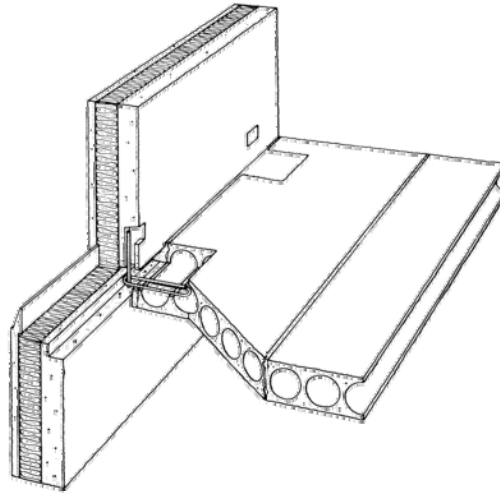


# Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck



**Ida Crabbe**

---

Avdelningen för Konstruktionsteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
Lund Universitet, 2010

Rapport TVBK – 5177

Avdelningen för Konstruktionsteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
Box 118  
221 00 LUND

Department of Structural Engineering  
Lund Institute of Technology  
Box 118  
S-221 00 LUND  
Sweden

## **Interaktion i tvärriktning hos bjälklag med förspända håldäck**

Interaction in the short direction of hollow core concrete elements.

Ida Crabbe

2010

### **Abstract**

This report contains a study of the effects of a special connection in the side of hollow core concrete elements. The connection is today used when the joists are supposed to contribute to the global stability. The study is based on the question of how the connections influence the deformation and the load-bearing capacity of the hollow core concrete elements. This study is made for the two smallest HD elements in the series, HD/F 120/20 and HD/F 120/27.

The calculations are made for a real example, on a joist in a dwelling house, in Vällingby and the analysis is performed with the program FEM-Design Plate. The study was made by calculations of the main tension that then were compared to the tensile strength of the concrete.

The calculation result showed that the connection in the side of the hollow core concrete elements decrease the deformation and increase the load-bearing capacity, but it also shows that cracks appear in inward corners just next to the support. How these cracks influences the hollow core concrete elements are not analyzed in this report.

Rapport TVBK-5177  
ISSN: 0349-4969  
ISRN: LUTVDG/TVBK-10/5177+85p

Examensarbete  
Examinator: Sven Thelandersson, Professor, Avdelning för konstruktionsteknik  
Februari 2010

Bilden på omslaget är hämtad från hemsidan [www.betongvaruindustrin.se](http://www.betongvaruindustrin.se).

## Förord

Rapporten har genomförts på civilingenjörsutbildningen väg- och vattenbyggnadsprogrammet vid Lunds Tekniska Högskola. Omfattningen av arbetet motsvarar 30 högskolepoäng. Arbetet påbörjades i september 2009 och slutfördes i februari 2010.

Idén till examensarbetet är initierad av Sven Persson, konstruktör på Starka Betongelement AB.

Ett särskilt tack till min handledare Professor Sven Thelandersson för hans vägledning genom mitt arbete.

Jag vill även tacka Kent Persson och Per-Johan Gustafsson på avdelningen Byggnadsmekanik för deras hjälp med min FEM-modellering i Matlab.

Lund, februari 2010

Ida Crabbe



## Sammanfattning

I många bjälklag skall håldäcksplattorna medverka till stomstabiliseringen. Då bjälklaget skall uppta skivverkan görs speciella infästningar i plattornas längsgående sida till stabiliserande vägg. I rapporten redovisas en studie av hur dessa sidokopplingar inverkar på nedböjningen av ett håldäcksbjälklag samt om man kan utnyttja dem för att öka ett bjälklags bärförmåga. Studien innefattar de två dimensionerna HD/F 120/20 och HD/F 120/27.

Beräkningar utförs för ett konkret exempel i Vällingby som modelleras i datorprogrammet FEM-Design Plate. Dimensionerande moment, huvudspänningar och nedböjning beräknas och jämförs med betongens hållfasthet och krav enligt Betonghandboken. För att kunna utföra en korrekt modellering i programmet måste håldäcket modelleras som en massiv platta som har samma styvhetsegenskaper och egentyngd som det verkliga håldäcket.

Vridmotstånd och vridstyvhet beräknas på två olika sätt, dels genom en förenklad handberäkning och dels genom en FEM-modell där resultaten jämförs. Ett ekvivalent vridmotstånd beräknas också enligt platteori och jämförs med övriga beräkningar.

En jämförelse görs mellan Betonghandboken och Eurocode med avseende på deformationsberäkningar.

Resultat från beräkningar visar att sidokopplingarna i vissa tillämpningar minskar nedböjningen och ökar bjälklagets bärförmåga för upp till 6 plattor i bredd. Beräkning visade också att sprickor uppstår i ovkant i samtliga inåtgående hörn. Hur dessa sprickor påverkar bjälklaget är inte studerat i denna rapport.



## Innehållsförteckning

### FÖRORD

### SAMMANFATTNING

<b>1</b>	<b>INLEDNING</b> .....	<b>1</b>
1.1	BAKGRUND.....	1
1.2	BESKRIVNING AV HÅLDÄCKSPLOTTAN .....	1
1.3	UPPLAG OCH STOMFÖRBINDELSER.....	3
1.4	AVGRÄNSNINGAR .....	4
1.5	SYFTE .....	5
1.6	DISPOSITION .....	5
<b>2</b>	<b>MATERIALDATA</b> .....	<b>7</b>
2.1	ELASTICITETSMODUL I LÄNGSLED .....	7
2.2	ELASTICITETSMODUL I TVÄRLED .....	8
2.3	SKJUVMODUL .....	10
2.4	TVÄRKONTRAKTIONSTAL .....	11
2.5	EKVIVALENT DENSITET.....	11
<b>3</b>	<b>STUDIE AV SIDOKOPPLINGENS INVERKAN</b> .....	<b>13</b>
3.1	HANDBERÄKNING.....	14
3.2	MODELLERING I FEM-DESIGN PLATE .....	15
3.2.1	<i>Geometri</i> .....	15
3.2.2	<i>Laster</i> .....	18
3.2.3	<i>Beräkning</i> .....	19
3.2.4	<i>Redovisning av resultat</i> .....	19
3.3	RESULTAT & KOMMENTARER .....	21
3.4	MODELLERING MED TVÅ SIDOKOPPLINGAR .....	21
3.4.1	<i>Resultat &amp; kommentarer</i> .....	22
<b>4</b>	<b>JÄMFÖRELSE MELLAN EUROCODE OCH BETONGHANDBOKEN MED AVSEENDE PÅ DEFORMATION</b> .....	<b>23</b>
4.1	BERÄKNING AV DEFORMATION ENLIGT EUROCODE .....	24
4.1.1	<i>Laster</i> .....	24
4.1.2	<i>Beräkning av deformation</i> .....	25
	Krympning.....	26
	Deformation av last .....	27
4.2	BERÄKNING AV DEFORMATION ENLIGT BETONGHANDBOKEN .....	29
4.2.1	<i>Laster</i> .....	29
4.2.2	<i>Beräkning av deformation</i> .....	29
	Krympning.....	30
	Krypning.....	31
4.3	INVERKAN PÅ DEFORMATION AV SPÄNNKRAFTSFÖRLUST .....	33
4.4	RESULTAT & KOMMENTARER .....	35
<b>5</b>	<b>BERÄKNING AV VRIDMOTSTÅND RESPEKTIVE VRIDSTYVHET</b> .....	<b>37</b>
5.1	BERÄKNING AV SKJUVSPÄNNINGAR MED PLATTEORI.....	37
5.2	TEORETISK BERÄKNING .....	38
5.3	BERÄKNING MED HJÄLP AV MODELL I MATLAB.....	39



5.4	RESULTAT & KOMMENTARER .....	43
<b>6</b>	<b>BERÄKNING AV HUVUDSPÄNNINGAR.....</b>	<b>47</b>
6.1	MODELLERING I FEM-DESIGN PLATE .....	48
6.2	BERÄKNING AV SPÄNNINGAR I BRUKSGRÄNSTILLSTÅNDET .....	50
6.3	BERÄKNING AV LÅNGTIDSDEFORMATION .....	54
6.4	RESULTAT & KOMMENTARER .....	56
<b>7</b>	<b>SLUTSATS.....</b>	<b>57</b>
<b>8</b>	<b>REFERENSER .....</b>	<b>59</b>

**BILAGOR**

# 1 Inledning

## 1.1 Bakgrund

Vid nybyggnation är det allt vanligare med prefabricerade betongprodukter. Prefabricerat betyder att elementen kommer färdiga från fabrik och kan monteras direkt vid leverans. Prefabricerade betongelement ger minskat behov av arbetskraft på arbetsplatsen, kortare montagetid och därmed lägre kostnader totalt sett [16].

Starka Betongelement AB i Kristianstad tillverkar håldäckselement. Håldäck används som bjälklag och tak i alla typer av byggnader. I många bjälklag ska plattorna medverka till stomstabiliseringen och då verka som en styv skiva. Då bjälklaget ska uppta skivverkan görs speciella infästningar i de yttre plattornas längsgående sida till stabiliserande vägg. Samma infästning används vid byggnation av flervåningshus för att reducera risken för fortskridande ras. Dessa infästningar påverkar plattornas nedböjning samt orsakar vridning av plattorna. Starka vill utreda om man kan utnyttja denna infästning till att minska nedböjning och ökad bärförmåga av mindre bjälklag och därmed eventuellt välja en annan bjälklagsdimension.

## 1.2 Beskrivning av håldäcksplattan

Håldäcksplattan är en förspänd betongplatta med cirkulära hålskanaler som går igenom hela plattan i längsled. Hålen bidrar till låg egentyngd i förhållande till plattans bärförmåga. Liven mellan de cirkulära hålen upptar tvärkraft och de förspända linorna som finns i plattans underkant upptar böjmoment. Plattorna kan även ha spännarmering i överkant då de skall fungera som en konsol [14].

Plattorna finns i olika dimensioner och armeringsalternativ. Plattorna tillverkas i de fyra höjderna 200, 265, 320 och 380mm. Plattorna görs i betongkvalitet C50/60 och samtliga dimensioner har bredden 1200mm. För varje plathöjd finns tre olika armeringsalternativ, F1, F2 och F3. Där F1 motsvarar det armeringsalternativ som har minst antal linor. Starka använder sjutrådig standardlina av ståltyp SS 3615 med dimension 9.3 eller 12.5mm. Den förspända armeringen gör att plattorna kan klara långa spännvidder [6].

Plattornas längsgående sida har en speciell utformning, med en så kallad fas som används för lyft m.h.a en sax samt underlättar foggjutning mellan plattorna. Fogen mellan plattorna upptar endast tvärkrafter. Fogarna bidrar också till att fördela last mellan intilliggande plattor.

## Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

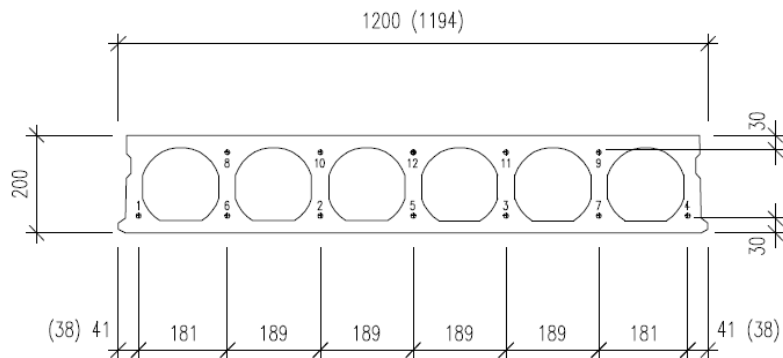
Håldäcksplattans standardbeteckning:

HD/F b/h, där

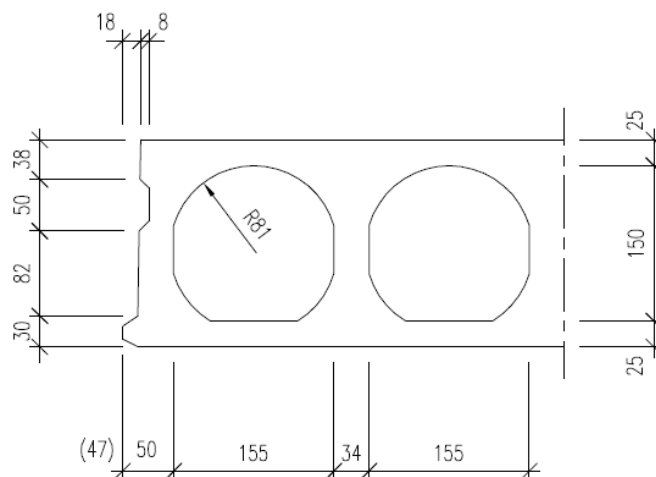
- H – anger tvärsnittsform
- D – anger däckelement
- F – anger förspänt
- b – anger elementbredd i cm
- h – anger elementhöjd i cm

T.ex. HD/F 120/20 [12].

I figur 1.1 och 1.2 visas en tvärsektion av HD/F 120/20.



Figur 1.1: Tvärsektion av en håldäcksplatta. I detta fall en HD/F 120/20. Cirklarna med kors i visar var spännlinorna kan vara placerande vid olika armeringalternativ [12].



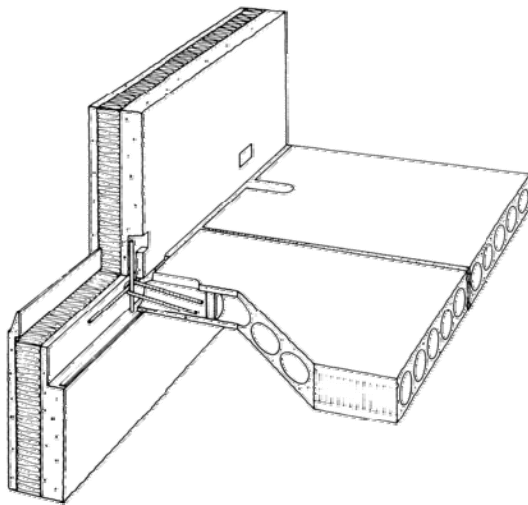
Figur 1.2 Typtvärsektion av en håldäcksplatta, HD/F 120/20 [12].

### 1.3 Upplag och stomförbindelser

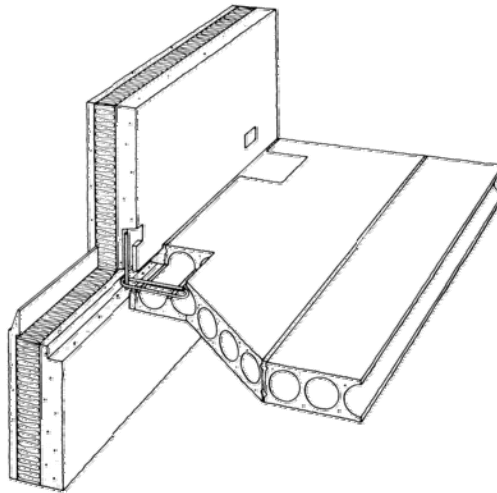
Håldäckselementen är vanligen upplagda på balkar av stål eller betong alternativt på betongväggar. Då plattorna vilar mot betong krävs att man placerar neopren mellan plattan och dess upplag. Neopren är en gummiremsa som finns i olika dimensioner. Syftet är att utjämna eventuellt lokalt tryck p.g.a stenar eller liknande ojämnheter som sticker upp ur betongupplaget. Då plattorna är upplagda på betong rasriskarmerar man dem genom ingjutna dubb som man trär en så kallad hårnålsbygel runt. Byglar och dubb gjuts sedan in i betong, se figur 1.3 [14].

Vid upplag på stål balkar svetsas dubb vanligen på överflänsen mitt över balklivet och samma hårnålsbygel används varefter igjutning sker. Ibland träs plattorna in i en UPE-balk eller liknande som upplag och då svetsas en ”paddel” på balklivet som går in i en hålskanal och ersätter hårnålsbygeln. Rasriskarmering kan också ingjutas i fog mellan plattor [14].

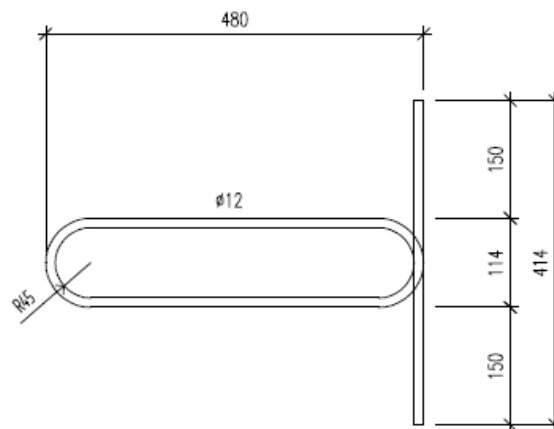
Tvärkrafterna mellan elementen överförs via foggjutning och fördelar därmed lasten till intilliggande element. I de fall då håldäcken ska bidra till stomstabiliseringen infästas de med speciella byglar till stabiliserande vägg, se figur 1.4 och 1.5. Samma infästning används vid byggnation av flervåningshus för att reducera risken för fortskridande ras [16].



Figur 1.3: Visar rasriskarmering, med dubb, hårnålsbygel samt dragarmering [16].



Figur 1.4: Visar sidokoppling vid stomstabilisering med dubb och bygel [16].



Figur 1.5: Armeringsbygel för sidokoppling av HD/F 120/20 och HD/F 120/27.

## 1.4 Avgränsningar

Beräkningar görs endast för de två håldäcksdimensionerna HD/F 120/20 och HD/F 120/27 från Starka.

Vid beräkningarna kontrolleras endast att plattorna är sprickfria. Inga beräkningar på sprickor i övrigt utförs.

Vid beräkning av deformation bortses från ojämn krympning. Detta är en förenkling eftersom nederbörd och sol kan påverka plattans under- och översida olika under lagring.

Vid beräkning av skjuvspänning bortses från inverkan av tvärkraft.

## 1.5 Syfte

Syftet med detta arbete är att studera sidokopplingens inverkan på ett håldäcksbjälklag, vilket sker genom att studera deras inverkan på nedböjning och bärförmåga.

## 1.6 Disposition

- Kapitel 1 inleder rapporten med information om håldäcksplattan och rapportens innehåll med avgränsningar och syfte.
- I kapitel 2 redovisas hur man räknar om håldäcket till en skalmodell med motsvarande egenskaper för att kunna göra modellering i datorprogram.
- I kapitel 3 studeras inverkan av sidokoppling.
- I kapitel 4 jämförs en deformationsberäkning mellan Betonghandboken och Eurocode.
- I kapitel 5 beräknas vridmotstånd och vridstyvhet för de två minsta plattdimensionerna på olika sätt och jämförs.
- I kapitel 6 beräknas huvudspänningar som uppstår under inverkan av sidokopplingar vid ett specifikt lastfall.
- Kapitel 7 ger slutsatser från studien.

Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---

## 2 Materialdata

Materialdata som betongens elasticitetsmodul och skjuvmodul i tvärriktning i en håldäcksplatta har hämtats från Pia Johanssons rapport *Vibration of Hollow Core Concrete Elements Induced by Walking*. Plattans densitet räknas om eftersom man gör om en håldäcksplatta till en massiv platta för att kunna göra modellering i datorprogram [13].

Beräkningarna utfördes av Johansson genom att skapa en FEM-modell i datorprogrammet Abaqus. Modellen bestod av ett skal som är så likvärdigt som möjligt med den verkliga tredimensionella håldäcksplattan egenskapsmässigt. Detta innebär att den genererade modellen har samma styvhetsegenskaper och tyngd per ytenhet som en håldäcksplatta. På grund av de längsgående kanalerna i håldäcket är plattan ortotrop, d.v.s har olika egenskaper i längsled och tvärlid [13].

Höjd [m]	0.200
Tröghetsmoment [m <sup>4</sup> ]	0.59e-3
Egentyngd [kN/m <sup>2</sup> ]	2.75

Tabell 2.1 Grunddata HD/F 120/20 [12].

Håldäcksplattor görs av betongkvalitet C50/60 och materialet har en elasticitetsmodul på 37.0 GPa [12].

Plattan modelleras som ett ortotrop skal med tjocklek och en elasticitetsmodul i plattans längsgående riktning (E1) och en i plattans tvärgående riktning (E2) [13].

### 2.1 Elasticitetsmodul i längsled

Elasticitetsmodulen i längsled, (E1) sätts till samma värde som för betongkvalitet C50/60, d.v.s  $E1=37.0$  GPa. Tröghetsmomentet för håldäcket är känt och används för att beräkna en effektiv tjocklek som kan användas i skalmodellen då den ska ha samma tröghetsmoment som den tredimensionella plattan [13].

$$I = \frac{bt^3}{12} \tag{2.1}$$

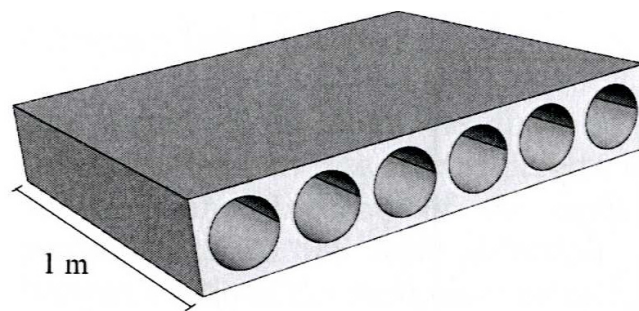
där  $b$  är håldäcksplattans bredd  
 $t$  är skalmodellens tjocklek



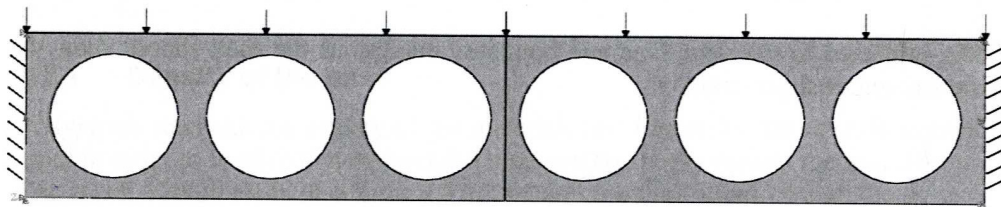
$$\left. \begin{aligned} I_{1,skal} &= \frac{bt_{skal}^3}{12} \\ I_{1,skal} &= I_{HD/F\ 120/20} = 0.59 \cdot 10^{-3} m^4 \\ b &= 1.2 m \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_{skal} = 0.181 m$$

## 2.2 Elasticitetsmodul i tvärled

I Abaqus skapades en modell med element av typen CPE8R som har storleken 0.01m och består av ett elastisk, isotropt material med elasticitetsmodulen 37.0 GPa. Man anser att modellen kan ses som böjning av en balk och sätter därför tvärkontraktionstalet till 0. Modellen belastas med 1000 kN/m och har randvillkoret att den är fast inspänd i båda sidor. Modellen böjs i veka riktningen, se figur 2.1 och 2.2 [13].



Figur 2.1 Modell av en HD/F 120/20 [13].



Figur 2.2: Lastfall i veka riktningen med fast inspänning i båda sidor av HD/F 120/20 [13].

Nedböjningen för skalmodellen och den tredimensionella plattan ska vara lika stor vid samma last [13].

Nedböjningen för en balk med fast inspänning i båda ändar beräknas enligt:

$$u = \frac{qL^4}{384EI} \quad (2.2)$$

där  $q$  är den linjelast som verkar på plattan  
 $L$  är balklängd, d.v.s plattbredd i detta fall  
 $E$  är elasticitetsmodul för aktuell riktning  
 $I$  är tröghetsmoment för aktuell riktning

Beräkning i Abaqus gav nedböjningen  $u = 1.46 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  för ett tredimensionellt håldäckselement enligt lastfall figur 2.2 med  $q=1000 \text{ kN/m}$ .

Nedböjningen för skalmodellen skall vara lika stor. Genom insättning av data kan  $E_2$  för skalmodellen beräknas enligt följande:

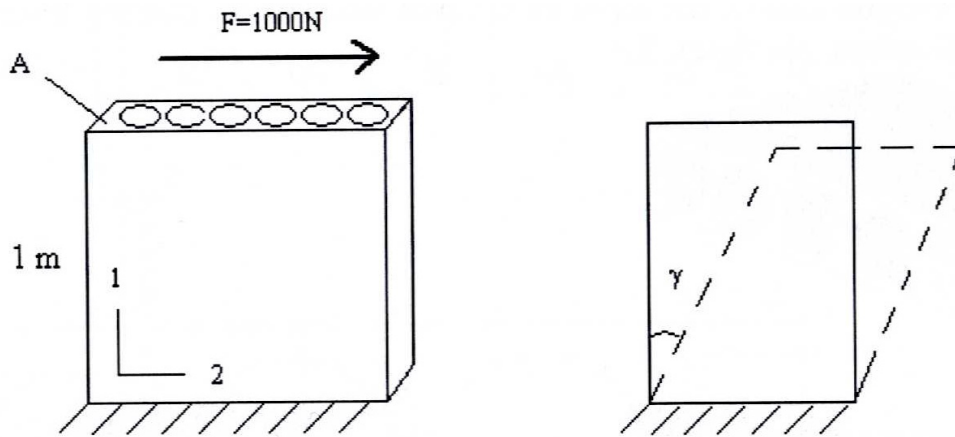
$$u = \frac{qL^4}{384EI} \quad \rightarrow \quad E_2 = \frac{qL^4}{384uI_{2,skal}} \quad (2.3)$$

$$\left. \begin{array}{l} I_{2,skal} = \frac{1 \cdot t_{skal}^3}{12} \\ t_{skal} = 0.181 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow I_{2,skal} = \frac{1 \cdot 0.181^3}{12} = 4.94 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$\left. \begin{array}{l} E_2 = \frac{q \cdot L^4}{384 \cdot I_{2,skal} \cdot u} \\ q = 1000 \text{ kN/m} \\ L = 1.2 \text{ m} \\ I_{2,skal} = 4.94 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 \\ u = 1.46 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow E_2 = \frac{1000 \cdot 10^3 \cdot 1.2^4}{384 \cdot 4.94 \cdot 10^{-4} \cdot 1.46 \cdot 10^{-3}} = 7.49 \text{ GPa}$$

## 2.3 Skjuvmodul

För att kunna beräkna skjuvmodulen har Johansson skapat en annan 3D-modell i datorprogrammet Abaqus. Modellen består av en 1m lång del av en HD/F-platta, med elastiskt och isotropt material med elasticitetsmodulen 37.0GPa. Tvärkontraktionstalet sattes till 0.2. FEM-modellen indelades i element av storleken 0.01m. En sida antogs fast inspänd och modellen utsattes för en last på 1000N enligt figur 2.3 [13].



Figur 2.3: Modellering av en 1m lång del av en HDF 120/20. [13]

Den tredimensionella modellen och skalmodellen utsattes för samma last på 1000N och med samma randvillkor ska det uppstå samma skjuvtöjning i båda fallen. Skjuvspänningen kan beräknas med två följande uttryck:

$$\tau_{12} = \frac{F}{A} \quad (2.4)$$

$$\tau_{12} = G_{12}\gamma \quad (2.5)$$

där

- $A$  är skalmodellens tvärsnittsarea
- $F$  är kraften som verkar på plattan
- $\tau_{12}$  är skjuvspänningen
- $G_{12}$  är materialets skjuvmodul
- $\gamma$  är materialets skjuvtöjning

Beräkning i programmet gav  $\gamma = 1.2 \cdot 10^{-6}$  [13].

$$\left. \begin{aligned} G_{12} &= \frac{F}{A\gamma} = \frac{F}{t_{skal} b \gamma} \\ F &= 1000 \text{ N} \\ t_{skal} &= 0.181 \text{ m} \\ b &= 1.2 \text{ m} \end{aligned} \right\} \rightarrow G_{12} = \frac{1000}{0.181 \cdot 1.2 \cdot 1.2 \cdot 10^{-6}} = 3.84 \text{ GPa} \quad (2.6)$$

Skjuvmodulen beräknades till 3.84 GPa.

## 2.4 Tvärkontraktionstal

Då skjuvmodulen är bestämd kan tvärkontraktionstalet för betongplattan bestämmas. Detta sker genom att belasta den genererade modellen av dragspänning i två motsatta riktningar. Det skapade elementet är 1m långt och ska motsvara en HD/F 120/20. En frihetsgrad är fix så att plattan inte kan deformeras fritt i alla riktningar. Töjningen i längsgående respektive tvärgående riktning bestäms. Förhållandet mellan töjningen i tvärgående och längsgående riktning beräknas och därmed är tvärkontraktionstalet bestämt.

$$\nu = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (2.7)$$

där  $\varepsilon_1$  är töjningen i längsled  
 $\varepsilon_2$  är töjningen i tvärlid

Tvärkontraktionstalet beräknades till 0.39 [13].

## 2.5 Ekvivalent densitet

Skalmodellens densitet måste bestämmas så den får samma vikt per ytenhet som håldäcket. Beräkningen görs för HD/F 120/20 som har egentytngden  $2.75 \text{ kN/m}^2$ , se tabell 2.1. Då skalmodellen ska ha samma vikt beräknas dess effektiva densitet ur [13]:

$$\rho_{skal} = \frac{m_{platta}}{t_{skal}} \quad (2.8)$$

där  $m_{platta}$  är plattans massa per ytenhet  
 $t_{skal}$  är plattans tjocklek

Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---

Beräkningen görs för en platta med längden 1m.

$$\rho_{skal} = \frac{\left( \frac{2.75 \cdot 10^3}{9.81} \right)}{0.181} = 1549 \text{ kg/m}^3$$

Densiteten beräknades till 1549 kg/m<sup>3</sup>.

### 3 Studie av sidokopplingens inverkan

Deformationen för bjälklag med respektive utan sidokoppling beräknas och jämförs i detta kapitel. Det intressanta är hur brett bjälklaget kan vara för att sidokopplingarna fortfarande ska ha inverkan på deformationen. Beräkningarna har utförts i FEM-Design som är ett datorprogram från Strusoft där man kan analysera allt från enstaka element till hela byggnader. Här har modulen FEM-Design Plate använts. Beräkningar kan göras i både brott- och bruksgränstillståndet. Programmet tar hänsyn till om betongen är sprucken eller osprucken. Programmet baseras på finita elementmetoden och ger en automatisk elementfördelning, som går att justera efter egna önskemål.

Med modulen Plate kan beräkningar med normer som Eurocode och BBK 04 göras. Indata är dock öppen och kan i princip anges helt manuellt om man så önskar.

Information angående inmatning och modellering i FEM-Design Plate är hämtad från programmanualen [10] samt genom telefonsamtal med Stefan Åberg på Strusoft.

Undersökningen genomförs med HD/F 120/20 med spännvidden 8m. Plattorna är upplagda på linjestöd och belastas av:

Egentyngd  
30mm pågjutning  
Nyttig last i form av samlingslast

Materialdata:

$$E1 = 37 \text{ GPa}$$

$$E2 = 7.49 \text{ GPa}$$

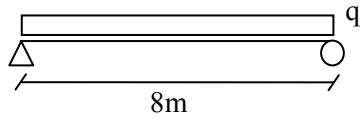
$$\nu = 0.39$$

$$\rho_{shell} = 1549 \text{ kg/m}^3$$

Först gjordes en enkel modell som beräknades dels manuellt och dels modellerades i FEM-Design Plate varefter resultaten jämfördes, för att kontrollera att modelleringen var korrekt utförd i datorprogrammet.

Modellen bestod av en enda 8m lång platta med tjockleken 181mm, fritt upplagd i båda ändar med laster enligt ovan, se figur 3.1. Beräkningarna gjordes enbart i bruksgränstillståndet för dimensionering mot långtidsdeformationer.

### 3.1 Handberäkning



Figur 3.1: Lastfall för beräkning av plattans nedböjning.

Nedböjningen beräknas enligt [4]:

$$v_{\max} = \frac{5qL^4}{384EI} \quad (3.1)$$

där  $q$  är summan av den jämt utbredda lasten på plattan.  
 $L$  är avståndet mellan upplagen.  
 $E$  är betongens elasticitetsmodul med avseende på långtidslast.  
 $I$  är tröghetsmomentet för plattans tvärsnitt.

Elasticitetsmodulen med avseende på långtidslast beräknas enligt [4]:

$$E = E_{eff} = \frac{E_{ck}}{1 + \varphi_{eff}} \quad (3.2)$$

där  $E_{ck}$  är betongens karakteristiska elasticitetsmodul.  
 $\varphi_{eff}$  är betongens kryptal.

Tröghetsmomentet för ett rektangulärt tvärsnitt beräknas enligt

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (3.3)$$

Där  $b$  är plattans bredd  
 $h$  är plattans höjd

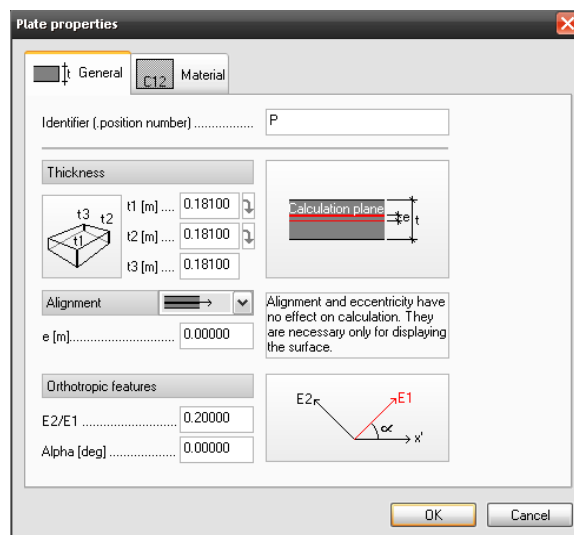
Nedböjningen beräknades till 0.07426m. För exakt beräkning med siffror se Bilaga A.

## 3.2 Modellering i FEM-Design Plate

Motsvarande beräkning som utfördes för hand gjordes med FEM-Design Plate.

### 3.2.1 Geometri

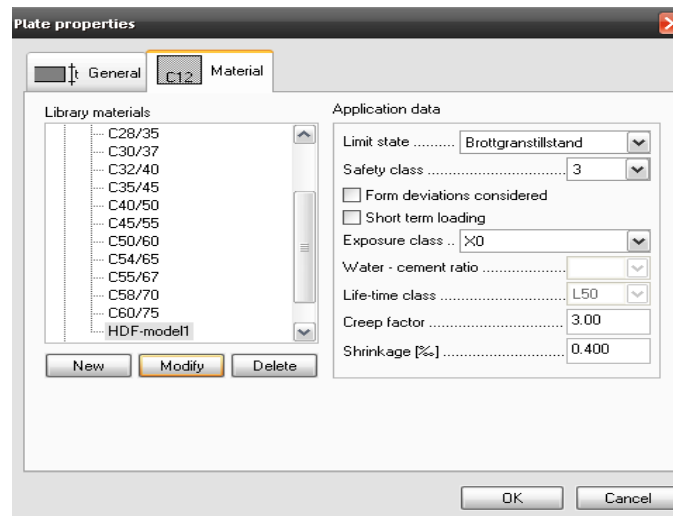
Först väljs vilken konstruktion som ska ritas, i detta fall en platta. Här väljs plattjocklek och förhållandet mellan elasticitetsmodulen i tvärled och i längsled. I detta fall är plattan ortotrop, vilket innebär att förhållandet kommer att vara skilt från 1. Därefter anger man vilket material plattan består av samt dess egenskaper. Slutligen kan man rita upp plattan genom att ange koordinater eller dimension i ritfönstret. Plattans dimension och materialegenskaper kan självklart ändras i efterhand, se figur 3.2-3.4.



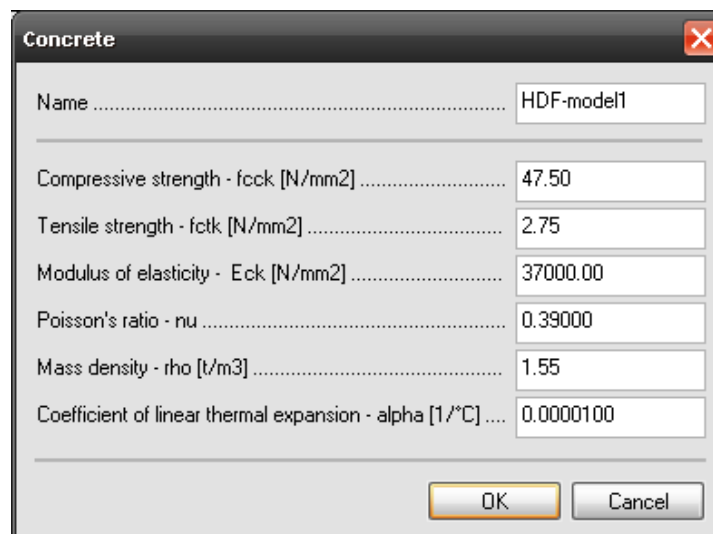
Figur 3.2: Indata fönster för plattjocklek och förhållandet mellan elasticitetsmodulerna då plattan är ortotrop.



## Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.



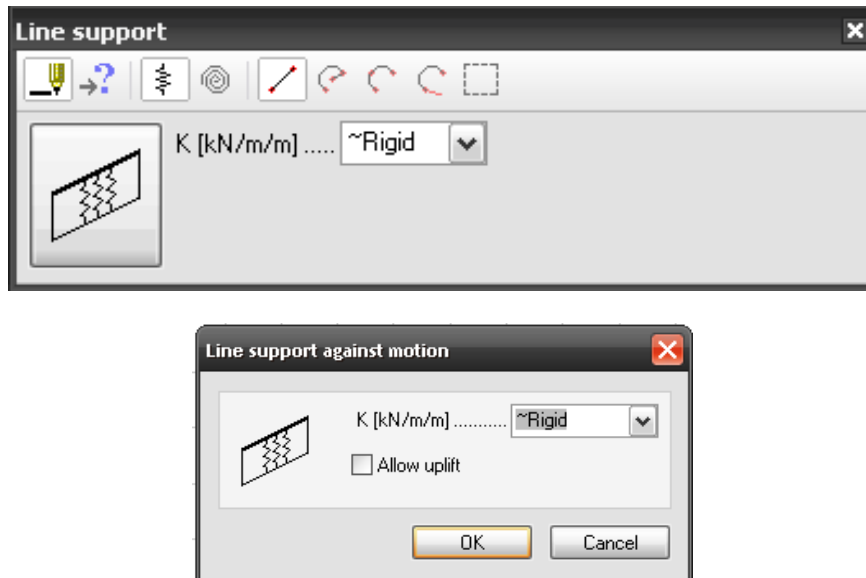
Figur 3.3: Indata fönster för betong.



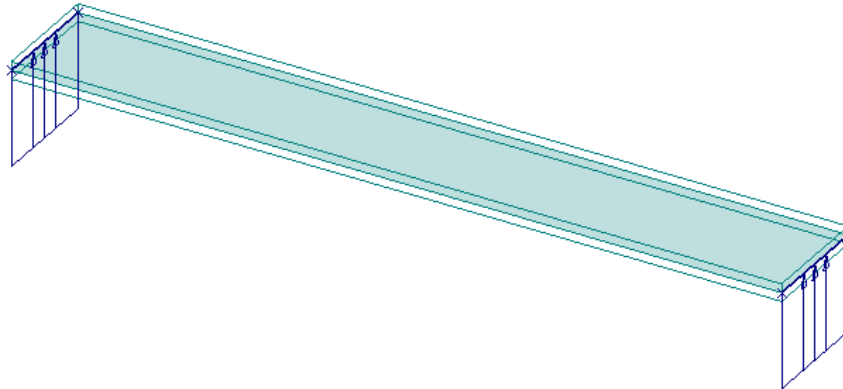
Figur 3.4: Indata fönster för beskrivning av betongens egenskaper, måste anpassas då man gjort om en HD/F-platta till en homogen platta med en relativ tjocklek.

## Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

Därefter väljer man vilken typ av upplag plattan ska ha. I detta fall ett styvt linjestöd, vilket kan jämföras med en betongvägg i verkligheten, se figur 3.5.



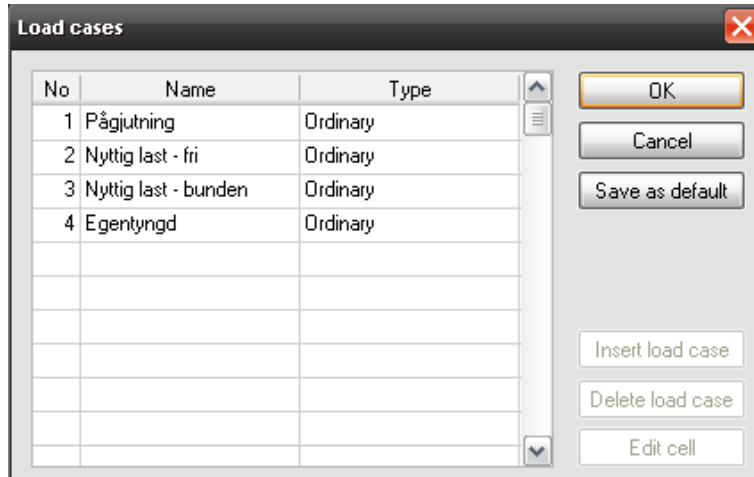
Figur 3.5: Indata fönster för linjestöd.



Figur 3.6: Resultat av modell. En fritt upplagda platta med ett styvt linjestöd i båda ändar.

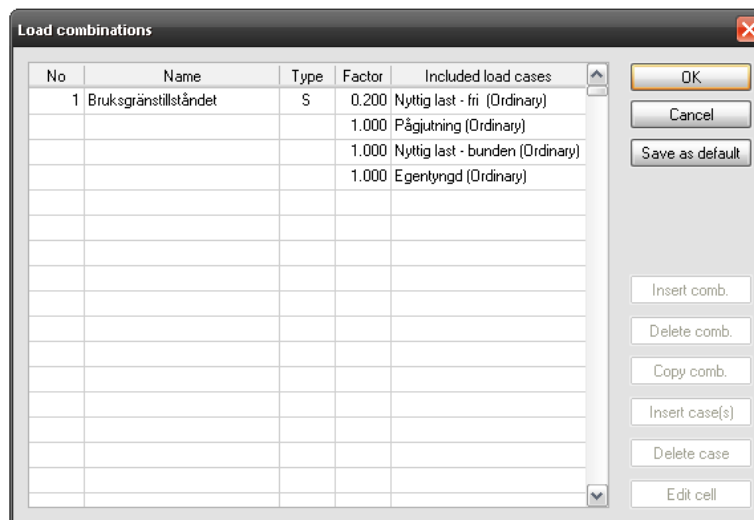
### 3.2.2 Laster

Här anges de olika lasterna som ska verka på plattan. I detta fall är samtliga laster ytlaster. Alla laster matades in för hand och då även egentyngden.



Figur 3.7: Indata fönster för olika laster.

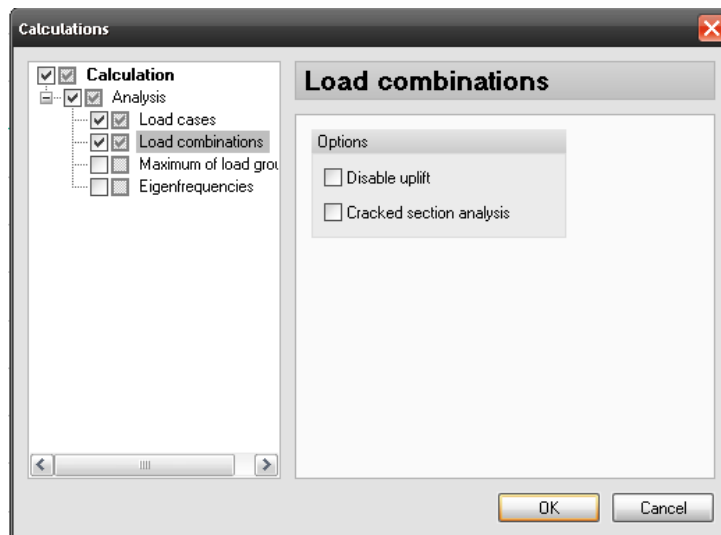
Slutligen innan beräkning anges de lastkombinationer som man vill studera. I detta fall är man endast intresserad av långtidsdeformationen. Här anger man alltså om beräkningen ska ske i brott- eller bruksgränstillståndet samt vilka koefficienter som respektive last ska multipliceras med.



Figur 3.8: Indata fönster för lastkombinationer.

### 3.2.3 Beräkning

Vid val av beräkningskombinationer kan man ange mer specifikt vad man vill beräkna så programmet inte behöver göra onödiga beräkningar vilket enbart förlänger beräkningstiden.

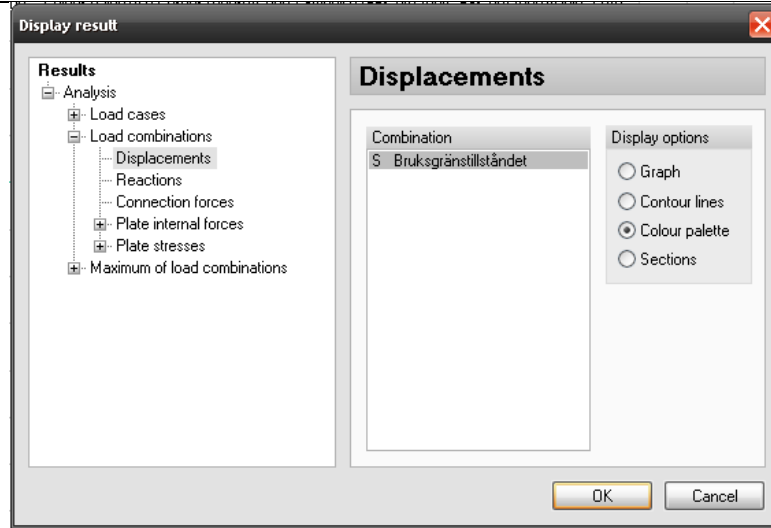


Figur 3.9: Indata fönster för vad man vill beräkna.

### 3.2.4 Redovisning av resultat

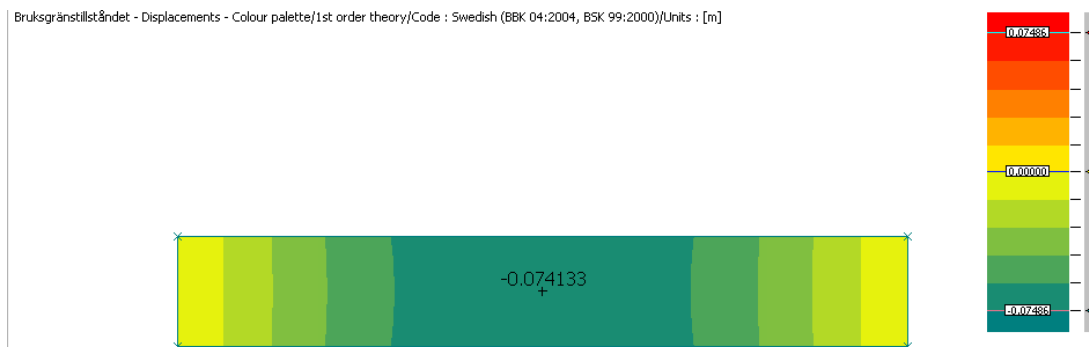
Efter beräkning kan man välja hur man vill att resultatet ska redovisas. Först väljer man vad man vill se. I detta fall är man intresserad av nedböjning. Därefter väljer man hur det ska visas. Programmet har fyra olika typer av redovisning. De fyra typerna är graf, konturlinjer, färgad platta eller sektion där man själv väljer var snittet ska tas.

### Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.



Figur 3.10: Val av snittkraft som ska redovisas samt redovisningstyp.

Nedböjningen beräknades till 0.07413m i FEM-Design Plate.



Figur 3.11: Resultat av nedböjning av en fritt upplagd platta som påverkas av en given last.

### 3.3 Resultat & kommentarer

Det handberäknade resultatet av den maximala nedböjningen beräknades till 0.07426m. Beräkningen i datorprogrammet gav resultatet 0.07413m. Modelleringen kan anses vara korrekt utförd då  $0.07426\text{ m} \approx 0.07413\text{ m}$ .

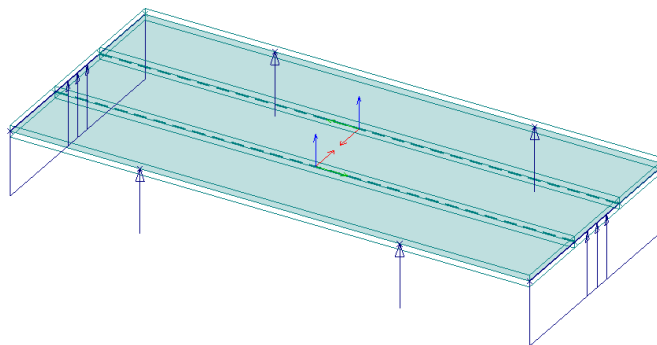
Därmed sätts  $\delta_0 = 0.07413\text{ m}$

Denna nedböjning ska nu jämföras med den nedböjning som uppstår till följd av att två sidokopplingar läggs in i form av två punktstöd vid de yttersta plattornas längsgående sidor.

### 3.4 Modellering med två sidoinkopplingar

Nedböjningen för en fritt upplagd platta med effektiva tjockleken 181mm och spännvidden 8m har beräknats till  $\delta_0$  enligt avsnitt 3.3. Därefter tillsattes 2 sidokopplingar på varje sida i form av ett punktstöd och ny nedböjning,  $\delta_n$ , beräknas för olika antal plattor placerade i bredd. Den maximala nedböjningen uppstår i mitten av den mittersta plattan. Förhållandet  $\frac{\delta_n}{\delta_0}$  studerades. Plattorna är sammanbundna i

längsled med en led som ska motsvara den foggjutning som man har i verkligheten som kan uppta och fördela tvärkraft. Denna led kan jämföras med ett gångjärn, d.v.s den kan uppta och fördela tvärkraft men är inte momentstyv. Varje nod är därmed kopplad när det gäller förskjutning, men samtidigt kan respektive platta rotera fritt.



Figur 3.12: Modell med två punktstöd för motsvarande sidokopplingar i verkligheten. Tre fritt upplagda plattor med ett styvt linjestöd i båda ändar.

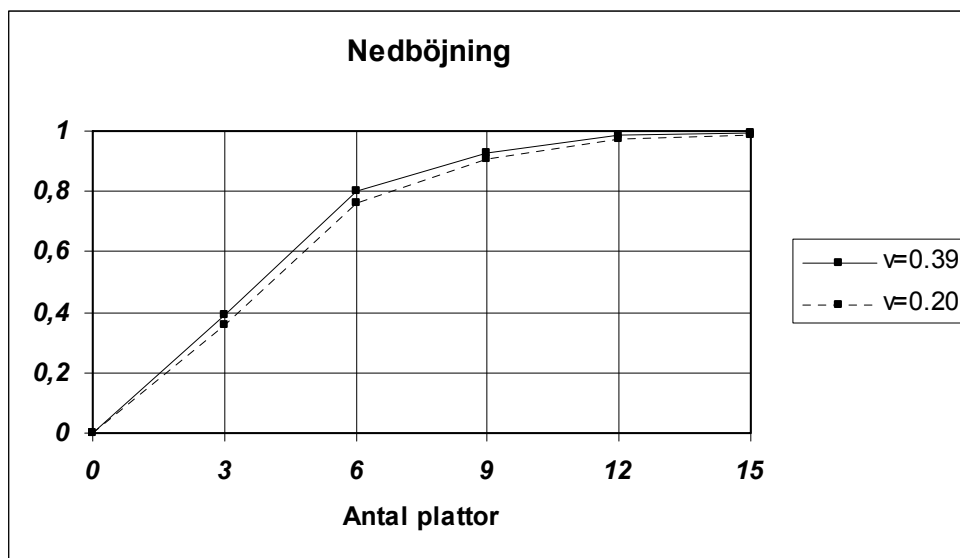
Samma beräkning utfördes med två olika tvärkontraktionstal för att studera effekten på nedböjningen som konsekvens av detta. Först gjordes beräkning med tvärkontraktionstalet 0.39 som är framtaget enligt Johansson [13]. Vid den andra beräkningen ändrades tvärkontraktionstalet till 0.2 enligt BBK [2].

### 3.4.1 Resultat & kommentarer

För ett bjälklag med upp till max 6 plattor i bredd mellan sidokopplingar är resultatet intressant. Inom den bjälklagsbredden har sidokopplingarna en betydelsefull inverkan som man bör utnyttja vid konstruktion av håldäcksbjälklag. Nedböjningen resulterade i en minskning på mer än 20% enligt figur 3.13. Vid fall då nedböjningen är en avgörande faktor kan utnyttjande av sidokopplingar bidra till att aktuellt nedböjningskrav uppfylls.

Nedböjningens förhållande blir något mindre då tvärkontraktionstalet är 0.2. Till en början, vid 3 och 6 plattor ligger skillnaden runt 3-4 % som sedan avtar successivt vid ökat antal plattor. Men totalt sett har fortfarande sidokopplingarna inte längre någon större inverkan då man har tolv plattor i bredd. Om man endast studerar nedböjningen så skiljer det som mest 3mm vilket anses vara ointressant på en 8m lång platta.

Vid tolv plattor i bredd visade sig sidokopplingen inte längre ha någon inverkan oavsett vilket tvärkontraktionstal som användes. Man ser tydligt i figur 3.13 nedan att förhållandet går mot ett vid tolv plattor.



Figur 3.13: Diagrammet visar förhållandet av nedböjning med och utan sidokopplingar vid varierande antal plattor i bredd med en bestämd last. Figuren visar att tvärkontraktionstalet inte har någon betydelsefull inverkan i detta fall.

## 4 Jämförelse mellan Eurocode och Betonghandboken med avseende på deformation

I detta avsnitt undersöks skillnaden i beräknad nedböjning mellan Eurocode och Betonghandboken. Ett lastfall med i övrigt samma förutsättningar studeras.

Beräkningen görs för en HD/F-120/20 med armeringstyp F2, vilket innebär att håldäcket är armerat med 7st spännlinor i underkant. Varje lina spänns med kraften 60kN. Håldäcksplattan är 1.2m bred och är upplagd med spännvidden 8m. Betongkvalitén är C50/60. Betongen är snabbhärdande vilket innebär att cementtypen tillhör klass R.

Nedböjningen beräknas efter lång tid, 50 år. Den relativa fuktigheten antas vara 50 % och plattan antas tillhöra ett bjälklag i en kontorsbyggnad.

Vid beräkning av krympning antas uttorkningen börja redan efter 1 dygn.

När en HD/F-platta tillverkas på Starka belastas den av sin egentyngd redan ett dygn efter tillverkning. I denna studie antas avjämning och pålastning av samtliga laster ske 20 dagar efter tillverkning. Detta har ingen större betydelse i beräkningen då man främst är intresserad av deformationsskillnaden mellan de två metoderna, snarare än den absoluta nedböjningen.

Inverkan av temperaturskillnader beaktas inte.

Då man studerar långtidsdeformation måste man ta hänsyn till effekterna av krympning och krypning. Effekten av spännkraftförlust studeras i ett eget avsnitt nedan.

Vid beräkning av krypning och krympning används effektiv tjocklek, d.v.s håldäcket görs om till en massiv platta med samma egenskaper. Se under kapitel 2.

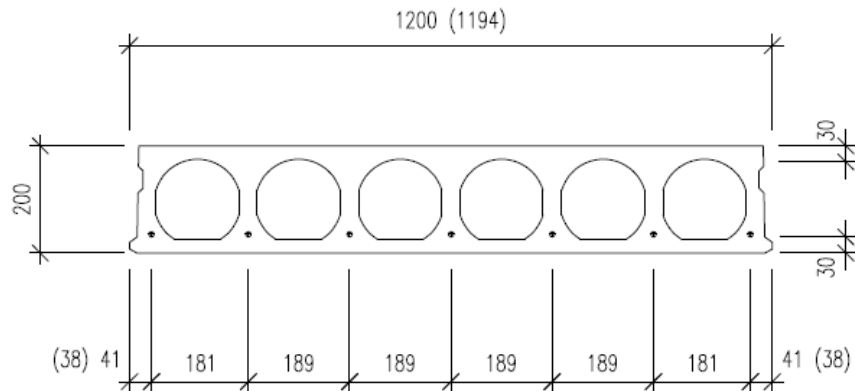
Samtliga materialdata angående betongens hållfasthets- och deformationsegenskaper är hämtade från Eurocode 2 Tabell 3.1 [9].



**Grunddata HD/F 120/20**

Tvärsnittets relativa höjd, h [m]	0.181
Tröghetsmoment, I [m <sup>4</sup> ]	0.59e-3
Avstånd till tyngdpunkt från UK, [m]	99e-3
Tyngdpunkt för armering från UK, [m]	40e-3
Armeringsarea per lina, A <sub>s</sub>	5.2e-5
Betongarea, [m <sup>2</sup> ]	119.3-e3
Förspänningskraft, [kN/lina]	60
Betongkvalitet	C50/60

Tabell 4.1: Grunddata för HD/F 120/20 - F2 enligt Starka. [12]



Figur 4.1: HD/F 120/20 med armeringsalternativ F2. [12]

## 4.1 Beräkning av deformation enligt Eurocode

### 4.1.1 Laster

Håldäcksplattan belastas av sin egentyngd, 30mm pågjutning och nyttig last i form av kontorslast. Enligt Eurocode [7] tillhör kontorslast kategori B. Samtliga lastvärden redovisas i tabell 4.2 nedan.

Laster	
Egentyngd	2.75 kN/m <sup>2</sup>
Pågjutning 30mm	0.72 kN/m <sup>2</sup>
Nyttig last, kontorslast	3.0 kN/m <sup>2</sup>

Tabell 4.2: Anger laster som verkar på håldäcksplattan.

Kvasipermanent lastkombination enligt Eurocode [7] motsvarar den i BBK [2] definierade långtidslasten. Lastkombinationen för kvasipermanent last ges av:

$$q_l = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (4.1)$$

där  $G_{k,j}$  är karakteristiskt värde för permanent last  
 $Q_{k,j}$  är karakteristiskt värde för variabel last  
 $\psi_2$  är kombinationsfaktor för långtidslast

Kategori B ger  $\psi_2 = 0.3$  [7].

#### 4.1.2 Beräkning av deformation

Först beräknas det moment som uppstår av de ytlaster som verkar på HD/F-plattan. Momentet för långtidslast beräknas enligt [9]:

$$M_{QP} = \frac{qL^2}{8} \quad (4.2)$$

där  $q$  är den totala ytlast som verkar på plattan  
 $L$  är plattans längd

Effekterna av krympning och krypning ska också beräknas. Den krökning som respektive förlust åstadkommer beräknas för att sedan summeras så att total deformation kan beräknas.

Den totala krökningen summeras enligt [9]:

$$\frac{1}{r_{t,QP}} = \frac{1}{r_n} + \frac{1}{r_{cs}} \quad (4.3)$$

där  $r_n$  är krökningsradien med hänsyn till elastisk deformation och krypning med aktuell last  
 $r_{cp}$  är krökningsradien med hänsyn till krympning

Slutligen beräknas den totala nedböjningen enligt [9]:

$$\delta_{QP} = KL^2 \frac{1}{r_{t,QP}} \quad (4.4)$$

där  $K$  är en koefficient enligt Eurocode 2 figur 6, se Bilaga D.  
 $L$  är längden mellan plattans upplag

### Krympning

Krympningen består av två delar, uttorkningskrympning och autogen krympning. Uttorkningskrympningen beror på hur snabb vattentransporten är i den hårdnande betongen. Den autogena krympningen uppstår under betongens hårdnande och är en linjär funktion av betonghållfastheten.

Den totala krympningen erhålls ur [9]:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} \quad (4.5)$$

där  $\varepsilon_{cd}$  är uttorkningskrympning  
 $\varepsilon_{ca}$  är autogen krympning

Metod för beräkning av krympning redovisas i Bilaga C. Den totala krympningen beräknades till 0.57 ‰, se figur 4.2.

Krökningen orsakad av krympningen beräknas enligt [9]:

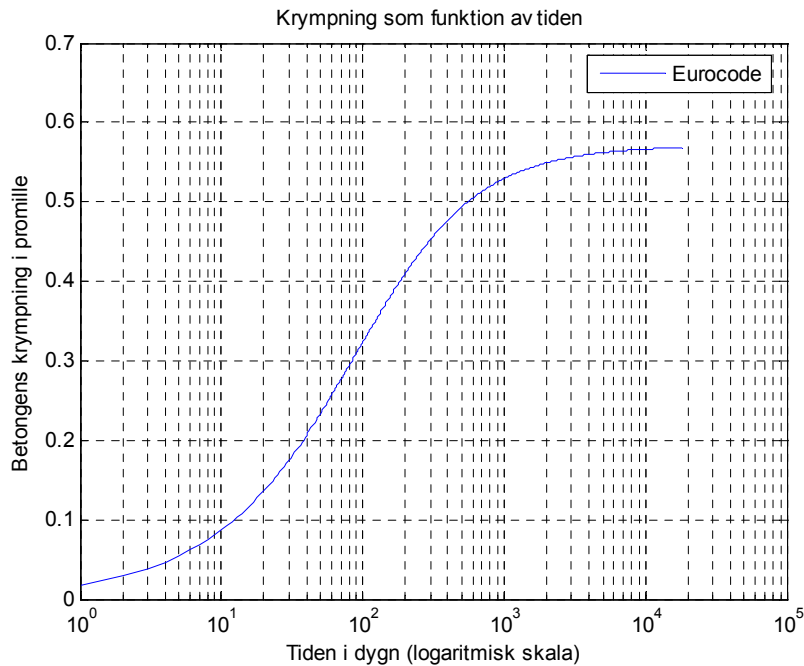
$$\frac{1}{r_{cs}} = (1 - \zeta) \cdot \varepsilon_{cs} \alpha_e \frac{S_u}{I_u} + \zeta \cdot \varepsilon_{cs} \alpha_e \frac{S_c}{I_c} \quad (4.6)$$

$$S_u = A_s (d - x_u) - A_{s2} (x_u - d_2) \quad (4.7)$$

där  $\zeta$  är fördelningskoefficient, vilken är noll för ospruckna tvärsnitt  
 $\varepsilon_{cs}$  är betongens krympning  
 $\alpha_e$  är förhållandet mellan armerings elasticitetsmodul och betongens effektiva elasticitetsmodul  
 $S_u$  är det statiska momentet för osprucket tvärsnitt  
 $I_u$  är det ospruckna tvärsnittets tröghetsmoment  
 $S_c$  är det statiska momentet för sprucket tvärsnitt  
 $I_c$  är tröghetsmomentet för sprucket tvärsnitt  
 $A_s$  är den dragna armeringens tvärsnittsarea  
 $d$  är avståndet från håldäckets ovankant till dragen armering  
 $d_2$  är avståndet från håldäckets ovankant till tryckt armering  
 $x_u$  är avståndet från tryckt kant till neutrala lagret  
 $A_{s2}$  är den tryckta armeringens tvärsnittsarea

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{eff}} \quad (4.8)$$

Där  $E_s$  är dimensioneringsvärde för armeringens elasticitetsmodul,  $E_s = 200 \text{ GPa}$ .



Figur 4.2: Kurva som visar krympningen som funktion av tiden för en HD/F-platta med förutsättningar enligt ovan.

### Deformation av last

Vid beräkning av kryptalet bortser man från temperaturskillnader. Krympningen påverkas av betongens mognad vid pålastning samt av lastens varaktighet och storlek [9]. Pålastning av samtliga laster antas ske efter 20 dagar. Håldäcksplattorna tillverkas av snabbhärdande betong och tillhör därmed cementklass R. Beräkningar enligt Bilaga B ger krypkoefficienten  $\varphi(\infty, t_0) = 1.60$ , se figur 4.3.

Då nedböjningen ska beräknas för långtidslast är  $\varphi(\infty, t_0) = \varphi_{eff}$ . Den effektiva elasticitetsmodulen beräknas enligt:

$$E_{eff} = \frac{E_{c28}}{1 + \varphi_{eff}} \quad (4.9)$$

### Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

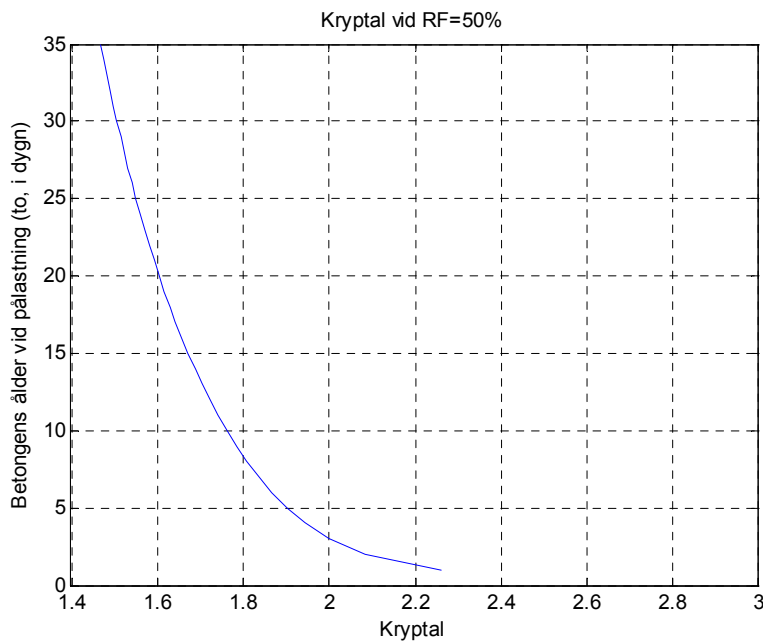
där  $E_{c28}$  är tangentvärde för betongens elasticitetsmodul  
 $\varphi_{eff}$  är effektivt värde på krypkoefficienten

I detta fall antas tvärsnittet vara osprucket då det är en spännarmerad konstruktion, vilket medför att koefficienten  $\zeta = 0$ .

Den totala krökning som momentet orsakar med hänsyn till krypning beräknas enligt [9]:

$$\frac{1}{r_n} = \zeta \frac{M_{QP}}{E_{eff} I_c} + (1 - \zeta) \frac{M_{QP}}{E_{eff} I_u} \quad (4.10)$$

där  $\zeta$  är fördelningskoefficient  
 $E_{eff}$  är effektiv elasticitetsmodul för betong  
 $I_c$  är det spruckna betongtvärsnittets tröghetsmoment  
 $I_u$  är det ospruckna betongtvärsnittets tröghetsmoment



Figur 4.3: Kurva som visar betongen ålder vid pålastning som funktion av kryptalet,  $\varphi(\infty, t_0)$ , vid relativa fuktigheten 50 % för en HD/F-platta med förutsättningar enligt ovan.

## 4.2 Beräkning av deformation enligt Betonghandboken

Samma beräkning som ovan kommer nu att utföras enligt Betonghandboken.

### 4.2.1 Laster

Håldäcksplattan belastas av sin egentyngd, 30mm pågjutning och nyttig last i form av kontorslast. Enligt BKR [2] tillhör kontorslast lastgruppen samlingslast. Samtliga lastvärde redovisas i tabell nedan.

Laster	
Egentyngd	2.75 kN/m <sup>2</sup>
Pågjutning 30mm	0.72 kN/m <sup>2</sup>
Nyttig last, fri	1.5 kN/m <sup>2</sup>
Nyttig last, bunden	1.0 kN/m <sup>2</sup>

Tabell 4.3: Anger laster som verkar på håldäcksplattan.

Lastkombinationen för långtidslast ges av [2]:

$$q_l = G_k + \sum \psi_1 \cdot Q_k \quad (4.11)$$

där  $G_k$  är karakteristisk värde för permanent last  
 $Q_k$  är karakteristisk värde för variabel last  
 $\psi_1$  är kombinationsfaktor för långtidslast

För bunden lastandel gäller  $\psi_1 = 1.0$  och för fri lastandel i samlingslokaler gäller  $\psi_1 = 0.2$  enligt BKR [2].

### 4.2.2 Beräkning av deformation

Nedböjningen beräknas enligt [2]:

$$a = \frac{5qL^4}{384E_{eff}I} \quad (4.12)$$

där  $a$  är den totala nedböjningen  
 $q$  är den ytlast som verkar på plattan  
 $L$  är spännvidden  
 $E_{eff}$  är betongens effektiva elasticitetsmodul  
 $I$  är plattvärsnittets tröghetsmoment

## Krympning

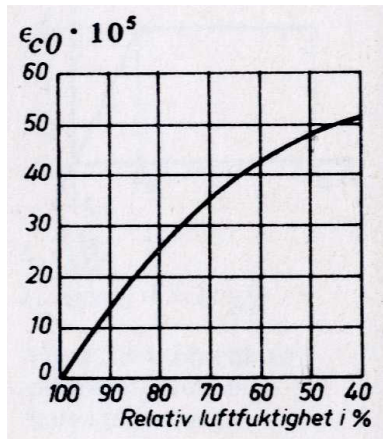
Nedböjning orsakad av krympning beräknas enligt ekvation 4.5-4.6 ovan, medan krympningen bestäms enligt ekvation 4.12 nedan.

Betongens krympning beräknas enligt [2]:

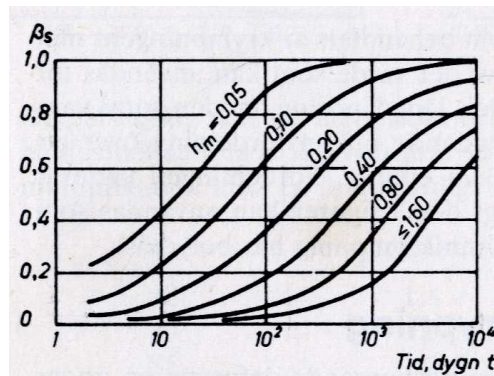
$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{c0} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (4.13)$$

där  $\varepsilon_{cs}(t)$  är det tidsberoende krympvärdet  
 $\varepsilon_{c0}$  är slutkrympningen  
 $\beta_s$  är en tidsfaktor, avläses ur figur 4.5  
 $t$  är betongens faktiska ålder  
 $t_0$  betongens ålder vid den tidpunkt från vilken krympningen räknas

Slutkrympningen erhålls i figur 4.4 nedan [2]. Den relativa fuktigheten antas vara 50%.



Figur 4.4: Slutkrympning som funktion av relativ fuktighet. [2]



Figur 4.5:  $\beta_s$  som funktion av  $t$  vid olika  $h_m$  i meter. [2]

Beräkningen görs som nämnts ovan för 50 år. För avläsning i figur 4.5 måste den teoretiska tjockleken beräknas [2].

$$h_m = \frac{2A_c}{u} \quad (4.14)$$

där  $A_c$  är betongens tvärsnittsarea

$u$  är den del av tvärsnittets omkrets som är exponerad mot omgivningen

Tvärsnittets betongarea fås från Starka och är  $119,3 \cdot 10^{-3} m^2$ . Vid monterad platta antas plattans över- och undersida vara fri mot omgivningen. På ovansidan finns pågjutning och en porös golvyta som ger möjlighet till viss uttorkning. I längsled finns foggjutningen och därmed är uttorkningen förhindrad i den riktningen. Därmed kan den teoretiska tjockleken beräknas och  $\beta_s$  kan avläsas i figur 4.5.

Krympningen beräknades till 0.43%.

### Krypning

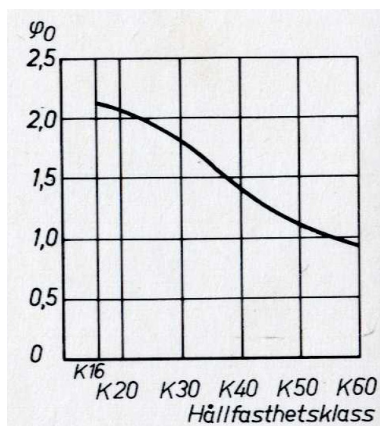
Då nedböjningen beräknas för långtidslast är kryptalet,  $\varphi = \varphi_{eff}$ .

Kryptalet bestäms enligt följande parametrar [2]:

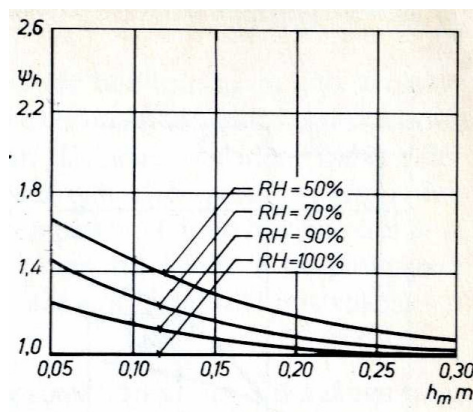
$$\varphi = \varphi_0 \cdot \varphi_h \cdot \varphi_j \cdot \varphi_t \quad (4.15)$$

där  $\varphi_0$  är kryptalets grundvärde  
 $\varphi_h$  är en faktor som beror på teoretisk tjocklek och relativ fuktighet  
 $\varphi_j$  är en faktor som beror på betongens ålder vid pålastning  
 $\varphi_t$  är en faktor som beror på tiden räknat från pålastning

Samtliga faktorer avläses i figur 4.6-4.9 nedan.

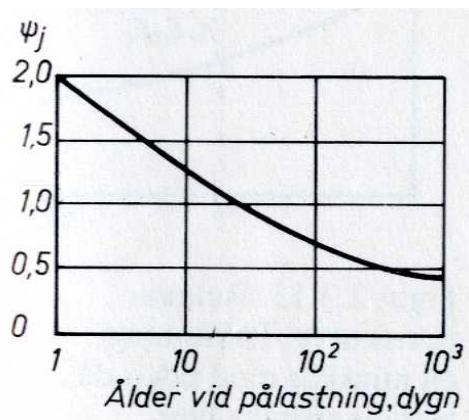


Figur 4.6: Kryptalets grundvärde  $\varphi_0$  som funktion av betongens hållfasthetsklass [2].

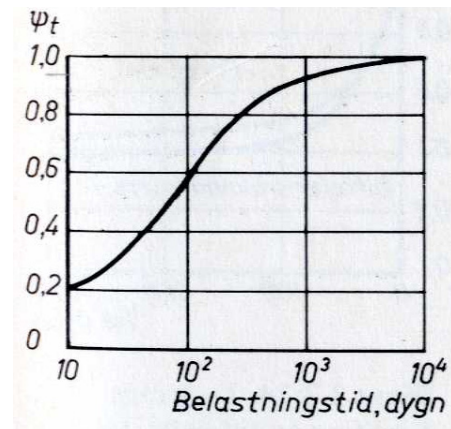


Figur 4.7: Koefficienten  $\varphi_h$  som funktion av konstruktionsdelens teoretiska tjocklek  $h_m$  vid olika relativ fuktighet [2].





Figur 4.8: Koefficienten  $\varphi_j$  som funktion av betongens ålder vid pålastning [2].



Figur 4.9: Koefficienten  $\varphi_t$  som funktion av tiden räknad från pålastning [2].

Kryptalet beräknades till  $\varphi = \varphi_{eff} = 1.46$ .

Effektiv elasticitetsmodul beräknas enligt:

$$E_{eff} = \frac{E_{ck}}{1 + \varphi_{eff}} \quad (4.16)$$

där  $E_{ck}$  är betongens karakteristiska elasticitetsmodul  
 $\varphi_{eff}$  är effektivt kryptal

### 4.3 Inverkan på deformation av spännkraftsförlust

Under en HD/F-plattas livslängd minskar spänningen i armeringen på grund av spännkraftsförluster, vilket bidrar till en ökad nedböjning av plattan med tiden. Orsaken beror på krympning, krypning och relaxation. Förlusterna beräknas enligt BBK av sambandet:

$$\Delta\sigma_s = E_s \varepsilon_{cs} + \varphi \frac{E_s}{E_c} \sigma_{cp} + \chi \sigma_{sp} \quad (4.17)$$

där  $E_s$  är armeringens elasticitetsmodul  
 $\varepsilon_{cs}$  är betongens krympning i nivå med armeringen  
 $\varphi$  är betongens kryptal  
 $E_c$  är betongens elasticitetsmodul  
 $\sigma_{cp}$  är slutlig betongpåkänning av förspänning och långtidslast  
 $\chi$  är armeringens relaxationstal  
 $\sigma_{sp}$  är medelpåkänningen i armeringen under relaxationstiden

Där betongens krympning och kryptal fås ur avsnitt 4.2. Armerings elasticitetsmodul är 200GPa och betongens elasticitetsmodul är 37GPa.

Betongtryckpåkänningen i armeringens nivå beräknas enligt:

$$\sigma_{cp} = \frac{P \cdot e}{I} \cdot y \quad (4.18)$$

där  $P$  är total spännkraft  
 $e$  är avståndet från tvärsnittets tyngdpunkt till armeringen  
 $I$  är betongtvärsnittets tröghetsmoment  
 $y$  är avståndet från plattans tyngdpunkt till armeringen

Relaxationstalet beräknas enligt:

$$\chi(t) = 0.0113894 \cdot t^{0.1195} \quad (4.19)$$

### Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---

Där  $t$  är tiden i timmar. Beräkningen görs för  $t = 50$  år vilket motsvarar 438 000 timmar. Ekvationen är framtagen från armeringens produktkatalog [6]. För HD/F 120/20-F2 är  $\sigma_{sp} = 1160 \text{ MPa/lina}$  [12].

Den totala spänningsförlusten, som beräknas enligt ekvation 4.17 ovan, multipliceras med spännarmeringens area och då får man den spännkraftsförlust som uppstår efter lång tid. Slutligen kan nedböjningen som orsakas av dessa förluster beräknas enligt:

$$\delta = \frac{\Delta P e L^2}{8 E_{eff} I} \quad (4.20)$$

där  $\Delta P$  är spännkraftsförlust efter lång tid  
 $e$  är avståndet från tvärsnittets tyngdpunkt till armeringen  
 $L$  är spännvidden  
 $E_{eff}$  är betongens effektiva elasticitetsmodul  
 $I$  är plattvärsnittets tröghetsmoment

Studien resulterade en total spännkraftsförlust på 28 kN, vilket motsvarar 6.7%. Detta ger en ökad nedböjning på 1.4mm efter lång tid.

#### 4.4 Resultat & kommentarer

Deformationen beräknades till 35.2mm enligt Eurocode och 35.8mm enligt Betonghandboken. Det ger alltså en skillnad på 0.6mm. Här har alltså ingen hänsyn tagits till spännkraften, utan två olika beräkningsmetoder har jämförts för ett förutbestämt lastfall.

Skillnaden i nedböjning är obefintlig då endast avrundningar och approximationer kan åstadkomma denna lilla skillnad.

Om man studerar parametrarna ser man att vid beräkning av krympning tar båda modellerna hänsyn till den relativa fuktigheten, plattans fiktiva tjocklek och om uttorkningen är enkelsidig eller dubbelsidig. I Betonghandboken tar man inte hänsyn till vilken cementklass och därmed inte betongens vattencementtal. Detta borde innebära att Eurocode ger ett mer korrekt värde av krympningen.

Skillnaden av kryptalet i just denna beräkning beror troligen främst på att vid beräkning enligt Betonghandboken gjordes avläsningar från befintliga diagram. Vid beräkning enligt Eurocode användes formler under samtliga beräkningssteg.

Vid beräkning av långtidslaster enligt respektive metod uppstod en liten skillnad, i detta fall på ungefär 0.5 KN/m<sup>2</sup>.

Slutligen kan man konstatera att det inte är någon skillnad i resultatet vid beräkning av nedböjning enligt metoderna Eurocode och Betonghandboken med avseende på spännarmerad betong.

Den tillkommande nedböjning som uppstår efter lång tid på grund av spännkraftsförluster i armeringen anses vara försumbar då den var mindre än 2mm för det studerade lastfallet.

Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---

## 5 Beräkning av vridmotstånd respektive vridstyvhet

Beräkning av vridmotstånd och vridstyvhet för dimensionerna HD/F 120/20 och HD/F 120/27 utförs på olika sätt och jämförs. Först beräknas ett ekvivalent vridmotstånd med hjälp av platteori. Med ekvation för beräkning av skjuvspänning kan man ta fram ett uttryck och beräkna ett ekvivalent vridmotstånd. Detta är en approximation då man gör om ett håldäck till en massiv platta med en ekvivalent tjocklek, se kapitel 2.

Därefter görs beräkningar med hjälp av formler för tunnväggiga tvärsnitt, vilket är en annan approximation där man bortser från samtliga liv inne i håldäcksplattan och ser tvärsnittet som ett rektangulärt tunnväggigt tvärsnitt. Detta är en rimlig förenkling då livet i håldäcksplattan inte anses ha så stor inverkan på vridmotståndet. Slutligen skapas en mer exakt modell med hjälp av Matlab och resultaten jämförs. De två sistnämnda beräkningarna är en generalisering där man studerar en fritt upplagd platta som en balk. Nedan redovisas endast beräkningsgången för HD/F 120/20.

### 5.1 Beräkning av skjuvspänningar med platteori

För att kunna göra en modellering i datorprogram gjordes håldäcksplattan om till en massiv platta med en ekvivalent tjocklek i kapitel 2. Med platteori beräknas skjuvspänning enligt:

$$\tau_{\max} = \frac{6M_{xy}}{h^2} \quad (5.1)$$

där  $M_{xy}$  är vridmoment i Nm/m  
 $h$  är plattjocklek

Med hjälp av ekvation 5.1 och 5.6 skapas ett uttryck för att beräkna ett ekvivalent vridmotstånd. Detta vill man sedan jämföra med beräkningsresultatet från FEM-analysen under avsnitt 5.3. Den ekvivalenta tjockleken 0.181mm används för att beräkna det ekvivalent vridmotståndet enligt:

$$W_v = \frac{h^2}{6} = \frac{0.181^2}{6} = 0.0054 \text{ m}^3 / \text{m}$$

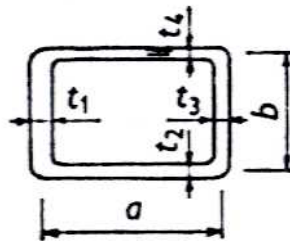
Det ekvivalenta vridmotståndet beräknades till 0.0054m<sup>3</sup>/m.

## 5.2 Teoretisk beräkning

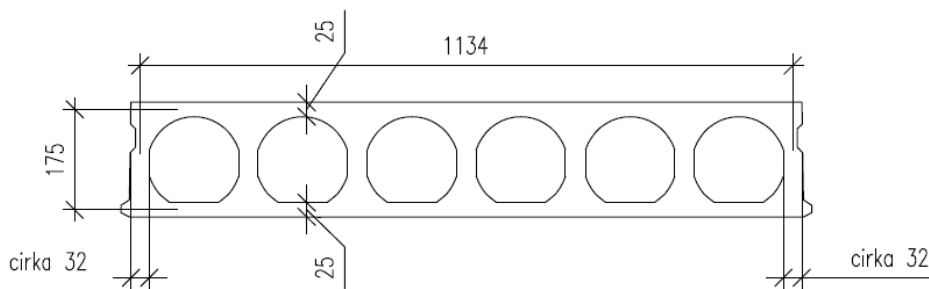
Motsvarande beräkning som ovan ska nu göras där man ser håldäcket som ett tunnväggigt tvärsnitt, man bortser alltså från livens inverkan.

För en tunnväggig rektangel med varierande väggjocklek gäller följande för beräkning av vridmotstånd:

$$W_v = 2abt_{\min} \quad (5.2)$$



Figur 5.1: Visar de olika avstånden till ekvation 5.2.



Figur 5.2: Mått för HD/F 120/20.

Motsvarande beräkning av vridstyvhetens tvärsnittsfaktor,  $K_v$ , görs enligt:

$$K_v = \frac{4a^2b^2}{\left(\frac{b}{t_1} + \frac{a}{t_2} + \frac{b}{t_3} + \frac{a}{t_4}\right)} \quad (5.3)$$

Byggtabeller, handboken bygg. [5]

För HD/F 120/20 beräknades vridmotståndet till  $0.0099\text{m}^3$  och vridstyvheten till  $35\text{MNm}^2$  då betongen har skjuvmodulen  $23\text{GPa}$ . För beräkning med siffror se bilaga E.

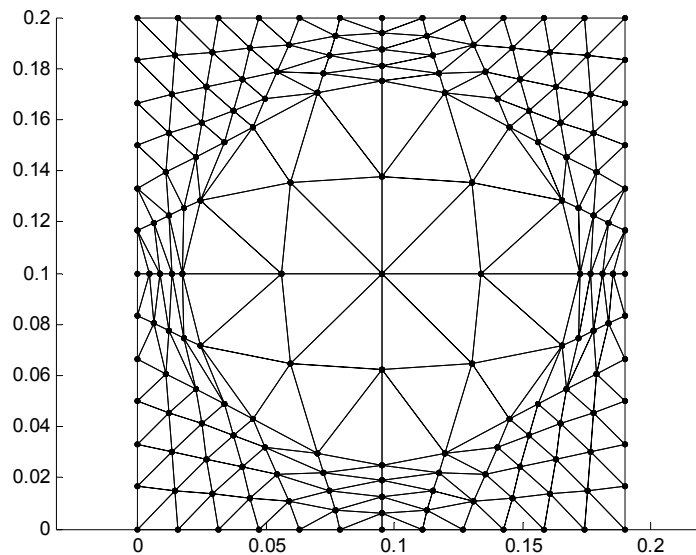
Vid ovan angiven beräkningsmetod antas skjuvspänningen vara jämt fördelad över väggjockleken, vilket inte är fallet i verkligheten. Enligt Handboken bygg ska denna beräkningsmetod ge tillräckligt noggranna värden för praktiskt bruk. Dock kan man få ett längre värde på vridstyvheten än vad som föreligger i verkligheten [5].

### 5.3 Beräkning med hjälp av modell i Matlab

Genom att skapa en modell i Matlab beräknas ett mer exakt värde på vridmotstånd respektive vridstyvhet för ett håldäckstvärnsnitt.

Först skapas en modell som ska motsvara ett snitt av ett håldäck där ett hål och två halva liv ingår, se figur 5.3 nedan. Denna kopieras sedan upp för respektive hål per platta beroende av dimension.

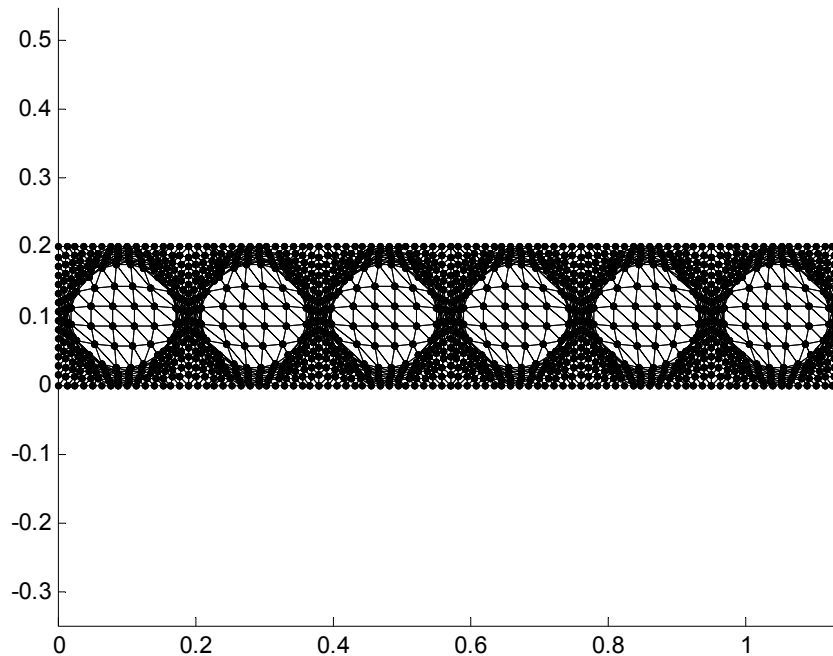
Modellen nedan skapas genom att man anger olika linjer som man skapar ytor av. Därefter anger man elementindelning. Beräkningen är även utförd med finare elementindelning men gav ingen skillnad i resultat och anses då vara tillräcklig enligt figur nedan.



Figur 5.3: En del av håldäcksmodellen för HD/F 120/20.



Den färdiga modellen för HD/F 120/20 med elementindelning visas i figur 5.4 nedan.



Figur 5.4: Modell med elementindelning för HD/F 120/20.

För att kunna beräkna ett vridmotstånd respektive en vridstyvhet måste en last antas samt randvillkor anges. Vid denna beräkning väljs en vridningsvinkel. Vridningsvinkeln sätts till 1. Beräkningarna görs enligt finita elementmetoden med hjälp av att studera differentialekvationen för värmeledning respektive Saint-Venants vridning.

Differentialekvation för värmeledning [11]:

$$\operatorname{div}(D\nabla T) + Q = 0 \quad (5.4)$$

där  $D$  är en konstitutiv matris för värmekonduktivitet  
 $T$  är temperatur  
 $Q$  är värmeflöde

Differentialekvation för Saint-Venants vridning [11]:

$$\operatorname{div}\left(\frac{1}{G}\nabla\phi\right)+2\theta=0 \quad (5.5)$$

där  $G$  är skjuvmodul  
 $\phi$  är spänningsfunktion  
 $\theta$  är vridningsvinkel

Då vridningsvinkeln är 1 medför det att  $Q = 2$  enligt differentialekvationer ovan. Vid angivelse av randvillkor sätts samtliga temperaturer längs randen till 0. De element som finns i hålen av tvärsnittet anges vara av ett annat material med mycket hög värmeledningsförmåga, vilket kommer att medföra en konstant temperatur inom respektive hål. I modelleringen anges detta genom att ange olika värmekonduktivitet för respektive material, d.v.s. för hålen och övriga betongtvärsnittet.

Vridmotståndet beräknas enligt:

$$W_v = \frac{M_{xy}}{\tau_{\max}} \quad (5.6)$$

där  $M_{xy}$  är vridmomentet  
 $\tau_{\max}$  är den maximala spänningen i tvärsnittet

Vridmomentet beräknas enligt [11]:

$$M_{xy} = 2 \int_A \phi dA \quad (5.7)$$

Där  $\phi$  är spänningsfunktionen

Vridmomentet är proportionellt mot arean under den kurva som beskrivs av spänningen  $\phi$ .

Spänningen,  $\tau$ , som uppstår i detta lastfall med vridningsvinkeln 1 beräknas genom att göra om temperaturgradienten till spänningsgradient. Vilket innebär att  $x$  och  $y$  byter plats och  $x$  byter även tecken, vilket resulterar en matris enligt nedan.

$$\tau = [x \ y] \quad \rightarrow \quad \tau = [y \ -x]$$

### Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---

Ur matrisen ovan plockas den maximala spänningen,  $\tau_{\max}$ , ut och vridmotståndet kan beräknas enligt ekvation 5.6.

Vridstyvheten beräknas enligt:

$$GK_v = \frac{M_{xy}}{\theta} \quad (5.8)$$

där  $M_{xy}$  är vridmomentet  
 $\theta$  är vridningsvinkel  
 $G$  är materialets skjuvmodul

Vridmotståndet beräknades till  $0.0077\text{m}^3$  och vridstyvheten till  $44\text{MNm}^2$ .

För att kunna jämföra detta resultat med det tidigare beräknade ekvivalenta vridmotståndet, se avsnitt 5.1, måste det räknas om till enheten  $\text{m}^3/\text{m}$ . Ovan angivna resultat är beräknat per plattbredd, d.v.s per 1.2m.

$$\frac{0.0077}{1.2} = 0.0064\text{m}^3 / \text{m}$$

## 5.4 Resultat & kommentarer

Handberäkningen resulterade ett större vridmotstånd än modelleringen i Matlab, vilket efter en första eftertanke känns orimligt. Orsaken är de två approximationerna som görs vid handberäkningen, dels bortser man från liven i håldäcksplattan vilket är ett antagande på säkra sidan, men man antar också att spänningen är konstant över respektive väggjocklek vilket inte är fallet i verkligheten. Följden blir ett antagande på osäkra sidan som medför ett resultat som ger en högre kapacitet än verkligheten. Principen för skillnaden i spänningsfördelning för ett tunnväggigt tvärsnitt och den verkliga HD/F-plattans visas i figur 5.6. Beräkning med finita elementmetoden medför också ett fel då betong inte är homogent utan består av olika beståndsdelar som cement och ballast vilket påverkas av hur fin elementindelningen är. Denna inverkan antas dock vara försumbar vid denna studie.

För att verifiera denna beräkning utfördes samma beräkning för ett massivt tvärsnitt där modellering i Matlab och handberäkning jämfördes. Det resulterade endast i en liten differens och beräkningen anses vara korrekt.

Resultat för beräkning av massivt tvärsnitt för dimensionen HD/F 120/20:

<u>Handberäkning</u>	<u>Modellering i Matlab</u>
$W_v = 0.014 m^3$	$W_v = 0.014 m^3$
$K_v = 0.0028 m^4$	$K_v = 0.0027 m^4$

Resultat för beräkning av HD/F 120/20:

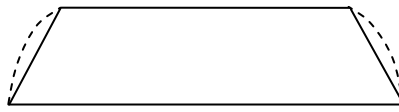
<u>Handberäkning</u>	<u>Modellering i Matlab</u>
$W_v = 0.0099 m^3$	$W_v = 0.0077 m^3$
$K_v = 0.0015 m^4$	$K_v = 0.0019 m^4$

För att tydligt redovisa orsaken till det lägre värdet vid FEM-analysen studeras den så kallade såphinneanalogin.

Om man tänker sig ett tvärsnitt med ett hål i som det studerade tunnväggiga tvärsnittet ovan. Över detta hål spänns ett membran, liknande en såphinna med förankring längs hålranden. Ett konstant tryck appliceras på hinnans ena sida vilket medför att den böjer ut. Övertrycket motsvarar

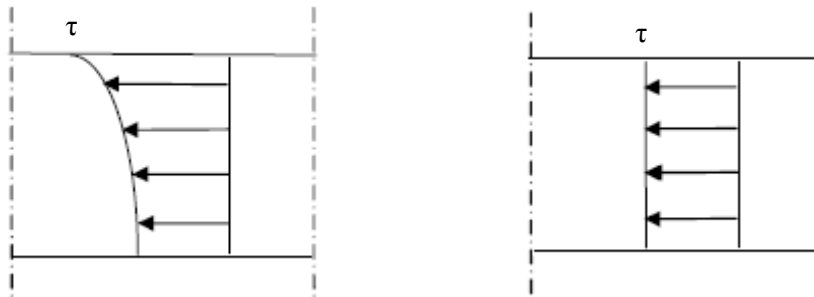
$$T = 2 \int_A \phi dA \quad (5.9)$$

Där  $\int \phi dA$  är den inneslutna volymen. Skjuvspänningen motsvarar lutningen på såphinnan. Den maximala spänningen uppstår då där såphinnans lutning är som störst. Vid beräkning av tunnväggiga tvärsnitt antar man att spänningen är konstant över väggjockleken, d.v.s. att såphinnans lutning är konstant. I verkligheten går den i en båge [5]. Approximationen illustreras i figur 5.5 och 5.6 nedan, där den heldragna linjen visar approximationen och den streckade linjen visar den verkliga spänningsfördelningen i figur 5.5.



Figur 5.5: Principskiss för beskrivning av såphinneanalogin.

Den konstanta lutningen är mindre än den verkliga, vilket innebär att man har en lägre spänning vilket medför ett större vridmotstånd enligt  $W_v = \frac{T}{\tau}$  då vridmomentet är konstant. Därför hamnar man på osäkra sidan när man använder sig av formler för tunnväggiga tvärsnitt för ett håldäckselement.

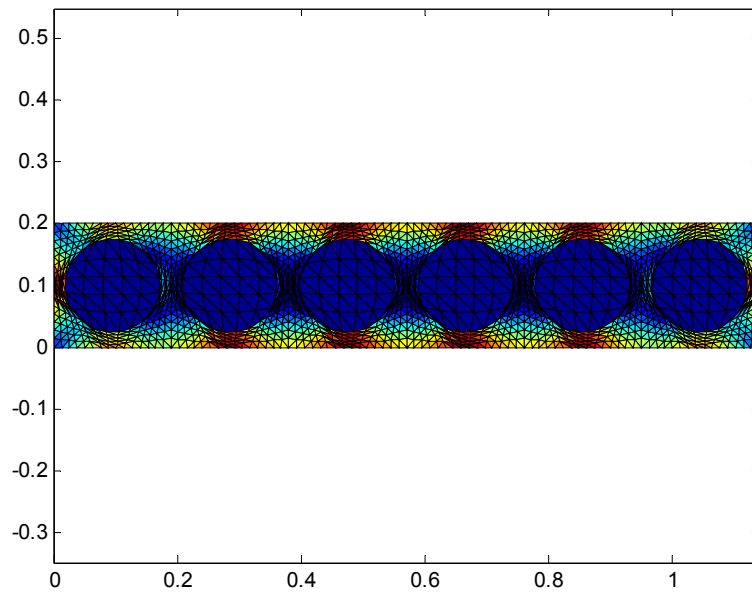


Figur 5.6: Den vänstra figuren visar den verkliga skjuvspänningsfördelningen över en hålkanal i ett håldäck. Den högra figuren visar motsvarande för approximationen av ett tunnväggigt tvärsnitt.

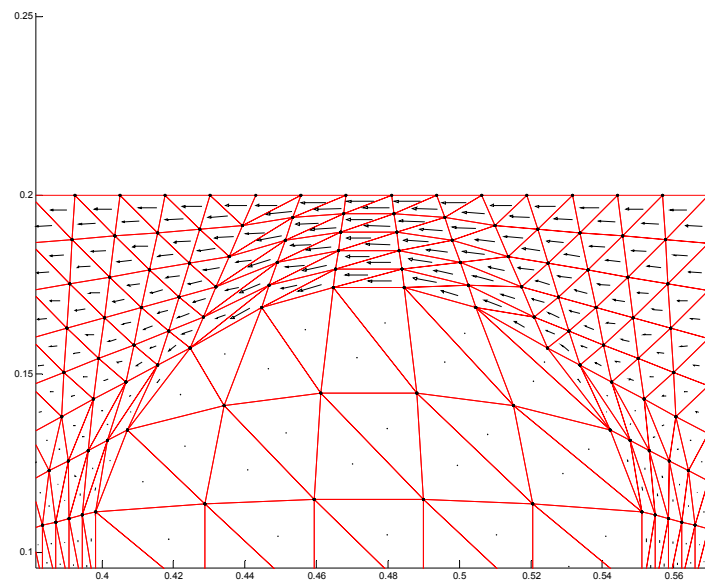
Resultatet från FEM-beräkning av spänningsfördelning av ett håldäck visas i figur 5.7 och 5.8 nedan, där man kan se att spänningen inte är konstant över väggjockleken. Större figurer visas i bilaga H.

Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---



Figur 5.7: Visar spänningsvariationen över tvärsnittet för HD/F 120/20. Där man tydligt ser att störst spänning uppstår över och under hål, vilket här redovisas med rött.



Figur 5.8: HD/F 120/20 inzoomat över en hålskanal, visar samma spänningsfördelning, fast med pilar, som i figur 5.7.

### Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

Det ekvivalenta vridmotståndet beräknades till  $0.0054\text{m}^3/\text{m}$ . Motsvarande beräkning enligt FEM-analys resulterade vridmotståndet  $0.0064\text{m}^3/\text{m}$ . Då det ekvivalenta vridmotståndet endast är något lägre väljer man att behålla det vridmotstånd som är beräknat enligt FEM-analys vid fortsatta beräkningar i kapitel 6.

Motsvarande beräkning utfördes för HD/F 120/27 och gav följande resultat:

<u>Handberäkning</u>	<u>Modellering i Matlab</u>	<u>Beräkning med platteori</u>
$W_v = 0.017\text{m}^3$	$W_v = 0.012\text{m}^3$	
$K_v = 0.0026\text{m}^4$	$W_v = 0.010\text{m}^3 / \text{m}$	$W_v = 0.0099\text{m}^3 / \text{m}$
	$K_v = 0.0043\text{m}^4$	

## 6 Beräkning av huvudspänningar

Idag dimensionerar Starka Betongelement håldäck genom att kontrollera så att plattan klarar det böjmoment som uppstår i brottgränstillståndet och att det inte uppstår några sprickor i bruksgränstillståndet. Om det är ett mindre bjälklag, det vill säga med få antal plattor i bredd, vill man undersöka om man kan utnyttja sidokopplingarna och därmed öka plattans bärförmåga. Då måste huvudspänningarna beräknas och kontrolleras mot betongens drag- och tryckhållfasthet.

Ett konkret exempel i Vällingby kommer att studeras. Det är ett flervåningshus med bostäder.

Beräkning enligt Starkas dimensioneringsmetod som används idag resulterar i dimensionen HD/F 120/27-F1. Det vill säga en håldäcksplatta med höjden 265mm och det minsta armeringsalternativet med 6 linor där varje lina är spänd med kraften 108 kN.

På grund av bjälklagets utformning med flera sidokopplingar och bitvis kortare plattor med endast ett fåtal i bredd vill man se om det finns möjlighet till en mindre dimension. Beräkningen görs för den mindre dimensionen, HD/F120/20-F3.

Bjälklaget ritas upp i FEM-Design Plate och nedan angivna laster matas in. Först görs en beräkning av dimensionerande moment i brottgränstillståndet och jämförs med plattans kapacitet enligt vanlig dimensioneringsmetod. Därefter görs en beräkning i bruksgränstillståndet, där momenten runt x- och y-axeln samt vridmomentet beräknas och kritiska punkter kontrolleras. De beräknade momenten används för att få fram huvudspänningarna som sedan jämförs mot betongens karakteristiska drag- och tryckhållfasthet. Observera att man inte har tagit någon hänsyn till inverkan av tvärkraft med avseende på skjuvning. Även långtidsdeformationen beräknas och jämförs med kravet  $L/250$ .

Beräkningarna görs enligt Betonghandboken.



## 6.1 Modellering i FEM-Design Plate

Bjälklaget är belastat av följande laster:

$$\text{Egentyngd} = 2.75 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Pågjutning \& innerväggar} = 1 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Nyttig last för rum i bostad} = 2.0 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Nyttig last i fläktrum} = 4.0 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Badrums modul, 4 st punktlaster} = 6 \text{ kN}$$

### Laster i brottgränstillståndet i bostadsdel

Egentyngd	2.75 kN/m <sup>2</sup>
Pågjutning och innerväggar	1.0 kN/m <sup>2</sup>
Nyttig last	1.3 x 2.0=2.6 kN/m <sup>2</sup>
Badrumsmodul	6.0 kN

### Laster i brottgränstillståndet i fläktrum

Egentyngd	2.75 kN/m <sup>2</sup>
Pågjutning och innerväggar	1.0 kN/m <sup>2</sup>
Nyttig last i fläktrum	1.3 x 4.0=5.2 kN/m <sup>2</sup>

### Laster i bruksgränstillståndet i bostadsdel

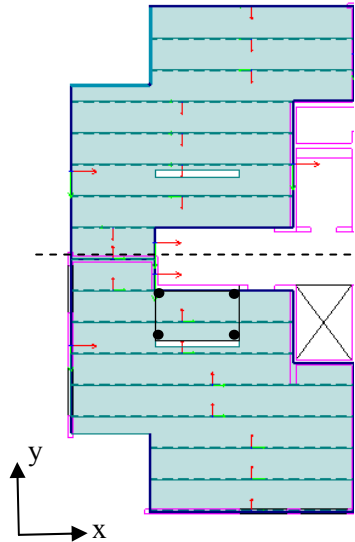
Egentyngd	2.75 kN/m <sup>2</sup>
Pågjutning och innerväggar	1.0 kN/m <sup>2</sup>
Fri last	0.33 x 1.5=0.50 kN/m <sup>2</sup>
Bunden last	1.0 x 0.5=0.5 kN/m <sup>2</sup>
Badrumsmodul	6.0 kN

### Laster i bruksgränstillståndet i fläktrum

Egentyngd	2.75 kN/m <sup>2</sup>
Pågjutning och innerväggar	1.0 kN/m <sup>2</sup>
Nyttig last i fläktrum	0.5 x 4.0=2.0 kN/m <sup>2</sup>

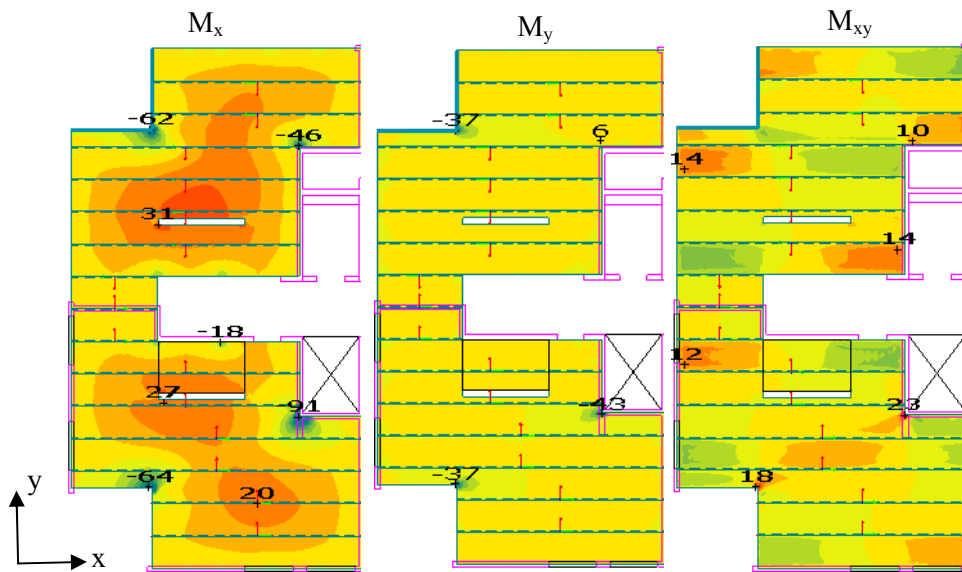
## Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

Den övre delen av bjälklaget i figur 6.1 motsvarar fläktrum och den undre delen är en bostad. Bostaden är belastad med nyttig last för rum i bostad samt med punktlaster från en badrumsmodul och fläktrummet är belastat med nyttig last för fläktrum.



Figur 6.1: Bjälklag i Vällingby. Den streckade linjen avgränsar fläktrum och bostad. De svarta prickarna visar var punktlaster från badrumsmodulen är placerade.

Beräkningen av bjälklaget i figur 6.1 görs i 2D. Resultaten blir då  $M_x$ ,  $M_y$  och  $M_{xy}$ , se figur 6.5. Först beräknas endast dimensionerande moment,  $M_x$ , i brottgränstillståndet och jämförs med plattans kapacitet i huvudriktningen, vilken uppfylls på grund av samverkan mellan plattorna, så är inte fallet vid antagande av en enkelspänd platta. Därefter görs samma analys i bruksgränstillståndet. Resultatet redovisas i figur 6.2 nedan där momentet är angivet i några kritiska punkter.



Figur 6.2: Resultat av moment runt  $y$ - och  $x$ -axeln samt vridmoment i angiven ordning [kNm/m].

Man kan tydligt se i figur 6.2 att inåtgående hörn tillhör det kritiska punkterna, vilket medför stor sprickrisk i dessa punkter. Dessa måste därför kontrolleras ytterligare.

## 6.2 Beräkning av spänningar i bruksgränstillståndet

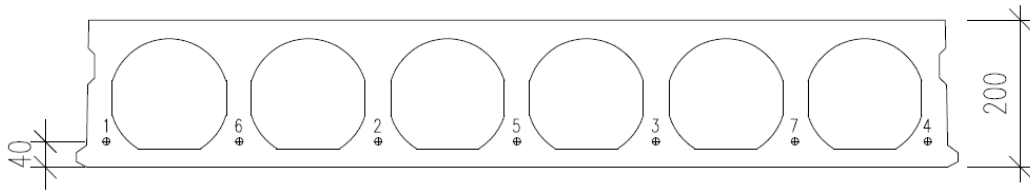
Beräkningen görs för HD/F 120/20-F3, vilket är en dimension mindre än HD/F 120/27-F1. Beräkning med siffror redovisas i Bilaga F.

För HD/F 120/20-F3 gäller följande:

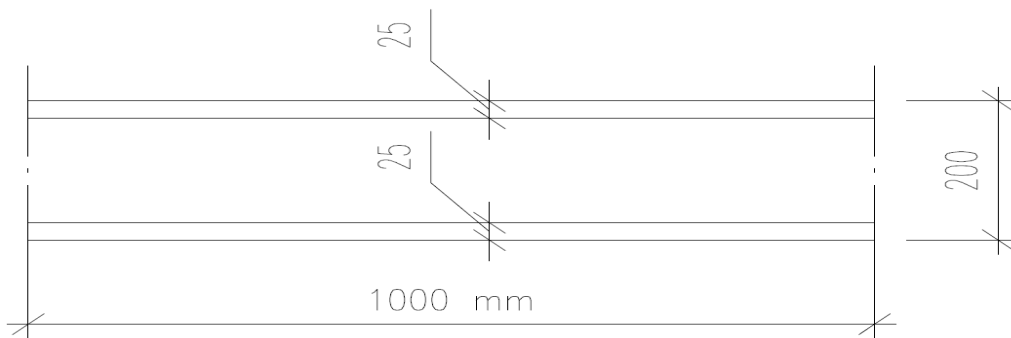
Betongarea, $A$ [ $m^2$ ]	119.3e-3
Antal linor, typ 1 [st]	2
Antal linor, typ 2 [st]	5
Armeringsarea, typ 1, $A_{s,1}$	5.2e-5
Armeringsarea, typ 2, $A_{s,2}$	9.3e-5
Spännkraft, typ 1 [kN]	60
Spännkraft, typ 2 [kN]	108
Avstånd till tyngdpunkten från UK [m]	99e-3
Tyngdpunkt för armering från UK [m]	40e-3
Tröghetsmoment, $I_y$ [ $m^3$ ]	0.59e-3

Tabell 6.1: Tvärsnittsegenskaper för HD/F 120/20-F3.

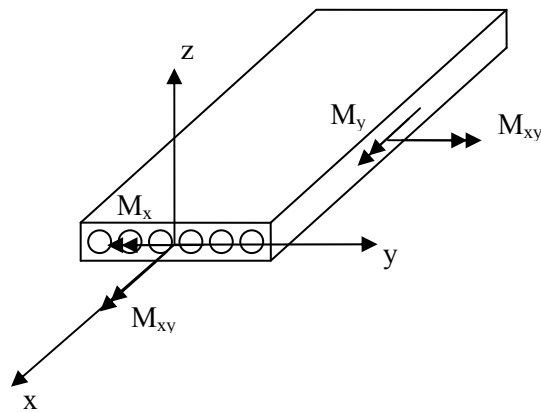
Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.



Figur 6.3: Tvärsnitt av HD/F 120/20-F3 i tvärlid.



Figur 6.4: Tvärsnitt av HD/F 120/20-F3 i längsled.



Figur 6.5: Koordinatsystem och riktningar.

Spänningen i x- och y-riktningen samt skjuvspänningen beräknas enligt:

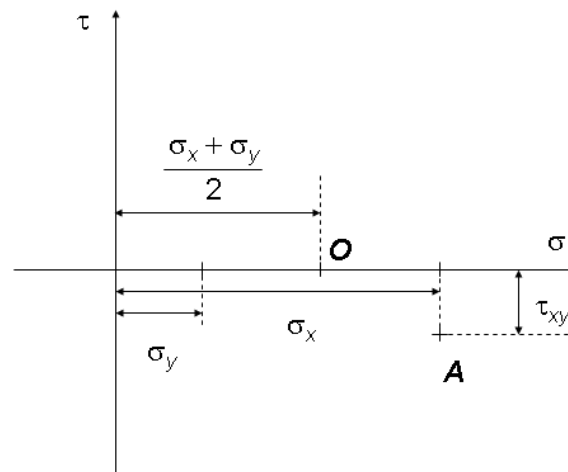
$$\sigma_x = -\frac{M_x}{I_y} \cdot z - \frac{F_s}{A_c} - \frac{F_s \cdot z_s}{I_y} \cdot z \quad (6.1)$$

$$\sigma_y = -\frac{M_y}{I_x} \cdot z \quad (6.2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{M_{xy}}{W_v} \quad (6.3)$$

där  $M_y$  är böjmoment runt x-axeln  
 $M_x$  är böjmoment runt y-axeln  
 $M_{xy}$  är vridmoment  
 $z_s$  är avståndet från centrum armering till tvärsnittets tyngdpunkt  
 $I_y$  är tröghetsmoment i tvärlid  
 $I_x$  är tröghetsmoment i längdled  
 $z$  är avståndet från tyngdpunkt till aktuell kant  
 $F_s$  är total spännkraft  
 $A_c$  är tvärsnittets betongarea  
 $W_v$  är betongens elastiska vridmotstånd

Huvudspänningarna beräknas med hjälp av Mohrs cirkel, se figur 6.6.



Figur 6.6: Visar principen för Mohrs cirkel, d.v.s. hur man beräknar huvudspänningarna.

Huvudspänningarna beräknas enligt:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R \quad (6.4)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - R \quad (6.5)$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (6.6)$$

där  $\sigma_x$  är spänning i x-led i överkant eller underkant  
 $\sigma_y$  är spänning i y-led i överkant eller underkant  
 $\tau_{xy}$  är vridmoment  
 $R$  är radien i Mohrs cirkel

Spänningen är olika i plattans över- och underkant. I x-led beror detta på normalkraften som är ogynnsam i ovankant och gynnsam i underkant samt att tyngdpunkten är förskjuten från plattmitt på grund av armeringen. Med gynnsam menas i detta fall att summan av normalkraften och det moment som uppstår på grund dess excentricitet bidrar till en tryckspänning i en aktuell punkt. Ogynnsam är då motsatsen, summan av normalkraft och det moment som excentriciteten skapar bidrar till en dragspänning. Vid spänningsberäkning betyder positivt tecken drag och negativt tecken tryck.

Då summan av normalkraft och det moment som uppstår på grund av excentricitet är gynnsam reduceras normalkraften med 15% som är uppskattade förluster. Vid motsatsen görs ingen reducering. Detta är en approximation till de förluster som uppstår.

Slutligen jämförs de beräknade huvudspänningarna med betongens drag- och tryckhållfasthet.

Starkas håldäck är tillverkade av betongkvalitet C50/60 och då gäller följande [2]:

$$f_{cck} = 47.5 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk} = 2.75 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 4.1 \text{ MPa}$$

Vid beräkning av huvudspänningarna har man bortsett från tvärkraftens inverkan på skjuvningen.

### 6.3 Beräkning av långtidsdeformation

Vid beräkning av långtidsdeformation är man intresserad av den deformation som sker efter avjämning av bjälklaget. När håldäcksplattor tillverkas uppstår en överhöjning direkt vid uppsågning på grund av spännarmeringen. Plattorna sågas upp i rätt längd ca 1 dygn efter tillverkning och placeras på stöd max 30cm in från änden. Detta innebär att plattorna belastas av sin egentyngd redan efter 1 dygn. Det innebär också att överhöjningen omedelbart minskas något på grund av den korttidsnedböjning som uppstår av egentyngden. Vid denna studie antas pågjutning ske 14 dagar efter tillverkning. Man antar att bjälklaget belastas av nyttig last vid samma tidpunkt. Vid denna tidpunkt har betongen krympt och egentyngden har också orsakat en viss krypdeformation. För att kunna beräkna den nedböjning som sker efter avjämning beräknas först den totala nedböjning som sker från 1 dygn till 50 år med samtliga laster med hänsyn till långtidsdeformationer. Sedan subtraheras den nedböjning som sker de första 14 dagarna på grund av egentyngd samt krypning och krympning då den antas kompensera överhöjningen.

$$\delta_{netto} = \delta_{\infty} - \delta_{14dygn} \quad (6.7)$$

där  $\delta_{\infty}$  är total långtidsdeformation för samtliga laster  
 $\delta_{14dygn}$  är total långtidsdeformation de första 14 dygnen för aktuell last

Den relativa fuktigheten antas vara 50%. Vid beräkning av krympning antas uttorkning börja efter 1 dygn. Inverkan av temperaturskillnader beaktas inte. Nedböjningen beräknas efter 50 år.

Vid pålastning efter 1 dygn med varaktigheten 50 år beräknades kryptalet till 2.6 och krympningen till 0.43%. Motsvarande för pålastning efter 1 dygn med varaktigheten 14 dygn beräknades kryptalet till 0.55 och krympningen till 0.072%.

Nedböjningen beräknades i FEM-Design Plate där håldäcket görs om till en massiv platta med ekvivalent tjocklek med samma styvhetsgenskaper och tyngd per ytenhet som den verkliga håldäcksplattan enligt kapitel 2.

<u>Laster i bostadsdel</u>		<u>Långtidslast i bostadsdel</u>	
Egentyngd	2.75 kN/m <sup>2</sup>		2.75 kN/m <sup>2</sup>
Pågjutning och innerväggar	1.0 kN/m <sup>2</sup>		1.0 kN/m <sup>2</sup>
Fri last	1.5 kN/m <sup>2</sup>		0 x 1.5=0 kN/m <sup>2</sup>
Bunden last	0.5 kN/m <sup>2</sup>		0.5 kN/m <sup>2</sup>
Badrumsmodul	6.0 kN		6.0 kN

Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---

<u>Laster i fläktrum</u>		<u>Långtidslast i fläktrum</u>
Egentyngd	2.75 kN/m <sup>2</sup>	2.75 kN/m <sup>2</sup>
Pågjutning och innerväggar	1.0 kN/m <sup>2</sup>	1.0 kN/m <sup>2</sup>
Nyttig last i fläktrum	4.0 kN/m <sup>2</sup>	0.5 x 4.0=2.0 kN/m <sup>2</sup>

Beräkning enligt ekvation 6.7 resulterade följande deformation i fläktrum respektive i bostadsdel:

Fläktrum

$$\delta_{netto} = 0.0422 - 0.0087 = 0.0335 \text{ m} \approx \frac{L}{250}$$

Bostadsdel

$$\delta_{netto} = 0.0293 - 0.0070 = 0.0223 \text{ m} \approx \frac{L}{380}$$

Den maximala nedböjningen beräknades då till ca  $\frac{L}{380}$  i bostadsrum respektive ca

$\frac{L}{250}$  i fläktrum. Nedböjning på ett golvbjälklag bör inte överskrida  $\frac{L}{250}$  [9].

De största nedböjningarna uppstår i bjälklagsmitt nära hål vid punktlaster från badrumsmodul samt i mitten av fläktrummet, där spännvidden är ca 8.4m.



## 6.4 Resultat & kommentarer

Det dimensionerande momentet,  $M_x$ , underskred plattans kapacitet. Där med är bärförmågan uppfyllt i brottgränstillståndet.

I bruksgränstillståndet beräknades huvudspänningar i de kritiska punkterna som jämfördes med betongens hållfasthet. Det resulterade i att plattorna spricker i ovankant vid samtliga inåtgående hörn, se figur 6.2. I dessa punkter uppstår extrema värden lokalt precis vid upplaget. Även medelvärdet på betongens karakteristiska draghållfasthet överstigs i dessa hörn. Dessa extremvärden i inåtgående hörn finns troligen även idag i bjälklagen och frågan är hur stor betydelse de har. Vid datorberäkning provades olika storlekar på elementindelningen, men det resulterade inte i någon större skillnad av momenten i dessa punkter. Genom en ingenjörsmässig bedömning anses de inte utföra någon risk om de är lokaliserade till ett hörn/kant vid upplag. De får dock inte sprida sig in i plattan.

I övrigt klarar bjälklaget i Vällingby de huvudspänningar som uppstår. Då har man bortsett från de sprickor som uppstår i ovankant vid upplag/hörn upp till 500 mm in i plattan. Begränsning på spricklängd och sprickbredd har inte studerats. Utöver det är bjälklaget sprickfritt.

Detta är en metod som kan utnyttjas vid mindre bjälklag, det vill säga med få antal plattor i bredd. Upp till 6 plattor i bredd kan det vara intressant att studera för att utnyttja sidokopplingar för att öka plattornas bärförmåga.

Även nedböjningen kontrollerades och beräknades i FEM-Design Plate. De största nedböjningarna uppstår i bjälklagsmitt nära hål vid punktlaster från badrumsmodul samt i mitten av fläktrummet. Nedböjningen var  $\leq \frac{L}{250}$  vilket uppfyller kravet.

## 7 Slutsats

Jämförelseberäkning av deformation mellan Betonghandboken och Eurocode resulterade inte i någon skillnad för håldäcksbjälklag. Detta kan bero på att det är spännbetong som är en sprickfri konstruktion.

Beräkning av vridmotstånd och vridstyvhet med FEM-analys resulterade i lägre värden än den approximerade modellen med tunnväggigt tvärsnitt. Resultatet har studerats och utvärderats enligt såphinneanalogin som är orsaken till ett värde på osäkra sidan. Då håldäcken inte utsätts för något större vridmoment är vridmotståndet inte den avgörande faktorn om håldäcket spricker eller ej. Beräkningar visade att det är momenten runt x- och y-axel som har störst inverkan på det slutliga värdet på huvudspänningarna.

Studien i denna rapport resulterade i att sidokopplingarna kan användas för att minska nedböjningen och öka bärförmågan i viss mån. Detta är främst intressant vid byggnation av flervånings bostadshus på grund av upprepning av bjälklagskonstruktion. Följden blir lägre transport- och produktionskostnader vid möjlighet till mindre dimension. Antal plattor i bredd är den i första hand avgörande faktorn. Vid mer än 6 plattor i bredd är det inte intressant att utnyttja sidokoppling till mer än skivverkan.

Undersökningen resulterade också i att håldäcken spricker i ovkant vid samtliga inåtgående hörn över upplag, detta problem finns även idag men hur stora dessa sprickor är och deras inverkan har inte studerats.



## 8 Referenser

- [1] *Boverkets handbok om betongkonstruktioner, BBK 04*. 2004. Vällingby: Boverket
- [2] *Betonghandbok, konstruktion*. 1990. Örebro: Krister Cederwall, Mogens Lorentsen, Lars Östlund
- [3] *Bridon Wire*. Bridon Prestressing Strands, Produktkatalog.
- [4] *Byggkonstruktion, tabell- och formelsamling*. 2006. Lund: Tord Isaksson, Annika Mårtensson
- [5] *Byggtabeller, Handboken bygg*. 1983. Stockholm: Sigurd Avén
- [6] *Deformationstillstånd hos håldäcksplattor*. 2003. Lund: Martin Karlsson
- [7] *Eurocode: Basis of structural design, CEN 2001*
- [8] *Eurocode 1: Action on structure – Part 1-1, General actions-Densities, Self-weight, imposed loads for buildings, CEN 2001*.
- [9] *Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings, CEN 2001*.
- [10] FEM-Design User's Guide, User manual I FEM-Design 8.0 Plate.
- [11] *Introduction to the Finite Element Method, University of Lund, Sweden: 1992*. Niels Saabye Ottosen, Hans Petersson
- [12] *Typgodkännandehandlingar för håldäcksplattor av betong*. 2005. Kristianstad: Sven Persson
- [13] *Vibration of Hollow Core Concrete Elements Induced by walking*. 2009. Lund: Pia Johansson

## Möte

- [14] Persson, Sven, STARKA, 2009 möte.

## Internet

- [15] Betongvaruindustrin (2009-09-07)  
<http://www.betongvaruindustrin.se/sv/Bygga-med-prefab/?Chapter=44>
- [16] Betongvaruindustrin (2009-09-07)  
<http://www.betongvaruindustrin.se/sv/Bygga-med-prefab/?Chapter=131>
- [17] FEM-Design (2009-09-14)  
<http://www.fem-design.com/?pageId=48>
- [18] Scanscot (2009-09-14)  
<http://www.scanscot.com/software/brigade2008.pdf>

## **Bilagor**

Bilaga A: Beräkning av nedböjning för en fritt upplagd platta.

Bilaga B: Grundläggande uttryck för bestämning av kryptalet enligt Eurocode.

Bilaga C: Beräkning av krympning enligt Eurocode.

Bilaga D: Figur för bestämning av koefficienten  $k$ .

Bilaga E: Beräkning av vridmotstånd och vridstyvhet för HD/F 120/20.

Bilaga F: Beräkning av spänning i x- och y-riktning samt skjuvspänning.

Bilaga G: Redovisning för beräkning av spänningar i x- och y-led uttryckt i moment.

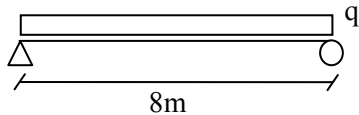
Bilaga H: Redovisning av spänningsfördelning från FEM-beräkning

Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---

## Bilaga A

### Handberäkning för fritt upplagd platta.



Tjocklek,  $t = 181 \text{ mm}$

Bredd,  $b = 1200 \text{ mm}$

Längd,  $L = 8 \text{ m}$

Laster:

$$\text{Egentyngd} = 24 \cdot 0.181 \cdot 1.2 = 5.21 \text{ KN/m}$$

$$\text{Pågjutning} = 24 \cdot 0.030 \cdot 1.2 = 0.86 \text{ KN/m}$$

$$\text{Samlingslast} = (1 + 1.5 \cdot 0.2) \cdot 1.2 = 1.56 \text{ KN/m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Egentyngd} \\ \text{Pågjutning} \\ \text{Samlingslast} \end{array} \right\} \rightarrow q = 7.64 \text{ KN/m}$$

Nedböjningen beräknas enligt:

$$v_{\max} = \frac{5qL^4}{384EI}$$

Beräkningen görs med avseende på långtidslast och bjälklaget antas vara inomhus i uppvärmd lokal vilket ger kryptalet 3. Tvärsnittet antas vara osprucket.

$$E = E_{\text{eff}} = \frac{E_{ck}}{1 + \varphi_{\text{eff}}} = \frac{37}{1 + 3} = 9.25 \text{ MPa}$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{1.2 \cdot 0.181^3}{12} = 5.93 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$v_{\max} = \frac{5 \cdot 7.64 \cdot 10^3 \cdot 8^4}{384 \cdot 9.25 \cdot 10^9 \cdot 5.93 \cdot 10^{-4}} = \underline{0.07426 \text{ m}}$$



Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---

## Bilaga B

### Grundläggande uttryck för bestämning av kryptalet enligt Eurocode.

Kryptalet,  $\varphi(t, t_0)$  kan beräknas enligt:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (\text{B.1})$$

där

$\varphi_0$  är det nominella kryptalet, som kan uppskattas enligt följande:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (\text{B.2})$$

$\varphi_{RH}$  är en faktor som beaktar inverkan av relativ luftfuktighet.

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100}{0.1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{för} \quad f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \quad (\text{B.3a})$$

$$\varphi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1 - RH/100}{0.1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad \text{för} \quad f_{cm} > 35 \text{ MPa} \quad (\text{B.3b})$$

$RH$  är relativ fuktighet i omgivande miljö [%]

$\beta(f_{cm})$  är faktor som beaktar inverkan av betongens hållfasthet

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (\text{B.4})$$

$f_{cm}$  är betongens medeltryckhållfasthet vid 28 dagars ålder [MPa]

$\beta(t_0)$  är faktor som beaktar inverkan av betongens ålder vid pålastning,  $t_0$ :

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0.1 + t_0^{0.20})} \quad (\text{B.5})$$

$h_0$  är bärverksdelens ekvivalenta tjocklek [mm]

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (\text{B.6})$$

$A_c$  är tvärsnittsarean

$u$  är den del av tvärsnittets omkrets som är i kontakt med luft

$\beta_c(t, t_0)$  är en koefficient som beskriver krympningens utveckling med tiden efter pålastning och som kan beräknas enligt följande:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{(t - t_0)}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0.3} \quad (\text{B.7})$$

$t$  är betongens ålder vid betraktad tidpunkt, i dagar

$t_0$  är betongens ålder vid pålastning, i dagar

$t - t_0$  är det ojusterade värdet på belastningens varaktighet, i dagar

$\beta_H$  är en koefficient som beror av den relativa luftfuktigheten (RH i %) och av bärverksdelens ekvivalenta tjocklek ( $h_0$  i mm). Koefficienten kan beräknas enligt:

$$\beta_H = 1.5 \left[ 1 + (0.012 RH)^{0.18} \right] \cdot h_0 + 250 \leq 1500 \quad \text{för } f_{cm} \leq 35 \quad (\text{B.8a})$$

$$\beta_H = 1.5 \left[ 1 + (0.012 RH)^{0.18} \right] \cdot h_0 + 250 \alpha_3 \leq 1500 \alpha_3 \quad \text{för } f_{cm} \geq 35 \quad (\text{B.8b})$$

$\alpha_{1/2/3}$  är koefficienter som beaktar inverkan av betongens hållfasthet:

$$\alpha_1 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.7} \quad \alpha_2 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.2} \quad \alpha_3 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.5} \quad (\text{B.8c})$$

Inverkan av använd cementtyp på betongens kryptal kan beaktas genom att modifiera åldern vis pålastning,  $t_0$ , i uttryck (B5) enligt följande:

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left( \frac{9}{2 + t_{0,T}^{1.2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0.5 \quad (\text{B.9})$$

där

$t_{0,T}$  är temperaturjusterat värde på betongens ålder vid pålastning  
[dagar] enligt uttryck B10

Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---

$\alpha$  är exponent som beror av cementtyp:

- = -1 för cementklass S
- = 0 för cementklass N
- = 1 för cementklass R

Inverkan av ökad eller minskad temperatur på betongens mognadsgrad inom intervallet 0-80°C, kan beaktas genom justering av betongens ålder enligt följande:

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-(4000/[273+T(\Delta t_i)]-13.65)} \Delta t_i \quad (\text{B.10})$$

där

$t_T$  är betongens temperaturjusterande ålder, som ersätter  $t$  i motsvarande uttryck.

$T(\Delta t_i)$  är temperaturen under tidsintervallet,  $\Delta t_i$ , i °C

$\Delta t_i$  är antalet dagar under vilken temperaturen  $T$  råder.



## Bilaga C

### C.1 Grundläggande uttryck för bestämning av krympning orsakad av uttorkning enligt Eurocode.

Grundvärdet för krympning från uttorkning,  $\varepsilon_{cd,0}$ , kan beräknas med följande uttryck:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0.85 \left[ (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cmo}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad (C.1)$$

$$\beta_{RH} = 1.55 \left[ 1 - \left( \frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad (C.2)$$

där

$f_{cm}$  är tryckhållfasthetens medelvärde [MPa]

$f_{cmo} = 10 \text{ MPa}$

$\alpha_{ds1}$  är en koefficient som beror av cementtypen

= 3 för cementklass S

= 4 för cementklass N

= 6 för cementklass R

$\alpha_{ds2}$  är en koefficient som beror av cementtypen

= 0.13 för cementklass S

= 0.12 för cementklass N

= 0.11 för cementklass R

$RH$  är omgivningens relativa luftfuktighet [%]

$RH_0 = 100 \%$

### C.2 Ekvation för beräkning av krympning vid tiden t

Total krympning består av två delar:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} \quad (C.3)$$

där

$\varepsilon_{cs}$  är total krympning

$\varepsilon_{cd}$  är uttorkningskrympning

$\varepsilon_{ca}$  är autogen krympning

Utvecklingen av uttorkningskrympningens töjning beräknas enligt:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \varepsilon_{cd,0} \quad (\text{C.4})$$

Där  $k_h$  är en koefficient som beror på den fiktiva tjockleken,  $h_0$ .

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (\text{C.5})$$

där  $A_c$  är betongtvärsnittets area  
 $u$  är omkretsen för den del av tvärsnittet som är exponerad för uttorkning

$k_h$  avläses med hjälp av interpolation ur tabell 3.3 i Eurocode 2. [9]

Den tidsberoende funktionen är definierad som

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t, t_s)}{(t, t_s) + 0.04\sqrt{h_0^3}} \quad (\text{C.6})$$

där

$t$  är åldern på betongen i dagar

$t_s$  är åldern på betongen vid uttorkningens början (i dagar)


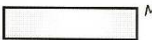
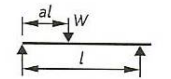
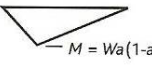


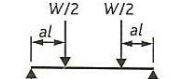
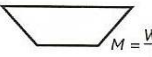
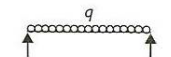
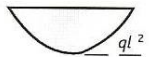


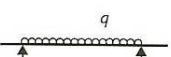

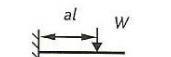
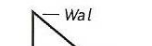
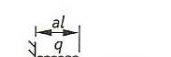
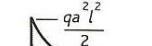
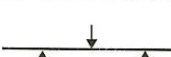

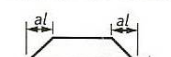
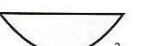
Den autogena krympningen erhålls ur:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (\text{C.7})$$

$$\text{där} \quad \beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2t^{0.5}) \quad (\text{C.8})$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2.5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad (\text{C.9})$$

## Bilaga D

Loading	Bending moment diagram	K
		0.125
		$\frac{3-4a^2}{48(1-a)}$ If $a = \frac{1}{2}$ , $K = \frac{1}{12}$
		0.0625
		$0.125 - \frac{a^2}{6}$
		0.104
		0.102
		$K = 0.104 \left(1 - \frac{\beta}{10}\right)$ $\beta = \frac{M_A + M_B}{M_C}$
		End deflection $= \frac{a(3-a)}{6}$ load at end $K = 0.333$
		$\frac{a(4-a)}{12}$ if $a = l$ , $K = 0.25$
		$K = 0.083 \left(1 - \frac{\beta}{4}\right)$ $\beta = \frac{M_A + M_B}{M_C}$
		$\frac{1}{80} \frac{(5-4a^2)^2}{3-4a}$

Figur: Värde för koefficienten k för olika böjmomentdiagram [9].



Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---

## Bilaga E

### Beräkning av vridmotstånd och vridstyvhet för HD/F 120/20.

För en tunnväggig rektangel med varierande väggjocklek beräknas vridmotståndet enligt följande:

$$W_v = 2abt_{\min} \quad (\text{E.1})$$

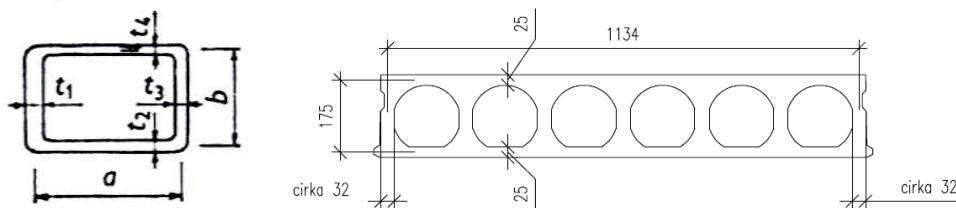
där följande indata gäller för HD/F 120/20:

$$a = 1134 \text{ mm}$$

$$b = 175 \text{ mm}$$

$$t_{\min} = 25 \text{ mm}$$

$$W_v = 2 \cdot 1.134 \cdot 0.175 \cdot 0.025 = \underline{0.0099 \text{ m}^3}$$



Figur E.1: Visar mått enligt ekvation (E.1) ovan samt motsvarande mått för aktuell håldäcksdimension för beräkning av vridmotstånd.

Motsvarande beräkning av vridstyvhetens tvärsnittsfaktor,  $K_v$ , görs enligt följande:

$$K_v = \frac{4a^2b^2}{\left(\frac{b}{t_1} + \frac{a}{t_2} + \frac{b}{t_3} + \frac{a}{t_4}\right)} \quad (\text{E.2})$$

$$K_v = \frac{4 \cdot 1.134^2 \cdot 0.175^2}{\left(\frac{0.175}{0.032} + \frac{1.134}{0.025} + \frac{0.175}{0.032} + \frac{1.134}{0.025}\right)} = 0.0015$$

Byggtabeller, handboken bygg. [5]

Interaktion i tvärriktningen hos bjälklag med förspända håldäck.

---

Slutligen kan vridstyvheten beräknas enligt:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

$$E = 37 \text{ GPa}$$

$$\nu = 0.2$$

$$GK_v = 23 \cdot 10^9 \cdot 0.0015 = \underline{35 \text{ MNm}^2}$$

## Bilaga F

### Beräkning av spänning i x- och y-riktning samt skjuvspänning

$$\sigma_x = -\frac{M_x}{I_y} \cdot z - \frac{F_s}{A} - \frac{F_s \cdot z_p}{I_y} \cdot z \quad (\text{F.1})$$

Beräkning av  $\sigma_{x,\text{ök}}$  uttryckt i  $M_x$ :

$$\left. \begin{aligned} I_y &= 0.59e-3 \text{ m}^4 \\ z &= 0.200 - 0.099 = 0.101 \text{ m} \\ z_p &= -(0.200 - 0.101 - 0.040) = -0.059 \text{ m} \\ A &= 119.3e-3 \text{ m}^2 \\ F_s &= 2 \cdot 60 + 5 \cdot 108 = 660 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \rightarrow \sigma_{x,\text{ök}} = -171.6M_x + 11.2 \cdot 10^5$$

Där  $M_x$  insättes i Nm/1.2m.

Beräkning av  $\sigma_{x,\text{uk}}$  uttryckt i  $M_x$ :

$$\left. \begin{aligned} I_y &= 0.59e-3 \text{ m}^4 \\ z &= -0.099 \text{ m} \\ z_p &= -0.059 \text{ m} \\ A &= 119.3e-3 \text{ m}^2 \\ F_s &= (2 \cdot 60 + 5 \cdot 108) \cdot 0.85 = 561 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \rightarrow \sigma_{x,\text{uk}} = 167.4M_x - 10.2 \cdot 10^6$$

Där  $M_x$  insättes i Nm/1.2m.

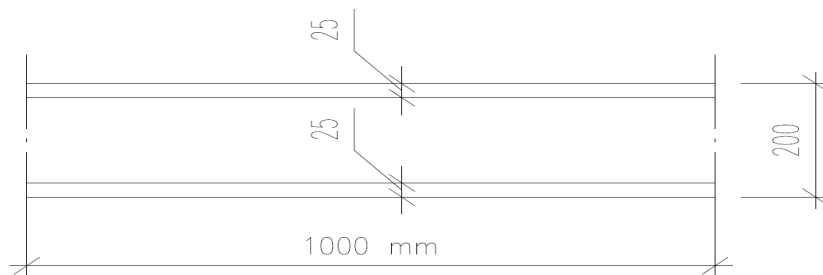
Beräkning av  $\sigma_{y,\text{ök}}$  och  $\sigma_{y,\text{uk}}$  uttryckt i  $M_y$ :

$$\sigma_y = -\frac{M_y}{I_x} \cdot z \quad (\text{F.2})$$

Där yttröghetsmomentet beräknas med Steiners sats för tvärsnittet enligt figur nedan:

$$I_x = \sum (I_{xi} + A_i e_i^2) \quad (\text{F.3})$$

Beräkning resulterade  $I_x = 3.86 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ .



*Tvärsnitt av HD/F 120/20-F3 i längdled.*

$$z = 0.101 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \sigma_{y,\text{ök}} = -\frac{M_y}{3.86 \cdot 10^{-4}} \cdot 0.101 = -262.6 M_y$$

$$z = -0.099 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \sigma_{y,\text{uk}} = -\frac{M_y}{3.86 \cdot 10^{-4}} \cdot -0.099 = 256.2 M_y$$

Där  $M_y$  insättes i Nm/m.

Beräkning av  $\tau_{xy}$  uttryckt i  $M_{xy}$ :

$$\tau_{xy} = \frac{M_{xy}}{W_v} \quad (\text{F.4})$$

Där det elastiska vridmotståndet beräknades till  $W_v = 0.0077 \text{ m}^3$ .

$$\tau_{xy} = 129.9 M_{xy}$$

Där  $M_{xy}$  insättes i Nm/1.2m.

## Bilaga G

### Redovisning för beräkning av spänningarna i x- och y-led uttryckt i moment.

Nedan redovisas resultatet för beräkning av spänningarna i x- och y-led uttryckt i moment för de två minsta håldäcksdimensionerna, HD/F120/20 och HD/F 120/27.

HD/F 120/20	$\sigma_{x,\text{ök}}$ [Pa]	$\sigma_{x,\text{uk}}$ [Pa]	$\sigma_{y,\text{ök}}$ [Pa]	$\sigma_{y,\text{uk}}$ [Pa]	$\tau_{xy}$ [Pa]
F1	$-170.5M_x + 5.2 \cdot 10^5$	$168.5M_x - 4.7 \cdot 10^6$	$-260.9M_y$	$258.0M_y$	$129.9M_{xy}$
F2	$-170.8M_x + 7.3 \cdot 10^5$	$168.1M_x - 6.5 \cdot 10^6$	$-261.5M_y$	$257.4M_y$	$129.9M_{xy}$
F3	$-171.6M_x + 11.2 \cdot 10^5$	$167.4M_x - 10.2 \cdot 10^6$	$-262.6M_y$	$256.2M_y$	$129.9M_{xy}$

Tabell G.1: Visar spänningarna uttryckt i moment för HD/F 120/20 med respektive armeringsalternativ.

HD/F 120/27	$\sigma_{x,\text{ök}}$ [Pa]	$\sigma_{x,\text{uk}}$ [Pa]	$\sigma_{y,\text{ök}}$ [Pa]	$\sigma_{y,\text{uk}}$ [Pa]	$\tau_{xy}$ [Pa]
F1	$-92.9M_x + 1.8 \cdot 10^6$	$91.1M_x - 7.7 \cdot 10^6$	$-130.7M_y$	$128.2M_y$	$83.3M_{xy}$
F2	$-93.2M_x + 2.4 \cdot 10^6$	$90.8M_x - 10.2 \cdot 10^6$	$-131.1M_y$	$127.8M_y$	$83.3M_{xy}$
F3	$-93.5M_x + 3.0 \cdot 10^6$	$90.5M_x - 12.7 \cdot 10^6$	$-131.5M_y$	$127.4M_y$	$83.3M_{xy}$

Tabell G.2: Visar spänningarna uttryckt i moment för HD/F 120/27 med respektive armeringsalternativ.

Där

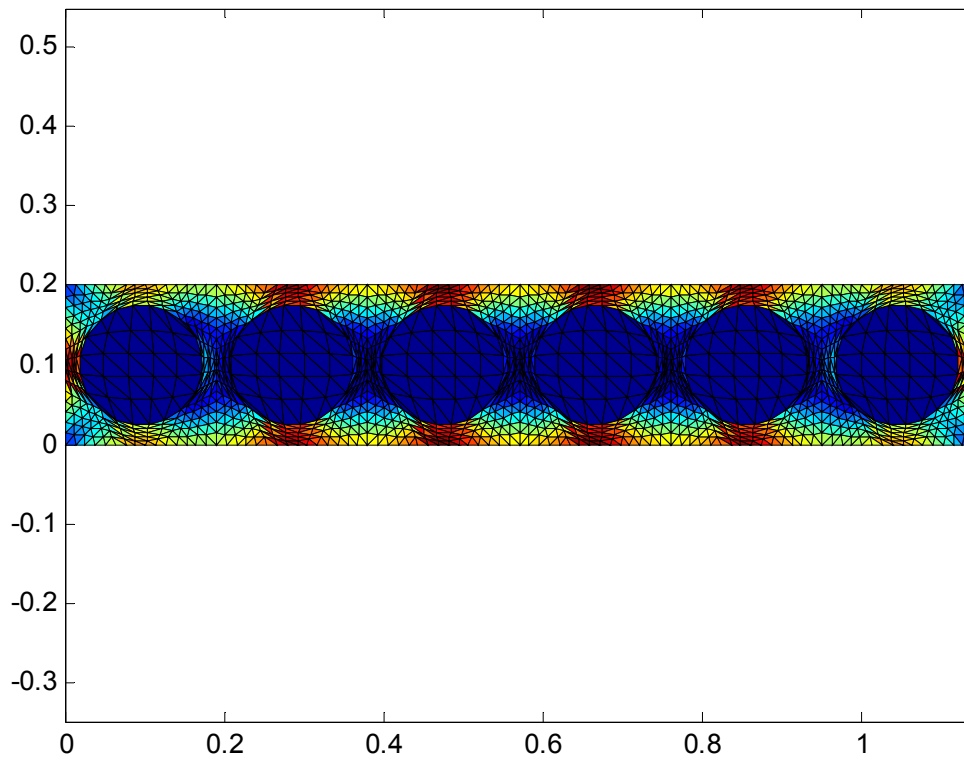
- $\sigma_{x,\text{ök}}$  är spänning i x-led i överkant
- $\sigma_{x,\text{uk}}$  är spänning i x-led i underkant
- $\sigma_{y,\text{ök}}$  är spänning i y-led i överkant
- $\sigma_{y,\text{uk}}$  är spänning i y-led i underkant
- $\tau_{xy}$  är vridmoment
- $M_x$  är böjmoment runt y-axel i Nm/m
- $M_y$  är böjmoment runt x-axel i Nm/1.2m (en plattbredd)
- $M_{xy}$  är vridmoment i Nm/1.2m (en plattbredd)

Ur dessa uttryck kan huvudspänningarna enligt ekvation 6.4-6.6 beräknas och jämföras med betongens hållfasthet för aktuellt lastfall.

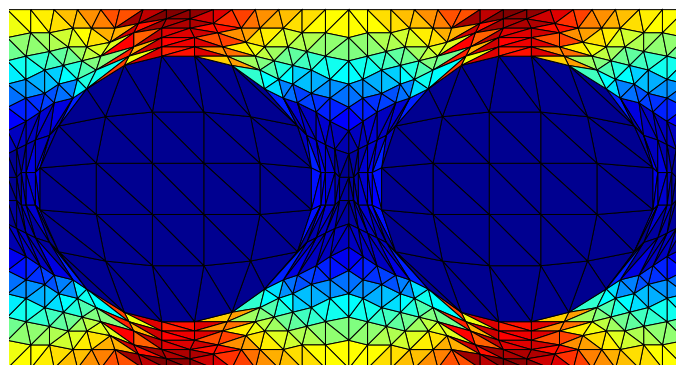


## Bilaga H

Redovisning av spänningsfördelning från FEM-beräkning.



Figur H1: Visar spänningsvariationen över tvärsnittet för HD/F 120/20. Där man tydligt ser att störst spänning uppstår över och under hål, vilket här redovisas med rött.



Figur H2: Samma figur som H1 inzoomat.