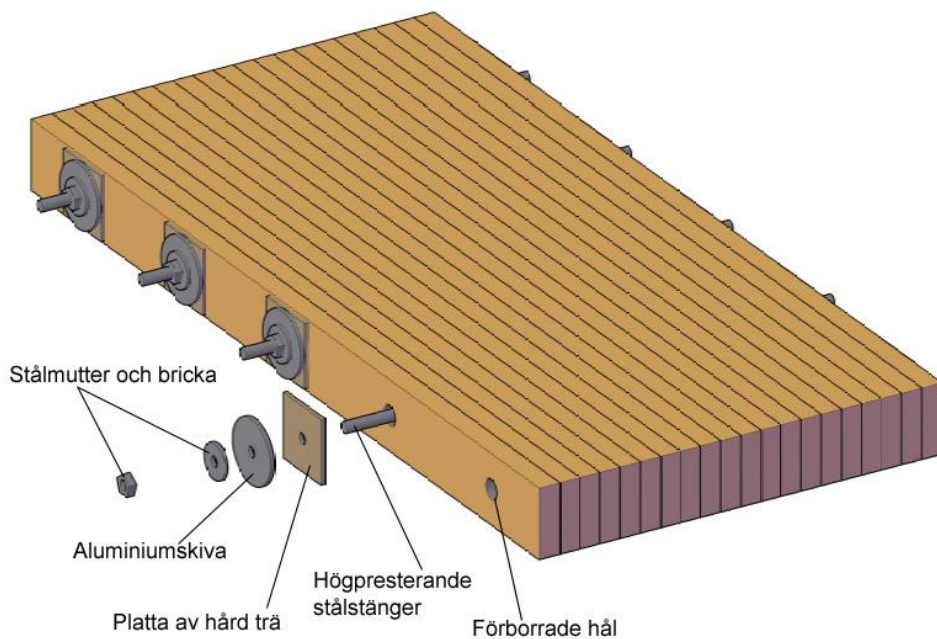
Wacker (2009) genomförde studier om hur förspänningskraften påverkas i kallt klimat. Han studerade ett flertal trädäck med olika fuktmängder i en klimatkammare där temperaturen var reducerad till -18°C . Resultatet visade att en märkbar reduktion av förspänningskraften enbart förekom om fukthalten i däcken översteg 30 %. Denna höga fukthalt betraktas som orealistisk för de flesta av broarna. Därför drog han slutsatsen att inga speciella åtgärder behövs när man dimensionerar tvärsända trädäck i ett kallt klimat.

I Nordic Timber Bridge Project studerade man hur klimatet påverkar tvärspänningskraften. I samband med projektet genomförde Pousette (1997) en studie om hur olika klimat påverkade spännkraften i stålstängerna. Testobjekt av tvärsända trädäck placerades ut på fyra olika ställen i Sverige, Norge, Finland och Danmark. Testresultatet indikerade att de mesta av spänningsförlusterna förekom i de första sex månaderna. Medelförlusten av tvärspänningskraften under de första sex månaderna var ungefär 28 %.

Crocetti och Klinger (2010) presenterade en alternativ lösning på hur man kan reducera förlusten av tvärspänningskraften till en acceptabel nivå, se figur 25. Det svenska traditionella förankringssystemet med en hård träplatta och en aluminiumskiva kunde ersättas med ett system bestående av en stålplatta och helgängade skruvar, se figur 26.



Figur 25. Crocetti och Kligers förslag på en förbättring av förankringssystemet



Figur 26. Det svenska traditionella förankringssystemet

De 300 mm helgängade skruvarna med en diameter på 12 mm är inskruvade i de första lamellerna av kanten, vinkelrätt mot fiberriktningen. En 20 mm tjock stålplatta placeras sedan ovanpå de inskruvade skruvarna. Med det här systemet ökas tryckkapaciteten vinkelrätt fiberriktningen med 85 %. Ett förankringssystem som den här skulle även reducera förlusten av tvärsännskraften både i kort- och långtid. Med accelererade långtidstester i en klimatkammare med varierande fuktighet visades att ett förankringssystem av denna typ har stora fördelar jämfört med de traditionella förankringssystemen när det kommer till långtidsprestanda.



Figur 27, Bågbro i trä med körbanan av tvärsända lameller med modernt förankringssystem, belägen i Norge

Dagther och Altimore (2005) föreslog en eventuell lösning på den stora förlusten av tvärsännskraften och behovet av att inte behöva återspanna tvärsänningen. Nämligen byta ut stålstångerna mot ett slags fiberglass ”glass-fibre-reinforced polymer (GFRP). GFRP-stängerna motsvarar en niondel av stålets styvhet. Därför är tvärsänningsskrafts förlusten mindre i GFRP-stänger än i stålstänger vid långtidsaspekt. En testbro konstruerades i USA med den här tekniken. Resultatet visade att efter 4,5 år så var tvärsänningen fortfarande tillräcklig.

7 Fallstudie

Fallstudien baseras på en existerande bågbro med en tvärspänd träplatta i Norge som dimensionerades med de dåvarande norska normerna innan Eurokod. Bron är dimensionerad för ett körfält i vardera riktning samt en trottoar på ena sidan av bron. Vissa förenklingar på längder och dimensioner har gjorts vid beräkningar samt simuleringar. Nedan ges kort redovisning av bron samt material på dessa element. Egna ritningar har gjorts i Autocad och visas på nästa sida, figur 28 - 30.

Körbana av tvärspända limträplattor.

- Längd – 50 m
- Bredd – 8 m
- Största fria spann – 11,1 m
- Minsta fria spann – 6,4 m
- Tvärsnitt på lameller (bxh) – 119x400 mm

Parabolisk 3-ledsbåge av limträ, GL30c.

- Bågens spännvidd – 37 m
- Krökt längd – 40,3 m
- Bågens höjd – 7 m
- Tvärsnitt (bxh) – 950x900 mm

Pelare av limträ, GL30c.

- Längd – 2,54 m
- Tvärsnitt (bxh) – 300x300 mm

Tvärbalk av stål ovanför pelare.

- Längd – 8 m
- Tvärsnitt – HEA 300

Tvärbalk av stål som fästes med hängare.

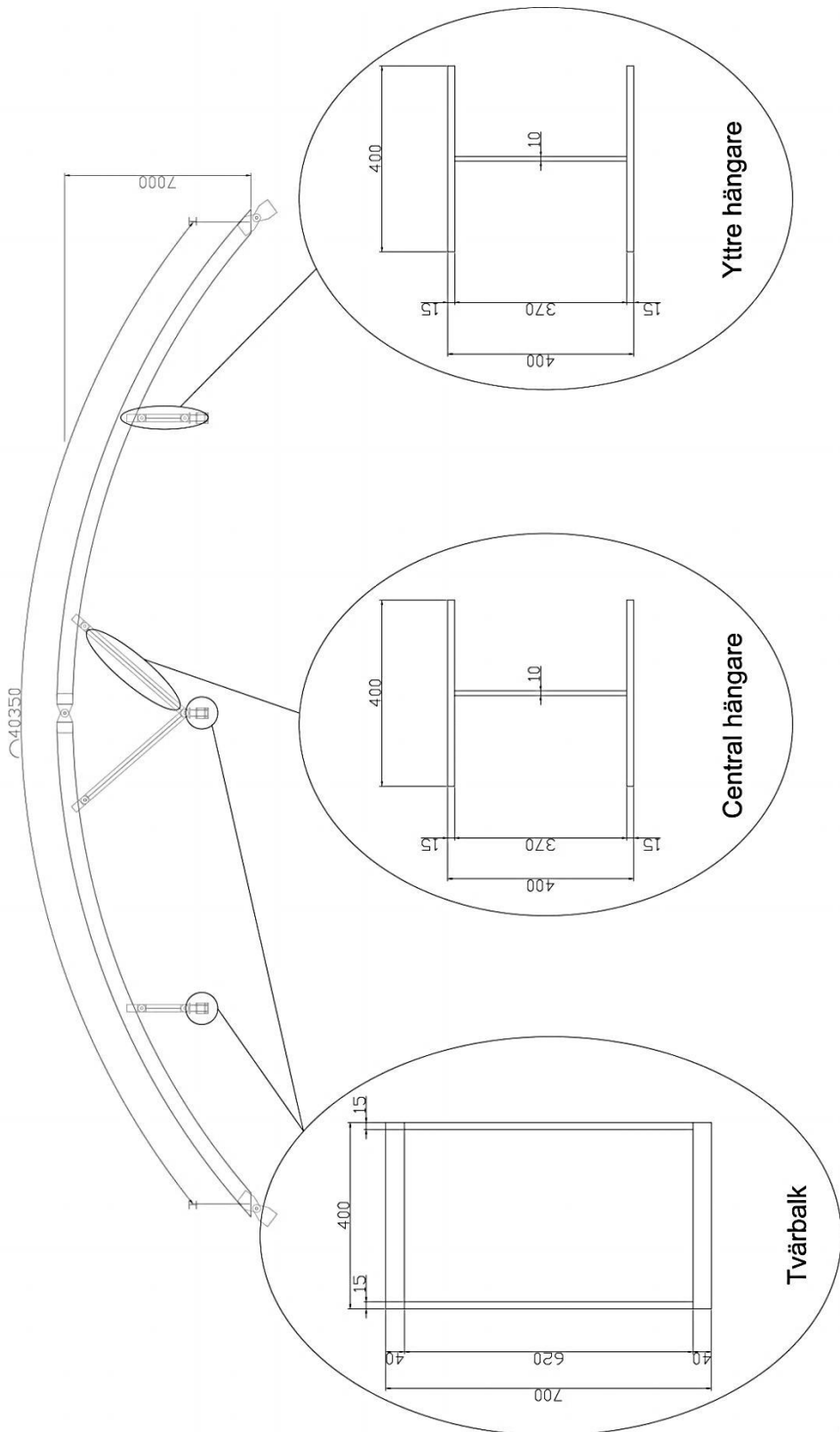
- Längd – 10,5 m
- Tvärsnitt – Enligt ritning

Hängare av stål i mitten.

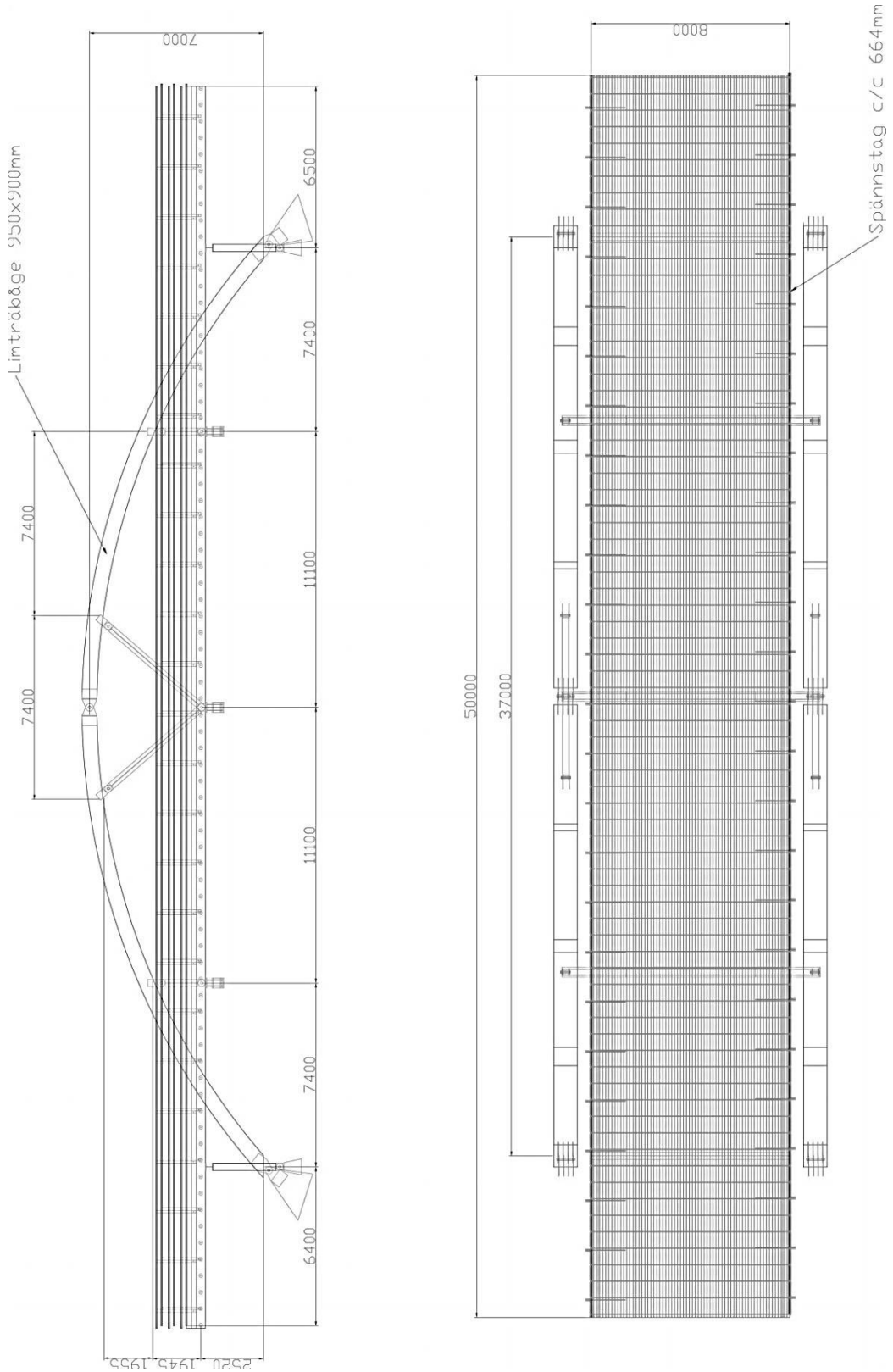
- Vertikal längd – 3,8 m
- Tvärsnitt – Enligt ritning

Hängare av stål vid ändar.

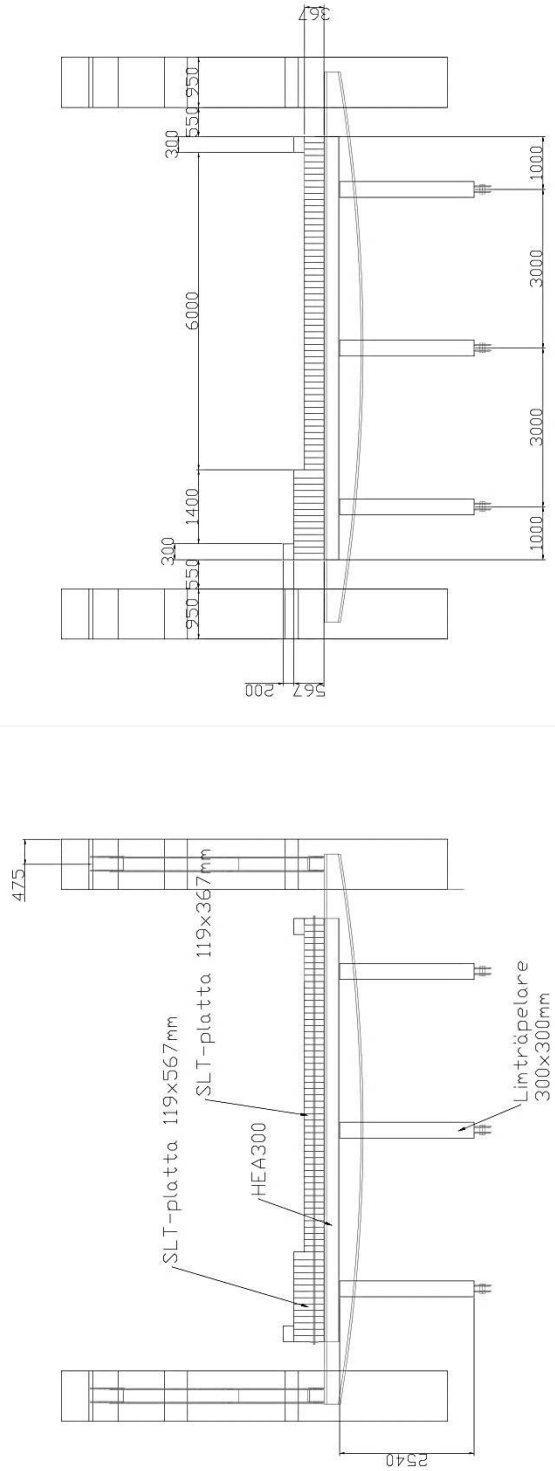
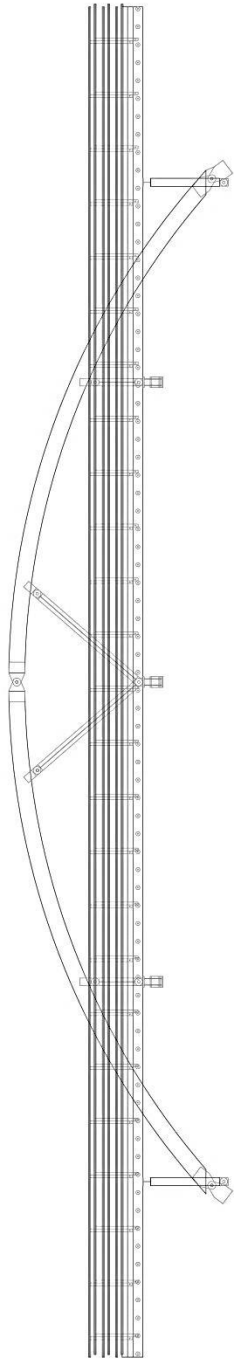
- Vertikal längd – 1,6 m
- Tvärsnitt – Enligt ritning



Figur 28. Mått på sekundära system



Figur 29. Mått på huvudbärare



Figur 30. Mått på huvudbärare

7.1 Materialegenskaper, antaganden och tvärsnittsdata

Under hela rapporten kommer Eurokod och den svenska nationella bilagan att tillämpas om inget annat anges.

För beräkningar och simuleringar av limträbågen har hållfasthetsklass GL30c använts, materialegenskaperna för GL30c anges i tabell 6. Tvärsnitt för bågen ges i figur 31.

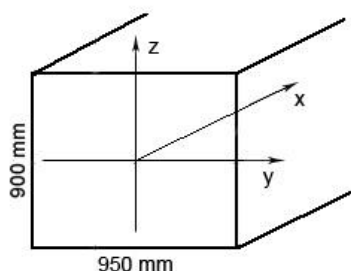
Tabell 6. Karakteristiska grundvärden för GL30c (Enligt SS-EN 1995)

Limträ GL30c	Karakteristiska värden [MPa]
Böjning parallellt fibrerna	$f_{mk} = 30$
Dragning parallellt fibrerna	$f_{tk} = 20$
Dragning vinkelrätt fibrerna	$f_{t90k} = 0,5$
Tryck parallellt fibrerna	$f_{ck} = 25$
Tryck vinkelrätt fibrerna	$f_{c90k} = 2,5$
Längsskjuvning	$f_{vk} = 3,5$
Elastisitetmodul	$E_{0,05} = 10800$
Densitet	390 kg/m^3

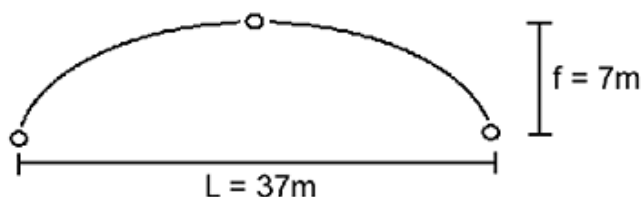
Lasternas varighet antas som korttidslast då trafiken varierar på dygnet. Klimatklass 2 – Konstruktioner som är ventilerade och skyddade mot direkt nederbörd. Dessa antaganden ger:

$$k_{mod} = 0,9$$

Enligt SS-EN 1995-1-1, 2.4.1 ges partialkoefficienten för limträ, $\gamma_M = 1,25$.



Figur 31. Bågens tvärsnitt med globala koordinater



Figur 32. Bågens längd och höjd

För beräkningar och simuleringar av den tvärspända limträplattan har följande parametrar använts:

Tabell 7. Mekaniska materialegenskaper som används vid simuleringar (Mirianin och andra, 2008)

Elasticitetsmodul	Skjuvsmodul	Poissons tal
$E_x = 12\,000\text{ MPa}$	$G_{xy} = 700\text{ MPa}$	$\nu_{xy} = 0,760$
$E_y = 600\text{ MPa}$	$G_{xz} = 700\text{ MPa}$	$\nu_{xz} = 0,300$
$E_z = 600\text{ MPa}$	$G_{yz} = 40\text{ MPa}$	$\nu_{yz} = 0,558$

Ekholm presenterade i ett arbete att medelvärdet på densiteten för gran var $\rho = 455\text{ kg/m}^3$. Det här värdet kommer att användas för limträplattan.

För hängare och tvärbalkar i stål har elasticitetsmodulen, $E = 210\text{ GPa}$ använts för beräkningar och simuleringar.

För lastkombinationer antas säkerhetsklass 3, då det är hög risk för allvarliga personskador om brott i konstruktionen sker.

Endast permanenta laster från egetyngd samt rörlig last i form av trafiklast tas till hänsyn i beräkningar och simuleringar.

7.2 Randvillkor

Hängarna är ledade till bågen och tar endast upp dragkrafter i z-riktning. Hängarna antas delvis styva i y-riktning då de tillsammans med tvärbalken bildar en styv ram.

Pelarna tar upp krafter i z- och y-riktning.

Körbanan är fritt upplagt mellan två punkter. Den ena änden är låst i x- y och z-riktning och den andra änden är endast låst i z-riktning.

7.3 Beräkning av laster

7.3.1 Permanenta laster

Permanenta laster är de laster som alltid verkar på bron. I studiefallet begränsas dessa till överbyggnader, det vill säga körbanan samt båge.

Körbanans permanenta laster består utav egentyngd för beläggning samt egentyngd för den tvärsända plattan. Asfaltsbeläggnings tjocklek är 110 mm och tungheten, $\gamma = 23 \text{ kN/m}^3$ antas vara jämnt fördelad över hela plattans yta. Plattans densitet sätts till 455 kg/m^3 och tjockleken 400 mm.

$$G_{\text{beläggning}} = t_{\text{beläggning}} \cdot \gamma_{\text{beläggning}} = 0,11 \cdot 23 = 2,53 \text{ kN/m}^2 \quad (11)$$

$$G_{\text{platta}} = t_{\text{platta}} \cdot \rho_{\text{platta}} \cdot g = 0,4 \cdot 455 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 = 1,79 \text{ kN/m}^2 \quad (12)$$

Bågens materialegenskaper antas till GL30c, densiteten för bågen är $\rho = 390 \text{ kg/m}^3$ med tvärsnittet $0,95 \times 0,9 \text{ m}$.

$$G_{\text{båge}} = A_{\text{båge}} \cdot \rho_{\text{GL30c}} \cdot g = 0,95 \cdot 0,9 \cdot 390 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 = 3,27 \text{ kN/m} \quad (13)$$

7.3.2 Beräkning av trafiklast

I studiefallet behandlas endast lastmodell 1. Lastmodell 1 består av två delsystem:

- Boggiesystem, dvs. en lastgrupp med dubbla axlar.
- Jämnt utbredda laster med en tyngd per m^2 lastfält.

Boggielasten och den utbredda lasten skall sedan placeras ut i olika lastfält. Lastfälten bestäms enligt EN 1991-2, punkt 4.2.3. I studiefallet är bronns bredd 8 m varav 0,3 m kantbalk på var sida om bron. Tabell 8 visar uppdelning av lastfält enligt EN 1991-2.

Tabell 8. Antal lastfält oh deras bredd (EN 1991-2)

Körbanelängd w	Antal lastfält	Bredd på ett lastfält w_i	Återstående ytans bredd
$w < 5,4$ m	$n_1 = 1$	3 m	$w - 3$ m
$5,4$ m $\leq w < 6$ m	$n_1 = 2$	$\frac{w}{2}$	0
6 m $\leq w$	$n_1 = \text{Int}\left(\frac{w}{3}\right)$	3 m	$w - 3 \times n_1$

ANM Exempel. För en körbana med bredden lika med 11m, $n_1 = \text{Int}\left(\frac{w}{3}\right) = 3$, och den återstående ytans bredd blir $11 - 3 \times 3 = 2$ m.

Antal lastfält blir i studiefallet 2x3 m med en resterande bredd på 1,4 m. Eurocode anger karakteristiska trafiklaster för Lastmodell 1, trafiklasterna varierar beroende av vilket körfält som skall lastas, tabell 9 anger storleken på dessa.

Tabell 9. Karakteristiska värden för lastmodell 1 (EN 1991-2)

Läge	Boggisystem	Utbredd last
	Axellast Q_{ik} (kN)	q_{ik} (eller q_{rk}) (kN/m ²)
Lastfält nummer 1	300	9
Lastfält nummer 2	200	2,5
Lastfält nummer 3	100	2,5
Övriga lastfält	0	2,5
Återstående yta (q_{rk})	0	2,5

Varje körfält kan ha olika anpassningsfaktorer, de rekommenderade värdena i den svenska nationella bilagan (TRVFS 2011:12, sidan 15) från trafikverket anger följande värden:

$$\begin{aligned} \alpha_{Q1} &= 0,9 & \alpha_{q1} &= 0,7 \\ \alpha_{Q2} &= 0,9 & \alpha_{q2} &= 1,0 \text{ för } i > 1 \\ \alpha_{Q3} &= 0 & \alpha_{qr} &= 1,0 \end{aligned}$$

Ur ekvation 4 och 5 i kap. 6.1.1.4 kan de dimensionerande trafiklasterna för studiefallet beräknas till:

$$Q_{1d} = \alpha_{Q1} * Q_{1k} = 0,9 * 300 = 270 \text{ kN} \quad (14)$$

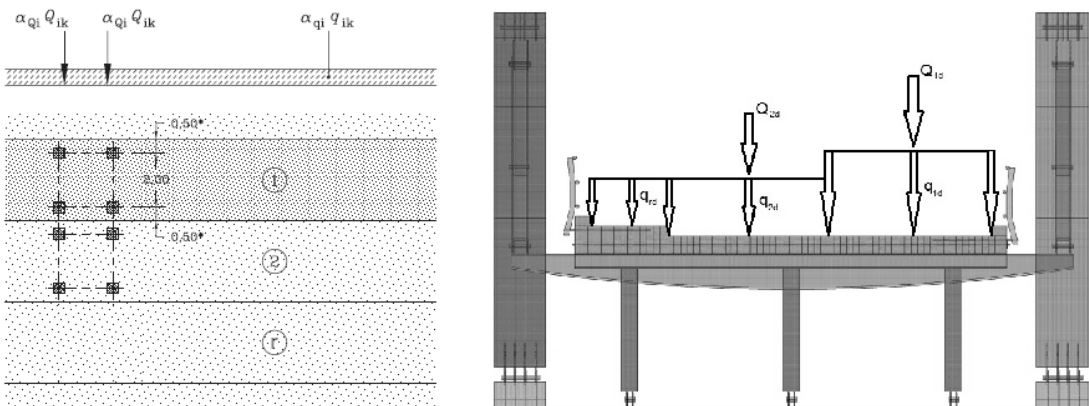
$$q_{1d} = \alpha_{q1} * q_{1k} = 0,7 * 9 = 6,3 \text{ k N/m}^2 \quad (15)$$

$$Q_{2d} = \alpha_{Q2} * Q_{2k} = 0,9 * 200 = 180 \text{ kN} \quad (16)$$

$$q_{2d} = \alpha_{q2} * q_{2k} = 1,0 * 2,5 = 2,5 \text{ kN/m}^2 \quad (17)$$

$$q_{rd} = \alpha_{qr} * q_{rk} = 1,0 * 2,5 = 2,5 \text{ kN/m}^2 \quad (18)$$

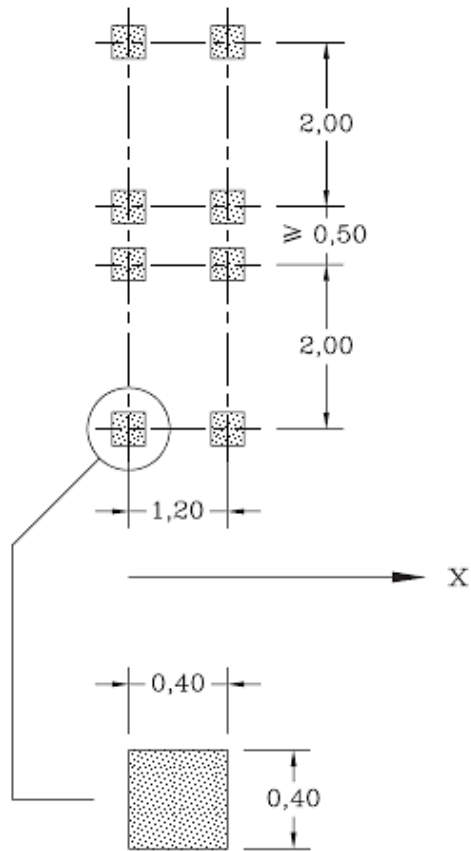
Trafiklasterna skall sedan placeras ut i lastfälten enligt figur 33.



Figur 33. Lastpositioner för lastfält

Eftersom lasterna placeras ut osymmetriskt kommer det att ge upphov till osymmetriska reaktionskrafter i konstruktionen, det mest ogynnsamma värdet som fås skall användas vid kontrollering av hållfasthetskapacitet.

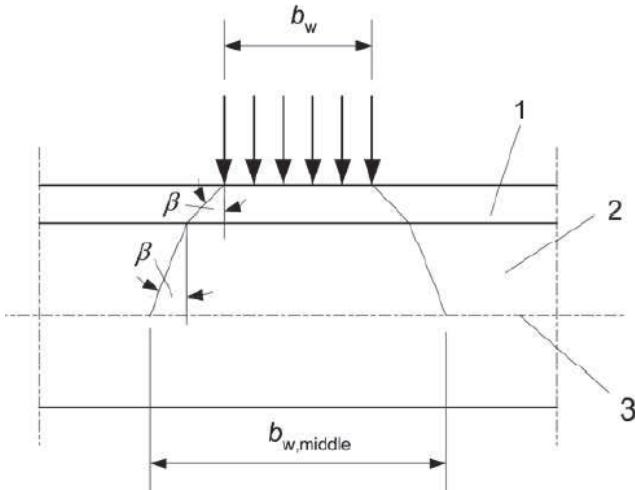
Som tidigare angetts är boggielasten angiven per axellast, dvs. två axellaster skall användas för varje lastfält. Avstånden på axlarna skall sättas i längdled till 1,2 m, se figur 34. Hjulytan för boggiesystemet har dimensionen 0,4x0,4 m. Detta kommer till nytta vid beräkning av lastspridning från däck.



Figur 34. Hjulryta och avstånd för boggiesystem (EN 1991-2)

7.3.3 Beräkning av lastspridning för vertikala punktlaster

Koncentrerade laster bör enligt EN 1995-2 angripa i ett referensplan i plattans mitt. Belastningsytan i plattans mitt beror på tjocklek och materialegenskaper på beläggningen, i vilket lasten sprids genom. Figur 35 visar spridningen av en koncentrerad last från en kontaktyta med bredden b_w .



1. Beläggning
2. Lamellplatta
3. Referensplanets mitt

b_w = Bredd på den belastade delen av brobeläggningens kontaktyta
 $b_{w,middle}$ = Bredd på den belastade delen i referensplanet mitt i plattan
 β = Vinkel för lastens spridning

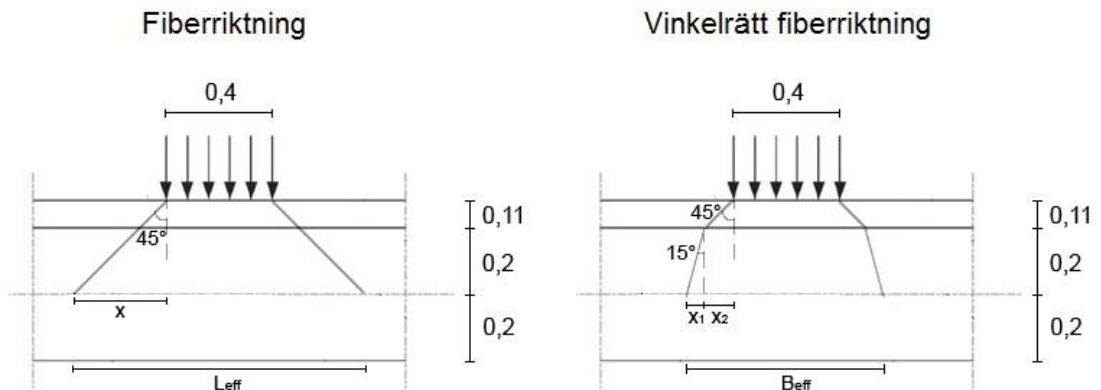
Figur 35. Spridningen av en koncentrerad last från en kontaktyta med bredden b_w (EN 1995-2)

För en tvärspänd träplatta sprids lasten med 45° i fiberriktning och 15° vinkelrätt fiberriktning. Spridningen i beläggningen kan sättas till 45° .

Tjockleken på beläggningen är 110 mm och plattans totala tjocklek är 400 mm.

Enligt lastmodell 1 kan hjulytans mått sättas till 0,4x0,4 m.

Lastspridningen för hjulytan beror på riktningen i körbanan, figur 36 visar lastspridningen i körbanan för studiefallet.



Figur 36. Lastspridning från hjulytan beroende av riktning på fibrer

Längden på lastspridningen i fiberriktning, L_{eff} beräknas med trigonometriska funktioner. Enligt EN 1995-2 skall L_{eff} även adderas med en faktor, a som beror på typen av lamellplatta. Då körbanan är förspänd eller av limträ skall a sättas till 0,3.

$$\tan(45) = \frac{x}{0,31} \rightarrow x = 0,31 \cdot \tan(45) = 0,31 \quad (19)$$

$$L_{eff} = 0,31 + 0,4 + 0,31 + 0,3 = 1,32 \text{ m} \quad (20)$$

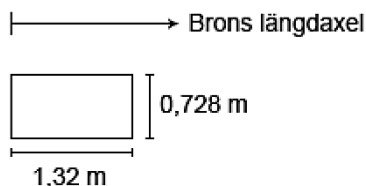
Även längden på lastspridningen vinkelrätt fiberriktning, B_{eff} beräknas med hjälp av trigonometriska funktioner.

$$\tan(15) = \frac{x_1}{0,2} \rightarrow x_1 = 0,2 \cdot \tan(15) = 0,054 \quad (21)$$

$$\tan(45) = \frac{x_2}{0,11} \rightarrow x_2 = 0,11 \cdot \tan(45) = 0,11 \quad (22)$$

$$B_{eff} = 2 \cdot 0,054 + 2 \cdot 0,11 + 0,4 = 0,728 \text{ m} \quad (23)$$

Den effektiva lastspridningsarean för ett hjul blir i fallet:



Figur 37. Effektiv lastspridning för en hjullast

7.4 Beräkning av båge

7.4.1 Framtagning av influenslinje för bågkonstruktion

Influenslinjen för en intressant punkt på konstruktionen fås genom att placeras en last med jämna intervall på körbanan, i studiefallet studeras två punkter på bågen och tre punkter på körbanan (Se senare del, kap 9.2.1).

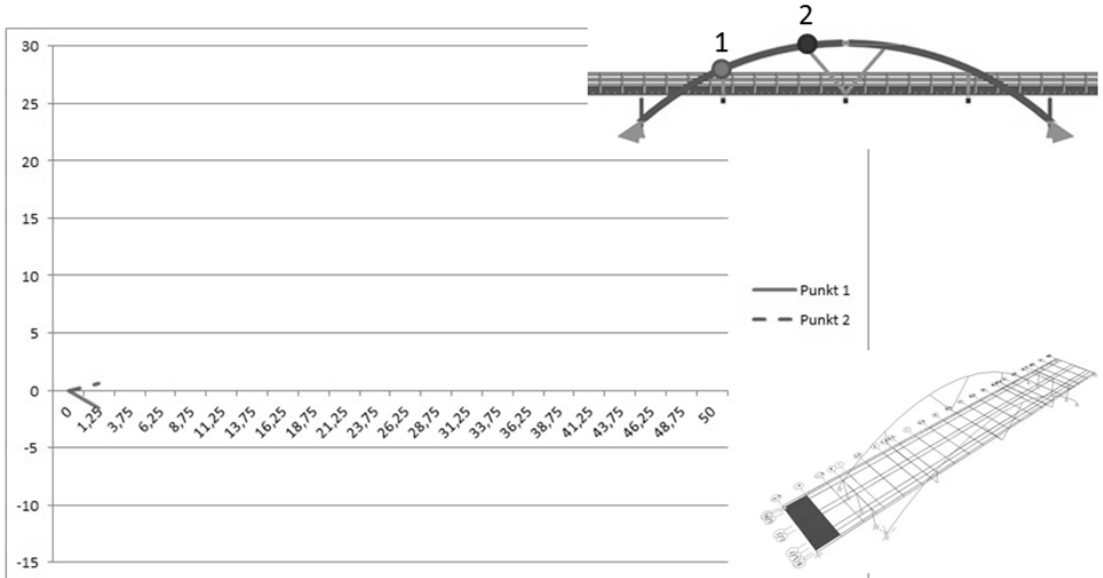
Punkterna som studeras kommer sedan att påverkas olika beroende lastplaceringen, dvs. exempelvis var ett fordon befinner sig på bron. I fallet nedan redovisas influenslinjen för moment, observera att framtagning av tvärkraft görs på samma sätt.

I figur 38 placeras en utbredd last på 1 kN/m^2 de första 2,5 m av körbanan. Storleken på momentreaktionerna i de punkter vi undersöker plottas i ett diagram.

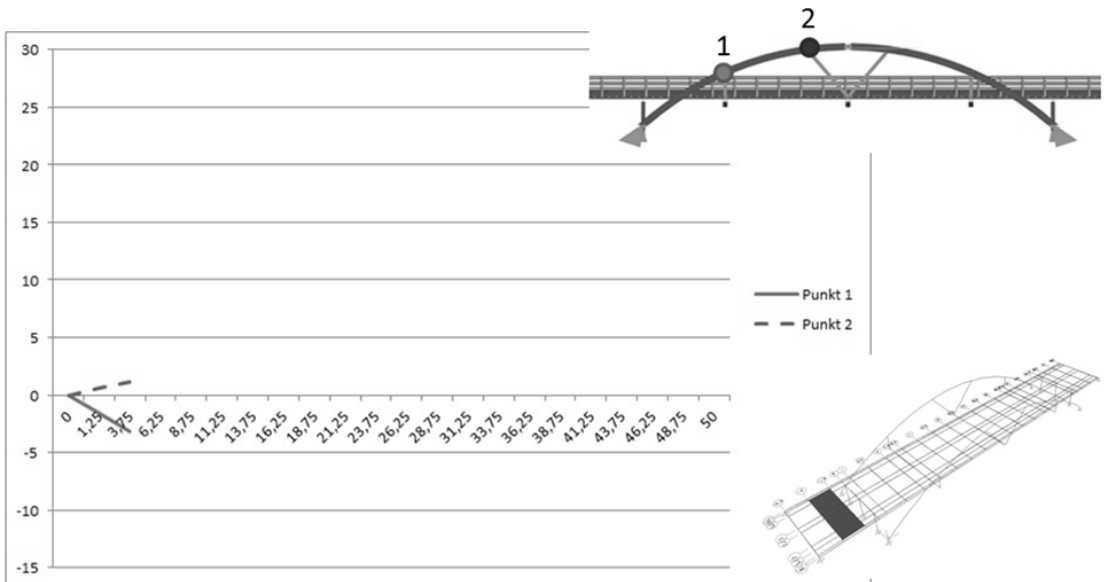
I figur 39 förflyttas lastarean fram 2,5 m, momentreaktionen i punkterna mäts av och plottas i samma diagram. Därefter upprepas proceduren, lastarean förflyttas fram 2,5 m och momentreaktionen mäts av.

I figur 41 har proceduren upprepats tills slutet av körbanan nåtts, det vill säga fordonet har nu passerat bron. Influenslinjen för momentlasten är nu färdigställd.

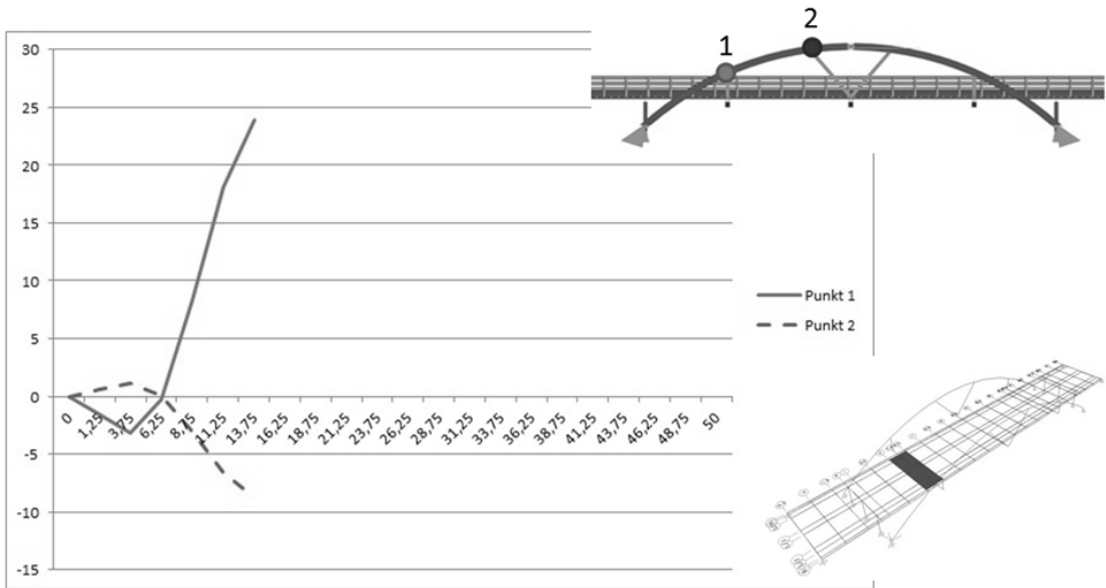
Blå linje beskriver momentreaktionen i punkt 1, det vill säga den korta hängarens infästning och röd linje beskriver momentreaktionen i punkt 2, den långa hängarens infästning. x-axeln visar längdposition i bron och y-axeln visar reaktionsintensiteten. Startpositionen 0 m är där körbanan börjar och slutpositionen 50 m är där körbanan slutar. Bågens startposition är belägen 6,5 m och slutar 43,5 m i x-led.



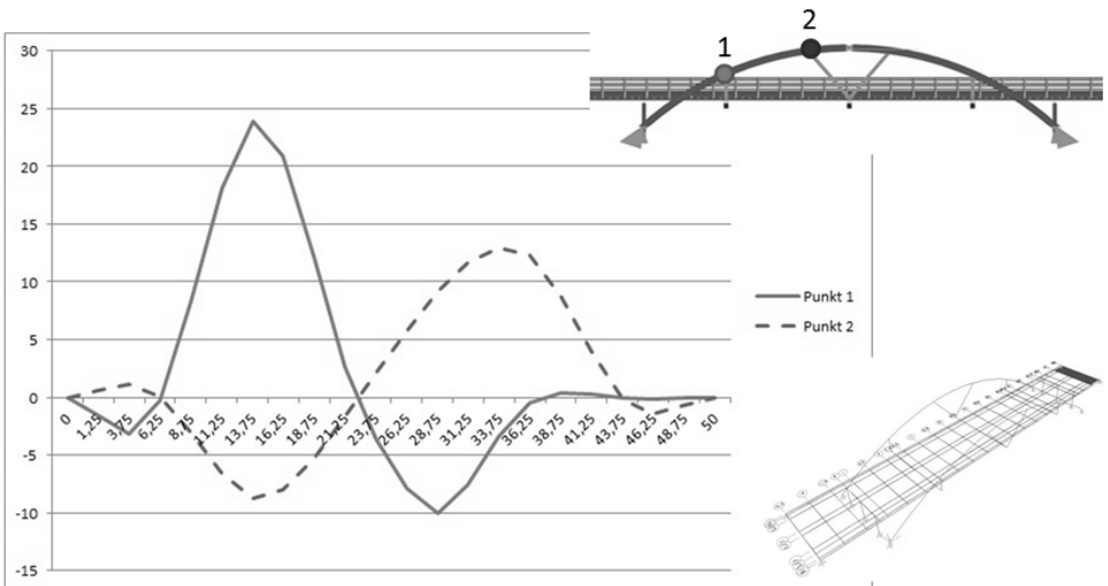
Figur 38. Steg 1 vid bestämning av influenslinje för moment i bågen



Figur 39. Steg 2 vid bestämning av influenslinje för moment i bågen

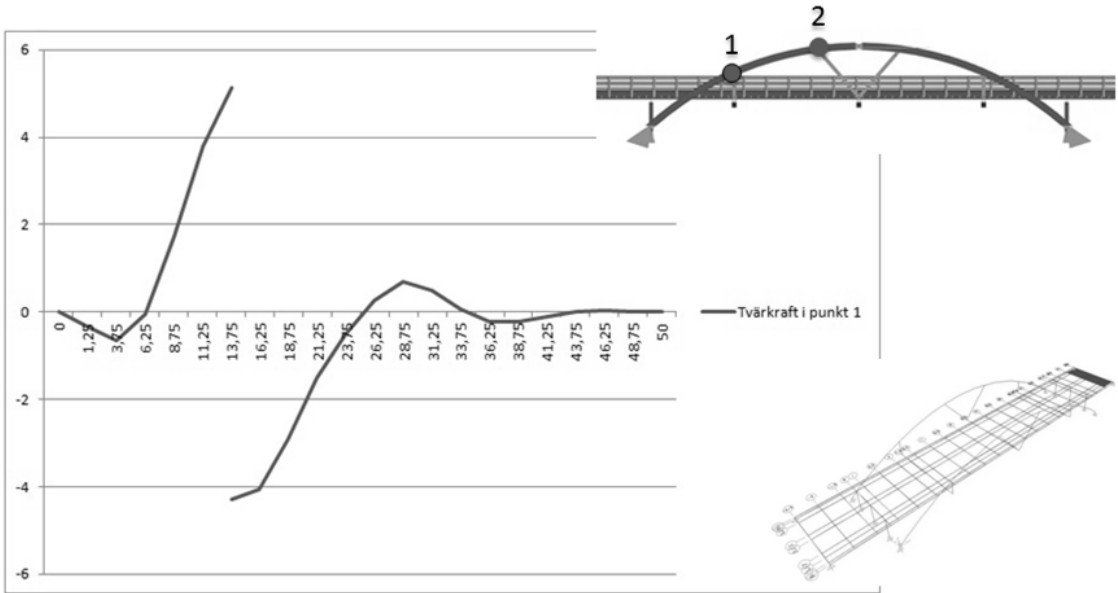


Figur 40. Upprening av procedur vid bestämning av influenslinje för moment i bågen

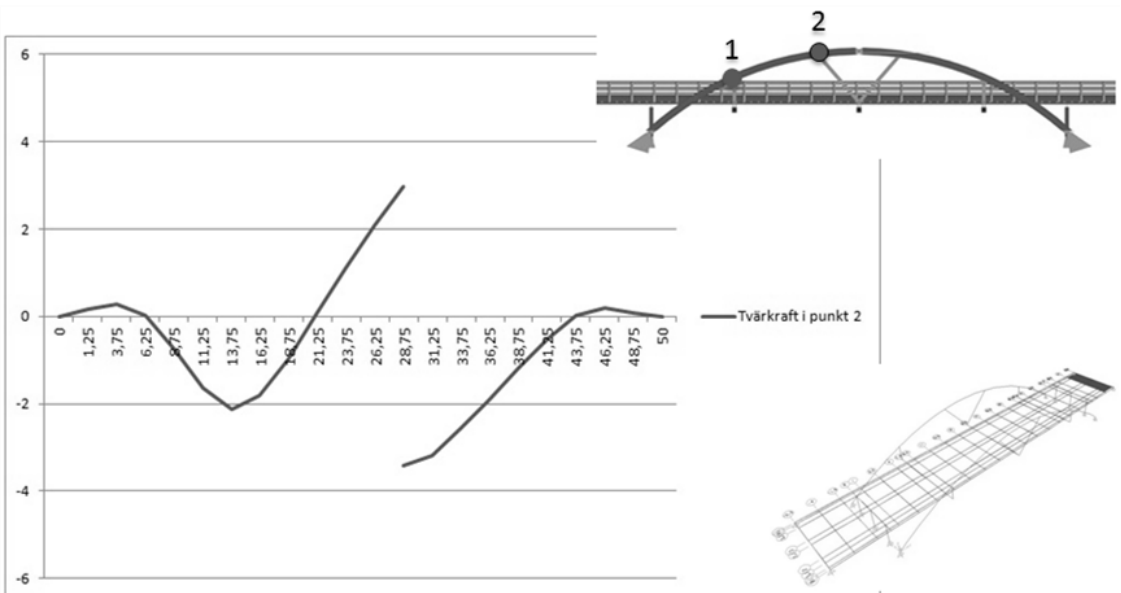


Figur 41. Färdigställd influenslinje för moment i bågen

Framtagning av influenslinjen för tvärkraft görs på samma sätt som framtagning av moment. Lasten förflyttas längs körbanan samtidigt som tvärkraften plottas i ett diagram. Figur 42 visar influenslinjen för tvärkraft höger och vänster om inspänningspunkt 1 som är belägen 13,9 m i x-led. I figur 43 visas influenslinjen för tvärkraft höger och vänster om inspänningspunkt 2 som är belägen 21,3 m i x-led.



Figur 42. Influenslinje för tvärkraft i punkt 1 i bågen

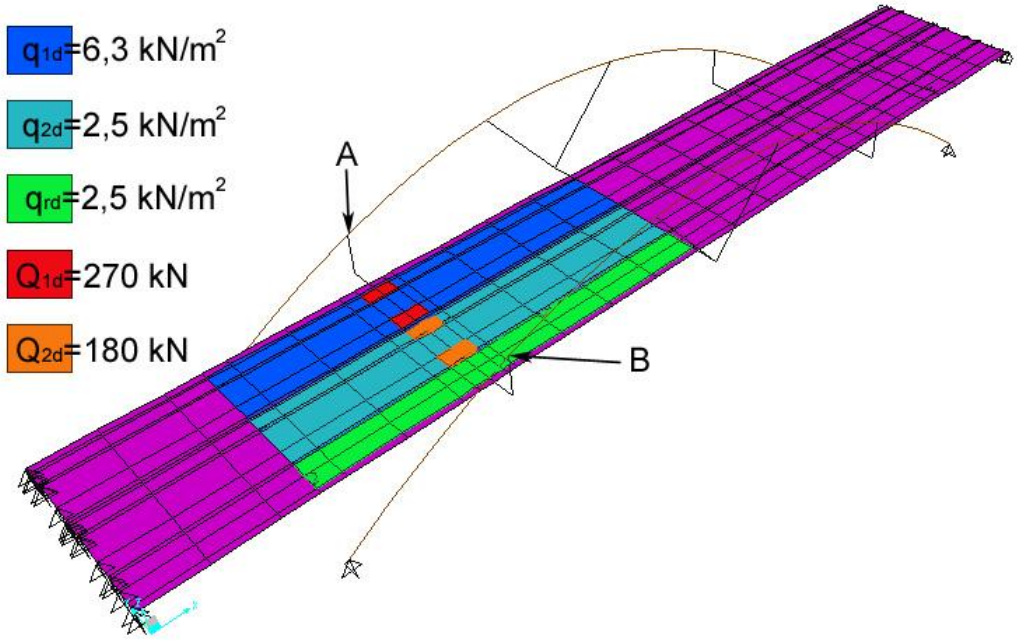


Figur 43. Influenslinje för tvärkraft i punkt 2 i bågen

7.4.2 Maximal moment- och tvärkraft i punkt 1

Med SAP2000 kan man få ut den maximala moment- och tvärkraften i infästningen mellan bågarne och den yttre hängaren från vänster, A och B. I simuleringen har egentyngder för trädäck, asfaltbeläggning och träbågarna tagits med som permanenta laster.

Trafiklasten är placerad ut på de platser som ger upphov till maximal momentkraft respektive maximal tvärkraft i punkt 1 enligt influenslinjen för diverse krafter i punkt 1, se figur 44.



Figur 44. Belastning enligt lastmodell 1 för maximal spänning från moment och tvärkraft i punkt 1

Följande maxvärde returneras av SAP2000 efter simuleringen:

Infästning A	Infästning B
$M_{\max} = 2889 \text{ kNm}$	$M_{\max} = 437 \text{ kNm}$
$V_{\max} = 659 \text{ kN}$	$V_{\max} = 273 \text{ kN}$
$N_{\max} = -2709 \text{ kN}$	$N_{\max} = -2187 \text{ kN}$

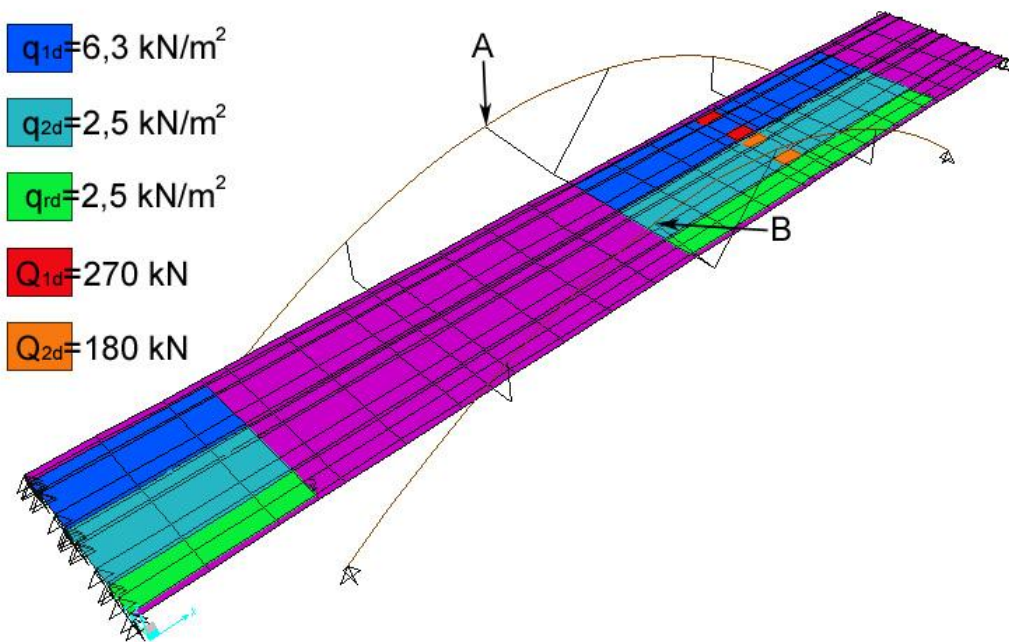


Figur 45. Resultat av moment (vänster) och tvärkraft (höger) för båge

7.4.3 Maximal moment- och tvärkraft i punkt 2

Med liknande modell som användes för att få ut de maximala moment- och tvärkrafter i punkt 1 används för att räkna ut för punkt 2. I simuleringen har egentygnder för trädäck, asfaltbeläggning och träbågarna tagits med som permanenta laster.

Trafiklasten är utplacerad på de platser som ger upphov till maximal momentkraft respektive maximal tvärkraft i punkt 2 enligt influenslinjen för diverse krafterna i punkt 2, se figur 46. Observera att trafiklasten har placerats ut på flera olika ställen på körbanan. Detta är för att belastning av dessa områden ger ett ökat bidrag till moment- och tvärkraft i punkt 2 medan belastning i alla andra område på körbanan ger en reducerande effekt.



Figur 46. Belastning enligt lastmodell 1 för maximal spänning för moment och tvärkraft i punkt 2

Följande maxvärde returneras av SAP2000 efter simuleringen:

Infästning A	Infästning B
$M_{\max} = 1515 \text{ kNm}$	$M_{\max} = 891 \text{ kNm}$
$V_{\max} = 471 \text{ kN}$	$V_{\max} = 287 \text{ kN}$
$N_{\max} = -1845 \text{ kN}$	$N_{\max} = -1432 \text{ kN}$



Figur 47. Resultat av moment (vänster) och tvärkraft (höger) för båge

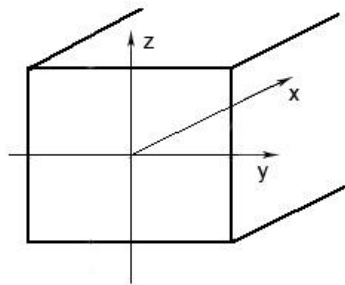
7.4.4 Beräkning av tryckkapacitet för båge, knäckning i plan

Kontroll av knäckning i plan för en båge är i allmänhet mer komplicerat än en vanlig balk. Vanligtvis analyseras bågen på två sätt, genom förenklade beräkningsmetoder och med andra ordningens teori. Då förenklade beräkningsmetoder används kan bågen i stort sätt ses som en balk där elementet utsätts för böjmoment och tryckkrafter. Spänningarna som beräknas är baserade på linjär elasticitetsteori för ett odeformerat statiskt system vid jämvikt (Crocetti & Mårtensson, 2011).

Fyra kontroller har gjorts i studiefallet för att kontrollera bågens kapacitet vid knäckning i plan. I alla fyra fall antas en jämnt utbredd last över bågen. Observera att de tre första kontrollerna inte tar hänsyn till effekten av hängarna och körbanan.

7.4.4.1 Kontroll 1 – Handberäkning

Första kontrollen baseras på Eulers knäcklast där bågen är ledad i båda ändarna. Eftersom bågen kontrolleras mot knäckning i plan beräknas tröghetsmomentet runt y-axeln enligt de globala koordinater som anges i figur 48.



Figur 48. Globala koordinater vid beräkningar

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,95 \cdot 0,9^3}{12} = 0,0577 \text{ m}^4 \quad (24)$$

Knäcklängden fås genom att ta den halva krökta längden på bågen och sedan multiplicera det med en faktor på 1,25.

$$L_c = 1,25 \cdot S = 1,25 \cdot \frac{40,3}{2} = 25,2 \text{ m} \quad (25)$$

Eulers knäcklast för en balk ledad i båda ändarna ger följande knäcklast för bågen:

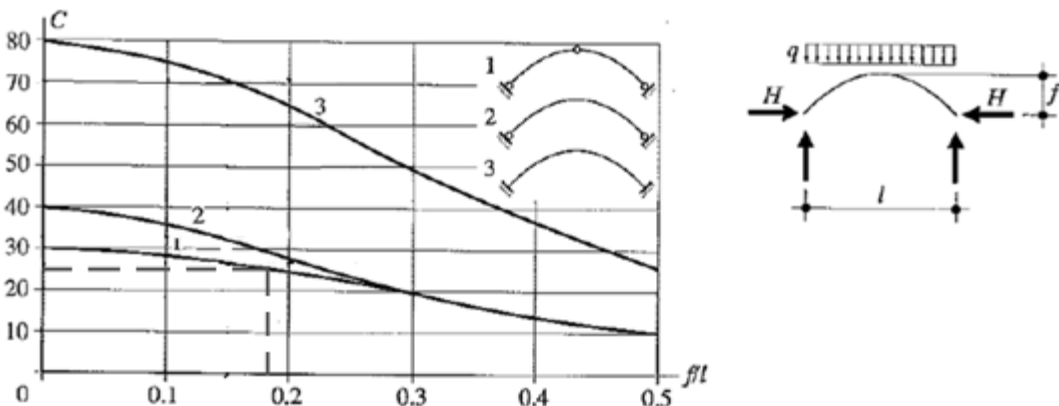
$$N_{cr,1} = \frac{\pi^2 EI}{L_c} = \frac{\pi^2 \cdot 10800 \cdot 10^6 \cdot 0,0577}{25,2^2} = 9,68 \text{ MN} \quad (26)$$

Från den kritiska knäcklasten kan en dimensionerande bärförmåga beräknas. Den dimensionerande bärförmågan då knäckning i plan uppnås för $N_{cr} = 9,68 \text{ MN}$ beräknas till (Se bilaga 12.1.1.1 för utförligare beräkning):

$$N_{c,Rd,1} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 6,39 \text{ MN} \quad (27)$$

7.4.4.2 Kontroll 2 – Handberäkning

Den andra kontrollen baseras på föreläsningmaterial från kursen brobyggnadsteknik. I denna kontroll har ett kurvdiagram använts, figur 49. Kurvorna ger en faktor C som beror på förhållandet mellan bågens spann och höjden på bågen samt bågens randvillkor. Faktorn C ska sedan användas för att beräkna knäcklasten för bågen. För bron i studiefallet fås C till 25 då höjden på bågen är 7 m och spannet 37 m.



Figur 49. Bestämning av faktor C för 1-, 2- samt 3-ledsbågar

Knäcklasten fås fram från formeln nedan som är en modifiering av eulers knäcklast. L är längden på spannet och I_c är tröghetsmomentet för bågen runt y-axeln. Knäcklasten för knäckning i plan beräknas till:

$$N_{cr,2} = C \cdot \frac{EI_c}{L^2} = 25 \cdot \frac{10800 \cdot 10^6 \cdot 0,0577}{37^2} = 11,38 \text{ MN} \quad (28)$$

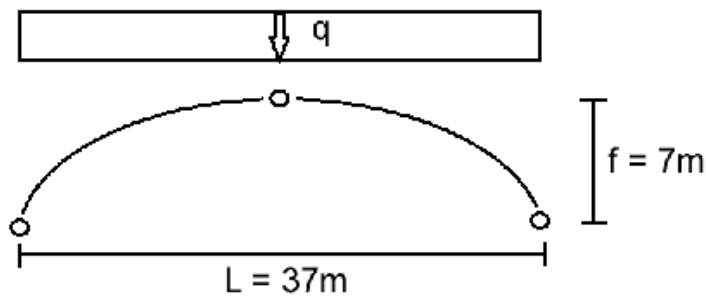
Från den kritiska knäcklasten kan en dimensionerande bärförmåga beräknas. Den dimensionerande bärförmågan då knäckning i plan uppnås för $N_{cr} = 11,38 \text{ MN}$ beräknas till (Se bilaga 12.1.1.2 för utförlig beräkning):

$$N_{c,Rd,2} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 7,38 \text{ MN} \quad (29)$$

7.4.4.3 Kontroll 3 – Handberäkning & SAP2000

I den tredje kontrollen har en modellering i SAP2000 använts för att få ut en knäcklast. Kontrollen beräknas med hjälp av jämviktssvillkor. Ett snitt på bågen vid $L/4$ har kontrollerats, detta på grund av att ett medelvärde av tvärkraft samt normalkraft verkar i bågen i detta snitt.

Den utbredda knäcklasten har erhållits från modelleringen i SAP2000, $q = 569,55 \text{ kN}$. Figur 50 beskriver lastmodell och längder för bågen i studiefallet.



Figur 50. Lastmodell samt mått för bågen

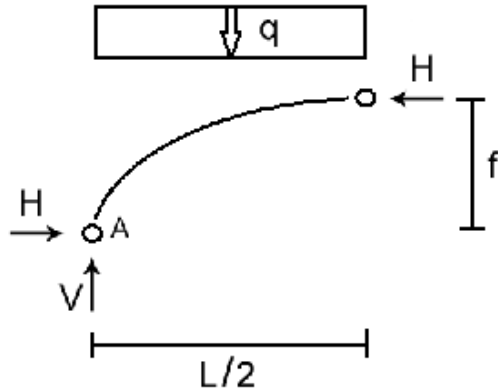
Bågen snittas i mitten för att kunna få fram upplagskrafter, se figur 53.

Momentjämvikt i punkt A för halva bågen leder till att den horisontella kraften, H beräknas till:

$$H \cdot f - q \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{4} = 0 \Leftrightarrow H = \frac{qL^2}{8f} = \frac{569,55 \cdot 37^2}{8 \cdot 7} = 13,92 \text{ MN} \quad (30)$$

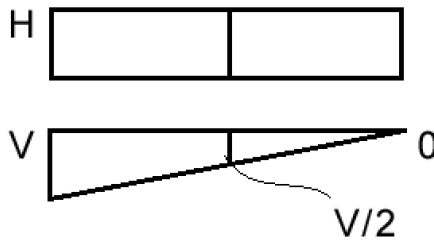
V fås genom att beräkna tvärkraften i upplagen.

$$V = q \frac{L}{2} = \frac{569,55 \cdot 37}{2} = 10,54 \text{ MN} \quad (31)$$



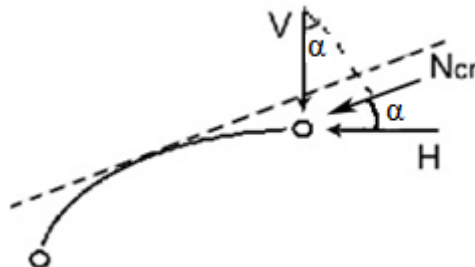
Figur 51. Snitt av bågens vänstra halva

Den horisontella kraften verkar jämnt över hela bågen medans tvärkraften varierar linjärt över bågen, figur 52. För att få ett medelvärde kontrolleras ett snitt vid $L/4$ på bågen.



Figur 52. Normalkraft samt tvärkraft i bågen

Med hjälp av vinkeln kan komponenterna som verkar i balkens normalaxel erhållas. Bågens vinkel i snittet ($1/4$ av bågens längd), $\alpha = 15^\circ$ ges av tangenten till bågen i samma snitt. Figur 53 visar hur krafterna verkar i snittet.



Figur 53. Krafter som verkar i snittet på bågen

$$N_H = H \cdot \cos(\alpha) = 13,92 \cdot \cos(15) = 13,45 \text{ MN} \quad (32)$$

$$N_V = \frac{V}{2} \cdot \sin(\alpha) = \frac{10,54}{2} \cdot \sin(15) = 1,36 \text{ MN} \quad (33)$$

Genom komponenterna kan en resulterande kraft, knäcklasten beräknas.

$$N_{cr,3} = N_H + N_V = 13,45 + 1,36 = 14,81 \text{ MN} \quad (34)$$

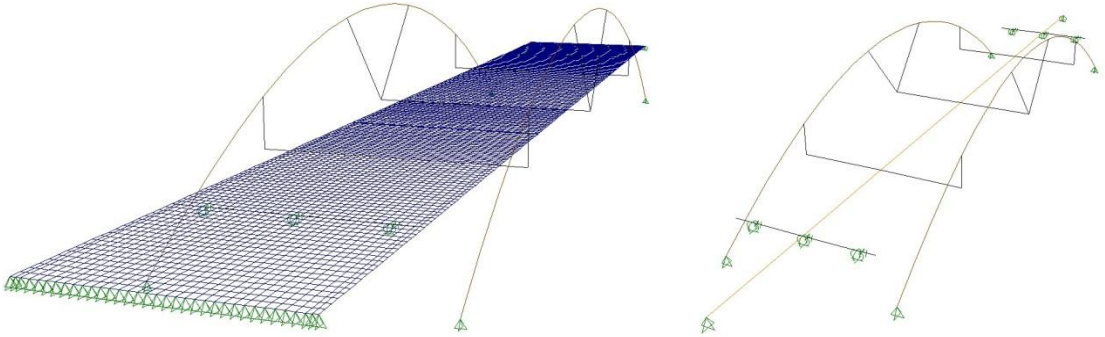
Från den kritiska knäcklasten kan en dimensionerande bärförmåga beräknas. Den dimensionerande bärförmågan då knäckning i plan uppnås för $N_{cr} = 14,81 \text{ MN}$ beräknas till (Se bilaga 12.1.1.3 för utförlig beräkning):

$$N_{c,Rd,3} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 9,23 \text{ MN} \quad (35)$$

7.4.4.4 Kontroll 4 – SAP2000

I den fjärde kontrollen tas körbanans inverkan med då knäckning i plan beaktas för bågen. Körbanan kommer att bidra till en ökad hållfasthet för bågen. Då bågen utsätts för tryckkrafter kommer bågen att vilja deformeras i plan, om körbanan tas med i simuleringen kommer lasterna från bågen även att fördelas till plattan. Körbanan kommer då att försöka motverka deformationerna som bågen utsätts för och en högre lastkapacitet uppnås jämfört med då körbanan inte tas med, detta noterades under en diskussion med Crocetti (2012).

Två modelleringar har gjorts i SAP2000 enligt figur 54. De tre pelarna vid var ände av bågen har ersatts av rullager i brons riktning och med en viss styvhet i tvärled. Styvheten på pelarna mot rörelser i tvärled har beräknats till $k = 3333 \text{ N/mm}$ per pelare, se bilaga 12.2 för beräkning. I den ena modelleringen har körbanan angetts som ett skalelement och i den andra modelleringen har körbanan angetts som ett balkelement.



Figur 54. 3D modellering för kontroll 3. Vänster bild visar modellering med skelement. Höger bild visar modellering med balkelement

Den kritiska knäcklasten för bågen då körbanan angetts som ett skelement ger, $N_{cr,4s} = 39,08 \text{ MN}$.

Då körbanan angetts som ett balkelement fås den kritiska knäcklasten för bågen till, $N_{cr,4b} = 32,01 \text{ MN}$.

Från de kritiska knäcklasterna kan värden på den dimensionerande bärförmågan då knäckning i plan uppnås beräknas.

Då körbanan modelleras som ett skelement fås bärförmågan till (Se bilaga 12.1.2.1 för utförlig beräkning):

$$N_{c,Rd,4s} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 14,14 \text{ MN} \quad (36)$$

Då körbanan modelleras som ett balkelement fås bärförmågan till (Se bilaga 12.1.2.2 för utförlig beräkning):

$$N_{c,Rd,4b} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 13,65 \text{ MN} \quad (37)$$

7.4.5 Beräkning av tryckkapacitet för båge, knäckning ut ur plan

Som tidigare benämnts i rapporten så kan ett element som är utsatt för tryckkrafter bli benägen att knäcka. När knäckning ut ur plan kan förekomma så är det väldigt viktigt att kontrollera elementet, bågen i studiefallet och även hela systemet så att de klarar av de laster som de utsätts för. Så länge den kritiska lastkapaciteten är högre än lasten som systemet utsätts för kommer bågen att vara stabil mot knäckning (Crocetti & Mårtensson, 2011).

Fem kontroller görs i studiefallet för att kontrollera bågens kapacitet vid knäckning ut ur plan. I alla fem fall antas en jämnt utbredd last över bågen, endast kontroll 4 beaktar inverkan av u-ram och körbana. I den första kontrollen görs handberäkningar enligt handboken "Bygg, 1971". I den andra kontrollen görs en statisk beräkning för hand där

beräkningsmetoden går ut på att beräkna en ekvivalent styvhet som appliceras över hela bågens längd. Den tredje kontrollen görs i SAP2000 och skall kontrollera så att rimliga värden fås i kontroll 1 och 2. Den fjärde kontrollen beräknar knäckningskapacitet när u-ram och körbana beaktas. I den femte kontrolleras knäckningskapacitetens variation beroende på hur styvt inspänningsförhållandet är vid bågens ändar.

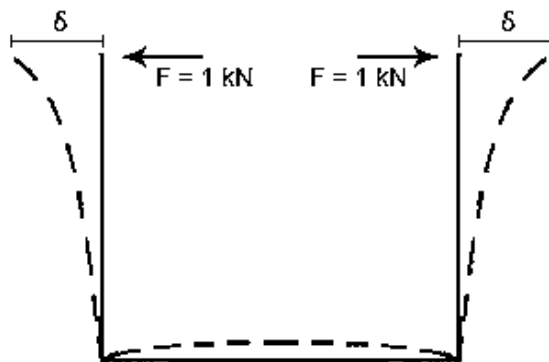
7.4.5.1 Kontroll 1 – Handberäkning & SAP2000

Den första kontrollen går ut på att först beräkna styvheterna för de olika u-ramarna, detta kommer att göras med hjälp av SAP2000 där materialegenskaperna och måtten modelleras. Sedan utförs beräkningar för den kritiska knäckningslasten där de erhållna styvheterna för ramarna används. En modellering i SAP2000 av bågen kommer även att göras där u-ramarnas styvhet kommer att användas och placeras på bågen som en stängning ut ur plan. Värdet som fås ur SAP2000 skall sedan hamna någonstans mellan de handberäknade knäckningslasterna. Observera att dessa beräkningar inte tar hänsyn till körbanan utan endast bågarna och ramarna beaktas. Ytterstöden ses som oändligt styva ut ur plan vid kontrollerna.

För att kontrollera stängningsstyvheten i u-ramarna placeras en horisontell last, F , på ramarna. Deformationen som uppstår i ramarna, δ , mäts sedan i SAP2000 och genom detta kan styvheten beräknas ur:

$$k = \frac{F}{\delta} \quad (38)$$

Från den enkla u-ramen med endast en hängare, se figur 55, erhålls en deformation till $\delta_1 = 70 \cdot 10^{-3}$ mm.

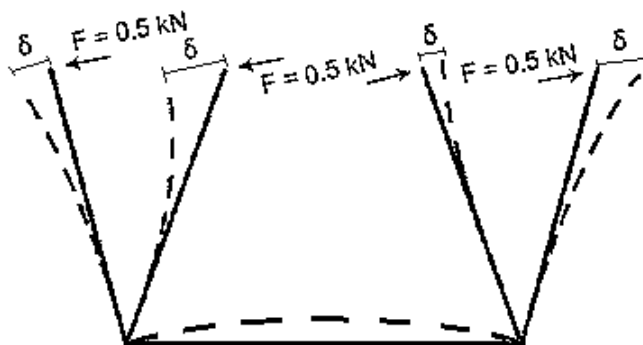


Figur 55. U-ram med 1 hängare där streckad linje visar deformation

Stängningsstyvheten för u-ramen kan nu beräknas till:

$$k_1 = \frac{F_1}{\delta_1} = \frac{1000}{70 \cdot 10^{-3}} = 14285,7 \text{ kN/m} \quad (39)$$

För u-ramen med två hängare, se figur 56, kommer en horisontell last på $F/2$ att placeras på varje hängare. Detta eftersom varje ramsystem skall belastas med samma lastfall. Ramens deformation fås då till $\delta_2 = 1\text{mm}$.

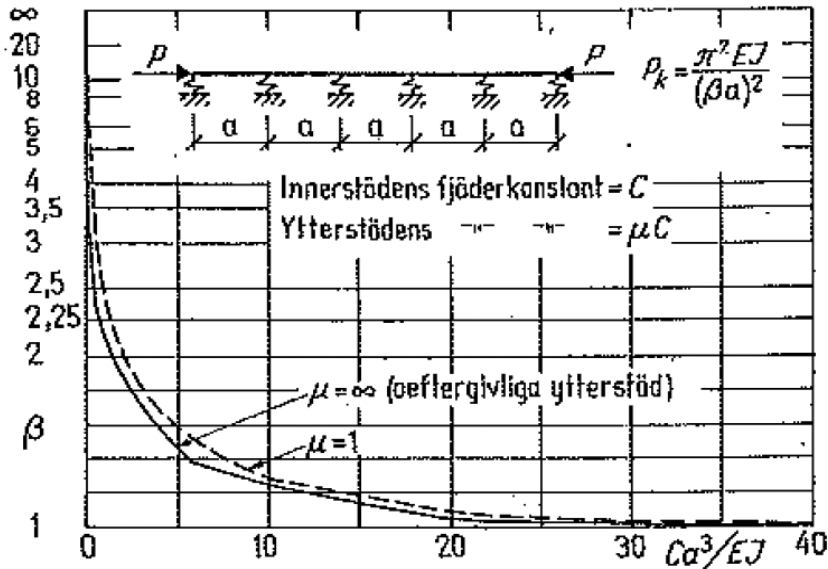


Figur 56. U-ramsystem med 2 hängare där streckad linje visar deformation

Stagningsstyvheten för ramsystemet kan nu beräknas:

$$k_2 = \frac{F_2}{\delta_2} = \frac{500}{1} = 500 \text{ kN/m} \quad (40)$$

För att beräkna den kritiska knäckningslasten används en beräkningsmetod ur handboken bygg, 1971, kap 157:3 Knäckning. Ur figur 57 ges knäcklängden som beror på styvhet, avstånd mellan stagningar, elasticitetsmodul och tröghetsmoment för bågen.



Figur 57. Diagram från handbok "Bygg, 1971, figur: 362g" som anger β

Beräkningsmetoden från handboken "Bygg, 1971" kan inte ta hänsyn till olika styvheter i samma system. För att lösa detta görs två beräkningar, en beräkning med styvheten från den enkla ramen och en annan beräkning med styvheten från den andra ramen. Oeftergivliga ytterstöd har beaktats i beräkningen, dvs. stöden är oändligt styva mot rörelser ut ur plan.

Eftersom bågen kontrolleras mot knäckning ut ur plan beräknas tröghetsmomentet runt z-axeln.

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,9 \cdot 0,95^3}{12} = 0,0643 \text{ m}^4 \quad (41)$$

Genom att beräkna $\frac{ka^3}{EI}$ kan β fås.

$$\frac{k_1 a^3}{EI} = \frac{14285,7 \cdot 7400^3}{10800 \cdot 0,0643} = 8,34 \quad (42)$$

Knäcklängden fås till $\beta = 1,3$ för systemet där styvheten från den enkla u-ramen används. Den kritiska knäckningslasten för fall 1 beräknas med hjälp av Eulers knäcklast och fås till:

$$P_{cr,1,1} = \frac{\pi^2 EI}{(\beta a)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 10800 \cdot 0,0643}{(1,3 \cdot 7400)^2} = 74,06 \text{ MN} \quad (43)$$

På samma sätt som i fall 1 beräknas fall 2, fast med stagningsstyvhetsen från ramsystemet med två hängare.

$$\frac{k_2 a^3}{EI} = \frac{500 \cdot 7400^3}{10800 \cdot 0,0643} = 0,29 \quad (44)$$

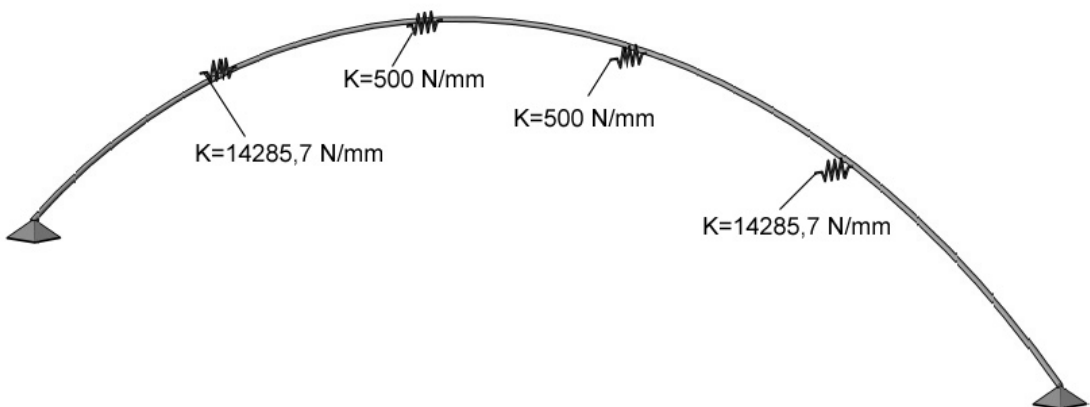
För systemet där styvhetsen från ramen med de två hängarna används fås en knäcklängd, $\beta = 2,75$ ur figur 57 Den kritiska knäckningslasten för fall 2 beräknas med hjälp av Eulers knäcklast och fås till:

$$P_{cr,1,2} = \frac{\pi^2 EI}{(\beta a)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 10800 \cdot 0,0643}{(2,75 \cdot 7400)^2} = 16,55 \text{ MN} \quad (45)$$

Som beskrivits innan skall den kritiska knäckningslasten P_{cr} hamna någonstans mellan fall 1 och 2. det vill säga $P_{cr,1,2} < P_{cr,1} < P_{cr,1,1} \rightarrow 16,55 \text{ MN} < P_{cr,1} < 74,06 \text{ MN}$
Vid modellering i SAP2000 enligt figur 28, erhålls en kritisk knäckningslast, $P_{cr,1} = 45,01 \text{ MN}$.

Från den kritiska knäckningslasten kan en dimensionerande bärförmåga beräknas. Den dimensionerande bärförmågan då knäckning ut ur plan uppnås för $P_{cr} = 45,01 \text{ MN}$ beräknas till (Se bilaga 12.1.3.1 för utförlig beräkning):

$$P_{c,Rd,1} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 14,39 \text{ MN} \quad (46)$$



Figur 58. Systemfigur för modellering i kontroll 1

7.4.5.2 Kontroll 2 – Handberäkning

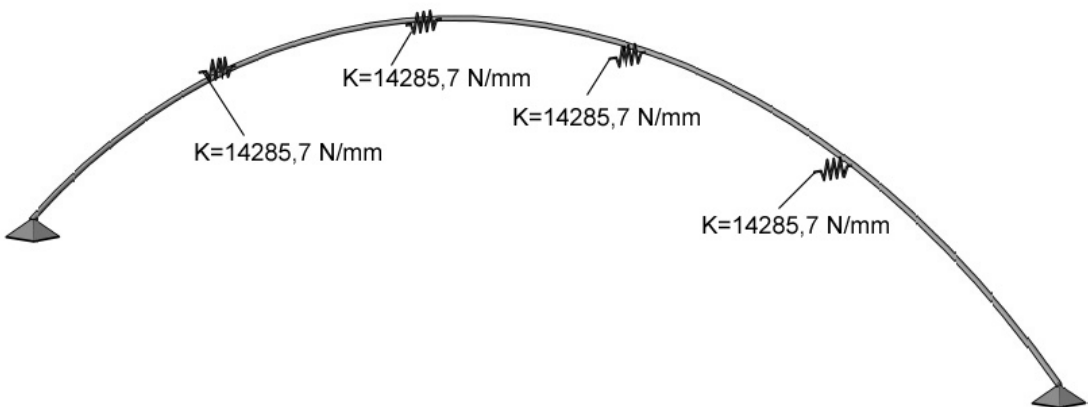
I den andra kontrollen görs en statisk beräkning för hand, se bilaga 12.1.3.2 för en utförlig beräkning. Beräkningsmetoden går ut på att beräkna stagningsstyvheten från ramsystemet i mitten av bågen. Stagningsstyvheten som fås görs sedan om till en ekvivalent styvhet som appliceras över hela bågens längd. Från det kan bågens kritiska knäckningslast beräknas, $P_{cr,2} = 39,95 \text{ MN}$.

Från den kritiska knäckningslasten kan en dimensionerande bärförmåga beräknas med hjälp av Eulers knäcklast. Den dimensionerande bärförmågan då knäckning ut ur plan uppnås för $P_{cr} = 39,95 \text{ MN}$ beräknas till:

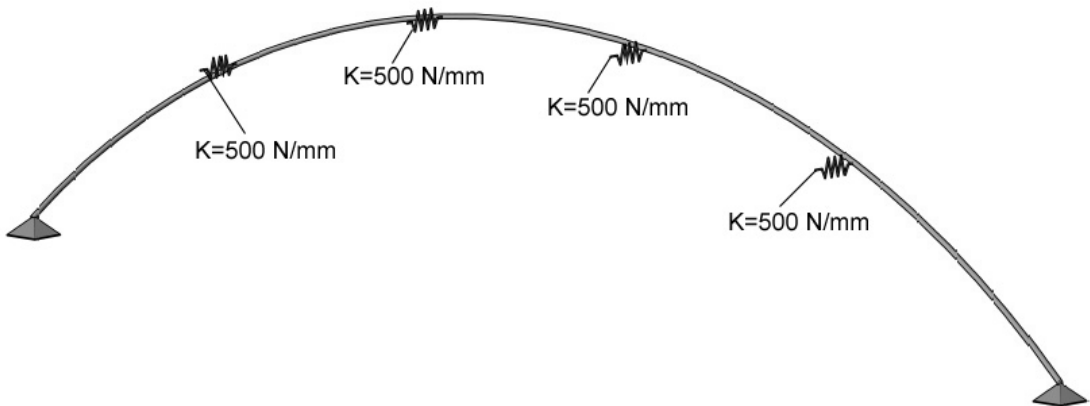
$$P_{c,Rd,2} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 14,18 \text{ MN} \quad (47)$$

7.4.5.3 Kontroll 3 – SAP2000

För att veta att rimliga värden har fått från beräkningarna i kontroll 1 & 2 så modelleras även bågar i SAP2000. Två modelleringar har gjorts. Figur 59 motsvarar fall 1 i kontroll 1, dvs. då stagningsstyvheten från de enkla u-ramarna används på bågen. Figur 60 motsvarar fall 2 i kontroll 1, dvs. då styvheten för ramsystemet i mitten av bron används.



Figur 59. Systemfigur för modellering i kontroll 2, fall 1



Figur 60. Systemfigur för modellering i kontroll 2, fall 2

Från modelleringarna i SAP2000 erhålls följande värden:

$k_1 = 14258,7 \text{ N/mm}$ ger en kritiskt knäckningslast $P_{cr,2,1} = 86,57 \text{ MN}$

$k_2 = 500 \text{ N/mm}$ ger en kritiskt knäckningslast $P_{cr,2,2} = 14,42 \text{ MN}$

7.4.5.4 Kontroll 4 – SAP2000

För att få en mer korrekt resultat måste körbanan även beaktas. I denna kontroll har samma modelleringar i SAP2000 använts som i kontroll 4 för knäckning i plan, systemet visas i figur 54. Här har stagningsstyvheter i bågen från föregående uträkningar inte beaktats utan dessa styvheter beräknas med hjälp av SAP2000. De enda indata som angetts är styvheter ut ur plan för limträpelarna under körbanan, se figur 29 och 30. I den ena modelleringen har körbanan angetts som ett skalelement och i den andra modelleringen har körbanan angetts som ett balkelement.

Den kritiska knäckningslasten för bågen då körbanan angetts som ett skalelement ger, $P_{cr,3s} = 48,47 \text{ MN}$.

Då körbanan angetts som ett balkelement fås den kritiska knäckningslasten för bågen till, $P_{cr,3b} = 47,10 \text{ MN}$.

Från de kritiska knäckningslasterna kan värden på den dimensionerande bärförmågan för bågen beräknas.

Då körbanan modelleras som ett skalelement fås bärförmågan till (Se bilaga 12.1.4.1 för utförlig beräkning):

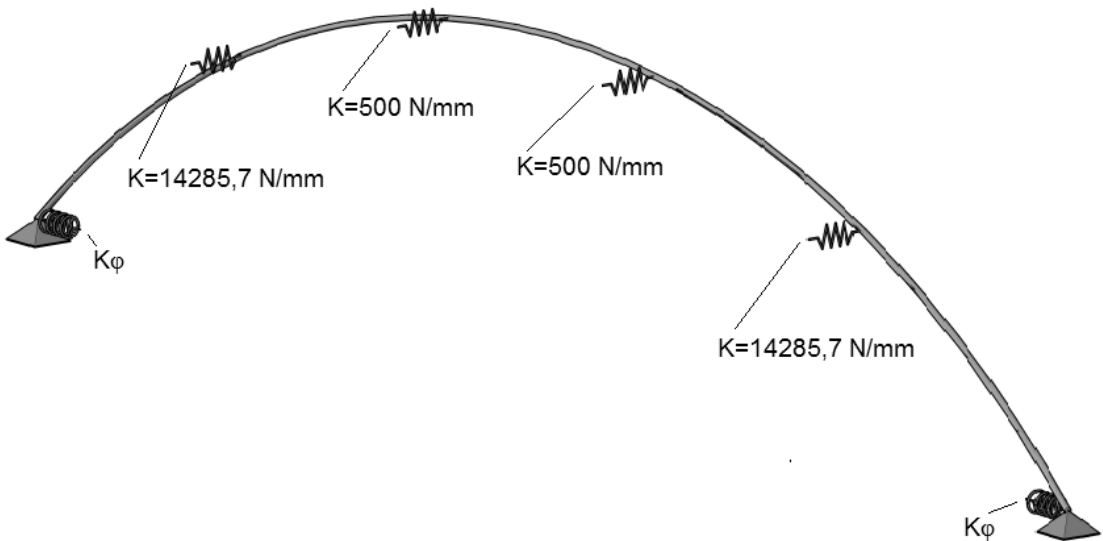
$$P_{c,Rd,3s} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 14,49 \text{ MN} \quad (48)$$

Då körbanan modelleras som ett balkelement fås bärförmågan till (Se bilaga 12.1.4.2 för utförlig beräkning):

$$P_{c,Rd,3b} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 14,45 \text{ MN} \quad (49)$$

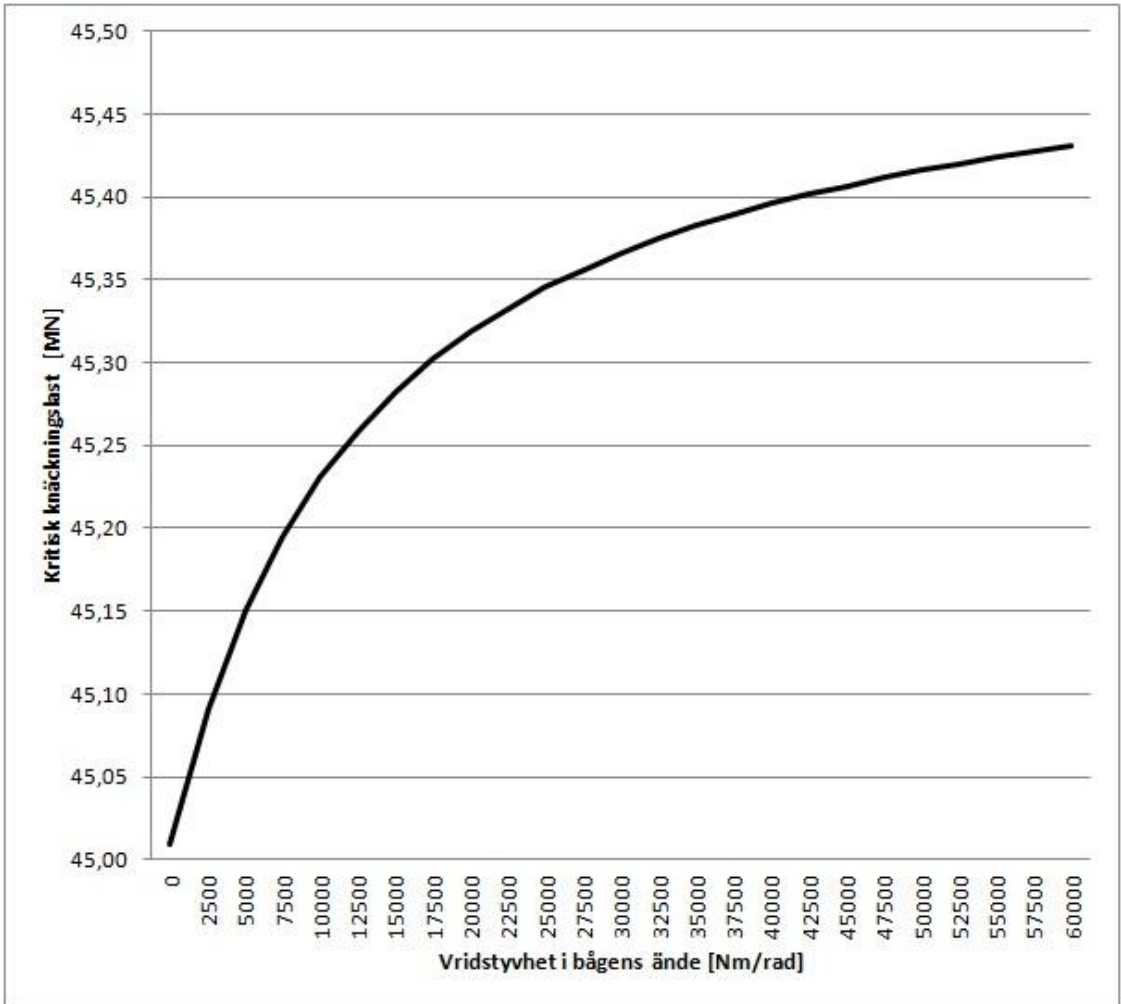
7.4.5.5 Kontroll 5 – SAP2000

I kontroll 1 har vridstyvheten i ytterstöden inte beaktats. Denna kontroll kommer att visa hur den kritiska knäckningslasten varierar beroende på bågens vridstyvheten vid upplagen. I beräkningarna kommer samma styvheter för ramarna i kontroll 1 att användas. Det enda som förändras är vridstyvheten runt x-axeln, det vill säga en viss rotationsstyvhet kommer att verka. Genom att variera vridstyvheten i bågens upplaga kan en kritisk knäckningslast fås för de olika vridstyvheter. Beräkningen görs i SAP2000 enligt figur 61. Resultaten plottas i ett diagram som beskriver sambandet mellan vridstyvhet och knäckningslast. Observera att körbanan inte tas till hänsyn i modelleringen.



Figur 61. Systemfigur för modellering då vridstyvheten i infästning mot mark varierar

Ur modelleringen i SAP2000 erhålls följande diagram:



Figur 62. Samband mellan stagnering och knäckningslast för bågen med varierande vridstyvhet i ände

Vid en minimal vridstyvhet fås en kritisk knäckningslast till 45,01 MN för bågen i studiefallet och vid oändlig styvhet fås ett värde till 45,43MN. Den kritiska lasten börjar plana ut då vridstyvheten i ändarna ges ett värde på 20000 Nm/rad. Värdena som används för att plotta diagrammet kan ses i tabell 10. Från vridstyvheten erhålls en faktor från SAP2000, faktorn används för att beräkna den kritiska lasten med hjälp av formeln:

$$P_{cr} = q_0 \cdot S \cdot faktor = 0,92 \cdot 40,3 \cdot faktor \quad (50)$$

Där q_0 är en omräknad utbredd last som följer bågens krökning och S är bågens krökta längd.

Tabell 10. Värden på den kritiska knäckningslasten för en viss styvhet

Vridstyvhet, k [Nm/rad]	Faktor från SAP2000	Knäcklast, Pcr [MN]
0	1213,98	45,01
2500	1216,18	45,09
5000	1217,77	45,15
7500	1218,98	45,19
10000	1219,94	45,23
12500	1220,70	45,26
15000	1221,34	45,28
17500	1221,87	45,30
20000	1222,32	45,32
22500	1222,70	45,33
25000	1223,04	45,35
27500	1223,34	45,36
30000	1223,60	45,37
32500	1223,83	45,37
35000	1224,04	45,38
37500	1224,23	45,39
40000	1224,40	45,40
42500	1224,56	45,40
45000	1224,70	45,41
47500	1224,83	45,41
50000	1224,95	45,42
52500	1225,06	45,42
55000	1225,16	45,42
57500	1225,26	45,43
60000	1225,35	45,43

7.4.6 Beräkning av böjmomentkapacitet

Vid böjmomentkontroll är det osannolikt att bågen kommer att deformeras vinkelrätt planet eftersom en styvare tjocklek verkar runt z-axeln. Vid beräkning antas det att ingen risk för instabilitetsbrott kan inträffa, dvs. $k_{crit} = 1,0$. Observera att körbanans inverkan inte beaktas vid beräkningen.

$$M_{y,Rd} = f_{md} \cdot W \cdot k_{crit} = 2,77 \text{ MNm} \quad (51)$$

$$f_{md} = \frac{30 \cdot 0,9}{1,25} = 21,6 \text{ MPa} \quad (52)$$

$$W_y = \frac{I}{y} = \frac{bh^3/12}{h/2} = \frac{bh^2}{6} = \frac{0,95 \cdot 0,9^2}{6} = 0,12825 \text{ m}^3 \quad (53)$$

7.4.7 Beräkning av skjuvkapacitet

$$V_{Rd} = \frac{A \cdot f_{vd}}{1,5} = \frac{0,95 \cdot 0,9 \cdot 2,52}{1,5} = 1,44 \text{ MN} \quad (54)$$

$$f_{vd} = \frac{k_{mod} \cdot f_{vk}}{\gamma_M} = \frac{0,9 \cdot 3,5}{1,25} = 2,52 \text{ MPa} \quad (55)$$

7.4.8 Beräkning av kapacitet för drag vinkelrätt fiberriktning

Bärförmåga vid drag vinkelrätt fiberriktning för limträ ges av formeln nedan, där V_0 är en referensvolym som kan sättas till $0,01 \text{ m}^3$ och V är den aktuella dragpåverkade volymen.



Figur 63. Momentdiagram för båge

$$N_{t90d} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{0,2} \cdot f_{t90d} \cdot A \quad (56)$$

$$= \left(\frac{0,01}{\frac{1}{2} \cdot 18,5 \cdot 0,95 \cdot 0,9}\right)^{0,2} \cdot 0,28 \cdot 0,95 \cdot 0,9 = 81,0 \text{ kN}$$

$$f_{t90Rd} = \frac{k_{mod} \cdot f_{vk}}{\gamma_M} = \frac{0,5 \cdot 0,9}{1,25} = 0,36 \text{ MPa} \quad (57)$$

7.5 Hållfasthetskontroll av båge

I föregående beräkningar erhöles värden på dimensionerande hållfasthetskapaciteter för bågen. Några beräkningar tog hänsyn till körbanan och i några försumrades körbanan. De dimensionerande hållfasthetskapaciteterna som används för kontrollerna är värdena från SAP2000.

7.5.1 Hållfasthet utan körbanans inverkan

Dimensionerande hållfasthetsvärden för brott i plan:

$$M_{Rd} = 2,77 \text{ MNm} \rightarrow \sigma_{m,Rd} = \frac{M_{Rd}}{W} = 21,6 \text{ MPa} \quad (58)$$

$$N_{Rd} = 8,88 \text{ MN} \rightarrow \sigma_{c,Rd} = \frac{N_{Rd}}{A} = 10,39 \text{ MPa} \quad (59)$$

$$V_{Rd} = 1,44 \text{ MN} \rightarrow \tau_{Rd} = \frac{1,5 \cdot V_{Rd}}{A} = 2,52 \text{ MPa} \quad (60)$$

Dimensionerande värden för böjmoment, tryckkraft samt tvärkraft fås av ekvation 51, ekvation 35 respektive ekvation 54.

Dimensionerande hållfasthetsvärden för brott ut ur plan:

$$M_{Rd} = 2,77 \text{ MNm} \rightarrow \sigma_{m,Rd} = \frac{M_{Rd}}{W} = 21,6 \text{ MPa} \quad (61)$$

$$N_{Rd} = 14,39 \text{ MN} \rightarrow \sigma_{c,Rd} = \frac{N_{Rd}}{A} = 16,83 \text{ MPa} \quad (62)$$

$$V_{Rd} = 1,44 \text{ MN} \rightarrow \tau_{Rd} = \frac{1,5 \cdot V_{Rd}}{A} = 2,52 \text{ MPa} \quad (63)$$

Dimensionerande värden för böjmoment, tryckkraft samt tvärkraft fås av ekvation 51, ekvation 46 respektive ekvation 54.

7.5.1.1 Böjmoment

Enligt influenslinjen erhöles ett maximalt moment i 1/4 av bågens längd. Böjmoment i den punkten beräknades till $M_{\max} = 2889 \text{ kNm}$.

$$\sigma_{m,Ed} = \frac{M_{max}}{W} = 22,53 \text{ MPa} \quad (64)$$

$$\sigma_{m,Ed} \leq \sigma_{m,Rd} \rightarrow 22,53 \leq 21,6 \rightarrow \text{Ej ok!}$$

7.5.1.2 Tryck

Enligt influenslinjen erhöles ett maximalt moment i 1/4 av bågens längd. Normalkraften i den punkten beräknades till $N_{max} = 2709 \text{ kN}$.

$$\sigma_{c,Rd} = \frac{N_{max}}{A} = 3,17 \text{ MPa} \quad (65)$$

$$\sigma_{c,Ed} \leq \sigma_{c,Rd} \rightarrow 3,17 \leq 10,39 \rightarrow \text{Ok!}$$

7.5.1.3 Interaktion mellan tryck och böjmoment

En interaktion mellan tryck och böjmoment skall även tas till hänsyn. Där formeln nedan skall vara mindre än 1,0. Storlekarna på lasterna som verkar är:

$$M_{max} = 2889 \text{ kNm}$$

$$N_{max} = 2709 \text{ kN}$$

$$\frac{\sigma_{m,Ed}}{\sigma_{m,Rd}} + \frac{\sigma_{c,Ed}}{\sigma_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (66)$$

$$\frac{22,53}{21,6} + \frac{3,17}{10,39} = 1,35 \leq 1,0 \rightarrow \text{Ej ok!}$$

7.5.1.4 Interaktion mellan drag vinkelrätt fibrer och tvärkraft

Tvärkraft tillsammans med böjmoment ger upphov till en kraft som drar isär virket vinkelrätt fibrerna. En interaktion mellan dessa två krafter skall tas till hänsyn för att kontrollera så bågen klarar att stå emot dessa krafter. Formeln nedan kontrollerar en interaktion mellan dessa två krafter där resultaten skall vara mindre än 1,0. Storlekarna på lasterna som verkar är:

$$M_{max} = 2889 \text{ kNm}$$

$$V_{max} = 659 \text{ kN}$$

$$\tau_{Ed} = \frac{1,5 \cdot V_{max}}{A} = \frac{1,5 \cdot 0,659}{0,95 \cdot 0,9} = 1,156 \text{ MPa} \quad (67)$$

$$\sigma_{t,90,Ed} = k_p \frac{M_{max}}{W} = 0,01 \cdot \frac{2,889 \cdot 6}{0,95 \cdot 0,9^2} = 0,202 \text{ MPa} \quad (68)$$

$$k_p = 0,01 \begin{cases} h_{ap} = 0,9 \\ r = r_{in} + 0,5h_{ap} = 18,5 + 0,5 \cdot 0,9 = 0,047 \end{cases} \quad (69)$$

$$k_{vol} = \left(\frac{V_0}{V} \right)^{0,2} = \left(\frac{0,01}{\frac{1}{2} 18,5 \cdot 0,95 \cdot 0,9} \right)^{0,2} = 0,26 \quad (70)$$

$k_{dist} = 1,4$

$$\frac{\tau_{Ed}}{\tau_{Rd}} + \frac{\sigma_{t,90,Ed}}{k_{vol} \cdot k_{dist} \cdot f_{t90Rd}} \leq 1,0 \quad (71)$$

$$\frac{1,156}{2,52} + \frac{0,202}{0,26 \cdot 1,4 \cdot 0,36} = 2,0 \leq 1,0 \rightarrow \text{Ej ok!}$$

7.5.2 Hållfasthet med körbanans inverkan

Dimensionerande hållfasthetsvärden för brott i plan:

$$M_{Rd} = 2,77 \text{ MNm} \rightarrow \sigma_{m,Rd} = \frac{M_{Rd}}{W} = 21,6 \text{ MPa} \quad (72)$$

$$N_{Rd} = 13,65 \text{ MN} \rightarrow \sigma_{c,Rd} = \frac{N_{Rd}}{A} = 15,97 \text{ MPa} \quad (73)$$

$$V_{Rd} = 1,44 \text{ MN} \rightarrow \tau_{Rd} = \frac{1,5 \cdot V_{Rd}}{A} = 2,52 \text{ MPa} \quad (74)$$

Dimensionerande värden för böjmoment, tryckkraft samt tvärkraft fås av ekvation 51, ekvation 37 respektive ekvation 54.

Dimensionerande hållfasthetsvärden för brott ut ur plan:

$$M_{Rd} = 2,77 \text{ MNm} \rightarrow \sigma_{m,Rd} = \frac{M_{Rd}}{W} = 21,6 \text{ MPa} \quad (75)$$

$$N_{Rd} = 14,45 \text{ MN} \rightarrow \sigma_{c,Rd} = \frac{N_{Rd}}{A} = 16,90 \text{ MPa} \quad (76)$$

$$V_{Rd} = 1,44 \text{ MN} \rightarrow \tau_{Rd} = \frac{1,5 \cdot V_{Rd}}{A} = 2,52 \text{ MPa} \quad (77)$$

Dimensionerande värden för böjmoment, tryckkraft samt tvärkraft fås av ekvation 51, ekvation 49 respektive ekvation 54.

7.5.2.1 Böjmoment

Enligt influenslinjen erhöles ett maximalt moment i 1/4 av bågens längd. Böjmoment i den punkten beräknades till $M_{\max} = 2889 \text{ kNm}$.

$$\sigma_{m,Ed} = \frac{M_{\max}}{W} = 22,53 \text{ MPa} \quad (78)$$

$$\sigma_{m,Ed} \leq \sigma_{m,Rd} \rightarrow 22,53 \leq 21,6 \rightarrow \text{Ej ok!}$$

7.5.2.2 Tryck

Enligt influenslinjen erhöles ett maximalt moment i 1/4 av bågens längd. Normalkraften i den punkten beräknades till $N_{\max} = 2709 \text{ kN}$.

$$\sigma_{c,Rd} = \frac{N_{\max}}{A} = 3,17 \text{ MPa} \quad (79)$$

$$\sigma_{c,Ed} \leq \sigma_{c,Rd} \rightarrow 3,17 \leq 15,97 \rightarrow \text{Ok!}$$

7.5.2.3 Interaktion mellan tryck och böjmoment

En interaktion mellan tryck och böjmoment skall även tas till hänsyn. Där formeln nedan skall vara mindre än 1,0. Storlekerna på lasterna som verkar är:

$$M_{\max} = 2889 \text{ kNm}$$

$$N_{\max} = 2709 \text{ kN}$$

$$\frac{\sigma_{m,Ed}}{\sigma_{m,Rd}} + \frac{\sigma_{c,Ed}}{\sigma_{c,Rd}} \leq 1,0 \rightarrow \frac{22,53}{21,6} + \frac{3,17}{15,97} = 1,24 \leq 1,0 \rightarrow \text{Ej ok!} \quad (80)$$

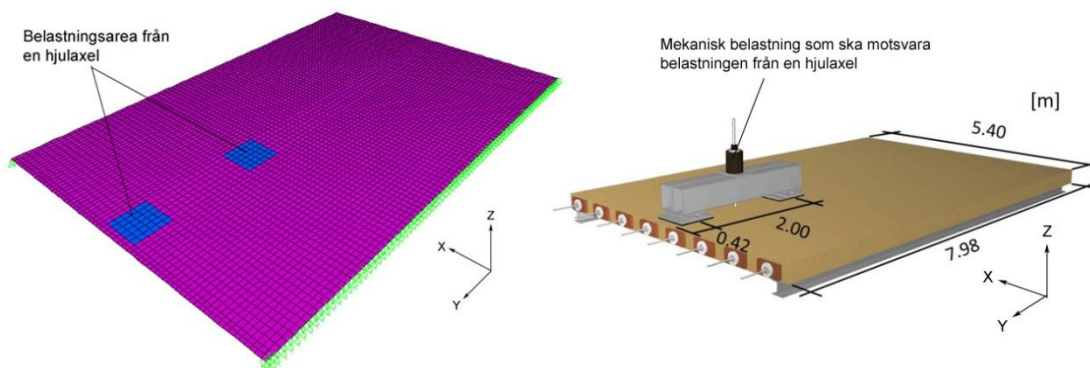
7.5.2.4 Interaktion mellan drag vinkelrätt fibrer och tvärkraft

För interaktion mellan drag vinkelrätt fibrer och tvärkraft fås samma resultat som när körbanans inverkan inte tas till hänsyn. Det vill säga bågen kommer inte att klara sig mot detta brott.

7.6 Beräkning av platta

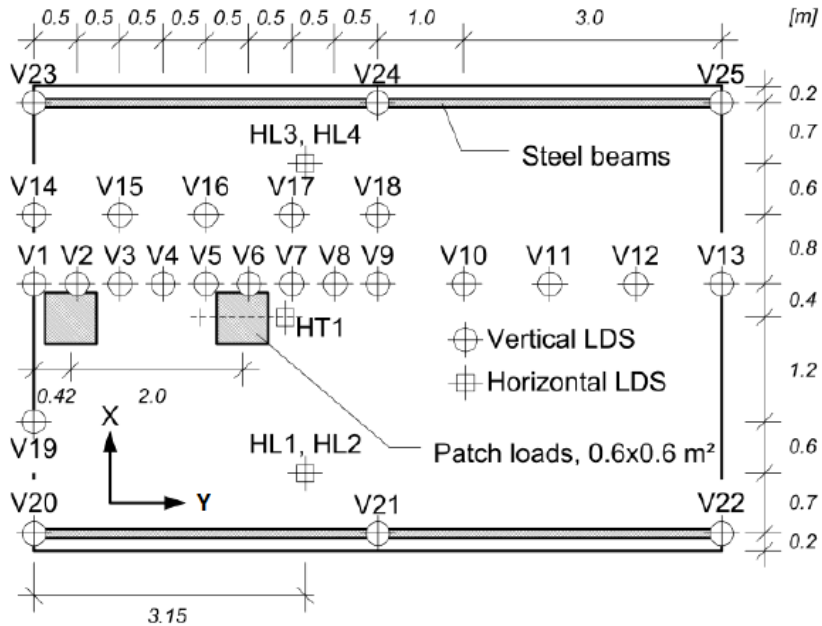
7.6.1 Kallibrering av spänningsfördelning och deformation

Momentspänning i den ortotropiska trädplattan (körbanan) har tagits fram med hjälp av SAP2000. En Kalibreringssimulering i SAP2000 där en hjulaxel belastades excentrisk på plattan utfördes för att kontrollera plattmodellen gentemot ett liknande laborationsförsök av Ekholm (2011), se figur 64.



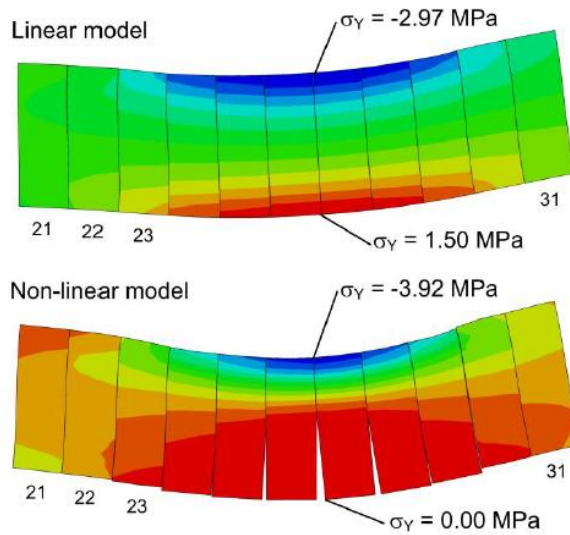
Figur 64. Till vänster visas en plattmodell i SAP2000 och till höger visas Ekholms (2011) fullskaliga laborationsmodell

I Ekholms (2011) fullskaliga laborationsförsök fick han den maximala deformationen till 65,1 mm i negativt z-led. Värdet mättes upp i kanten av den tvärsända plattan i mätpunkt V1, se figur 65.



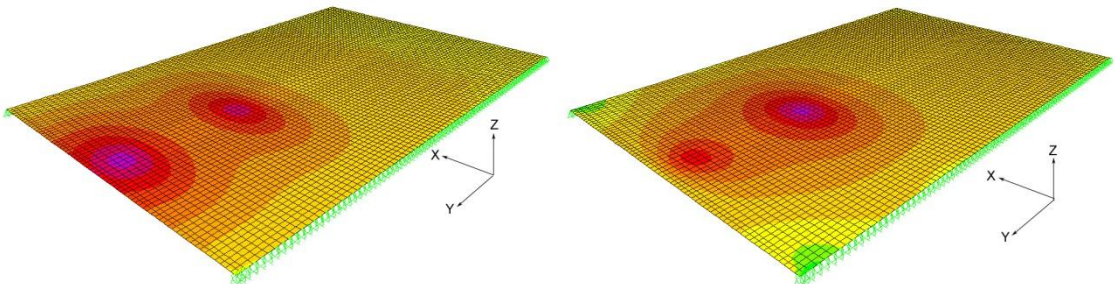
Figur 65. Dimensioner och mätpunkter på testdäcket (modifierad från Ekholm (2011))

Ekholm (2011) använde även FEM för att förespråka resultatet av laborationen. Plattmodellen utgjordes av solida element och simuleringarna utfördes i den kommersiella mjukvaran, ABAQUS. Resultatet visade att lösningen av plattmodellen med hjälp av FEM gav en relativt bra approximation av resultatet från laborationen. Simuleringen utfördes både med linjär- och olinjär modell. Detta gav den maximala deformationen 53,7 mm respektive 63,0 mm. Även spänningsfördelningen var olika beroende på vilken modell man gick efter, se figur 66.



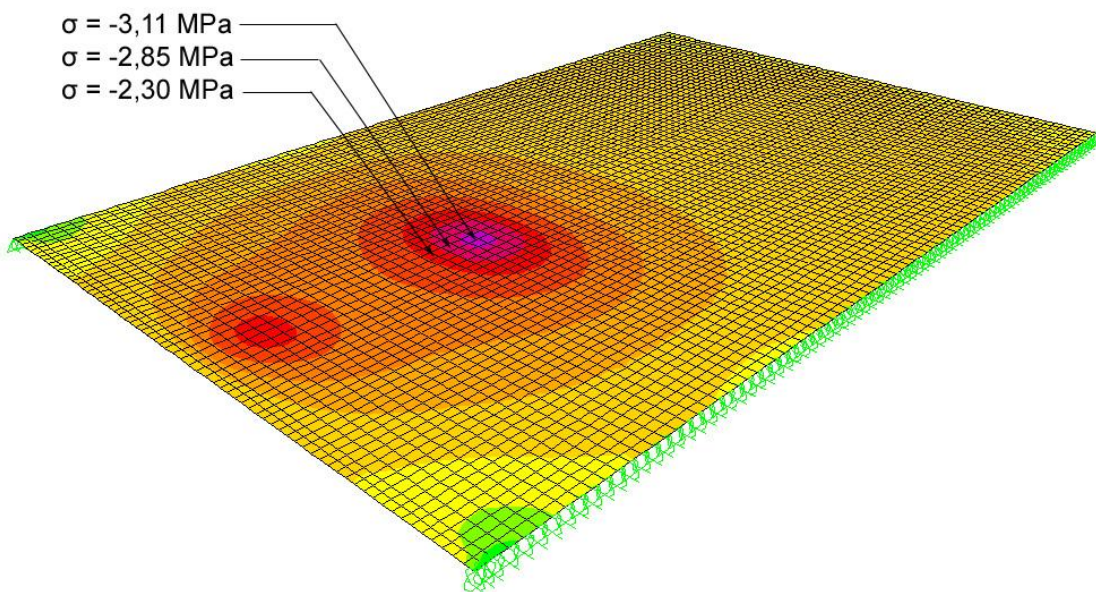
Figur 66. Spänning i linjär- och olinjär modell plottad mellan ca 2 – 3 m längs Y-axel (Ekholm, 2011)

Kalibreringssimulering av liknande ortotropisk platta med tjocka skalelement i SAP2000 gav en tryckspänningsfördelning enligt figur 67.

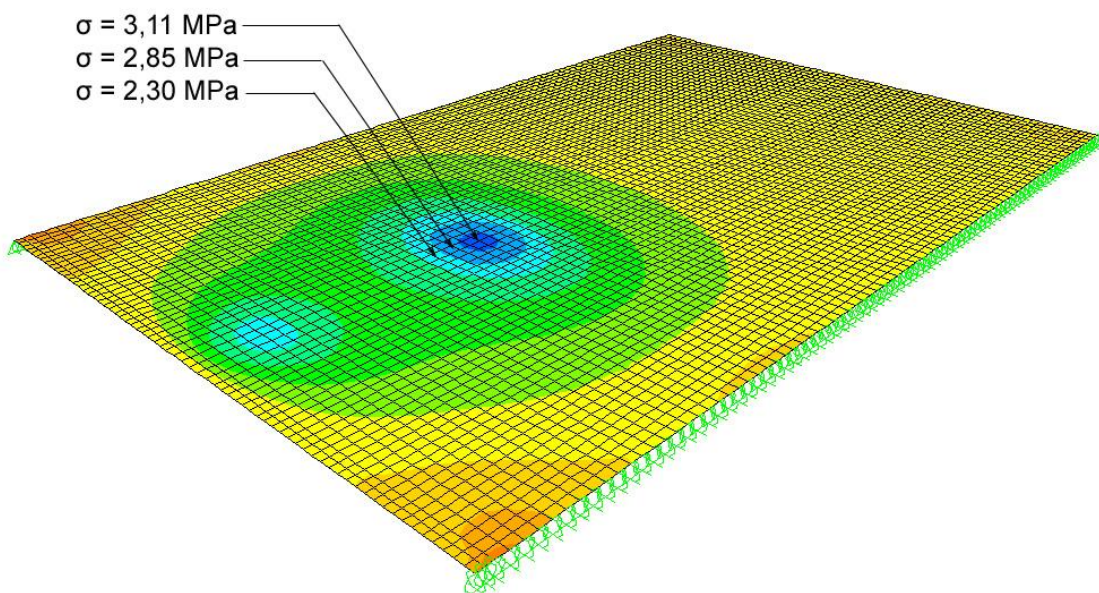


Figur 67. Till vänster visar spänningsfördelningen i längdgående riktning (i x-led). Till höger visas spänningsfördelningen i tvärgående riktning (i y-led). Båda figuren visar spänningen i ovsidan av den ortotropiska plattan

Maximal tryckspänning respektive dragspänning i tvärriktningen uppkommer ca 2,5 m in från den belastade kanten under ”hjul” 2, se figur 68 och 69.

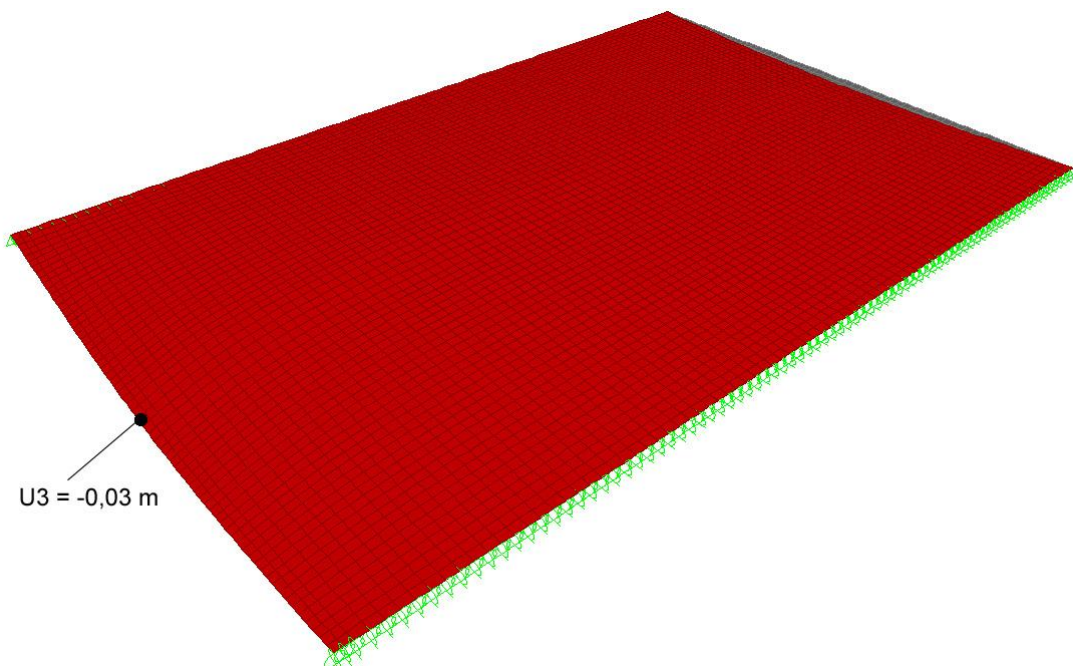


Figur 68. Tryckspänning på ovansidan av plattmodellen i tvärriktning på grund av axiell last

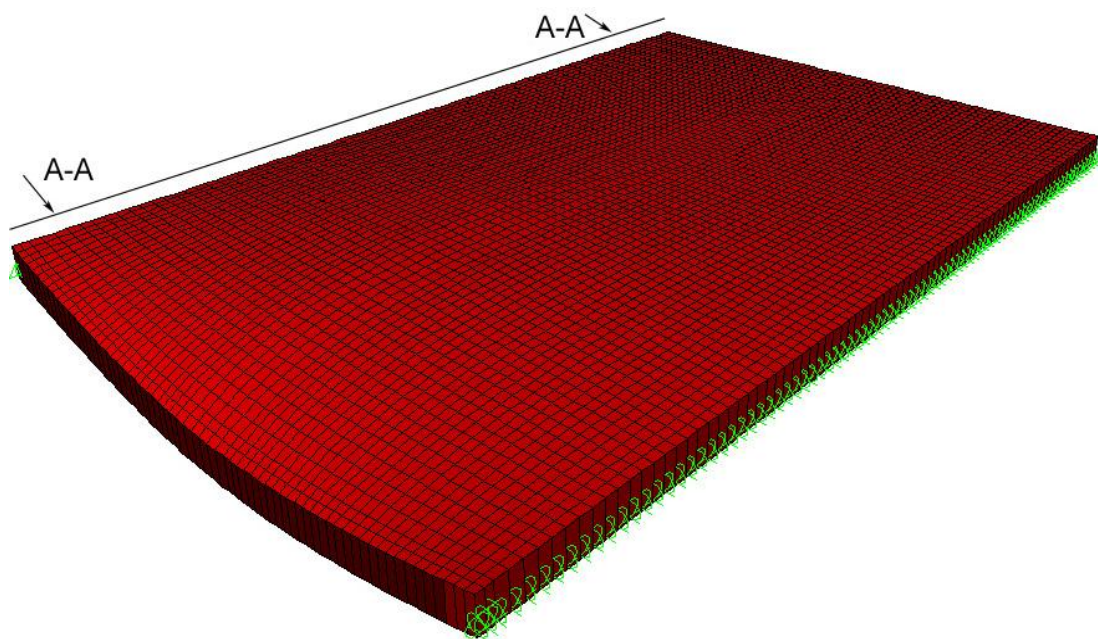


Figur 69. Dragspänning på undersidan av plattmodellen i tvärriktning pga. axiell last

Maximala deformationen given från SAP2000 är 30 mm och utläses i kanten av plattmodellen, se figur 70.



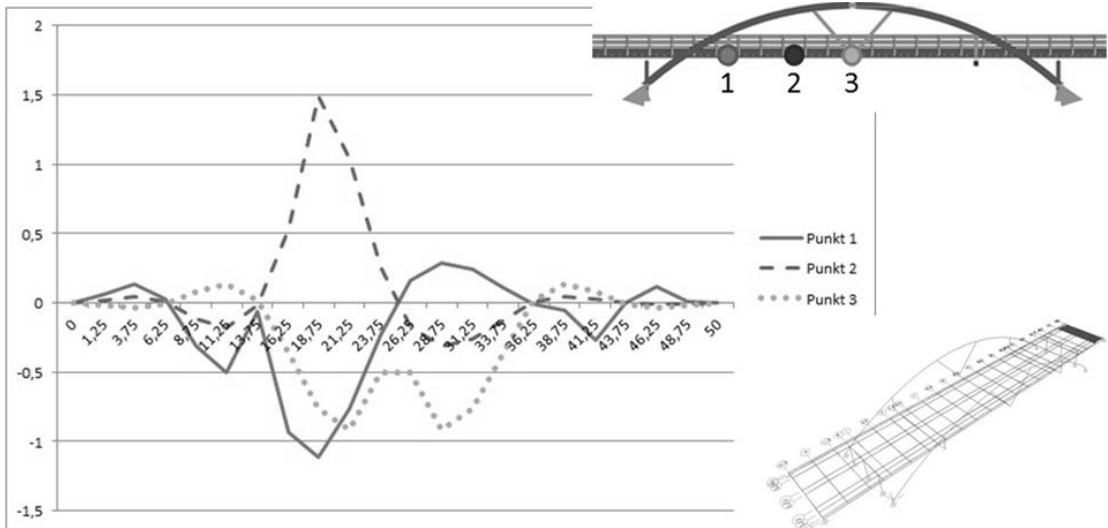
Figur 70. Maximal nedböjning för den ortotropiska plattmodellen i SAP2000



Figur 71. Konturplott av deformationen i SAP2000

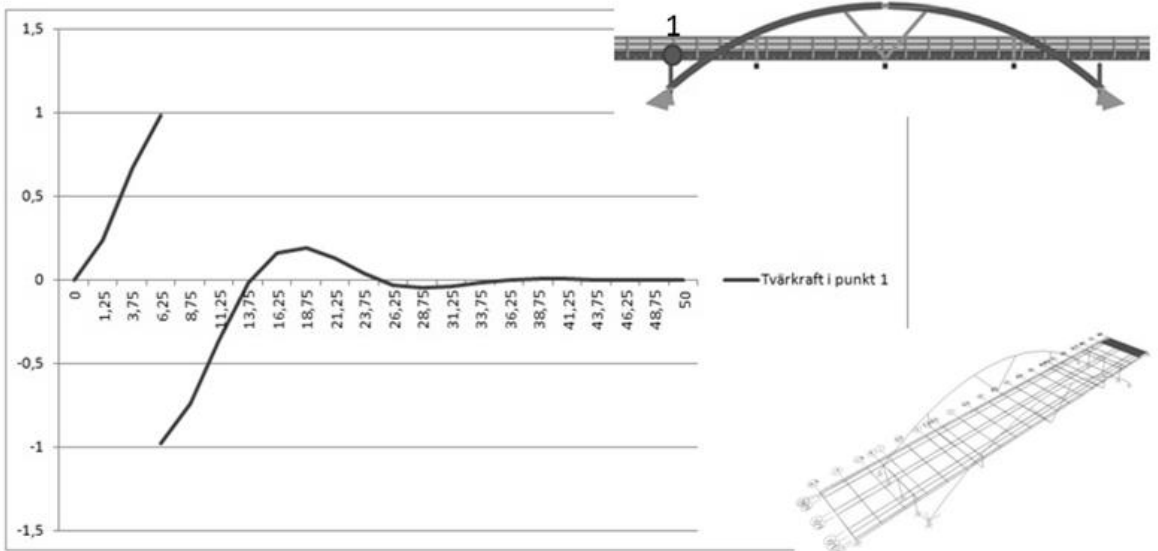
7.6.2 Framtagning av influenslinje för plattan

Moment samt tvärkraft för körbanan har gjorts på samma princip som för bågen. Intressanta punkter har valts ut, laster har sedan förflyttats på körbanan samtidigt som moment och tvärkraft plottats i diagram. Figur 72 visar influenslinje för moment i tre punkter på plattan. Punkt 1, 2 och 3 är belägna 13,9 m, 19,45 m resp. 25 m i x-led på körbanan. Startpositionen 0 m är där körbanan börjar och slutpositionen 50 m är där körbanan slutar. Bågens startposition är belägen 6,5 m och slutar 43,5 m i x-led.

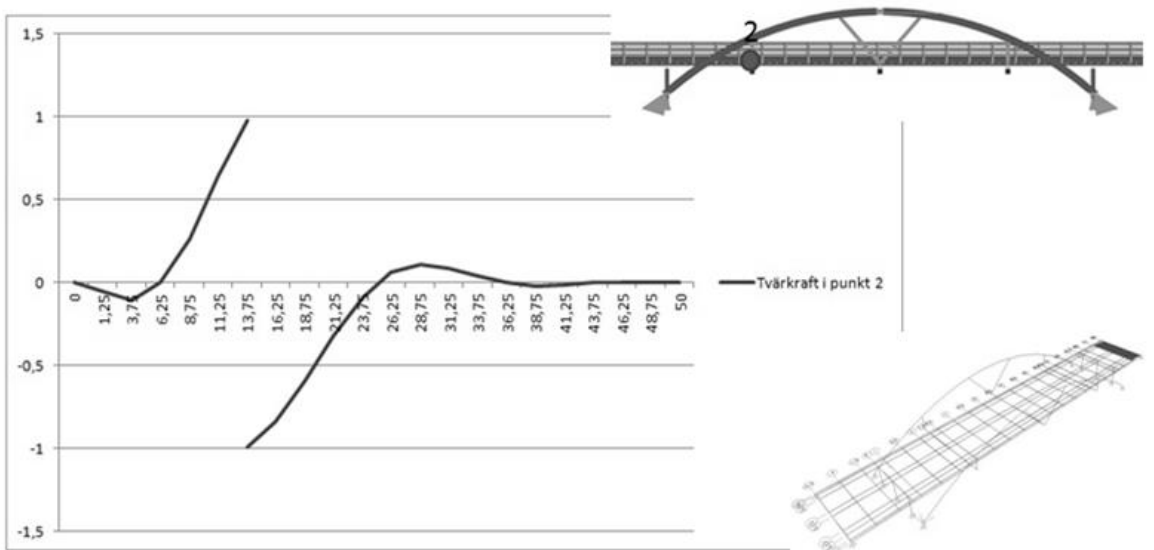


Figur 72. Körbanans influenslinje för moment i tre punkter

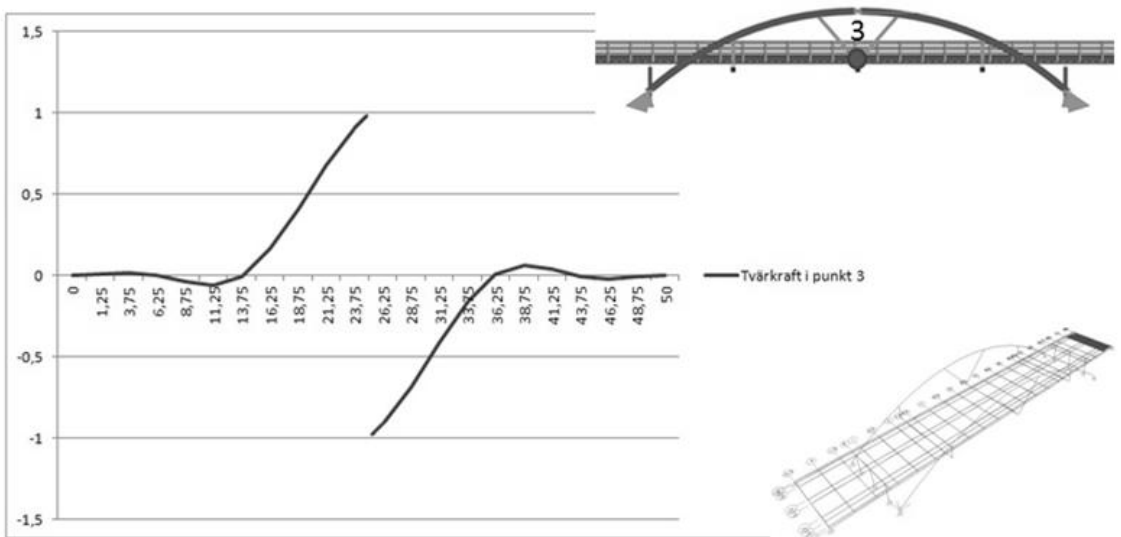
För tvärkraften har även tre punkter valts, punkterna som kontrolleras i studiefallet är vid inspänningspunkterna. Figurerna 73, 74 och 75 visar influenslinjerna för tvärkraft höger och vänster om de tre punkterna som valts på plattan. Punkt 1, 2 och 3 är belägna 6,4 m, 13,9 m resp. 25 m i x-led på körbanan.



Figur 73. Körbanans influenslinje för tvärkraft i punkt 1



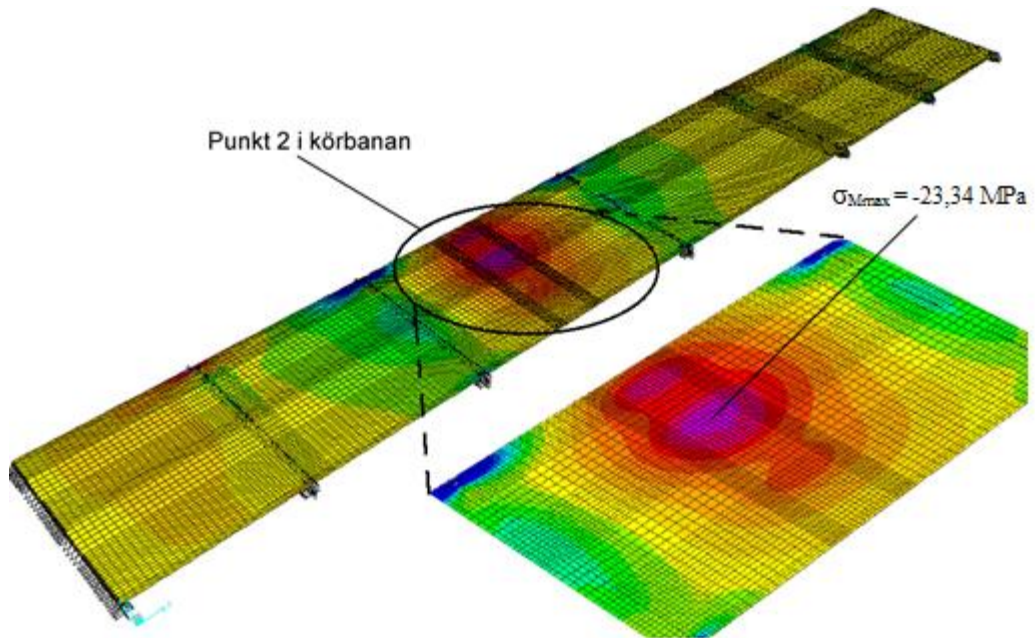
Figur 74. Körbanans influenslinje för tvärkraft i punkt 2



Figur 75. Körbanans influenslinje för tvärkraft i punkt 3

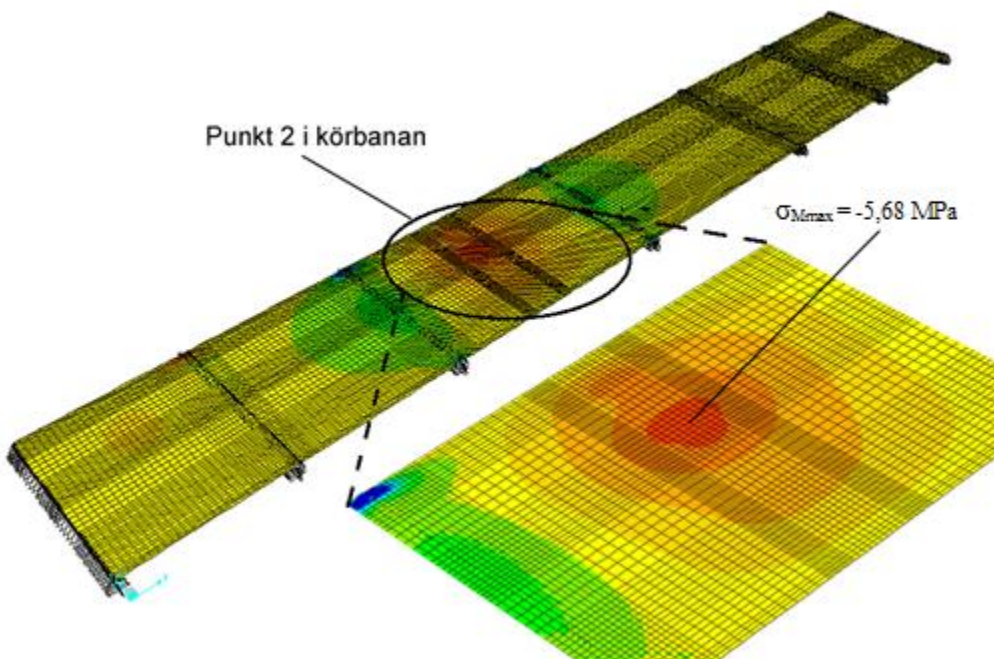
7.6.3 Momentspänning i punkt 2

Trafiklasten är satt enligt lastmodell 1 (se figur 33) och placeras ut enligt influenslinje för moment för körbanan i punkt 2. Simuleringen utfördes i SAP2000, egentyngder för trädäck, asfaltbeläggning och träbågarna tagits med som permanenta laster utsatt över hela körbanan. Maximal momentspänning i längdgående riktning, $\sigma_{Mmax} = -23,34$ MPa och utläses enligt figur 76.



Figur 76. Spänningsfördelningen i längdgående riktning (i x-led)

Maximal momentspänning i tvärgående riktning, $\sigma_{Mmax} = -5,68 \text{ MPa}$ och utläses enligt figur 77.

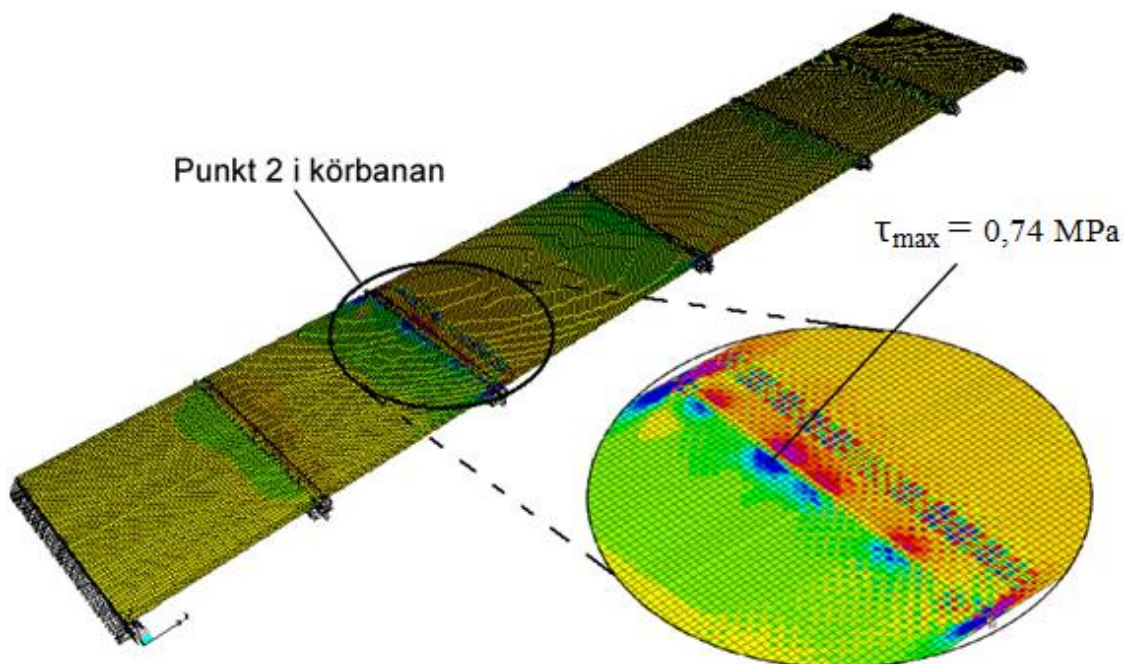


Figur 77. Spänningsfördelningen i tvärgående riktning (i y-led)

7.6.4 Maximal tvärsänning

Trafiklasten är satt enligt lastmodell 1 och placeras ut enligt influenslinje för tvärkraft för körbanan i punkt 2. Simuleringen utfördes i SAP2000, egentygnder för trädäck och asfaltbeläggning har tagits med som permanenta laster utsatt över hela körbanan.

Maximal tvärsänning i vertikal ritning, $\tau_{\max} = 0,74 \text{ MPa}$ och utläses enligt figur 78.



Figur 78. Spänningsfördelningen i vertikal riktning (i xz-plan) i punkt 2

7.6.5 Beräkning av kapacitet för lamellplatta

Dimensionerande böj- och skjuvhållfasthet i broplaneplatta beräknas enligt eurokod EN 1995-2.

För böjhållfasthetskapaicitet gäller:

$$f_{m,d,deck} = k_{sys} \cdot f_{m,d,lam} = k_{sys} \frac{k_{mod} f_{mk}}{\gamma_M} \quad (81)$$

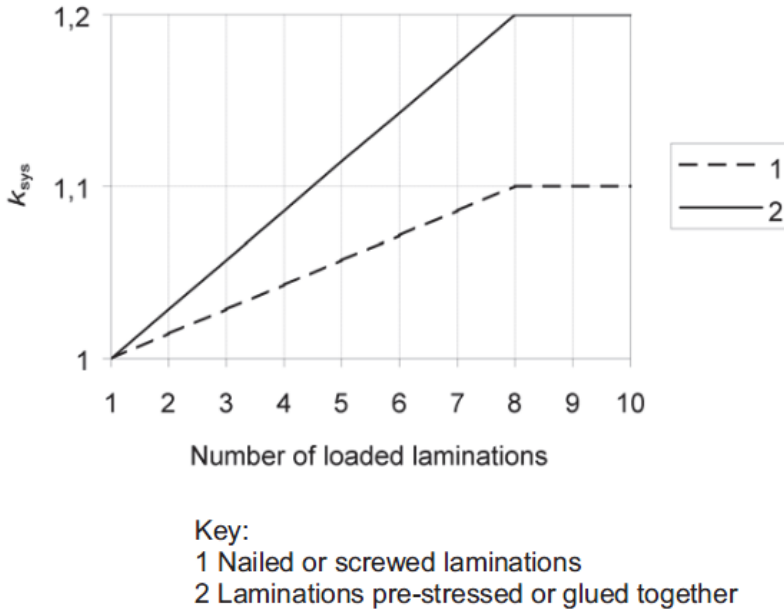
För skjuvhållfasthetskapaicitet gäller:

$$f_{v,d,deck} = k_{sys} \cdot f_{v,d,lam} = k_{sys} \frac{k_{mod} f_{vk}}{\gamma_M} \quad (82)$$

Där k_{sys} är systemfaktorn för hållfasthet och bestäms enligt EN 1995-1-1. Faktorn på k_{sys} beror på antalet belastade lameller samt typ av körbaneplatta. Antalet belastade lameller beräknas enligt ekvation 83.

$$n = \frac{b_{eff}}{b_{lam}} \quad (83)$$

Där b_{eff} är den effektiva bredden och b_{lam} är lamellernas bredd. b_{eff} kan beräknas på samma sätt som vid beräkning av lastspridning från vertikala punktlaster. Faktorn k_{sys} kan sedan läsas av i en kurva som ges i EN 1995-1-1 figur 6.12, i rapporten se figur 79 nedan.



Figur 79. k_{sys} som beror på antalet belastade lameller samt typ av platta (EN 1995-1-1)

För studiefallet beräknas antal belastade lameller till:

$$n = \frac{0,728}{0,119} = 6,1 \quad (84)$$

b_{eff} beräknades i tidigare enligt ekvation 23, där lamellernas bredd är 119 mm. k_{sys} läses sedan av i figur 79, systemfaktorn fås till 1,15 för tvärsända limträplattor.

Böj- och skjuvhållfastheten beräknas enligt ekvation 81 och ekvation 82.

$$f_{m,d,deck} = k_{sys} \cdot f_{m,d,lam} = 1,15 \frac{0,9 \cdot 30}{1,25} = 21,84 \text{ MPa} \quad (85)$$

$$f_{v,d,deck} = k_{sys} \cdot f_{v,d,lam} = 1,15 \frac{0,9 \cdot 3,5}{1,25} = 2,90 \text{ MPa} \quad (86)$$

8 Resultat och jämförelse

Resultaten av kritiska knäcklaster från de handberäknade samt modellerade värdena presenteras i tabellerna 11 och 12 nedan. Värdena sammanställs i två tabeller, i den ena visas kritiska knäcklasten i plan och i den andra kritiska knäcklasten ut ur plan.

Tabell 11. Kritisk knäcklast för brott i plan

	Värden från handberäkning [MN]	Värden från SAP2000 [MN]	Förhållande mellan Handberäkning & SAP2000
Utan hänsyn till körbanans inverkan			
Kontroll 1	9,68	-	65,4%
Kontroll 2	11,38	-	76,8%
Kontroll 3	-	14,81	
Med hänsyn till körbanans inverkan			
Kontroll 4, skal		39,08	
Kontroll 4, balk		32,01	

Tabell 12. Kritisk knäcklast för brott ut ur plan

	Värden från handberäkning [MN]	Värden från SAP2000 [MN]	Förhållande mellan handberäkning & SAP2000
Utan hänsyn till körbanans inverkan			
Kontroll 1	-	45,01	
Kontroll 2	39,95	-	88,8%
Med hänsyn till körbanans inverkan			
Kontroll 4, skal		48,47	
Kontroll 4, balk		47,10	

I tabell 13 visas resultaten från hållfasthetskontrollerna för bågen. Värden som använts vid beräkning är värden som erhållits från modelleringarna i SAP2000. Då körbanans inverkan tagits till hänsyn har resultaten från balkelementen använts.

Tabell 13. Hållfasthetskontroll för båge

Utan hänsyn till körbanans inverkan	Jämförelse av resultat			Utnyttjande	
	Dimensionerande		Kapacitet	av material	
Böjmoment	22,53	>	21,6	104,3%	Ej ok
Tryck	3,17	<	10,39	30,5%	Ok
Tryck & böjmoment	1,35	>	1,0	135,0%	Ej ok
Drag vinkelrätt fibrer & tvärkraft	2	>	1,0	200,0%	Ej ok

Med hänsyn till körbanans inverkan	Jämförelse av resultat			Utnyttjande	
	Dimensionerande		Kapacitet	av material	
Böjmoment	22,53	>	21,6	104,3%	Ej ok
Tryck	3,17	<	15,97	19,8%	Ok
Tryck & böjmoment	1,24	>	1,0	124,0%	Ej ok
Drag vinkelrätt fibrer & tvärkraft	2	>	1,0	200,0%	Ej ok

Resultaten från plattans spänningar fås från en modellering i SAP2000 där lasterna har placerats enligt influenslinjen. Den största skjuv- och böjspänningen som verkar i plattan används vid hållfasthetskontrollen och jämförs med de beräknade hållfastheterna för plattan, se tabell 14.

Tabell 14. Hållfasthetskontroll för platta

	Jämförelse av resultat			Utnyttjande	
	Dimensionerande		Kapacitet	av material	
Böjspänning i längdgående riktn.	23,34	<	24,84	94,0%	Ok
Böjspänning i tvärgående riktn.	5,68	>	1,0	568,0%	Ej ok
Skjuvspänning	0,74	<	2,90	25,5%	Ok

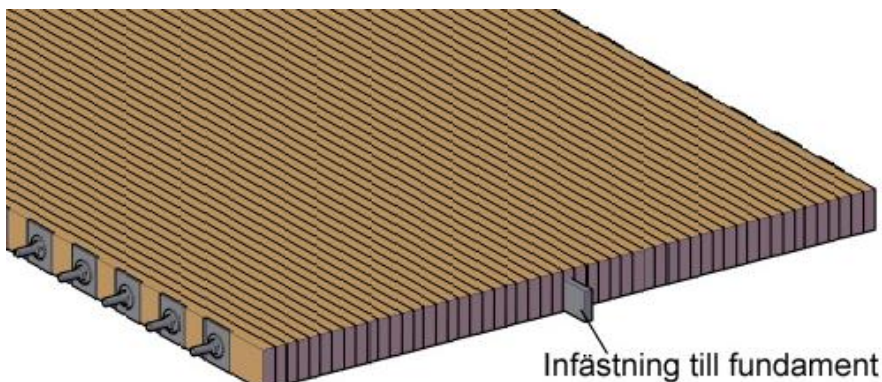
9 Diskussion och slutsats

Resultaten visar vad författarna har förväntat sig. De handberäknade metoderna ger en lägre hållfasthet vid jämförelse med de metoder som baseras på FEM. Skillnaden mellan de båda metoderna är inte så stora, handberäkningen ligger ca 20 % lägre än de metoderna som beräknas med FEM. Detta visar att vid statistiska handberäkningar hamnar man på den säkra sidan.

Vid hållfasthetskontrollerna har FEM använts då handberäkningar antingen varit för tidskrävande eller inte möjliga för författarna att genomföra då systemet är för komplext. Resultaten av hållfasthetsberäkningarna visar att bågen inte håller vid böj och drag vinkelrätt fibrerna. Tryckhållfastheten för bågen ökar med 65 % när körbanan beaktas, detta för att körbanans styvhet stagar bågen i plan. Böjhållfastheten bör också öka eftersom körbanan fungerar även här som en stagning med en viss styvhet, men detta har inte tagits till hänsyn i beräkningarna på grund av tidsbrist.

Materialutnyttjandet för böjhållfastheten har trots detta beräknats till 104 %, med andra ord så överskred böjhållfastheten endast med 4 %. Författarna tror att vid beaktning av körbanan skulle bågens materialutnyttjande hamna under 100 % och klara av kravet med tanke på hur mycket tryckhållfastheten ökade.

Även hur plattan modellerades påverkade bågens hållfasthet för knäckning både ut och in i plan. Då balkelement användes gavs en lägre tryckhållfasthet för bågen än då skalelement användes. Detta resultat hade förväntats då det speglar verklighetens randvillkor. Med skalelement blir plattan styvare mot horisontella rörelser eftersom varje nod i skalelementet definieras som en inspänning, medan i balkelement är det endast en nod som definieras som en inspänningspunkt vilket är mer korrekt, se figur 80.



Figur 80. Infästning mellan platta och fundament

Vid hållfasthetskontrollerna för interaktionen mellan tryck och böjmoment så klarade sig inte kontrollerna. Men även här ökar hållfasthetskapaciteten för interaktion mellan

tryck och böjmoment då körbanans inverkan beaktas. Detta förstärker författarnas teori om att böjhållfastheten borde öka med körbanans inverkan.

Vad gäller drag vinkelrätt fibrer så överskred materialutnyttjandet med 100 %. Detta är en markant skillnad och en lösning på en förstärkning måste finnas.

Eftersom verkligheten inte alltid stämmer överens med teorin var det även intressant att studera vridstyvheten vid bågens infästningar. I verkligheten är det väldigt svårt att få infästningarna oändligt vridstyva, de kan variera väldigt mycket och har därför studerats. Resultaten visar att vridstyvheten har en liten inverkan på bågens knäcklast. Knäcklasten varierar mellan 45,0 och 45,5 MN men ger störst bidrag innan vridstyvheten i inspänningen når 12000 Nm/rad.

FEM har använts vid beräkning av plattan då handberäkningar inte varit möjliga att utföra. Böjspänningen understiger böjhållfastheten i längdled vilket betyder att tjockleken för trädäcket är godkänt och klarar av kravet. Även kraven för skjuvhållfastheten uppfylldes vilket betyder att ingen risk för glidning mellan lamellerna förekommer.

Böjspänningen i tvärled är dock ett problem, materialutnyttjandet beräknades till hela 565 % om värdet på förspänningen följde det rekommenderade värdet på 1 MPa. Detta värde är dessutom innan reducering av långtidsförluster. Både storleken på tryck- och dragspänningen är desamma fast med omvänt tecken, detta kan bero på att modelleringen är gjort med skalelement. Om man jämför författarnas plattmodell med Ekströms i kap. 9.6.1 kan man se att solida element ger olika spänningsfördelningar i ovan- och underkant i tryck respektive drag. Dragspänningarna är mindre än tryckspänningarna i solida plattelement, detta beror på att maxtryckspänningen fås direkt under lasten vilket genererar en ”störd zon” för spänningarna. Detta leder till att ingen korrekt bild fås av resultatet, plattelementet i SAP2000 utgörs av skalelement och kan därför inte ta hänsyn till glapp mellan lamellerna. Resultatet för dragspänningen i tvärled bör därför tas med en nypa salt.

Trots att beräkningarna visar att bron brister i några punkter så får vi inte glömma att detta är en befintlig fungerande bro i Norge. Bron är dimensionerad efter gamla normer enligt Norska regler och har förmodligen klarat dåvarande krav. Detta är ett tecken på att nya Eurokod har mycket högre krav än föregående normer.

Som slutsats kan författarna konstatera att FEM är bättre vid mer komplexa system vid förutsättningarna att man vet vad man gör, och att handberäkningar skall om möjligt göras för att kontrollera att rimliga värden fås från FEM. Som avslutning kan vi säga att de bästa Finita Element beräkningar är att försöka undvika Finita Element helt.

10 Vidarestudier

En liknande studie kan göras med solida element och med hänsyn till olinjäritet i beräkningarna för att få mer noggranna resultat. Även flera delar av bron och laster kan beaktas i kommande studier. Även en närmare studie på hur körbanan påverkar böjhållfastheten i systemet kan vara intressant att kolla djupare på.

11 Källor

Litteraturer

Bakht, B. (1988) ”Load Distribution in Laminated Timber Deck.” *Journal of structural Engineering* 114(7): 1551-1570.

Burström, P. (2007). *Byggnadsmaterial – Uppbyggnad, tillverkning och egenskaper*. Lund: Studentlitteratur.

Carling, O. (2008). *Limträ – Handbok*. Sundsvall: Print & Media Center.

Crews, K. (2002). *Behaviour and Critical Limit States of Transversely Laminated Timber Cellular Bridge Decks*. Sydney: University of Technology.

Crocetti, R. & Kliger, R. (2010). *ICTB – International Conference Timber Bridges*. Lillehammer, Norway: Norska vägverket.

Crocetti, R. & Mårtensson, A. (2011) *Design of timber structures - Chapter 3. Design of structural timber elements in ULS*. Malmö: Exaktaprinting I Malmö AB.

Handbok bygg 1971 (1971). Stockholm: AB Byggmästarens förlag

Helwig, Todd A. & Yura, Joseph A. (1996), *Bracing for stability*. Austin: University of Houston and University of Texas.

ICTB2010 (2010). *ICTB – International Conference Timber Bridges*. Lillehammer, Norway: Norska vägverket.

Isaksson T., Mårtensson A. & Thelandersson S. (2010) *Byggkonstruktion*. Lund: Studentlitteratur.

Ottosen, N. & Petersson, H. (1992) *Introduction to the Finite Element Method*. Salisbury: P & R Typesetter Ltd.

Pousette, A. (2010). *Träbroar - Konstruktion och dimensionering*. Stockholm: SP Träteknik.

Statens vegvesen (2011). *Bruprosjektering Eurokodeutgave – Veiledning*. Håndbok 185.

Sundquist, H. (2009). *Infrastructure Structures*. Stockholm: KTH.

Thelandersson, S. (2001), *Stålkonstruktioner*. Lund: Lunds Tekniska Högskola, KFS i Lund AB.

Thunell, B. (1993). *Trä*. Karlebo: Liber utbildning AB.

Timoshenko S. & Gere J. (2009[1961]). *Theory of elastic stability*. 2. ed. New York: Dover Publications.

TRVK Bro 11 (2011). *Trafikverkets tekniska krav Bro*. TRV publ nr 2011:085.

TRVR Bro 11 (2011). *Trafikverkets tekniska råd Bro*. TRV publ nr 2011:086.

Internet källor

Skogssverige. *Trä*. Tillgänglig: Internet <<http://skogssverige.se/tra>> (30-04-2012).

Träguiden. *Träbroar - Historisk återblick*. Tillgänglig: Internet <<http://www.traguiden.se/TGtemplates/popup1spalt.aspx?id=6989&contextPage=6984>> (09-06-11).

Träguiden. *Bågar, ramar och skal*. Tillgänglig: Internet <<http://www.traguiden.se/TGtemplates/popup1spalt.aspx?id=1403>> (14-03-2012).

University Princeton. Tillgänglig: Internet <<http://www.transtutors.com/university-Princeton/civil-engineering/steel-structures/torsional-buckling-beams-4.htm>> (28-08-2012).

Öster, A. (2010) Stor potential för träbroar på den nordiska marknaden. *Svensk Leverantörstidning*. Tillgänglig: Internet <<http://webnews.textalk.com/svensk-leverantorstidning/stor-potential-for-trabroar-pa-den-nordiska-marknaden>> (09-06-2011).

Intervju och mailkontakt

Crocetti, R. (2012) – Proffesor i LTH, Sverige.

Ekholm, K. (2012) – Doktorand i Chalmers, Sverige.

12 Bilagor

12.1 Beräkning av dimensionerande värden av båge

12.1.1 Knäckning i plan utan körbanans inverkan

Vid tryck parallellt fiberriktning för bågen fås tre olika värden på kritisk knäcklast då körbanans inverkan bortses. Tre beräkningar på den dimensionerande bärförmågan som beaktar knäckning i plan för de första kontrollerna i avsnitt 7.4.4 kommer att redovisas nedan. Observera att körbanans inverkan inte beaktas vid beräkningarna.

12.1.1.1 Kontroll 1

Den dimensionerande bärförmågan då knäckning i plan uppnås för den första kontrollen då $N_{cr} = 9,68 \text{ MN}$ beräknas till:

$$N_{c,Rd,1} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 6,39 \text{ MN} \quad (87)$$

Från Eulers formel för knäcklast kan en knäcklängd, L_c fås

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{EI_y}{L_c^2} \rightarrow L_c = \sqrt{\pi^2 \frac{EI_y}{N_{cr}}} = 25,2 \text{ m} \quad (88)$$

$$I_y = \frac{0,95 \cdot 0,9^3}{12} = 0,0577 \text{ m}^4 \quad (89)$$

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,26 \text{ m} \quad (90)$$

$$\beta = \frac{L_c}{L} = 1,36 \quad (91)$$

$$\lambda = \frac{L_c}{i} = 97,03 \quad (92)$$

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{ck}}{E}} = \frac{88,15}{\pi} \sqrt{\frac{25}{10800}} = 1,49 \quad (93)$$

B_c för limträ kan sättas till 0,1

$$k = 0,5(1 + B_c(\lambda_{\text{rel}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel}}^2) = 1,663 \quad (94)$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel}}^2}} = 0,415 \quad (95)$$

12.1.1.2 Kontroll 2

Den dimensionerande bärförmågan då knäckning i plan uppnås för den andra kontrollen då $N_{cr} = 11,38 \text{ MN}$ beräknas till:

$$N_{c,Rd,2} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 7,38 \text{ MN} \quad (96)$$

Från Eulers formel för knäcklast kan en knäcklängd, L_c fås

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{EI_y}{L_c^2} \rightarrow L_c = \sqrt{\pi^2 \frac{EI_y}{N_{cr}}} = 23,2 \text{ m} \quad (97)$$

$$I_y = \frac{0,95 \cdot 0,9^3}{12} = 0,0577 \text{ m}^4 \quad (98)$$

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,26 \text{ m} \quad (99)$$

$$\beta = \frac{L_c}{L} = 1,26 \quad (100)$$

$$\lambda = \frac{L_c}{i} = 89,49 \quad (101)$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{ck}}{E}} = \frac{88,15}{\pi} \sqrt{\frac{25}{10800}} = 1,37 \quad (102)$$

B_c för limträ kan sättas till 0,1

$$k = 0,5(1 + B_c(\lambda_{\text{rel}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel}}^2) = 1,493 \quad (103)$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel}}^2}} = 0,480 \quad (104)$$

12.1.1.3 Kontroll 3

Den dimensionerande bärförmågan då knäckning i plan uppnås för den tredje kontrollen då $N_{cr} = 14,81 \text{ MN}$ beräknas till:

$$N_{c,Rd,3} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 9,23 \text{ MN} \quad (105)$$

Från Eulers formel för knäcklast kan en knäcklängd, L_c fås

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{EI_y}{L_c^2} \rightarrow L_c = \sqrt{\pi^2 \frac{EI_y}{N_{cr}}} = 20,4 \text{ m} \quad (106)$$

$$I_y = \frac{0,95 \cdot 0,9^3}{12} = 0,0577 \text{ m}^4 \quad (107)$$

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,26 \text{ m} \quad (108)$$

$$\beta = \frac{L_c}{L} = 1,10 \quad (109)$$

$$\lambda = \frac{L_c}{i} = 78,45 \quad (110)$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{ck}}{E}} = \frac{78,45}{\pi} \sqrt{\frac{25}{10800}} = 1,20 \quad (111)$$

B_c för limträ kan sättas till 0,1

$$k = 0,5(1 + B_c(\lambda_{rel} - 0,3) + \lambda_{rel}^2) = 1,267 \quad (112)$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}} = 0,599 \quad (113)$$

12.1.2 Knäckning i plan med körbanans inverkan

Som tidigare nämnts i rapporten skall körbanans inverkan tas med då knäckning i plan beaktas för bågen. Körbanan kommer att bidra till en ökad hållfasthet för bågen på grund av dess styvhet som motverkar deformationer i bågen. Två modeller gjordes i SAP2000. I den ena modellen hade körbanan angetts som ett skalelement och i den andra modellen hade körbanan angetts som ett balkelement. Författarna har valt att beräkna den dimensionerande bärförmågan för de båda modellerna.

12.1.2.1 Skalelement

Vid tryck parallellt fiberriktning för bågen då knäckning förekom erhöles en kritisk knäcklast, $N_{cr} = 39,08$ MN, från föregående beräkningar i avsnitt 7.4.4. Denna beräkning beaktar knäckning i plan då körbanan modelleras som ett skalelement.

Den dimensionerande bärförmågan då knäckning i plan uppnås beräknas till:

$$N_{c,Rd} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 14,14 \text{ MN} \quad (114)$$

Från Eulers formel för knäcklast kan en knäcklängd, L_c fås

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{EI_y}{L_c^2} \rightarrow L_c = \sqrt{\pi^2 \frac{EI_y}{N_{cr}}} = 12,55 \text{ m} \quad (115)$$

$$I_y = \frac{0,95 \cdot 0,9^3}{12} = 0,0577 \text{ m}^4 \quad (116)$$

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,26 \text{ m} \quad (117)$$

$$\beta = \frac{L_c}{L} = 0,68 \quad (118)$$

$$\lambda = \frac{L_c}{i} = 48,29 \quad (119)$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{ck}}{E}} = \frac{48,29}{\pi} \sqrt{\frac{25}{10800}} = 0,74 \quad (120)$$

B_c för limträ kan sättas till 0,1

$$k = 0,5(1 + B_c(\lambda_{\text{rel}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel}}^2) = 0,795 \quad (121)$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel}}^2}} = 0,919 \quad (122)$$

12.1.2.2 Balkelement

Vid tryck parallellt fiberriktning för bågen då knäckning förekom erhöles en kritisk knäcklast, $N_{cr} = 32,01$ MN, från föregående beräkningar i avsnitt 7.4.4. Denna beräkning beaktar knäckning i plan då körbanan modelleras som ett balkelement.

Den dimensionerande bärförmågan då knäckning i plan uppnås beräknas till:

$$N_{c,Rd} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 13,65 \text{ MN} \quad (123)$$

Från Eulers formel för knäcklast kan en knäcklängd, L_c fås

$$N_{cr} = \pi^2 \frac{EI_y}{L_c^2} \rightarrow L_c = \sqrt{\pi^2 \frac{EI_y}{N_{cr}}} = 13,863 \text{ m} \quad (124)$$

$$I_y = \frac{0,95 \cdot 0,9^3}{12} = 0,0577 \text{ m}^4 \quad (125)$$

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,26 \text{ m} \quad (126)$$

$$\beta = \frac{L_c}{L} = 0,75 \quad (127)$$

$$\lambda = \frac{L_c}{i} = 53,36 \quad (128)$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{ck}}{E}} = \frac{53,36}{\pi} \sqrt{\frac{25}{10800}} = 0,817 \quad (129)$$

B_c för limträ kan sättas till 0,1

$$k = 0,5(1 + B_c(\lambda_{\text{rel}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel}}^2) = 0,86 \quad (130)$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel}}^2}} = 0,877 \quad (131)$$

12.1.3 Knäckning ut ur plan utan körbanans inverkan

12.1.3.1 Kontroll 1

Vid tryck parallellt fiberriktning för bågen då knäckning förekom erhöles en kritisk knäckningslast, $P_{cr} = 45,01$ MN, från föregående beräkningar i avsnitt 7.4.5, kontroll 1. Denna beräkning beaktar knäckning ut ur plan för kontroll 1. Observera att körbanans inverkan inte beaktas vid beräkningen.

Den dimensionerande bärförmågan då knäckning ut ur plan uppnås beräknas till:

$$P_{c,Rd} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 14,39 \text{ MN} \quad (132)$$

Från Eulers formel för knäcklast kan en knäcklängd, L_c fås

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{EI_z}{L_c^2} \rightarrow L_c = \sqrt{\pi^2 \frac{EI_z}{P_{cr}}} = 12,3 \text{ m} \quad (133)$$

$$I_z = \frac{0,9 \cdot 0,95^3}{12} = 0,0643 \text{ m}^4 \quad (134)$$

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,274 \text{ m} \quad (135)$$

$$\beta = \frac{L_c}{L} = 0,67 \quad (136)$$

$$\lambda = \frac{L_c}{i} = 45,0 \quad (137)$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{ck}}{E}} = \frac{47,73}{\pi} \sqrt{\frac{25}{10800}} = 0,69 \quad (138)$$

B_c för limträ kan sättas till 0,1

$$k = 0,5(1 + B_c(\lambda_{\text{rel}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel}}^2) = 0,757 \quad (139)$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel}}^2}} = 0,935 \quad (140)$$

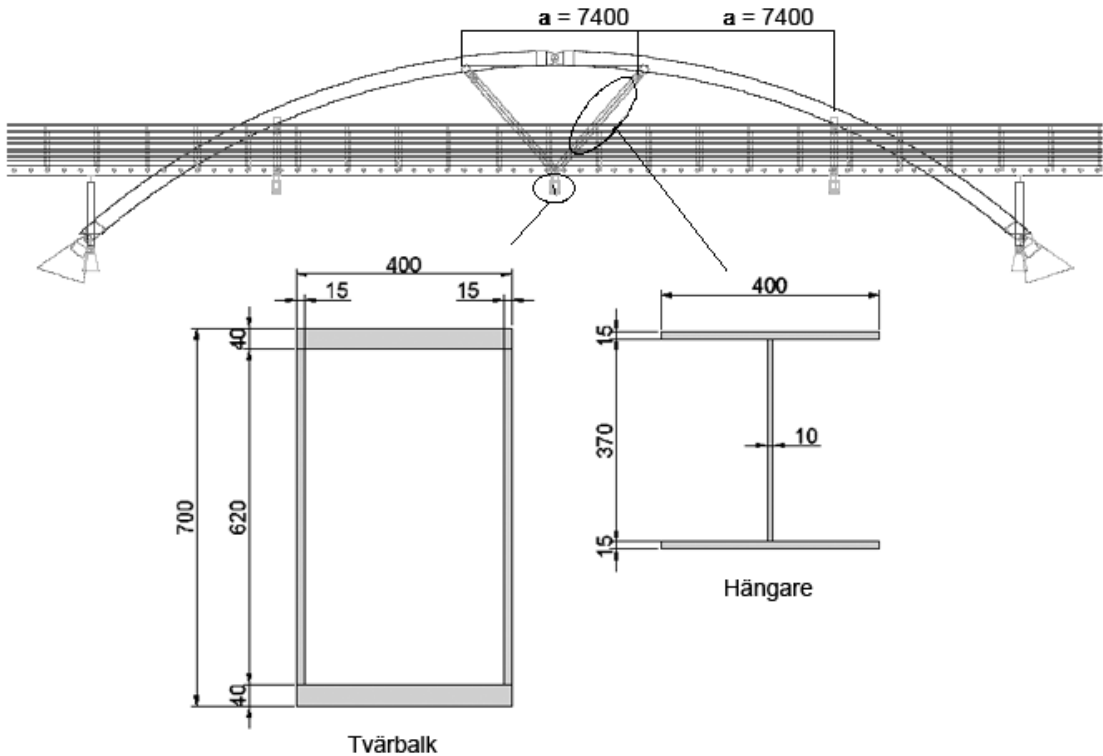
12.1.3.2 Kontroll 2

Denna kontroll beräknar bärförmågan för bågen då knäckning ut ur plan uppnås. Beräkningen tar hänsyn till styvheten, tröghetsmoment samt avstånd för ramarna. Styvheten från ramarna beräknas om till en ekvivalent styvhet som fördelas på hela bågen, genom denna metod kan ett approximativt värde på den dimensionerande bärförmågan fås. Observera att körbanans inverkan inte beaktas vid beräkningen.

Den dimensionerande bärförmågan då knäckning ut ur plan uppnås beräknas till:

$$P_{c,Rd} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 14,18 \text{ MN} \quad (141)$$

Följande mått och dimensioner för beräkning redovisas i figurerna nedan.



Figur 81. Mått och dimensioner för tvärbalk samt hängare

Yttroghetsmoment för elementen beräknas med hjälp av Steiner sats där deltvärsnittens tröghetsmoment adderas till ett samverkande tröghetsmoment.

$$I_{tot} = \sum (I_i + A_i e_i^2) \quad (142)$$

Med hjälp av Steiners sats kan yttroghetsmomentet för tvärbalken beräknas. Eftersom tvärbalkens tvärsnitt är symmetriskt befinner sig tyngdpunkten y_{tp} i mitten av tvärsnittet. De individuella tröghetsmomenten för de båda delflänsarna är lika stora eftersom de har samma avstånd till tyngdpunkten. Samma gäller även för de två dellivens tröghetsmoment.

$$y_{tp} = \frac{0,700}{2} = 0,35 \text{ m} \quad (143)$$

$$A_f = b_f \cdot h_f = 0,4 \cdot 0,04 = 0,016 \text{ m}^2 \quad (144)$$

$$I_f = \frac{b_f \cdot h_f^3}{12} = \frac{0,4 \cdot 0,04^3}{12} = 2,133 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4 \quad (145)$$

$$A_l = b_l \cdot h_l = 0,015 \cdot 0,62 = 0,0093 \text{ m}^2 \quad (146)$$

$$I_f = \frac{b_l \cdot h_l^3}{12} = \frac{0,015 \cdot 0,62^3}{12} = 2,979 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 \quad (147)$$

$$I_{fläns} = 2 \cdot \sum (I_i + A_i e_i^2) = 3,489 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4 \quad (148)$$

$$I_{liv} = 2 \cdot \sum (I_i + A_i e_i^2) = 5,958 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 \quad (149)$$

Det totala yttröghetsmomenten för tvärbalken fås till:

$$I_{tvärbalk} = I_{fläns} + I_{liv} = 4,0875 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4 \quad (150)$$

På samma sätt som för tvärbalken beräknas yttröghetsmomenten för hängarna.

$$y_{tp} = \frac{0,400}{2} = 0,2 \text{ m} \quad (151)$$

$$A_f = b_f \cdot h_f = 0,4 \cdot 0,015 = 0,006 \text{ m}^2 \quad (152)$$

$$I_f = \frac{b_f \cdot h_f^3}{12} = \frac{0,4 \cdot 0,015^3}{12} = 1,125 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4 \quad (153)$$

$$A_l = b_l \cdot h_l = 0,01 \cdot 0,37 = 0,0037 \text{ m}^2 \quad (154)$$

$$I_f = \frac{b_l \cdot h_l^3}{12} = \frac{0,01 \cdot 0,37^3}{12} = 4,221 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4 \quad (155)$$

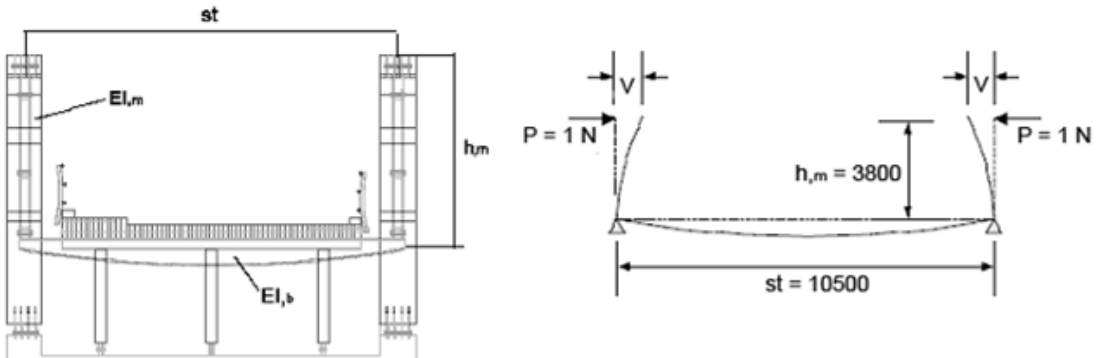
$$I_{fläns} = 2 \cdot \sum (I_i + A_i e_i^2) = 4,449 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 \quad (156)$$

$$I_{liv} = \sum (I_i + A_i e_i^2) = 4,221 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4 \quad (157)$$

De totala yttroghetsmomenten för hängarna fås till:

$$I_{hängare} = I_{fläns} + I_{liv} = 4,871 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 \quad (158)$$

För att få fram stagningsstyvheten för ramen appliceras en fiktiv deformation, $P = 1 \text{ N}$ på ramen. Deformationen, v , kan sedan beräknas och genom det kan en styvhet bestämmas.



Figur 82. Beräkningsmodell där h_m är den vertikala längden på hängarna i mitten och st är avståndet mellan hängarna i tvärlängd

$$v = \frac{P \cdot h_m^3}{3 \cdot E_{stål} \cdot I_{hängare}} + \frac{P \cdot h_m^2 \cdot st}{3 \cdot E_{stål} \cdot I_{tvärbalk}} = 2,352 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad (159)$$

Styvheten för en hängare beräknas till:

$$k = \frac{P}{v} = \frac{1}{2,352 \cdot 10^{-7}} = 4,252 \cdot 10^6 \text{ N/m} \quad (160)$$

Den ekvivalenta styvheten, det vill säga styvheten som fördelas på hela bågen beräknas till:

$$k_{ekv} = \frac{k}{a} = \frac{4,252 \cdot 10^6}{7,4} = 5,746 \cdot 10^5 \text{ N/m} \quad (161)$$

Den kritiska knäckningslasten då en ekvivalent styvhet används för ett element kan beräknas med Engessers formel.

$$P_{cr} = 2 \sqrt{k_{ekv} \cdot E_{b\grave{a}ge} \cdot I_{b\grave{a}ge,z}} = 2\sqrt{5,746 \cdot 10^5 \cdot 10800 \cdot 10^6 \cdot 0,0643} = 39,95 \text{ MN} \quad (162)$$

Från Eulers formel för knäcklast kan en knäcklängd, L_c fås

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{EI_{b\grave{a}ge,z}}{L_c^2} \rightarrow L_c = \sqrt{\pi^2 \frac{EI_{b\grave{a}ge,z}}{P_{cr}}} = 13,1 \text{ m} \quad (163)$$

$$I_{b\grave{a}ge,z} = \frac{0,9 \cdot 0,95^3}{12} = 0,0643 \text{ m}^4 \quad (164)$$

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,274 \text{ m} \quad (165)$$

$$\beta = \frac{L_c}{L} = 0,71 \quad (166)$$

$$\lambda = \frac{L_c}{i} = 47,76 \quad (167)$$

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{ck}}{E}} = \frac{47,73}{\pi} \sqrt{\frac{25}{10800}} = 0,73 \quad (168)$$

B_c för limträ kan sättas till 0,1

$$k = 0,5(1 + B_c(\lambda_{rel} - 0,3) + \lambda_{rel}^2) = 0,789 \quad (169)$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}} = 0,922 \quad (170)$$

12.1.4 knäckning ut ur plan med körbanans inverkan

Som tidigare nämnts i rapporten skall det även här göras en beräkning då körbanans inverkan tas med. Två modellering gjordes i SAP2000 i avsnitt 7.4.5. I den ena modelleringen hade körbanan angetts som ett skalelement och i den andra modelleringen hade körbanan angetts som ett balkelement. Författarna har valt att beräkna den dimensionerande bärförmågan för de båda modellerna då knäckning i bågen sker.

12.1.4.1 Skalelement

Vid tryck parallellt fiberriktning för bågen då knäckning förekom erhöles en kritisk knäckningslast, $P_{cr} = 48,47 \text{ MN}$, från föregående beräkningar i avsnitt 7.4.5. Denna beräkning beaktar knäckning ut ur plan då körbanan modelleras som ett skalelement.

Den dimensionerande bärförmågan då knäckning ut ur plan uppnås beräknas till:

$$P_{c,Rd} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 14,49 \text{ MN} \quad (171)$$

Från Eulers formel för knäcklast kan en knäcklängd, L_c fås

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{EI_z}{L_c^2} \rightarrow L_c = \sqrt{\pi^2 \frac{EI_z}{P_{cr}}} = 11,9 \text{ m} \quad (172)$$

$$I_z = \frac{0,9 \cdot 0,95^3}{12} = 0,0643 \text{ m}^4 \quad (173)$$

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,274 \text{ m} \quad (174)$$

$$\beta = \frac{L_c}{L} = 0,64 \quad (175)$$

$$\lambda = \frac{L_c}{i} = 47,36 \quad (176)$$

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{ck}}{E}} = \frac{47,36}{\pi} \sqrt{\frac{25}{10800}} = 0,66 \quad (177)$$

B_c för limträ kan sättas till 0,1

$$k = 0,5(1 + B_c(\lambda_{\text{rel}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel}}^2) = 0,739 \quad (178)$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel}}^2}} = 0,855 \quad (179)$$

12.1.4.2 Balkelement

Vid tryck parallellt fiberriktning för bågen då knäckning förekom erhöles en kritisk knäckningslast, $P_{cr} = 47,10$ MN, från föregående beräkningar i avsnitt 7.4.5. Denna beräkning beaktar knäckning ut ur plan då körbanan modelleras som ett balkelement.

Den dimensionerande bärförmågan då knäckning ut ur plan uppnås beräknas till:

$$P_{c,Rd} = f_{cd} \cdot A \cdot k_c = 14,45 \text{ MN} \quad (180)$$

Från Eulers formel för knäcklast kan en knäcklängd, L_c fås

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{EI_z}{L_c^2} \rightarrow L_c = \sqrt{\pi^2 \frac{EI_z}{P_{cr}}} = 12,1 \text{ m} \quad (181)$$

$$I_z = \frac{0,9 \cdot 0,95^3}{12} = 0,0643 \text{ m}^4 \quad (182)$$

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0,274 \text{ m} \quad (183)$$

$$\beta = \frac{L_c}{L} = 0,65 \quad (184)$$

$$\lambda = \frac{L_c}{i} = 43,99 \quad (185)$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{ck}}{E}} = \frac{47,36}{\pi} \sqrt{\frac{25}{10800}} = 0,67 \quad (186)$$

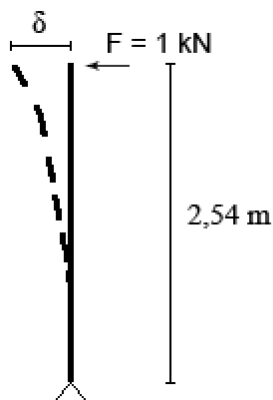
B_c för limträ kan sättas till 0,1

$$k = 0,5(1 + B_c(\lambda_{\text{rel}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel}}^2) = 0,746 \quad (187)$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel}}^2}} = 0,939 \quad (188)$$

12.2 Beräkning av styvhet för pelare

För att beräkna styvheten modelleras pelaren i SAP2000 enligt figur 83. Materialegenskaper enligt tabell 6.



Figur 83. Randvillkor för pelare vid modellering i SAP2000

Ur SAP2000 erhålls en deformation, $\delta = 0,3$ mm. Ur det kan en styvhet, k beräknas med hjälp av formeln:

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{1000}{0,3} = 3333,3 \text{ N/mm} \quad (189)$$

Styvheten för en pelare beräknas till 3333 N/mm.