

# **Stagningens inverkan på bärförmågan hos slanka träbärverk**

**Emilia Wetterberg**

---

Avdelningen för Konstruktionsteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
Lunds Universitet, 2011

Avdelningen för Konstruktionsteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
Box 118  
221 00 LUND

Department of Structural Engineering  
Lund Institute of Technology  
Box 118  
S-221 00 LUND  
Sweden

## **Stagningens inverkan på bärförmågan hos slanka träbärverk**

The effect of lateral bracing on the loading capacity of slender wooden  
structures

Emilia Wetterberg

2011

Rapport TVBK-5201  
ISSN 0349-4969  
ISRN: LUTVDG/TVBK-11/5201(136p)

Examensarbete  
Handledare: Roberto Crocetti, Professor Lunds Tekniska Högskola  
Augusti 2011





# Förord

Detta examensarbete har utförts på civilingenjörsutbildningen inom Väg- och vattenbyggnadsprogrammet vid Lunds Tekniska Högskola under våren 2011.

Jag vill ge ett stort tack till alla som hjälpt mig under arbetets gång, speciellt min handledare Prof. Roberto Crocetti på avdelningen för konstruktionsteknik. En stort tack även till Prof. Per Johan Gustafsson på avdelningen för byggnadsmekanik och Arne Emilsson på Limträteknik för värdefulla råd och tips på vägen samt Joakim Rubinsson för assistans under laboratorieförsök.

Jag vill också tacka min familj och mina vänner för stödet jag fått under alla år av studier.

Lund, juli 2011

Emilia Wetterberg



# Abstract

In this report the relationship between the stiffness of the bracing structure and the critical load is investigated. The investigation is concentrated to wooden beams over one span exposed to a point load in the middle of the span, according to Figure 1a. The analysis is based on literature, finite element modeling and laboratory experiments

When the lateral bracing is placed on the same level, or higher up in the cross section, a relationship between bracing stiffness and critical load according to Figure 1b is obtained. When a low bracing stiffness is used the beam will buckle at the braced point. If a higher bracing stiffness is used lateral displacements will be prevented in the bracing point. The stiffness necessary to prevent lateral displacements is the ideal bracing stiffness,  $k_{ideal}$ . An increase in the bracing stiffness above the ideal stiffness won't result in a higher critical load. From the results of the finite element modeling an analytical relationship for determining the ideal bracing stiffness is established.

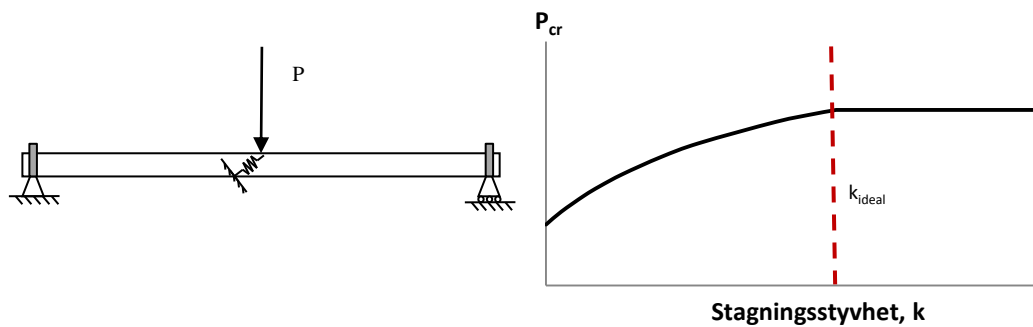


Figure 1a. Used model in the analysis of effect of the lateral bracing stiffness. b. Relationship between bracing stiffness and critical load

At the laboratory experiments lateral deformations occurs at the time of loading. A distinct buckling load is not observed. Instead conclusions about the effect of the bracing stiffness are drawn by investigating the relationship between the external load and the lateral deformation for varying bracing stiffness. These conclusions show good compliance to the theoretical behavior. The lateral deformations at the laboratory experiments are also used for investigating the forces in the bracing structure.

The effect of varying placements of the bracing structure as well as the level of loading is also investigated in the report. To fully prevent lateral deformation at the point of loading it is necessary to place the bracing structure on the same level as, or higher up in the section then, the loading level

Keywords: Wood, glulam, instability, lateral buckling, bracing stiffness, braced buckling

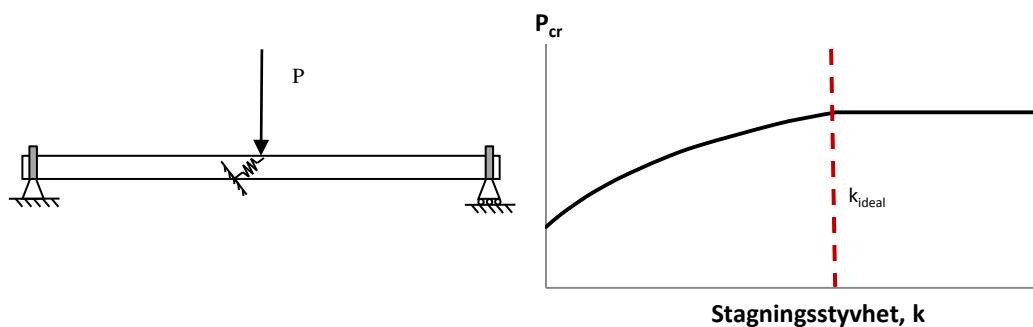




# Sammanfattning

Syftet med examensarbetet är att utreda inverkan av stagningsstyvheten på den kritiska vippningslasten hos gaffellagrade träbalkar, fritt upplagda över ett fack enligt Figur 1a. Utredningen består av litteraturstudier, FEM-modelleringar samt laborieförsök. Analysen koncentreras på balkar som belastas av en punktlast vid balkmitt.

Då sidostagningen placeras på samma nivå som, eller högre upp i tvärsnittet än, lastens angreppspunkt fås ett samband mellan stagningsstyvhet och kritisk last enligt Figur 1b. Vid lägre styvheter vippas balken ut även i den stagade punkten. När styvheten är tillräckligt stor, motsvarande den ideala stagningsstyvheten,  $k_{ideal}$ , är däremot stagningspunkten vippningsförhindrad. Ökad stagningsstyvhet har efter detta ingen effekt på bärförmågan. Utifrån FEM-modelleringarna fastställs ett samband för analytiskt bestämning av den ideala stagningsstyvheten.



Figur 1a. Grundmodell vid analys av stagnings inverkan på vippningslasten. b. Principiellt samband mellan stagningsstyvhet och kritisk last vid grunduppställningen.

Vid laborieförsöken uppstår horisontella deformationer redan vid pålastningen medan någon tydlig vippningslast inte kan utläsas. Genom att undersöka sambandet mellan yttre last och horisontell deformation kan ändå slutsatser om stagnings inverkan dras. Dessa visar god överensstämmelse med det teoretiska beteendet. Den stagningsstyvhet som krävs för fullständig stagnation är vid laborieförsöken något högre än enligt de analytiska beräkningarna. De uppmätta horisontella deformationerna vid laborieförsöken används även för att uppskatta krafterna i stagningen.

Även inverkan av stagnings placering och lastens angreppsnivå utreds i rapporten. För att fullständig stagnation ska vara möjlig krävs att stagningen placeras på samma nivå som, eller högre upp i tvärsnittet än, lastens angreppsnivå.

Nyckelord: Trä, limträ, instabilitet, vippning, stagningsstyvhet, stagad vippning



# Innehållsförteckning

Kapitel 1 Inledning.....	1
1.1. Bakgrund.....	1
1.2. Syfte .....	1
1.3. Metod och genomförande .....	1
1.4. Avgränsningar.....	2
Kapitel 2 Trä och limträ .....	3
Kapitel 3 Instabilitetsfenomen .....	5
3.1. Knäckning .....	5
3.1.1. Stagning i elementände.....	6
3.1.2. En stagpunkt mitt på elementet.....	7
3.2. Vippning.....	8
3.2.1. Tvärsnittsdata.....	9
3.2.2. Ostagad vippning.....	10
3.2.3. Stagad vippning .....	15
3.2.4. Referensfall för vippningsberäkningar .....	19
Kapitel 4 Dimensionering med hänsyn till vippning .....	21
Kapitel 5 Finita elementmetoden och FEM-Design.....	23
5.1. Finita Elementmetoden .....	23
5.1.1. Egenvärdesanalys .....	23
5.2. FEM-Design.....	23
5.2.1. Inverkan av elementtyp och elementindelning .....	24
Kapitel 6 FE-analys av vippning hos stagade träelement.....	27
6.1. FEM-modellen .....	27
6.1.1. Geometri .....	27
6.1.2. Elementindelning.....	27
6.1.3. Laster .....	28
6.1.4. Upplagsvillkor .....	28
6.2. Grundmodellen.....	29
6.3. Varierande geometri och materialdata .....	30
6.3.1. Längd.....	30
6.3.2. Tvärsnitt.....	31

6.3.3.	Styvhet.....	34
6.3.4.	Inverkan av varierande geometri och materialdata.....	38
6.4.	Inverkan av lastens angreppspunkt .....	39
6.5.	Inverkan av stagningens placering i tvärsnittet .....	40
6.6.	Inverkan av lastens utbredning.....	43
Kapitel 7	Vippningsprovningar av stagade trärelement .....	45
7.1.	Syfte .....	45
7.2.	Försöksuppställning .....	45
7.2.1.	Vippningsprovningar .....	45
7.2.2.	Bestämning av balkarnas styvhet .....	49
7.3.	Analys .....	49
7.3.1.	Bestämning av provkropparnas tvärsnittsegenskaper.....	49
7.3.2.	Stagning i balkens ovankant .....	50
7.3.3.	Stagning i balkens tyngdpunkt .....	54
7.3.4.	Stagning i balkens underkant.....	56
7.3.5.	Jämförelse mellan provningarna.....	59
7.4.	Kommentarer.....	60
7.4.1.	Generella felkällor .....	60
7.4.2.	Bestämning av utböjningsform och kritisk last .....	61
7.4.3.	Stagkrafter .....	62
Kapitel 8	Jämförelse mellan FE-analys och provning .....	65
8.1.	FE-analys av provningsbalkar .....	65
8.2.	Jämförelse mellan provningsresultat och FE-modellering .....	66
8.2.1.	Stagning i balkens ovankant .....	66
8.2.2.	Stagning i balkens tyngdpunkt .....	66
8.2.3.	Stagning i balkens underkant.....	67
8.3.	Kommentarer.....	68
Kapitel 9	Tennishallen Rosvalla i Nyköping .....	69
9.1.	Geometri.....	69
9.2.	Dokumenterade brottorsaker .....	71
9.3.	Laster.....	71
9.4.	Analys .....	72
9.4.1.	Stomstabilisering .....	72

9.4.2. Horisontella krafter i sekundärbalkar, primärbalkar och pelare .....	74
9.4.3. Vippning av sekundärbalkar .....	81
9.4.4. Vippning av primärbalk.....	82
9.5. Slutsats .....	86
Kapitel 10 Slutsats .....	87
Kapitel 11 Förslag till fortsatt arbete.....	89
Referenser .....	91
Appendix 1 Provningsresultat .....	93
Appendix 2 Maximal horisontell deformation .....	113
Appendix 3 Stagkrafter .....	119



# Kapitel 1

## Inledning

### 1.1. Bakgrund

Utvecklingen inom byggbranschen har länge inneburit en optimering av konstruktionselementens tvärsnitt. De allt slankare tvärsnitten innebär ett effektivare materialutnyttjande men även att instabilitetsfenomen får allt större betydelse för den totala bärförmågan. Speciellt innebär de slanka tvärsnitten att horisontella bärverk kan få en betydande sidledsutböjning även då de endast utsätts för vertikal belastning (*Carlson 1987*). Det är därför nödvändigt att vippningsbeteendet ges en mer central roll i dimensioneringsprocessen av slanka balkar varför en djupare kunskap om hur vippningsbeteendet påverkar bärförmågan hos slanka, horisontella konstruktionselement är av intresse.

För att öka kapaciteten hos de slanka bärverken utnyttjas ofta sidostagande element. Genom sidostagning kan horisontella deformationer av det belastade konstruktionselementet förhindras i de stagade punkterna. De krav som ställs gällande de sidostagande elementens styvhet och bärförmågan kontrolleras idag endast uppskattningsvis (*Carling 2008*) trots att dessa faktorer kan ha stor inverkan på konstruktionens bärförmåga. Inom stålbyggnadstekniken har ett par utredningar av bl.a. Joseph A. Yura undersökt den effekt sidostagning har för bärförmågan hos vertikala stålelement samt vilka krav som ställs på de stagade konstruktionerna. Inom träbyggnadstekniken saknas dock djupare utredningar inom området.

Under vintern 2010 inträffade i Sverige ett stort antal takras. Boverkets experter slog tidigt fast att det inte var de stora snömängderna i sig som orsakat merparten av takrasen utan att det mest troliga var att snölasterna bidrog till att visa de svagheter som redan fanns i konstruktionerna. (*Boverket 2010*) Kännetecknande för de rasande byggnaderna var att det främst rörde sig om slanka konstruktioner i trä eller stål (*Boverket 2010*), dvs. konstruktioner där instabilitetsfenomen har stor betydelse för bärförmågan. Instabilitetsfenomenet aktualiserades därmed än mer.

### 1.2. Syfte

Syftet med examensarbetet är att ge djupare kunskap om hur vippningsfenomenet påverkar bärförmågan hos slanka horisontella träkonstruktioner. Arbetet ska utreda vilken effekt horisontell stagning med varierande styvhet har för risken för vippning hos vertikalt belastade konstruktionselement. Såväl stagningens teoretiska som dess praktiska effekt skall utredas. En uppskattning av de krafter som uppstår i stagningen ska också genomföras. Slutligen ska en limträbyggnad som rasade vintern 2010 analyseras med fokus på instabilitetsfenomenens inverkan på bärförmågan. Även här analyseras stagningens inverkan på bärförmågan.

### 1.3. Metod och genomförande

Utredningen utförs med hjälp av en litteraturstudie som behandlar stomstabiliseringens inverkan på hållfastheten hos horisontella takkonstruktioner med långa spännvidder. För ett urval av geometrier



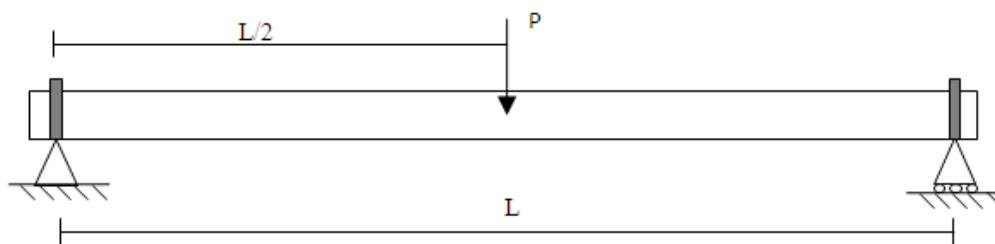
kommer stabiliseringens påverkan på vippningslasten utredas med hjälp av instabilitetsanalyser med FEM-programmet FEM-Design. Vidare kommer vippningsbeteendet samt stabiliseringens inverkan i praktiken utredas med hjälp av laborationsförsök.

FE-analyser med FEM-Design samt handberäkningar kommer även genomföras för att utreda instabilitetens inverkan på bärförmågan hos den hallbyggnad som rasade under den snörika vintern 2010.

#### 1.4. Avgränsningar

I detta examensarbete kommer endast horisontella bärverk med stor slankhet att analyseras. Inverkan av snedställning och initialkrokighet beaktas inte. Inte heller inverkan av långvarig belastning eller fuktvariationer hos träbalken beaktas. Materialet förutsätts vara linjärelastiskt. Samtliga analyser utförs på elementnivå för såväl de övergripande vippningsanalyserna som vid utredningen av rasorsaken för hallbyggnaden. Endast linjära instabilitetsanalyser utförs. Inverkan av stora deformationer beaktas således inte. De krafter som uppstår i stagningen analyseras endast approximativt utifrån mätdata.

Analyserna koncentreras på balkar fritt upplagda, gaffellagrade balkar över ett fack och belastad av en punktlast i fackets mitt, enligt Figur 1.1.



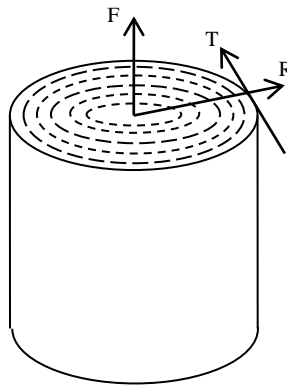
Figur 1.1. Gaffellagrad balk, fritt upplagd över ett fack och belastad av en punktlast i fackets mitt

# Kapitel 2

## Trä och limträ

Trä är ett naturligt material vilket medför att det finns stora variationer i dess egenskaper. Framförallt skiljer sig egenskaperna beroende på riktningen i materialet. Trä har tre huvudriktningar (*Burström 2001*)

- Fiberriktningen – längst stammens längdriktning
- Radiell riktning – vinkelrätt mot årsringarna och fibrerna
- Tangentiell riktning – parallellt med årsringarna och vinkelrätt fibrerna



Figur 2.1. Träets huvudriktningar

Hållfasthetsegenskaperna hos trä skiljer sig både åt beroende på vilket typ av belastning det rör sig om (tryck, drag, böjning) och beroende på i vilken riktning belastningen förs på (fiberriktning, radiellt eller tangentiellt). Hållfastheten är för de flesta träslag störst för dragbelastning och lägst för tryckbelastning medan hållfastheten vid böjning får ett värde där emellan, vanligtvis dock betydligt närmare draghållfastheten. Tryck- och draghållfastheten är som störst parallellt fiberriktningen och betydligt lägre vinkelrätt fiberriktningen. För belastning vinkelrätt fiberriktningen har även vinkeln mellan kraften och årsringarna betydelse. Störst är hållfastheten parallellt årsringarna, dvs. i tangentiell riktning medan den allra lägsta hållfastheten fås då vinkeln mellan kraftriktning och årsringar är  $45^\circ$ . (*Burström 2001*)

Vid instabilitetsberäkningar är emellertid hållfastheten av mindre intresse och det är istället styvheten som begränsar bärförmågan. Trots att hållfasthetsegenskaperna varierar ganska mycket beroende på vilken typ av belastning det rör sig om kan man i praktiken vanligtvis använda samma värde på elasticitetsmodulen oberoende av om belastningen består av tryck, drag eller böjning. Variationen mellan de verkliga E-modulerna är vanligtvis bara ett par procent. Däremot varierar elasticitetsmodulen, precis som hållfasthetsvärdena, med belastningsriktningen. Störst styvhet har trä vid belastning parallellt fibrerna medan styvheten vinkelrätt fibrerna bara är i storleksordningen 5-10% av den parallellt fibrerna. (*Burström 2001*)

Både hållfasthetsvärdena och elasticitetsmodulen varierar även med belastningens varaktighet samt fuktkvot, temperatur och densitet hos träet. Då trä är ett naturligt material uppkommer ofta avvikelser i materialegenskaperna p.g.a. kvistar eller andra störningar. (*Burström 2001*)

Limträ har i princip samma hållfasthetsegenskaper som vanligt trä. Jämfört med konstruktionsvirke är i genomsnitt hållfastheten högre för limträ och spridningen i hållfasthetsegenskaper mindre. Detta beror till stor del på att man genom lamelluppbyggnaden undviker att grova fel i de olika lagren hamnar i samma snitt så som de gör i motsvarande element av konstruktionsvirke. (*Carling 2008*)

I detta examensarbete utförs beräkningar främst på limträ i hållfasthetsklass L40. Materialvärdena väljs enligt EN 338. I stabilitetsanalyserna används medelvärden på styvheter. Detta för att få en bild av stabilitetsbeteendet som ligger så nära verkligheten som möjligt.

# Kapitel 3

## Instabilitetsfenomen

Ett belastat konstruktionselement deformeras normalt i belastningsriktningen. Vid instabilitet uppstår dock en deformation, av hela eller delar av konstruktionselementet, som är vinkelrätt mot belastningsriktningen (*Isaksson et al 2005*). Detta beror på att flera alternativa jämviktslägen uppstår. De alternativa jämviktslägena innebär att konstruktionen förlorat sin stabilitet och att små förändringar därmed kan ge stora deformationer. (*Gustafsson 2009*) Den last vid vilken instabilitet uppstår benämns den kritiska lasten och kan vid otillräcklig stabilisering uppstå för värden långt under de då materialhållfastheten utnyttjas fullt ut.

De vanligaste typerna av instabilitetsfenomen är knäckning, buckling och vippning. Knäckning är aktuellt för axialbelastade element och behandlas i avsnitt 3.1. Buckling är endast aktuellt för tunnväggiga tvärsnitt, dvs. vanligtvis ståltvärsnitt och behandlas inte i denna rapport. Vippning är aktuellt för slanka tvärsnitt utsatta för transversell last och behandlas i avsnitt 3.2.

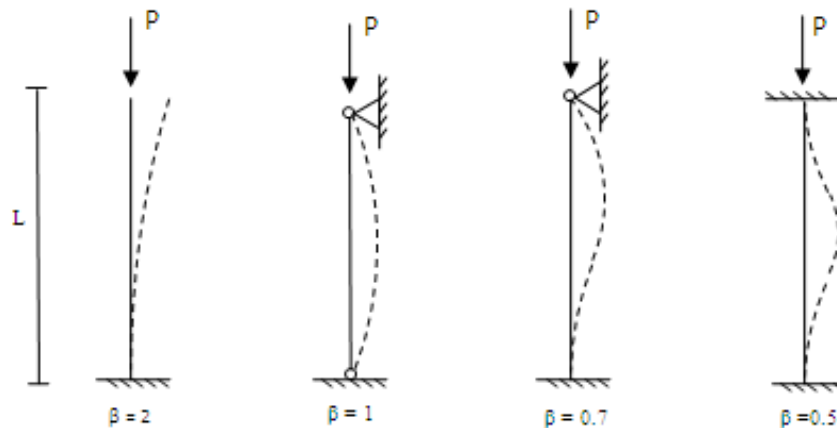
### 3.1. Knäckning

Element utsatta för en tryckande normalkraft kan vid ett visst värde på kraften bli instabila och böja ut i sidled. Detta fenomen kallas knäckning och lasten vid vilken fenomenet uppkommer benämns knäckningslasten,  $P_{cr}$ . För ett initialt rakt element av elastiskt material, utsatt för en centrisk last som innan knäckning uppkommer upplevt små deformationer är knäcklasten beroende av elementets styvhet ( $EI$ ), dess längd samt upplagsvillkoren. Generellt kan knäckningslasten för en sådant, ideellt element, uttryckas som

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\beta L)^2} \quad (3.1)$$

där  $EI$  är böjstyvheten [ $\text{Nm}^2$ ]  
 $\beta L$  är knäckningslängden [m]

För Eulers fyra, renodlade, knäckningsfall, finns  $\beta$  angivet i Figur 3.1.

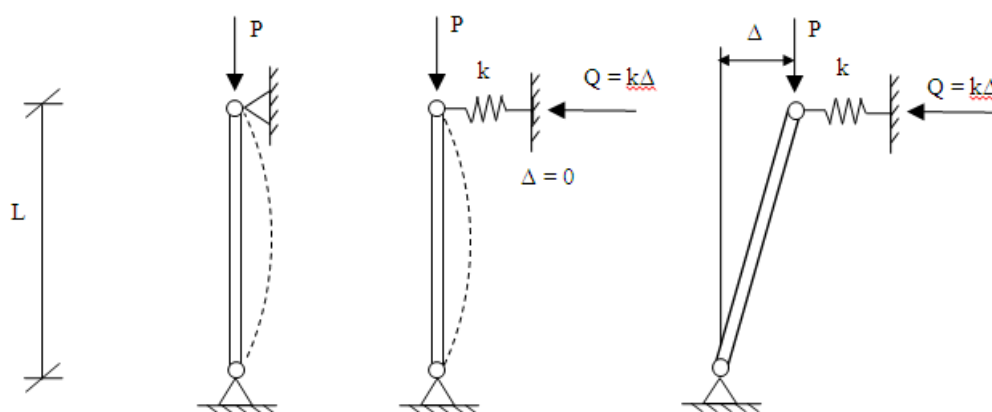


Figur 3.1. Eulers knäckningsfall [Formelsamlingen]

### 3.1.1. Stagning i elementände

Eulers knäckningsfall för en pelare ledat infäst vid både fot och pelartopp förutsätter att elementinfästningarna är tillräckligt styva för att ingen förskjutning av pelartoppen ska ske. Då ges knäcklasten av  $P_{cr} = \pi^2 EI/L^2$ . Om styvheten hos infästningen i pelartoppen är otillräcklig kommer ett utböjt jämviktsläge enligt Figur 3.2 istället att uppstå. Utifrån en momentjämvikt kring pelarfoten gäller för detta jämviktsläge  $P \cdot \Delta = Q \cdot L$ . Eftersom stagkraften,  $Q$ , kan beräknas som  $Q = k\Delta$ , gäller att detta jämviktsläge uppstår då  $P = kL$ . För låga styvheter ges en kritiska knäckningslasten för systemet således av  $P_{cr} = kL$  medan det för höga styvheter ges av  $P_{cr} = \pi^2 EI/L^2$ . Vid  $k = \pi^2 EI/L^3$  ger båda uttrycken samma knäckningslast och denna styvhet utgör således den gränsen för då systemet kan ses ha tillräcklig styvhet. Denna ideala styvhet betecknas  $k_{ideal}$  och ges således av (Helwig & Yura, 1996)

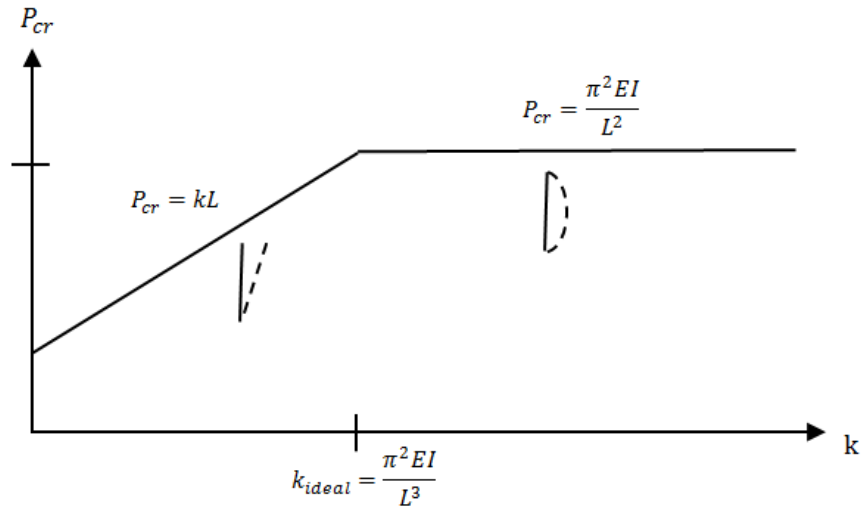
$$k_{ideal} = \pi^2 EI/L^3 \quad (3.2)$$



Figur 3.2. Normalkraftsbelastad pelare, stagad av en fjäder i pelartoppen

För styvheter upp till den ideala styvheten kommer den kritiska lasten för systemet öka linjärt. Instabilitet uppstår då genom att pelartoppen förskjuts i sidled. Vid styvheter över den ideala styvheten

kommer däremot inte bärförmågan öka ytterligare utan knäcklasten förblir  $P_{cr} = \pi^2 EI/L^2$ . Knäckning sker då mellan stagpunkterna. (Helwig & Yura, 1996) Detta samband visas i Figur 3.3.

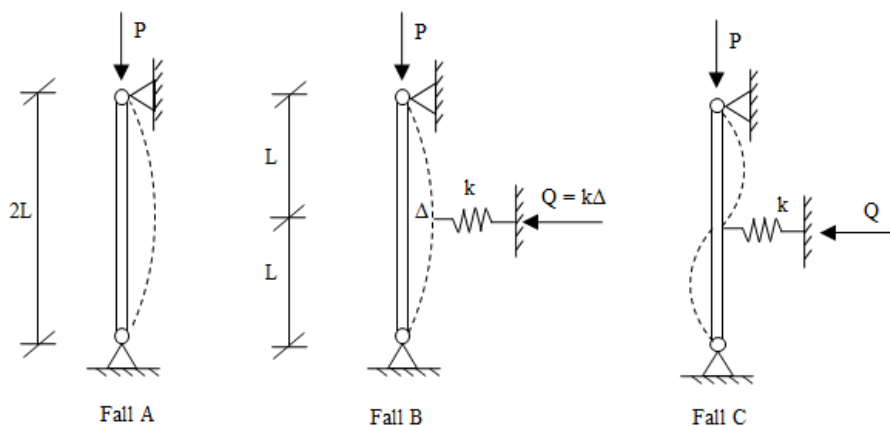


Figur 3.3. Samband mellan stagningsstyvheten och knäckningslasten hos en normalkraftsbelastad pelare enligt Figur 3.2

Ovanstående resonemang förutsätter en pelare utan varken snedställning eller initialkrokighet.

### 3.1.2. En stagpunkt mitt på elementet

Kontinuerliga element stagas ofta i flera punkter längst elementet. Även för denna typ av stagning finns ett erforderligt värde på styvheten för full stagning. Detta värde varierar med antalet stagpunkter. För fallet med en stagpunkt mitt på det tryckta elementet fås ett system enligt Figur 3.4 (Helwig & Yura, 1996)



Figur 3.4. Normalkraftsbelastad pelare stagad av en fjäder mitt på pelaren

Vid fullgod stagning kommer stagpunktens förskjutning i sidled vara 0 och en utböjningsform enligt fall C i Figur 3.4 erhålls. Vid lägre styvhet kommer pelarens mittpunkt dock förskjutas enligt fall B i Figur 3.4. Denna förskjutning betecknas  $\Delta$ . En momentjämvikt runt stagpunkten mitt på pelaren ger (Helwig & Yura, 1996)

$$P_{cr}\Delta = \frac{Q}{2}L = \frac{k\Delta}{2}L \quad (3.3)$$

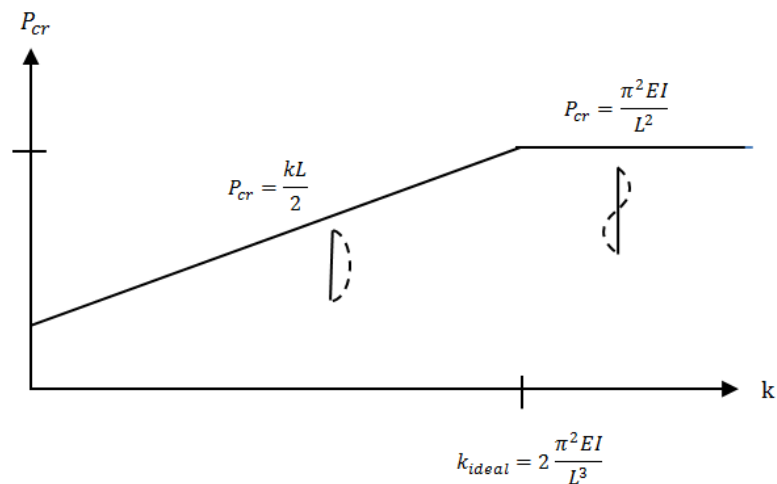
Vilket medför att den kritiska lasten kan beräknas som

$$P_{cr} = \frac{kL}{2} \quad (3.4)$$

Den ideala styvheten för detta fall ges således av (Helwig & Yura, 1996)

$$k_{ideal} = 2 \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.5)$$

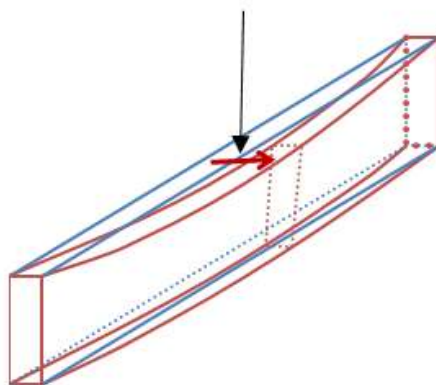
Sambandet mellan stagningsstyvhet och kritisk last vid stagnering vid pelarmitt kommer därmed ha betydande likheter med motsvarande samband vid stagnering i pelartoppen. Dock med en högre ideal stagningsstyvhet. Detta samband presenteras i Figur 3.5.



Figur 3.5. Samband mellan stagningsstyvheten och knäckningslasten hos en normalkraftsbelastad pelare enligt Figur 3.4

## 3.2. Vippning

Konstruktionselement som belastas av en transversallast i sin styva riktning deformeras vanligtvis främst i belastningsriktningen. För balkar där förhållandet mellan böjstyvheten,  $EI$ , i styva och i veka riktningen är stort kan instabilitet i form av vippning dock uppstå. (Thelandersson, 2001) Detta innebär att balken böjer ut i sidled och vrids så som principskissen i Figur 3.6 visar.



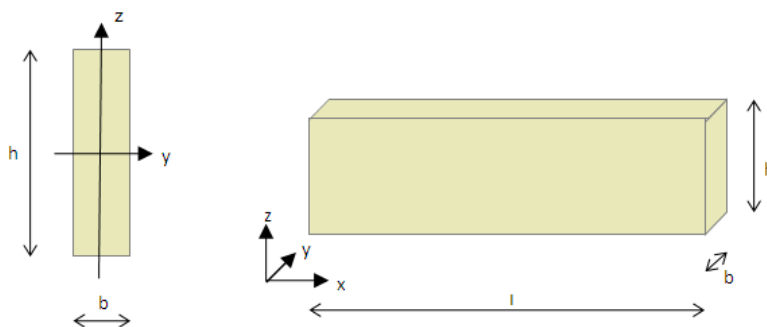
Figur 3.6 Vippning av en fritt upplagd, gaffellagrad balk utsatt för en punktlad last

För slanka tvärsnitt kan den last då vippning inträffar vara betydligt lägre än balkens bärförmåga med avseende på materialhållfastheten. Precis som vid plan knäckning får man vid vippning teoretiskt inga deformationer vinkelrätt belastningen förrän det pålagda momentet uppnår det kritiska värdet, dvs. vippningslasten. Vid detta värde uppstår däremot plötsligt stora deformationer vinkelrätt belastningsplanet. Vippningslasten påverkas i mycket stor grad av den utsträckning i vilken balken är stagad mot sidoutböjning och vridning. (Thelandersson, 2001)

Samtliga beräkningsuttryck i Kapitel 3 bygger på balkteorin vilket medför att plana tvärsnitt antas förbli plana samt att skjuvdeformationer försummas. (Gustafsson, 2009)

### 3.2.1. Tvärsnittsdata

Genom hela rapporten används koordinataxlar och geometriska beteckningar enligt Figur 3.7 nedan



Figur 3.7 Koordinataxlar och geometriska beteckningar som används i rapporten

Yttreghetsmomentet,  $I_y$ , i veka riktningen beräknas som (Carling, 2008)

$$I_y = \frac{b^3 h}{12} \quad (3.6)$$

För en slank, rektangulär balk kan vridstyvhets tvärsnittsfaktor,  $K_v$ , beräknas som (Carling, 2008)



$$K_v = \frac{b^3 h}{3} (1 - 0.63b/h) \quad (3.7)$$

### 3.2.2. Ostagad vippning

#### Grundfall för ostagad vippning

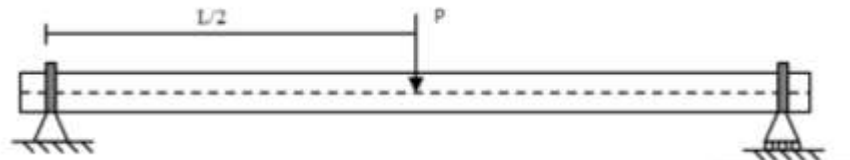


Figur 3.8. Fritt upplagd, gaffellagrad balk utsatt för ett konstant böjmoment

En gaffellagrad balk som utsätts för konstant böjmoment har enligt Timoshenko och Gere (1961) det kritiska vippningsmomentet

$$M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{EI_y G K_v}}{L} \quad (3.8)$$

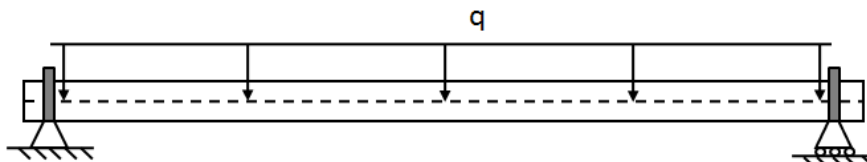
- där  $E$  är elasticitetsmodulen [Pa]  
 $I_y$  är yttröghetsmomentet i veka riktningen [m<sup>4</sup>]  
 $G$  är skjuvmodulen [Pa]  
 $K_v$  är vridstyvhetens tvärsnittsfaktor [m<sup>4</sup>]  
 $L$  är balkens längd [m]



Figur 3.9. Fritt upplagd, gaffellagrad balk utsatt för en punktlast som angriper i balkens tyngdpunkt

För en perfekt fritt upplagd balk, med gaffellagrade stöd, belastad av en punktlast som angriper i tyngdpunktsaxeln mitt på balken kan vippningslasten för ostagad vippning beräknas som (Gere & Timoshenko, 1961)

$$P_{cr} = \frac{16,94 \sqrt{EI_y G K_v}}{L^2} \quad (3.9)$$



Figur 3.10. Fritt upplagd, gaffellagrad balk utsatt för en utbredd last som angriper längst balkens tyngdpunktsaxel

För en fritt upplagd balk, med gaffellagrade upplag, som belastas av en jämt utbredd last längst balkens tyngdpunktsaxel kan vippningslasten (Gere & Timoshenko, 1961) beräknas som

$$q_{cr} = \frac{28,3\sqrt{EI_y GK_v}}{L^3} \quad (3.10)$$

### Inverkan av lastexcentricitet i höjddled

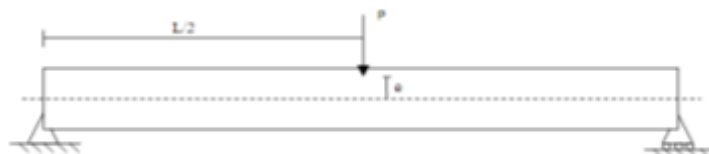
För samtliga belastningsfall påverkas vippningslasten i stor grad av belastningsform och placering av lastens angreppspunkt i höjddled. Vid belastning vid balkens ovansida kommer den kritiska vippningslasten vara betydligt lägre än vid belastning i balkens tyngdpunkt. På motsvarande sätt bli vippningslasten vid belastning i balkens underkant högre än vid belastning i tyngdpunkten. (Thelandersson, 2001)

För små lastexcentriciteter i höjddled kan enligt Timoshenko och Gere (1961) den kritiska vippningslasten vid fri vippning och punktbelastning mitt på balken approximativt beräknas som

$$P_{cr} = \frac{16,94\sqrt{EI_y GK_v}}{L^2} \left( 1 - \frac{1,74e}{L} \sqrt{\frac{EI_y}{GK_v}} \right) \quad (3.11)$$

där  $e$  är lastexcentriciteten i höjddled [m]

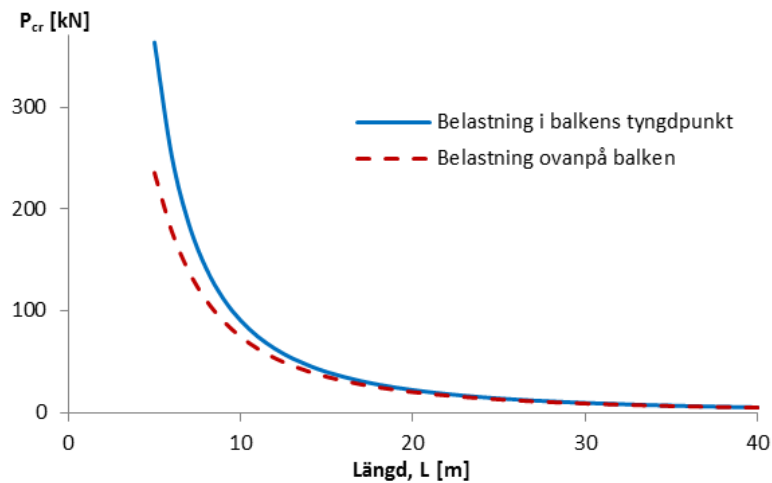
Excentriciteten räknas positivt uppåt från tyngdpunktsaxeln, enligt Figur 3.11 och anges som ett negativt värde då lasten angriper nedanför tyngdpunktsaxeln. Då lasten angriper ovanpå balken motsvarar lastexcentriciteten,  $e$ , halva balkhöjden. Den kritiska lasten kommer således minska linjärt med ökad lastexcentricitet.



Figur 3.11. Belastningsfall vid excentrisk punktlast

### Inverkan av varierande spännvidd

För en limträbalk i hållfasthetsklass L40 och tvärsnittet  $100 \times 1000 \text{ mm}^2$  kommer den kritiska lasten vid belastning i balkens tyngdpunkt variera med balklängden enligt sambandet i ekvation 3.9. dvs. den kritiska lasten är omvänt proportionell mot spännvidden. För motsvarande balk belastad i mittspannet, i balkens ovankant, är sambandet inte lika enkelt utan den kritiska lasten varierar istället med spännvidden enligt ekvation 3.11. Såväl sambandet för fallet med belastning i tyngdpunkten som fallet med belastning ovanpå balken illustreras i Figur 3.12.



Figur 3.12. Kritisk last som funktion av balklängden för en balk i hållfasthetsklass L40 och med tvärsnittet 100x1000 mm<sup>2</sup> belastad av en punktlast i mittspannet

Sambanden har likartade utseende. Den kritiska lasten vid belastning ovanpå balken påverkas dock mindre av den positiva inverkan som en minskad spännvidd har.

#### Inverkan av varierande tvärsnittshöjd

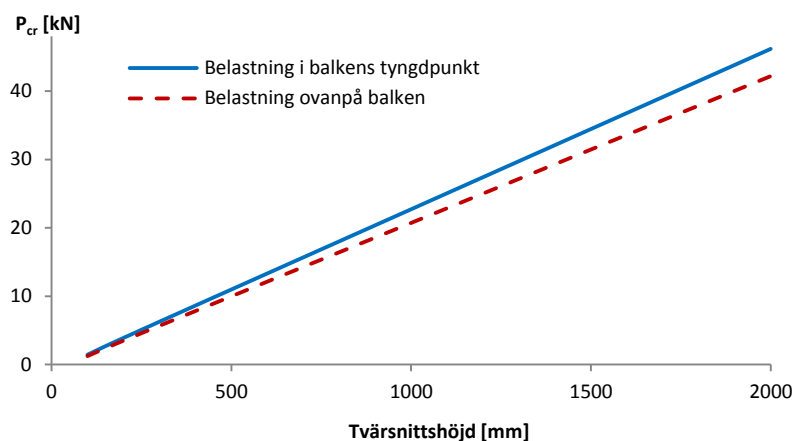
Tvärsnittets höjd och bredd hos en balk påverkar såväl dess yttreghetsmoment,  $I_y$ , som vridstyvhets tvärsnittsfaktor,  $K_v$ . Yttreghetsmomentet kring veka riktningen respektive vridstyvhets tvärsnittsfaktor beräknas enligt avsnitt 3.2.1. som  $I_y = b^3 h/12$  respektive  $K_v = b^3 h/3 \cdot (1 - 0.63b/h)$ . Utifrån sambandet för kritisk last vid punktblastning i tyngdpunkten, ekvation 3.9, beror den kritiska punktlasten av tvärsnittets höjd enligt sambandet

$$P_{cr} = \frac{16,94 \cdot b^3 h \sqrt{EG(1-0,63b/h)}}{6L^2} \quad (3.12)$$

För en balk belastad ovanpå tvärsnittet fås sambandet utifrån ekvation 3.11 till

$$P_{cr} = \frac{16,94 \cdot b^3 h \sqrt{EG(1-0,63b/h)}}{6L^2} - \frac{1,23 \cdot b^3 h^2 E}{L^3} \quad (3.13)$$

Båda dessa samband presenteras för en balk i hållfasthetsklass L40 med spännvidden 20 meter och tvärsnittsbredden 100 mm i Figur 3.13.

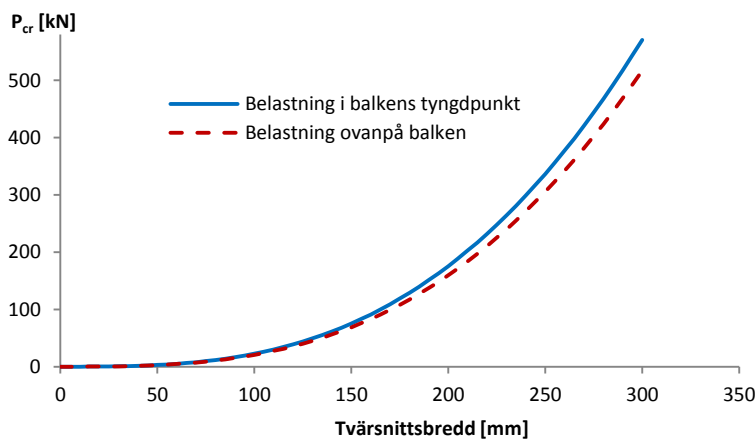


Figur 3.13. Samband mellan tvärsnittshöjd och kritisk last för en balk i hållfasthetsklass L40 och med tvärsnittsbredden 100 mm och spännvidden 20 m belastad av en punktlast i mittspannet

Som synes är båda dessa samband nästintill linjära för den aktuella balken. Tvärsnittshöjdens positiva inverkan på den kritiska lasten är dock något mindre för fallet med belastning ovanpå balken än för fallet med belastning i tyngdpunkten.

### Inverkan av varierande tvärsnittsbredd

Tvärsnittsbredden är precis som tvärsnittshöjden sammankopplad med den kritiska lasten via yttröghetsmomentet och vridstyvhets tvärsnittsfaktor. Den kritiska lasten för en balk belastad i dess tyngdpunkt beror därmed av tvärsnittsbredden enligt ekvation 3.12 medan den kritiska lasten för en balk belastad ovanpå tvärsnittet beror av tvärsnittsbredden enligt ekvation 3.13. För en referensbalk med den fasta tvärsnittshöjden 1000 mm kommer den kritiska lasten därmed variera med tvärsnittsbredden enligt Figur 3.14.



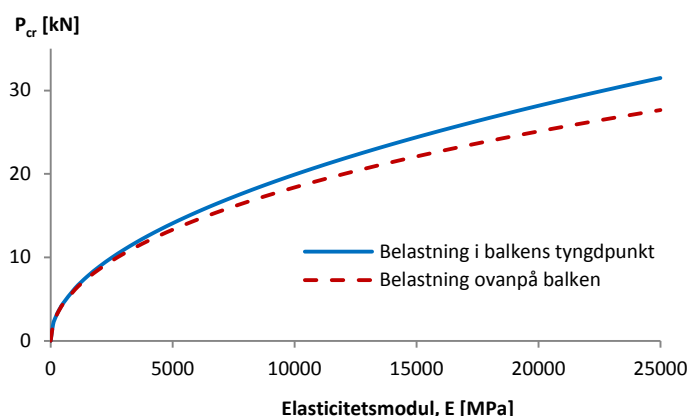
Figur 3.14. Samband mellan tvärsnittsbredd och kritisk last för en balk i hållfasthetsklass L40 och med tvärsnittshöjden 1000 mm och spännvidden 20 m belastad av en punktlast i mittspannet

Dessa samband påminner närmast om ett kubiskt linjärt samband mellan kritisk last och tvärsnittsbredd. Liksom för tvärsnittshöjden är den positiva effekten av ökad tvärsnittsbredd dock mindre för fallet med belastning ovanpå balken än fallet med belastning i tyngdpunkten.

Notera att det värde på vridstyvhetsens tvärsnittsfaktor som beräknats endast tillämpbart för slanka tvärsnitt. Vid låga tvärsnittshöjder eller stora tvärsnittsbredder (då  $h/b < 0,63$ ) blir däremot vridstyvhetsens tvärsnittsfaktor ett icke reellt tal och är således inte tillämpbar.

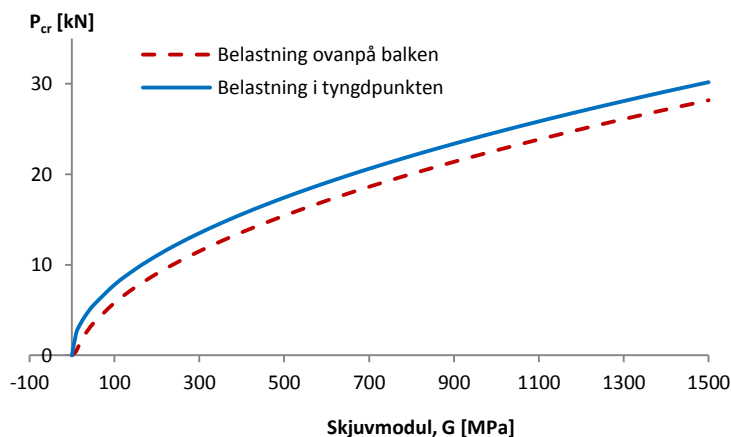
### Inverkan av varierande styvhetsvärden

Enligt sambandet i ekvation 3.9 varierar den kritiska lasten för en gaffellagrad balk utsatt för en punktlast i tyngdpunkten proportionellt med såväl kvadratroten ur elasticitetsmodulen som kvadratroten ur skjuvmodulen. Vid belastning ovanpå balken följer sambandet istället ekvation 3.11. Den kritiska lasten kommer att variera med elasticitetsmodulen enligt Figur 3.15. för en balk med övriga egenskaper enligt referensfallet.



Figur 3.15. Samband mellan elasticitetsmodul och kritisk last för en balk med skjuvmodulen 850 MPa, tvärsnittet  $100 \times 1000^2$  mm och spännvidden 20 m belastad av en punktlast i mittspannet

På motsvarande sätt kommer den kritiska lasten variera med skjuvmodulen enligt Figur 3.16.



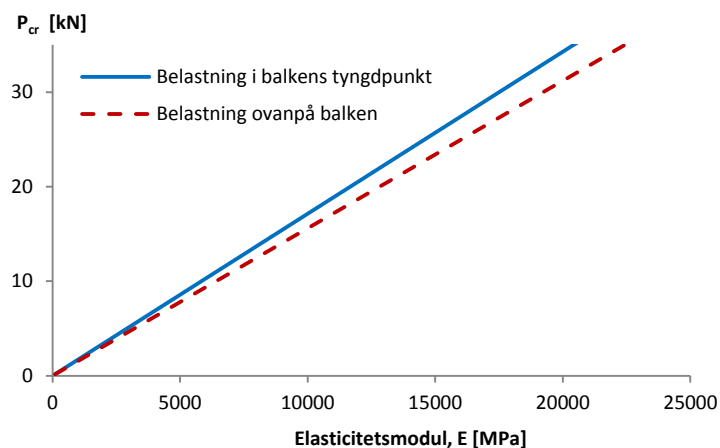
Figur 3.16. Samband mellan skjuvmodul och kritisk last för en balk med elasticitetsmodulen 13000 MPa, tvärsnittet  $100 \times 1000$  mm<sup>2</sup> och spännvidden 20 belastad av en punktlast i mittspannet

Eftersom elasticitetsmodulens och skjuvmodulens variation är sammankopplade är dessa kurvor dock av mindre intresse. I Tabell 3.1. nedan anges den kritiska lasten för referensbalken med styvhetsvärden utifrån några vanliga hållfasthetsklasser.

Hållfasthetsklass	E [MPa]	G [MPa]	P <sub>cr</sub> [kN]	E/G
C 20	9500	590	14.7	16.1
C 24	11000	690	17.1	15.9
C 30	12000	750	18.7	16.0
C 40	14000	880	21.8	15.9
L 30	12000	800	19.3	15.0
L 40	13000	850	20.7	15.3

Tabell 3.1. Kritisk last för balkar av varierande hållfasthetsklass belastade i mittspannet, ovanpå balken

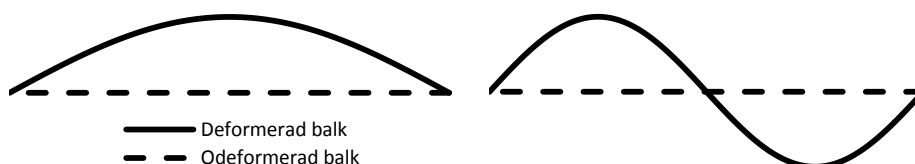
Även kvoten mellan elasticitetsmodul och skjuvmodul för respektive hållfasthetsklass presenteras i tabellen. Den genomsnittliga kvoten mellan elasticitetsmodul och skjuvmodul beräknas utifrån dessa hållfasthetsklasser till 15.7. Om kvoten hålls konstant till 15.7 kommer den kritiska lasten öka med ökad elasticitetsmodul enligt Figur 3.17. Vid belastning i tyngdpunkten är detta sambandet linjärt. Vid belastning i balkens tyngdpunkt har den ökade styvheten däremot något högre effekt.



Figur 3.17. Samband mellan elasticitetsmodul och kritisk last för en balk med förhållandet 1:15.7 mellan dess skjuvmodul och dess elasticitetsmodul. Balkens har tvärsnittet  $100 \times 1000 \text{ mm}^2$  och spännvidden 20 och belastas av en punktlast i mittspannet

### 3.2.3. Stagad vippning

En balk som är ostagad i horisontalled tillåts vippa ut fritt mellan dess upplag, så kallad fri vippning (Thelandersson 2001, s 101) medan en balk som stagas fullständigt över hela tvärsnittshöjden vid en eller flera stagpunkter endast kan vippa ut mellan dessa stagpunkter, enligt principen i Figur 3.18. (Gere & Timoshenko, 1961, s 270) Deformationen blir alltid störst i balkens ovkant, dvs. i den tryckta del.



Figur 3.18. Principiella utböjningsformer motsvarande en halvsinusvåg respektive två halvsinusvågor. Balkarna visas ovanifrån

För en gaffellagrad balk som stagas fullständigt i dess mittspann och utsätts för konstant böjmoment kan enligt Timoshenko och Gere (1961, s 269) det kritiska vippningsmomentet beräknas som:

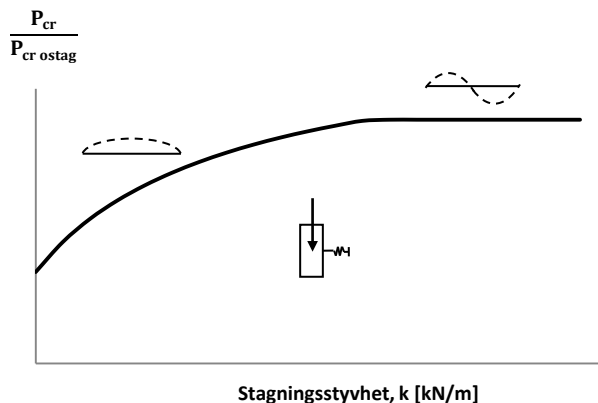
$$M_{cr} = \frac{2\pi\sqrt{EI_y GK_v}}{L} \quad (3.14)$$

Denna kapacitet är således dubbelt så hög som för en ostagad balk utsatt för motsvarande belastning. Stagningsens effekt är dock starkt sammankopplad med den belastning den utsätts för samt stagningsens utformning och styvhet.

### Inverkan av stagningsens styvhet

Även vid andra stagningsplaceringar måste stagningsens styvhet uppgå till ett erforderligt styvhetsvärde, benämnt  $k_{ideal}$ , för att fullständig stagning ska uppstå. Vid lägre styvheter kommer balken trots stagningen deformeras i formen av en halvsinuvåg, enligt Figur 3.14. För styvheter under den erforderliga, eller ideala, styvheten kommer vippningslasten för balken öka med ökad stagningsstyvhet. Vid stagningsstyvheter över den ideala styvheten kommer en ökad styvhet däremot inte medföra någon ökad vippningskapacitet. Vippningen sker då istället mellan stagpunkten och upplagen, i formen av två halvsinusvågor. (Helwig & Yura, 1996)

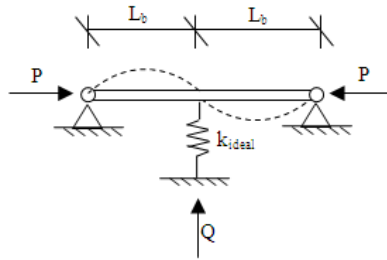
Detta beteende gäller endast då fullständig stagning kan uppstå. Huruvida full stagning är möjlig beror främst på stagningsens placering i förhållande till belastningsnivån, vilket presenteras på sida 18. Det principiella sambandet mellan stagningsstyvhet och vippningslast presenteras i Figur 3.19 för en balk som belastas av en punktlast i dess tyngdpunkt och stagas i samma punkt. Vippningslasten presenteras där i form av kvoten mellan vippningslast vid aktuell stagningsstyvhet och vippningslasten vid ostagad vippning.



Figur 3.19. Stagningsstyvhets inverkan på den kritiska lasten hos en balk belastad och stagad i mittspannet, vid tyngdpunkten

Enligt avsnitt 3.1.2 kan den ideala stagningsstyvhet som krävs för fullständig stagning hos ett normalkraftsbelastat element stagat mitt i dess spännvidd, enligt Figur 3.20 beräknas som

$$k_{ideal} = \frac{2P_{cr}}{L_b} \quad (3.15)$$



Figur 3.20. Normalkraftsbelastat element, fullständigt stagat mitt i dess spännvidd

Vid konstant momentbelastning kan den erforderliga stagningsstyvheten beräknas approximativt enligt samma metod. Den kritiska normalkraften beräknas då som

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{yc}}{L_b^2} \quad (3.16)$$

där  $I_{yc}$  är tröghetsmomentet runt elementets tyngdpunkt för den tryckta halvan av balken [ $m^4$ ]

Detta utgörs av halva tröghetsmomentet för hela balken och beräknas därmed som

$$I_{yc} = \frac{I_y}{2} = \frac{b^3 h}{24} \quad (3.17)$$

där  $b$  är balkens tvärsnittsbredd [m]

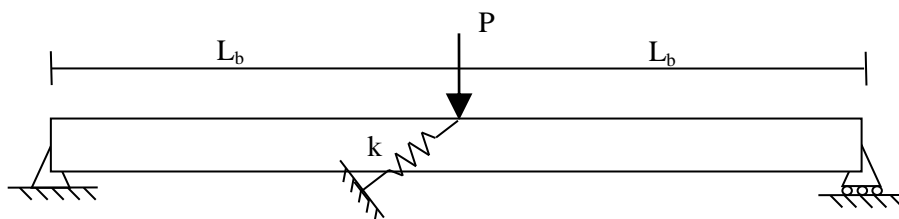
$h$  är balkens tvärsnittshöjd [m]

Vid punktbelastning mitt på balken är momentbelastningen inte konstant över elementet utan den erforderliga stagningsstyvheten måste dock korrigeras med hänsyn till momentfördelningen. Enligt Helwig och Yura (1996) är den erforderliga stagningsstyvheten för detta fall 1.56 gånger större än vid konstant böjmoment. För att erhålla en uppskattning på den säkra sidan multipliceras stagningsstyvheten med faktorn  $C_b = 1.75$ . Sker belastning och stagning vid balkens ovkant istället för i den tyngdpunkt måste styvheten dessutom ökas med en faktor,  $C_L$ , för att ta hänsyn till detta.  $C_L$  kan enligt Helwig och Yura (1996) sättas till 2.2 för fallet med en stagpunkt mitt i balkens spännvidd. Utifrån dessa korrektioner kan den erforderliga stagningsstyvheten för fallet enligt Figur 3.21 beräknas som

$$k_{ideal} = C_b C_L \frac{2\pi^2 EI_{yc}}{L_b^3} = 1.75 \cdot 2.2 \frac{2\pi^2 EI_{yc}}{L_b^3} = \frac{1.75 \cdot 2.2 \cdot 2\pi^2}{24} \cdot \frac{Eb^3 h}{(L/2)^3} \approx 25.33 \cdot \frac{Eb^3 h}{L^3} \quad (3.18)$$

Observera här att  $L_b$  betecknar avståndet från stöd till stagpunkt, dvs. halva balkens spännvidd medan  $L$  betecknar hela balkens spännvidd.





Figur 3.21. Gaffellagrad balk belastad och stagad i dess ovankant i mittspannet

Vid andra belastnings och stagningsfall ska formeln korrigeras med andra korrektionsfaktorer. Som en konservativ uppskattning kan den erforderliga stagningsstyvheten för en I-balk förenklat beräknas för samtliga belastnings situationer som (Helwig & Yura, 1996)

$$k_{ideal} = \alpha \cdot \frac{M_f}{hL_b} \quad (3.19)$$

där  $\alpha$  är 10 för belastningsformer som endast orsakar tryck i antingen balkens ovan- eller underkant och 20 för belastningsformer som orsakar tryck i såväl balkens ovan som dess underkant

$M_f$  är det maximala momentet i balken [Nm]

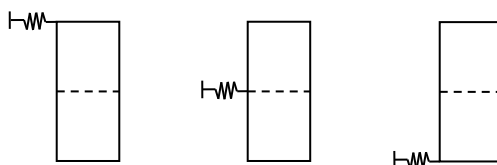
$L_b$  är avståndet mellan stagpunkterna [m]

### Inverkan av stagnings placering i förhållande till belastningsnivån

Vanligtvis stagas en balk inte över hela dess tvärsnitt utan endast i det snitt där de stagande elementen fästs in. Hur stagnings styvhet påverkar vippningsformen och vippningslasten kommer därför vara starkt sammankopplat med stagnings placering i tvärsnittet. Om stagningen placeras på samma nivå som, eller högre upp i tvärsnittet än, belastningen kommer balkes ovankant vid full stagning inte kunna vippa ut i det stagade snittet (Statens stålbyggnadskommitté, 1983 [1973]) utan istället sker vippningen mellan stagpunkterna.

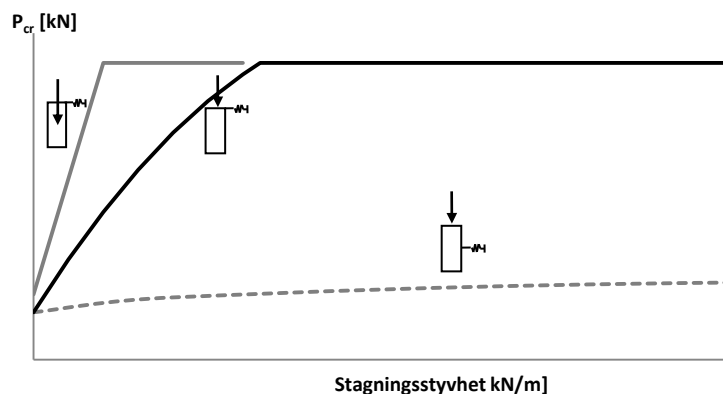
Placeras däremot stagningen på en lägre nivå än belastningen kan vippning fortfarande inträffa i den belastade punkten (Statens stålbyggnadskommitté, 1983 [1973]) och stagnings effekt blir därmed avsevärt lägre. Bäst effekt får stagningen om balkens tryckta kant, vanligtvis dess ovankant, stagas medan stagning i tyngdpunkten ger lägre effekt och stagning i balkens dragna kant har än lägre inverkan på vippningslast för balken. (Thelandersson, 2001)

I denna rapport utreds tre principiella stagningsplaceringar, i balkens ovankant, i dess tyngdpunkt respektive i dess underkant. I samtliga fall stagas balken i mittspannet. De tre stagningsplaceringarna illustreras i Figur 3.22.



Figur 3.22. Princip för stagnings placering

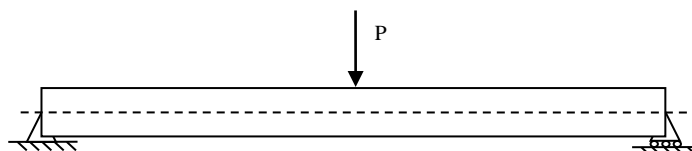
Det principiella sambandet mellan stagningsstyvhets och vippningslast hos en fritt upplagd, gaffellagrad balk belastad av en punktlast samt stagad mitt i dess spännvidd presenteras i Figur 3.23 för tre olika placeringar av stagning och punktbelastning. Som framgår är effekten av stagning som placeras på samma nivå som eller högre upp än belastningen långt effektivare än stagning på en lägre nivå än belastningen. En stagning, placerad mitt i spännvidden på samma nivå som eller högre upp än lasten, kan öka vippningskapaciteten med upp till tre gånger jämfört med vippningslasten hos den ostagade balken. (Helwig & Yura, 1996)



Figur 3.23. Principiellt samband mellan kritisk last och stagningsstyvhets vid varierande placering av stagning och punktbelastning

### 3.2.4. Referensfall för vippningsberäkningar

Fallet med en punktlast ovanpå balken, mitt mellan dess stöd, enligt Figur 3.24, används som referensfall vid samtliga beräkningar och FE-modelleringar.



Figur 3.24. Belastningsfall vid excentrisk punktlast

Referensbalken har spännvidden 20 meter och tvärsnittsmåtten  $100 \times 1000 \text{ mm}^2$ . Den är utförd i limträ i hållfasthetsklass L40. Medelvärden på dess elasticitetsmodul är därmed 13000 MPa och medelvärden på dess skjuvmodul är 850 MPa. (Isaksson & Mårtensson, 2008)



# Kapitel 4

## Dimensionering med hänsyn till vippning

Risken för vippning beaktas enligt limträhandboken (*Carling, 2008*) genom att den dimensionerande bärförmågan multipliceras med en reduktionsfaktor för vippning,  $k_{crit}$ . Denna faktor beräknas enligt följande:

$$k_{crit} = \begin{cases} 1,0 & \text{för } \lambda_m \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75\lambda_m & \text{för } 0,75 < \lambda_m < 1,40 \\ 1/\lambda_m^2 & \text{för } 1,40 \leq \lambda_m \end{cases} \quad (4.1)$$

Där  $\lambda_m$  är balkens slankhetstal vilket beräknas som

$$\lambda_m = \sqrt{\frac{f_m}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{bh^2 f_m}{6M_{crit}}} \quad (4.2)$$

där  $f_m$  är dimensionerande böjhållfasthet [Pa]  
 $\sigma_{m,crit}$  är maximal böjspänning med avseende på vippning [Pa]  
 $M_{crit}$  är kritisk vippningsmoment beräknat enligt elasticitetsteorin [Nm]

Det kritiska momentet kan för en balk med konstant tvärsnittshöjd beräknas som

$$M_{crit} = \frac{\pi\sqrt{EI_y \cdot GK_v}}{l_e} \quad (4.3)$$

där  $I_y = \frac{bh^3}{12}$   
 $K_v = \frac{b^3h}{3}(1 - 0,63b/h)$   
 $E$  är dimensionerande värde på elasticitetsmodul enligt norm  
 $G$  är dimensionerande värde på skjuvmodul enligt norm  
 $l_e$  är den effektiva balklängden

Den effektiva balklängden är beroende av lastfördelning, upplagsvillkor, spännvidd samt lastangreppspunkt. Om balken är punktvis stadgad får  $l_e$  räknas som det minsta av avstånden från stöd till momentnollpunkt respektive stagpunkt.

För en fritt upplagd, gaffellagrad balk med belastning längst tyngdpunktsaxeln blir den effektiva balklängden för fallen med en punktlast mitt på balken, jämt utbredd last respektive konstant böjmoment

Punktlast mitt på balken:  $l_e = 0,75 \cdot l$  (4.4)

Jämt utbredd last:  $l_e = 0,90 \cdot l$  (4.5)

Konstant böjmoment:  $l_e = l$  (4.6)

Om lasten angriper i balkens överkant ska den effektiva längden ökas med dubblad balkhöjden medan den ska minskas med halva balkhöjden om lasten angripen i balkens underkant.

De element som utnyttjas för att sidostaga den vippningsbelastade balken ska, utöver andra horisontella laster även dimensioneras för en tillskottslast till följd av initiella imperfektioner. Denna tillskottslast beräknas som

$$q_{stag} = k_l \frac{n \cdot M}{50l \cdot h} (1 - k_{crit}) \quad (4.7)$$

där  $M$  är maximalt moment i balken [Nm]  
 $h$  är balkens höjd [m]  
 $l$  är den stagande konstruktionens spännvidd [m]  
 $n$  är antalet sidostagade balkar  
 $k_{crit}$  är reduktionsfaktorn för vippning enligt ekvation 4.1  
 $k_l = \min \left\{ \frac{1}{\sqrt{0.15/l}} \right\}$

Anslutningen mellan balken och de stagande elementen dimensioneras för kraften

$$F_1 = q_{stag} \cdot a/n \quad (4.8)$$

där  $a$  är centrumavståndet mellan de stagande elementen, eller vid stagande plåt, avståndet mellan skruvarna [m]

Den sidostagande konstruktionens styvhet ska vara så stor att utböjningen inte överstiger  $l/700$  vid staglasten  $q_{stag}$ .

# Kapitel 5

## Finita elementmetoden och FEM-Design

### 5.1. Finita Elementmetoden

De fysiska fenomen som uppstår inom mekaniken kan vanligtvis simuleras med hjälp av differentialekvationer. Problemen är dock ofta alltför avancerade för att kunna lösas med analytiska metoder. Finita element metoden är en metod för att numeriskt, approximativt lösa dessa ekvationer. Utmärkande för finita element metoden är att istället för att försöka hitta en approximation som gäller för hela problemregionen delas denna upp i mindre delar, så kallade finita element, varefter separata approximationer görs för varje element. Approximationerna för elementen utgörs av interpolationer över elementen där förhållandena antas vara kända i vissa punkter. Dessa punkter kallas noder och placeras ofta längst elementens ränder. Hur förhållandena varierar mellan noderna uttrycks med hjälp av de aktuella approximationerna. Approximationerna för elementen görs vanligtvis relativt enkla med hjälp av polynomuppskattningar på linjär, kvadratisk eller kubisk form. Genom en finita element indelning räcker det därmed att bestämma förhållandena i elementens noder för att få en approximation av förhållandena i alla punkter i systemet. Problemet har därmed förenklas från ett oändligt till ett ändligt antal frihetsgrader och kan således lösas med hjälp av numeriska metoder. Då elementindelningen görs allt finare och antalet noder allt fler kommer den aktuella approximationen att konvergera mot den verkliga lösningen på problemet. Detta medför dock även att beräkningarna blir allt mer omfattande. (*Ottosen & Petersson, 1992*)

#### 5.1.1. Egenvärdesanalys

För att bestämma instabilitetslasterna för de analyserade konstruktionselementen har den inbyggda stabilitetsanalysen i det finita elementbaserade datorprogrammet FEM-Design använts. Denna innebär att en egenvärdesanalys utförs. Egenvärdesanalysen innebär att den last då systemet styvhetsmatris blir singular beräknas. Denna last motsvarar systemets lägsta egenvärde dvs. det lägsta värdet,  $\lambda$ , som löser ekvationen (*StruSoft 2010a*)

$$\det[K + \lambda K_G(N)] = 0 \quad (5.1)$$

där  $K$  är den linjära styvhetsmatrisen för systemet  
 $K_G$  är den geometriska styvhetsmatrisen för systemet  
 $\lambda$  är systemets egenvärde  
 $N$  är normalkraftsfördelningen i systemet

Resultatet av beräkningarna blir de kritiska lasterna och motsvarande, principiella, utböjningsmoder. Analysen är en linjär stabilitetsanalys vilket medför att deformationerna förutsätts vara små. (*StruSoft 2010a*)

### 5.2. FEM-Design

I rapporten har programvaran FEM-Design, 3D-structure används för lösning av finita elementproblem. FEM-Design är utvecklat för FE-analys och dimensionering av lastbärande

konstruktioner av stål, betong eller trä. Programvaran behärskar statiska och dynamiska beräkningar, instabilitets- och jordbävninganalyser samt dimensioneringsberäkningar av såväl stål och betong som av trä. (*Structural Design Software in Europe AB, 2011*)

Programvaran saknar dock möjlighet att lösa egenvärdesproblem för vippningsberäkningar gjorda med balkelement (*Persson, 2011*). Istället modelleras balkarna i rapporten med hjälp av FEM-Designs inbyggda kontroll för plattstrukturer, Plate. Plattorna är här en vertikal struktur definierad som ett plan med en bestämd tjocklek enligt strukturens verkliga egenskaper. (*StruSoft 2010b*) Vid stabilitetsanalys fås den kritiska lasten och motsvarande utböjningsmod. Utböjningsmoden anger endast den principiella utböjningsformen och går inte att använda för att ta fram de verkliga förskjutningarna eller stagkrafter.

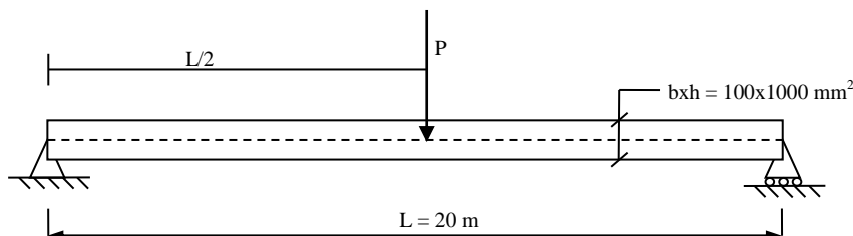
I FEM-Design definieras upplag genom att dess styvhet anges. Det är således inte möjligt att ange att förskjutningen i en punkt skall vara noll utan istället anges en tillräckligt stor styvhet för att förskjutningen skall vara försumbar.

### 5.2.1. Inverkan av elementtyp och elementindelning

Balkarna modelleras i FEM-Design med hjälp programvarans inbyggda wall-funktion. De element som används vid modelleringen är FEM-Designs 3D slab element. Dessa är isoparametriska skalelement med fyra eller nio noder. Elementen har sex frihetsgrader i varje nod, tre för translation och tre för rotation. Huruvida elementen har fyra eller nio noder beror på om FEM-Designs standardelement eller dess fina element används. (*StruSoft 2010a*) För att undersöka erforderligt antal element och lämpligt antal noder per element utförs en konvergenskontroll.

Vid beräkningar med skalelement beaktas, till skillnad från vid beräkningar enligt balkteorin, skjuvdeformationerna (*Gere & Timoshenko, 1961*). Detta medför att en modell med skalelement blir vekare än en modell med balkelement. Hur stor inverkan försummandet av skjuvdeformationerna har är starkt sammankopplat med materialets styvhet mot skjuvdeformationer, dvs. dess skjuvmodul. Stål har betydligt högre skjuvmodul än trä, både avseende absolut skjuvmodul och avseende skjuvmodulens förhållande till elasticitetsmodulen. För limträ i hållfasthetsklass L40 utgör skjuvmodulen endast 6.5 % av elasticitetsmodulen medan skjuvmodulen för stål utgör 38.5% av värdet på dess elasticitetsmodul. Avvikelsen mellan en modell enligt balkteorin och en modell enligt skalteorin är således större för en balk i trä eller limträ än för en stålbalk.

Vid konvergenstrollen där resultatet av modelleringen jämförs med den analytiska vippninglasten beräknad utifrån balkteorin används därför en isotrop stålbalk med referensgeometrin belastad i balkens tyngdpunkt, enligt Figur 5.1.



Figur 5.1. Aktuell geometri

Balkens analytiska vippningslast beräknas som

$$P_{cr} = \frac{16,94\sqrt{EI_y GK_v}}{L^2} = 89067 \text{ N} \quad (5.2)$$

För att möjliggöra att den pålagda lasten alltid hamnar i en nod partitioneras modellen så att en nod placeras i balkens tyngdpunkt. Resultatet av modelleringen presenteras i Tabell 5.1. nedan tillsammans med avvikelsen från den analytiska vippningslasten. Detta visar tydligt att elementen med 9 noder ger ett resultat med god noggrannhet redan vid relativt grov elementindelning medan standardelementen med endast 4 noder kräver betydligt finare elementindelning.

Elementstorlek [m <sup>2</sup> ]	Standardelement (4 noder)		Fina element (9 noder)	
	P <sub>cr</sub> [N]	Avvikelse [%]	P <sub>cr</sub> [N]	Avvikelse [%]
8 m <sup>2</sup>	606825	-31.80	845782	-4.95
4 m <sup>2</sup>	654822	-26.41	874798	-1.69
2 m <sup>2</sup>	746562	-16.10	898798	1.01
1 m <sup>2</sup>	831054	-6.60	906394	1.86
0.5 m <sup>2</sup>	880556	-1.04	894799	0.56
0.25 m <sup>2</sup>	878240	-1.30	888490	-0.15
0.125 m <sup>2</sup>	902742	1.45	892172	0.26
0.063 m <sup>2</sup>	903224	1.51	890054	0.03
0.032 m <sup>2</sup>	907995	2.04	891101	0.14
0.016 m <sup>2</sup>	904293	1.63	891123	0.15
0.008 m <sup>2</sup>	900772	1.23	891158	0.15
0.004 m <sup>2</sup>	897028	0.81	891211	0.16
0.002 m <sup>2</sup>	894659	0.54	891572	0.20
0.001 m <sup>2</sup>	893209	0.38	891979	0.24

Tabell 5.1. Kritisk vippningslast för olika elementtyper och elementantal





# Kapitel 6

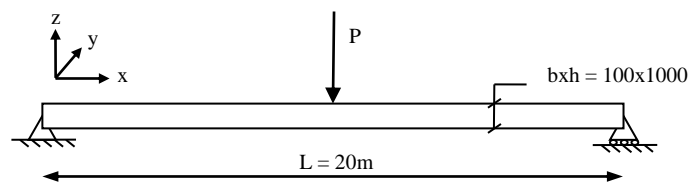
## FE-analys av vippning hos stagade träelement

### 6.1. FEM-modellen

#### 6.1.1. Geometri

Vid finita elementanalysen av de vippningsbelastade träbalkarna används en referensbalk med en angiven grundgeometri. Utifrån den ändras sedan balkens tvärsnittsegenskaper, belastningsfall samt stagningssegenskaper för att undersöka hur respektive parameter påverkar resultatet.

Referensbalken är den samma som i avsnitt 3.2.4 och har således tvärsnittet  $100 \times 1000 \text{ mm}^2$ , spännvidden 20 meter och är utförd av limträ i hållfasthetsklass L40.

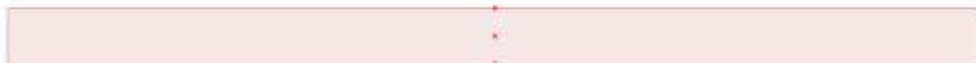


Figur 6.1. Grundgeometri vid modelleringarna

I grunduppställningen belastas balken av en punktlast i balkens ovankant, mitt mellan dess stöd och stagas av eventuell stagning i samma punkt. Referensfallet illustreras i Figur 6.1. Vid modelleringarna stagas referensbalken i samma punkt som den belastas, dvs. i dess ovankant.

#### 6.1.2. Elementindelning

Vid modelleringen används 3D slab-element med nio noder per element. Balken partitioneras så att tre noder hamnar ovanför varandra i balkens mittsnitt enligt Figur 6.2. Detta för att last och stagning ska kunna påföras i en nod vid samtliga belastningsfall. Elementindelningen som används vid modelleringarna visas i Figur 6.3.



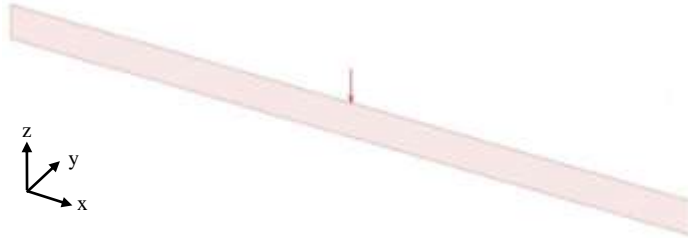
Figur 6.2. Partitionering av balken



Figur 6.3. Elementindelning vid vippningsmodelleringar

### 6.1.3. Laster

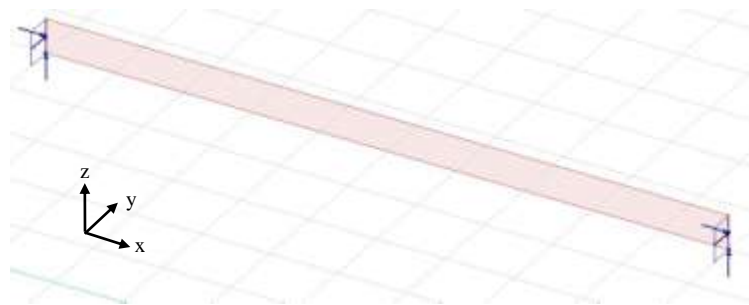
Balkarna utsätts vid finita elementanalysen av en punktlast som angriper i balkens vertikala symmetri linje mitt mellan upplagen. Lastens angreppspunkt i höjddled varierar utifrån referensfallet med lasten centriskt, mitt i balken. Fallet med belastning i balkens ovankant visas i Figur 6.4.



Figur 6.4. Belastning i balkens tyngdpunkt

### 6.1.4. Upplagsvillkor

Balkarna modelleras som fritt upplagda, gaffellagrade balkar. Detta görs genom att punktupplag som förhindrar förskjutning i y- och z-led samt ett linjeupplag som förhindrar vridning runt x-axeln införs. Principen för dessa upplag visas i Figur 6.5.



Figur 6.5. Modellerade upplagsvillkor

Styvheten hos punktupplagen sätts till  $10^{10}$  N/m och styvheten hos linjeupplagen sätts till  $10^7$  N/m<sup>2</sup>. Detta motsvarar FEM-Designs rekommenderade värden för fasta upplag.

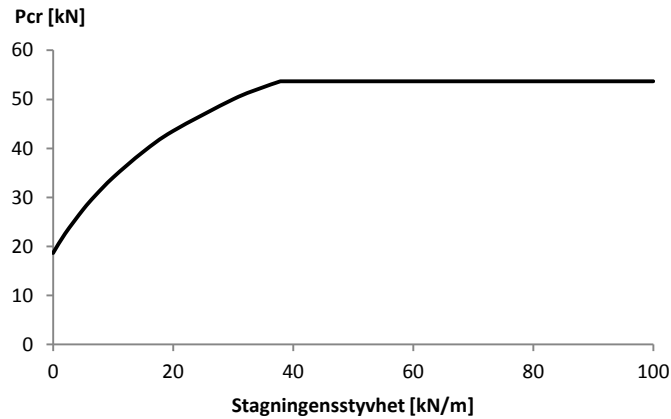
Stagningen påförs balken som ett punktupplag med aktuell styvhet och angreppspunkt. Principen för detta visas för fallet med stagning i tyngdpunkten i Figur 6.6.



Figur 6.6. Stagningmodellering med hjälp av punktupplag

## 6.2. Grundmodellen

För att utreda stagningens inverkan på den kritiska vippningslasten samt vippningsmodens utseende modelleras referensbalken med varierande värde på stagningsstyvhets. Sambandet mellan stagningsstyvhetsen och vippningslasten utifrån modelleringarna presenteras i Figur 6.7.

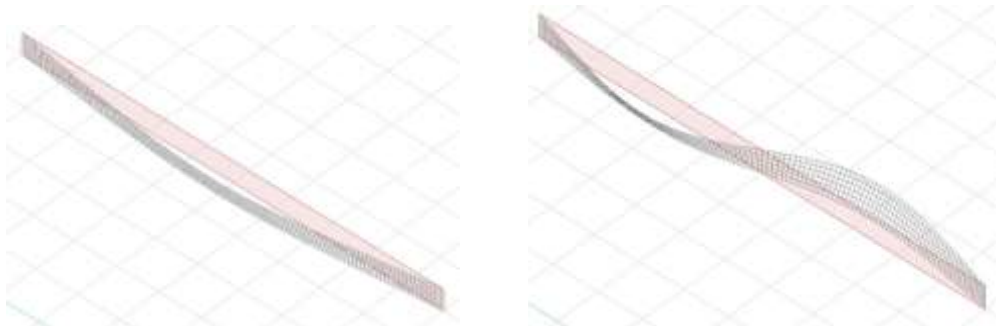


Figur 6.7. Modellerat samband mellan stagningsstyvhets och kritisk vippningslast för grundmodellen

Den kritiska lasten för den ostagade balken modelleras till 18.7 kN medan den vid full stagning fås till 53.7 kN, dvs. 2.9 gånger större än vippningslasten för den ostagade balken.

För att kontrollera hur stor inverkan de försummade skjuvdeformationerna har på den beräknade vippningslasten beräknas även vippningslasten vid ostagad vippning för motsvarande balk enligt Bernoulli-Eulers balkteorin. Denna beräknas enligt ekvation 3.10 till 20.7 kN, dvs. 11.1 % högre än den modellerade vippningslasten. Den ideala stagningsstyvhets som krävs för att uppnå maximal vippningslast är enligt modelleringen 37.9 kN/m. Enligt den approximativa metod för beräkning av erforderlig stagningsstyvhets som presenterats i avsnitt 3.2.3 beräknas den ideala stagningsstyvhetsen till 41.2 kN/m, dvs. 8.6 % högre än vid modelleringen.

Vi stagningsstyvhets under den ideala vippar balken ut i en mod som kan liknas vid en halvsinusvåg medan den vid stagningsstyvhets lika med eller över den ideala vippar balken ut i en mod som kan liknas vid två halvsinusvågor. Båda dessa utböjningsformer presenteras i Figur 6.8. I båda fallen är deformationen störst i balkens ovankant.

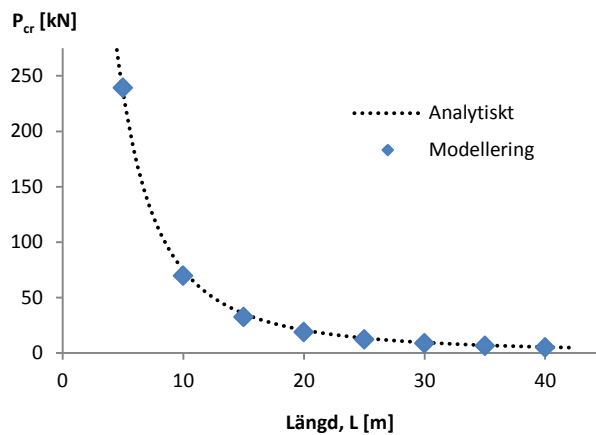


Figur 6.8. Utböjningsformer vid ostagad vippning respektive vippning vid full stagning

## 6.3. Varierande geometri och materialdata

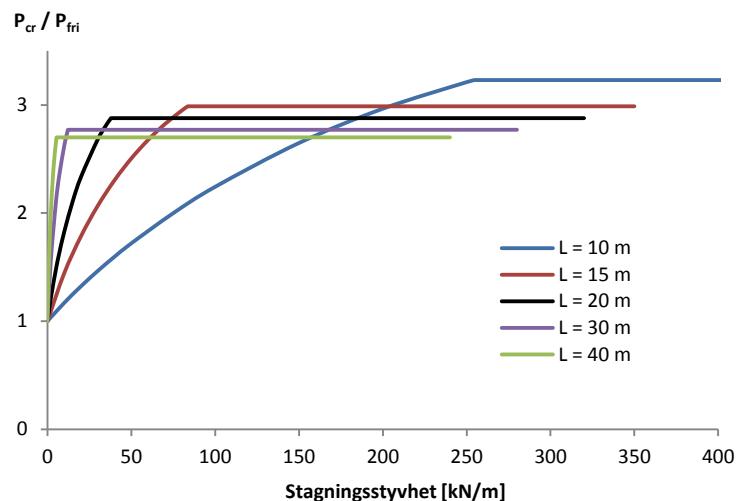
### 6.3.1. Längd

Balkens spännvidd påverkar såväl den kritiska vippningslasten,  $P_{cr}$ , som den ideala stagningsstyvheten,  $k_{ideal}$ . Den kritiska vippningslasten modelleras därför utifrån referensfallet för varierande värden på spännvidden och stagningsstyvheten. Det modellerade sambandet mellan balklängd och den kritiska vippningslasten för en ostagad balk visas i Figur 6.9. tillsammans med motsvarande kurva beräknad enligt balkteorin, enligt avsnitt 3.2.2. Kurvorna visar relativt god överensstämmelse för de aktuella spännvidderna.



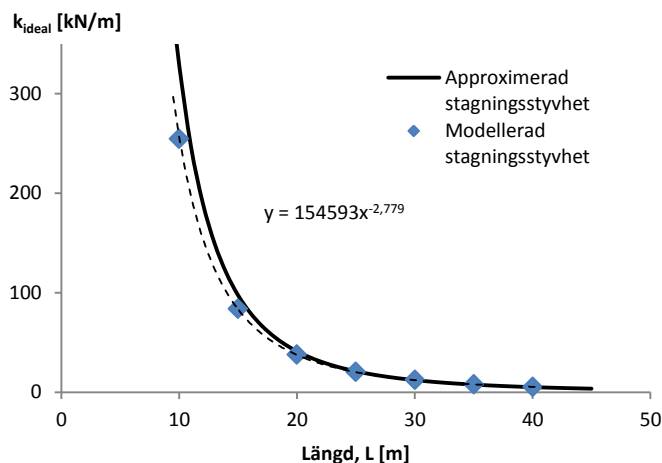
Figur 6.9. Samband mellan balklängd och kritisk vippningslast vid ostagad vippning

Då stagning införs ökar den kritiska vippningslasten. Det modellerade sambandet mellan stagningsstyvheten och den kritiska vippningslasten presenteras för varierande spännvidd i Figur 6.10. På y-axeln redovisas kvoten mellan den kritiska vippningslasten vid aktuell stagning och vippningslasten för den ostagade balken.



Figur 6.10. Samband mellan stagningsstyvhete och kritisk vippningslast för varierande spännvidder

Den ideala stagningsstyvhets som krävs för att uppnå maximal vippningslast är lägre för längre spännvidder och högre för kortare spännvidder. I Figur 6.11 presenteras sambandet mellan balkens spännvidd och modellerad ideal stagningsstyvhets. Genom att anpassa en potensfunktion till dessa värden fås förhållandet mellan ideal styvhets och balklängden. Enligt detta samband är den ideala stagningsstyvhetsen omvänt proportionell mot balklängden upphöjt i 2.78. I figuren presenteras även approximerade stagningsstyvhets beräknade enligt metoden i avsnitt 3.2.3. Kurvorna visar relativt god överensstämmelse med den approximerade kurvan som en något mer konservativ modell.

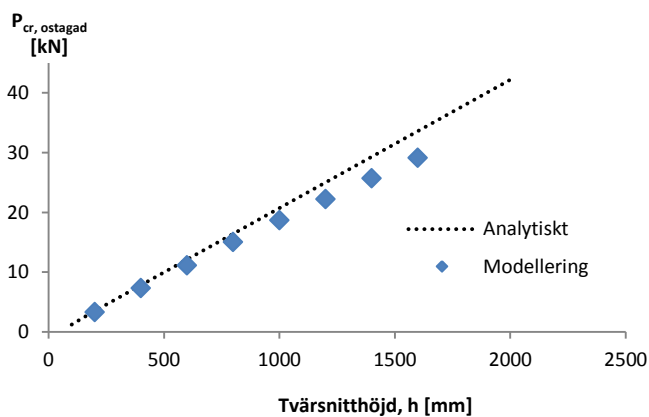


Figur 6.11. Samband mellan spännvidd och ideal stagningsstyvhets

### 6.3.2. Tvärsnitt

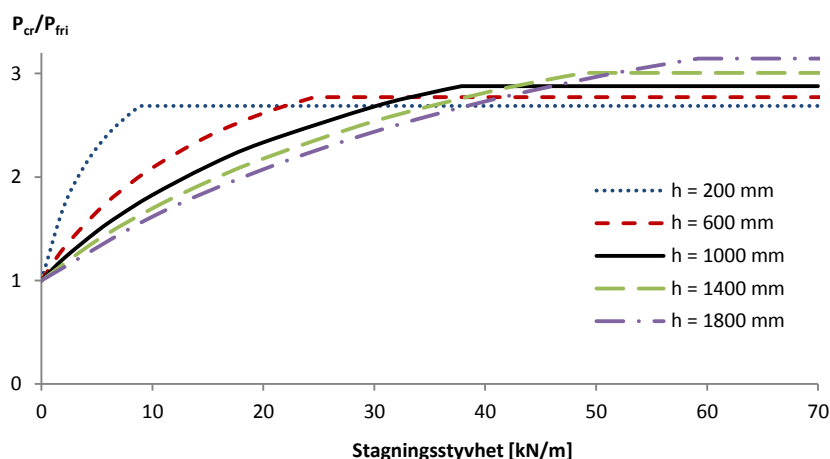
#### Tvärsnittshöjd

Även balkens tvärsnittshöjd påverkar den kritiska vippningslasten,  $P_{cr}$ , och den ideala stagningsstyvhetsen,  $k_{ideal}$ . Den kritiska vippningslasten modelleras därför utifrån grundfallet för varierande värden på tvärsnittshöjden och stagningsens styvhets. Det modellerade sambandet mellan tvärsnittshöjden och den kritiska vippningslasten för en ostagad balk visas i Figur 6.12. tillsammans med motsvarande kurva beräknad enligt balkteorin, enligt avsnitt 3.2.2. Kurvornas principiella utseende visar relativt god överensstämmelse för de aktuella tvärsnittshöjderna.



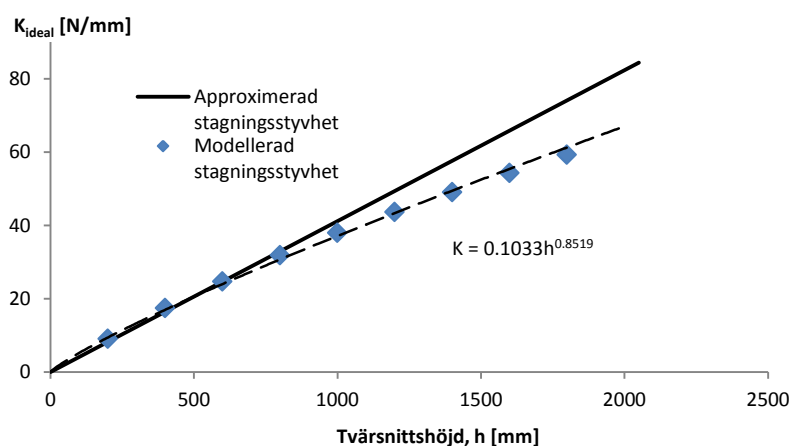
Figur 6.12. Samband mellan tvärsnittshöjd och kritisk vippningslast vid ostagad vippning

I Figur 6.13 presenteras sambandet mellan stängningens styvhet och kvoten mellan den kritiska vippningslasten vid aktuell styvhet och vid fri vippning för varierande tvärsnittshöjder. Kurvorna uppvisar liknande utseende men såväl den ideala styvhet som krävs för att uppnå full stängning,  $k_{ideal}$  som kvoten mellan kritisk last vid full stängning och kritisk last för den ostagade balken ökar med ökad tvärsnittshöjd.



Figur 6.13. Kvoten mellan den kritiska vippningslasten vid aktuell styvhet ( $P_{cr}$ ) och vid fri vippning ( $P_{fri}$ ) som funktion av stängningens styvhet för ett antal olika värden på tvärsnittshöjden ( $h$ )

Sambandet mellan tvärsnittshöjd och ideal styvhet presenteras i Figur 6.14. Genom kurvanpassning av en potensfunktion fås förhållandet mellan ideal styvhet och tvärsnittsbredden. Enligt detta är den ideala styvheten proportionell mot tvärsnittshöjden upphöjt i 0.85. I figuren presenteras även approximerade stängningsstyvheter beräknade enligt metoden i avsnitt 3.2.3. Den approximativa metoden underskattar här stängningsstyvheten något för balkar med liten tvärsnittshöjd medan stängningsstyvheten överskattas vid större balkhöjder.

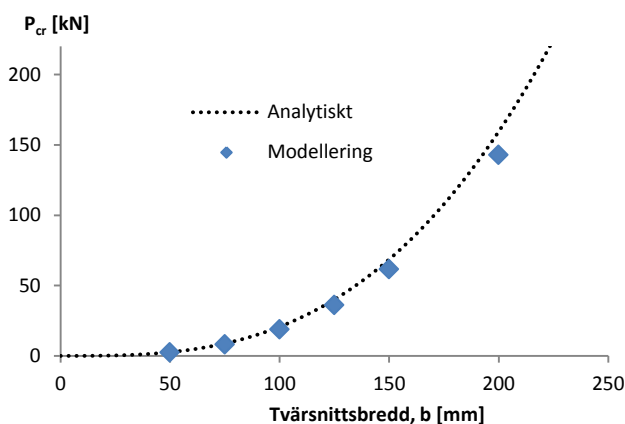


Figur 6.14. Samband mellan tvärsnittshöjd och den ideala styvheten,  $k_{ideal}$

### Tvärsnittsbredd

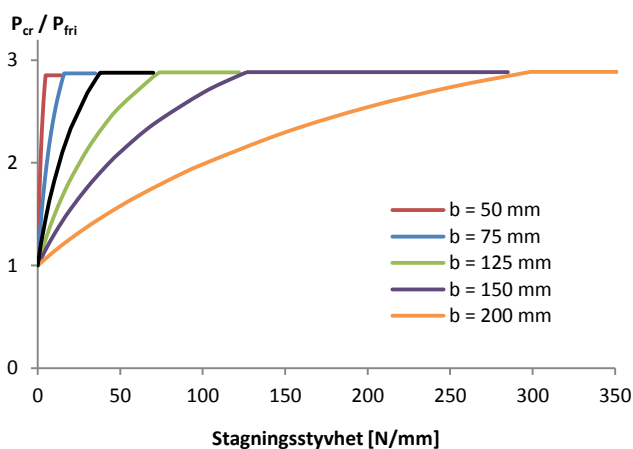
Sambandet mellan tvärsnittsbredd och kritisk last vid ostagad vippning utifrån modelleringarna presenteras tillsammans med motsvarande analytiska kurva enligt avsnitt 3.2.2. i Figur 6.15. Kurvorna visar relativt god överensstämmelse vid låga värden tvärsnittsbredden men vid grövre dimensioner

överskattar uppskattningen utifrån balkteorin vippningskapaciteten jämfört med värdena enligt FE-analysen.



Figur 6.15. Samband mellan tvärsnittsbredd och kritisk vippningslast vid ostagad vippning

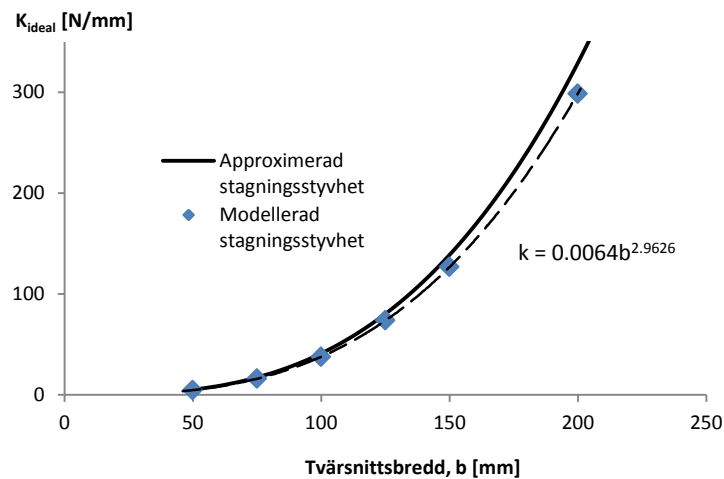
Kvoten mellan den kritiska vippningslasten vid aktuell styvhet och vid fri vippning visas som funktion av stagningens styvhet för ett antal olika värden på tvärsnittsbredden i Figur 6.16. Kurvorna uppvisar liknande utseende med samma kvot mellan den kritisk last vid full stagning och kritisk last för den ostagade balken. Den ideala styvhet som krävs för att uppnå full stagning,  $k_{ideal}$ , ökar dock med ökande tvärsnittsbredd.



Figur 6.16. Kvoten mellan den kritiska vippningslasten vid aktuell styvhet ( $P_{cr}$ ) och vid fri vippning ( $P_{fri}$ ) som funktion av stagningens styvhet för ett antal olika värden på tvärsnittsbredden ( $b$ )

I Figur 6.17 visas den ideala styvheten,  $k_{ideal}$ , som funktion av tvärsnittsbredden,  $b$ , för ett antal olika balkar. Genom att anpassa en potensfunktion till dessa värden fås förhållandet mellan ideal styvhet och tvärsnittsbredden. Detta visar att den ideala styvheten är närmast proportionell mot tvärsnittsbredden i kubik, dvs. samma typ av samband som enligt avsnitt 3.2.2. råder mellan den kritiska vippningslasten och tvärsnittsbredden hos en ostagad balk. De approximerade stagningens styvheterna beräknade enligt metoden i avsnitt 3.2.3 presenteras också tillsammans med de modellerade värdena i figuren. Överensstämmelsen mellan de båda kurvorna är relativt god. Den approximativa metoden överskattar stagningens styvheten något.





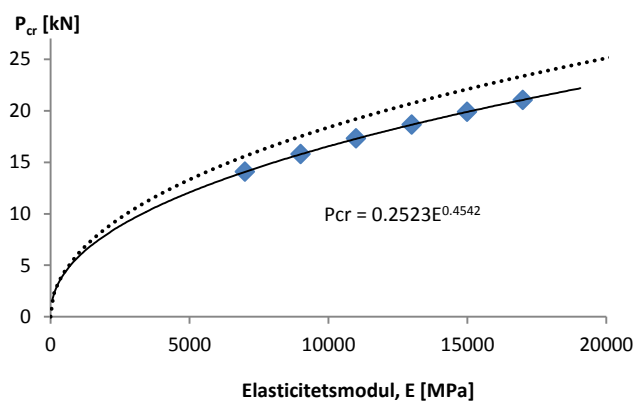
Figur 6.17. Samband mellan tvärsnittsbredd och den ideala styvheten,  $k_{ideal}$

### 6.3.3. Styvhet

Den kritiska vippningslasten är hos en stagad så väl som en ostagad balk starkt sammankopplad med balkens styvhetsegenskaper. Detta betyder att såväl balkens elasticitetsmodul som dess skjuvmodul påverkar risken för instabilitet. För att undersöka detta samband modelleras vippningslasten för referensbalken med varierande värden på såväl elasticitetsmodulen och skjuvmodulen som på stagningens styvhet. Till att börja med utreds elasticitetsmodulens inverkan genom att övriga materialparametrar, inklusive skjuvmodulen, hålls konstanta medan elasticitetsmodulen varieras. Därefter görs motsvarande modelleringar medan elasticitetsmodulen hålls konstant och skjuvmodulen varieras.

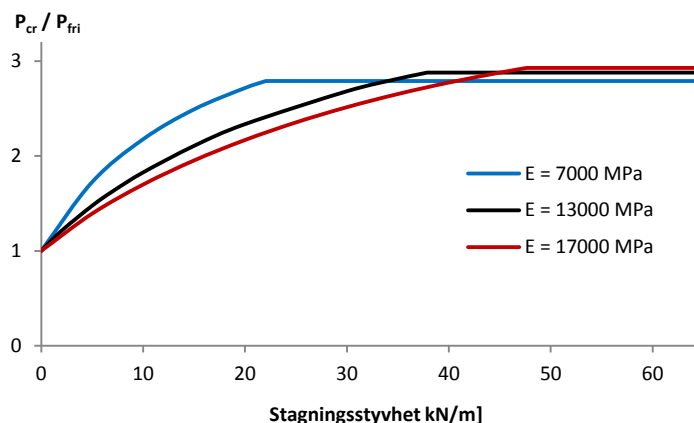
#### Elasticitetsmodul

Det modellerade sambandet mellan elasticitetsmodul och den kritiska vippningslasten för en ostagad balk visas i Figur 6.18. tillsammans med motsvarande analytiska kurva, enligt avsnitt 3.2.2. samt en till de modellerade värdena anpassad potensfunktion. Kurvorna visar relativt god överensstämmelse för de aktuella styvheterna. Liksom tidigare är de modellerade vippningslasterna dock cirka 10 % lägre än motsvarande värden beräknade enligt balkteorin.



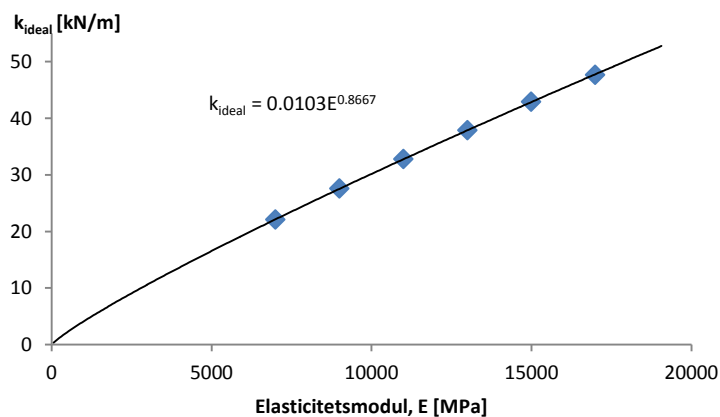
Figur 6.18. Samband mellan elasticitetsmodul och kritisk vippningslast vid ostagad vippning

Den kritiska vippningslasten ökar med ökad stagningsstyvhets upp till den ideala stagningsstyvhets. Detta samband presenteras utifrån modelleringarna för ett antal värden på elasticitetsmodulen i Figur 6.19. På y-axeln redovisas kvoten mellan den kritiska vippningslasten vid aktuell stagnation och vippningslasten för den ostagade balken.



Figur 6.19. Samband mellan stagningsstyvhets och kritisk vippningslast för varierande elasticitetsmoduler

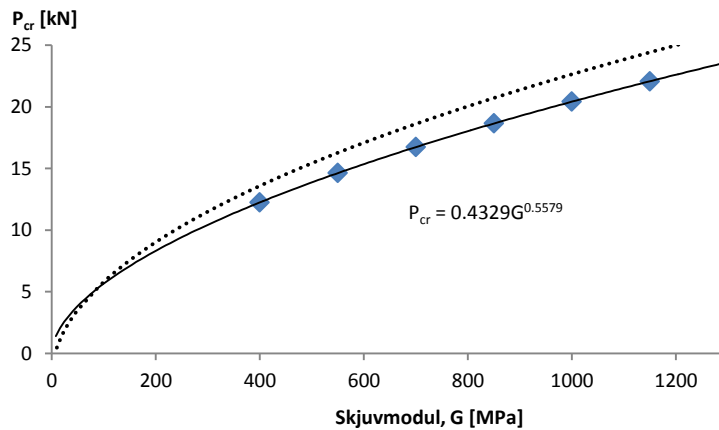
Den styvhets som krävs hos stagningen för att uppnå maximal vippningslast är lägre för lägre elasticitetsmodulen och högre för högre elasticitetsmoduler. För de styvare balkarna blir effekten av stagningen, dvs. kvoten mellan vippningslasten vid full stagnation och vippningslasten vid ostagad vippning något högre. I Figur 6.20. presenteras sambandet mellan balkens elasticitetsmodul och modellerad ideal stagningsstyvhets. Genom att anpassa ett polynom till dessa värden fås förhållandet mellan ideal styvhets och balklängden. Enligt detta samband är den ideala stagningsstyvhetsen är proportionell mot elasticitetsmodulen upphöjt i 0.87.



Figur 6.20. Samband mellan elasticitetsmodul och ideal stagningsstyvhets

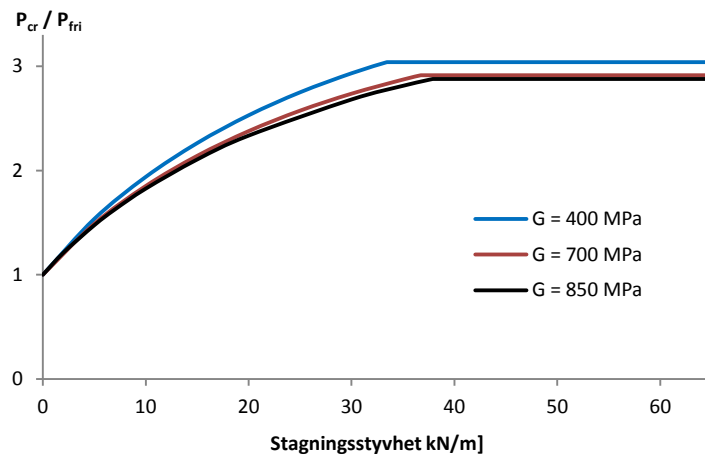
### Skjuvmodul

Skjuvmodulens inverkan undersöks som tidigare nämnts genom att övriga parametrar hålls konstanta medan skjuvmodulen och stagnings styvhets varierar. Det erhållna sambandet mellan för en ostagad balk visas i Figur 6.21. tillsammans med motsvarande kurva beräknad enligt balkteorin, enligt avsnitt 3.2.2. Till de modellerade värdena anpassas en potensfunktion som också presenteras i Figur 6.21. Värdena enligt balkteorin avviker från de modellerade värdena med ca 10%.



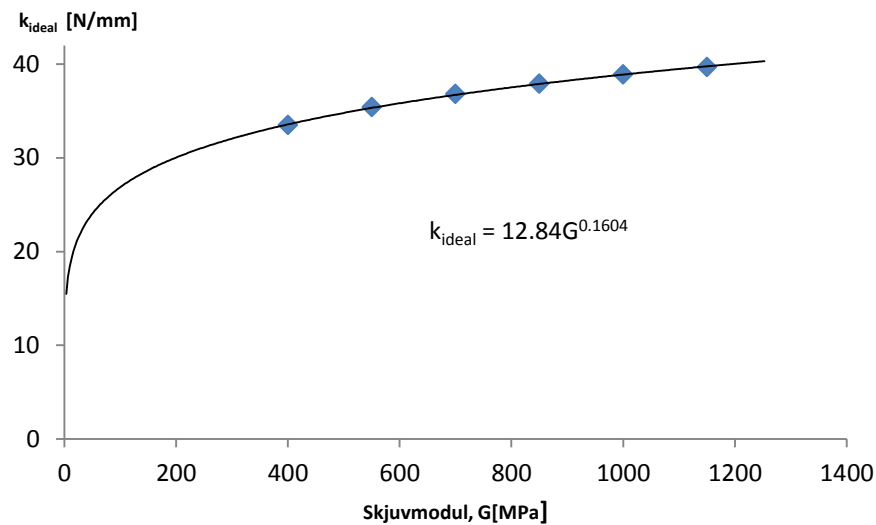
Figur 6.21. Samband mellan skjuvmodul och kritisk vippningslast vid ostagad vippning

Då stagningsstyvheten ökas upp till den ideala styvheten ökar även vippningslasten. Även sambandet mellan stagningsstyvhet och kritisk vippningslast fås genom modelleringar för varierande värden på skjuvmodulen. Dessa samband varierar enligt Figur 6.22.



Figur 6.22. Samband mellan stagningsstyvhet och kritisk vippningslast för varierande skjuvmoduler

Den styvhet som krävs hos stagningen för att uppnå maximal vippningslast är precis som för elasticitetsmodulen lägre för lägre skjuvmodulen och högre för högre skjuvmoduler. Däremot skiljer sig sambandet mellan skjuvmodulen och effekten av stagningen från motsvarande samband för varierande elasticitetsmoduler. För de balkarna med högre skjuvmodul blir effekten av stagningen, dvs. kvoten mellan vippningslasten vid full stagning och vippningslasten vid ostagad vippning något lägre än för balkar med lägre skjuvmodul. Sambandet mellan skjuvmodul och ideal stagningsstyvhet presenteras i Figur 6.23.



Figur 6.23. Samband mellan skjuvmodul och ideal stagningsstyvhet

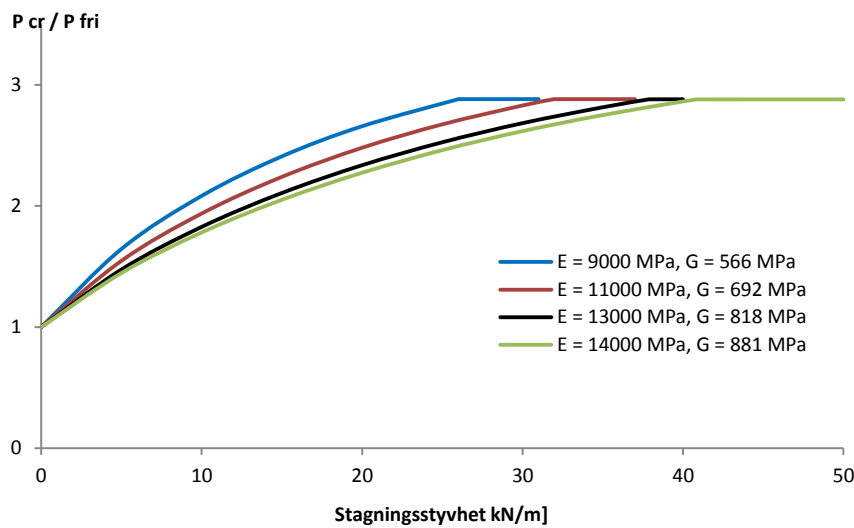
### Hållfasthetsklass

Eftersom skjuvmodulen och elasticitetsmodulen båda är styvhetsgenskaper är dessa också vanligtvis starkt sammankopplade så till vida att ökad elasticitetsmodul också medför en ökad skjuvmodul. Därför undersöks även de aktuella sambanden för styvhetsvärden enligt ett antal olika hållfasthetsklasser. De kritiska vippningslasterna presenteras för dessa hållfasthetsklasser i Tabell 6.1. nedan.

Hållfasthetsklass	E [MPa]	G [MPa]	$P_{cr}$ [kN] Modellering	$P_{cr}$ [kN] Analytiskt	E/G
C 20	9500	590	13.3	14.7	16.2
C 24	11000	690	15.4	17.1	15.9
C 30	12000	750	16.8	18.7	16.0
C 40	14000	880	19.7	21.8	15.9
L 30	12000	800	17.4	19.3	15.0
L 40	13000	850	18.7	20.7	15.3

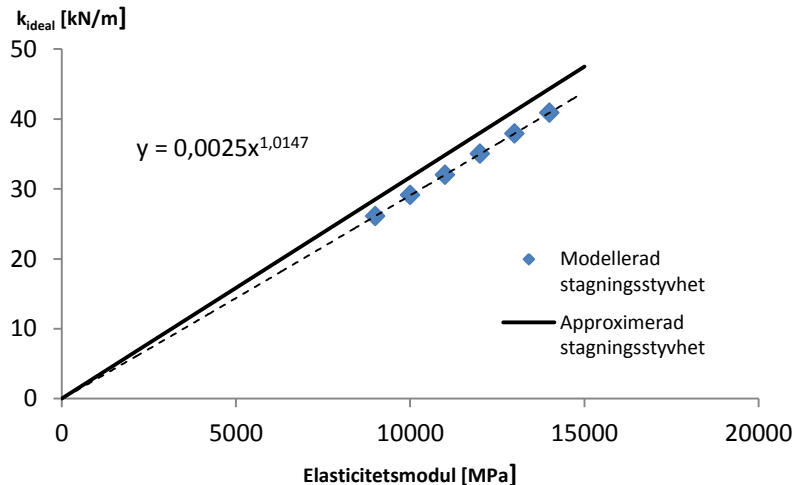
Tabell 6.1. Kritisk last för ostagade balkar av varierande hållfasthetsklass belastade i mittspannet, ovanpå balken

I tabellen presenteras även kvoten mellan elasticitetsmodulen och skjuvmodulen för respektive hållfasthetsklass. Kvoten är relativt konstant, dock något lägre för limträ än för konstruktionsvirke. Utifrån medelvärdet av kvoterna, 15.7, genomförs därför även en modellering där såväl elasticitetsmodulen som skjuvmodulen varierar. Förhållandet mellan dem hålls dock konstant till 15.7. Resultatet av denna modellering presenteras i Figur 6.24. Kvoten mellan vippningslast vid full stagnation och vippningslasten vid ostagad vippning förblir konstant oberoende av styvhetsförändringarna. Den ideala stagningsstyvheten ökar med ökad styvhet.



Figur 6.24. Samband mellan stagningsstyvhetsvärden och kritisk vippningslast för varierande styvhetsvärden. Kvoten mellan elasticitetsmodul och skjuvmodul är konstant 15.7

Sambandet mellan styvhetsvärden och ideal stagningsstyvhetsvärden presenteras i Figur 6.25 i form av den ideala stagningsstyvhetsvärden som funktion av elasticitetsmodulen. Enligt detta samband är stagningsstyvhetsvärden proportionell mot elasticitetsmodulen upphöjt i 1.01. Även det approximerade sambandet enligt avsnitt 3.2.3 presenteras i figuren. Sambanden är likartade med skillnaden att det approximerade sambandet överskattar kraven på stagningsstyvhetsvärden något.



Figur 6.25. Samband mellan balkens styvhetsvärden och ideal stagningsstyvhetsvärden. Skjuvmodulen utgör i samtliga fall 1/15.7 av elasticitetsmodulen.

#### 6.3.4. Inverkan av varierande geometri och materialdata

Utifrån utförda modelleringar har samband för hur respektive tvärsnittsstorhet påverkar den ideala stagningsstyvhetsvärden tagits fram. Genom att kombinera dessa samband erhålls ett samband för hur spännvidd, tvärsnittshöjd, tvärsnittsbredd, elasticitetsmodul samt skjuvmodul påverkar den ideala stagningsstyvhetsvärden. Enligt detta samband kan den ideala stagningsstyvhetsvärden beräknas som

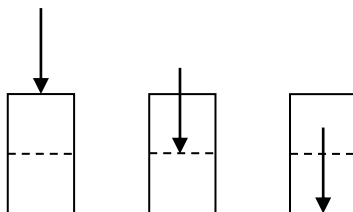
$$k_{ideal} = 10010 \cdot \left(\frac{L}{L_0}\right)^{-2.78} \cdot \left(\frac{b}{b_0}\right)^{2.96} \cdot \left(\frac{h}{h_0}\right)^{0.85} \cdot \left(\frac{E}{E_0}\right)^{1.01} \quad (6.1)$$

där  $k_{ideal}$  är den ideala stagningsstyvheten [kN/m]  
 $L$  är spännvidden [m]  $L_0 = 1 \text{ m}$   
 $b$  är tvärsnittsbredden [m]  $b_0 = 1 \text{ m}$   
 $h$  är tvärsnittshöjden [m]  $h_0 = 1 \text{ m}$   
 $E$  är elasticitetsmodulen [MPa]  $E_0 = 1 \text{ MPa}$

Skjuvmodulen utgör i modellen 1/15.7 av elasticitetsmodulen.

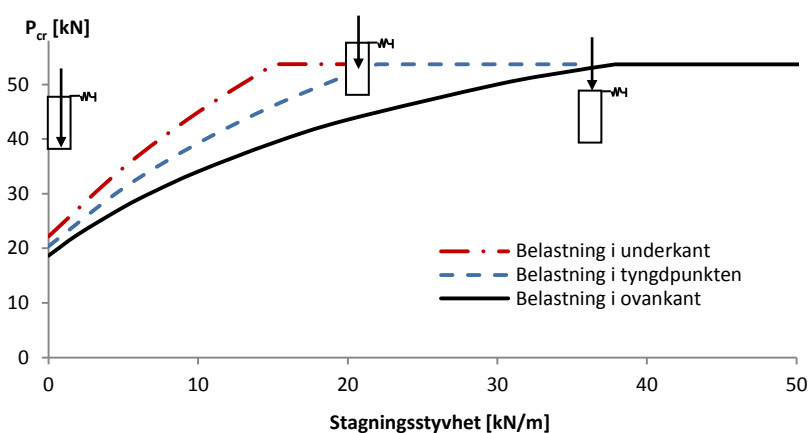
## 6.4. Inverkan av lastens angreppspunkt

Enligt referensfallet för modelleringarna påförs belastningen som en punktlast ovanpå balken. Lastens angreppspunkt i höjddled har dock stor inverkan på vippningsbeteendet. Denna inverkan utreds utifrån tre olika belastningsplaceringar; i balkens ovankant, i dess tyngdpunkt samt i dess underkant, enligt Figur 6.26.



Figur 6.26. Princip för lastens angreppspunkt

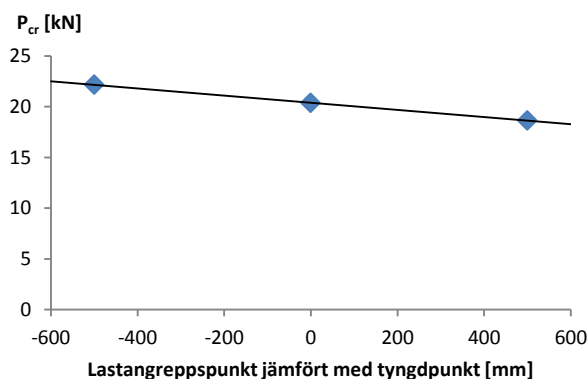
Modelleringsresultatet presenteras i Figur 6.27. Beteendet för de alternativa angreppspunkterna för lasten påminner om beteendet för grundmodellen. Vid belastning i tyngdpunkten är den ideala styvheten lägre än vid belastning i ovankant. Än lägre är den ideala styvheten vid belastning i balkens underkant.



Figur 6.27. Modellerat samband mellan stagningsstyvhet och kritisk last för varierande angreppspunkt för belastningen

Kapaciteten för den ostagade balken ska enligt avsnitt 3.2.2. vara närmast linjärt beroende av avståndet i höjddled mellan balkens tyngdpunkt och belastningens angreppspunkt. I Figur 6.28 presenteras de

kritiska lasterna vid ostagad vippning för de tre belastningsplaceringarna tillsammans med en till modelleringsvärdena anpassad rät linje. Det linjära sambandet stämmer således väl överens med modelleringsvärdena. Den maximala kapaciteten vid full stagnation är den samma oberoende av belastningens angreppspunkt.

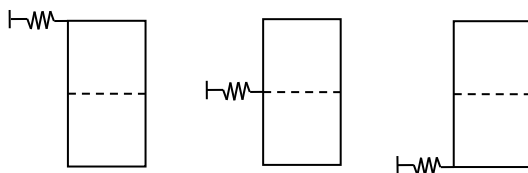


Figur 6.28. Samband mellan excentricitet för belastningens angreppspunkt och kritisk last för ostagade balkar.

Utböjningsformen för de båda alternativa placeringarna av lastens angreppspunkt överensstämmer väl med utböjningsformen för grundfallet.

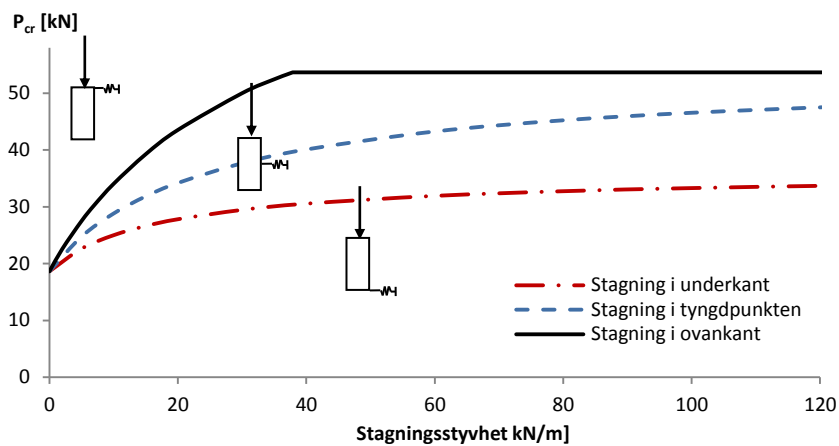
## 6.5. Inverkan av stagnings placering i tvärsnittet

Det referensfall som använts i modelleringarna innebär som tidigare nämnts att stagningen förs på i tvärsnittets ovkant. Stagnings placering har dock stor inverkan på dess effekt. För att utreda detta samband modelleras referensbalkens för tre olika stagningsplaceringar; i balkens ovkant, i nivå med dess tyngdpunkt samt i dess underkant, enligt Figur 6.29.



Figur 6.29. Princip för stagnerings placering

Resultatet av denna modellering visas i Figur 6.30 som sambandet mellan stagneringsstyvhet och kritisk last. Beteendet vid stagnation i balkens tyngdpunkt eller dess underkant avviker från grundfallet då det i dessa fall inte finns någon ideal stagneringsstyvhet. Istället ger ökad stagneringsstyvhet ökad kapacitet oavsett hur stor styvhet som uppnåtts. Den positiva inverkan av en liten styvhetsökning är dock större för lägre styvhetsvärden. Stagningen har bäst effekt om den placeras i balkens ovkant, något lägre effekt vid placering i höjd med dess tyngdpunkt samt än lägre effekt vid placering i balkens underkant.



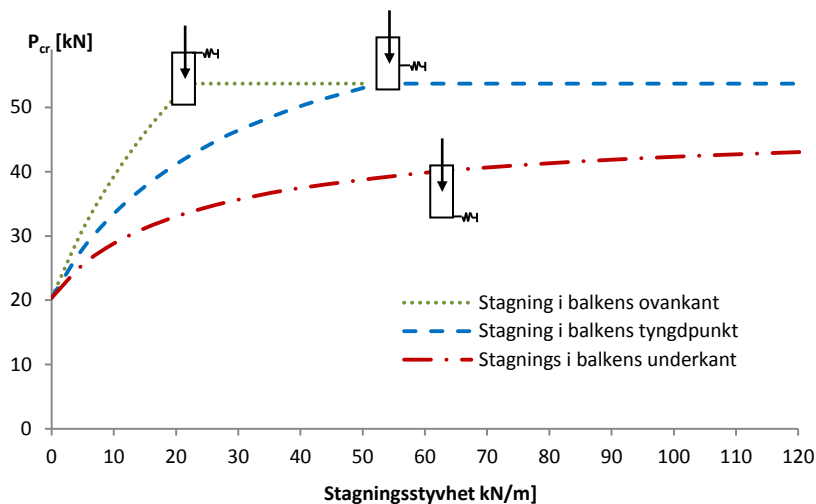
Figur 6.30. Modellerat samband mellan stagningsstyvhet och kritisk last för varierande stagningsplaceringar, vid belastning i balkens ovankant

Även utböjningsformerna skiljer sig mycket mellan grundfallet med stagnering i ovankant och fallen med stagnering i tyngdpunkten eller i balkens underkant. I båda fallen där stagneringen förs på längre ner i tvärsnittet än lasten kommer deformationsformen i balkens ovankant kunna liknas vid en halvsinusvåg oavsett stagningsstyvhet. Utböjningsformen motsvarande två halvsinusvågor uppnås således aldrig.

Hittills har stagneringens placering endast relaterats till dess placering i balktvärsnittet medan lastens angreppspunkt bevarats konstant i balkens ovankant. För belastning i tyngdpunkten eller i balkens underkant kommer motsvarande stagneringsplaceringar få en annan inverkan. Detta samband utreds genom modellering där såväl lastens angreppspunkt som stagneringens placering varieras.

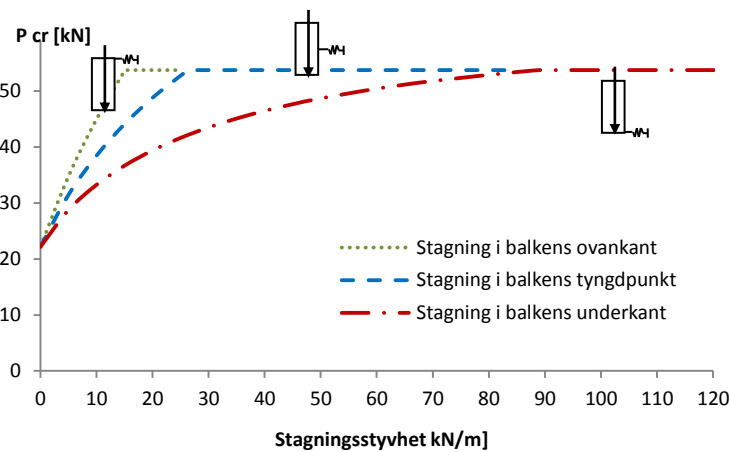
Resultaten av modelleringarna av fallen med belastning i balkens tyngdpunkt presenteras i Figur 6.31. för de tre stagneringsplaceringarna. Vid belastning i tyngdpunkten kommer både stagnering i balkens ovankant och i dess tyngdpunkt medföra att en ideal stagnering finns och att den maximala kapaciteten uppnås för stagningsstyvheter större än den ideala. Även deformationsformerna kommer för båda dessa stagneringsplaceringar överensstämma med utböjningsformerna för grundfallet. Däremot kommer beteendet vid stagnering i balkens underkant likna det vid belastning i balkens ovankant och stagnering i dess tyngdpunkt eller underkant. Beteendet vid belastning i balkens ovankant överensstämmer vid samtliga aktuella stagneringsplaceringar principiellt med beteendet i grundfallet. Detta gäller såväl det principiella sambandet mellan stagningsstyvhet och kritisk last som deformationsformerna.





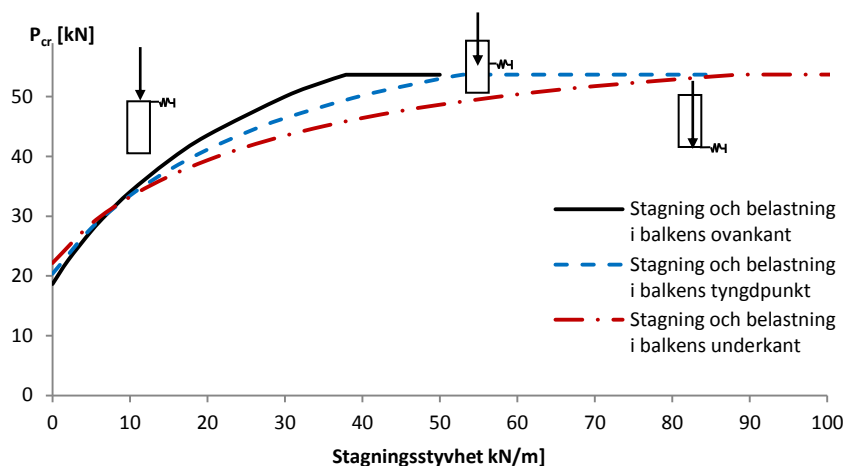
Figur 6.31. Modellerat samband mellan stagningsstyvhet och kritisk last för varierande stagningsplaceringar, vid belastning i balkens tyngdpunkt

För fallen med belastning i balkens underkant presenteras modelleringsresultaten i Figur 6.32. Beteendet liknar för dessa fall referensfallets beteende oberoende av stagningens placering. Detta gäller såväl förekomsten av en ideal stagningsstyvhet och de aktuella deformationsmoderna.



Figur 6.32. Modellerat samband mellan stagningsstyvhet och kritisk last för varierande stagningsplaceringar, vid belastning i balkens underkant

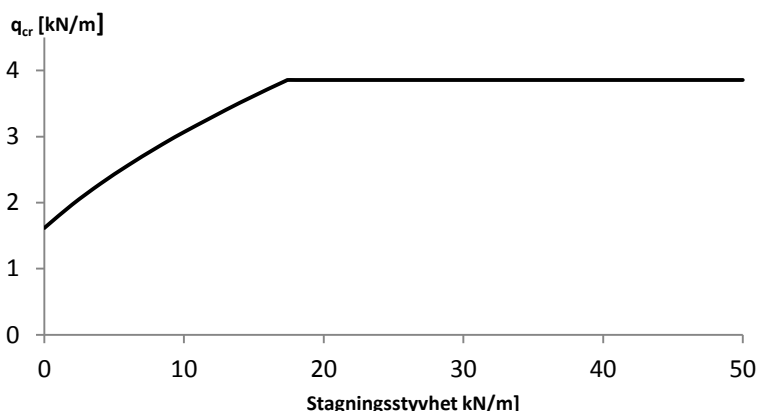
I samtliga undersökta placeringar blir beteendet principiellt det samma som i grundfallet och stagningen placeras på samma höjd som eller högre upp än belastningen. Den maximala kapaciteten är också den samma för samtliga dessa fall. Däremot varierar den ideala styvheten samt den kritiska lasten vid ostagad vippning. I Figur 6.33 presenteras sambandet mellan stagningsstyvhet och deformation för fallet då balkarna stagas och belastas i samma punkt. Den styvhet som krävs för maximal kapacitet, den ideala styvheten, är lägst för fallet med belastning och stagning i balkens ovankant och högst för fallet med stagning och belastning i balkens underkant. Den maximala kapacitetet är som tidigare nämnts den samma för samtliga tre fall.



Figur 6.33. Samband mellan stagningsstyvhets och kritisk last för balkar belastade och stagade i samma punkt.

## 6.6. Inverkan av lastens utbredning

Grundfallet vid vippningsmodelleringarna innefattar belastningsfallet med en punktlast som angriper balken mitt mellan dess stöd. Belastas balken istället av en jämt utbredd last kommer dess vippningsbeteende dock påminna om beteendet för grundfallet. En balk med samma egenskaper och upplagsförhållanden som balken i grundfallet modelleras utsatt för en jämt utbredd last som angriper ovanpå balken. Resultatet av modelleringen presenteras i Figur 6.34.



Figur 6.34. Samband mellan stagningsstyvhets och kritisk last vid jämt utbredd belastning ovanpå balken

Upp till en viss stagningsstyvhets ökar den kritiska vippningslasten med ökad styvhets. Utböjningsformen kan för dessa, lägre, styvhets liknas vid en halvsinusvåg. Vid den ideala styvhets uppnås maximal kapacitet och ytterligare styvhetsökningar hos stagningen medför därmed ingen ökad kritisk last. Utböjningsformen för dessa, högre styvhets, kan liknas vid två halvsinusvågor. Den ideala stagneringsstyvhets som krävs för att uppnå maximal kapacitet är för fallet med jämt utbredd last 17.4 kN/m dvs. betydligt lägre än den ideala styvhets för fallet med punktbelastning, 37.9 kN/m.



# Kapitel 7

## Vippningsprovningar av stagade träelement

### 7.1. Syfte

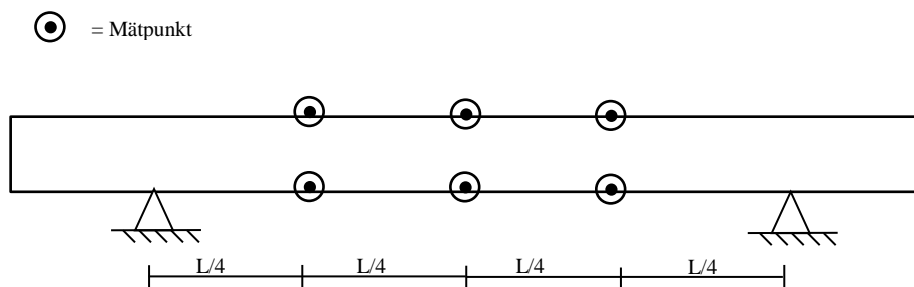
Provningarna som utförs i anslutning till detta examensarbete har syftet att ge en bild av hur vippningsbeteendet ser ut i praktiken. Beteendet undersöks för gaffellagrade balkar belastade med en punktlast mitt på balken och stagade med fjädrar av varierande styvhet. De deformationer och stagkrafter som uppstår vid belastningen samt den praktiskt tillämpbara vippningslasten ska bestämmas. Varje provning utförs på 3 nominellt identiska balkar.

Eftersom elasticitetsmodulen hos provbalkarna har stor betydelse för dess vippningslast utförs även provningar med syfte att bestämma elasticitetsmodulen hos balkarna. Vidare mäts fuktkvot samt densitet hos balkarna.

### 7.2. Försöksuppställning

#### 7.2.1. Vippningsprovningar

De balkar som provas har den totala längden 3.0 meter. De placeras i gaffellagrade stöd vilka är indragna 0.45 m från balkens ändar så att den fria längden blir 2.1 m. Balkarna har det angivna tvärsnittet 22x220 mm. Eftersom tvärsnittet har stor inverkan på vippningslasten mäts även tvärsnittet på respektive balk. Balkarnas initialkrokighet bestäms genom att den initiala utböjningen i 6 punkt längst balkens mäts. Placeringen av dessa sex punkter presenteras i Figur 7.1. Även balkens densitet och fuktkvot mäts i anslutning till provningarna.



Figur 7.1. Mätpunkter för bestämning av balkens initialkrokighet

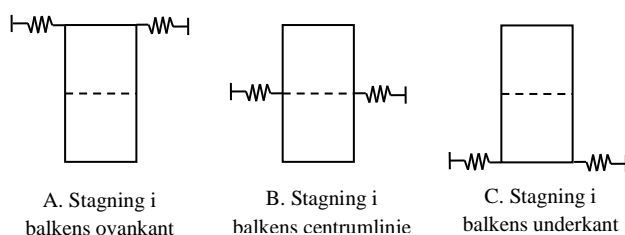
Balkens upplag utformades som gaffellagrade för att helt förhindra förskjutning vid upplaget men medge rotation kring z-axeln. Den yttre lasten förs på mitt på balken, i dess ovankant. För att få en jämn anbringningsyta för lasten fästs två läktbitar i ovankant vid balkens mitt. Lasten förs på genom ett rullager för att förhindra att lastkolven i sig stagar balken i sidled.



Figur 7.2. Utformning vid gaffellagrade upplag samt lastanbringningen vid provningarna

Vid försöken stagas balkarna mitt mellan upplagen av fjädrar med varierande styvhet. Fjädrarna är verktygsfjädrar från Sodermann Industrifjedre A/S. Mellan fjädern och balken placeras en stålbricka för att förhindra lokal intryckning. Fjädrarna placeras så att de endast kan ta tryckkrafter genom att de ligger ann mot balken utan att fästas in i denna. För att möjliggöra stagning oavsett vilket håll balken vippar mot placeras fjädrar på båda sidor om balken.

Tre olika mätserier genomförs på balkarna. I den första mätserien placeras fjädrarna i balkens ovankant medan de i den andra mätserien placeras i balkens centrumlinje och i den tredje mätserien i balkens underkant. Den principiella placeringen av fjädrarna visas i Figur 7.3.



Figur 7.3. Stagnings placering i respektive mätserie

Provningarna genomförs med stagningsstyheter mellan 0 och 99.2 kN/m. Vilka stagningsstyheter som används varierar beroende på stagnings placering. Samtliga använda styvheter presenteras i Tabell 7.1 som fjädrarnas angivna styvheter enligt leverantör. Fjädrarnas verkliga styvheten bestäms genom att dess deformation vid belastning mäts.

Mätserie A, Stagning i balkens ovankant	Mätserie B, Stagning i balkens mitt	Mätserie C, Stagning i balkens underkant
0 kN/m	0 kN/m	0 kN/m
10.7 kN/m	10.7 kN/m	10.7 kN/m
20.5 kN/m	20.5 kN/m	20.5 kN/m
30.3 kN/m	30.3 kN/m	30.3 kN/m
41.3 kN/m	41.3 kN/m	41.3 kN/m
60.6 kN/m	60.6 kN/m	60.6 kN/m
82.6 kN/m	99.2 kN/m	82.6 kN/m
99.2 kN/m		99.2 kN/m

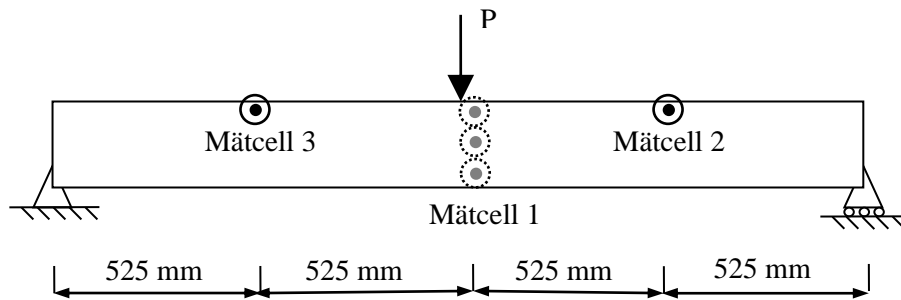
Tabell 7.1. Fjädrarnas styvheter vid provningarna

I mätserierna A och C med stagning i balkens ovan- eller underkant placeras fjädrarna med centrum 15 mm från balkkant för att förhindra att delar av fjädern hamnar utanför balken. Vid vissa provningar används två fjädrar parallellt för att uppnå efterfrågad styvhet. För att möjliggöra att lasten fördelas jämt mellan de båda fjädrarna har de använda fjädrarna i dessa fall samma styvhet. Vid användning av två parallella fjädrarna placeras dessa på varsin sida om balkens mittlinje med 5 mm mellanrum enligt Figur 7.4. De mätningar då två parallella fjädrar används är de med stagningsstyvheter 60.6 kN/m och 82.6 kN/m.



Figur 7.4. Fjädrarnas placering vid en respektive två verksamma fjädrar placerad i balkens mitt

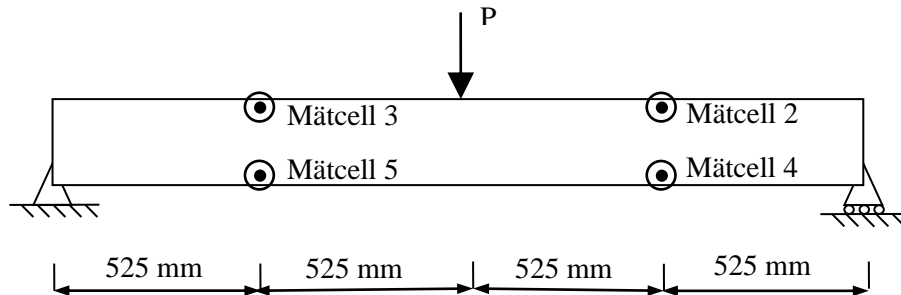
Under försöken mäts balkens horisontella förskjutning med hjälp av mätceller placerade i 3 punkter längts balken. Den första mätcellen placeras intill stagningen. Infästningen av fjädrarnas gör det omöjligt att mäta deformationerna i fjädern utan denna mäts istället 40 mm vid sidan om fjäderns centrum. De två resterande mätcellerna placeras i balkens ovankant i de punkter som ligger mitt mellan balkens upplag och balkens mitt enligt i Figur 7.5. Mätcell 1, intill fjädern, placeras på samma sida om balkens mitt som mätcell 2.



Figur 7.5. Mätcellernas placering vid försök med stagning i balkens ovkant

Förutom de horisontella deformationerna mäts vid varje försök även den pålagda lasten. Samtliga mätdata registreras en gång per sekund.

På en av de tre balkar som provas i varje mätserie mäts även den horisontella deformationen i balkens underkant rakt under mätcell 2 och 3 enligt Figur 7.6.



Figur 7.6. Mätcellernas placering vid försök med stagning i balkens ovkant

Utifrån uppmätta horisontella deformationer intill de stagande fjädrarnas samt fjädrarnas styvhet beräknas krafterna i fjädrarna, dvs. stagkrafterna, som

$$P_{stag} = k \cdot v_{mitt} \quad (7.1)$$

där  $P_{stag}$  är stagkraften i N  
 $k$  är stagningen styvhet i N/mm  
 $v_{mitt}$  är deformationen intill stagningen i mm

Stagkraften relateras till såväl den uppmätta yttre belastningen som till en fiktiv normalkraft i balken. Denna normalkraft definieras som:

$$N = \frac{M}{h} \quad (7.2)$$

där  $N$  är den fiktiva normalkraften [kN]  
 $M$  är den maximala momentpåckänningen [kNm]  
 $h$  är tvärsnittshöjden [m]

### 7.2.2. Bestämning av balkarnas styvhet

Vid bestämning av provkropparnas elasticitetsmodul används i grunden samma försöksupställning som vid vippningsprovningarna. Vid dessa provningar mäts dock balkens vertikala deformation i en punkt rakt under den yttre lasten, mätcellens placering visas i Figur 7.7. För att förhindra att balken vippas ut i sidled stagas den vid mätningarna i sin mitt med fjädrar med den nominella styvheten 99.2 kN/m. Mätningarna av elasticitetsmodulen utförs både innan och efter respektive provserie. Medelvärdet av de båda mätningarna antas representera den verkliga elasticitetsmodulen hos den provade balken.



Figur 7.7. Mätcellens placering vid bestämning av elasticitetsmodulen.

Balkarna är av hållfasthetsklass C24. Enligt gällande normer (Isaksson & Mårtensson, 2010) är elasticitetsmodulens medelvärde är 11000 MPa medan skjuvmodulens medelvärde är 690 MPa. Skjuvmodulen antas vid försöken variera enligt samma förhållande som elasticitetsmodulen och beräknas därmed utifrån den uppmätta elasticitetsmodulen som

$$G_{försök} = \frac{E_{försök} \cdot G_k}{E_k} \quad (7.3)$$

- där
- $G_{försök}$  är den beräknade skjuvmodulen för provkroppen [MPa]
  - $E$  är den uppmätta elasticitetsmodulen för provkroppen [MPa]
  - $G_k$  är skjuvmodulens medelvärde enligt norm [MPa]
  - $E_k$  är elasticitetsmodulens medelvärde enligt norm [MPa]

## 7.3. Analys

### 7.3.1. Bestämning av provkropparnas tvärsnittsegenskaper

Provkropparnas uppmätta tvärsnittsegenskaper i form av dess tvärsnittsmått, fuktkvot och initialkrokighet presenteras tillsammans med mätdata för elasticitetsmodulsprovningarna i appendix 1. Den genomsnittliga elasticitetsmodulen uppmättes till 7959 MPa och den genomsnittliga skjuvmodulen kunde bestämmas till 499 GPa. Fjädrarnas uppmätta styvheter presenteras i Tabell 7.2.



Angiven styvhet	Uppmätt styvhet	Kommentar
10.7 kN/m	12.3 kN/m	
20.5 kN/m	23.7 kN/m	
30.3 kN/m	32.5 kN/m	
41.3 kN/m	42.8 kN/m	
60.6 kN/m	65.0 kN/m	Två fjädrar med styvheten 32.5 kN/m används
82.6 kN/m	83.5 kN/m	Två fjädrar med styvheten 42.8 kN/m används
100 kN/m	107.8 kN/m	

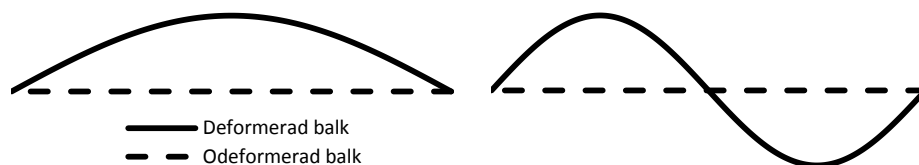
Tabell 7.2 Fjädrarnas uppmätta styvheter

### 7.3.2. Stagning i balkens ovankant

I de samtliga provningar uppkom horisontella förskjutningar av balken redan vid pålastning. De horisontella deformationerna ökar sedan med ökande vertikal last och någon tydlig vippning uppstår inte.

#### Utböjningsform och kritisk last

Vid stagning med låga styvheter i balkens ovankant böjer balken ut i en halvsinusvåg så att hela balken böjer ut åt samma håll. Deformationerna blir då störst i balkens ovankant, i mittspannet, dvs. där såväl stagningen som den yttre lasten är placerad. Vid större styvheter böjer balken istället ut i två halvsinusvågor. Utböjningen i dess centrumlinje är då nära 0. Istället uppstår den största utböjningen i närheten av de två mätpunkter som är placerade mitt mellan balkens centrumlinje och dess upplag. Båda dessa principiella utböjningsformer presenteras i Figur 7.8. Utböjningsformerna är endast principiella. I de flesta fall inträffar den maximala utböjningen inte exakt i den mittenpunkten och dess form motsvarar heller inte en perfekt sinusvåg. När utböjningsformen motsvarande två halvsinusvågor uppträder är deformationen ofta betydligt större på den ena sidan om balkmitt än på den andra. I samtliga provningar, såväl de med låg som de med hög styvhet, böjer balkens ovan- och dess underkant ut åt samma håll. Utböjningen blir alltid störst i balkens ovankant.

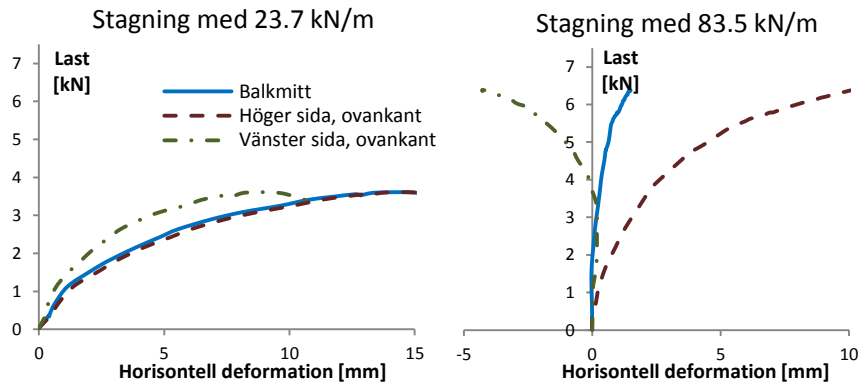


Figur 7.8. Principiell utböjningsform för provningsbalkar utan stagning eller med stagning med låg styvhet respektive för balkar med styv stagning

Den styvhet som krävdes för att uppnå utböjningsformen som kan liknas vid två halvsinusvågor var i den första mätserien 23.7 kN/m och i den andra 32.5 kN/m. I den tredje mätserien böjde balken vid stagning med 41.8 kN/m vid låg belastning ut i formen av två halvsinusvågor men böjde vid högre belastning tillbaka till en utböjningsform som kan liknas vid en halvsinusvåg. Vid större stagningsstyvheter blev utböjningsformen helt och hållet två halvsinusvågor.

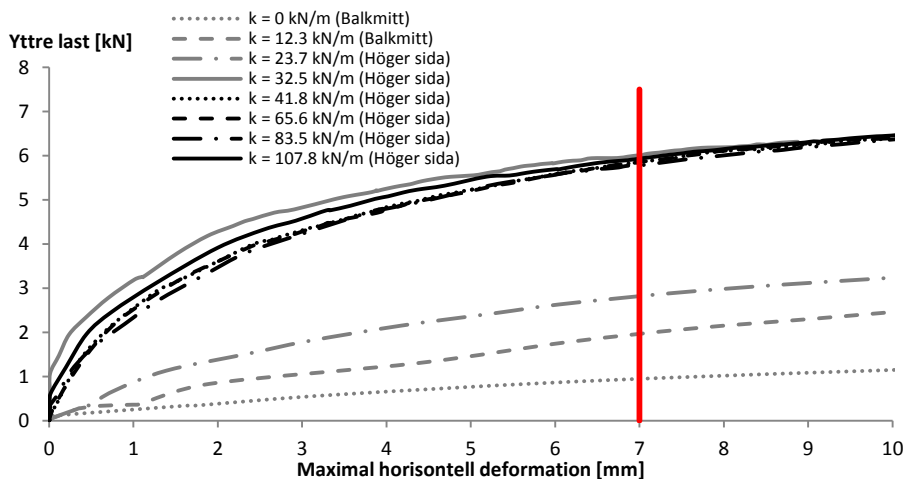
Som tidigare nämnts uppstår i de flesta fall ingen tydlig vippning utan balkarna börjar redan vid pålastning böja ut horisontellt. Det är därför svårt att undersöka stagningens inverkan på balkarnas stabilitet genom att betrakta vippningslasten. De horisontella deformationerna är ändå starkt sammankopplade med stagningen av balken. Vi lägre stagningsstyvheter uppnås betydande

horisontella deformationer redan vid relativt låga yttre laster medan högre stagningsstyvheter medför att större laster kan bäras innan de horisontella deformationerna blir alltför stora. Som exempel på detta visas i Figur 7.9. sambandet mellan horisontell deformation och yttre last på balken i mätserie 2 stagad med 23.7 kN/m respektive 83.5 kN/m. Uppmätta deformationer för samtliga provningar presenteras i appendix 1.



Figur 7.9. Samband mellan horisontell deformation och yttrelast för balken i mätserie 2 stagad med 23.7 kN/m respektive 83.5 kN/m.

För att undersöka stagningsstyvheters inverkan på bärförmågan närmare definieras ett gränsvärde för godtagbara horisontella deformationer. Detta väljs till  $L/300$  vilket för den aktuella spännvidden på 2.1 meter motsvarar en deformation på 7 mm. Den last som ger upphov till en horisontell deformation på 7 mm i någon av mätpunkterna på balken definieras således som den kritiska lasten för balken. Sambandet mellan pålagd last och utböjningen i den hårdast belastade mätpunkten visas för varierande stagningsstyvheter utifrån mätdata i mätserie 2 i Figur 7.10. Motsvarande figurer presenteras för mätserie 1 och 3 i appendix 2.

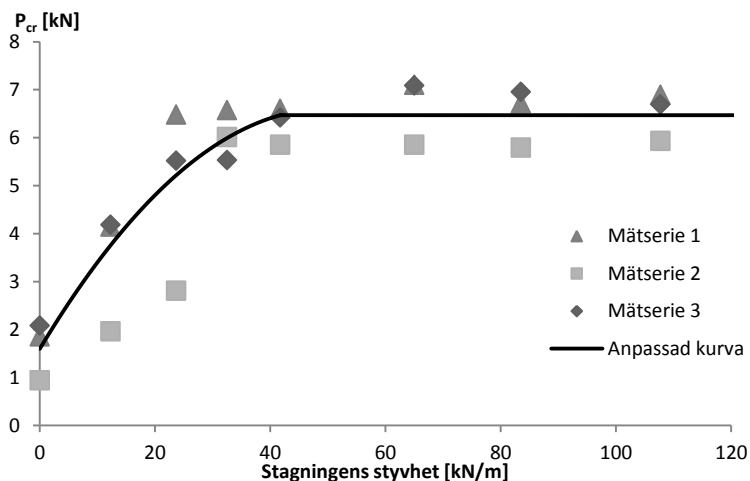


Figur 7.10. Samband mellan pålagda last och maximal horisontell deformation för varierande stagningsstyvheter. Värdena är tagna från mätserie 2. Inom parentes anges i vilken mätpunkt den maximala deformationen uppstår.

De kritiska laster som bestäms utifrån deformationerna visas som funktion av motsvarande stagningsstyvheter i Figur 7.11. För lägre stagningsstyvheter ökar den kritiska lasten med stagningsstyvheten. Utböjningsformen för dessa mätningar utgörs av en halvsinusvåg. Då

stagningsstyvheten ökas ytterligare övergår utböjningsformen till två halvsinusvågor. Vid styvheter över den styvhet som möjliggör denna dubbla utböjningsform är den experimentellt bestämda kritiska lasten relativt konstant och en ökad stagningsstyvhet medför därmed ingen ökad kapacitet.

För att få en tydligare bild av detta samband anpassas en andragsradsfunktion till de lägre mätvärdena, motsvarande en enkel utböjningsform, och en rät linje till de högre mätvärdena, motsvarande en dubbel utböjningsform. Denna funktion presenteras tillsammans med mätvärdena i Figur 7.11.

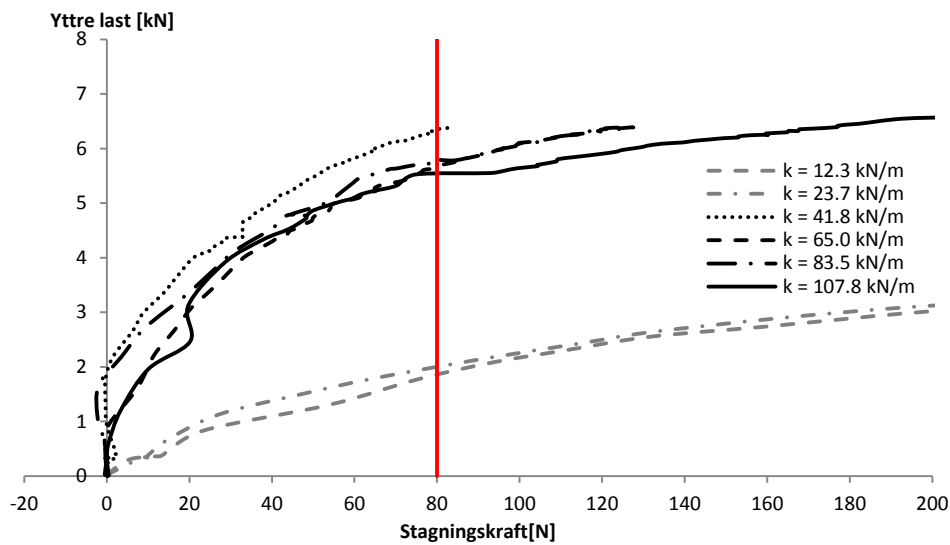


Figur 7.11 Kritisk last som funktion av stagningsstyvheten för samtliga tre mätserier med stagning i ovankant.

Enligt den anpassade kurvan är den ideala stagningsstyvhet som krävs för att uppnå maximal kapacitet 41.8 kN/m. Den kritiska lasten är för den ostagade balken 1.6 kN medan den maximala kapaciteten är 6.5 kN.

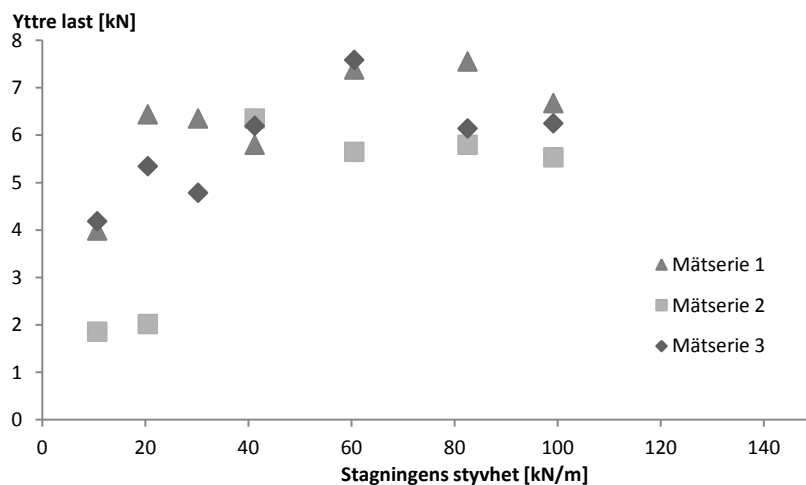
### Stagkrafter

Stagkrafterna beräknas utifrån ekvation 7.1. Krafterna ökar med ökande belastning men varierar mycket mellan såväl de olika mätserierna som mellan de olika stagningsstyvheter. I Figur 7.12 visas sambandet för samtliga stagningsstyvheter i mätserie 2. Motsvarande samband presenteras i appendix 3 för mätserie 1 och mätserie 3.



Figur 7.12. Samband mellan stagkraft och yttre belastning vid stagnation i ovkant för mätserie 2

Stagningsstyvhets inverkan på kraften i stagningen undersöks närmare med hjälp av ett definierat referensvärde på stagningskraft. Denna väljs till 80 N utifrån villkoren att beteendet ska ha stabiliserats samt att stagkraften ska uppgå till referensvärdet vid samtliga provningar. Den yttre last som krävs för att uppnå referensvärdet på stagkraften bestäms och presenteras som funktion av motsvarande stagningsstyvheter i Figur 7.13.



Figur 7.13. Samband mellan stagningsstyvhet och den yttre belastning som krävs för att uppnå referensvärdet på stagningsstyvhets

Den övergripande tendensen i mätningarna visar att det vid större stagningsstyvheter krävs större yttre belastning för att uppnå referensvärdet på stagningskraften, dvs. ökad styvhet medför minskad kraft i stagningen. Spridningen i mätdata är dock stor och några djupare slutsatser angående sambandet mellan stagningsstyvhet och kraft i stagningen kan inte dras.

Den maximala kvoten mellan stagkraften och den yttre lasten samt mellan stagkraften och den approximerade normalkraften enligt ekvation 7.2 beräknas för samtliga mätningar. Resultatet av dessa

beräkningar presenteras som stagkraftens andel av den yttre lasten respektive den fiktiva normalkraften i Tabell 7.3. Den maximala stagkraften utgör i samtliga fall mindre än 5 % av den approximerade normalkraften.

	Andel av den yttre lasten	Andel av den approximerade normalkraften
Medelvärde	3.6 %	1.5 %
Maximalt värde	10.9 %	4.5 %
95-percentil	7.2 %	3.0 %

Tabell 7.3. Stagkraftens andel av den yttre lasten samt av den approximerade normalkraften

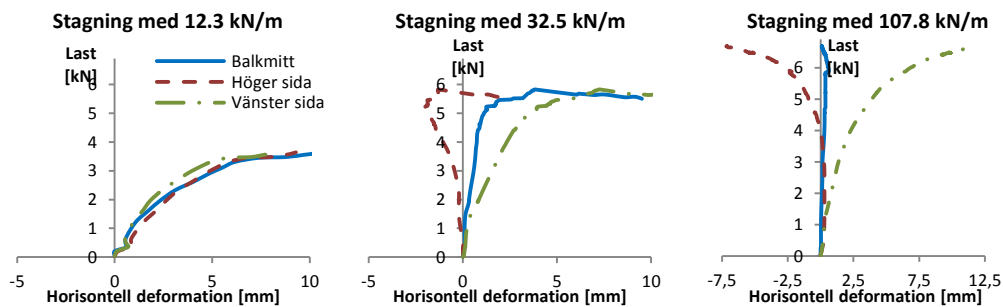
### 7.3.3. Stagning i balkens tyngdpunkt

Liksom vid stagning i balkens ovankant uppkommer horisontella deformationer redan vid pålastning av balken.

#### Utböjningsform och kritisk last

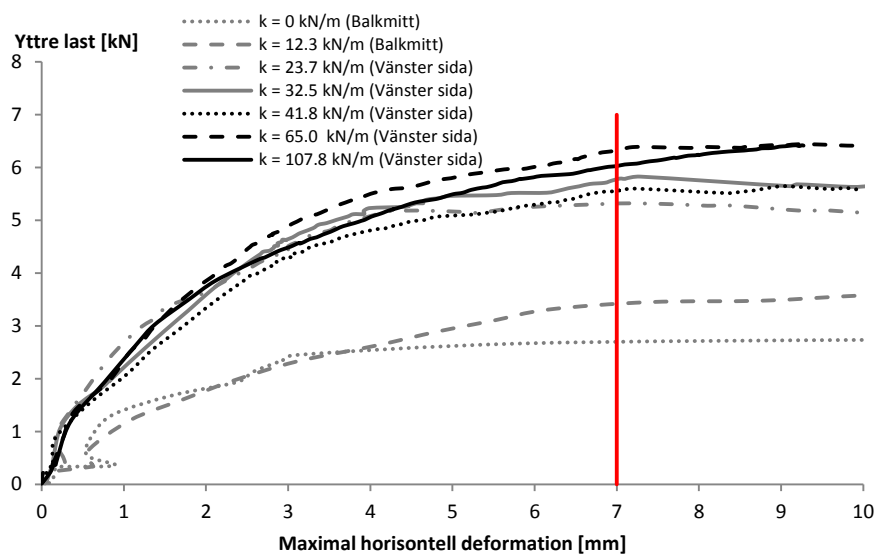
Utböjningsformen för den belastade balken blir liksom i fallet med stagning i balkens ovankant en halvsinusvåg vid låga styvheter och två halvsinusvågor vid högre styvheter.

Den lägsta styvhet som gav upphov till den dubbla utböjningsformen var 65.0 kN/m i den första mätserien och 23.7 kN/m i den andra mätserien. I den tredje mätserien deformationerade balken vid styvheterna 23.7 kN/m, 32.5 kN/m, 41.8 kN/m och 65.0 kN/m till en början ut i en dubbel utböjningsform men böjde vid ökad belastning tillbaka till en enkel utböjningsform. Vid stagningsstyvheter över 65.0 kN/m blev utböjningsformen helt och hållet den som kan liknas vid två halvsinusvågor. I Figur 7.14. presenteras uppmätta deformationer för de tre utböjningsfallen i mätserie 3. I samtliga provningar böjer balken underkant ut i samma riktning som dess ovankant. Deformationen är alltid större i ovankant än i underkant. Deformationskurvor för samtliga mätningar presenteras i appendix 1.



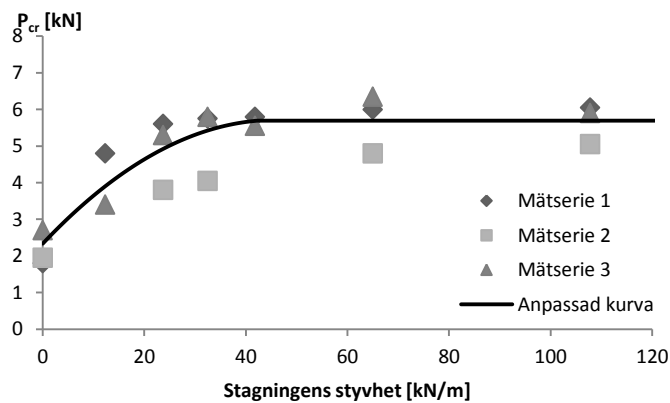
Figur 7.14. Uppmätt deformation och belastning i mätserie 3 för balkar stagad med 12.3 kN/m, 32.5 kN/m respektive 107.8 kN/m.

Sambandet mellan stagningsstyvhet och kritisk belastning analyseras enligt samma princip som vid stagning i balkens ovankant, dvs. utifrån den kritiska horisontella deformationen 7 mm. Sambandet mellan horisontell deformation i den mät punkt som utsätts för störst deformation presenteras för mätserie 3 i Figur 7.15. Motsvarande figurer presenteras för mätserie 1 och 2 i appendix 2.



Figur 7.15. Samband mellan pålagda last och maximal horisontell deformation för varierande stagningsstyvheter. Värdena är tagna från mätserie 3. Inom parentes anges i vilken mätpunkt den maximala deformationen uppstår.

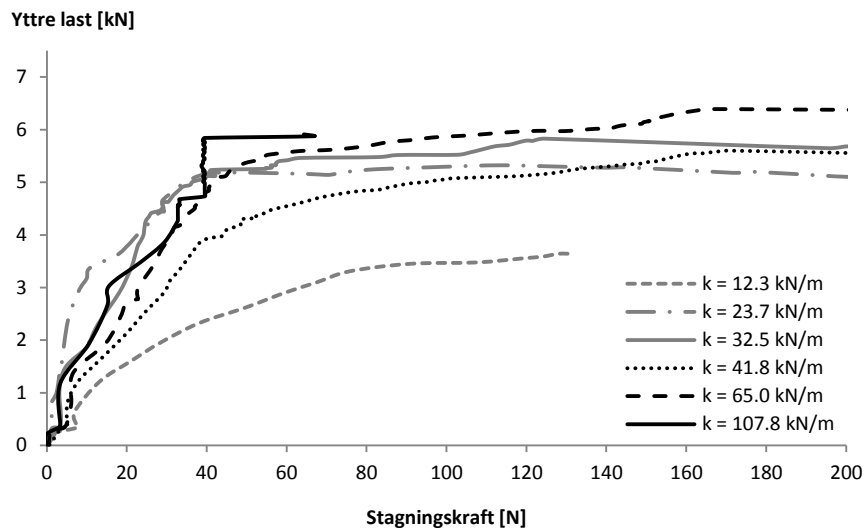
De kritiska laster som bestäms utifrån deformationerna visas som funktion av motsvarande stagningsstyvheter i Figur 7.16. För att ge en tydligare bild av beteendet anpassas en funktion till mätdata enligt samma princip som vid analys av mätdata för stagning i ovankant. Enligt denna anpassade funktion är den ideala stagningsstyvhet som krävs för att uppnå maximal kapacitet är 42.3 kN/m.



Figur 7.16. Kritisk last som funktion av stagningsstyvheten för samtliga tre mätserier med stagning i balkens tyngdpunkt

### Stagkrafter

Stagkrafterna beräknas vid stagning i balkens tyngdpunkt enligt samma metod som vid stagning i balkens ovankant, avsnitt 7.3.2.. Resultatet av denna beräkning visas för mätserie 3 i Figur 7.17. Motsvarande diagram presenteras i appendix 3 för mätserie 1 och 2.



Figur 7.17. Samband mellan stagkraft och yttre belastning vid stagnering i tyngdpunkten för mätserie 3

Sett till samtliga mätningar uppgår stagkrafterna i mindre än hälften av fallen till 80 N. Det är därför inte möjligt att dra någon slutsats angående stagneringsstyvheternas inverkan på stagkrafterna utifrån detta referensvärde. Vid lägre stagkrafter påverkar däremot lokala avvikelser beteendet alltför mycket för att erhålla ett tillförlitligt resultat. Därför kan ingen analys av sambandet mellan stagneringsstyvheter och stagkraft vid stagnering i balkens tyngdpunkt utföras.

Den maximala kvoten mellan stagneringskraften och den yttre lasten är däremot möjlig att beräkna för samtliga mätningar. Utifrån dessa tas medelvärde, maxvärde samt 95-percentil för kvoten fram. De beräknade förhållandena presenteras som stagkraftens andel av den yttre lasten i Tabell 7.4. Där presenteras även motsvarande värden på stagkraftens andel av den approximerade normalkraften vilken beräknas utifrån ekvation 7.2. Stagkraften utgör maximalt 4 % av den approximerade normalkraften.

	Andel av den yttre lasten	Andel av den approximerade normalkraften
Medelvärde	3.7 %	1.5 %
Maximalt värde	9.7 %	4.0 %
95-percentil	6.8 %	2.8 %

Tabell 7.4. Stagkraftens andel av den yttre lasten samt av den approximerade normalkraften

#### 7.3.4. Stagnering i balkens underkant

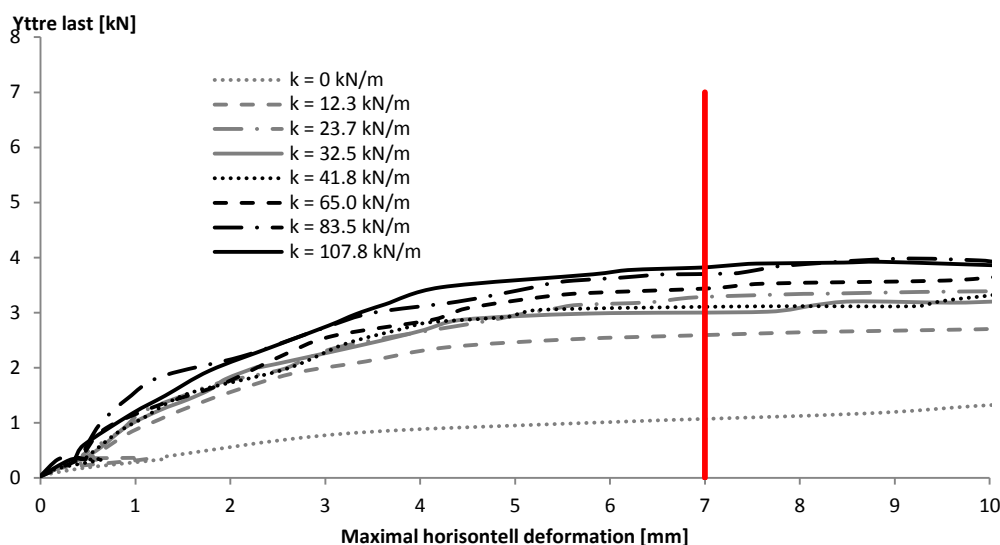
Horisontella deformationer uppkommer, liksom i tidigare provningar, redan vid pålastning av balken.

##### Utböjningsform och kritisk last

Utböjningsformen för den belastade balken blir i samtliga mätningar, oberoende av stagneringsstyvheter, en halvsvinsvåg. De deformationer som uppstår är alltid större i balkens ovkant än i dess underkant. Deformationskurvor för samtliga mätningar presenteras i appendix 1.

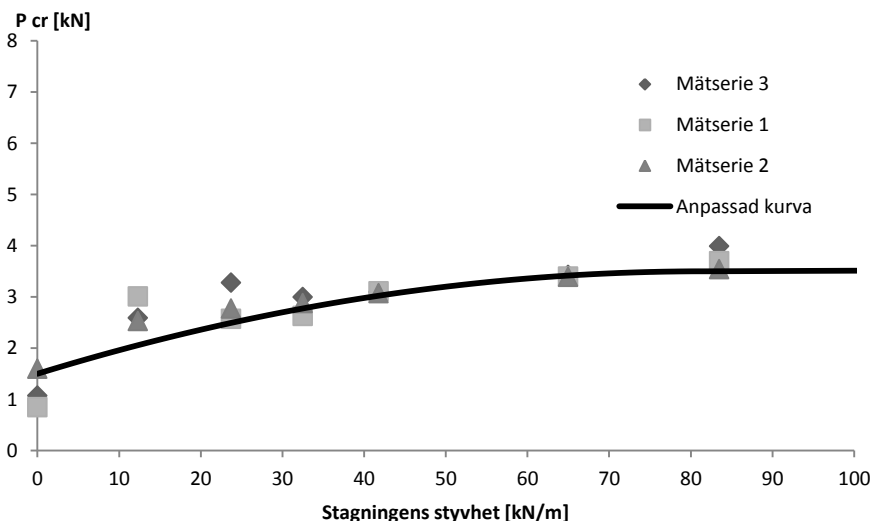
De uppmätta deformationerna blir, precis som för de tidigare presenterade stagneringsplaceringarna, mindre för större stagneringsstyvheter. Analysen av sambandet mellan stagneringsstyvheter och kritisk belastning utförs enligt samma princip som för stagnering i balkens ovkant och stagnering i balkens

tyngdpunkt. Sambandet mellan horisontell deformation i den mät punkt utsätts för störst deformation presenteras för mätserie 1 i Figur 7.18 nedan och för mätserie 2 och 3 i appendix 2.



Figur 7.18. Samband mellan pålagda last och maximal horisontell deformation för varierande stagningsstyvheter. Värdena är tagna från mätserie 1. I samtliga fall uppstår den maximala deformationen vid balkmitt

Sambandet mellan stagningsstyvheten och de kritiska laster som bestäms utifrån deformationerna visas i Figur 7.19. För att erhålla en approximativ bild av beteendet anpassas en funktion till de framtagna kritiska lasterna. Även denna presenteras i Figur 7.19.

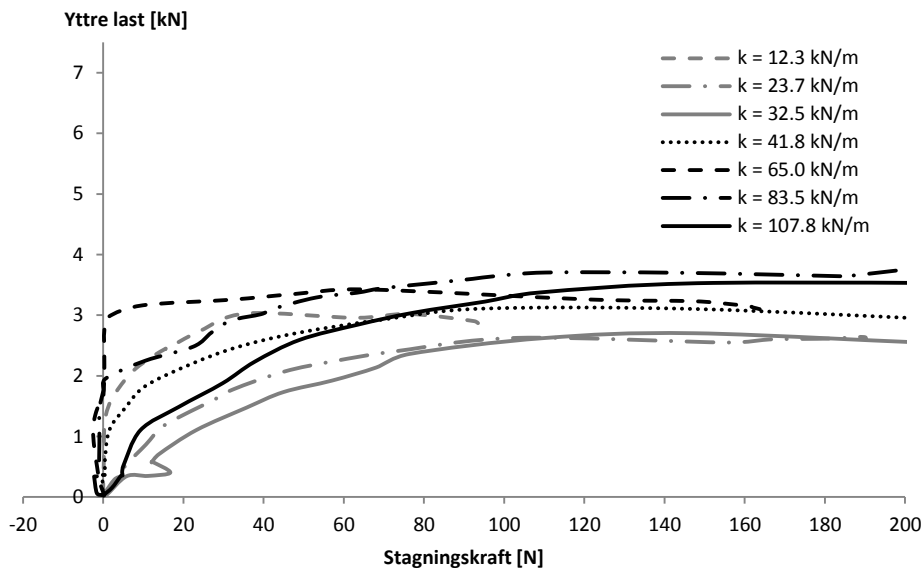


Figur 7.19. Kritisk last som funktion av stagningsstyvheten för samtliga tre mätserier med stagnering i balkens ovankant.

### Stagkrafter

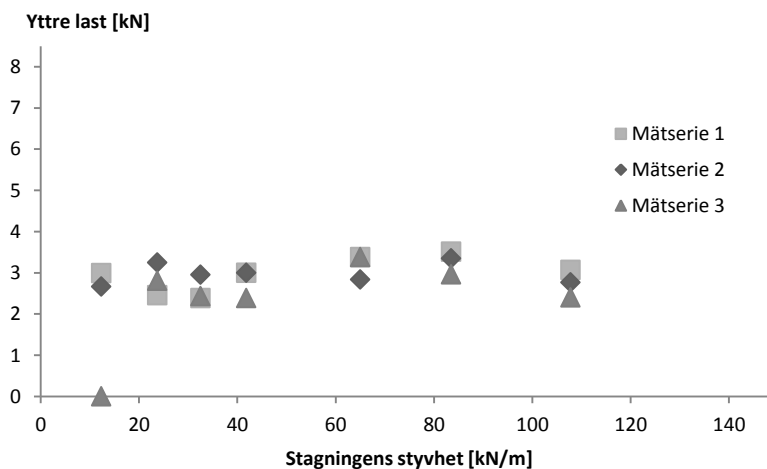
Stagkrafterna beräknas vid stagnering i balkens tyngdpunkt enligt samma metod som vid stagnering i balkens ovankant och stagnering i balkens tyngdpunkt, avsnitt 7.3.2. Resultatet av denna beräkning visas för mätserie 1 i Figur 7.20. Motsvarande diagram presenteras i appendix 3 för mätserie 2 och 3.





Figur 7.20. Samband mellan stagkraft och yttre belastning vid stagnering i tyngdpunkten för mätserie 1

Liksom vid analys av mätserierna vid stagnering i ovankant undersöks stagningsstyvhets inverkan på kraften i stagneringen närmare med hjälp av det definierade referensvärde 80 N på stagkraften. Den yttre last som krävs för att uppnå referensvärdet på stagkraften presenteras för samtliga mätningar i Figur 7.21 som funktion av motsvarande stagningsstyvheter



Figur 7.21. Samband mellan stagningsstyvheter och den yttre belastning som krävs för att uppnå referensvärdet på stagkraften.

Utifrån denna analys är den övergripande tendensen att de yttre laster som krävs för att uppnå stagkraften 80 N hålls relativt konstant för de varierande styvheter. Variationerna är större mellan mätningarna i de tre mätserierna än mellan de olika styvheter. Det går därför inte att dra någon slutsats angående om stagningsstyvheten har positiv eller negativ inverkan på stagkraften.

Den maximala kvoten mellan stagkraften och den yttre lasten beräknas enligt samma principer som vid övriga stagneringsplaceringar. Medelvärde, maxvärde samt 95-percentil presenteras i Tabell 7.4

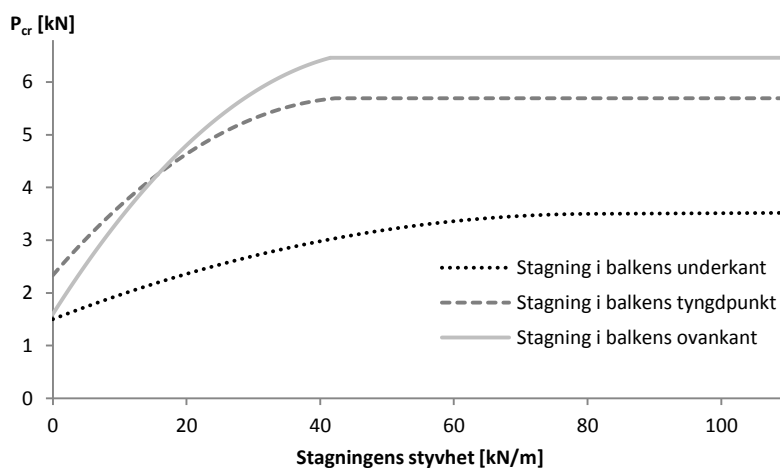
utifrån såväl andel av den yttre lasten som andel av den approximerade normalkraften. Den maximala stagkraften utgör i samtliga fall mindre än 5 % av den approximerade normalkraften.

	Andel av den yttre lasten	Andel av den approximerade normalkraften
Medelvärde	6.5 %	2.7 %
Maximalt värde	11.1 %	4.5 %
95-percentil	10.3 %	4.2 %

Tabell 7.5. Stagkraftens andel av den yttre lasten samt av den approximerade normalkraften

### 7.3.5. Jämförelse mellan provningarna

Inverkan av stagningens placering på den kritiska lasten samt utböjningsformen i provningarna utreds med hjälp av de framtagna sambanden mellan stagningsstyvhets och kritisk last för respektive stagningsplacering. Dessa samband presenteras i Figur 7.22.



Figur 7.22. Samband mellan stagningsstyvhets och kritisk last för respektive stagningsplacering

Utifrån mätdata framgår att stagningen har bäst effekt då den placeras i balkens ovkant, något lägre effekt vid placering i balkens tyngdpunkt och än lägre effekt vid placering i balkens underkant. Den maximala kapaciteten presenteras för samtliga fall i Tabell 7.6.

Stagningens placering	Kritisk last
Ovkant	6.5 kN
Tyngdpunkten	5.7 kN
Underkant	3.6 kN

Tabell 7.6. Maximal kapacitet avseende kritisk last för respektive stagningsplacering

Vid såväl stagning i ovkant som i balkens tyngdpunkt uppstod för större stagningsstyvheter en utböjningsform som kan liknas vid två halvsinusvågor. Den stagningsstyvhet som krävdes för denna form var enligt det framtagna sambandet 41.8 kN/m vid stagning i ovkant och 42.3 kN/m, dvs. något högre, vid stagning i balkens tyngdpunkt. Vid stagning i balkens underkant blir utböjningsformen en halvsinusvåg oavsett stagningsstyvhet.

## 7.4. Kommentarer

### 7.4.1. Generella felkällor

Spridningen i mätdata är relativt stor såväl mellan som inom mätserierna. Detta beror främst på att instabilitetsfenomen, såsom vippning, är mycket känsliga beteendet som påverkas av små förändringar av randvillkoren.

Då provningar på träbalkar med så slankt tvärsnitt som det aktuella genomförs kan såväl materialavvikelse som geometriska defekter ha stor inverkan på resultatet. I de aktuella provningarna kunde en stor avvikelse i materialets uppmätta styvhet jämfört med de nominella värdena visas. De låga styvheterna kan bero på den stora tvärsnittshöjden hos balkarna. Denna medför att balkarna troligtvis består av kärnvirke vilket vanligtvis har lägre styvhet än virke tagit från trädstammens yttre delar. Den låga styvheten har stor inverkan på vippningslasten och medför att denna blir lägre än för styvare balkar.

Även de geometriska avvikelserna är relativt stora för de använda provkropparna. Då inverkan av intialkrokighet inte beaktas i detta examensarbete hade det varit optimalt med perfekt raka balkar. Sådana existerar dock inte i verkligheten utan intialkrokigheter utgör troligtvis en av de största avvikelserna mellan teori och verklighet. Balkarna tvärsnittsmått avvek också i viss mån från de nominella värdena.

Lokala materialavvikelser och små initiala deformationer påverkar även utböjningsformerna mycket och medför att man i praktiken aldrig kan få utböjningsformer motsvarande den teoretiska halvsinusvågen respektive den hela sinusvågen. Detta medför också att det i praktiken är omöjligt att avgöra i vilken punkt den maximala deformationen uppstår. I analysen av de maximala deformationerna har utböjningen i endast tre punkter använts. I vissa provningar ligger troligtvis deformationen i någon av dessa ganska nära den verkliga maxdeformationen medan avvikelsen i andra mätningar blir större. Då det rör sig om relativt små deformationer är det dock inte möjligt att dra några detaljerade slutsatser om hur detta påverkar resultatet i respektive mätning utifrån endast okulära iakttagelser. Istället konstateras endast att avvikelsen finns och att fler mätpunkter varit optimalt för att fullständigt utreda balkarna deformationsform.

Även placeringen av mätcellen intill fjäderna vilken, liksom fjäderna placering, varierar i de olika provningarna påverkar de uppmätta deformationerna. Denna placering väljs utifrån möjligheten till att uppskatta krafterna i stagningen. Optimalt hade ytterligare en mätcell placerats i balkens ovankant. Med den aktuella uppställningen underskattas deformationen vid balkmitt vid såväl stagning i balkens tyngdpunkt som i dess underkant.

Eftergivligheten i stöden är ytterligare en faktor som avviker från teorin. Denna borde dock vara relativt representativ för ett verkligt gaffellagrat upplag och utgör, om än en felkälla jämfört med teorin, ingen avvikelse från det praktiskt provade beteendet.

Placeringen av fjädrarna bör däremot ha större inverkan på beteendet. Som tidigare nämnts placerades stagningen vid stagning i ovan- respektive underkant 15 mm från balkkant. Detta medför att kapaciteten sänks något vid stagning i ovankant och höjs något vid stagning i underkant. Än större inverkan har troligtvis den lastkolv som används för att påföra den yttre lasten. Denna bedöms

nämligen ha en stagande effekt på balken. Den stagande effekten minimeras genom den led som införs mellan lastkolven. Leden medger dock inte fullständigt fri förskjutning i sidled utan i viss mån kommer kolven ändå staga balken. För att få ett mer tillförlitligt resultat utan denna effekt hade en annorlunda utformad belastningsutrustning behövt användas.

Lastkolven medför även en begränsning av den maximala förskjutningen av balkens ovankant. Denna tillåts vid provningarna endast förskjutas fram tills leden mellan kolven och balken hamnat i sitt ytter läge. Vid större deformationer kommer konstruktionen inte längre fungera som ledad

#### 7.4.2. Bestämning av utböjningsform och kritisk last

Som tidigare nämnts medför mätcellernas antal och placering att det inte är möjligt att fullständigt utreda utböjningsformen och den maximala deformationen hos provkropparna. Vid stagnation i ovankanten, då samtliga mätceller placeras i provkroppens ovankant, borde ett stort antal mätningar möjliggöra tillförlitliga resultat trots dessa avvikelser. Den aktuella provningen hade således gett ett än bättre resultat om fler provningar genomförts. Även de genomförda provningar bedöms dock ge ett tillförlitligt resultat för de, mer generella slutsatser, som dragits.

Däremot medför den mittersta mätcellens varierade placering i höjddled en svårighet i att jämföra mätdata från de olika stagningsplaceringarna. Detta påverkar främst de framtagna kritiska lasterna för de fall då utböjningsformen utgörs av en halvsinusvåg. I dessa fall uppkommer den maximala deformationen, utifrån vilken den kritiska lasten bestäms, i balkmitt på dess ovansida. Däremot blir deformationen i balkmitt vid dess tyngdpunkt respektive i dess underkant något lägre. Den yttre last som krävs för att uppnå den kritiska deformationen i dessa punkter överskattas således. De analyser som gjorts angående inverkan av stagnationens placering underskattar den negativa effekten av att placera stagnationen längre ner i tvärsnittet. Att det trots denna betydande påverkan går att påvisa en minskad effekt av stagnationen ju längre ner i tvärsnittet den placeras bör således innebära att effekten i verkligheten är betydande.

Ytterligare en effekt som påverkar utböjningsformen och de maximala deformationerna är den stagande effekten av lastkolven. Även denna felkälla har större inverkan ju längre ner i tvärsnittet stagnationen är placerad. Vid stagnation i ovankant bör effekten vara relativt liten. Vid stora styvheter där den maximala kapaciteten uppnåtts bör den inte ha någon inverkan alls eftersom en ökad styvhet då inte medför någon ökad kapacitet. Däremot kan den extra stagnationen medföra att maxkapaciteten uppnås för en lägre stagningsstyvhet än den annars gjort.

Vid stagnation i balkens tyngdpunkt eller dess underkant bedöms däremot effekten av den extra stagnationen vara betydande. Vid stagnation i balkens tyngdpunkt skall, enligt teorin, utböjningsformen motsvara en halvsinusvåg oavsett stagningsstyvheten. Att en utböjningsform av två halvsinusvågor ändå uppstår vid provningarna med stora stagningsstyvheter anses beror på just denna effekt. Vid stagnation i balkens underkant uppstår aldrig utböjningsformen i form av den hela sinuvågen. Däremot anses den extra stagnationen ändå öka den kritiska lasten för balken.

Som nämns tidigare bestäms de kritiska laster utifrån en kritisk deformation motsvarande  $L/300$ . De kritiska lasterna bör därför inte ses som något exakt värde utan ska endast användas för att jämföra kapaciteten vid olika stagningsstyvheter och placeringar. Hade ett annat värde valt på den kritiska

deformationen hade andra kritiska laster erhållits. Sambandet mellan dem bör dock ha blivit det samma.

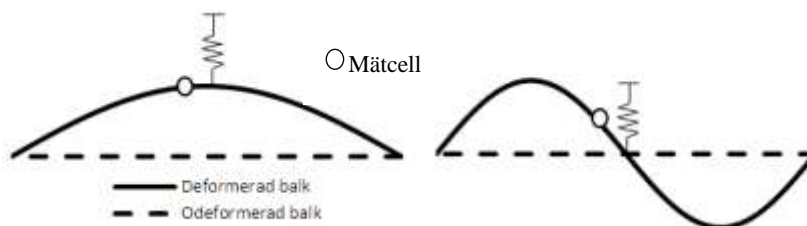
### 7.4.3. Stagkrafter

Variationen i utseendet på de kurvor som illustrerar sambandet mellan pålagd yttre last och kraft i stagningen är stor såväl inom respektive mätserie som mellan de olika serierna. Detta medför att spridningen i de uppskattade stagkrafterna är relativt stor. Det är därför inte möjligt att använda mätresultaten för att dra några detaljerade slutsatser angående stagkrafterna.

Den stora variationen i mätdata beror troligvis på en rad olika anledningar. Den främsta anledningen bedöms vara de varierande deformationsformerna. Detta är dock en variation som förekommer även i verkligheten varför stagkrafterna även i övriga praktiska fall bör uppvisa relativt stora variationer. För att dra djupare slutsatser om sambanden borde dock en större antal provningar genomförts.

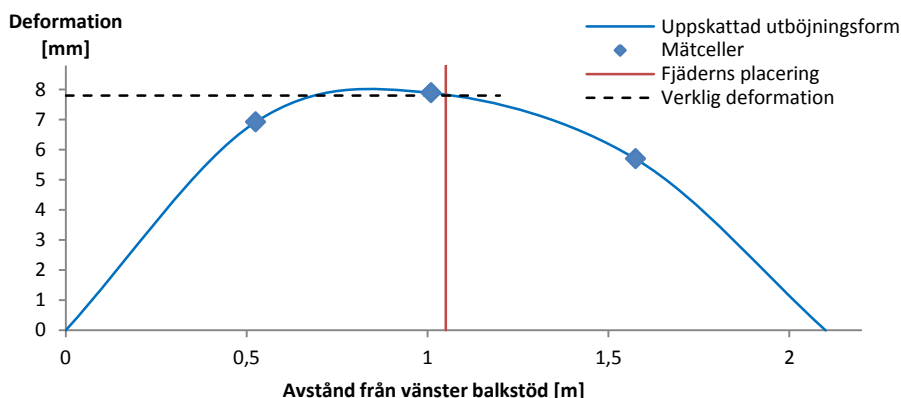
Mätutrustningen begränsningar har också större inverkan på analysen av stagkraften än på motsvarande analyser av deformationsformerna samt de kritiska lasterna. Detta beror främst på att mätfelet förstärks i proportion till styvheten hos stagningen vilket medför att små mätfel i mätserierna med stagningsstyvheten 100 kN/m förstärks 10 gånger mer än mätfelet vid stagning med 10 kN/m. Kuvorna för de högre stagningsstyvheter bli också i många fall betydligt hackigare än motsvarande kurvor för lägre styvheter vilket medför att det är svårare att analysera dessa på ett tillförlitligt sätt.

Inverkan av mätcellernas placering påverkar även de beräknade stagkrafterna. Dessa bestäms utifrån de uppmätta deformationerna i mätcellen placerad intill fjädrarna. Denna är dock placerad 40 mm vid sidan om fjäderns centrum vilket medför att den uppmätta deformationen inte helt överensstämmer med deformationen i fjädern. Då balken deformeras i formen av en perfekt halvsinusvåg medför detta att deformationen i fjädern underskattas något, enligt Figur 7.23. Då balken deformeras i en perfekt hel sinusvåg kommer däremot deformationen i fjädern överskattas p.g.a. mätcellens placering. Vid provningarna uppstår emellertid inga perfekta utböjningsformer utan felkällans inverkan kan variera från mätning till mätning.

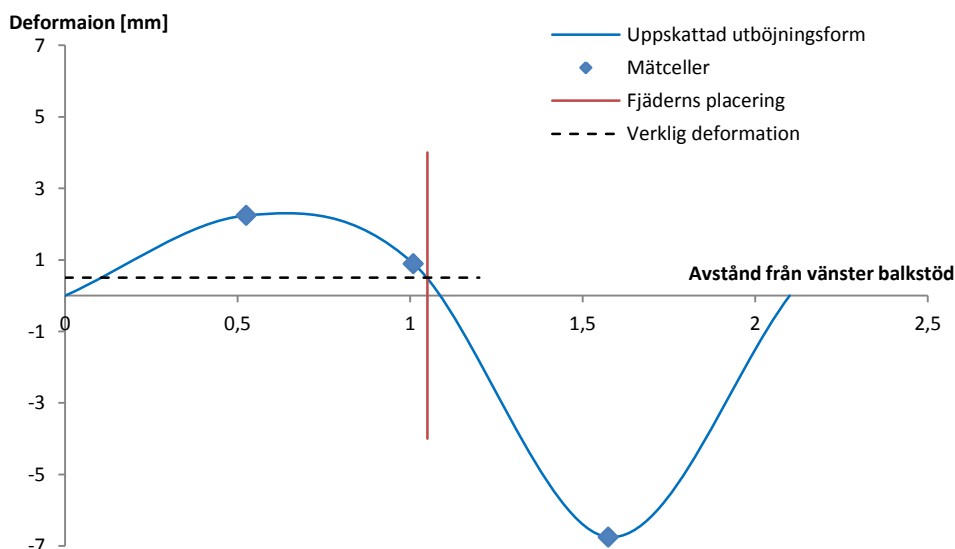


Figur 7.23. Mätcellens placering i förhållande till provkroppens utböjningsform och stagningens placering

Effekten av mätfelet utreds genom att en approximerad utböjningsform bestäms för två olika balkar utifrån de uppmätta deformationerna samt mätcellernas exakta placering längs balken. De provningar som används är för stagning med 10 kN/m respektive 100 kN/m vid stagning i ovankanten. Samtliga mätdata hämtas från mätserie 2 som presenterats i avsnitt 7.3.2. Deformationerna som presenteras är de som uppstår vid den uppskattade kritiska lasten. De uppskattade deformationerna visas i Figur 7.24 för stagning med 10 kN/m och i Figur 6.23 för stagning med 100 N/m.



Figur 7.24. Illustration av inverkan av mätcellens placering på uppskattad deformation i stagningen vid stagning med 10 kN/m



Figur 7.25. Illustration av inverkan av mätcellens placering på uppskattad deformation i stagningen vid stagning med 100 kN/m

Utifrån de i diagrammen avlästa deformationerna i fjädrarna beräknas motsvarande stagkrafter. Dessa presenteras i tillsammans med avvikelser från det referensvärde på stagkraften, 80 N, som fås då deformationen i mätcellen används. Det framgår av tabellen underskattas stagkraften vid stagning med 10 kN/m medan den överskattas vid stagning med 100 kN/m.

Stagningsstyvhets	Beräknad stagkraft	Avvikelse
10 kN/m	83.5 kN	4.4 %
100 kN/m	49.6 kN	-38.0 %

Figur 7.26. Stagkrafter beräknade utifrån den uppskattade utböjningsformen, samt avvikelse från referensvärdet på stagkraften

Detta är endast ett stickprov och kan inte användas för att dra några mer detaljerade slutsatser. Dock framgår av resultatet att de tidigare beräknade stagkrafterna kan avvika avsevärt från de verkliga krafterna. Denna avvikelse antas i de flesta fall medföra att stagkrafterna vid större stagningsstyvheter överskattas medan de vid lägre stagningsstyvheter underskattas. Det borde således medföra att den

tendens till positiv inverkan som ökad stagningsstyvhet visats ha vid stagning i ovankant, enligt avsnitt 7.3.2, i verkligheten är än större. Samt att motsvarande effekt kan vara aktuell även vid stagning i balkens tyngdpunkt och dess underkant.

# Kapitel 8

## Jämförelse mellan FE-analys och provning

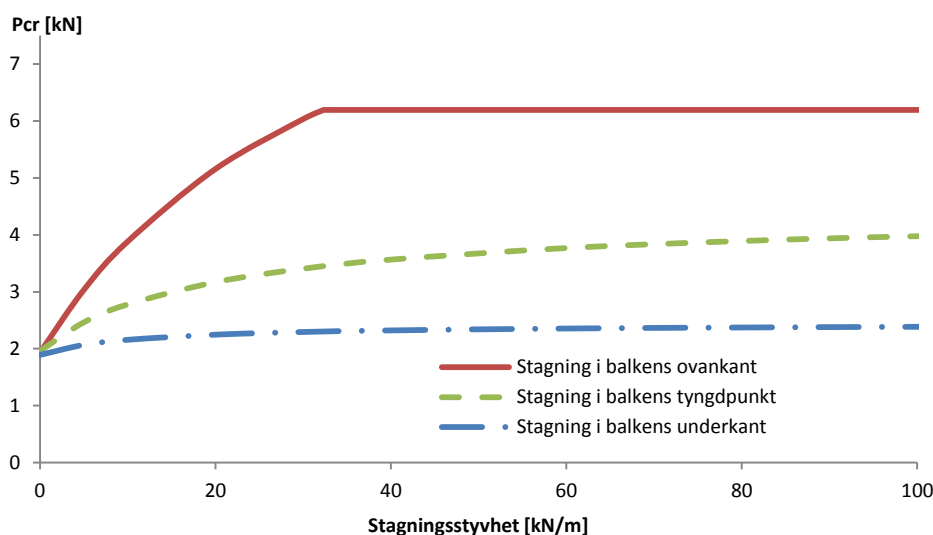
### 8.1. FE-analys av provningsbalkar

Utifrån de uppmätta tvärsnittsegenskaperna på provningsbalkarna genomförs en finita element modellering av balkar med de egenskaper som används i provningarna. Samtliga balkar har det angivna tvärsnittet  $22 \times 220 \text{ mm}^2$ , spännvidden 2.1 meter och är i hållfasthetsklass C24. De uppmätta egenskaperna varierar dock mellan provningsbalkarna. Modelleringarna utförs utifrån medelvärdet av respektive egenskap för balkarna som använts vid de olika stagningsplaceringarna. De använda tvärsnittsegenskaperna presenteras i Tabell 8.1.

Stagning i balkens	b [mm]	h [mm]	E [MPa]	G [MPa]
Ovankant	21	215.7	7964	500
Tyngdpunkt	21	215.3	8103	508
Underkant	21	215.3	7811	490

Tabell 8.1. Tvärsnittsegenskapernas medelvärden för respektive stagningsplacering.

Balkarna modelleras som punktbelastade ovanpå balken, mitt mellan dess stöd samt för de tre stagningsfallen med fjädrar i balkens ovankant, i dess tyngdpunkt samt i dess underkant. Samtliga modelleringar syftar till att bestämma den kritiska vippningslasten för varierande stagningsstyvheter. Stagningsstyvheter varierar från 0 kN/m till 100 kN/m. Resultatet av modelleringen presenteras i Figur 8.1. för de provade stagningsplaceringarna.



Figur 8.1. Modellerat samband mellan stagningsstyvhet och kritisk last för de provade stagningsplaceringarna

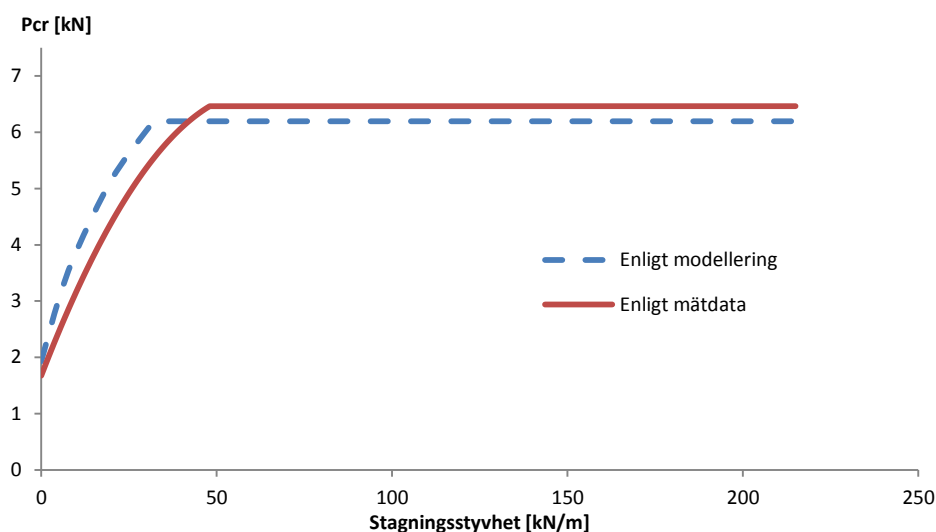
Vid stagning i ovankant krävs en stagningsstyvhet på 32.4 kN/m för att uppnå full kapacitet och en utböjningsform som motsvarar två halvsinusvågor. Vid stagning i balkens tyngdpunkt eller dess underkant finns däremot igen ideal stagningsstyvhet.



## 8.2. Jämförelse mellan provningsresultat och FE-modellering

### 8.2.1. Stagnation i balkens ovankant

Det modellerade sambandet mellan stagningsstyvhets och kritisk last presenteras i Figur 8.2. tillsammans med den uppskattade kritiska lasten utifrån provningarna enligt avsnitt 7.3.2. Resultaten visar relativt god överensstämmelse. Såväl i modelleringarna som vid mätningarna ökar den kritiska lasten med ökad stagningsstyvhets upp till en ideal styvhets då ytterligare ökad styvhets inte längre ger någon ökad kapacitet. Den maximala kapaciteten blir aningen högre vid mätningarna än i modelleringen, i genomsnitt 6.5 kN respektive 6.2 kN. Däremot uppnås den vid lägre styvhets i modelleringen än vid mätningarna.



Figur 8.2. Modellerat och uppmätt samband mellan stagningsstyvhets och kritisk last

Utböjningsformerna vid provningarna och i modelleringen visade god överensstämmelse. Vid låga styvhets böjde balken vid provningarna, liksom i modelleringen ut i en halvsinusvåg medan den vid högre styvhets böjde ut i två halvsinusvågor. Maximal utböjning uppstod i samtliga fall i balkens ovankant och dess underkant böjde alltid åt samma håll som ovankanten.

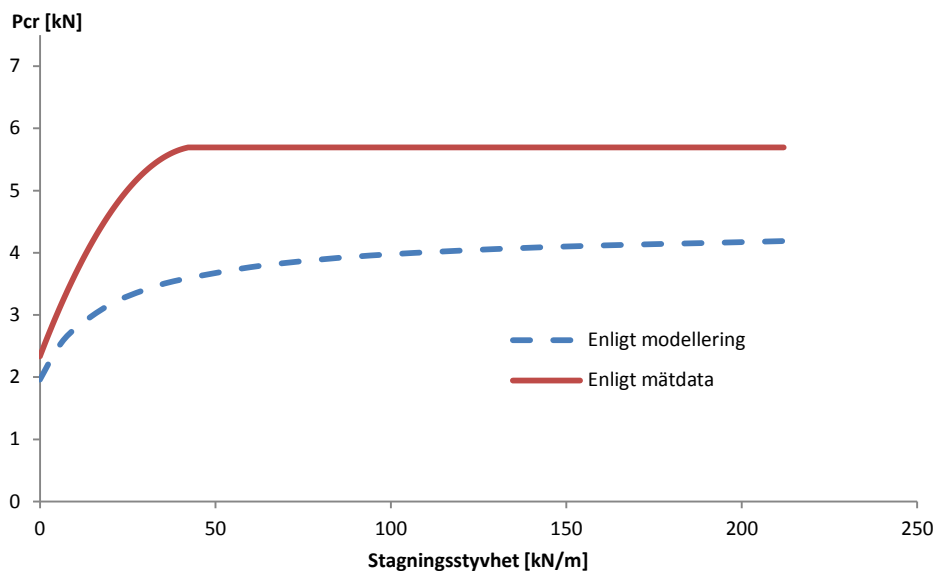
Utifrån mätdata bestämdes den ideala stagningsstyvhets till 41.5 kN/m medan den ideala stagningsstyvhets i modelleringarna var 32.4 kN/m.

### 8.2.2. Stagnation i balkens tyngdpunkt

I Figur 8.3. presenteras resultatet av den korrigerade modelleringen för stagnation i balkens tyngdpunkt tillsammans med den, till mätdata anpassade, funktionen ur Figur 7.16. Avvikelsen mellan kurvorna är avsevärt större än för fallet med stagnation i balkens ovankant. I provningarna blev den maximala kapaciteten betydligt högre än den maximala kapaciteten vid modelleringarna, i genomsnitt 5.7 kN respektive 4.4 kN.

Även det iakttaga beteendet skilde sig vid provningarna från det modellerade beteendet. Vid provningarna liknade beteendet vid stagnation i tyngdpunkten det vid stagnation i balkens ovankant. Detta innebar både att en utböjningsform motsvarande två halvsinusvågor uppstod för högra stagningsstyvhets och att någon ökad kritisk last med ökad stagningsstyvhets inte kunde konstateras

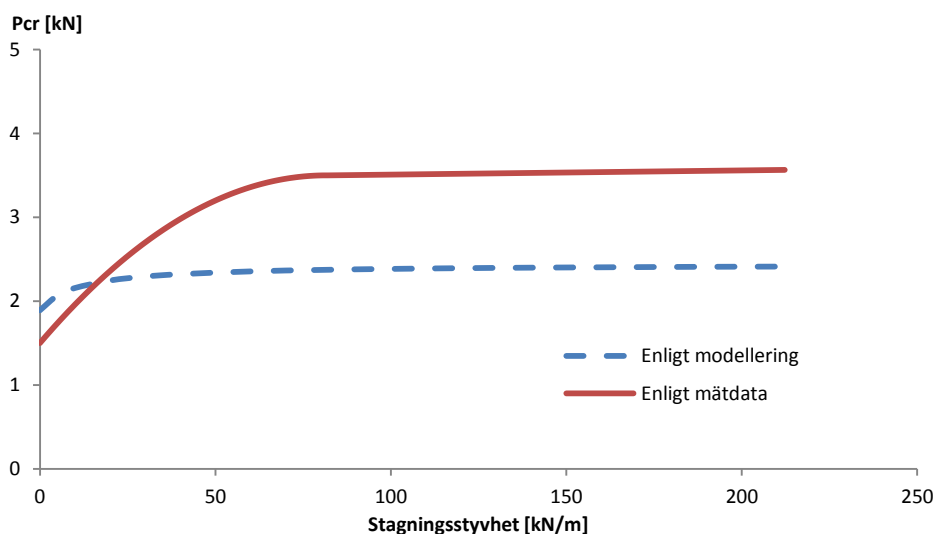
vid höga styvheter. Vid provningarna ökad medelvärdet av de uppmätta kritiska lasterna med ökad stagningsstyvheter upp till stagningsstyvheter 42.3 kN/m. Vid större stagningsstyvheter kunde däremot ingen ökad kapacitet uppmätas.



Figur 8.3. Modellerat och uppmätt samband mellan stagningsstyvheter och kritisk last

### 8.2.3. Stagnation i balkens underkant

Det modellerade sambandet mellan stagningsstyvheter och kritisk last vid stagnation i balkens underkant presenteras i Figur 8.4 tillsammans med den framtagna kritiska lasten utifrån provningarna enligt avsnitt 7.3.4. Liksom i fallet med stagnation i balkens tyngdpunkt är det en relativt stor avvikelsen mellan kurvorna. Stagnationens positiva inverkan på den kritiska lasten är betydligt större vid de praktiska provningarna än de teoretiska modelleringarna. Det medför både att kapaciteten ökar snabbare med ökad styvheter och att den maximala kapaciteten är större vid provningarna än i modelleringen.



Figur 8.4. Modellerat och uppmätt samband mellan stagningsstyvheter och kritisk last

Utböjningsformerna vid provningarna visade däremot relativt god överensstämmelse med utböjningsformerna enligt modelleringarna. Vid samtliga provningar böjer balken ut i en utböjningsform liknande en halvsinusvåg.

### 8.3. Kommentarer

Som tidigare påpekats bör värdena på de kritiska lasterna framtagna utifrån provningarna inte jämföras i detalj med modelleringsresultaten. Däremot kan värdena användas för att jämföra stagningens inverkan både avseende styvhet och placering.

Överensstämmelsen i det övergripande beteendet var god i fallet med stagning i ovankant men betydligt sämre vid såväl stagning i balkens tyngdpunkt som i dess underkant. Den främsta orsaken till detta är troligtvis den stagande effekt som lastkolven antas ha i försöken.

Den stagande effekten av fjädrarna var bäst vid placering i ovankant och något lägre vid stagning i tyngdpunkt och underkant. Skillnaden mellan de olika placeringarna var dock betydligt mindre vid provningarna än i de teoretiska modelleringarna. Även detta tros bero på den stagande effekten av lastkolven. Även mätpunkternas placering vilka diskuteras i avsnitt 7.4.1 medför kapaciteten överskattas något vid de lägre stagningsplaceringarna jämför med vid stagning i balkens ovankant.

# Kapitel 9

## Tennishallen Rosvalla i Nyköping

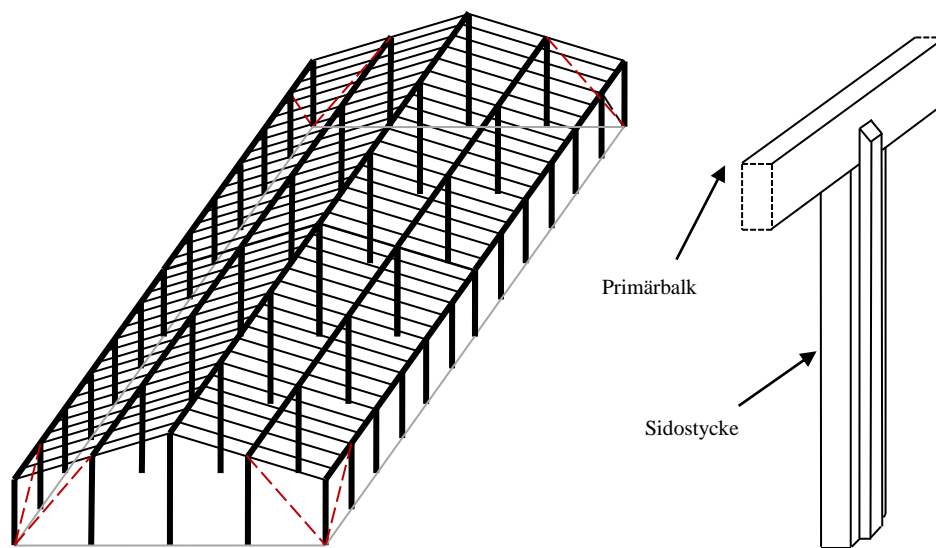
I februari 2010 kollapsade den södra delen av Tennishallen Rosvalla i Nyköping (*Engström & Johansson, 2010*) Snölasten på mark var visserligen betydande men översteg varken de dimensionerande värdena vid uppförandet eller enligt nu gällande norm. Istället berodde raset troligtvis på såväl konstruktionsfel som utförande fel. Tennishallen bestod av en limträstomme med mycket slanka element. Instabilitetsfenomen kan således ha haft en betydande inverkan på dess totala bärförmåga.



*Figur 9.1. Norra delen av Rosvalla Tennishall efter kollaps*

### 9.1. Geometri

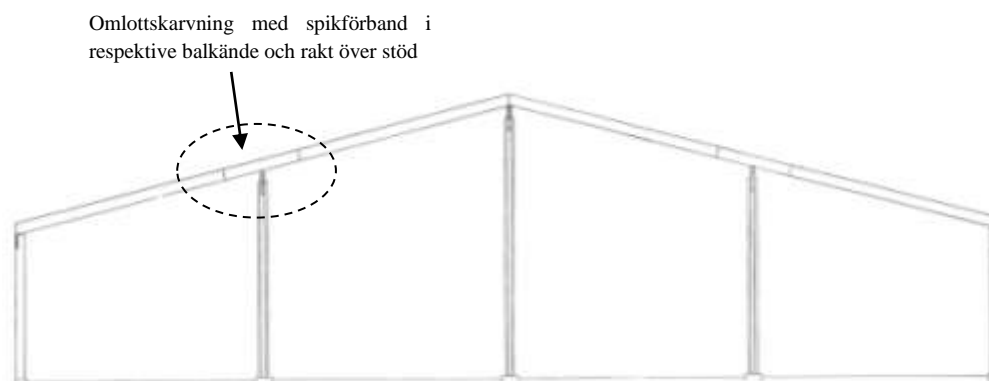
Hallen var uppbyggd av ett balk-pelarsystem i limträ av hållfasthetsklass L40 enligt grundprincipen i Figur 9.2. Byggnaden var 100,06 meter lång och 36,06 meter bred. Primärbärverket utgjordes av ett balk-pelarsystem med primärbalkar i byggnadens längsriktning. Primärbalkarnas maximala spännvidd var 18.0 meter. De var kontinuerliga över stöd men delades i alla fack utom ett ytterfack av gerberbeslag. (*Bloms Ingenjörbyrå, 1987*)



Figur 9.2. Grundprincipen för balk-pelarsystemet i Rosvalla Tennishall

De pelare som utgjorde upplag för primärbalkarna hade en total höjd på mellan 5.3 och 9.0 meter beroende på dess placering i byggnaden. Samtliga pelare förutom de i byggnadens fasader bestod av en central del och två sidostycken. Sidostyckena löpte utanpå pelarens centraldel och vidare upp på primärbalkarna och utgjorde därmed ett gaffelupplag för de ovanliggande balkarna. Även denna detalj presenteras i Figur 9.2. (Bloms Ingenjörbyrå, 1987)

Ovanpå primärbalkarna vilade sekundärbalkar i byggnadens tvärriktning. Dessa hade en lutning på  $14,7^\circ$  och var upplagda på 5 stöd med centrumavståndet 9 meter enligt Figur 9.3. I taknock anslöts två separata balkdelar till varandra. Respektive delbalk var skarvad över mellanpelarna. Sekundärbalkarnas utformning presenteras i Figur 9.3. (Bloms Ingenjörbyrå, 1987)

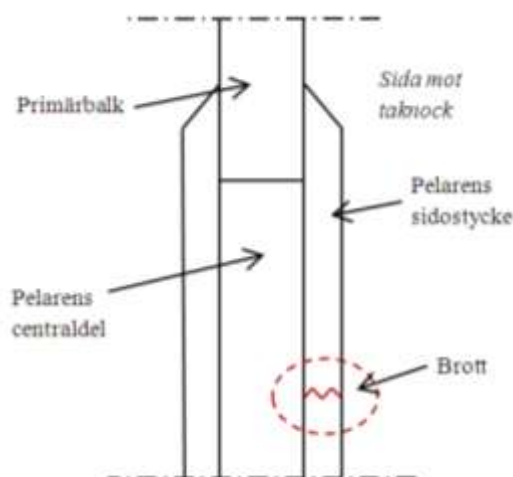


Figur 9.3. Sekundärbalkarnas utformning

Byggnaden stabiliserades med en styv takskiva samt vindförband i väggarna. Dragstagen i väggarna var placerade intill byggnadens hörn, enligt Figur 9.2 och var således separerade av hela byggnadens längd respektive bredd. Takplåten var upplagd direkt på sekundärbalkarna och infäst i dessa. Däremot var den inte ansluten till byggnadens kantbalkar. (Bloms Ingenjörbyrå, 1987)

## 9.2. Dokumenterade brottorsaker

Hela byggnadens södra del totalkollapsade i raset. Primärbalken havererade först i det fack som saknade gerberbeslag varefter raset spred sig sedan längst byggnaden. Brott har konstaterats i samtliga sidostycken i pelarna i linjen mitt mellan nock och långsida. Brottet uppstod ungefär en meter från pelarens topp i sidostycket på sidan mot taknock. Snölasten var vid raset större över den kollapsade takhalvan än över resterande del av byggnaden.



Figur 9.4. Anslutning mellan primärbalk och pelare

I början av mars 2010 presenterade WSP en rapport med kontrollberäkningar av stommens bärförmåga. Denna visade på en rad svagheter och underdimensionerade element. Såväl sekundärbalkar som primärbalkar var underdimensionerade. Även pelarna centralt belägna i byggnaden var underdimensionerade. Byggnadens system mot fortskridande ras konstaterades ha brister. (Engström & Johansson, 2010)

## 9.3. Laster

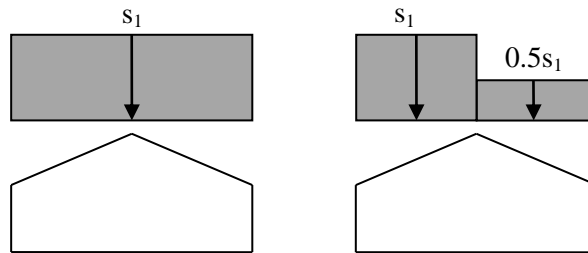
Byggnaden dimensionerades i snözon 1 enligt SBN80, den vid uppförandet gällande normen (Engström & Johansson, 2010). Byggnadens placering i Nyköping medför dock att den enligt nu gällande normer låg i snözon 2 (Isaksson & Mårtensson 2008). Snölasten på mark uppskattades av SMHI till  $0.94 \text{ kN/m}^2$  vilket är lägre än både värdet för snözon 1 och värdet för snözon 2. (Boverket, 2010)

Snöfördelningen på taket har iakttagits som ojämn men den verkliga lastfördelningen över byggnaden är inte känd. Analysen utförs därför istället utifrån lastvärden och lastfördelning enligt nu gällande normer, Eurokod 1 samt BFS 2008:8. Det finns inga uppgifter om att det ska ha varit betydande vindlaster vid tidpunkten för raset men en analys av byggnadens stomstabilisering genomförs ändå utifrån normenlig vindlast. (Boverket, 2010)

Utifrån förutsättningarna om snözon 2, normal topografi, en taklutning på  $14,7^\circ$  samt normala termiska förluster genom taket fås snölastens grundvärden till  $s_1 = 1.6 \text{ kN/m}^2$ . Vindlastens hastighetstryck mot byggnaden har det karakteristiska värdet  $0.75 \text{ kN/m}^2$  utifrån förutsättningar på säkra sidan om terrängtyp II samt byggnadshöjden 9 meter (Isaksson & Mårtensson, 2010). Det dimensionerande

värdet på den utvändiga vindlasten beräknas till  $0.75 \text{ kN/m}^2$  vid vind mot långsidan. Vind mot kortsidan är inte aktuellt i analysen. Taket egentygnd uppskattas till  $0.5 \text{ kN/m}^2$  medan egentygnden av balkar och pelare försummas i beräkningarna.

Enligt Eurokod ska två separata lastfall kontrolleras när det gäller snölast på sadeltak, likt det på Rosvalla Tennishall. Det första av dessa lastfall utgörs av en jämt utbredd last med snölastens grundvärde över hela taket medan lastvärdet i den andra lastfallet ska reduceras till halva grundvärdet på ena takhalvan. Lastfallen visas i Figur 9.5. nedan.



Figur 9.5. Lastfall för snölasten på tak vid kontroll enligt Eurokod

Vid kontrollerna används Eurokods lastkombination benämnd STR. För fallet med snö som huvudlast fås den dimensionerande vertikala lasten,  $s_1$ , till  $3.0 \text{ kN/m}^2$ .

Vindlast beaktas endast som vinkelrät utvändigt belastning i form av en jämt utbredd last mot långsidan. Däremot försummas vindlast mot takkonstruktionen. Den dimensionerande vindlasten beräknas till  $1.1 \text{ kN/m}^2$ .

## 9.4. Analys

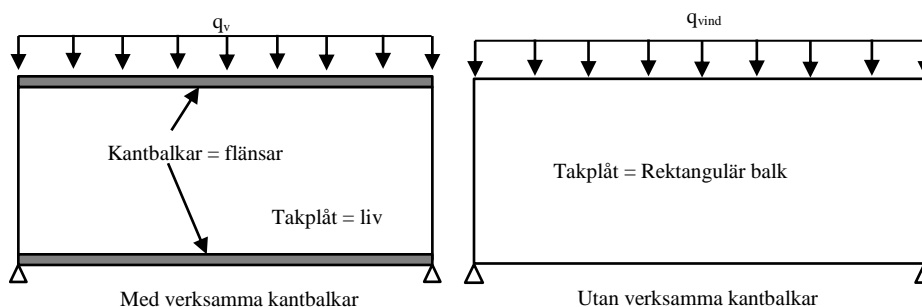
Byggnaden analyseras med avseende på stabilitetsproblem. De konstruktionsfenomen som därmed analyseras är den övergripande stomstabiliseringen i byggnaden och vippningsrisken hos såväl primär som sekundärbalkar. En analys av hur eventuella horisontella förskjutningar av takkonstruktionen påverkar primärbalkar och sekundärbalkar genomförs också. Analyserna genomförs på element med den geometriska placering som bedöms vara mest kritisk för den totala hållfastheten i byggnaden. Däremot genomförs inga kontroller av bärförmågan hos de enskilda elementen. För detta hänvisas till WSP's utredning (Engström & Johansson, 2010)

Utifrån förutsättningar om klimatklass 1, en karakteristisk snölast på  $1.6 \text{ kN/m}^2$  samt elasticitetsmodulens medelvärde  $13000 \text{ MPa}$  fås den dimensionerande elasticitetsmodulen  $12263 \text{ MPa}$  för analys i brottgränstillståndet. Detta värde används således för att bestämma styvhetsgenskaperna i samtliga analyser.

### 9.4.1. Stomstabilisering

Stomstabiliseringen i byggnaden var som tidigare nämnts utformad för att fungera med hjälp av skivverkan i taket. För att skivverkan ska fungera på ett tillfredställande sätt måste skivan vara ordentligt infäst i sekundär- och huvudbärverken (Höglund, 2000). I den aktuella byggnaden saknades dock infästning mellan takplåten och byggnadens kantbalkar. Istället var taksivan endast infäst i byggnadens sekundärbalkar. Kantbalkarna kan därmed inte betraktas som en fullt verksam del i stomstabiliseringen. Istället försummas helt dess inverkan på stabiliseringen.

Hade anslutningen mellan takplåt och kantbalkar varit tillfredställande hade skivan och balkar vid horisontella krafter tvärs byggnadens längsriktning tillsammans kunnat betraktas som en fritt upplagd I-balk där skivan fungerar som balkens liv och kantbalkarna som dess flänsar. Precis som för en vanlig I-balk tas större delen av momentet då som normalkrafter i flänsarna, dvs. takbalkarna, medan skjufkrafterna tas i livet, dvs. takplåten. Eftersom kantbalkarna inte är aktiva i stabiliseringen fungerar plåten i den aktuella utformningen istället ensam approximativt som en hög, mycket tunn balk med rektangulärt tvärsnitt. Böjmomentet tas då istället upp som drag- och tryckspänningar i själva plåten. (Höglund, 2000) I den aktuella byggnaden medför avsaknaden av verksamma kantbalkar en halvering av den horisontella styvheten Vid vind mot byggnadens kortsida fungerar däremot konstruktionen på ett tillfredställande sätt då takplåten är infäst mot sekundärbalkarna.



Figur 9.6. Principskiss över skivverkan i taket med respektive utan verksamma kantbalkarna

De laster som tas upp av stomstabiliseringen vid horisontella laster tvärs byggnadens längsriktning förs ner till marken med hjälp av dragstag placerade i byggnadens gavlar. Detta medför att stagen är separerade med 106.06 meter. Då de stomstabiliserande elementen i byggnaden betraktas som en fritt upplagd balk, enligt samma princip som vid beräkningar med avseende på skivverkan i taket, kan den maximala deformationen mitt i byggnaden beräknas som

$$v = \frac{5qL^4}{384EI}$$

där  $v$  är den horisontella deformationen [m]  
 $q$  är den horisontella belastningen [kN/m]  
 $L$  är byggnadens totala längd [m]  
 $E$  är de aktiva konstruktionselementens elasticitetsmodul [Pa]  
 $I$  är de aktiva konstruktionselementens tröghetsmoment [m<sup>4</sup>]

Om ett extra stag införs mitt i byggnaden kan konstruktionen istället betraktas som två separata balkar med halva den totala spännvidden. Denna förändring medför således att den horisontella deformationen reduceras till 1/16 av det ursprungliga värdet. Att endast placera dragstag i gavlarna på en byggnad med en så betydande spännvidd som i det aktuella fallet medför, oavsett stabiliseringens övriga utformning, en vek konstruktion där att onödigt stora horisontella deformationer tillåts

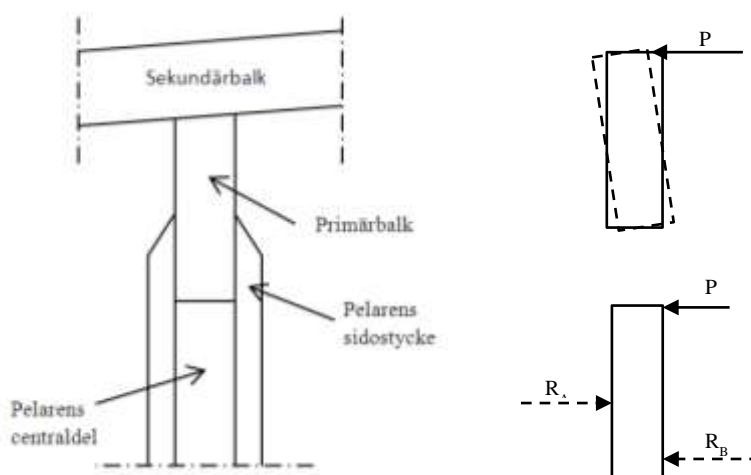
Takkonstruktionen i byggnaden har relativt stor lutning, 14.7°. Samtidigt är byggnadens bredd mycket stor i förhållande till dess längd. Båda dessa faktorer medför att skjufdeformationerna i konstruktionen blir mycket betydande. Det är därför inte möjligt att beräkna konstruktionens styvhet mot horisontella



deformationer endast utifrån böjdeformationerna. För att få en uppskattning av de horisontella deformationerna vid vindbelastning enligt Eurokod görs ett grovt antagande om att skjuvdeformationerna vid belastningen är fyra gånger större än böjdeformationerna. Utifrån detta antagande beräknas de horisontella deformationerna till 151 mm vilket motsvarar ca  $L/650$ .

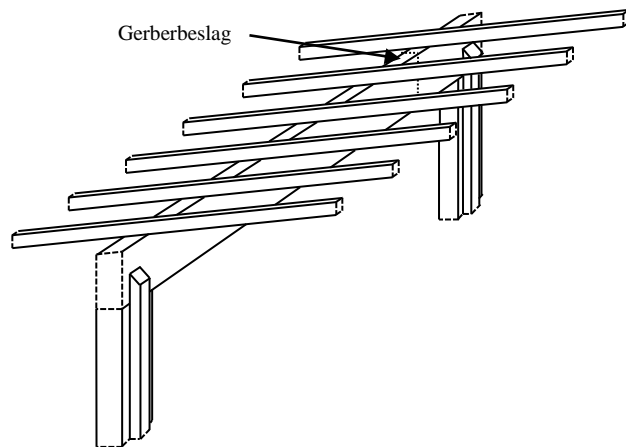
#### 9.4.2. Horisontella krafter i sekundärbalkar, primärbalkar och pelare

Sekundärbalkarna vilar som tidigare nämnts på primärbalkar vilka ansluts till pelarna med hjälp av en gaffellagring. Utformningen av denna anslutning visas i Figur 9.7. Sekundärbalkarnas lutande geometri medför att vertikala laster från t.ex. snö ger upphov till såväl vertikala som horisontella upplagskrafter. Upplagskrafterna förs vidare ner till primärbalkar där de, om inga motverkade krafter funnits medfört en rotation hos primärbalken. Denna rotation motverkas dock av pelarens sidostycken. De krafter som krävs för att motverka rotationen av primärbalken ( $R_A$  och  $R_B$ , Figur 9.7) är emellertid flertalet gånger större än den horisontella kraft som belastar balken ( $P$ , Figur 9.7).



Figur 9.7. Kraftöverföring i anslutningen mellan sekundärbalk, primärbalk och pelare.

De horisontella krafterna kommer främst påverka pelarna placerade i linjen mitt mellan byggnadens nocklinje och dess långsida. Analysen avser därför endast denna del av konstruktionen. Pelarna är placerade med ett centrumavstånd på 18 meter från varandra. Detta medför att en pelare måste ta upp de horisontella krafterna från 7 sekundärbalkarna. En relativt liten horisontell kraftkomponent i sekundärbalken kan således ge upphov till mycket stora horisontella krafter i pelarnas sidostycken. För att kontrollera vilka laster som påverkar sidostyckena samt vilken kapacitet dessa har för att ta upp lasterna ställs en modell över verkningssätt i sekundärbalk och pelare upp.

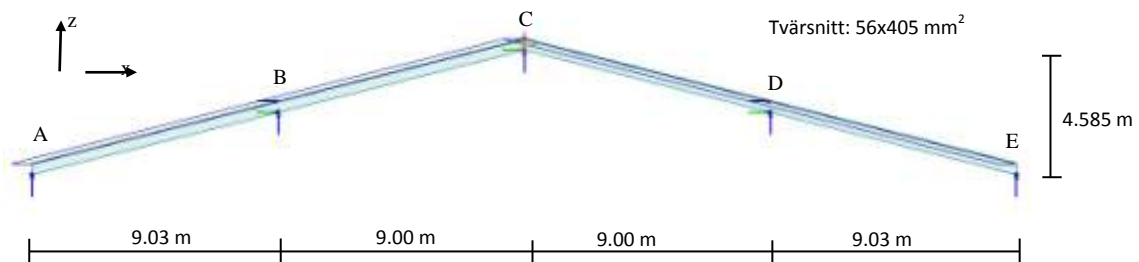


Figur 9.8. Den principiella utformningen av anslutningen mellan pelare, primärbalkar och sekundärbalkar

Den principiella utformningen av hela anslutningen mellan sekundärbalk, primärbalk och pelare visas i Figur 9.8 för ett fack mitt i byggnaden. Primärbalkarna är kontinuerliga över stöd men skarvas med gerberbeslag i samtliga fack utom ett av ytterfacken.

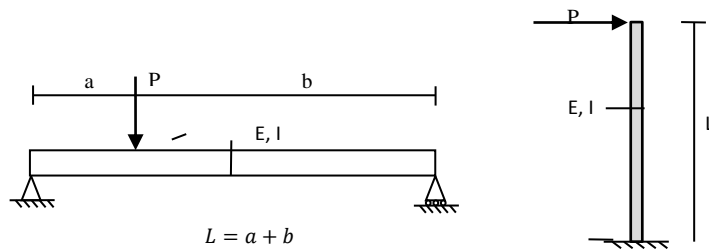
### Horisontell förskjutning av sekundärbalken

Vid beräkning av de upplagskrafter som uppstår då sekundärbalken belastas av en utbredd snölast ställs en tvådimensionell grundmodell upp i FEM-Design enligt principen i Figur 9.9. Över stöd B och D är balken skarvad med hjälp av spikförband. Detta medför också att balkdelarna här ligger omlott. Spikförbanden medför dock ingen fullgod samverkan. En förenklad modell där balkarna betraktas som kontinuerliga över stöd men utan det dubbla tvärsnittet används därför som en rimlig uppskattning av verknings sättet i konstruktionen.



Figur 9.9. Princip för modellen vid beräkning av upplagskrafter vid utbredd snölast på sekundärbalken

Sekundärbalken är upplagd i 5 punkter på primärbalkar. Dessa modelleras som fjädrade punktupplag vars styvhet uppskattas utifrån byggnadens geometri genom att eftergivligheten hos primärbalkar och pelare vägs samman. Styvheten hos pelare och balkar uppskattas utifrån två förenklade geometriska modeller enligt Figur 9.9.



Figur 9.10. Modeller för beräkning av styvhetsbidrag från primärbalk respektive fast inspända pelare.

Samtliga primärbalkar antas fritt upplagda över ett fack vilket medför att dess styvhetsbidrag för en sekundärbalk belägen på avståndet  $a$  från närmaste pelare (dvs. upplag för primärbalken) kan beräknas som

$$k = \frac{3LEI}{a^2b^2}$$

I vertikalled betraktas samtliga pelare som oändligt styva. Pelarna i byggnadens fasader är ledat infästa i grunden vilket medför att sekundärbalkens ytterupplag saknar styvhet i  $x$ -led. Övriga pelare betraktas som fast inspända i grunden varför deras styvhetsbidrag i horisontalld kan beräknas som

$$k = \frac{3EI}{L^3}$$

Styvhetsbidraget från primärbalkarna är starkt beroende av var längst primärbalkens spännvidd som sekundärbalken placeras. För att undersöka denna inverkan beräknas de horisontella reaktionerna i mittupplagen utifrån upplagsstyvheter för 10 alternativa balkplaceringar längst primärbalken. Dessa visar att den horisontella kraftöverföringen från sekundärbalk till pelare är störst från de sekundärbalkar som är placerade närmast pelarna, dvs. de där styvheten är störst. Kraftöverföringen hos ett upplag placerat 3.5 meter från pelarna motsvarar den genomsnittliga kraftöverföringen från samtliga kontrollerade placeringar. Modellen förenklas därmed genom att endast denna placering används. Den totala kraftöverföringen till en pelare motsvarar således kraften från 7 sekundärbalkar med den aktuella placeringen. De styvheter som används för punktupplagen i modellen presenteras i Tabell 9.1.

Upplag	Riktning	Pelarens styvhetsbidrag [kN/m]	Primärbalkens styvhetsbidrag [kN/m]	Upplagets totala styvhet [kN/m]
Kantupplag (A o E)	Horisontellt (x-led)	0 kN/m	Ej relevant	0 kN/m
	Vertikalt (z-led)	Oändligt styvt	813 kN/m	813 kN/m
Mittupplag (B o D)	Horisontellt (x-led)	48.0 kN/m	50.3 kN/m	24.5 kN/m
	Vertikalt (z-led)	Oändligt styvt	1875 kN/m	1875 kN/m
Nockupplag (C)	Horisontellt (x-led)	20.9 kN/m	50.3 kN/m	14.8 kN/m
	Vertikalt (z-led)	Oändligt styvt	1875 kN/m	1875 kN/m

Tabell 9.1. Upplagens uppskattade styvheter vid beräkning av horisontell förskjutning av sekundärbalk

Även takplåtens styvhet påverkar sekundärbalkens förskjutning. Denna modelleras som ett linjeupplag. Takplåtens styvhet beräknas utifrån samma modell som balkarna styvhetsbidrag. För takplåten utgörs dock spännvidden av hela byggnadens längd medan det fiktiva balktvärsnittet utgörs av plåten, med dess tjocklek som balkbredd och byggnadens totala bredd som balkhöjd. Eftersom spännvidden utgörs av hela byggnadslängden är takplåtens styvhetsbidrag till sekundärbalken beroende av var i byggnaden balken är placerad. De horisontella förskjutningarna blir störst för balkar placerade mitt i byggnaden. Denna placering används således för att beräkna de maximala krafterna i som förs vidare till en pelare. Styvheten från takplåten beräknas för den aktuella placeringen till 339.7 kN/m. Samtliga styvheter som används vid modelleringen presenteras i Tabell 9.2.

Styvheter	x-led	z-led
Kantupplag	-	813 kN/m
Mittupplag	24.5 kN/m	1875 kN/m
Nockupplag	14.8 kN/m	1875 kN/m
Takplåt	339.7 kN/m	-

Tabell 9.2. Uppskattade styvheter för sekundärbalkens upplag

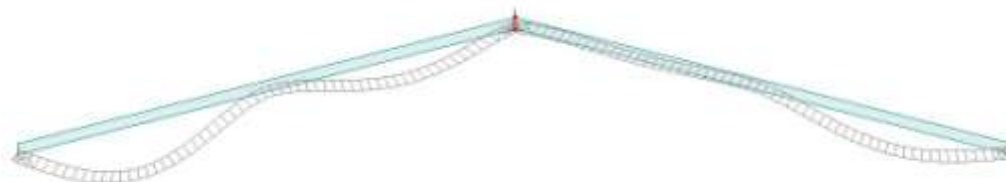
De horisontella krafterna blir störst vid ojämn lastfördelning varför Eurokods ojämna lastfall används vid beräkningarna. Utifrån sekundärbalkarnas centrumavstånd på 2.7 meter samt laster beräknade enligt avsnitt 9.3. fås belastningen till 8.10 kN/m för den hårdast belastade takhalvan och 4.05 kN/m för den andra takhalvan. Lasten i modellen förs i på balken som en jämt utbredd, vertikal, linjelast.



Figur 9.11. Lastfördelningen vid analys av horisontella förskjutningar

Analysen genomförs med skalelement med 9 noder. Elementen har arean 0.01 m<sup>2</sup>.

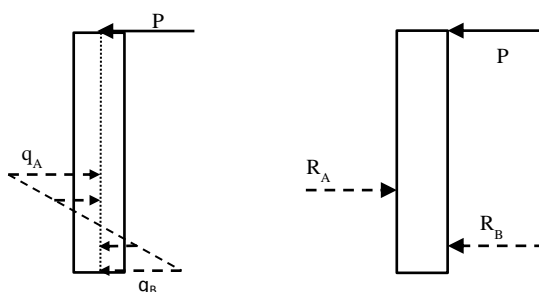
Den maximala horisontella förskjutningen uppstår i mittstödet på den takhalva som utsätts för det högre lastvärdet. Den horisontella upplagskraften i detta upplag till 315 N medan motsvarande vertikala upplagskraft beräknas till 76.8 kN. Den totala kraft som tas förs vidare till en pelare utgörs av summan av kraftöverföringen från 7 sekundärbalkar och blir således 2.2 kN i horisontalled. Vid belastning och styvheter enligt grundfallet får sekundärbalkarna en utböjningsform enligt Figur 9.12.



Figur 9.12. Sekundärbalkens principiella utböjningsform vid styvheter och belastning enligt grundfallet

### Kraftöverföring i primärbalken

Den horisontella kraften från sekundärbalken angriper primärbalken i dess ovankant. Primärbalken är i sin tur infäst i pelarens sidostycken i balkens underkant. Detta medför att ett moment uppstår. Krafterna som förs vidare till pelarens sidostycken kommer därmed bli betydligt större än den last som angriper primärbalken. Anslutningen mellan sidostycken och balk löper 400 mm upp på balken. Lastöverföringen mellan primärbalk och sidostycke antas variera linjärt med höjden. Utifrån detta antagande kan lastfördelningen bestämmas. Då anslutningen mellan balk och pelare är spikad antas lasterna överföras helt och hållet som tryckkrafter. De utbredda upplagen mellan balk och pelare ersätts med två ekvivalenta laster vilka verkar i tyngdpunkten för respektive tryckblock.

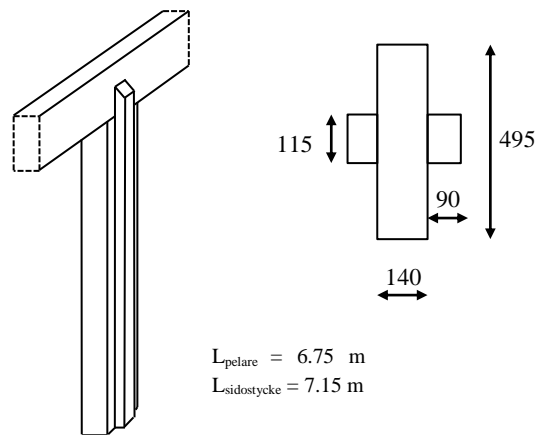


Figur 9.13. Lastöverföring av horisontella krafter i primärbalken

Den större av de krafter som belastar sidostyckena, betecknad  $R_A$  i Figur 9.13, beräknas till 6.4 kN, dvs. 2.9 gånger större än den last som angriper primärbalken, P. Kraften  $R_A$  angriper 330 mm från balkens underkant, dvs. 7.08 m från pelarens infästning i grunden.

### Horisontella krafter i pelarna

Den last som överförs till pelarens sidostycken från primärbalken är enligt den aktuella beräkningsmodellen 6.4 kN och denna angriper 7.08 m från pelarens infästning i grunden. Pelarens principiella utformning och tvärsnitt presenteras i Figur 9.14



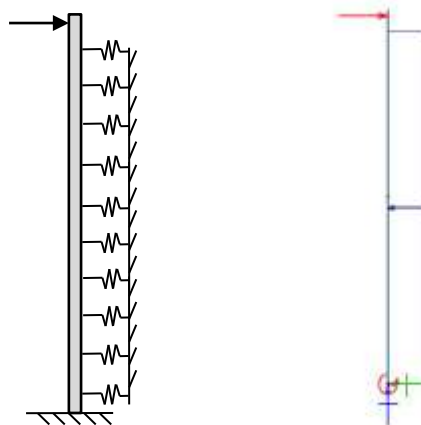
Figur 9.14. Pelarnas utformning med sidostycken

Sidostycket är spiklimmat till pelarens centrala del. Vi beräkning av snittreaktionerna i sidostycket modelleras denna anslutning som balk på en fjäderbädd, en sk. Winkler bädd. Styvheten hos bädden beräknas som (Sun, 2011)

$$k = \frac{2tE_{90}}{b}$$

- där
- $k$  är fjäderbäddens styvhet [kN/m<sup>2</sup>]
  - $t$  är sidostyckets tvärsnittshöjd [m]
  - $E_{90}$  är pelarens elasticitetsmodul vinkelrätt fibrerna [Pa]
  - $b$  är tvärsnittsbredden hos pelarens centrala del [m]

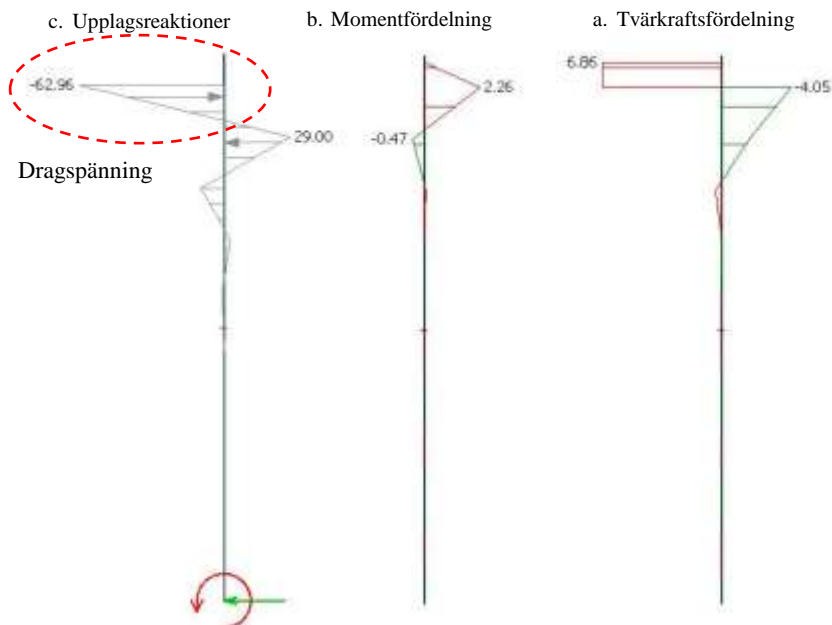
Styvheten hos fjäderbädden beräknas till 209.1 MN/m<sup>2</sup>. Upplagsreaktioner, momentfördelning och tvärkraftsfördelning i sidostyckena beräknas med hjälp av FEM-Design. Modellen för beräkningarna presenteras i Figur 9.15 nedan. Sidostyckes infästning i grunden modelleras som fastinspant. Balkelement med storlek 0.2 meter används vid modelleringen.



Figur 9.15. Modell för beräkning av snittreaktioner i pelarnas sidostycken

Vid beräkning av snittreaktionerna har det stor betydelse hur högt upp på sidostycket detta antas vara infäst i den centrala pelardelen. Om anslutningen är verksam hela vägen upp till toppen av den centrala

pelardelen, 6.75 m över infästningen till grunden, blir det maximala momentet i sidostycket 2.3 kNm. Såväl upplagsreaktionerna som momentfördelningen och tvärkraftsfördelningen visas för detta fall i Figur 9.16.



Figur 9.16. Upplagsreaktioner, momentfördelning samt tvärkraftsfördelning i sidostycke då Isatöverföring är möjlig hela vägen upp till toppen av den centrala pelardelen.

De beräknade upplagsreaktionerna för fjäderbädden visar dock att det i upplagets övre del kommer uppstå stora dragspänningar. Anslutningen mellan sidostycke är spiklimmad vilket medför att dess kapacitet att överföra tvärdrag är mycket begränsad. Det är därför troligt att anslutningen i ovankant kommer sakna förmåga att överföra dessa spänningar. Om anslutningens kapacitet minskas till 0 kN/m<sup>2</sup> över den del av upplaget som utsatts för tvärdragspänningar kommer detta medföra att det maximala momentet i tvärsnittet ökar. Sambandet mellan upplagets längd och den maximala momentpåkänningen i tvärsnittet presenteras i Tabell 9.3.

Upplagets längd [m]	Maximalt moment [kNm]	Maximal tvärkraft [kN]
6.75 m	2.3 kNm	6.5 kN
6.5 m	3.8 kNm	9.5 kN
6.25 m	5.4 kNm	12.6 kN
6 m	7.0 kNm	14.0 kN

Tabell 9.3. Samband mellan upplagets längd och den maximala momentpåkänningen

Den karakteristiska momentkapaciteten för tvärsnittet beräknas enligt Eurokod till 5.1 kNm medan den dimensionerande kapaciteten beräknas till 3.3 kNm. Hade tvärdragspänningar kunnat överföras så att hela anslutningen varit aktiv hade således bärförmågan med avseende på moment varit tillräcklig. Redan då bärförmågan förlorats i de övre 250 mm av anslutningen överstigs dock den dimensionerande bärförmågan och då bärförmågan förlorats i 500 mm av anslutningen överstigs även den karakteristiska bärförmågan. Det maximala momentet uppstår i samtliga fall i höjd med upplagets

slut. Den dimensionerande tvärkraftskapaciteten för sidostycket beräknas enligt Eurokod till 17.7 kN. Denna överskrids således inte för någon av de aktuella upplagslängderna.

Enligt denna analys bör således brott pga. överskriden momentkapacitet uppstå i pelarens övre del, troligtvis i sidostyckets övre meter. De horisontella krafterna är störst i sidostycket på sidan bort från nock varför brott troligtvis uppträder på denna sida

Analysen är dock mycket känslig för styvheter hos såväl punktupplag som takplåt. Avvikelse från de antagna förhållandena kan således innebära såväl förändrade lastvärden som variationer i vilken av de båda takhalvorna som upplever störst horisontalkrafter.

### 9.4.3. Vippning av sekundärbalkar

#### Modell

En egenvärdesanalys genomförs på sekundärbalken för att bestämma risken för vippning. Balken och dess upplag ges i analysen samma egenskaper som vid beräkning av sekundärbalkens horisontella förskjutning. Därmed används också samma grundmodell och elementindelning. Vid vippningsanalysen utökas dock modellen till tre dimensioner vilken medför att styvheter i y-led införs. Då både primärbalkarna och takplåten betraktas som oändligt styv i denna riktning sätts styvheten hos punktupplag i y-led till  $10^{10}$  N/m, och styvheten hos linjeupplagen till  $10^7$  N/m<sup>2</sup> enligt FEM-Designs rekommenderade värden för fasta upplag.

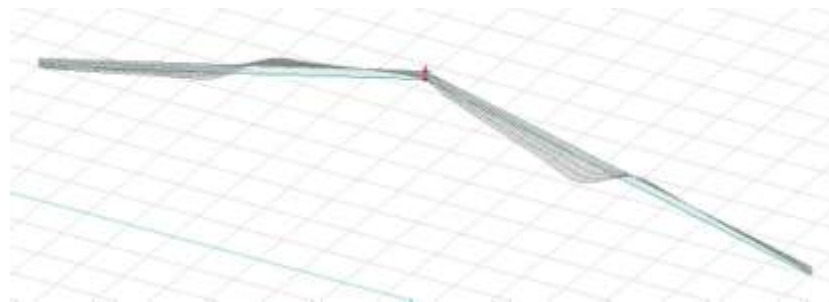
Vippningsanalysen genomförs för såväl fallet med konstant belastning över hela taket som för fallet med dubbelt så hög belastning över ena takhalvan jämfört med belastningen över den andra halvan. I båda fallen används laster framtagna enligt Eurokod, enligt Tabell 9.4.

	Belastning takhalva 1	Belastning takhalva 2
Jämn lastfördelning	8.10 kN/m	8.10 kN/m
Ojämn lastfördelning	8.10 kN/m	4.05 kN/m

Tabell 9.4. Lastvärden vid jämn respektive ojämn lastfördelning enligt Eurokod.

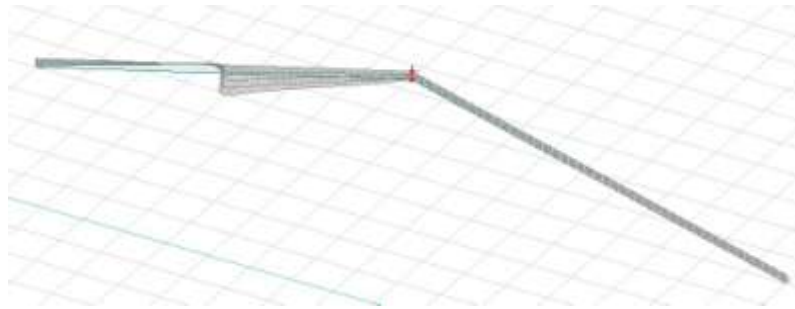
#### Analys

Vid jämn lastfördelning enligt Eurokod uppstår teoretiskt vippning vid 115 % av den dimensionerande lasten medan vippning vid ojämnlastfördelning uppstår redan vid 105 % av den dimensionerande lasten. Vippningen uppstår genom att balkens underkant vippas ut i närheten av mittstöden. Vippningsformen för fallet med jämn lastfördelning presenteras i Figur 9.17 medan motsvarande form presenteras i Figur 9.18. för ojämn lastfördelning.



Figur 9.17. Vippningsmod för sekundärbalken vid jämn lastfördelning



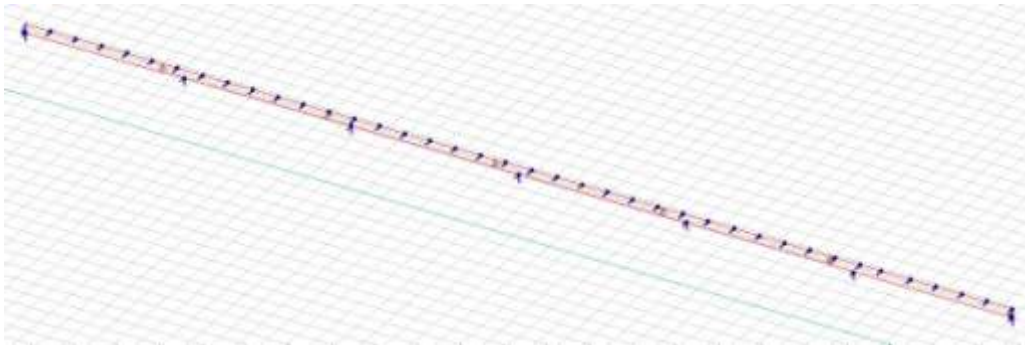


Figur 9.18. Vippningsmod för sekundärbalken vid ojämn lastfördelning

#### 9.4.4. Vippning av primärbalk

##### Modell

För att kontrollera vippningsrisken hos primärbalken genomförs en egenvärdesanalys av denna. Balken modelleras som en kontinuerlig balk över hela byggnadens längd, dvs. 106.06 meter. Modellen presenteras i Figur 9.19.



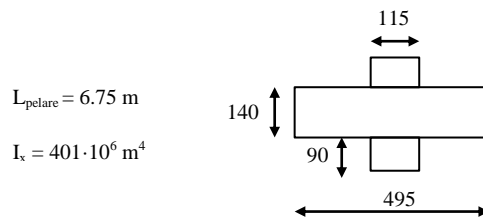
Figur 9.19. Modell för instabilitetsberäkning av primärbalken

I de fem punkterna där balkens gerberbeslag är placerade införs i modellen leder utan möjlighet att överföra moment. Balkdelarna utanför de yttre gerberbeslagen har tvärsnittet 140x990 mm<sup>2</sup> medan resterande balkdelar har tvärsnittet 140x855 mm<sup>2</sup>. Pelarna vilka utgör upplag för balken har ett centrumavstånd på 18 meter. Pelarna antas ha oändlig styvhet i z-led. Den horisontella styvheten hos pelarna beräknas utifrån förutsättningen att pelarna är fast inspända i grunden som

$$k = \frac{3EI}{L^3}$$

Däremot försummas helt pelarnas styvhet mot rotation av primärbalken vilket medför att modellen blir vekare än den verkliga konstruktionen.

Pelarnas geometri presenteras i Figur 9.14. Utifrån denna kan pelarna styvhet mot horisontell förskjutning av pelartoppen beräknas till och 48.0 kN/m i veka riktningen. Detta motsvarar styvheten mot horisontell deformation i balkens tvärriktning Anslutningen mellan pelare och balk placeras i modellen i balkens underkant.

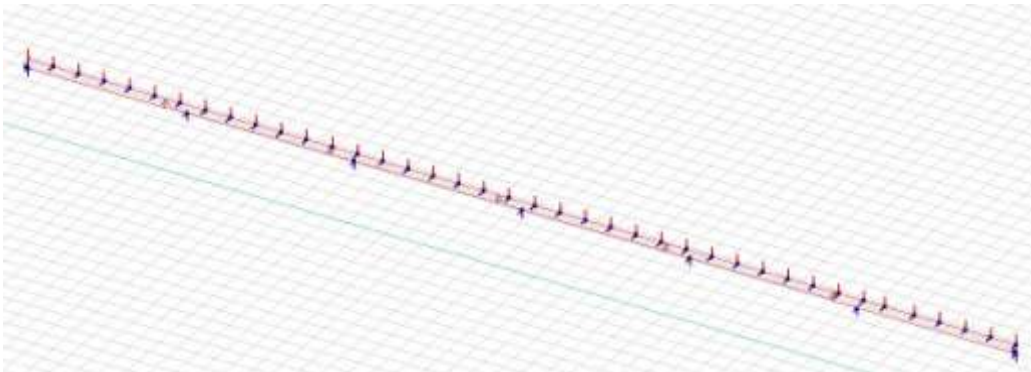


Figur 9.20. Pelarnas tvärsnittsmått

Balkens stagas i dess ovankant av sekundärbalkar med centrumavståndet 2.7 meter. Dess styvhet beräknas utifrån den förskjutning sekundärbalken enligt modellen i avsnitt 9.4.2 får då den belastas i sitt mittenupplag med den horisontella lasten 1 kN.

Vid balkens ytterupplag ansluts denna i ovankant till de stomstabiliserande dragstagen. Dessa upplag antas därför vara förhindrade att förskjutas. Samtliga fasta upplag ges styvheter  $10^{10} \text{ N/m}$  för punktupplag respektive  $10^7 \text{ N/m}^2$  för linjeupplag enligt FEM-Designs rekommenderade värden.

I samma punkter som balken stagas av sekundärbalkarna belastas den också av den vertikala lasten från dessa, enligt Figur 9.21. Dessa beräknades i avsnitt 9.4.2 till 76.8 kN vilket således används som lastvärde i vippningsanalysen.



Figur 9.21. Vertikal belastning av primärbalken

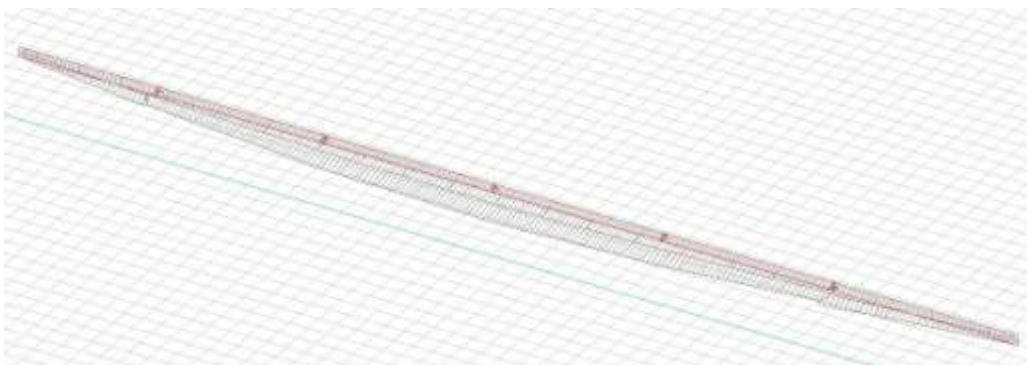
Analysen genomförs med skalelement med 9 noder och arean  $0.01 \text{ m}^2$ .

I analysen beräknas den kritiska vippningslasten för den aktuella geometrin. En undersökning av hur vippningslasten påverkas av styvheten hos pelarna, dvs. den stagning som motverkar vippning i balkens underkant, och av styvheten hos sekundärbalkarna, dvs. den stagning som motverkar vippning i balkens ovankant genomförs också.

Den ideala stagningen beräknas även approximativt enligt ekvation 3.19.

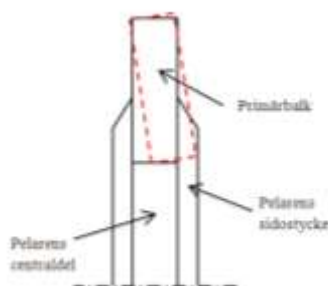
### Analys

Vid aktuella styvheter kommer primärbalken teoretiskt att vippa ut i dess underkant redan vid en belastning motsvarande 11 % av den aktuella. Däremot vippar balkens ovankant inte ut. Den aktuella vippningsmoden motsvarar en halv sinusvåg och presenteras i Figur 9.22.



Figur 9.22. Vippningsmod för primärbalken

Vippning av balkens underkant medför, i likhet med de horisontella förskjutningarna av sekundärbalken, en horisontell förskjutning i pelarnas sidostycken. Sidostyckenas kapacitet att ta upp denna kraft är som tidigare nämnt relativt liten varför det finns risk för brott i sidostyckena som en direkt följd av vippningen. Vilken sida brottet sker på är här främst beroende av intialkrokigheter och andra defekter hos balken och går således inte att förutse genom denna analys.



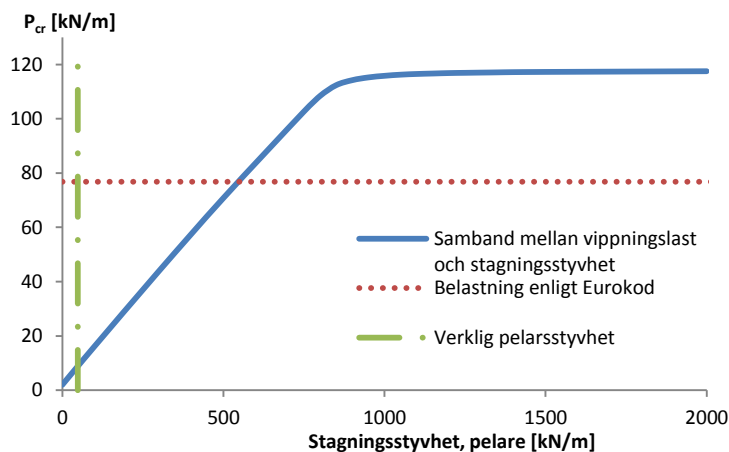
Figur 9.23. Vippning av balkens underkant medför en horisontell belastning av pelarens sidostycken

Då stagningsstyvheten hos sekundärbalkarna hålls konstant medan pelarnas styvhetsinverkan varierar erhålls ett samband mellan stagningsstyvhet och vippningslast enligt Figur 9.24. Den kritiska lasten hos balken är starkt sammankopplad med styvheten hos pelarna. Kapaciteten ökar nästintill linjärt med ökad stagningsstyvhet upp styvheten 850 kN/m då 95 % av den maximala kapaciteten uppnåts. Upp till denna styvhet sker vippningen i form av en halvsinusformad vippningsmod. Även vid större styvheter fortsätter kapaciteten att öka något med ökad styvhet. Erforderlig stagning för att uppnå vippning mellan stagpunkterna är 1050 kN/m. Vippningsformen vid denna styvhet presenteras i Figur 9.25. Maximal deformation uppstår för detta fall i det fack som saknar gerberbeslag samt intilliggande fack. Vid stagning med styvheten 1050 kN/m uppgår kapaciteten till 99 % av den vid full stagning. För stagningsstyvheter mellan 850 kN/m och 1050 kN/m kommer balken främst att vippa ut i närheten av det fack som saknar gerberbeslag.

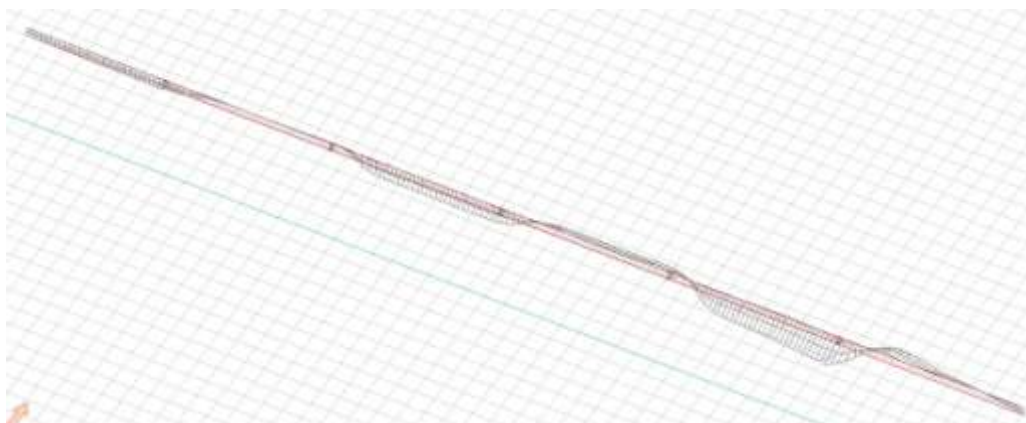
I Figur 9.24. markeras även aktuell stagningsstyvhet samt aktuell belastning enligt Eurokod. Styvheten hos pelarna är således långt lägre än den styvhet som teoretiskt hade behövts för att förhindra vippning. Vid fullständig stagning hade däremot vippningslasten hos primärbalken varit 40 % högre än belastningen. Den stagningsstyvhet som krävts för att uppnå en kapacitet motsvarande belastningen

enligt Eurokod är 550 kN/m, dvs. avsevärt högre än den styvheten på 48 kN/m som erhålls med den aktuella utformningen.

Den ideala stagningen beräknas enligt Yuras approximativa metod, ekvation 3.19, till 987 kN/m.

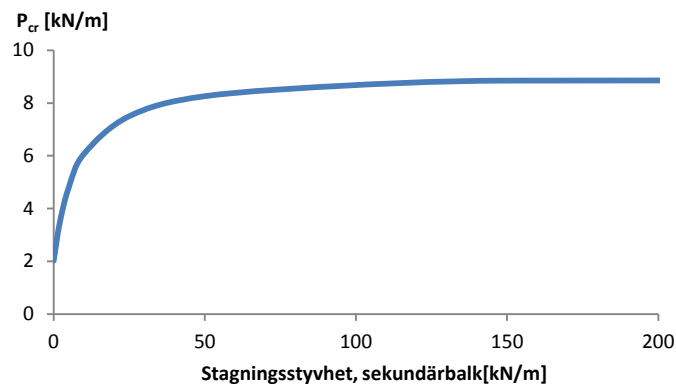


Figur 9.24. Samband mellan stagningsstyvhet från pelarna och den kritiska vippningslasten för primärbalken



Figur 9.25. Primärbalkens längsta vippningsmod vid aktuell stagningsstyvhet

Då stagningsstyvheten hos pelarna istället hålls konstant medan sekundärbalkarna styvhet varieras erhålls ett samband mellan stagningsstyvhet och vippningslast enligt Figur 9.26. Då primärbalkarna helt avlägsnas vippar balken ut i dess ovankant. Redan vid en styvhet på 50 kN/m kommer dock ovankanten vara stagad och deformationen ske i balkens ovankant. En liten kapacitetsökning kvarstår ändå med ökad stagningsstyvhet. Denna är dock försumbar i jämförelse med kapacitetsökningen till följd av ökad stagningsstyvhet i balkens underkant. Vid stagningsstyvheter i samma storleksordning som den aktuella styvheten på 4186 kN/m ger en ökad stagningsstyvhet inte någon märkbar effekt på vippningskapaciteten. Även vid full stagnering i ovankant kommer balkens kritiska vippningslast således vara 11 % av den aktuella belastningen. Det bör dock påpekas att den använda modellen, där pelarnas styvhet mot rotation helt försummas, medför en vek bild av verkligheten. Vippningslasten bör i verkligheten vara högre.



Figur 9.26. Samband mellan stagningsstyvhet från sekundärbalken och den kritiska vippningslasten för primärbalken

## 9.5. Slutsats

Enligt analysen finns två primära fel vilka oberoende av varandra kan ha orsakat byggnadens kollaps. Det första av dessa är den horisontella förskjutningen av takkonstruktionen i byggnadens tvärriktning vilken leder till betydande belastningar i pelarnas sidostycken. Pelarnas utformning medför att dessa har mycket dålig kapacitet för denna typ av horisontella krafter och sidostyckena kan därmed gå till brott på grund av överskriden momentkapacitet. Detta brott hade i så fall skett i sidostyckena på sidan från nock vilket inte överensstämmer med de iakttagna brotten på plats. Den horisontella förskjutningen bedöms således inte vara den primära rasorsaken i byggnaden.

Den andra bristen som kan ha haft betydande inverkan på byggnadens kollaps är instabilitetsrisken i byggnadens primärbalk. Primärbalken har visserligen erforderlig stagning i ovankant men då denna är kontinuerlig över stöd kommer underkanten vara tryckt längst stora delar av dess spännvidd. I underkant stagas balken endast av mycket veka pelare. Centrumavståndet mellan dessa är också betydande vilket medför att dess styvhet mot horisontell deformation är betydligt lägre än vad som krävs för att staga balken mot vippning i underkant. Risken för vippning i underkant är således så betydande att denna bedöms vara den primära orsaken till byggnadens kollaps. Den maximala deformationen vid aktuell styvhet såväl som vid fullständig stagning uppstår i närheten av det fack som saknar gerberbeslag, dvs. det fack som enligt de dokumenterade rasförloppet kollapsade först. Det analyserade beteendet visar således god överensstämmelse med det verkliga raset.

Det bör poängteras att dessa båda svagheter analyserats helt separat. Dess inverkan på varandra har därmed ej analyserats trots att de uppkommer vid samma yttre belastning och påverkar samma konstruktionselement. Risken är därför stor att de ingående bristerna i verkligheten förstärks ytterligare av varandra.

Båda de presenterade primära bristerna i byggnaden kan härledas till pelarnas utformning. Att använda sig av pelare med den aktuella, mycket slanka, utformningen och samtidigt utnyttja anslutningar med väldigt begränsad tvärdragkapacitet medför en väldigt instabil konstruktion och är således inget som bör rekommenderas. Detta bedöms vara den största enskilda bristen i den aktuella utformningen.

Även stomstabiliseringen och sekundärbalkarna uppvisar klara brister. Dessa kan dock inte kopplas direkt till byggnadens kollaps.

# Kapitel 10

## Slutsats

Bärförmågan med avseende på instabilitet är för slanka, horisontella, ostagade, träbärverk främst beroende av elementets spännvidd och tvärsnittsbredd. Även dess tvärsnittshöjd, dess styvhetsgenskaper samt lastens angreppspunkt har dock betydande inverkan på den kritiska lasten.

För att öka kapaciteten är stagnation en effektiv metod. För att stagnationen ska kunna möjliggöra maximal kapacitet måste denna placeras på samma nivå som, eller högre upp i tvärsnittet än, lastens angreppsnivå. Även stagnationens styvhet har stor inverkan på bärförmågan. Den ideala stagningsstyvhet som krävs för att uppnå maximal kapacitet med avseende på vippning är främst beroende av bärverkets spännvidd och tvärsnittsbredd. Även balkens tvärsnittshöjd, dess styvhet samt stagnationens placering har betydande inverkan på den erforderliga stagningsstyvheten.

Det går inte att automatiskt betrakta ett bärverk som vippningsförhindrat i de punkter det stagas utan stagnationens styvhet måste även kontrolleras mot den erforderliga styvheten. Ett praktiskt exempel på detta är den kollapsade primärbalken i Rosvalla Tennishall, Nyköping. Trots stagande pelare var balken inte förhindrad att vippa ut i underkant. Pelarna hade i detta fall en styvhet som endast utgjorde en bråkdel av den erforderliga.

Det ideala vippningsbeteendet skiljer sig avsevärt från slanka balkars beteende vid vertikal belastning i praktiken. På grund av initialkrokighet och andra imperfektioner uppträder horisontella förskjutningar redan vid pålastning. Dessa ökar sedan med ökad belastning. Något idealt vippningsbeteende uppstår däremot inte. De teoretiska modellerna utgör trots detta en praktiskt användbar beräkningsmodell för att undersöka stagnationens inverkan.

De krafter som uppstår i stagnationen uppgår vanligtvis till ett par procent av den ekvivalenta normalkraften i konstruktionselementet. Krafternas storlek varierar mycket beroende på yttre faktorer så som initialkrokigheter.



# Kapitel 11

## Förslag till fortsatt arbete

Rapporten har lagt en grund till fortsatt arbete inom området stabilisering av horisontella träbärverk. Följande ämnen anses särskilt betydelsefulla att studera vidare:

- Undersöka stagnings inverkan på bärförmågan hos konstruktioner utsatta för varierande belastningsfall samt vid varierade stagningsplaceringar i balkens längsriktning.
- Utredda inverkan av snedställning och initialkrokighet på sambandet mellan stagningsstyvhet och kritisk last.
- Undersöka stagkrafternas storlek vid varierade stagningsplaceringar samt stagningsstyvhets inverkan på stagkrafterna.





# Referenser

## Skriftliga

Bloms Ingenjörbyrå (1987), *Arbetsritningar Nats Tennishall i Nyköping*

Boverket (2010), *Erfarenheter från Takras I Sverige vintern 2009/2010: En delredovisning av Boverkets regeringsuppdrag M2010/2276/H*, Karlskrona, Tillgänglig på Internet: <http://www.boverket.se/Om-Boverket/Webbokhandel/Publikationer/2010/Erfarenheter-fran-takras-i-Sverige-vintern-20092010/>

Burström, Per Gunnar (2001). *Byggnadsmaterial: uppbyggnad, tillverkning och egenskaper*. Lund: Studentlitteratur

Carling, Olle (2008). *Limträhandbok*. Reviderad och rättad ny utg. Stockholm: Svenskt limträ

Carlsson, Hans (1987), *Sidostagning av slanka takbärverk*, Göteborg

Engström Kaj & Johansson Max (2010), *Rosvalla Tennishall Nyköping, Kontrollberäkning av stomme, Rapport Arb.nr. 10133745-01*, WSP Byggprojektering, Norrköping

Gustafsson Per Johan (2009), *Balkteori, Kurspärm*, Avdelningen för byggnadsmekanik, Lunds Tekniska Högskola, Lund

Helwig, Todd A. & Yura, Joseph A. (1996), *Bracing for stability*, University of Houston and University of Texas at Austin

Höglund, Torsten (2000), *Stabilisering genom skivverkan*, Stockholm

Isaksson, Tord & Mårtensson, Annika (2010). *Byggkonstruktion: regel- och formelsamling: baserad på Eurokod. 2. uppl.* Lund: Studentlitteratur

Isaksson, Tord & Mårtensson, Annika (2008). *Byggkonstruktion: regel- och formelsamling. 1. uppl.* Lund: Studentlitteratur

Isaksson, Tord, Mårtensson, Annika & Thelandersson, Sven (2005). *Byggkonstruktion*. Lund: Studentlitteratur

Statens stålbyggnadskommitté (1983[1973]). *Kommentarer till Stålbyggnadsnorm 70: knäckning, vippning och buckling*, Stockholm

Saabye Ottosen, Niels & Petersson, Hans (1992). *Introduction to the finite element method*. New York: Prentice Hall

StruSoft (2010a), *FEM-Design Applied Theory and Design 9.0*, Structural Design Software in Europe AB

StruSoft (2010b), *FEM-Design User Manual*, Structural Design Software in Europe AB

[2] Thelandersson Sven (2001), *Stålkonstruktioner*, Avdelningen för konstruktionsteknik, Lunds Tekniska Högskola, KFS i Lund AB, Lund

[6] Timoshenko, Stephen & Gere, James M. (2009[1961]). *Theory of elastic stability*. 2. ed., Dover ed. Mineola, N.Y.: Dover Publications

**Internet**

Structural Design Software in Europe AB, *FEM-Design overview*, <http://www.strusoft.com/index.php/en/products/fem-design>, 2011-04-19, kl 14.40

Sun Qing-Ping, Department of Mechanical Engineering the Hong Kong University of Science and Technology, *Chapter four elastic foundations*, <http://www.me.ust.hk/~meqpsun/Notes/CHAPTER4.pdf> [2011-05-11]

# Appendix 1

## Provningsresultat

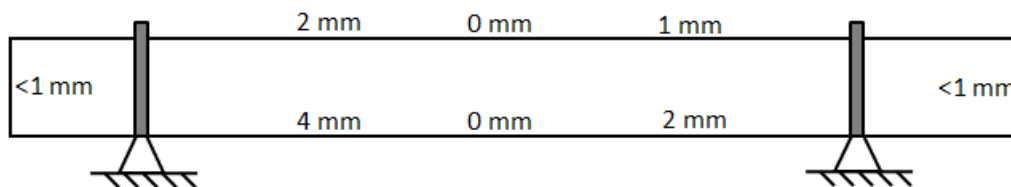
### Stagning i balkens ovkant

#### Mätserie 1

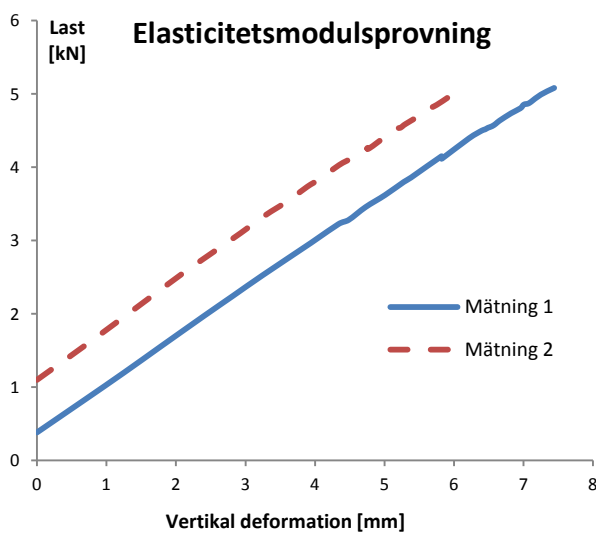
Balkens tvärsnittsmått samt dess fuktkvot presenteras i Tabell 1. Den uppmätta initalkrokigheten längst balken presenteras i Tabell 1.

Tvärsnittsbredd	21 mm
Tvärsnittshöjd	216 mm
Fuktkvot	

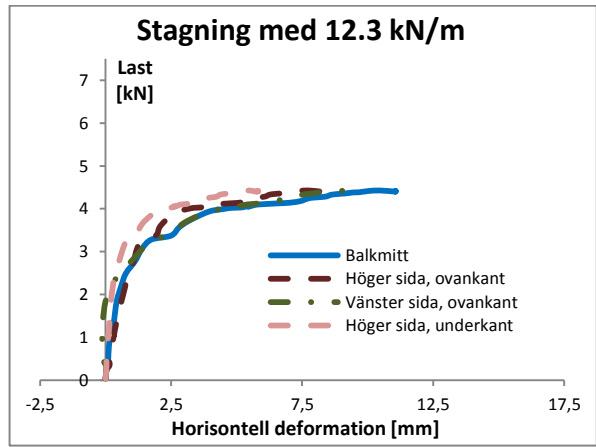
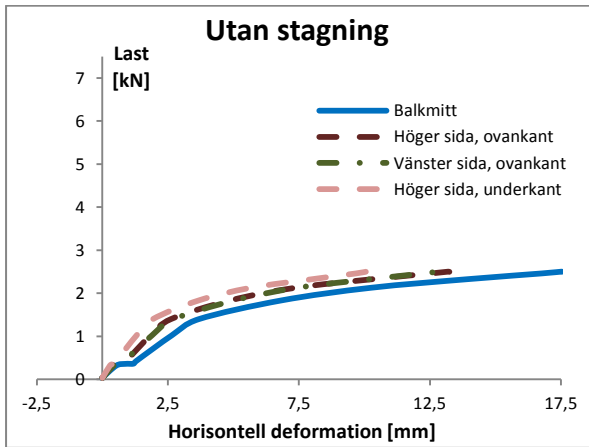
Tabell 1. Balkens tvärsnittsegenskaper



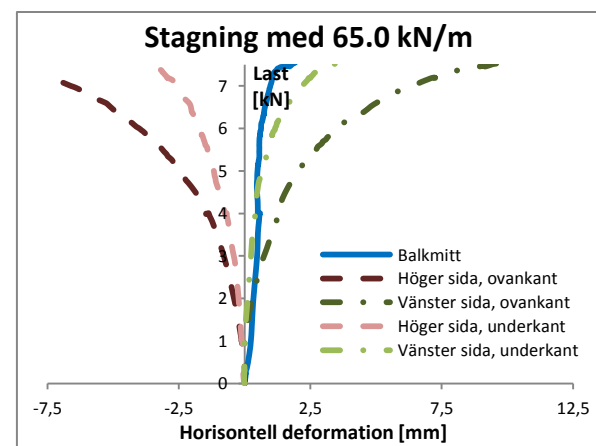
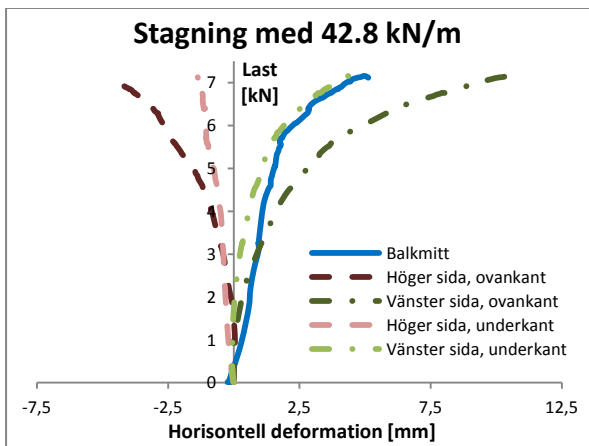
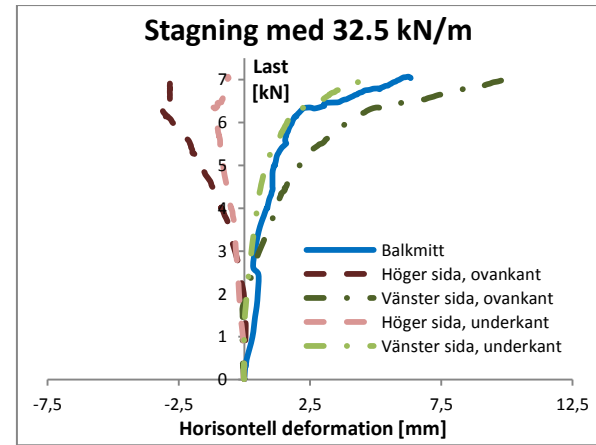
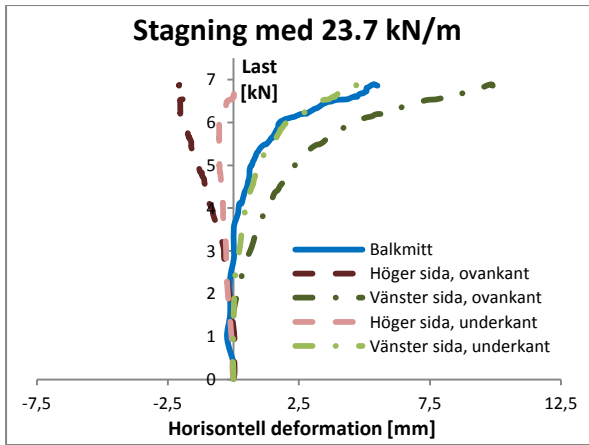
Figur 1. Uppmätt initalkrokighet längst balken

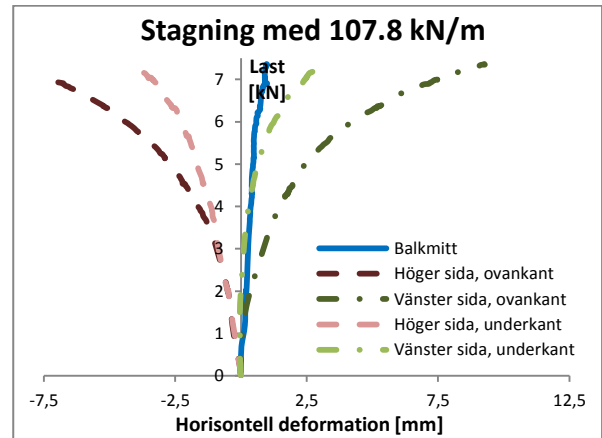
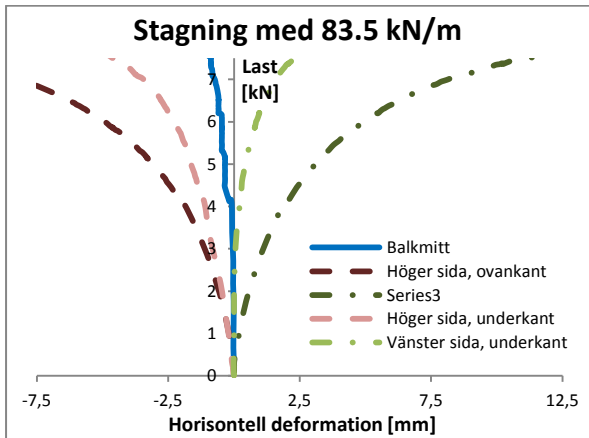


Elasticitetsmodulen beräknas utifrån mätning 1 till 6916 MPa och utifrån mätning 2 till 7261 MPa. Medelvärde av de båda mätningarna är 7088 MPa.



Mätcellen i underkant på balkens vänstra sida var ur funktion vid de två första provningarna,



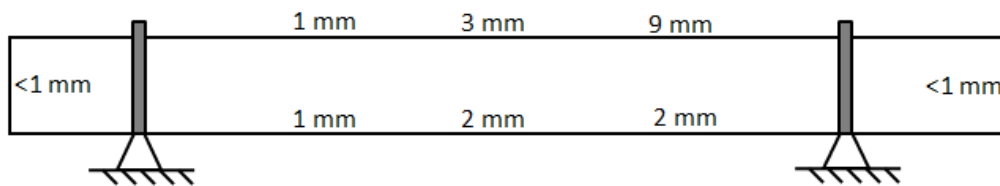


## Mätserie 2

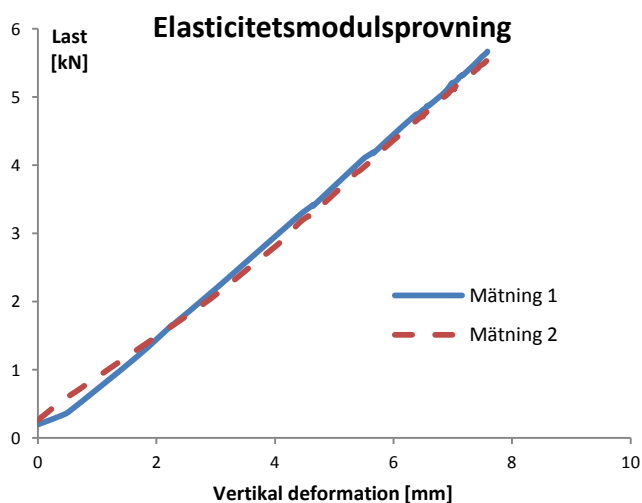
Balkens tvärsnittsegenskaper samt dess fuktkvot presenteras i Tabell 2. Den uppmätta initalkrokigheten längst balken presenteras i Tabell 2.

Tvärsnittsbredd	21 mm
Tvärsnittshöjd	216 mm
Fuktkvot	

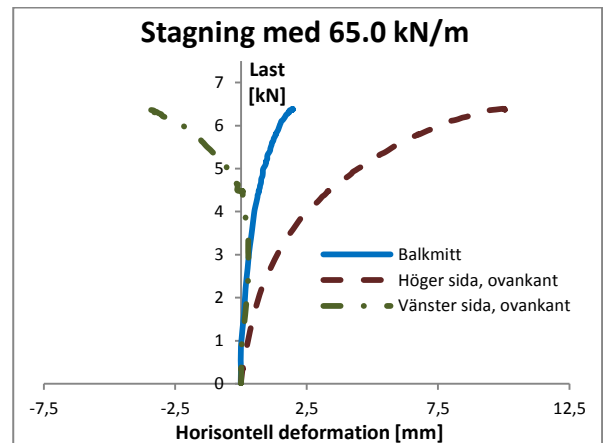
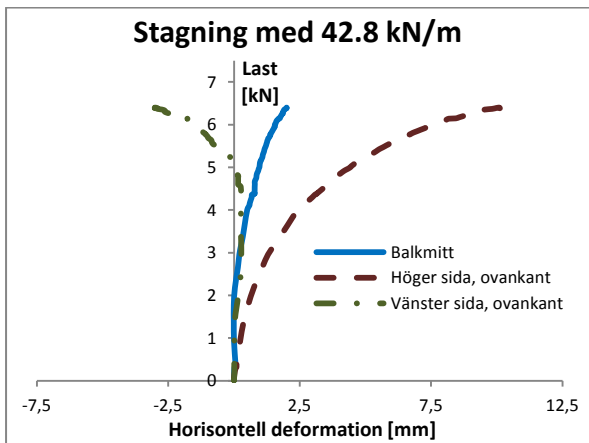
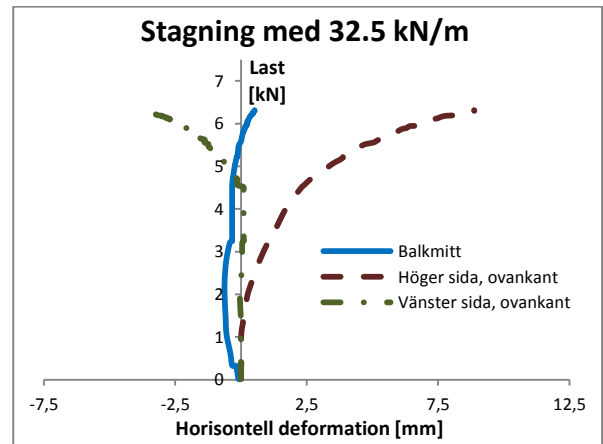
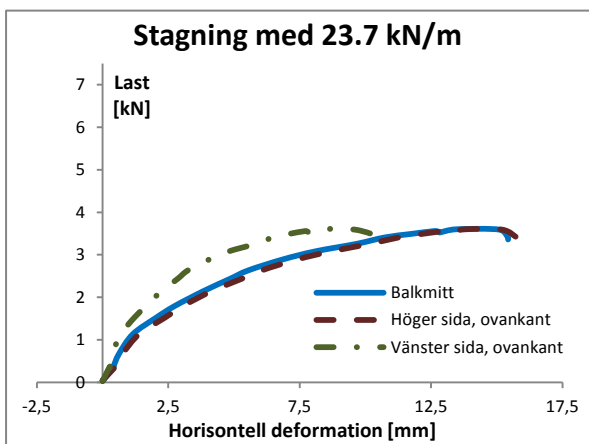
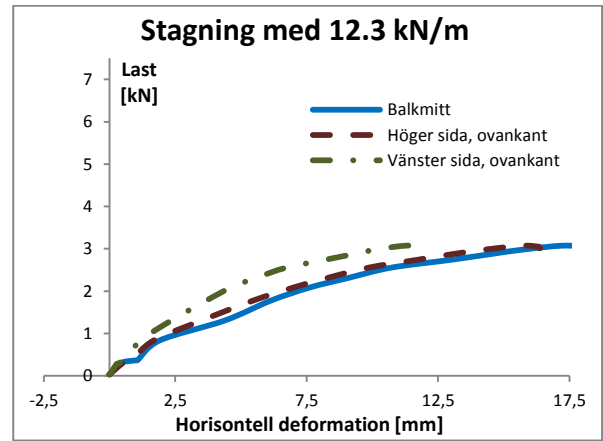
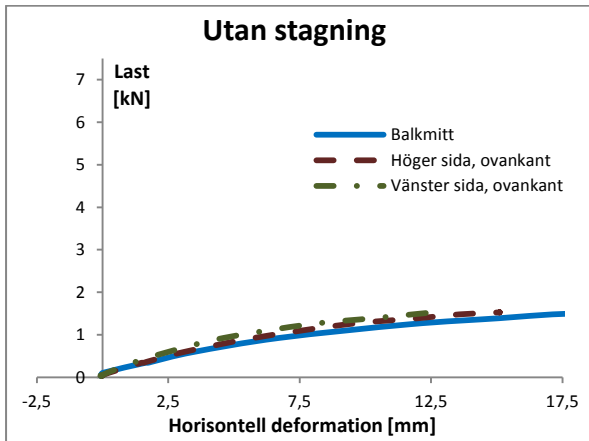
Tabell 2. Balkens tvärsnittsegenskaper

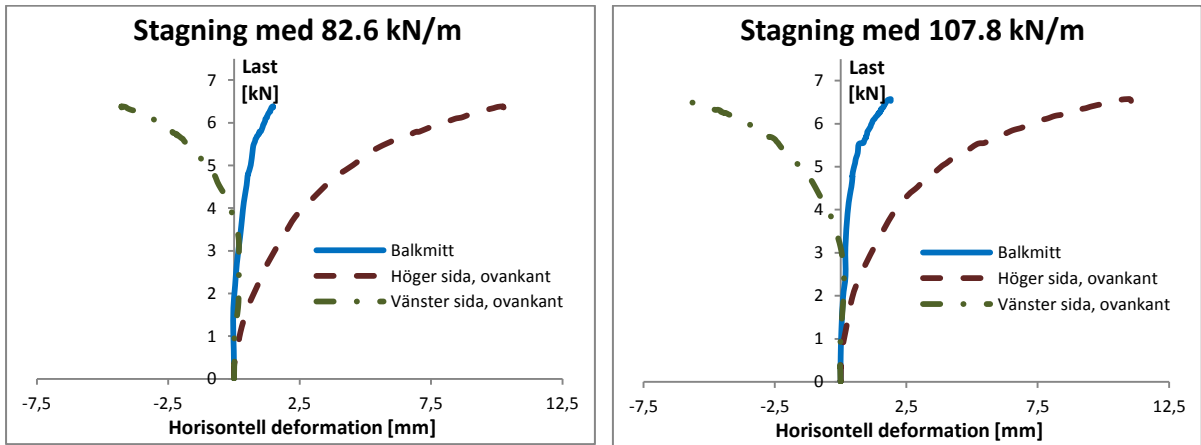


Figur 27. Uppmätt initalkrokighet längst balken



Elasticitetsmodulen beräknas utifrån mätning 1 till 7984 MPa och utifrån mätning 2 till 8552 MPa. Medelvärdet av de båda mätningarna är 8118 MPa.



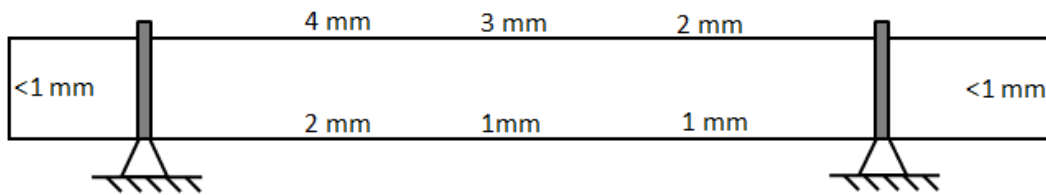


### Mätserie 3

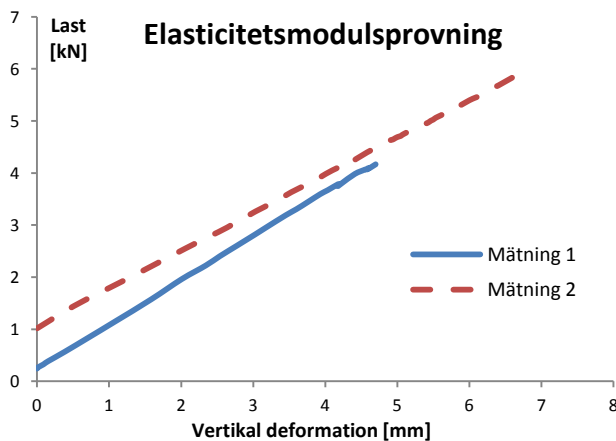
Provkroppens tvärsnittsegenskaper samt dess fuktkvot presenteras i Tabell 3. Den uppmätta initalkrokigheten längst balken presenteras i Figur 3

Tvärsnittsbredd	21 mm
Tvärsnittshöjd	215 mm
Fuktkvot	

Tabell 3. Balkens tvärsnittsegenskaper

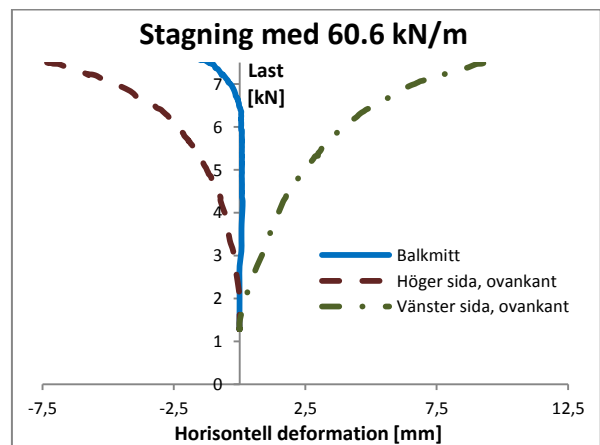
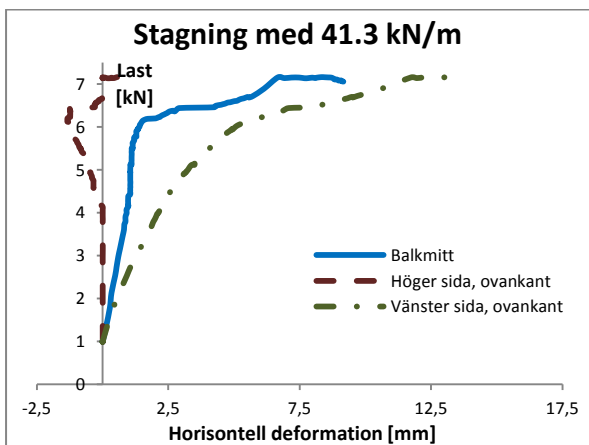
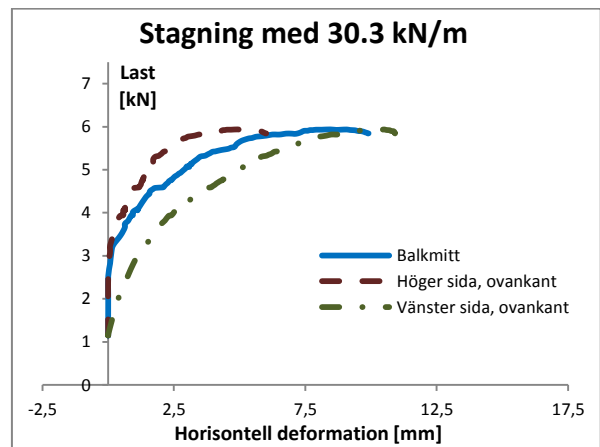
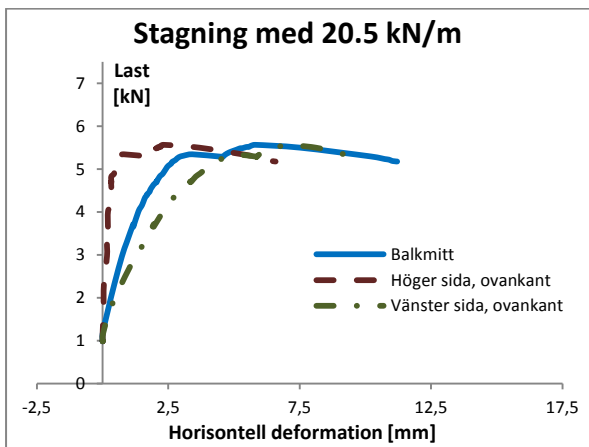
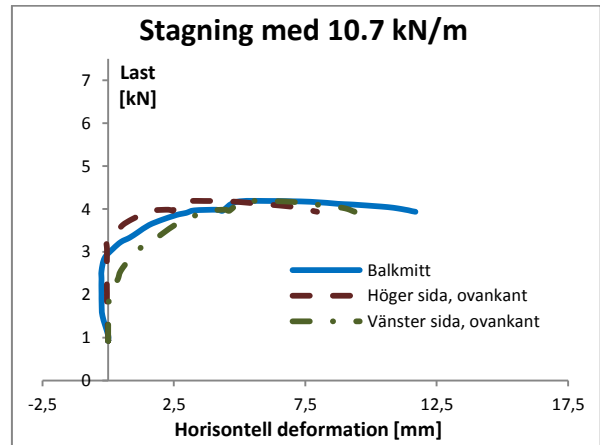
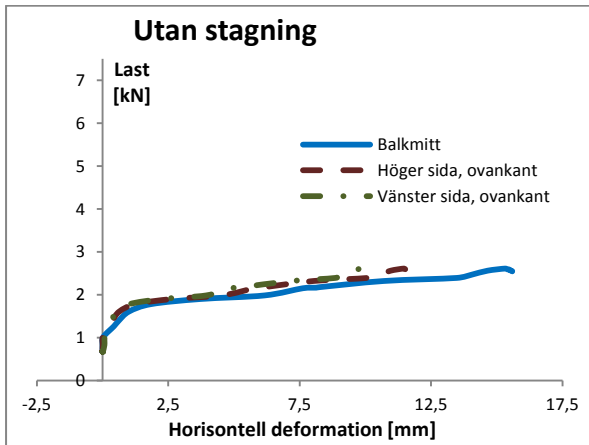


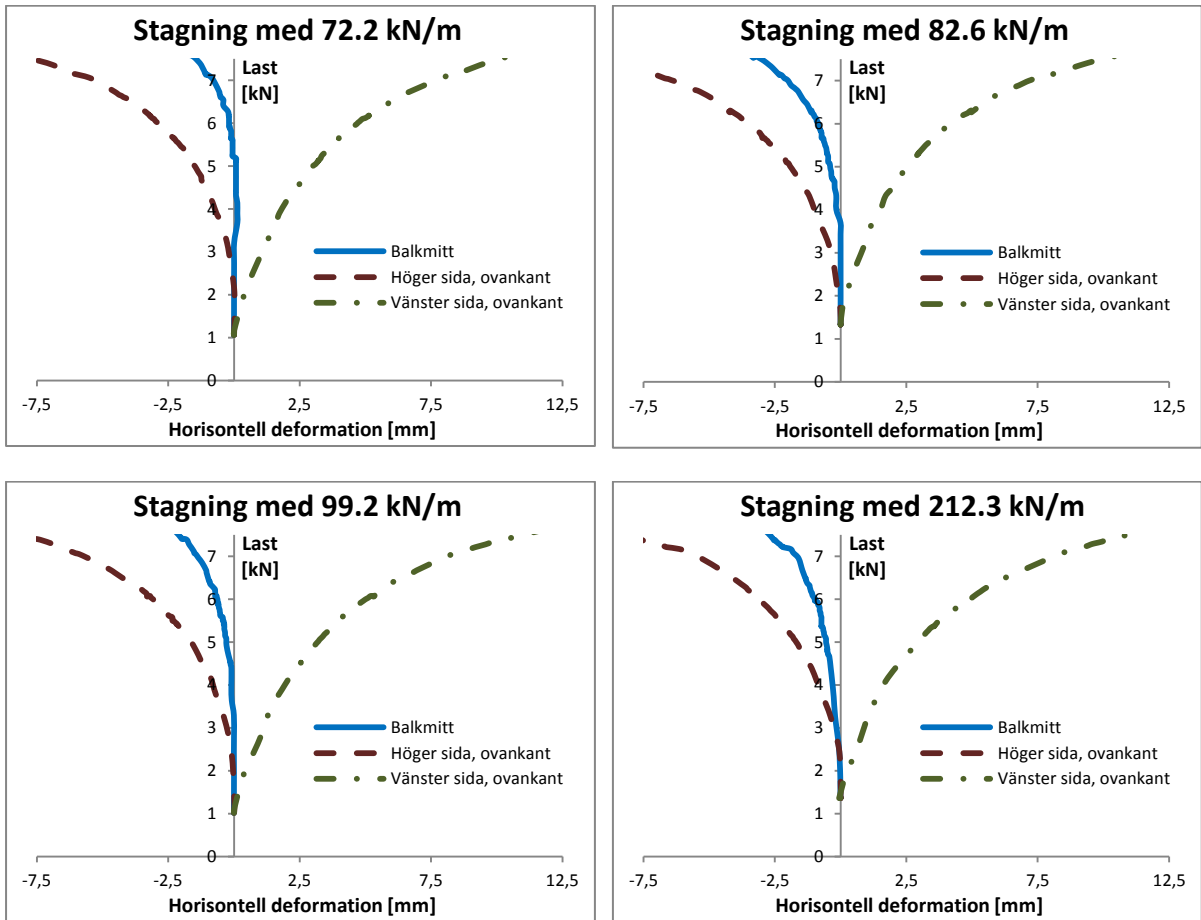
Figur 3. Uppmätt initalkrokighet längst balken



Elasticitetsmodulen beräknas utifrån mätning 1 till 9356 MPa och utifrån mätning 2 till 8014 MPa. Medelvärdet av de båda mätningarna är 8685 MPa.







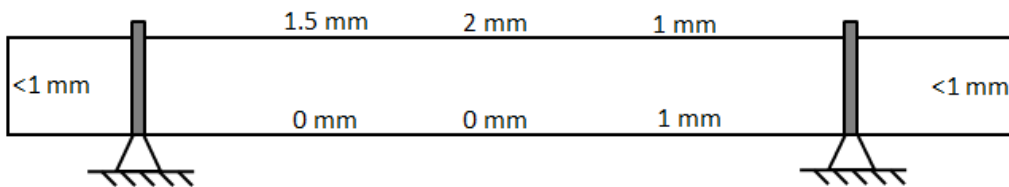
## Stagning i balkens mitt

### Mätserie 1

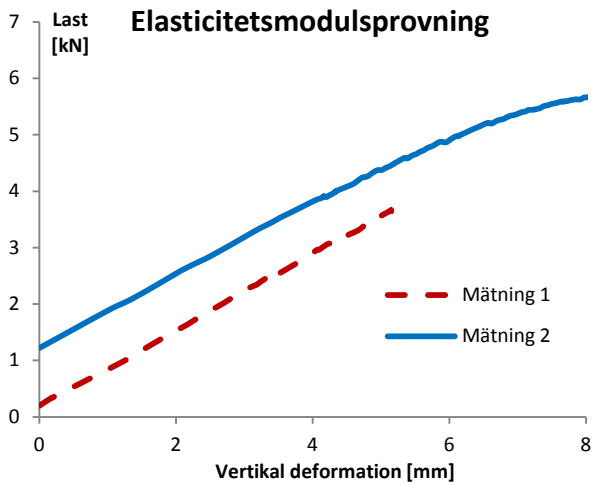
Provkroppens tvärsnittsegenskaper samt dess fuktkvot presenteras i Tabell 4. Den uppmätta initalkrokigheten längst balken presenteras i Figur 4.

Tvärsnittsbredd	21 mm
Tvärsnittshöjd	215 mm
Fuktkvot	

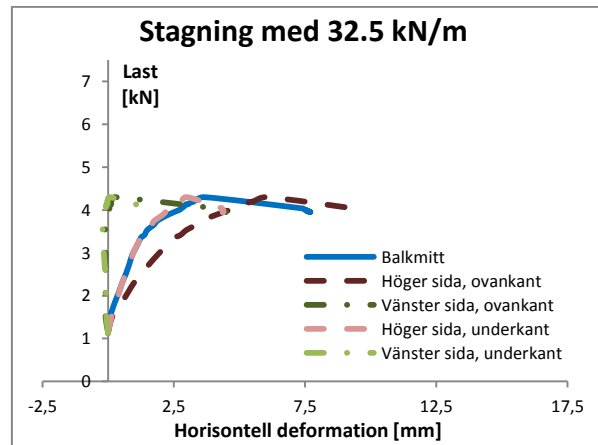
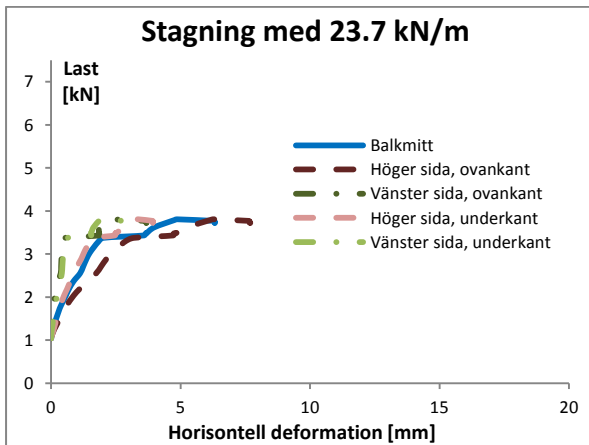
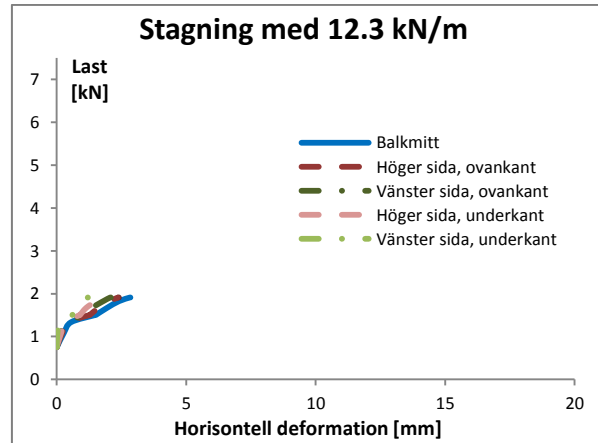
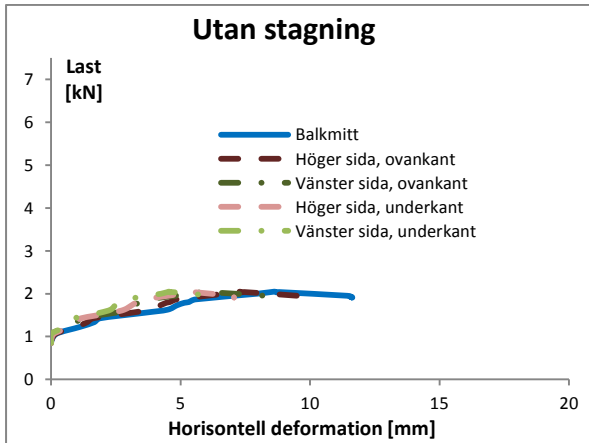
Tabell 4.. Balkens tvärsnittsegenskaper

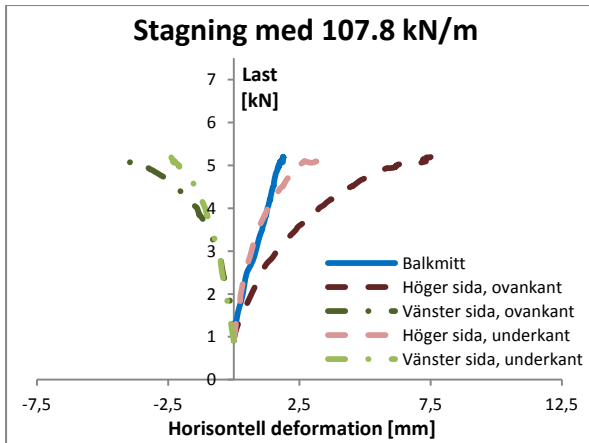
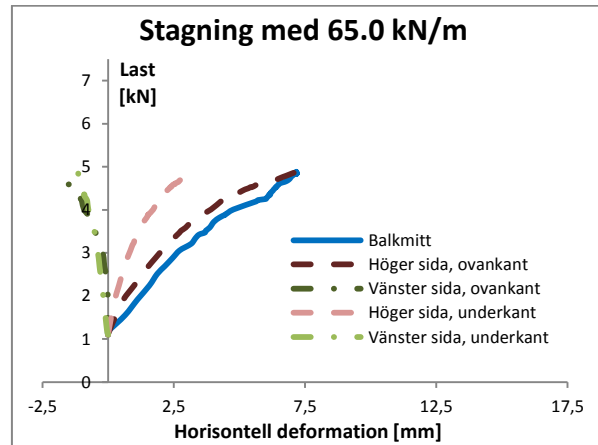
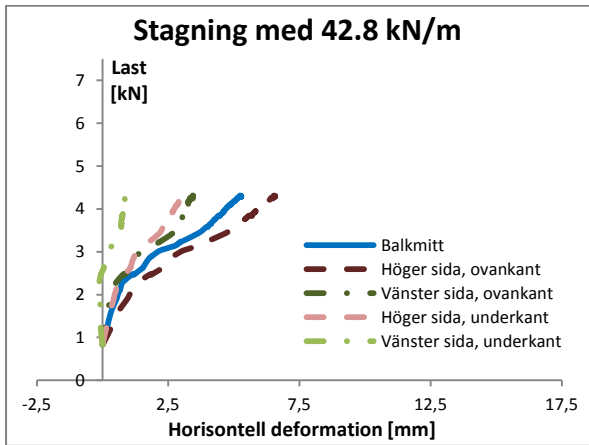


Figur 4. Uppmätt initalkrokighet längst balken



Elasticitetsmodulen beräknas utifrån mätning 1 till 7613 MPa och utifrån mätning 2 till 7231 MPa. Medelvärdet av de båda mätningarna är 7422 MPa.



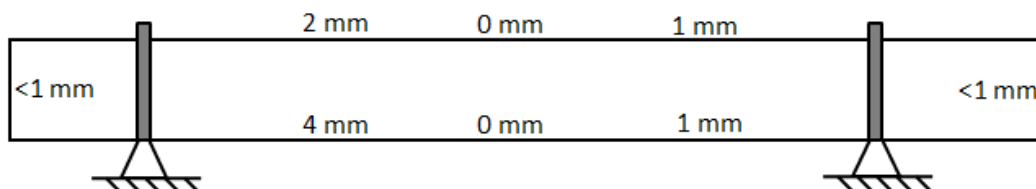


## Mätserie 2

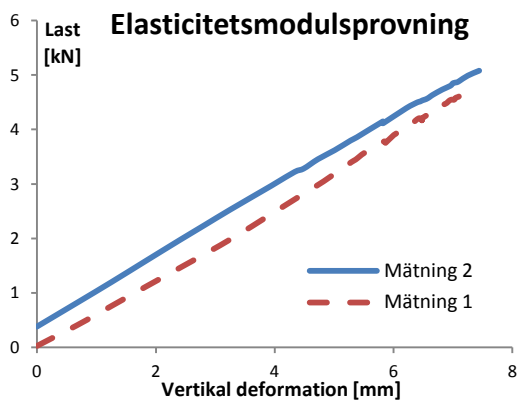
Balkens tvärsnittsegenskaper samt dess fuktkvot presenteras i Tabell 5. Den uppmätta initalkrokigheten längst balken presenteras i Figur 5.

Tvärsnittsbredd	21 mm
Tvärsnittshöjd	216 mm
Fuktkvot	

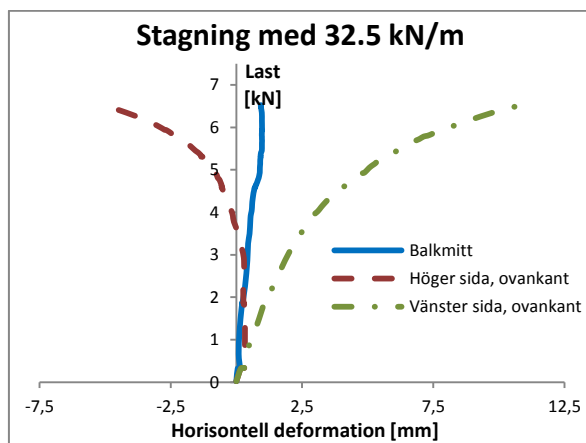
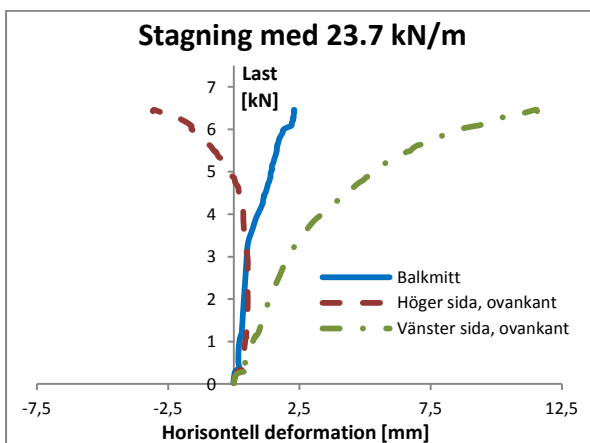
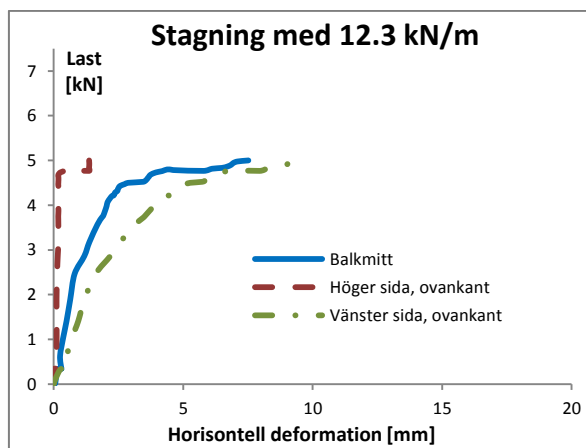
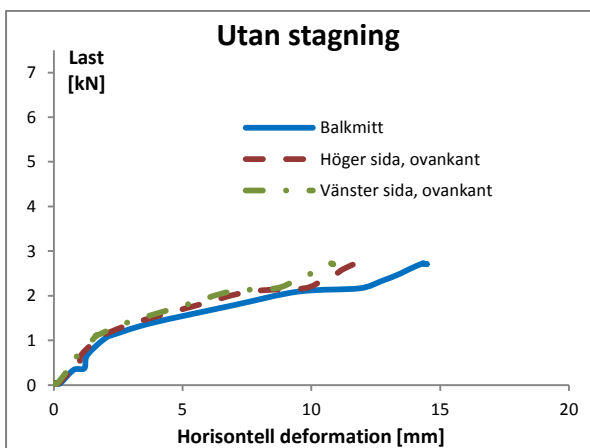
Tabell 5. Balkens tvärsnittsegenskaper

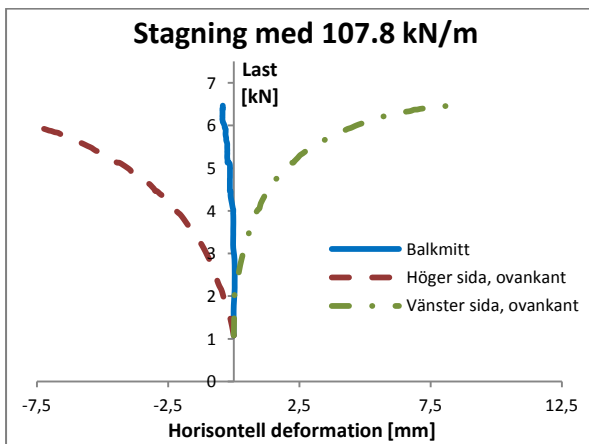
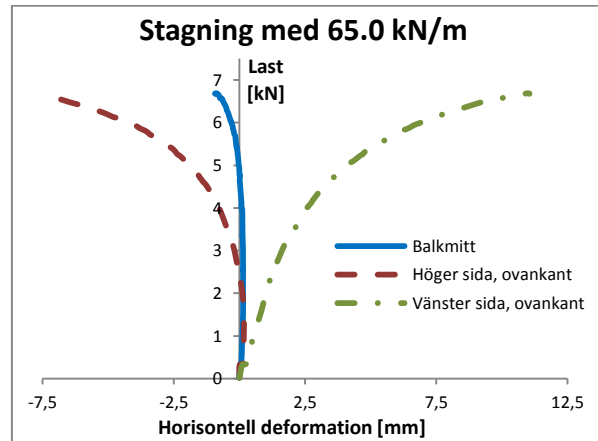
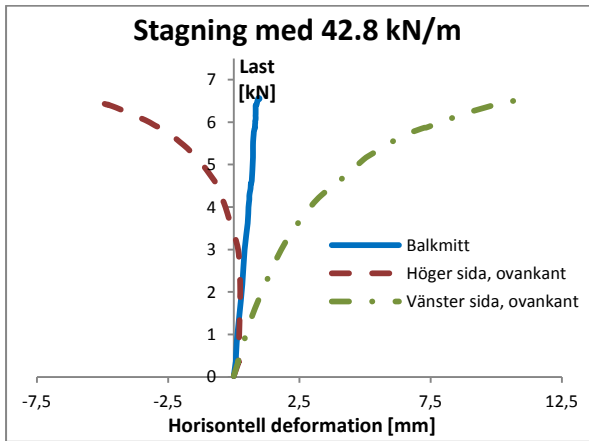


Figur 5. Uppmätt initalkrokighet längst balken



Elasticitetsmodulen beräknas utifrån mätning 1 till 7464 MPa och utifrån mätning 2 till 6916 MPa. Medelvärde av de båda mätningarna är 7190 MPa.



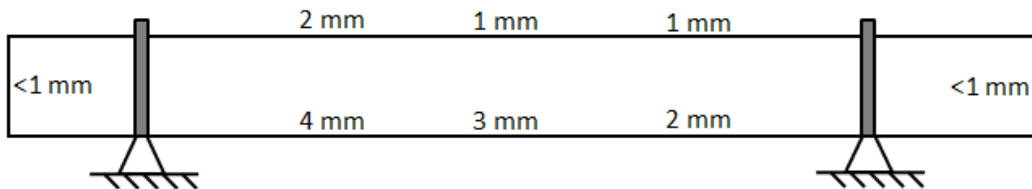


### Mätserie 3

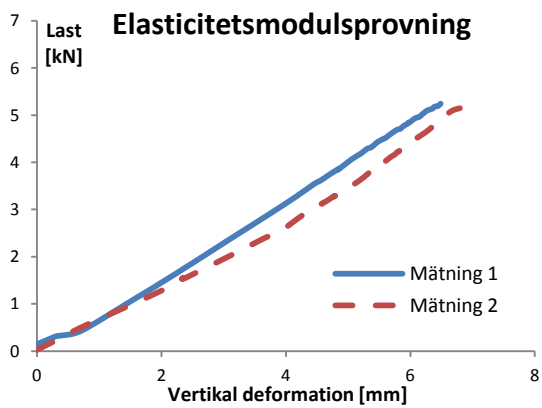
Balkens tvärsnittsegenskaper samt dess fuktkvot presenteras i Tabell 6. Den uppmätta initalkrokigheten längst balken presenteras i Figur 6.

Tvärsnittsbredd	21 mm
Tvärsnittshöjd	215 mm
Fuktkvot	

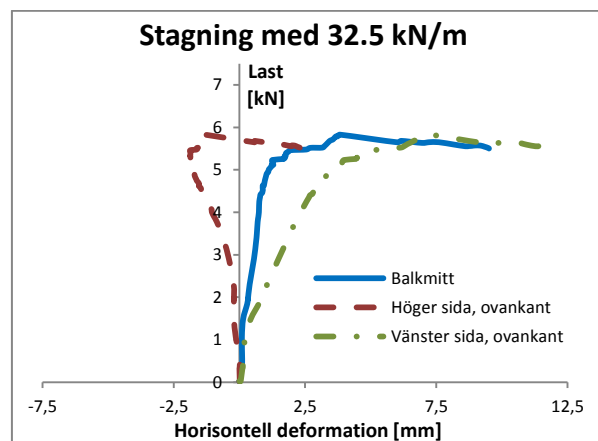
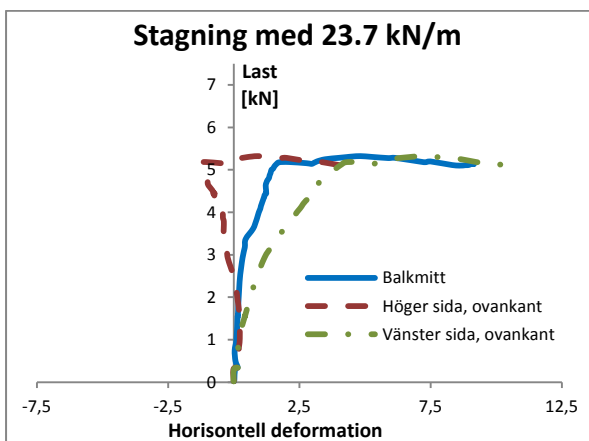
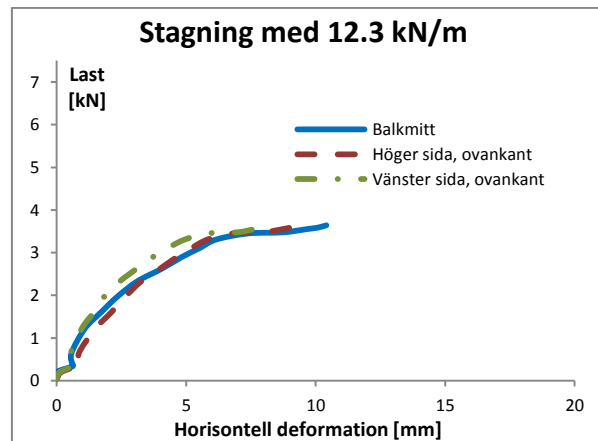
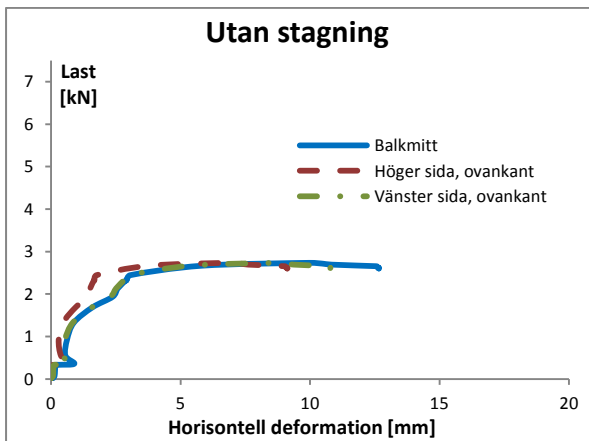
Tabell 6. Balkens tvärsnittsegenskaper

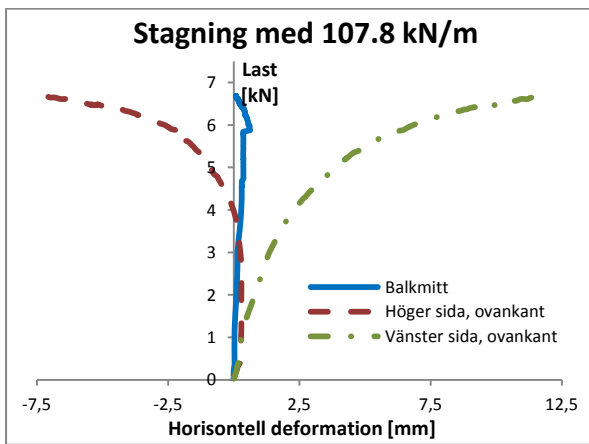
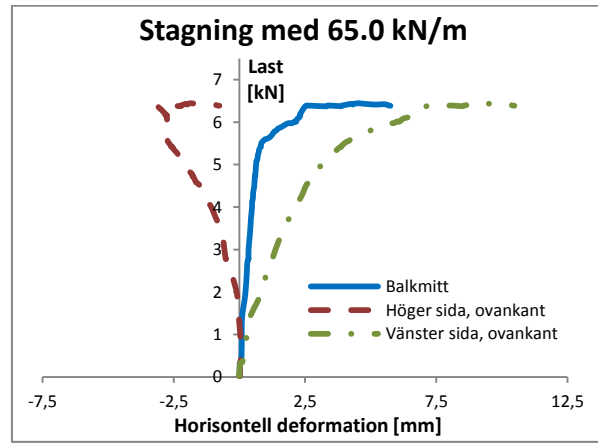
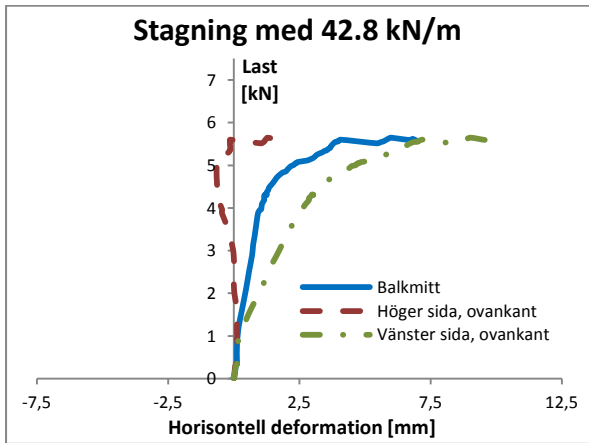


Figur 6. Uppmätt initalkrokighet längst balken



Elasticitetsmodulen beräknas utifrån mätning 1 till 9295 MPa och utifrån mätning 2 till 10097 MPa. Medelvärde av de båda mätningarna är 9696 MPa.





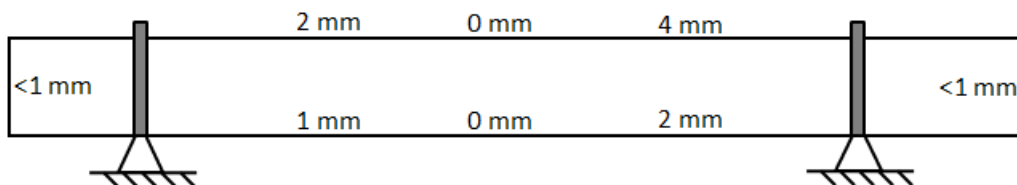
## Stagning i balkens underkant

### Mätserie 1

Balkens tvärsnittsegenskaper samt dess fuktkvot presenteras i Tabell 7. Den uppmätta initalkrokigheten längst balken presenteras i Figur 7.

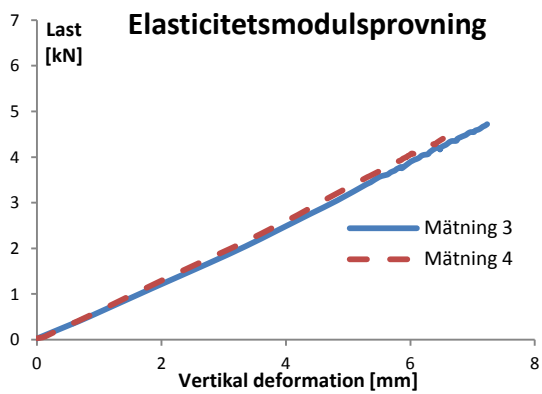
Tvärsnittsbredd	21 mm
Tvärsnittshöjd	215 mm
Fuktkvot	

Tabell 7. Balkens tvärsnittsegenskaper

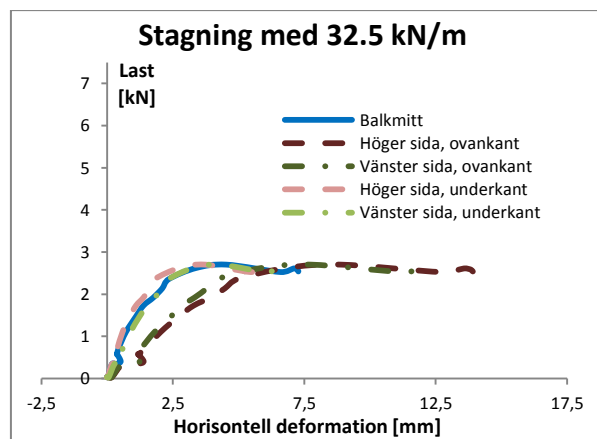
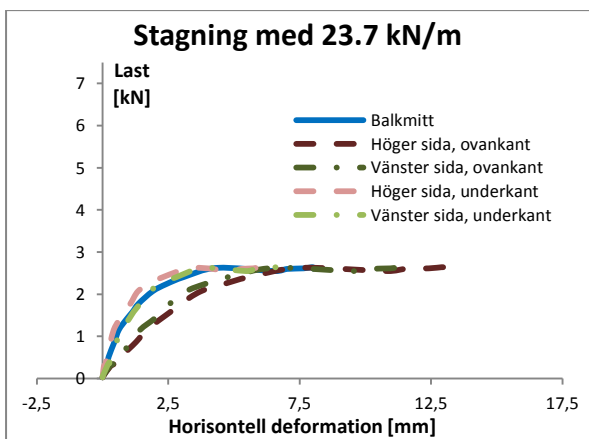
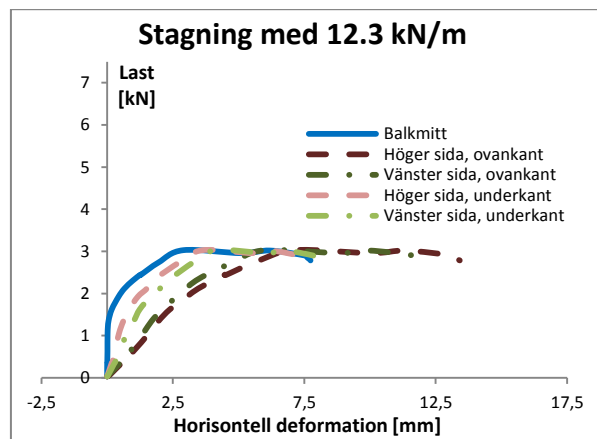
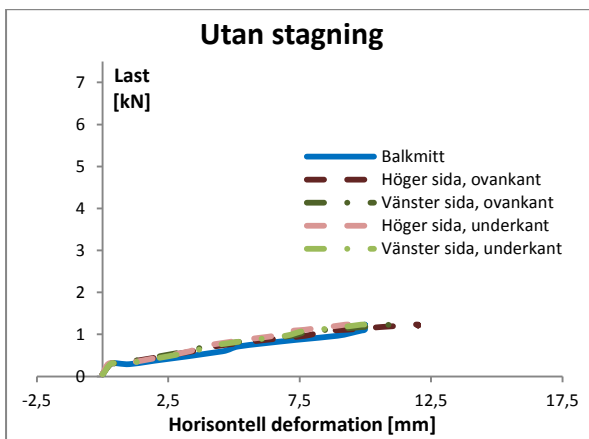


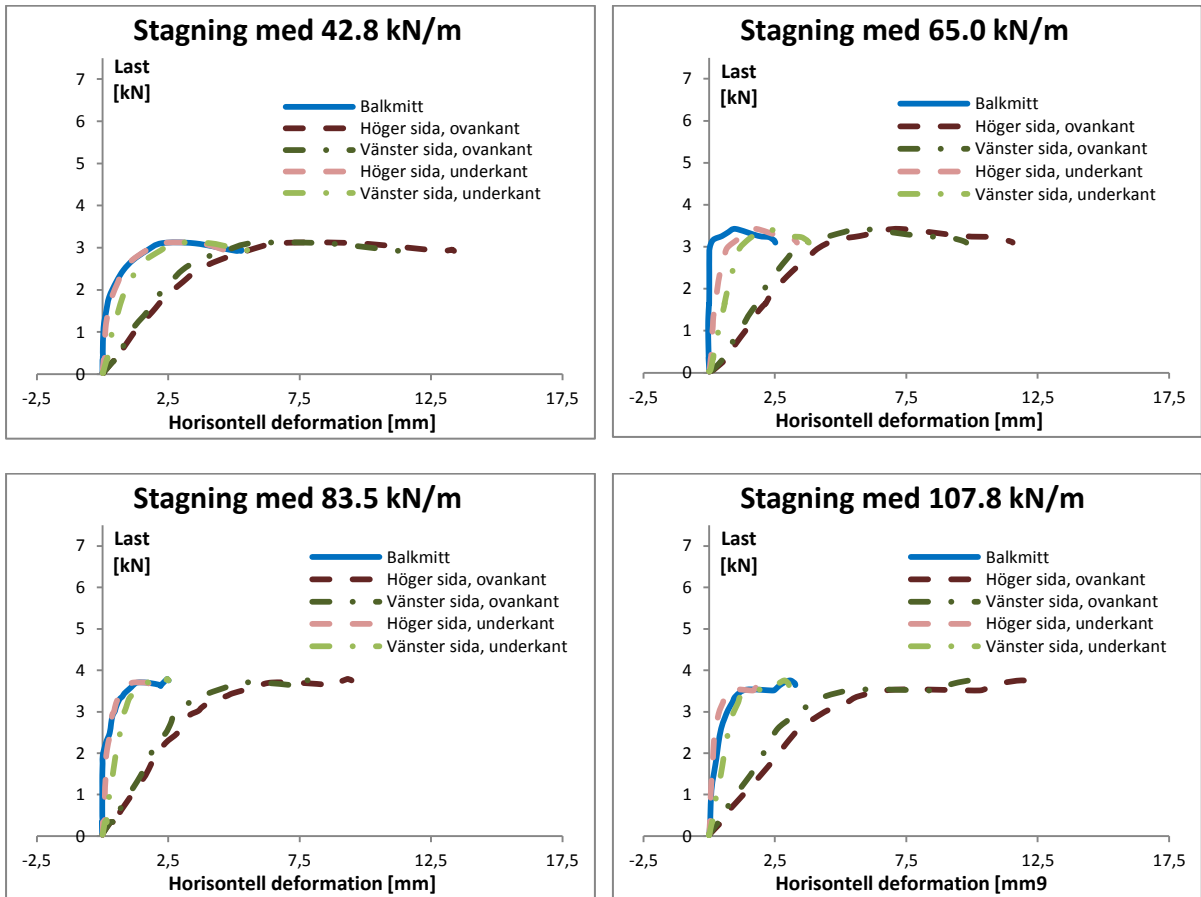
Figur 7. Uppmätt initalkrokighet längst balken





Elasticitetsmodulen beräknas utifrån mätning 1 till 7210 MPa och utifrån mätning 2 till 7464 MPa. Medelvärde av de båda mätningarna är 7337 MPa.



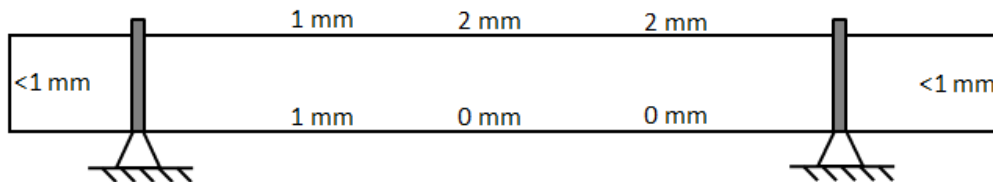


## Mätserie 2

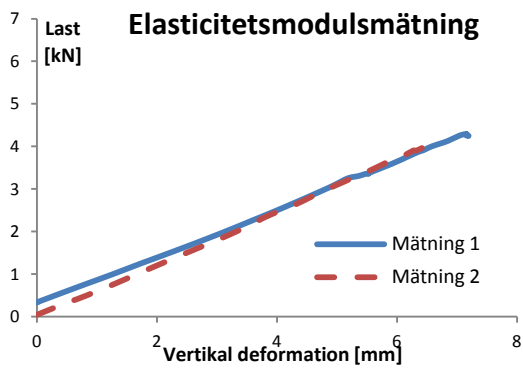
Balkens tvärsnittsegenskaper samt dess fuktkvot presenteras i Tabell 8. Den uppmätta initalkrokigheten längst balken presenteras i Figur 8.

Tvärsnittsbredd	21 mm
Tvärsnittshöjd	215 mm
Fuktkvot	

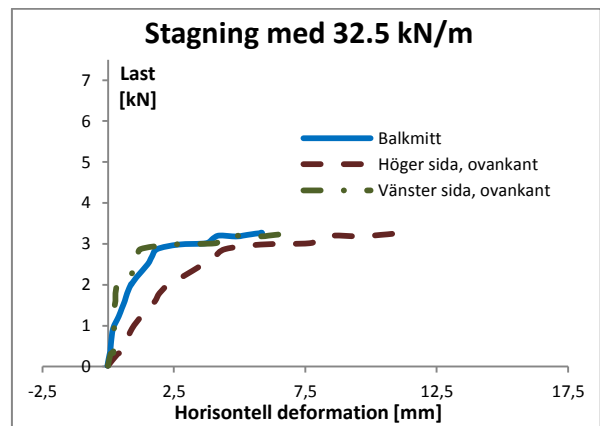
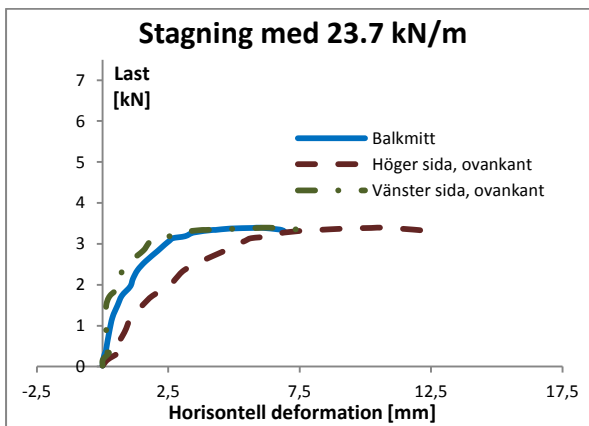
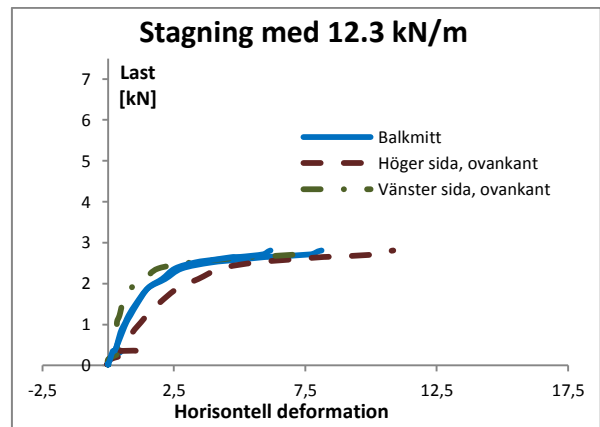
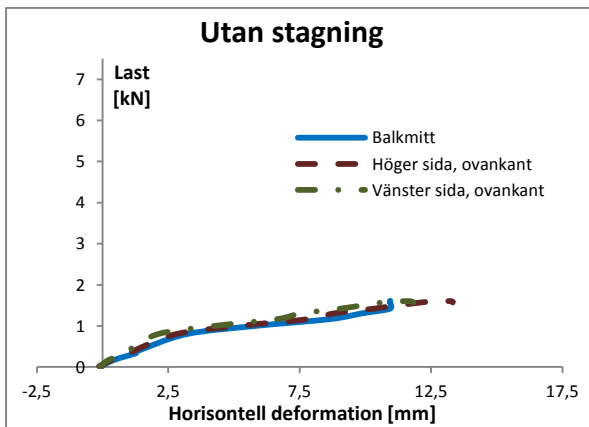
Tabell 8. Balkens tvärsnittsegenskaper

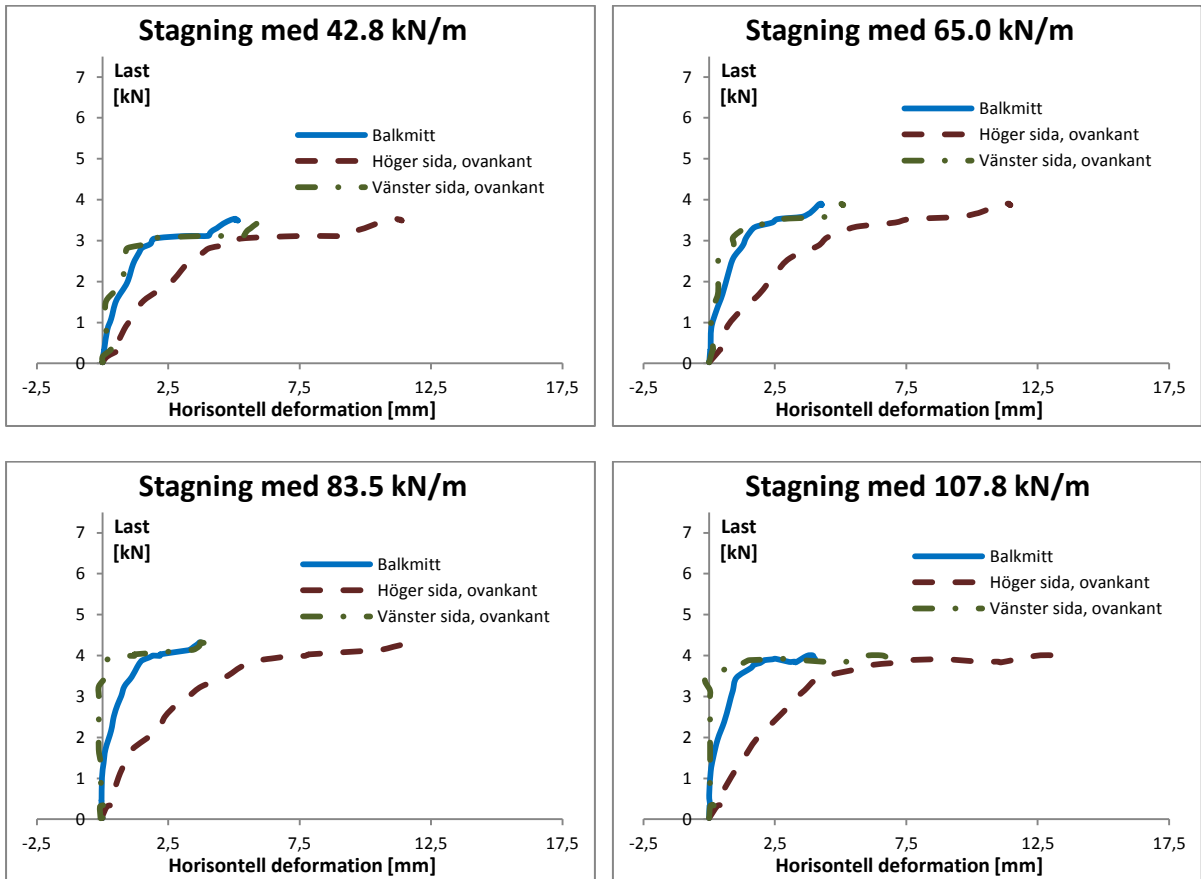


Figur 8. Uppmätt initalkrokighet längst balken



Elasticitetsmodulen beräknas utifrån mätning 1 till 6562 MPa och utifrån mätning 2 till 6979 MPa. Medelvärde av de båda mätningarna är 6771 MPa.



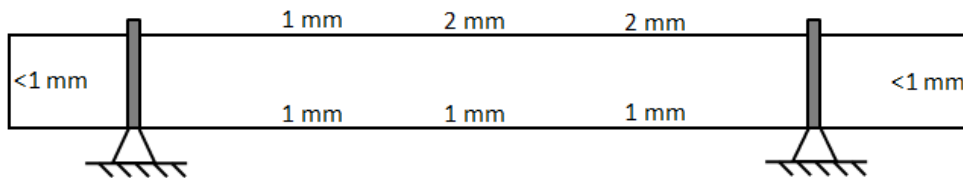


### Mätserie 3

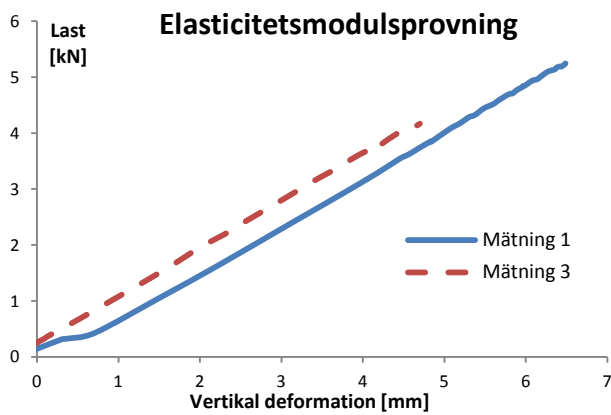
Balkens tvärsnittsegenskaper samt dess fuktkvot presenteras i Tabell 9. Den uppmätta initalkrokigheten längst balken presenteras i Figur 9.

Tvärsnittsbredd	21 mm
Tvärsnittshöjd	215 mm
Fuktkvot	

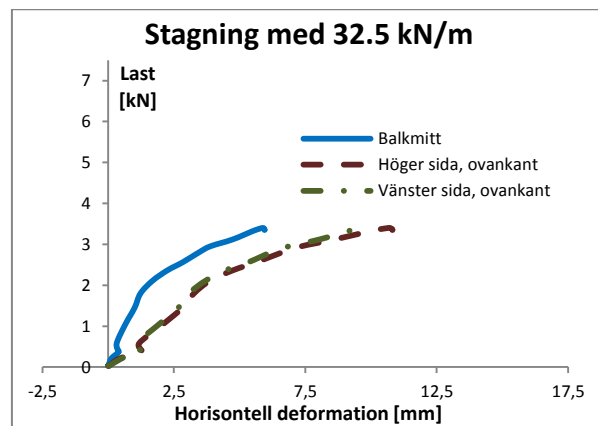
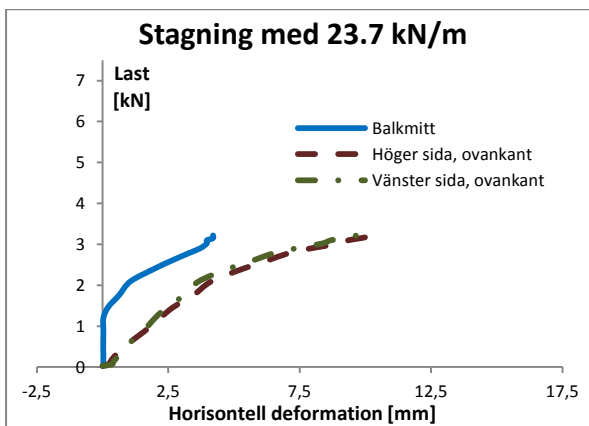
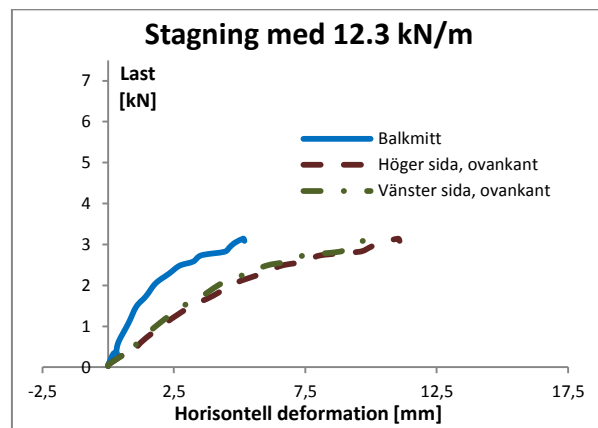
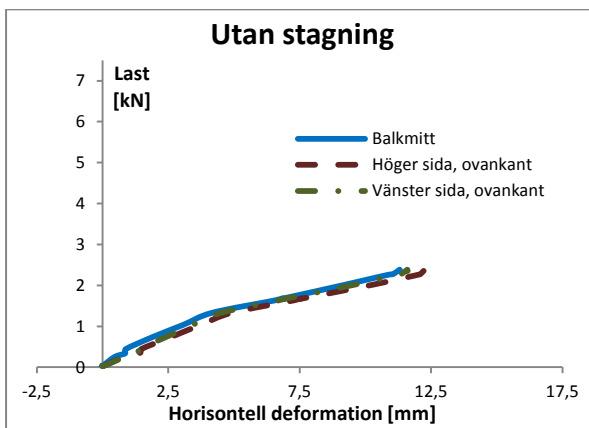
Tabell 9. Balkens tvärsnittsegenskaper

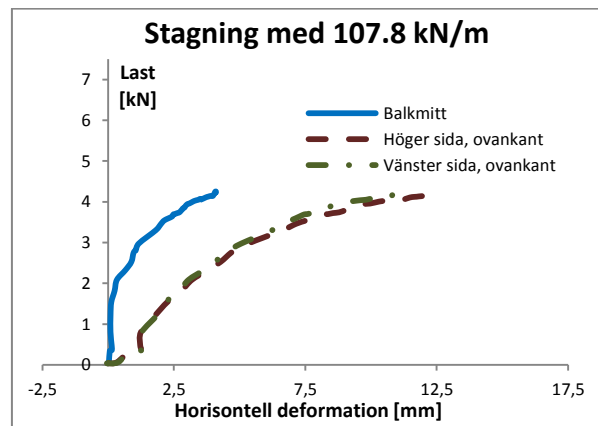
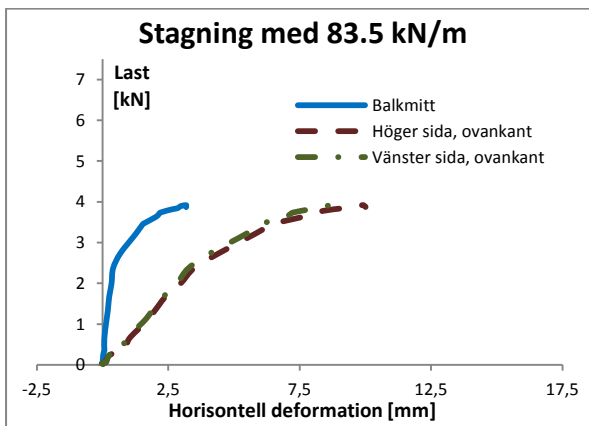
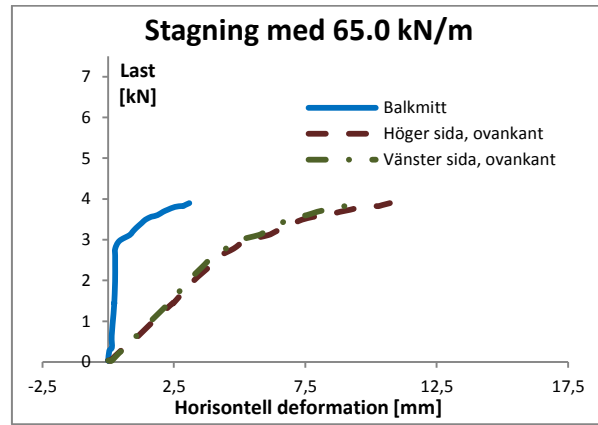
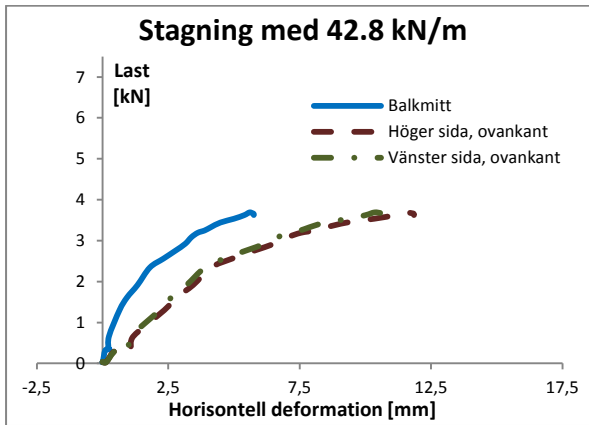


Figur 9. Uppmätt initalkrokighet längst balken



Elasticitetsmodulen beräknas utifrån mätning 1 till 9295 MPa och utifrån mätning 2 till 9356 MPa. Medelvärde av de båda mätningarna är 9325 MPa.



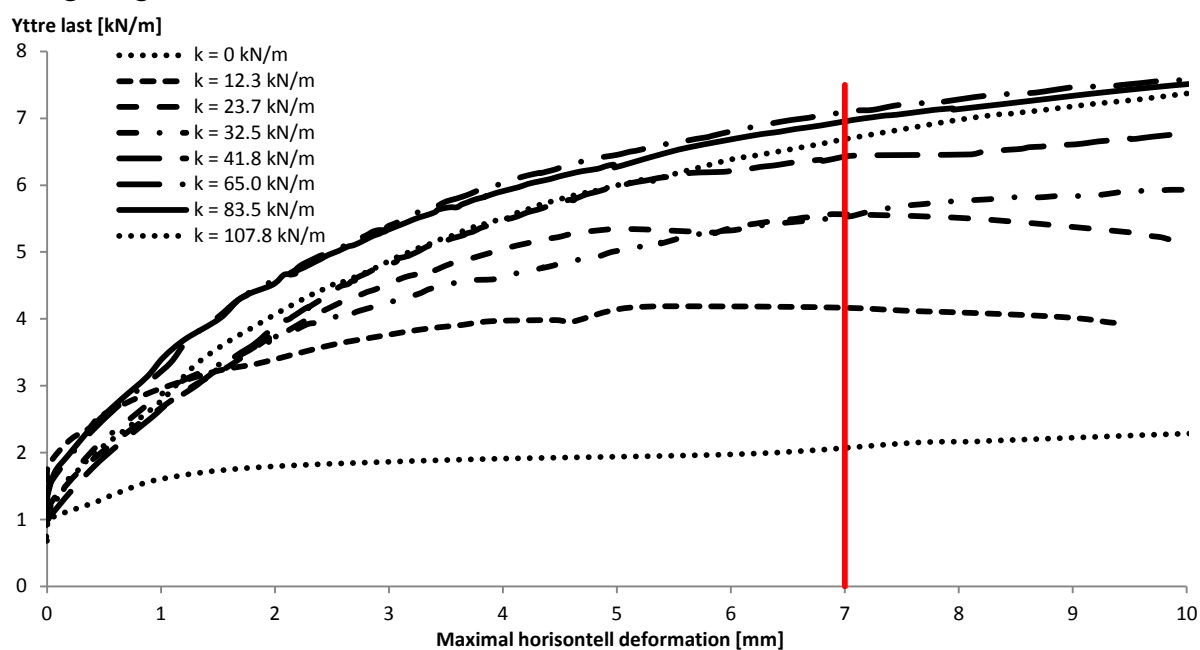




# Appendix 2

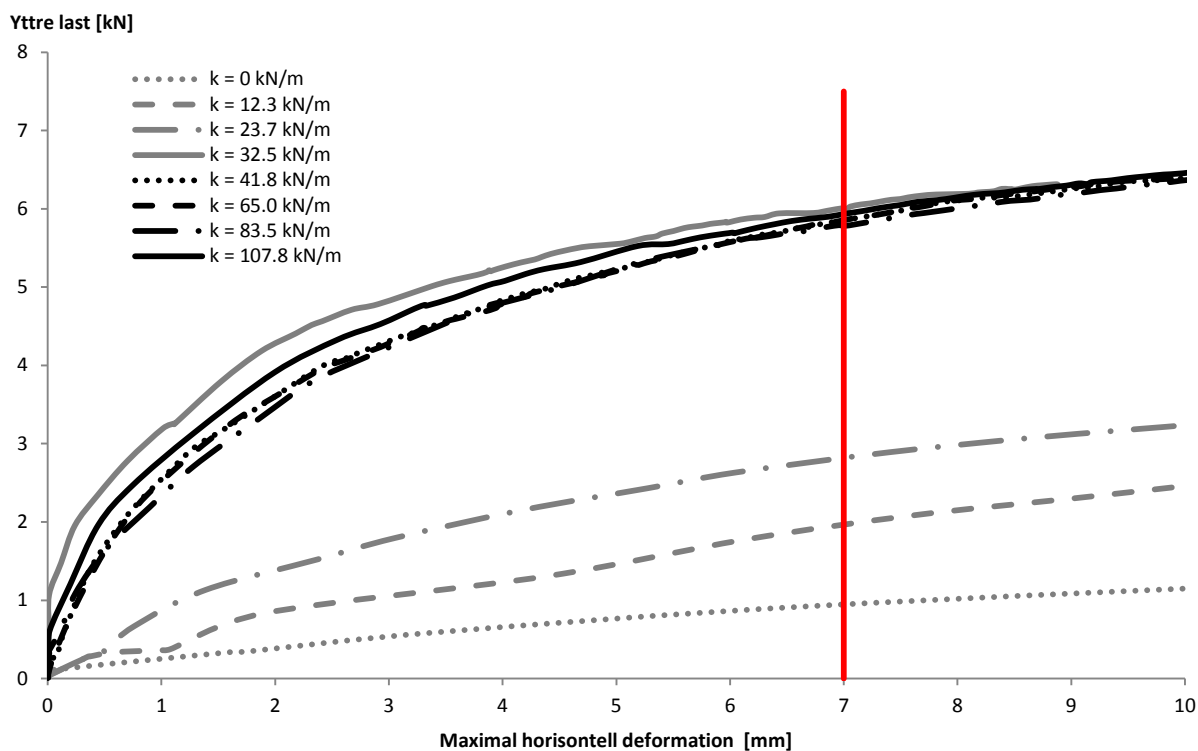
## Maximal horisontell deformation

### Stagning i balkens ovkant

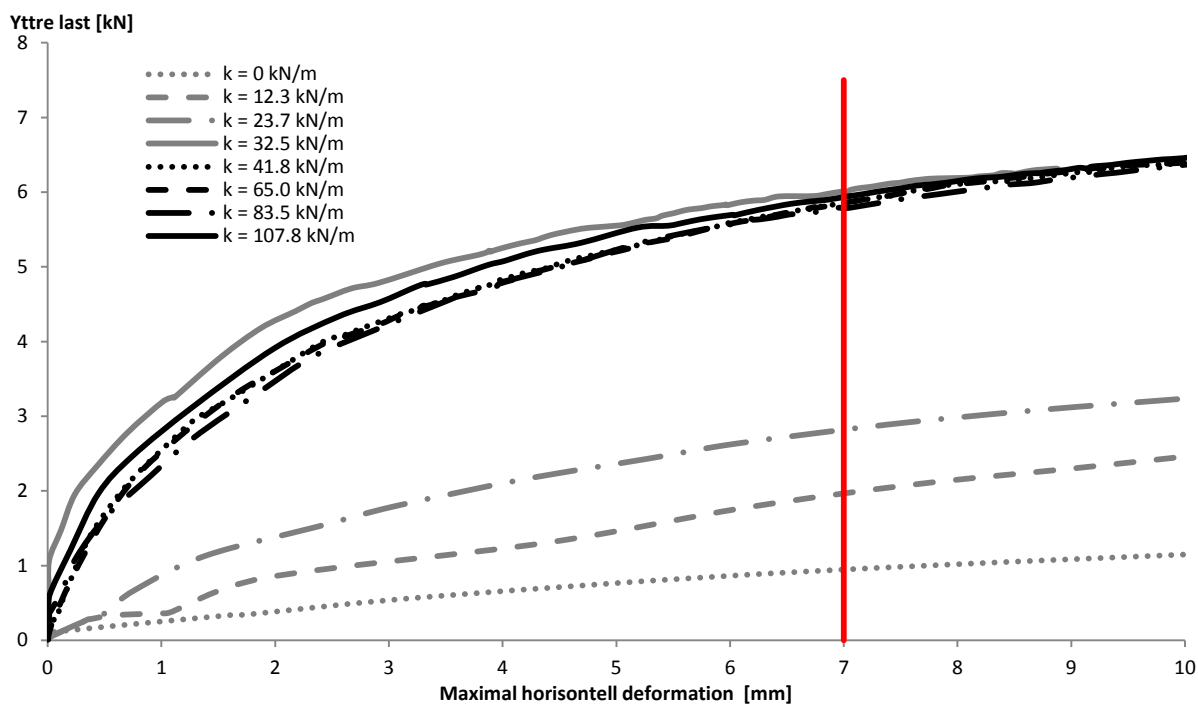


Figur 1. Samband mellan maximal horisontell deformation och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 1.



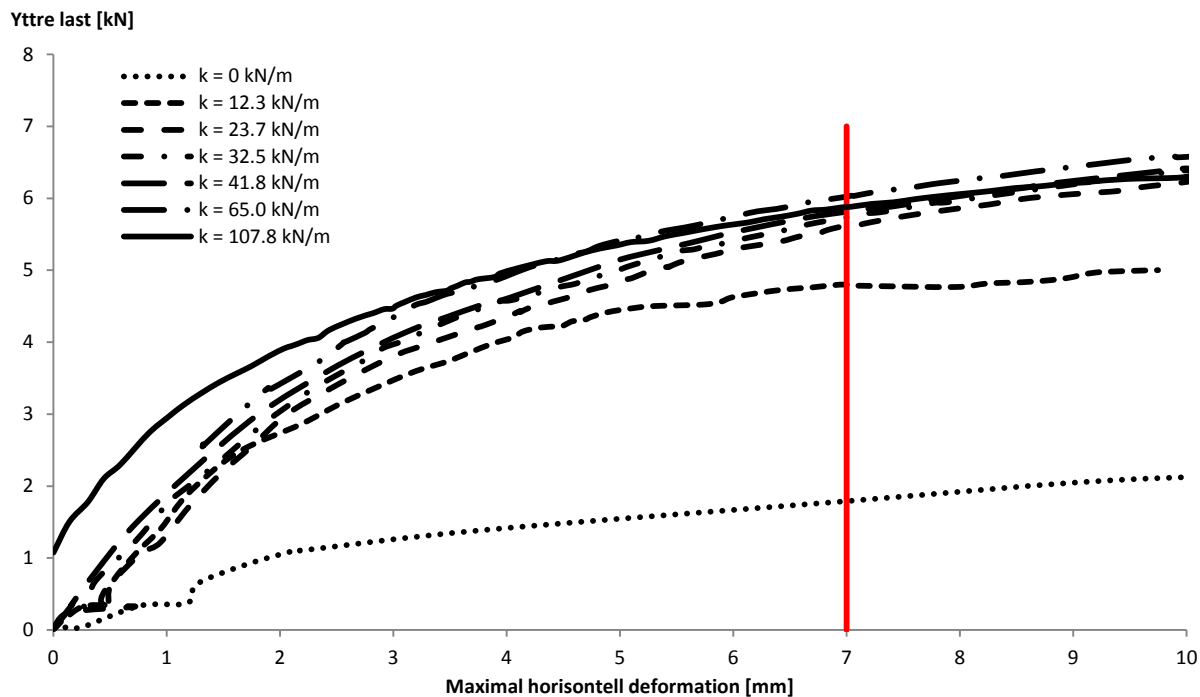


Figur 2. Samband mellan maximal horisontell deformation och yttre belastning för varierande stagingsstyvheter i mätserie 2.

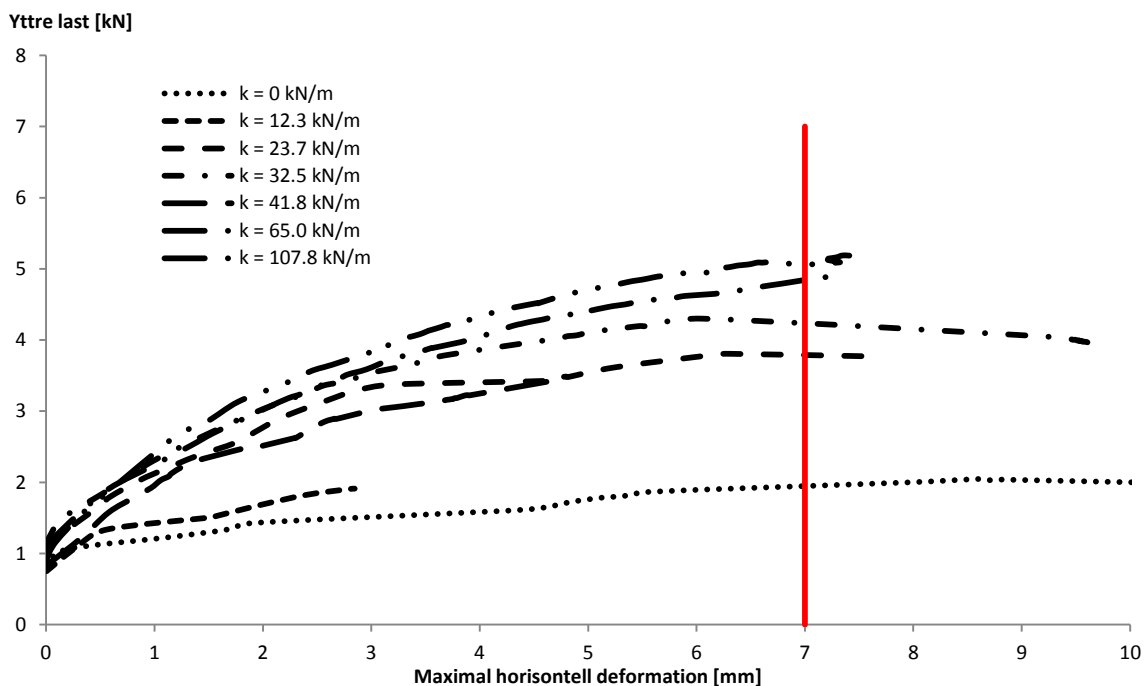


Figur 3. Samband mellan maximal horisontell deformation och yttre belastning för varierande stagingsstyvheter i mätserie 3.

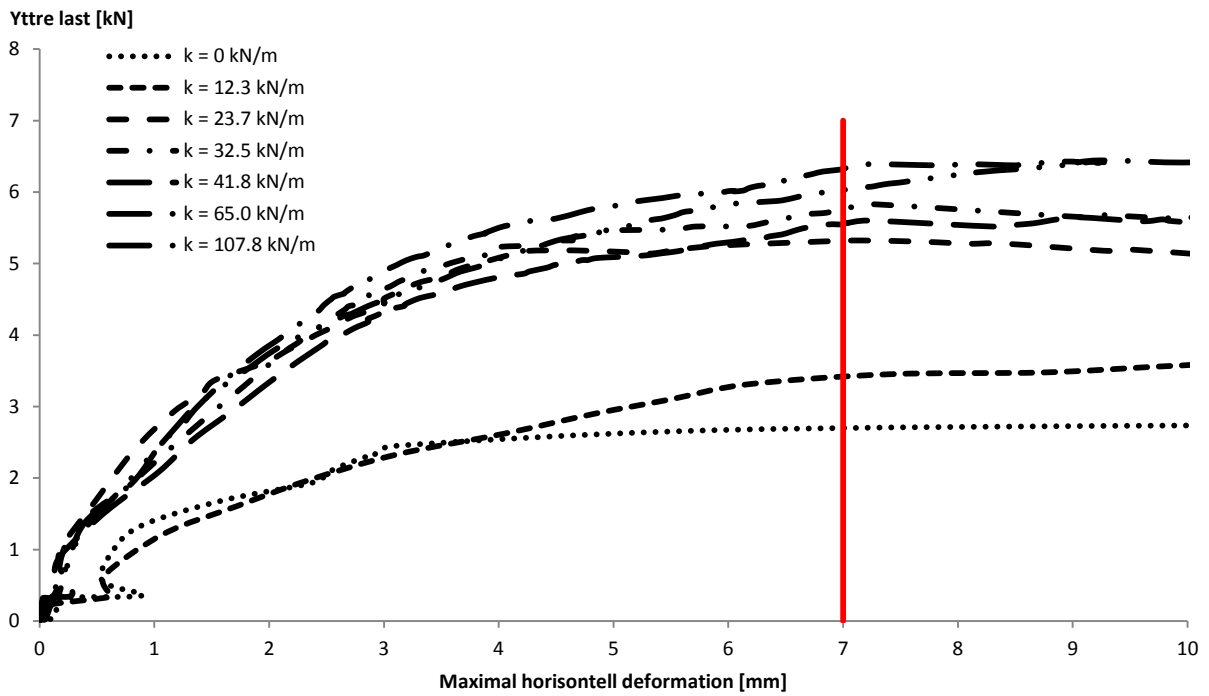
## Stagning i balkens tyngdpunkt



Figur 4. Samband mellan maximal horisontell deformation och yttre belastning för varierande stagingsstyvheter i mätserie 1.

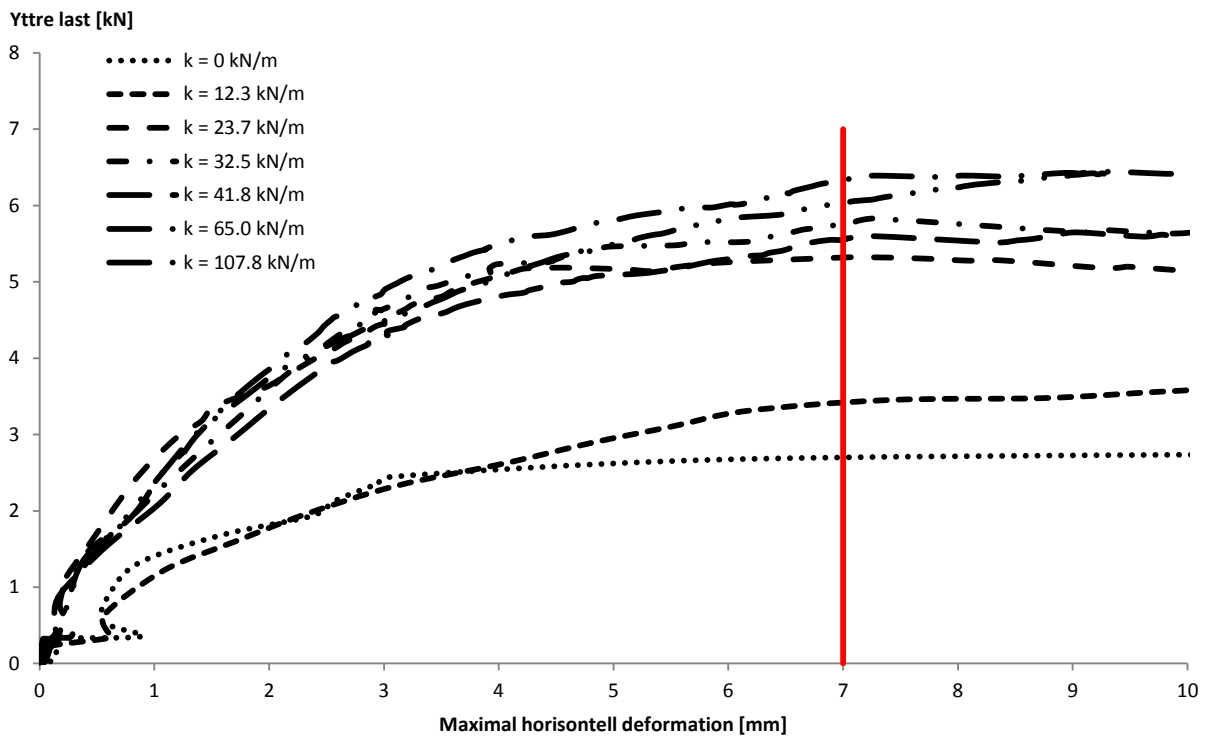


Figur 5. Samband mellan maximal horisontell deformation och yttre belastning för varierande stagingsstyvheter i mätserie 2.

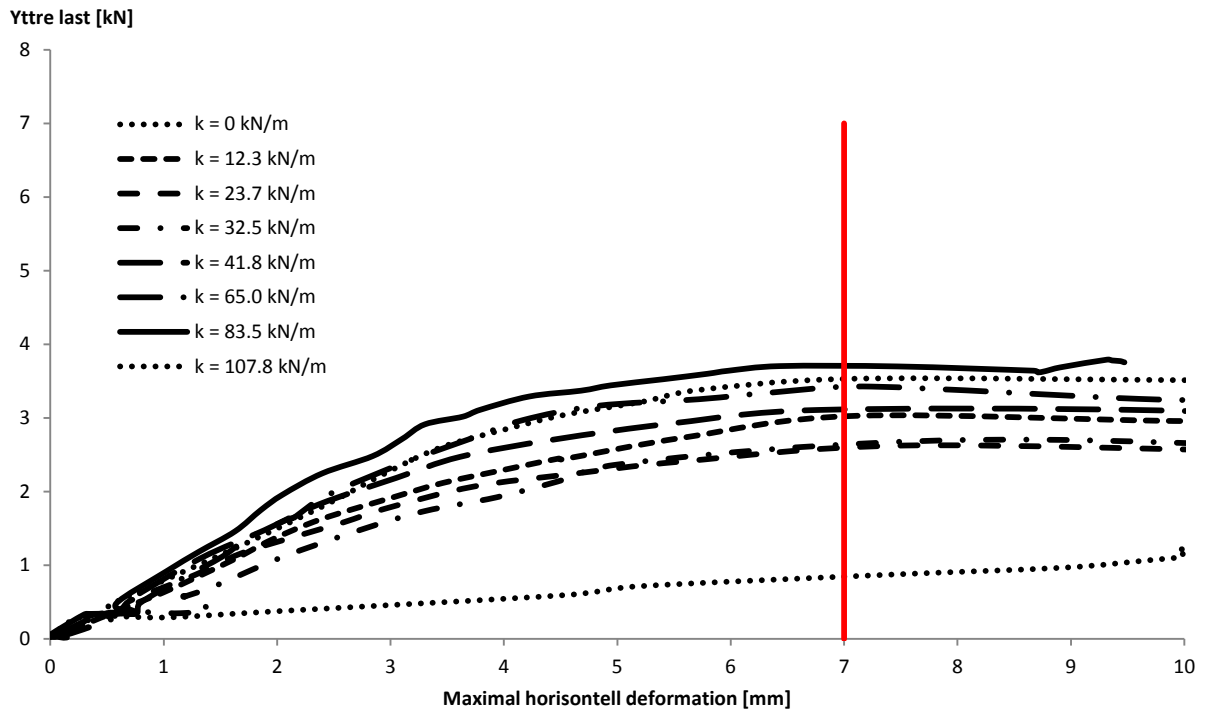


Figur 6. Samband mellan maximal horisontell deformation och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 3.

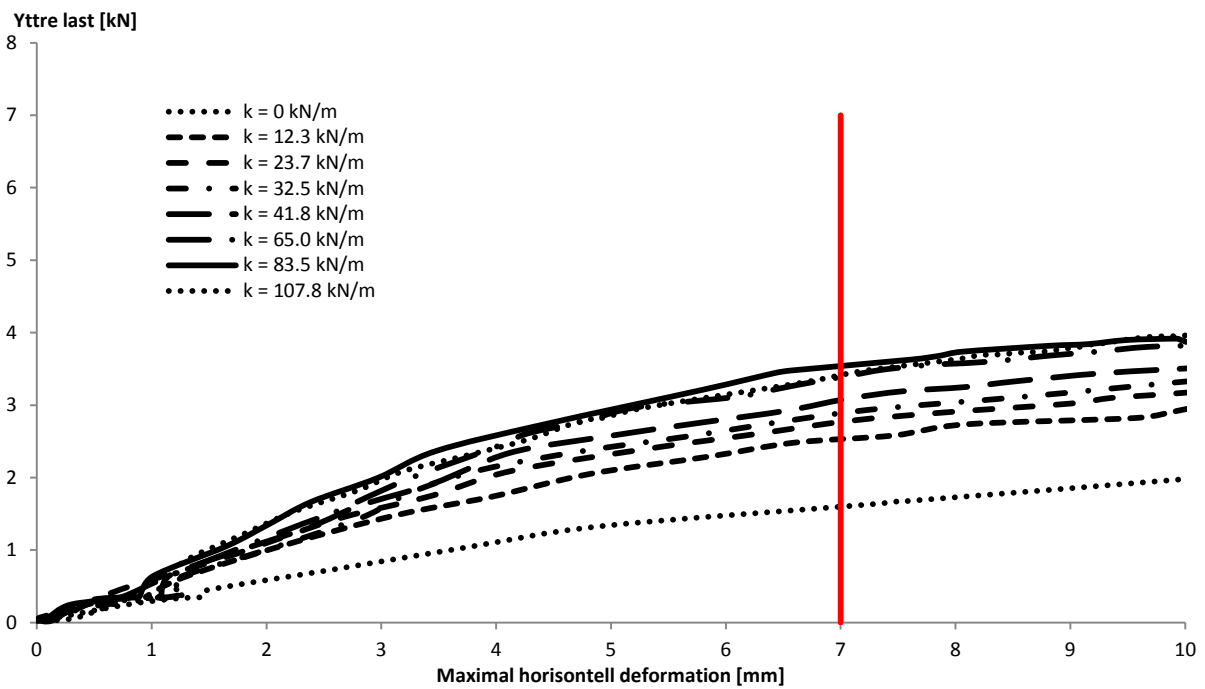
### Stagning i balkens underkant



Figur 7. Samband mellan maximal horisontell deformation och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 1.



Figur 8. Samband mellan maximal horisontell deformation och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 2.



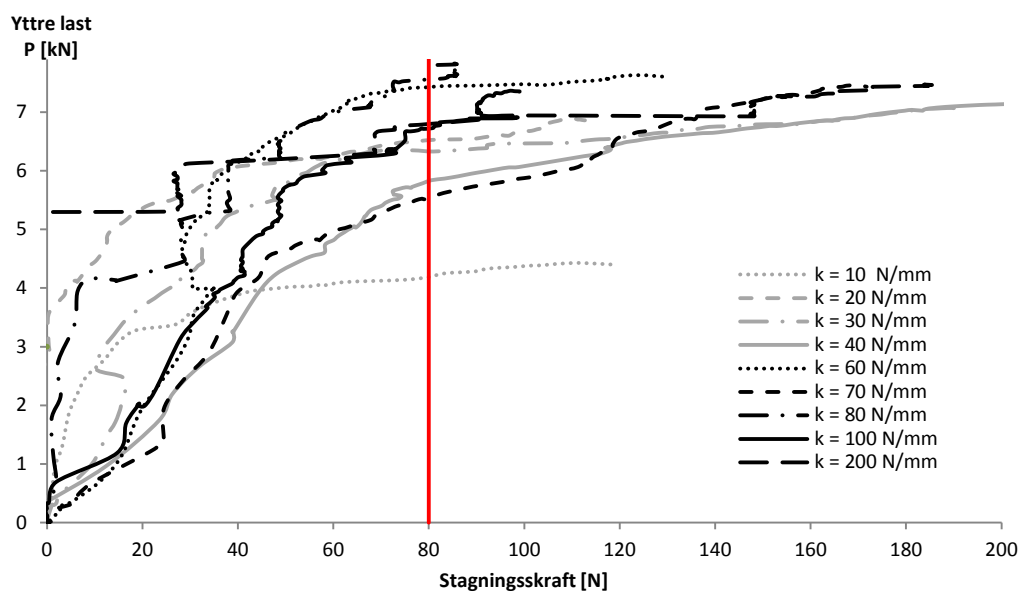
Figur 9. Samband mellan maximal horisontell deformation och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 3.



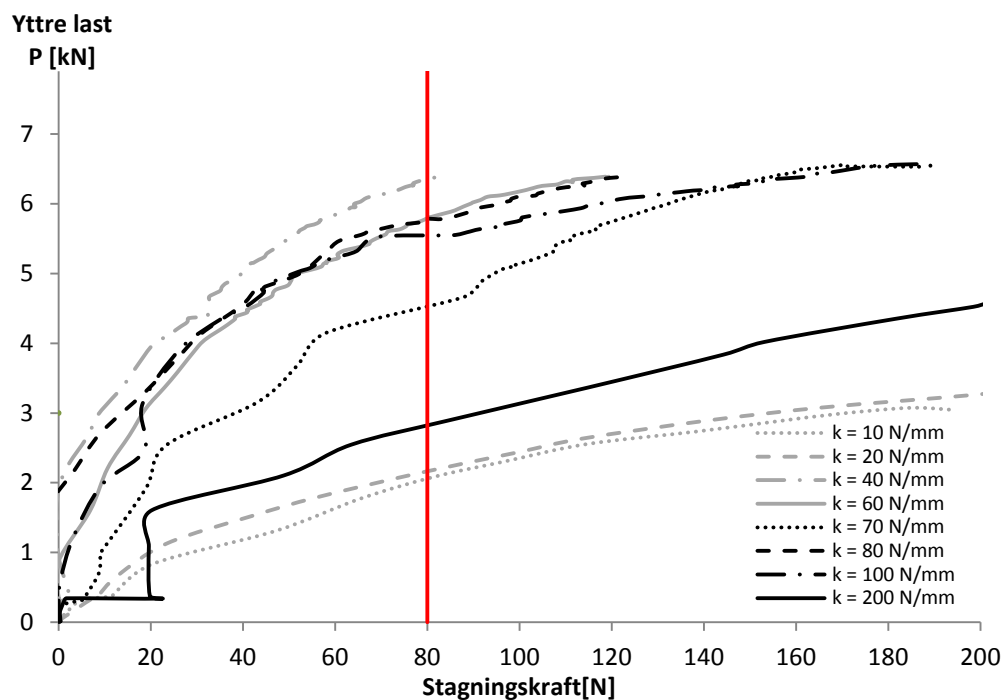
# Appendix 3

## Stagkrafter

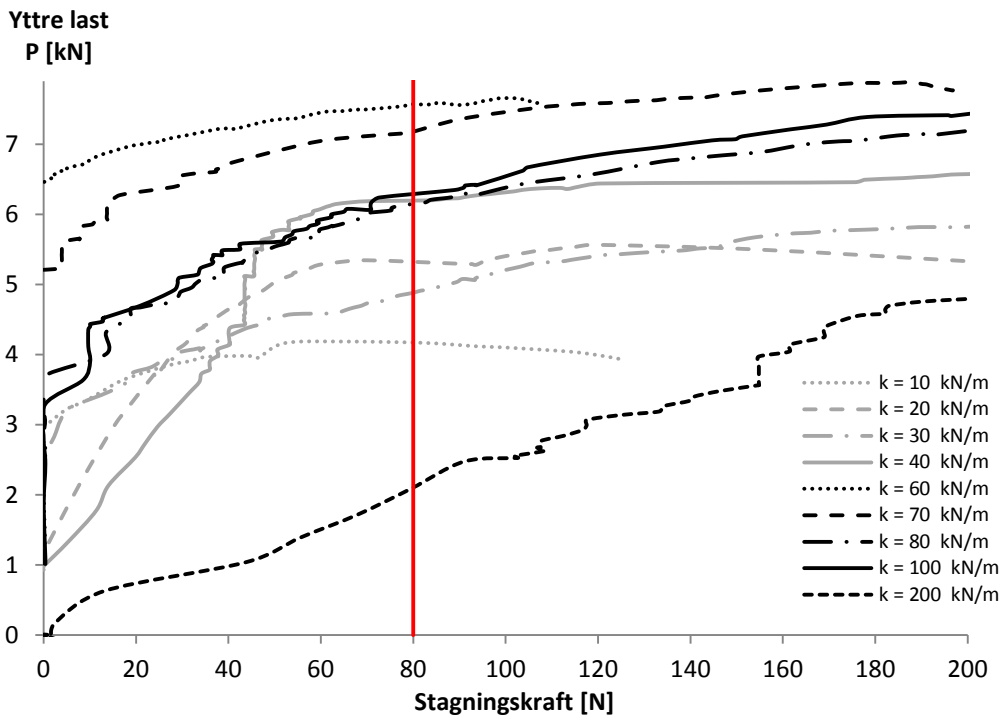
### Stagning i balkens ovankant



Figur 1. Samband mellan stagkraft och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 1.

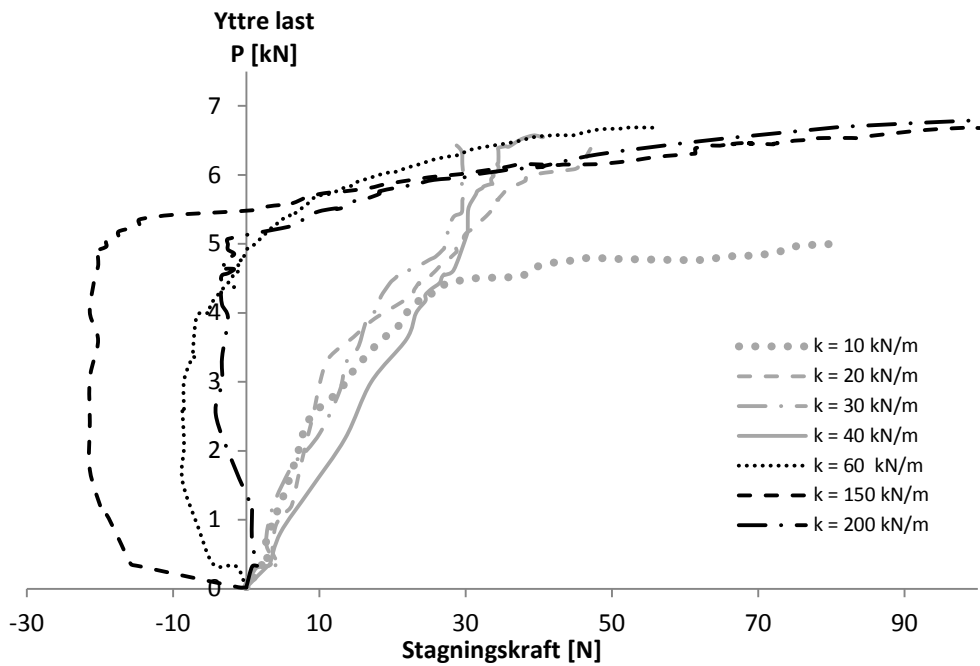


Figur 2. Samband mellan stagkraft och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 2.

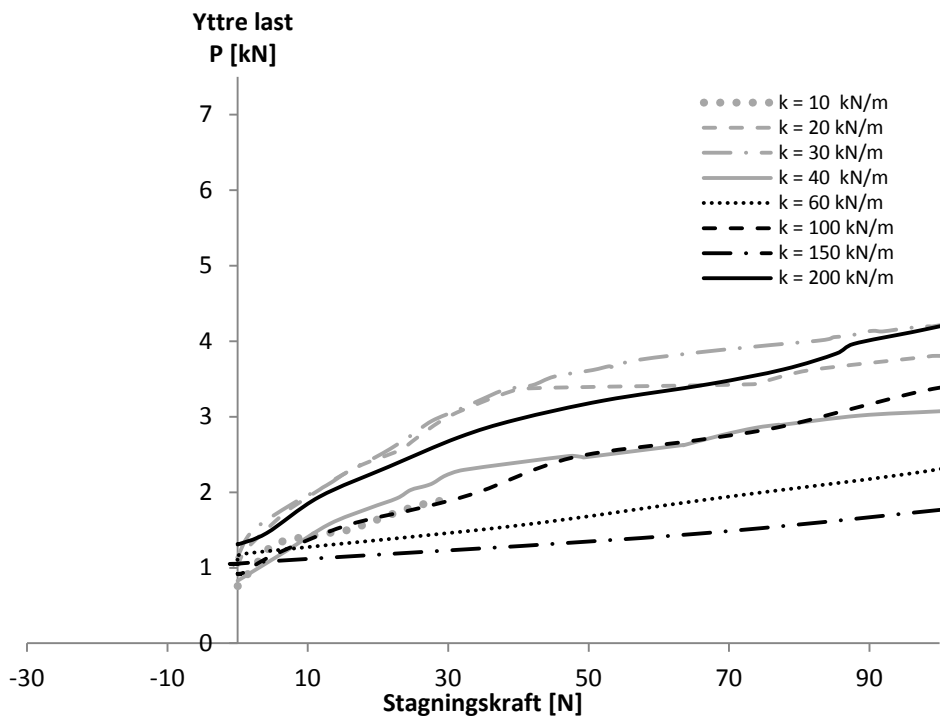


Figur 3. Samband mellan stagkraft och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 3.

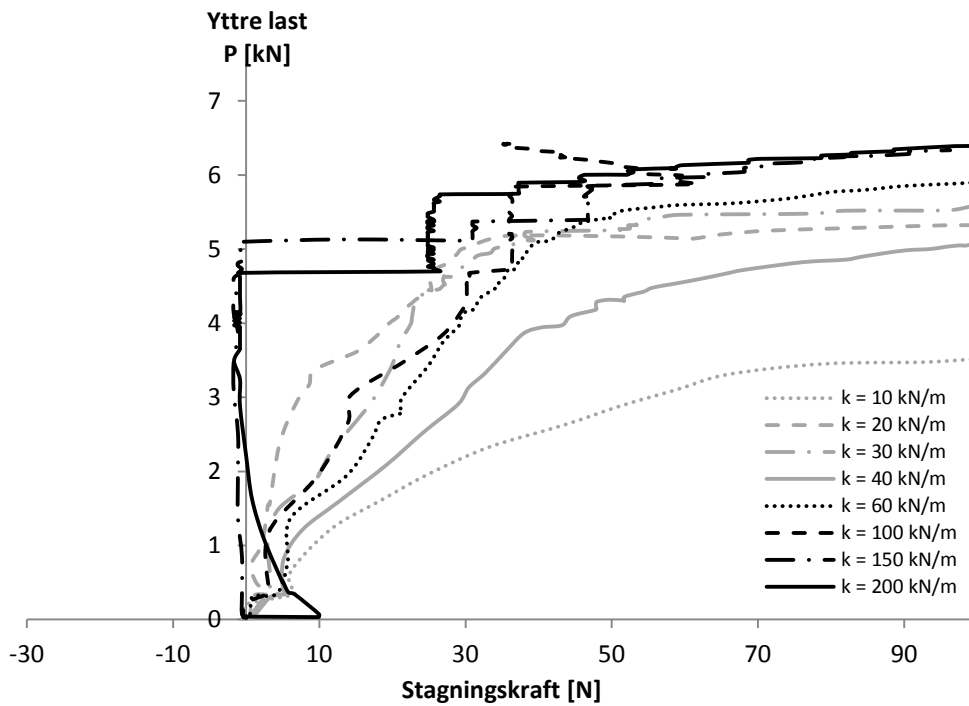
### Stagning i balkens tyngdpunkt



Figur 4. Samband mellan stagkraft och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 1.



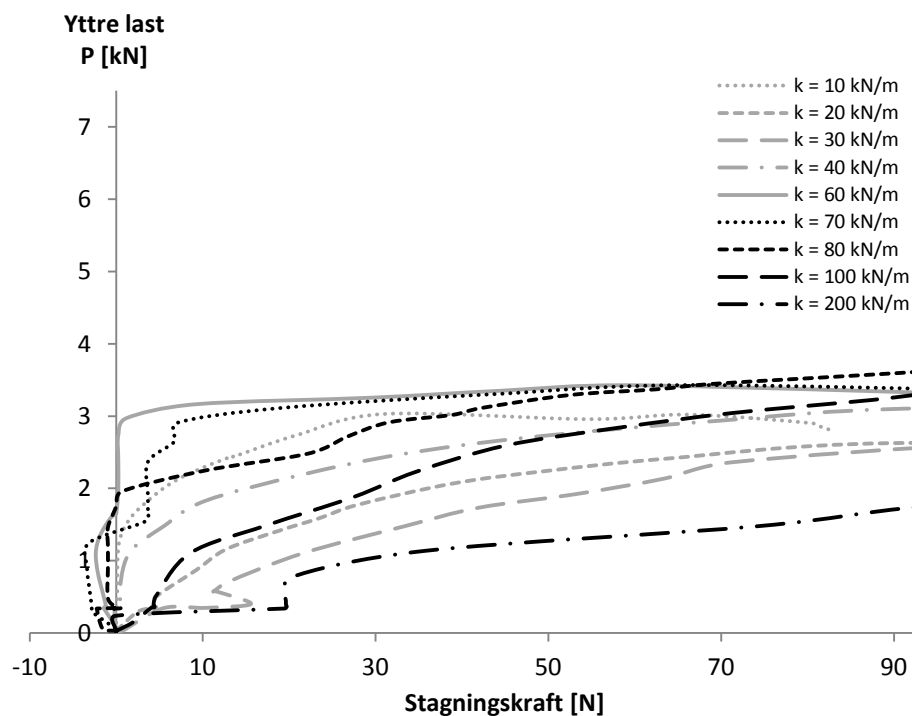
Figur 5. Samband mellan stagkraft och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 2.



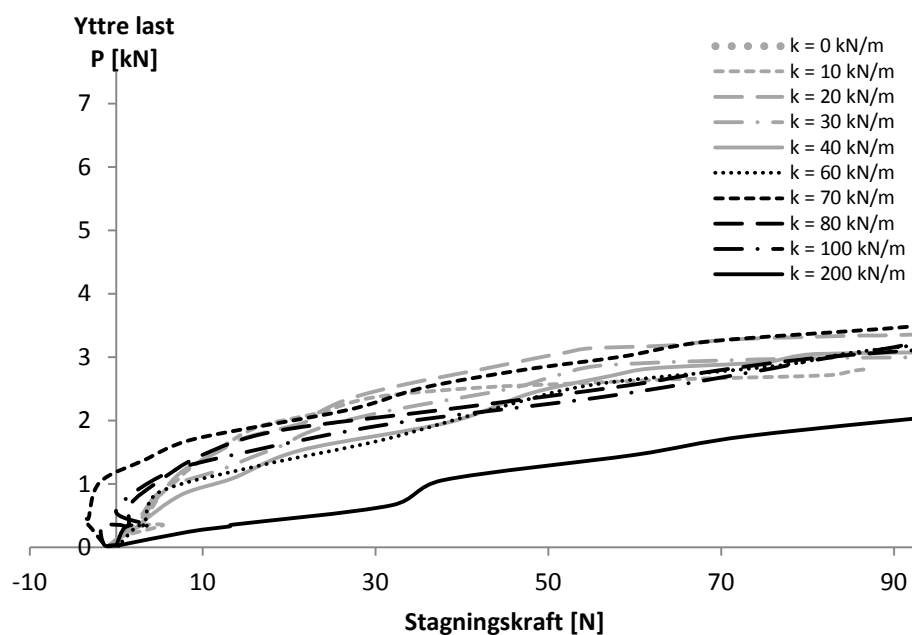
Figur 6. Samband mellan stagkraft och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 3.



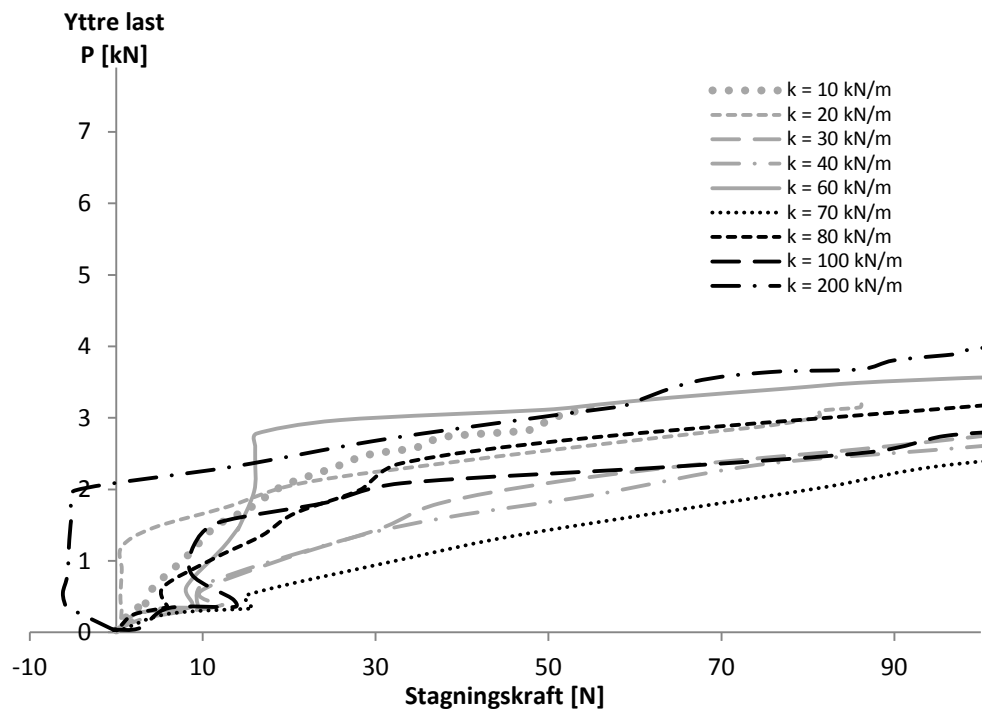
## Stagning i balkens underkant



Figur 7. Samband mellan stagkraft och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 1.



Figur 8. Samband mellan stagkraft och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 2.



Figur 9. Samband mellan stagkraft och yttre belastning för varierande stagningsstyvheter i mätserie 3.