



LUND
UNIVERSITY

**SKATTNING AV EN AKVIFERS
HYDRAULISKA EGENSKAPER
MED STOKASTISK FEM**
Med exempel från Malmöområdet

HENRIK WALL och JONAS ANDERSSON

Structural Mechanics & Engineering Geology

Master's Dissertation

Department of Mechanics and Materials
Structural Mechanics

ISRN LUTVDG/TVSM--99/5097--SE (1-74)

ISSN 0281-6679

Department of Building and Environmental Technology
Engineering Geology

ISRN LUTVDG/TVTG--99/5069--SE (1-74)

SKATTNING AV EN AKVIFERS
HYDRAULISKA EGENSKAPER
MED STOKASTISK FEM
Med exempel från Malmöområdet

Examensarbete utfört av
HENRIK WALL och JONAS ANDERSSON

Handledare

KARL-GUNNAR OLSSON och ANDERS OLSSON,
Avd. f. byggnadsmekanik

GERHARD BARMEN och ÅSA HÅKANSSON,
Avd. f. teknisk geologi

ELISABET HAMMARLUND,
SCC Sverige AB

Copyright © 1999 by Structural Mechanics and Engineering Geology, LTH, Sweden.
Printed by KFS i Lund AB, Lund, Sweden

For information, address:

Division of Structural Mechanics, LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.

Homepage: <http://www.byggmek.lth.se>

Division of Engineering Geology, LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.

Homepage: <http://www.tg.lth.se>

Förord

Denna rapport är resultatet av vårt examensarbete utfört vid Avdelningarna för Byggnadsmekanik och Teknisk Geologi, Lunds Tekniska Högskola under juni 1999 till november 1999.

Då examensarbetet påbörjades visste vi vilket problem som skulle lösas, men inte hur. Lösningförfarandet har framkommit successivt under arbetets gång tack vare de många och i vissa fall långa diskussioner vi haft med våra handledare. Förutom fördjupade kunskaper inom grundvattentekniken, finita element metoden och stokastiska metoder har detta arbete gett oss en god insikt i modelleringsarbete i stort.

Till sist vill vi tacka våra handledare (och de är många):

- Anders Olsson, doktorand vid Avdelningen för Byggnadsmekanik, LTH för initierandet av examensarbetet och för all den tid du ägnat oss
- Åsa Håkansson, tekn. lic. vid Avdelningen för Teknisk Geologi, LTH för hjälp med indata till modellen och för korrekturläsning av rapporten
- Gerhard Barmen, tekn. dr. vid Avdelningen för Teknisk Geologi, LTH för värdefulla kommentarer rörande examensarbetets upplägg och rapportens utseende
- Elisabet Hammarlund, civ. ing., SCC Sverige AB för ett givande studiebesök vid Rambøll i Danmark, samt för de diskussioner vi haft tillsammans
- Karl-Gunnar Olsson, tekn. lic. vid Avdelningen för Byggnadsmekanik, LTH för hjälp med uppstarten av examensarbetet

Förutom ovan nämnda personer vill vi även tacka Per-Gunnar Alm, tekn. lic. vid Avdelningen för Teknisk Geologi för hjälpen med koordinattransformationer, samt Börge Knutsson som genom Citytunnelkonsortiet gett oss tillstånd att använda de data som professor Leif Bjelm, avdelningarna för Teknisk Geologi och Geoteknik haft tillgång till.

Lund i november 1999

Jonas Andersson

Henrik Wall

Summary

The purpose of this Master's thesis has been to establish a method with which the stochastic field for the hydraulic conductivity within an aquifer can be determined. The stochastic field is characterised by the mean value and the standard deviation of the hydraulic conductivity together with a selected statistical distribution and the correlation between different points within the aquifer. The aquifer that has been studied is the upper parts of the limestone aquifer in and around the city of Malmö. Input data to the analysis have been values on the potentiometric levels (given in meters above sea level) in 82 points within the aquifer area. The input data have been provided by Techn. Lic. Åsa Håkansson at the Department of Engineering Geology, Lund Institute of Technology and were recorded in May 1998. The variation of the groundwater recharge to the limestone aquifer used in this report has been estimated by Håkansson.

The numeric methods that have been used in this thesis are the Finite Element Method (FEM) and a Stochastic Finite Element Method (SFEM). The two methods work in the same manner, except that in the SFEM the stochastic field is used for generating values on the hydraulic conductivity per element, with the aid of the Monte Carlo sampling method. Since the values of the hydraulic conductivity are random samples, results from two different calculations are not identical. This is not the case when a problem is solved deterministically with the "ordinary" FEM. When the problem is solved with the SFEM, the result, the drawdown of the groundwater surface when pumping within the aquifer for example, can be presented with a mean value and a standard deviation, if the number of calculations is large enough. The computer program MATLAB has been used for all calculations, together with the CALFEM toolbox.

Two models have been studied. In the first model the groundwater recharge to the limestone aquifer was assumed to be constant over the whole area. In the second model, the aquifer was divided into five smaller areas with different values on the infiltration down to the aquifer. The division of the aquifer is based on geological interpretations and previous analyses within the Malmö area. When comparing the models, it appears that the second model is preferable as the sum of the squared residuals has a 75% lower value than in the first model.

The mean value and the standard deviation for the hydraulic conductivity have been estimated with a least square method. However, it has not been possible to establish the correlation between the finite elements in the numeric models. The reason seems to be too large elements in the original model. This means that it was not possible to characterise the stochastic field unambiguously. To be able to continue the modelling, calculations were made for more than one value of the correlation between the elements.

When the stochastic field that describes the hydraulic conductivity within the aquifer had been determined, the planned City tunnel was introduced into the model. The assumed leakage into the tunnel was set to 0.1 l/s-km and the drawdown of the groundwater surface was calculated. The drawdown in a section in the middle of the tunnel and perpendicular to the tunnel was studied. The simulations indicate that the

effects on the groundwater level caused by the planned City tunnel should be small. The calculated mean value of the drawdown in the centre of the tunnel varies between 0.2 metres and 0.3 metres depending on which one of the two recharge models is being used. The recharge model with five recharge areas yields the smaller value.

The problem in estimating the stochastic field for the hydraulic conductivity has been in describing the correlation between different points in the aquifer area. The size of the finite elements appears to have a great influence on how well the correlation can be modelled. Since the deviation of the result depends on both the deviation in input data (standard deviation for the hydraulic conductivity) and the correlation between different points in the area, it is of great importance to find out how the correlation could be modelled.

Finally, the advantages of characterising the hydraulic properties of an aquifer with a stochastic field should be pointed out. As the field is characterised, it describes the hydraulic conductivity statistically as a function of the co-ordinates within the aquifer area irrespective of the location of the observation wells used when determining the field. The stochastic field can then be used for simulating the influence on the groundwater level when, for example, pumping in the aquifer irrespective of the location of the extraction. Only *one* way to determine the stochastic field for the hydraulic conductivity has been presented here. Greater research efforts are needed in this area. Alternative ways to describe the field should be investigated, particularly in finding a method for modelling the correlation between different points within the aquifer area.

It should be emphasised that the simulation of the drawdown caused by the planned City tunnel, should not be seen as a prediction of the influence of the tunnel on the groundwater level, only as a practical application of the method that has been developed in this thesis.

Sammanfattning

Syftet med detta examensarbete har varit att utveckla en beräkningsmetod med vilken det stokastiska fältet för den hydrauliska konduktiviteten i en akvifer kan bestämmas. Det stokastiska fältet karakteriseras av väntevärdet, standardavvikelsen en vald statistisk fördelning för den hydrauliska konduktiviteten samt av korrelationen mellan olika punkter i akviferen. Den akvifer som har studerats är de övre delarna av kalkstensberggrunden i och omkring Malmö stad. Indata till analysen har varit värden på grundvattenytans potential (meter över havet) i 82 punkter inom det studerade området. Resultaten från mätningarna har tillhandahållits av tekn. lic. Åsa Håkansson vid Avdelningen för Teknisk Geologi, LTH och de registrerades i maj 1998. Håkanssons uppskattade värden på nybildningen av grundvatten i akviferen har använts i detta arbete.

De numeriska lösningsmetoder som använts är Finita Element Metoden (FEM) och en Stokastisk Finita Element Metod (SFEM). Lösningsförfarandet i de båda metoderna är lika, men i SFEM används det stokastiska fältet för generering av värden på den hydrauliska konduktiviteten element för element med Monte Carlo metoden. Eftersom konduktivitetens värden genereras slumpmässigt är resultaten från två olika beräkningar aldrig exakt lika till skillnad från beräkning med ”vanlig” FEM. Detta medför att resultatet, till exempel i form av grundvattenavsänkning vid pumpning i akviferen, kan ges en sannolikhetsteoretisk fördelning om flera beräkningar genomförs. Alla beräkningar har utförts i MATLAB med tillhörande funktioner i CALFEM.

Två olika beräkningsmodeller har studerats. I den första grövre infiltrationsmodellen sattes ett konstant värde på nybildningen av grundvatten över hela akvifersområdet. I den andra förfinade infiltrationsmodellen delades akviferen in i fem mindre delområden med olika värden på nybildningen av grundvatten, beroende av vilket material som överlagrar akviferen. Områdesindelningen baseras på geologiska tolkningar och på tidigare utförda analyser i Malmöområdet. Vid jämförelse av de båda modellerna framgår det tydligt att en beräkningsmodell som tar hänsyn till att infiltrationen ned till akviferen varierar mellan olika delområden är att föredra, eftersom beräkningen med den förfinade infiltrationsmodellen gav 75% lägre residualkvadratsumma än i fallet med den grövre infiltrationsmodellen.

Värdena på den hydrauliska konduktiviteten har uppskattats med minsta kvadrat skattning. Dessa värden stämde bra överens med de konduktivitetens värden som Håkansson erhållit med inversmodellering i samma område. Även standardavvikelsen uppskattades med minsta kvadrat skattning. Något entydigt samband för att beskriva korrelationen mellan de finita elementen har dock ej hittats. Anledningen till detta är förmodligen att den elementindelning som ursprungligen användes var för grov. Detta innebär att det stokastiska fältet för den hydrauliska konduktiviteten ej kunde bestämmas entydigt. I det fortsatta modelleringsarbetet genomfördes därför beräkningar för fler än ett värde på korrelationen mellan elementen.

Då det stokastiska fältet för akviferens hydrauliska konduktivitet bestämts, lades den planerade Citytunnelns sträckning in i modellen. Ett läckage in i tunneln om 0,1 l/(s·km) ansattes och grundvattenavsänkningen beräknades. Avsänkningen i en sektion vinkelrätt tunnelsträckningens mittpunkt studerades. Simuleringarna ger indikationer på att grundvattenavsänkningen orsakad av tunneln bör vara liten. I tunnelmitt blir medelvärdet av avsänkningen ungefär 0,3 m med den grövre infiltrationsmodellen och cirka 0,2 m med den förfinade infiltrationsmodellen. Standardavvikelsen för avsänkningen varierar dels beroende av vilken infiltrationsmodell som används, dels beroende av vilket värde på korrelationen i området som ansätts.

Problemet med att bestämma det stokastiska fältet för den hydrauliska konduktiviteten i akviferen har legat i att uppskatta korrelationen mellan olika punkter i området. Elementstorleken har visat sig vara av avgörande betydelse för hur väl korrelationen i området kan speglas. Eftersom spridningen i resultatet är beroende av både spridningen i indata (standardavvikelsen för den hydrauliska konduktiviteten) och korrelationen mellan olika punkter i området, så är det av stor betydelse att finna ett uttryck för hur korrelationen kan modelleras.

Slutligen kan konstateras fördelarna med att beskriva en akvifers hydrauliska egenskaper med ett stokastiskt fält. Då fältet väl är känt, beskriver detta den hydrauliska konduktiviteten i akviferen med väntevärde, standardavvikelse och korrelation som funktion av koordinaterna i området oberoende av mätpunkternas placering. Fältet kan då användas för att simulera inverkan av ingrepp i akviferen oberoende av ingreppets placering. Här har beskrivits *ett* tillvägagångssätt för att bestämma det stokastiska fältet för en akvifers hydrauliska egenskaper, men mer forskning inom området behövs. Alternativa angreppssätt för bestämning av det stokastiska fältets parametrar borde undersökas, framför allt då det gäller uppskattningen av korrelationen mellan olika punkter inom det betraktade området.

Det skall poängteras att analysen av den planerade Citytunnelns områdespåverkan ej skall ses som en prediktion av framtida grundvattenavsänkning orsakad av tunneln, utan som en praktisk tillämpning av det beräkningsförfarande som utarbetats i detta examensarbete.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

KAPITEL 1 INLEDNING	1
1.1 BAKGRUND	1
1.2 SYFTE.....	1
1.3 UPPLÄGG.....	2
1.4 AVGRÄNSNINGAR.....	3
KAPITEL 2 BESKRIVNING AV UNDERSÖKNINGSOMRÅDET.....	5
2.1 OMRÅDETS GEOGRAFISKA LÄGE	5
2.2 MARKUTNYTTJANDE.....	5
2.3 GEOLOGISK BESKRIVNING.....	6
2.3.1 Kalkstensberggrunden i sydvästra Skåne	6
2.3.2 Sprick- och förkastningszoner.....	8
2.3.3 Kvarära avlagringar.....	9
2.4 HYDROGEOLOGISK BESKRIVNING.....	9
2.4.1 Nederbörd, avdunstning och ytavrinning.....	10
2.4.2 Grundvattenbildning.....	11
2.4.3 Hydrauliska egenskaper.....	13
2.4.4 Grundvattenuttag.....	15
2.5 KONCEPTUELL HYDROGEOLOGISK MODELL	15
KAPITEL 3 BERÄKNINGSMETODER	17
3.1 INLEDNING	17
3.2 FYSIKALISK MODELL.....	17
3.3 NUMERISK LÖSNINGSMETOD	19
3.4 STOKASTISK FEM (SFEM)	23
3.4.1 Stokastiska fält.....	23
3.4.2 Monte Carlo-metoden.....	24
KAPITEL 4 MODELLERINGS- OCH BERÄKNINGSARBETE	27
4.1 STRUKTURMODELL.....	27
4.1.1 Geometri	27
4.1.2 Material	30
4.1.3 Laster.....	30
4.1.4 Randvillkor	31
4.2 MODELLERING MED ETT INFILTRATIONSOMRÅDE.....	33
4.2.1 Optimering med avseende på ett konduktivitetsområde.....	33
4.2.2 Optimering med avseende på två konduktivitetsområden.....	35
4.2.3 Standardavvikelse	39
4.2.4 Korrelation.....	41
4.2.5 Val av kombination mellan standardavvikelse och korrelation.....	44
4.3 MODELLERING MED FEM INFILTRATIONSOMRÅDEN.....	47
4.3.1 Beräkningsresultat med förfinad lastmodell	47
4.4 KONVERGENSSTUDIE.....	49
4.5 DET STOKASTISKA FÄLTETS EGENSKAPER	50

KAPITEL 5 TILLÄMPNING PÅ CITYTUNNELN.....	51
5.1 INLEDNING	51
5.2 NYTT ELEMENTNÄT.....	52
5.3 BERÄKNINGSARBETE.....	53
5.4 BERÄKNINGSRESULTAT.....	54
5.5 KONTROLL AV ELEMENTSTORLEKENS INVERKAN PÅ KORRELATIONEN	58
KAPITEL 6 SLUTSATSER	63
REFERENSER	65

Kapitel 1 Inledning

1.1 Bakgrund

Det finns ett behov av att beskriva de hydrauliska egenskaperna i en akvifer inom flera tillämpningsområden. Bland annat har det blivit allt vanligare att upprätta grundvattenmodeller som ligger till grund för att bedöma påverkan av grundvattenytans förändring vid ingrepp i en akvifer. Speciellt har det i samband med den senaste tidens större infrastrukturprojekt inom Malmöregionen fokuserats på de förändringar av grundvattennivån som uppstår då bygg- och anläggningsverksamhet förekommer i området. Olika grundvattenmodeller utnyttjar skilda metoder för att beskriva en akvifers hydrauliska egenskaper. Detta arbete är inriktat på att visa och öka förståelsen för hur en statistisk metod kan användas för att karakterisera de hydrauliska egenskaperna i en akvifer.

Metoden torde vara intressant att använda då egenskaperna hos geologiska material oftast kan betraktas som oregelbundna och varierar på ett sätt som kan beskrivas med statistik.

Den planerade Citytunneln i Malmö kan vara ett exempel där den oregelbundna fördelningen av den hydrauliska konduktiviteten i kalkberget är viktig att uppskatta för att kunna bedöma hur grundvattenytans läge förändras vid ett antaget inläckage i tunneln.

1.2 Syfte

Syftet med detta examensarbete är att utveckla en beräkningsmetod med vilken det stokastiska fältet för den hydrauliska konduktiviteten i en akvifer kan bestämmas. Det stokastiska fältet karakteriseras av väntevärdet, standardavvikelsen och en vald statistisk fördelning för den hydrauliska konduktiviteten samt av korrelationen mellan olika punkter i akviferen.

När det stokastiska fältet är känt skall det användas till att simulera inverkan på grundvattennivån då ett inläckage i den planerade Citytunneln ansätts. Resultaten skall presenteras som en avsänkning av grundvattennivån med tillhörande standardavvikelse kring den planerade tunneln. Syftet med denna simulering är att illustrera hur det stokastiska fältet kan användas i praktiken.

1.3 Upplägg

Rapporten består av fyra huvuddelar. I den första delen ges en övergripande bild av de hydrogeologiska förhållanden som råder inom området. De fördjupningar som gjorts inom denna del har lett till att en hydrogeologisk konceptuell modell har kunnat utarbetas.

Rapportens andra del utgörs av en teoridel där de beräkningsmetoder och teorier som använts redovisas.

I den tredje delen beskrivs det modellerings- och beräkningsarbete som krävs för att uppskatta väntevärde, standardavvikelse och korrelation för den hydrauliska konduktiviteten i akviferen, det vill säga det stokastiska fältet. I avsnittet redovisas också de olika modeller som karakteriserar geometri, material, last och randvillkor.

I rapportens fjärde del redovisas hur effekterna på grundvattenförhållandena orsakade av den planerade Citytunneln kan simuleras med hjälp av Monte Carlo simuleringar då det stokastiska fältet för den hydrauliska konduktiviteten i akviferen är känt.

1.4 Avgränsningar

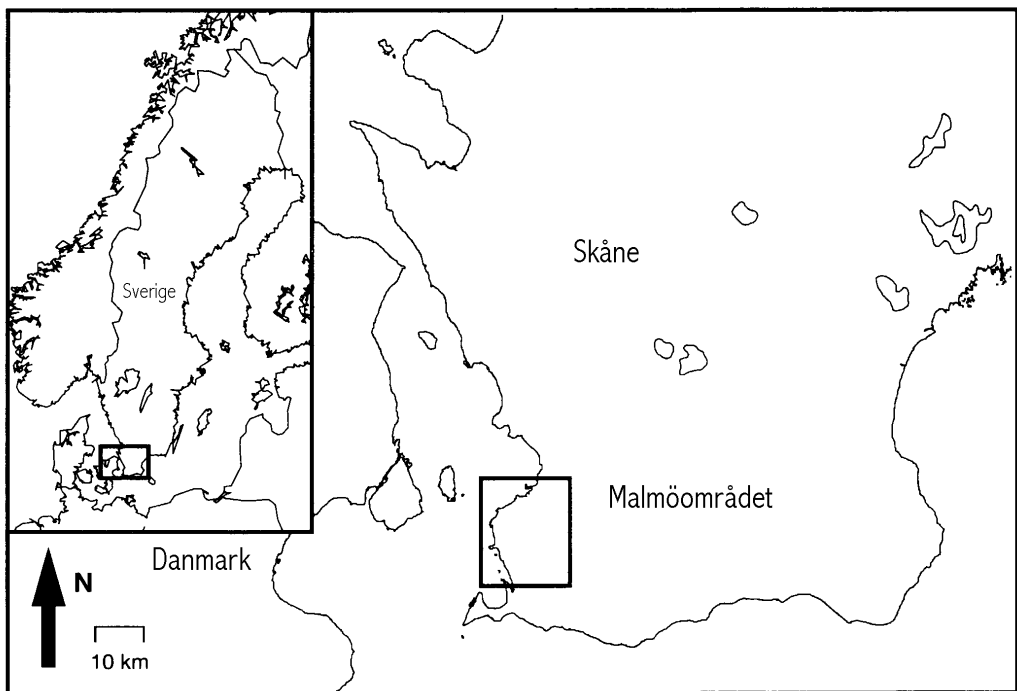
För att modellen skall bli hanterbar krävs att vissa avgränsningar införs. Följande avgränsningar har införts i detta arbete:

- Modellen utförs i regional skala (cirka 20 km i diameter)
- En viktig avgränsning är valet av en areell tvådimensionell beräkningsmodell. En tredimensionell modell riskerar att komplicera analysen mer än vad som är nödvändigt vid utvärderingen av den statistiska metoden.
- Akvifererna i de jordlager som överlagrar kalkberget kommer inte att beaktas på grund av den ovan beskrivna avgränsningen med en tvådimensionell areell modell. Viss hänsyn tas dock till det utbyte av grundvatten som sker mellan de båda akviferstyperna i form av infiltration från de ovanliggande akvifererna ned till kalkstensakviferen.
- Den tvådimensionella areella modellen medför att modellering endast kan ske i ett geologiskt materialskikt. I detta fall kommer områdets mäktighet att begränsas av Danienkalkstenens utbredning i höjddled. Valet av en tvådimensionell modell medför även att materialet i vertikalled måste betraktas som homogent och isotropt och att grundvattenflödet endast kan modelleras horisontellt.
- Arbetet avgränsas till att endast beakta stationärt strömningstillstånd i kalkstensakviferen. Detta medför att grundvattennivåer som varierar med tiden inte kommer att beaktas i denna analys. Om hänsyn tagits till tidsaspekter hade beräkningarna blivit mer komplicerade att utföra och en uppskattning av det stokastiska fältet försvårats.
- I denna modell kommer en regional studie av akviferen att utföras. Det betyder att mindre sprickor som återfinns i kalkstenen kan betraktas med en modell för poröst medium. För att på något sätt beskriva den skillnad av konduktiviteten som finns inom olika delar av akviferen, kommer en indelning i större delområden att ske där någon form av medelvärde för den hydrauliska konduktiviteten inom respektive delområde kan ansättas. Indelningen av delområden görs för att ta hänsyn till de anomalier som kan betraktas i regional skala inom kalkstensakviferen.
- Uppskattning av områdets hydrauliska egenskaper (konduktivitet) kommer endast att utföras med hjälp av uppmätta grundvattennivåer registrerade under maj månad 1998. Mätningarna är utförda av tekn. lic. Åsa Håkansson, LTH, Avdelningen för Teknisk Geologi.

Kapitel 2 Beskrivning av undersökningsområdet

2.1 Områdets geografiska läge

Området som undersökts är lokaliserat till sydvästra Skåne. Malmö stad är orienterat till de norra delarna av undersökningsområdet medan de södra delarna gränsar mot Vellinge kommun. Områdets västra delar begränsas av Öresund, se figur 2.1.



Figur 2.1. Lokalisering av undersökningsområdet (efter Håkansson, 1999)

2.2 Markutnyttjande

De största delarna av området utgörs av jordbruksmark, vilken till stora delar utnyttjas för produktion av traditionella jordbruksprodukter. Under senare år har dock en del lantbrukare börjat odla mer intensiva och säsonsberoende produkter som grönsaker. Dessa kräver att tillgången på vatten (oftast i form av grundvatten) är god. Inom området finns även vissa djurbesättningar som baserar sin vattenförsörjning på uttag av grundvatten ur borrhållningar i kalkstensakviferen.

Området kring Malmö stad utgörs mest av mark som bebyggt under 1900-talet. Vid utkanterna av staden är industrin lokaliserad medan bostäder och serviceinrättningar koncentrerats till de centrala stadsdelarna. Stora markområden kring och i Malmö består till största delen av bebyggda och hårdgjorda ytor. Inom dessa delar finns några fastigheter som använder bergbrunnar för att tillgodose sina vattenbehov.

Byggandet av landanslutningarna kring den fasta förbindelsen över Öresund har tagit stora jordbruksarealer i anspråk. Utformningen av anläggningarna har på flera ställen lett till att grundvattennivån måste sänkas för att erhålla torra konstruktioner. Stränga krav ställs för att grundvattenavsänkningens områdespåverkan ej skall bli för stor. För att klara dessa krav från myndigheterna har flera områden utmed landanslutningarna till Öresundsbron utrustats med infiltrationsanläggningar, där bortpumpat vatten återförs till kalkstensakviferen.

Den planerade Citytunneln genom Malmö, som har till uppgift att leda spårbunden persontrafik till den fasta förbindelsen över Öresund, kommer till stora delar att vara förlagd i kalkstenakviferen. Tunneln är planerad att bli cirka 6 km lång, varav 4 km kommer att borraras med tunnelborrmaskin. Resterande 2 km planeras att utföras som en grävtunnel (Citytunnelkonsortiet, 1999).

Ett allt vanligare sätt att spara energi är att utnyttja kalkstensakviferen som magasin för lagring av varmt respektive kallt vatten beroende på årstid. I Malmö stad finns ett stort antal kyl- och värmeanläggningar som utnyttjar denna energilagringssystem. Detta har medfört att lokala variationer av grundvattenytan inom området är vanliga.

I sydvästra delen av Malmö (Limhamn) finns ett stort dagbrott, Limhamns kalkbrott. Kalkbrottet användes fram till 1993 för brytning av kalksten till cementproduktion. Brottet läns pumpas fortfarande för att förhindra vattenfyllning. Brottet är ungefär 1200 gånger 700 meter och har ett djup av cirka 60 meter. Läns pumpningen medför en kraftig, men lokal grundvattenavsänkning kring dagbrottet.

2.3 Geologisk beskrivning

I stora delar av sydvästra Skåne utgörs berggrunden av sedimentära bergarter. I det betraktade området består berggrunden huvudsakligen av kalksten underlagrad av lösare kritkalksten. Berggrunden i området uppvisar olika sprick- och förkastningssystem som kan dateras till olika geologiska tidsepoker. Kalkberget överlagras av kvartära avlagringar vilka är de yngsta geologiska bildningarna. Det handlar då främst om glacialgeologi, dvs om inlandsisens påverkan på underliggande material och om vilka avlagringar som isen lämnade efter sig vid sitt framåtskridande.

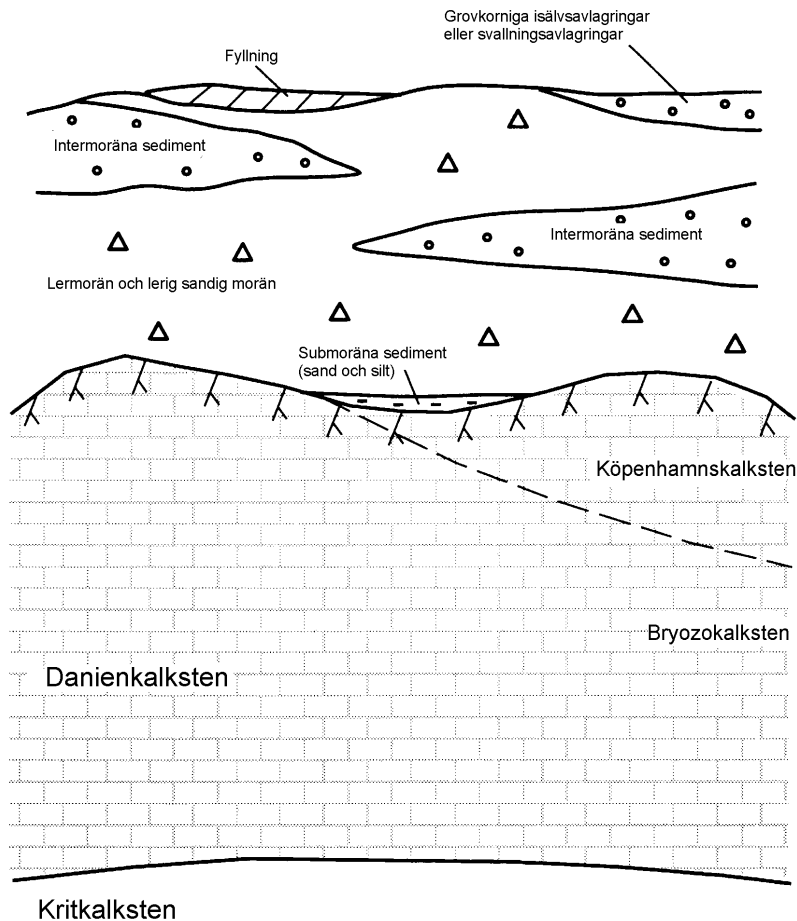
2.3.1 Kalkstensberggrunden i sydvästra Skåne

I Malmöområdet utgörs berggrunden av kalksten. Kalkstenen inom detta område benämns Danienkalksten, vars mäktighet i runda tal uppgår till 60 meter (Danmarks

Geotekniska Institut, 1998 och 1999). Danienkalksten delas i sin tur in i bryozokalksten och Köpenhamnskalksten.

Bryozokalkstenen i Malmöområdet är till stora delar bildad av kalkpartiklar som härstammar från kiselalger. Dessa avsattes för 62 till 65 miljoner år sedan (Sivhed et al., 1999). Den ovanliggande Köpenhamnskalkstenen är bildad senare och består i stort av kalkspat och rester av organismer. Köpenhamnskalkstenens mäktighet varierar mellan 0 och 20 meter. Inom vissa begränsade delområden överlagras dock ej bryozokalkstenen av Köpenhamnskalksten. Det största av dessa delområden återfinns i närheten av Limhamn.

Danienkalkstenen överlagras i sin tur ett äldre lager kalksten, krita från kritperioden, vilket har en mäktighet av cirka 500 till 700 meter (Sivhed et al., 1999). Figur 2.2 visar en principsektion genom de jord- och bergmaterial som återfinns i det aktuella området.

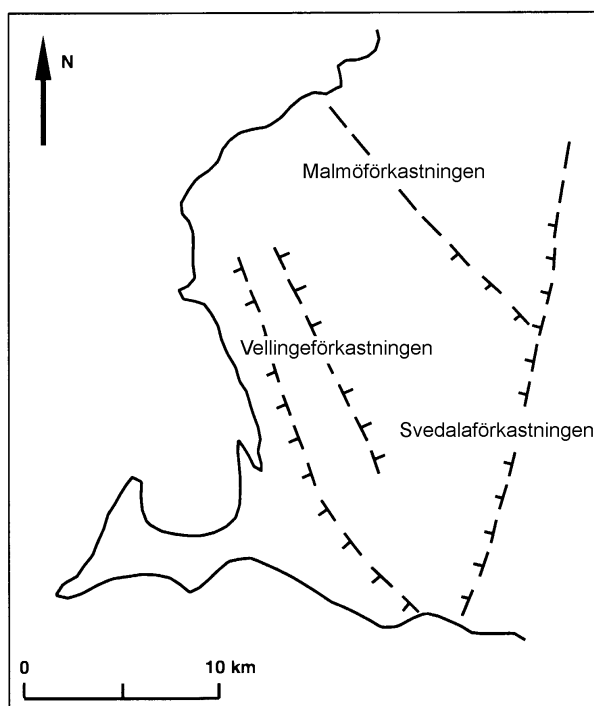


Figur 2.2. Kalkstensberggrundens sammansättning samt ovanliggande kvartära avlagringar (efter Håkansson, 1999). Principsektion för Malmöområdet.

Danienkalkstenen innehåller mycket sprickor. Framförallt är Köpenhamnskalkstenen som återfinns i de översta delarna av kalkstensberggrunden mycket uppsprucken. Hur sprickorna uppkommit är osäkert, men troligt är att de kan förklaras med glaciologiska processer såsom inlandsisens fram- och tillbakadragande. Detta har inneburit att kalkberget utsatts för upprepade av- och pålastningar. Även erosionskrafter och tektoniska rörelser kan ha bidragit till uppsprickningen av kalkstenen (se bland annat Sivhed et al., 1999).

2.3.2 Sprick- och förkastningszoner

Inom undersökningsområdet förekommer ett antal större och djupare sprick- och förkastningszoner. Dessa zoners förekomst kan härledas till de tektoniska rörelser som inleddes i detta område för 500 till 600 miljoner år sedan. Sprickorna är i huvudsak orienterade i NV-SO riktning. Inom området finns större förkastningar som Vellingeförkastningen, Svedalaförkastningen och Malmöförkastningen. Teorin om att dessa anomalier är av tektoniskt ursprung grundar sig på att Malmö- och Vellingeförkastningen har samma riktning som Romelehorsten vilken man vet är av tektoniskt ursprung. Figur 2.3 visar hur förkastningarna är orienterade.



Figur 2.3. Större förkastningszoner i sydvästra Skåne (efter Håkansson, 1999)

Erlström (1995) anger att det inom dessa större förkastningszoner finns mindre uttalade förkastningar och störningar i berggrunden. Dessa mindre företeelser ger en svårtolkad

bild av det hydrogeologiska läget i förkastningszonerna. Enligt Erlström (1995) är det sannolikt att sprickzoner finns inom den planerade sträckningen av Citytunneln.

Sprickor förekommer både i större och mindre grad i kalkstensakviferen och är avgörande för hur vattenföringen i akviferen sker. Flest sprickor finns i kalkstensberggrundens övre delar. Den höga sprickfrekvensen medför i sin tur att de övre delarna (5 till 20 m) av kalkstenen är löst lagrad vilket betyder att stora mängder vatten kan transporteras i denna del av akviferen. Enligt Gustafsson (1972) finns det även sprickor som är djupare belägna i kalkstensakviferen där betydande mängder grundvatten finns tillgängligt. Vid utnyttjande av djupare delar av akviferen finns risk för att vattnet är salt, dels på grund av grundvattenuttag nära kusten, dels på grund av att vatten med fossilt ursprung återfinns på dessa djup (Gustafsson, 1978).

2.3.3 Kvärtära avlagringar

Kalkstensberggrunden överlagras inom området av glaciala avlagringar. Avlagringarna utgörs i huvudsak av morän och isälvsediment som bildats under de istider som området utsatts för. Avlagringarna består till de största delarna av blockfattiga lermoräner. Mäktigheten hos de avlagringar som finns inom Malmös stadsområde uppgår vanligtvis till mellan 4 och 8 meter (Erlström, 1995). De understa delarna av avlagringarna består oftast av en siltig bottenmorän. I avlagringarna återfinns också linsformade formationer med sand, så kallade intermoräna sediment. Dessa omges normalt av lermorän med varierande mäktighet. De kvärtära avlagringarnas principiella fördelning visas i figur 2.2.

I områdets sydöstra delar i närheten av Oxie återfinnes isälvsavlagringar. Avlagringarna är relativt stora och mäktigheter på omkring 20 meter är inte ovanligt (Ringberg, 1980). Vissa delar av isälvsavlagringarna står i direkt kontakt med kalkberget vilket gör att infiltrationen till kalkstensakviferen kan ske snabbt.

2.4 Hydrogeologisk beskrivning

Kalkstensakviferens hydrogeologiska egenskaper påverkas i flera avseenden av yttre faktorer. Viktiga parametrar är hur mycket vatten som finns tillgängligt i akviferen och mängden nederbörd som kan tillgodoräknas till den infiltration som bildar nytt grundvatten i kalkstensakviferen.

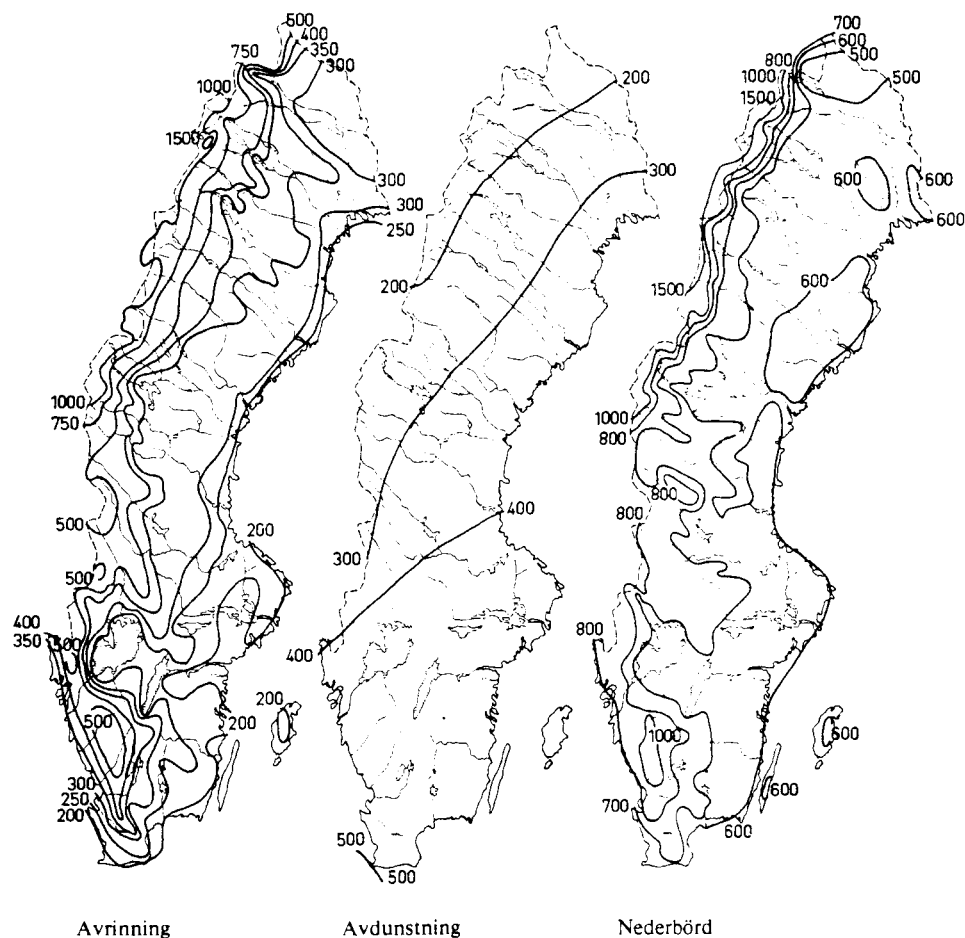
I detta arbete har beräkning endast utförts för kalkstensakviferen. De ovanliggande akvifererna i de kvärtära avlagringarna har ej behandlats utöver den kortfattade beskrivning som getts ovan.

De största tillgångarna av grundvatten återfinns i Danienkalkstenens övre delar. Normalt är det de 5 till 20 översta meterna i akviferen som är mest vattenförande. Det är i denna del av akviferen som de stora möjligheterna finns för att utvinna grundvatten då porositeten i denna del av akviferen är stor. Porositeten utgörs i detta fall av sprickor och spricksystem, men även av porer som finns i kalkstenen. Den totala

sammanhängande och effektiva porositeten är helt avgörande för hur stora mängder grundvatten som kan transporteras i akviferen och var, geografiskt sett, dessa mängder vatten kan utvinnas.

2.4.1 Nederbörd, avdunstning och ytavrinning

Att uppskatta den mängd nederbörd som kan bilda nytt grundvatten är mycket komplex. Nederbörden kan bestämmas genom kontinuerliga avläsningar i bestämda mätpunkter, medan avdunstningen och avrinningen är svårare att bestämma noggrant. Avdunstningens storlek beror på flera faktorer som till exempel vegetationstyp, närhet till kustområde samt temperatur- och vindförhållanden. Årsmedelnederbörden inom Malmöområdet kan med ungefärliga mått sättas till 600-700 mm per år (Bergström, 1993). Omfattande registreringar av nederbörden i Sverige har genomförts av bl.a. SMHI, se figur 2.4.

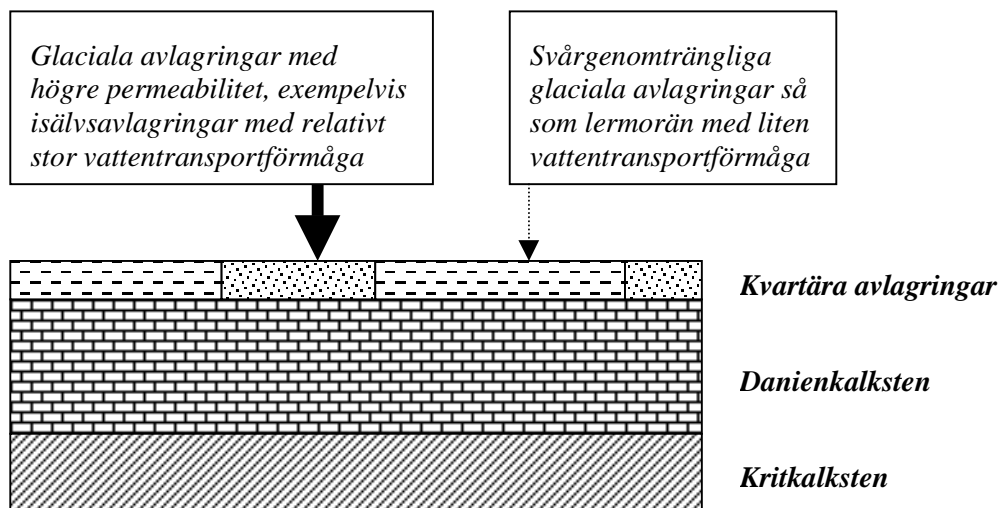


Figur 2.4. Årlig avrinning, avdunstning och nederbörd för perioden 1931-1960 uttryckt i mm/år (ur Bergström, 1993)

Avdunstningen inom Malmöområdet kan uppskattas till knappt 500 mm/år. Detta betyder att 100 till 200 mm/år kan räknas till ytavrinning och grundvattenbildning.

2.4.2 Grundvattenbildning

Kalkstensakviferen bildar med få undantag ett slutet till halvslutet grundvattenmagasin då stora delar av området täcks av svårgenomtränglig lermorän. Det svagt genomträngliga material som överlagrar kalkstensakviferen styr därmed till stor del utseende och storlek av nybildningen till detta grundvattenmagasin. Variationer av de kvartära avlagringarnas mäktighet och vattengenomsläpplighet ger olika mått på infiltrationens storlek beroende på vilken del av akviferen som studeras. I figur 2.5 illustreras principerna för hur denna typ av akviferer fungerar.



Figur 2.5 Principskiss över hur nybildningen av grundvatten till kalkstensakviferen i Malmöområdet fungerar.

I modellområdets sydöstra delar kring Oxie finns större glaciala avlagringar med sten, grus och sand. Dessa områden ger mycket goda förutsättningar för nederbörden att infiltrera och vidare transporteras till de slutna delarna av kalkstensakviferen. Stora isälvsavlagringar i området mellan Arrie och Oxie kan delvis antas stå i direkt kontakt med kalkstensberggrunden (Ringberg, 1980). Över de stora jordbruksarealerna är infiltrationen liten och sker till största delen där moränlagret är tunt.

En förutsättning för att vatten skall kunna tränga ned till kalkstensakviferen är att grundvattenytan i de övre kvartära avlagringarna ligger högre belägen än den underliggande kalkstensakviferens trycknivå. Detta är det vanligaste fallet inom området. Det omvända förhållandet skulle innebära att grundvatten från kalkstensakviferen avgetts till de ovanpåliggande avlagringarna. Detta fenomen uppträder i vissa delar av Malmöområdet, främst i kustnära områden och i området nära Sege å (Håkansson, 1999), i så kallade utströmningsområden.

I de grundvattenmodeller som tidigare genomförts över området finns givna värden på årlig infiltration till kalkstensakviferen mellan 10 och 200 mm/år, vilket tydligt visar osäkerheterna vid uppskattningen av grundvattenbildningen i kalkstensakviferen (Diskussion Rambøll, 1999).

Malmö stad utgör en stor del av undersökningsområdet och innehåller till stora delar hårdgjorda ytor. Detta medför att vatten som normalt skulle infiltrera i huvudsak kommer att ledas bort i dagvattenssystemet. Mängden vatten som kan tillgodoräknas grundvattennybildningen kommer därför att bli låg inom denna del av området, cirka 5 mm/år.

Inom undersökningsområdet utbreder sig stora jordbruksarealer. Jordarterna består till största delarna av lerig morän och lerig sandig morän. Infiltrationen i dessa delar kan approximativt sättas till 30 mm/år.

Vid kusten är oftast gradienten i kalkstensakviferen uppåtriktad. Detta medför att någon infiltration inte är aktuell. I stället kommer kustnära områden att verka som ett utströmningsområde. Områden kring Sege å i de östliga delarna uppvisar samma tendens som de kustnära områdena genom att vatten lämnar kalkstensakviferen. I de kustnära områdena kan den omvända infiltrationen sättas till -10 mm/år, och till -60 mm/år i området kring Sege å.

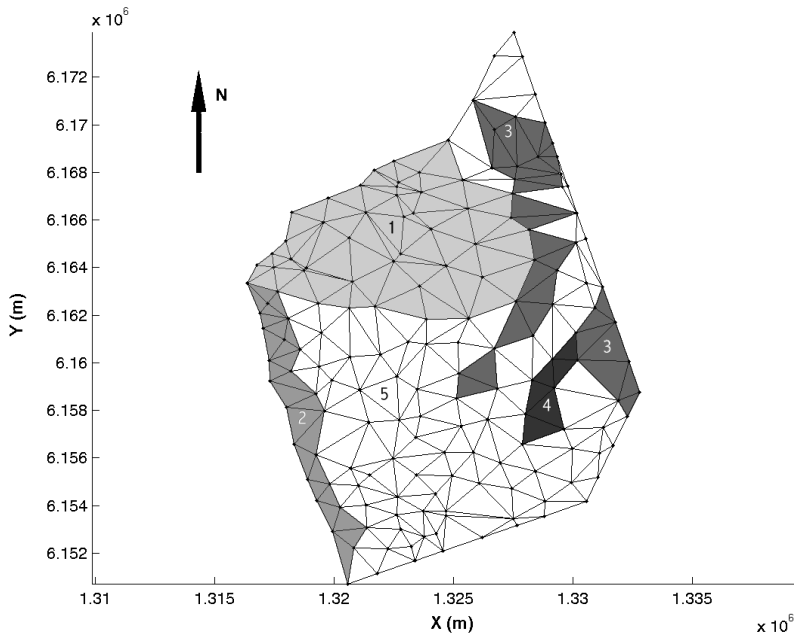
I närheten av Oxie finns glaciala avlagringar som har mycket hög permeabilitet. I dessa områden uppskattas infiltrationens storlek till mellan 60 och 100 mm/år (Håkansson, 1999).

I tabell 2.1 redovisas de infiltrationsmängder som uppskattats inom de ovan beskrivna områdena av Håkansson (1999).

Zon	Förklaring	Infiltration (mm/år)
1	Malmö stad, hårdgjorda ytor	5
2	Kustnära områden, utströmningsområde	-10
3	Sege å, utströmningsområde	-60
4	Glaciala avlagringar, hög permeabilitet	60
5	Jordbruksmark, lermorän, sandig lerig morän	30

Tabell 2.1 Infiltrationsmängder. Värdena tagna ur Håkansson (1999).

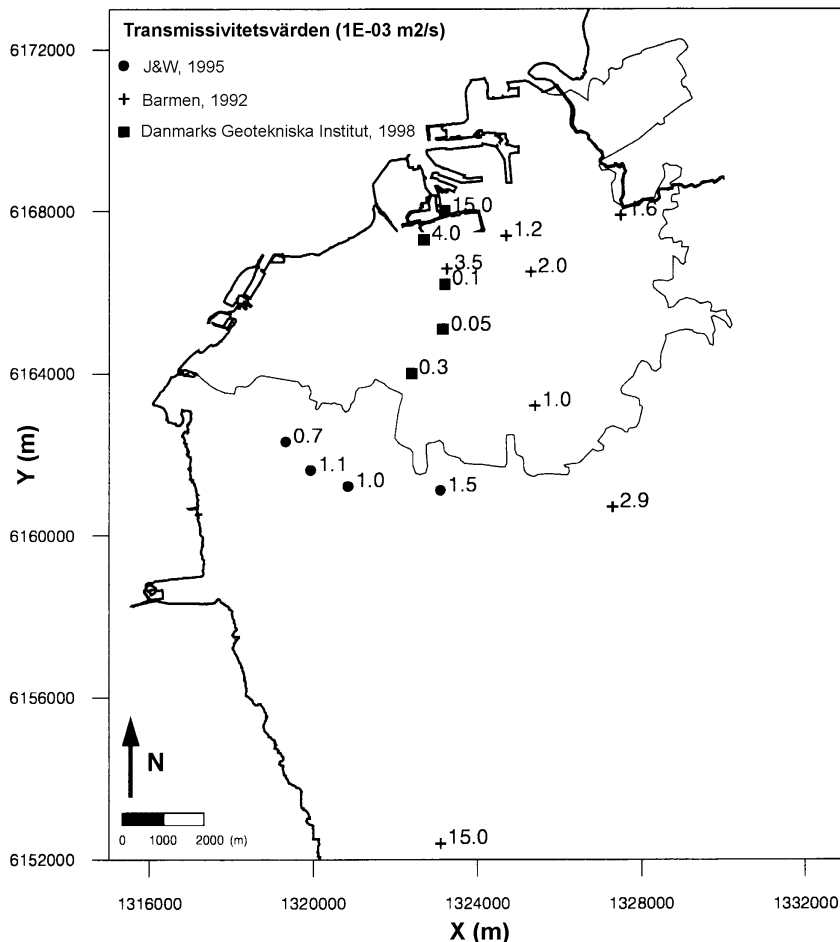
Figur 2.6 visar lokaliseringen av de fem olika infiltrationsområdena som beskrivits ovan.



Figur 2.6. Infiltrationsområdenas utbredning. Numrering enligt tabell 2.1

2.4.3 Hydrauliska egenskaper

Inom området har flera större undersökningar utförts för att bestämma hur transmissiviteten varierar i kalkstensakviferen. Med tanke på att både större och mindre sprick- och förkastningszoner finns inom området, erhålls olika värden på transmissiviteten i olika punkter. Transmissivitetsvärden har beräknats efter propumpningar av J&W Bygg och Anläggning (1995) och äldre uppgifter som sammanställts av Barmen (1992). Det finns även transmissivitetsvärden baserade på flödesloggning utförda av Damarks Geotekniska Institut (1998). Figur 2.7 visar transmissivitetsvärden för akviferen i Danienkalkstenen.



Figur 2.7. Transmissivitetsvärden för akviferen i Danienkalkstenen ($10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$) (efter Håkansson, 1999).

Undersökningar som gjorts runt Limhamns kalkbrott visar att transmissiviteten i detta område är låg. Avsänkningen i brottet är ungefär -60 m.ö.h, men någon avsänkning i observationsbrunnar på avstånd större än 1500 meter från brottet kan ej utläsas. Detta betyder att grundvattenytans gradient i det berörda området är stor, vilket i sin tur medför att vattentransportförmågan i denna del av kalkstensakviferen är låg (Gustafsson, 1972).

Inom området finns olika sprick- och förkastningszoner. Värdet på transmissiviteten inom dessa zoner är helt olika de värde på transmissiviteten som fås utanför zonerna vid mätning. Detta gör att man inom sprick- och förkastningszoner kan förvänta sig mindre fluktuationer av grundvattenytan i förhållande till de delar av området som endast är uppsprucket i normal mening.

2.4.4 Grundvattenuttag

I området sker uttag av grundvatten i olika former. Dels utvinns grundvatten ur de ytligt liggande akviferer som återfinns i de kvartära avlagringarna, dels ur kalkstensakviferen. Uttagen i de ytliga akvifererna är begränsade av att vattentillgången i de kvartära avlagringarna är liten. Dessa akviferer räcker oftast endast till att förse enskilda hushåll och mindre gårdar med vatten. För att kunna täcka behoven av större grundvattenuttag krävs att den underliggande kalkstensakviferen utnyttjas. Bergbrunnar med uttagskapaciteter om 5 till 20 l/s är ej ovanliga inom Malmöområdet (Gustafsson 1972 och 1978). Ett av de största grundvattenuttagen i akviferen görs i Limhamns kalkbrott. Uttaget under produktionsåren var i storleksordningen 50 l/s vilket omräknat blir cirka 1,6 Mm³/år (Gustafsson, 1972). Idag används inte kalkbrottet för produktion, men grundvattenytan hålls nere för att hålla brottet torrt. Uttaget på grund av torrhålningen varierar mellan 1-1,5 Mm³/år (Holmberg i Håkansson, 1999).

Vellinge kommun i sydvästra delen av undersökningsområdet baserar i huvudsak sin färskvattenförsörjning på grundvattenuttag ur bland annat sex stycken brunnar i och omkring Vellinge tätort. Det totala uttaget ur brunnarna är cirka 32 l/s vilket medför ett totalt uttag om 1,0 Mm³/år (Söderlindh i Håkansson, 1999).

Andra former av uttag som kan beröra undersökningsområdet är till exempel mindre hushåll och industrier som använder kalkstensmagasinet till lagring och utvinning av värme och kyla. Grundvattennivån kan anses variera lokalt, men då vattnet återförs till akviferen borde effekterna i regional skala vara små. De största anläggningarna för energilagring återfinns i centrala Malmö.

2.5 Konceptuell hydrogeologisk modell

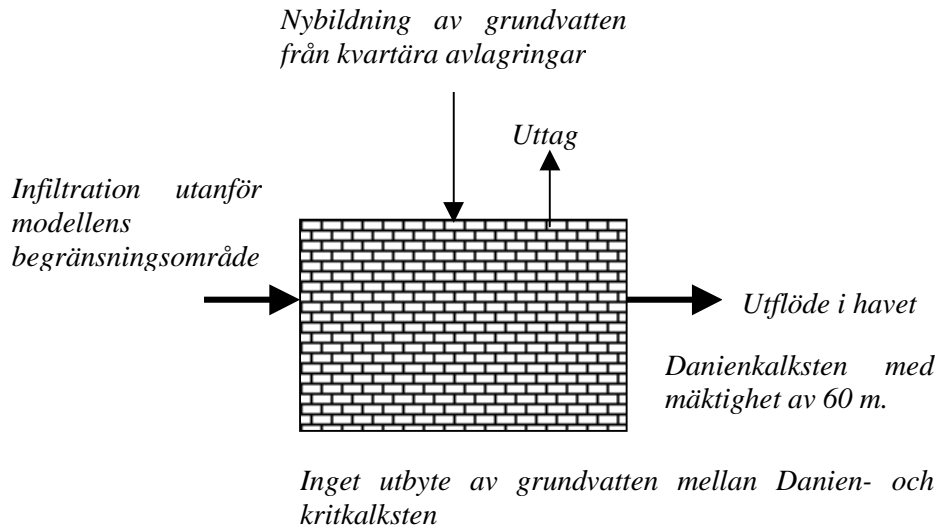
Den konceptuella modellen är en förenkling av verkligheten där hydrogeologiska beskrivningar och tolkningar vägs samman för att ge möjlighet att skapa en hanterbar beräkningsmodell.

Eftersom arbetet begränsats till användningen av en areellt tvådimensionell grundvattenmodell, ges endast möjlighet att beskriva kalkstensakviferen i ett skikt. I detta fall innebär det att Danienkalksten inte kan delas in i olika horisontella lager, vilket annars vore önskvärt eftersom kalkberget har olika uppsprickningsgrad beroende på vilket djup som studeras i akviferen. I modellen ansätts därför en mäktighet av 60 meter, vilket ungefär svarar mot Danienkalkstenens totala tjocklek. Vidare antas att mäktigheten av Danienkalkstenen över området är konstant. Denna valda approximation har tidigare använts vid grundvattenmodellering inom området av Håkansson (1999). Kalkberget överlagras till största delen inom området av ett relativt tätt lager lermorän. Detta betyder att akviferen i stort kan betraktas som ett slutet grundvattenmagasin.

Bedömningen av infiltrationens storlek är en viktig del av modelleringsarbetet. I ett första skede antas infiltrationen vara lika i akviferens alla delar. I ett senare skede

kommer hänsyn att tas till att infiltrationen ned till akviferen varierar beroende av vilket geologiskt material som överlagrar akviferen.

Övriga faktorer som kan påverka de hydrogeologiska förhållandena i kalkstensakviferen är storleken av grundvattenuttag. Inom området finns större punktuttag vilka tidigare har presenterats. Utöver dessa punktuttag sker mindre uttag i kalkstensakviferen för mindre lantbruk, hushåll och i samband med mindre värmepumpsanläggningar. Dessa uttag uppskattats till 10 mm/år (Håkansson, 1999), jämnt fördelat över området. Figur 2.8 visar den hydrogeologiska konceptuella modell som utarbetats.



Figur2.8. Illustration av den hydrogeologiska konceptuella modellen.

Kapitel 3 Beräkningsmetoder

3.1 Inledning

Tyngdpunkten i detta arbete har legat på att använda ett statistisk modelleringsförfarande för att på ett bättre sätt kunna karakterisera en heterogen akvifers strömningsegenskaper. Under de senaste årtiondena har det skrivits ett flertal artiklar som handlar om olika stokastiska grundvattenmodeller. Allmänt för dessa modeller är att de bygger på komplicerade teorier som inte nått ut till praktiserande ingenjörer i någon större omfattning.

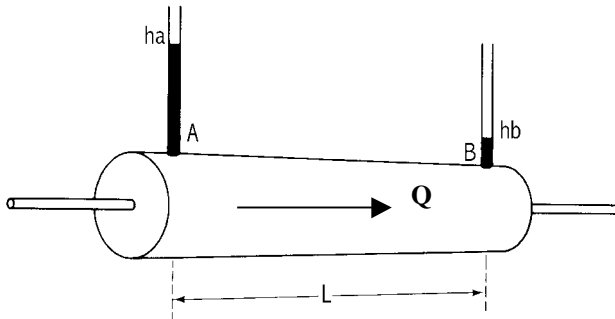
I grundvattensammanhang används ofta benämningen transmissivitet för att beskriva en akvifers vattenledande förmåga. På grund av de beräkningsfunktioner som finns tillgängliga i CALFEM används här istället den hydrauliska konduktiviteten. Definitionen av transmissivitet är $T = K \cdot b$, där K är akviferens hydrauliska konduktivitet (meter/sekund) och b är akviferens mäktighet (meter). För att undvika förväxlingar med beteckningarna i FE-formuleringen i detta kapitel, kommer i fortsättningen den hydrauliska konduktiviteten att benämnas k och akviferens mäktighet t .

Nedan beskrivs teorin bakom de numeriska lösningsmetoder som använts för att lösa de differentialekvationer som beskriver grundvattenströmningsproblemet.

3.2 Fysikalisk modell

Det fysikaliska samband som ligger bakom den matematiska formuleringen av grundvattenströmning är Darcy's lag från 1856. Sambandet är empiriskt och bygger egentligen på hur en fluid strömmar genom ett homogent, isotropt och poröst medium. Exempel på jordarter som kan uppfylla dessa kriterier är sand, grus och lera. I kalksten utgörs porositeten av både sprickor och porer. Akviferen är då en så kallad por- sprick akvifer till skillnad från de renodlade porakviferer Darcy utgått ifrån då sambandet formulerades. Detta innebär att den hydrauliska konduktivitet som karakteriserar kalkstensakviferen är en skenbar hydraulisk konduktivitet. I det regionala perspektivet (mil) kan den skenbara konduktiviteten jämföras med ett medelvärde av de olika konduktiviteterna i området. I lokal skala (100 m) kan man ej bortse ifrån sprickornas riktning och utbredning, varför en noggrannare modellering av området måste genomföras i denna skala. Man måste då dela in området i mindre delområden med hög konduktivitet (sprickzoner) och i områden med mycket låg konduktivitet (icke uppsprucket berg) för att få en bra beskrivning över hur vattenströmningen i akviferen sker med riktning och storlek.

För att underlätta förståelsen för de fysikaliska egenskaper som beskriver grundvattenströmningsproblemet, genomförs nedanstående härledningar endast för endimensionell strömning. Härledningen av det tvådimensionella problemet utförs på liknande sätt. I figur 3.1 illustreras principen för Darcy's experiment.



Figur 3.1. Principskiss över Darcy's experiment (efter Fetter, 1994)

Darcy's lag för en fluids strömning genom ett poröst medium formuleras enligt (Fetter, 1994)

$$Q = -k \cdot A \cdot \left(\frac{h_b - h_a}{L} \right) \quad (3.1)$$

där Q = flödet genom det porösa mediet (m^3/s)
 k = proportionalitetskonstant (hydraulisk konduktivitet (m/s))
 A = genomströmningsarea (m^2)
 $(h_b - h_a)/L$ = hydraulisk gradient (dimensionslös)

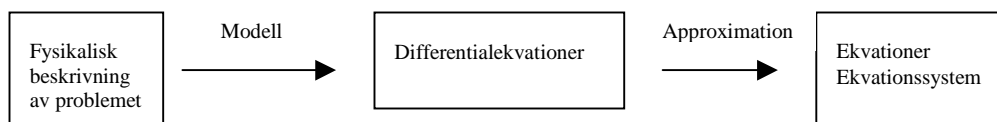
Om dimensionerna krymps så att uppställningen utförs i infinitesimal skala så får ekvation (3.1) det mer generella uttrycket

$$Q = -k \cdot A \cdot \left(\frac{dh}{dL} \right) \quad (3.2)$$

vilket är den differentialekvation som beskriver endimensionell grundvattenströmning.

3.3 Numerisk lösningsmetod

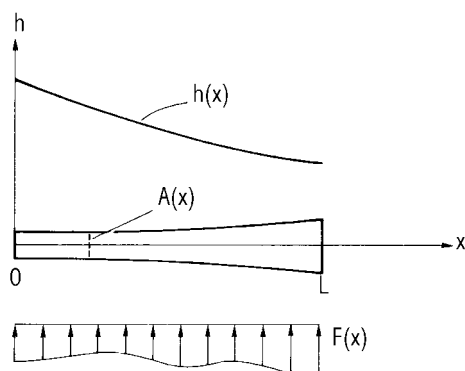
Nedanstående härledning utgår från det empiriska sambandet Darcy's lag och mynnar ut i en differentialekvation som löses numeriskt. Lösningsförfarandet sker med Finita Element Metoden. Principen för FEM är att ju mindre element som används, desto närmre den exakta analytiska lösningen kommer man. Finita element metoden är en numerisk lösningsmetod som används för att approximativt lösa differentialekvationer. Modelleringsförfarandet illustreras i figur 3.2.



Figur 3.2. Schematisk bild över olika lösningssteg vid utnyttjande av Finita element metoden (efter Ottosen och Petersson, 1992)

För att lösa ekvationssystemet krävs att randvillkor införs i modellen. Detta görs för att kunna hitta en entydig lösning till ekvationssystemet.

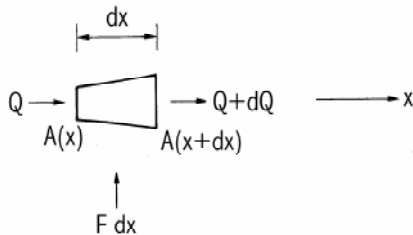
Ekvation (3.2) utgör grunden för FE-formuleringen av problemet, se till exempel (Ottosen och Petersson, 1992). Den starka FE-formuleringen härleds genom att studera hur vattenflödet genom ett element ser ut. Figur 3.3 illustrerar de storheter som definierar problemet.



Figur 3.3. Vattenflöde i en dimension genom ett element (efter Ottosen och Petersson, 1992)

Där h = grundvattenpotential mätt från given nivå (m)
 A = genomströmningsarea som funktion av x (m^2)
 L = elementets längd (m)
 F = jämnt utbredd last ($m^3/m \cdot s$)

Härledningen förutsätter stationära förhållanden, det vill säga att flödet in i elementet är det samma som flödet ut ur elementet i varje tidpunkt. Betrakta ett litet infinitesimalt element



Figur 3.4. Illustration av ett infinitesimalt element (efter Ottosen och Petersson, 1992)

Q betecknar inflödet av vatten i (m^3/s). Eftersom det totala inflödet in i elementet måste motsvara det totala utflödet ut ur elementet ger en jämviktsbetraktelse att

$$Q + F \cdot dx = Q + dQ \quad (3.3)$$

Q förkortas bort och dQ divideras med dx , vilket ger

$$F = \frac{dQ}{dx} \quad (3.4)$$

Sätt

$$Q(x) = A(x) \cdot q(x) \quad (3.5)$$

där $q(x)$ betecknar ett flöde per ytenhet ($\text{m}^3/\text{m}^2 \cdot \text{s}$) genom elementet.

Om ekvation (3.5) kombineras med ekvation (3.4) fås

$$F = \frac{d}{dx} \cdot (A \cdot q) \quad (3.6)$$

En omskrivning av ekvation (3.1) genom att arean stryks ger

$$q = -k \cdot \frac{dh}{dx} \quad (3.7)$$

Ekvation (3.7) kombinerad med ekvation (3.6) ger

$$F = \frac{d}{dx} \cdot \left(A \cdot \left(-k \cdot \frac{dh}{dx} \right) \right) \Rightarrow \frac{d}{dx} \cdot \left(A \cdot k \cdot \frac{dh}{dx} \right) + F = 0 \quad (3.8)$$

Om genomströmningsarean och den hydrauliska konduktiviteten kan anses vara konstant, omvandlas ekvation (3.8) till

$$A \cdot k \cdot \frac{d^2 h}{dx^2} + F = 0 \quad (3.9)$$

Vilket är den endimensionella differentialekvationen som beskriver vattenflödet i ett element.

För ett areellt tvådimensionellt element med konstant tjocklek (t) bestående av isotropt och homogent material blir motsvarande ekvation

$$t \cdot k \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + t \cdot k \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + t \cdot F = 0 \quad (3.10)$$

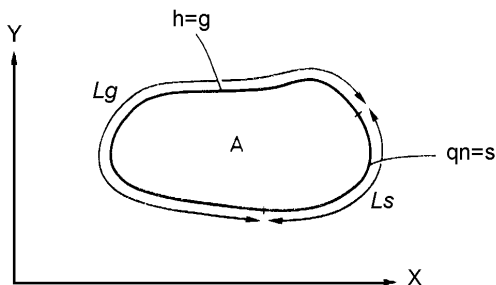
Den starka formuleringen av problemet blir således

$$\text{div}(t \cdot \mathbf{D} \cdot \nabla \mathbf{h}) + t \cdot F = 0 \quad (3.11)$$

med tillhörande randvillkor

$$\begin{aligned} q_n &= \mathbf{q}^T \mathbf{n} = s \text{ längs randen } L_s \\ h &= g \text{ längs randen } L_g \end{aligned}$$

gällande för ett givet område A , se figur 3.5.



Figur 3.5. Beskrivning av randvillkor och ränder

Med hjälp av Galerkins metod se (Ottosen och Petersson, 1992) kan flödesproblemets svaga form i två dimensioner formuleras enligt

$$\mathbf{K} = \int_A \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{B} \cdot t \cdot dA \quad (3.12a)$$

$$\mathbf{f}_b = - \int_{\ell_s} \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{s} \cdot t \cdot d\ell - \int_{\ell_g} \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{q}_n \cdot t \cdot d\ell \quad (3.12b)$$

$$\mathbf{f}_l = \int_A \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{F} \cdot t \cdot dA \quad (3.12c)$$

Ekvationssystemet kan således skrivas $\mathbf{K} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{f}_b + \mathbf{f}_l$

där: \mathbf{K} = systemets styvhetsmatris
 \mathbf{a} = systemets förskjutningsvektor (m)
 \mathbf{f}_b = randvektor med reaktionskrafter (m^3/s)
 \mathbf{f}_l = lastvektor (m^3/s)

I denna analys används ett triangulärt element för vilket integralerna ej behöver lösas numeriskt, utan kan lösas exakt. En vidare utveckling av ekvation (3.12) och införandet av en linjär approximation medför att den svaga FE-formen för elementet kan skrivas

$$\mathbf{K}^e \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{f}_b^e + \mathbf{f}_l^e \quad (3.13)$$

där

$$\mathbf{K}^e = (\mathbf{C}^{-1})^T \cdot \bar{\mathbf{B}}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \bar{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot t \cdot A$$

$$\mathbf{f}_l^e = \frac{\mathbf{F} \cdot A \cdot t}{3} \cdot [1 \quad 1 \quad 1]^T$$

$$\bar{\mathbf{B}}^e = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}^e = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix}$$

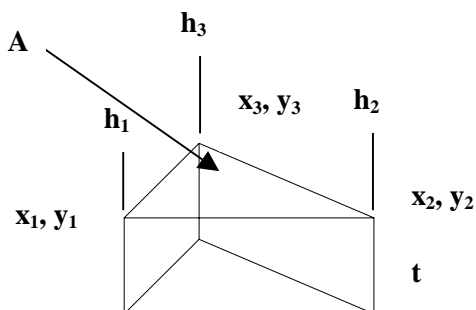
$$\mathbf{C}^e = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}^e = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}$$

Elementets area beräknas som

$$A^e = \frac{1}{2} \cdot \det(\mathbf{C}^e) \quad (3.14)$$

Beteckningar i ekvation (3.13) och (3.14) enligt (CALFEM, 1999).



Figur 3.6. Figur visande element med tre nodpunkter och höjder samt tjocklek.

3.4 Stokastisk FEM (SFEM)

Variationerna i egenskaperna hos det som är skapat i och av naturen kan oftast beskrivas med ett stokastiskt angreppssätt. Ett vardagligt exempel på till synes slumpmässig och oregelbunden variation är längden hos en mängd träd i en skog, eller människors hår- respektive ögonfärg. I tekniska sammanhang gäller det till exempel E-modulen hos ett trästycke eller hos ett stycke metall. Hur spridningen ser ut för värdet på E-modulen hos trä eller stål kan relativt enkelt tas fram genom försök i laboratorium. Genom testning av till exempel 100 stål- eller trärelement kan väntevärde och standardavvikelse bestämmas för E-modulen.

I denna undersökning är den stokastiska variabeln den hydrauliska konduktiviteten, vars väntevärde och varians ej kan bestämmas i laboratorium för denna regionala skala. Hur väntevärdet, $\mu[k]$, och variansen, $V[k]$, uppskattas redovisas i detalj i kapitel 4, medan den statistiska modell som använts beskrivs i 3.4.1 och 3.4.2.

3.4.1 Stokastiska fält

Det stokastiska fältet beskriver den hydrauliska konduktiviteten i ett givet område som funktion av koordinaterna. Det stokastiska fältet består av väntevärde och standardavvikelse för den hydrauliska konduktiviteten samt av korrelationen mellan alla punkter i området. Den fördelning som använts i denna metod är lognormalfördelningen eftersom negativa värden på den hydrauliska konduktiviteten ej är rimliga. Lognormalfördelningen är nedåt begränsad mot noll och uppåt obegränsad. Nedanstående redogörelse följer i stora drag Olsson (1999).

Det stokastiska fältet av den hydrauliska konduktiviteten kan beskrivas som

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \mu(\mathbf{x}) + a(\mathbf{x}) \quad (3.15)$$

där $\mu(\mathbf{x})$ = väntevärdet, $a(\mathbf{x})$ beskriver en slumpmässig avvikelse med $\mu[a(\mathbf{x})] = 0$ och \mathbf{x} är en koordinatvektor i planet, $\mathbf{x} = (x, y)$.

Kovariansen för detta stokastiska fält definieras som

$$C_{aa}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \mu[a(\mathbf{x}_i) \cdot a(\mathbf{x}_j)] \quad (3.16)$$

\mathbf{x}_i och \mathbf{x}_j anger koordinaterna för två punkter i fältet. Om variationen hos konduktiviteten är homogen, det vill säga standardavvikelsen är oberoende av positionen, beror kovariansen mellan två punkter bara på avstånd och riktning. Ekvation (3.16) förenklas då till

$$C_{aa}(\xi, \sigma) = \sigma^2 \cdot \rho_{aa}(\xi) \quad (3.17)$$

där $\xi = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$ och $\rho_{aa}(\xi)$ är en korrelationsfunktion med $\rho_{aa}(0) = 1$ och σ betecknar standardavvikelsen för den hydrauliska konduktiviteten i fältet. Om det stokastiska fältet dessutom kan anses vara isotropt så försvinner riktningberoendet, varför kovariansfunktionen får utseendet

$$C_{aa}(\xi, \sigma) = \sigma^2 \cdot \rho_{aa}(|\xi|) \quad (3.18)$$

Kovariansen mellan två punkter, i och j , definieras då som

$$C_{ij} = \sigma^2 \cdot \rho_{aa}(|\xi_{ij}|) \quad (3.19)$$

där ξ_{ij} är avståndet mellan de båda punkterna.

3.4.2 Monte Carlo-metoden

Det första momentet i Monte Carlo-metoden går ut på att generera N slumpetal för varje variabel. Här är antalet stokastiska variabler exakt detsamma som antalet element i den numeriska beräkningsmodellen, K stycken. Slumptalen genereras från en normalfördelning med väntevärde noll och standardavvikelse ett och sparas i en matris \mathbf{R} av storleken $N \times K$.

Kovariansmatrisen, \mathbf{C} , Cholesky-faktoriseras så att

$$\mathbf{L}\mathbf{L}^T = \mathbf{C} \quad (3.20)$$

\mathbf{L} är en triangulär matris innehållande nollor i övre delen. Då kovariansmatrisen kombineras med \mathbf{R} , erhålls resultatet

$$\mathbf{U} = \mathbf{R}\mathbf{L}^T \quad (3.21)$$

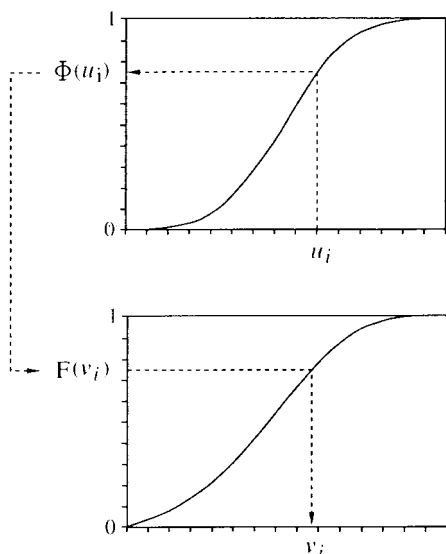
\mathbf{U} är en $N \times K$ matris innehållande normalfördelade slumpstal med väntevärdet lika med noll och standardavvikelse lika med ett, precis som \mathbf{R} , men med korrelation enligt kovariansmatrisen.

Om den parameter som studerats kunde anses vara normalfördelad, så hade ekvation (3.21) varit den slutliga beskrivningen av problemet med Monte Carlo-metoden. Eftersom den hydrauliska konduktiviteten istället anses vara lognormalfördelad, för att undvika negativa konduktiviteter, transformeras ekvation (3.21) enligt

$$\mathbf{V} = F^{-1}(\phi(\mathbf{u})) \quad (3.22)$$

där ϕ är normalfördelningens fördelningsfunktion och F^{-1} är den inversa fördelningsfunktionen för lognormalfördelningen.

Transformationen beskrivs principiellt av figur 3.7.



Figur 3.7. Transformation från normalfördelning, $\phi(u)$, till icke normalfördelning, $F(v)$ (ur Olsson, 1999)

Indatamatrixen för konduktiviteten beräknad enligt ekvation (3.22) är resultatet av genereringen av N st konduktivitetfält med hänsyn tagen till isotropi, homogenitet och korrelation. Varje rad i \mathbf{V} innehåller indata till en beräkning för akviferen och varje kolonn i \mathbf{V} innehåller indata för ett element i modellen.

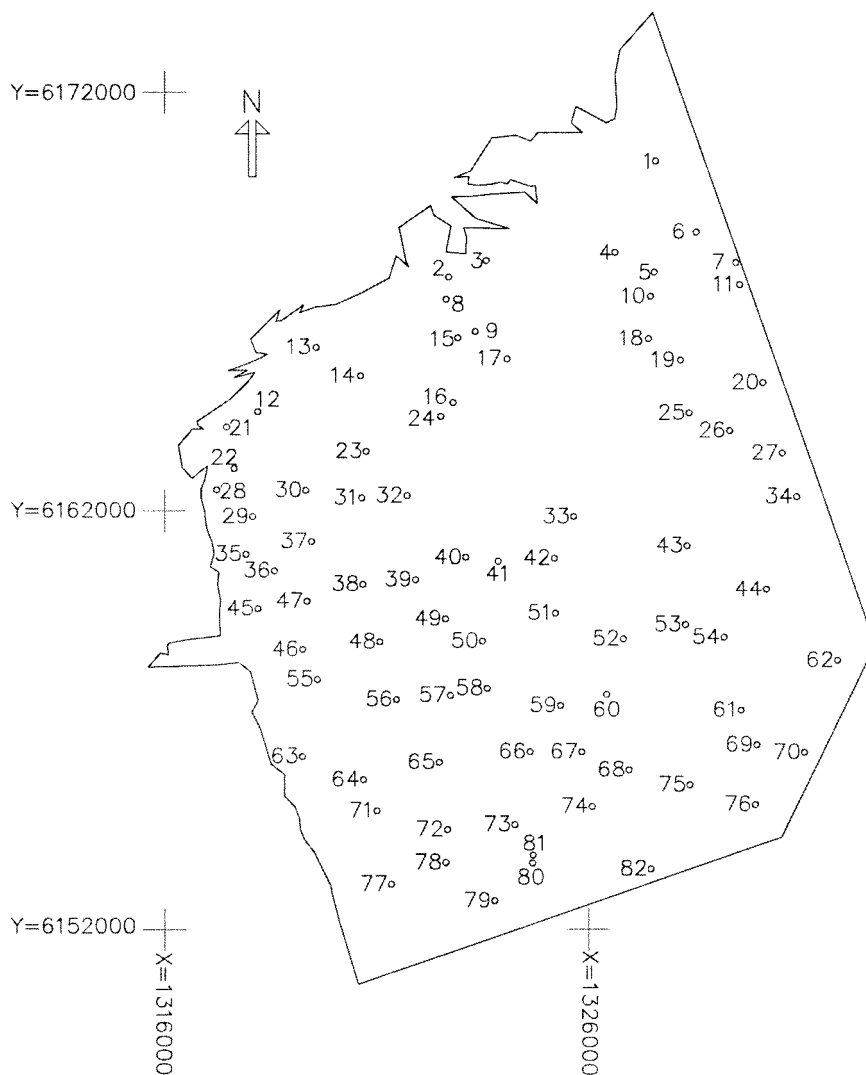
Kapitel 4 Modellerings- och beräkningsarbete

I detta kapitel beskrivs tillvägagångssättet vid modelleringsarbetet för att karakterisera det stokastiska fältet som beskriver akviferens hydrauliska egenskaper. Alla beräkningar har utförts i MATLAB med tillhörande funktioner i CALFEM. De metoder som använts för att bestämma väntevärdena och standardavvikelsen för akviferens hydrauliska konduktivitet samt korrelationen mellan elementen i FE-modellen har utvecklats under arbetets gång.

4.1 Strukturmodell

4.1.1 Geometri

I detta arbete undersöks samma område som behandlats av Håkansson (1999). Inom modellens yttre avgränsningslinjer finns 82 st brunnar som under maj månad 1998 användes för att registrera grundvattenpotentialen (meter över havet). Brunnarnas placering framgår av figur 4.1. Observationsbrunnarna är jämnt fördelade över området med reservation för nordöstra delarna av Malmö, där brunnar med mätvärden återfinns i något glesare omfattning.



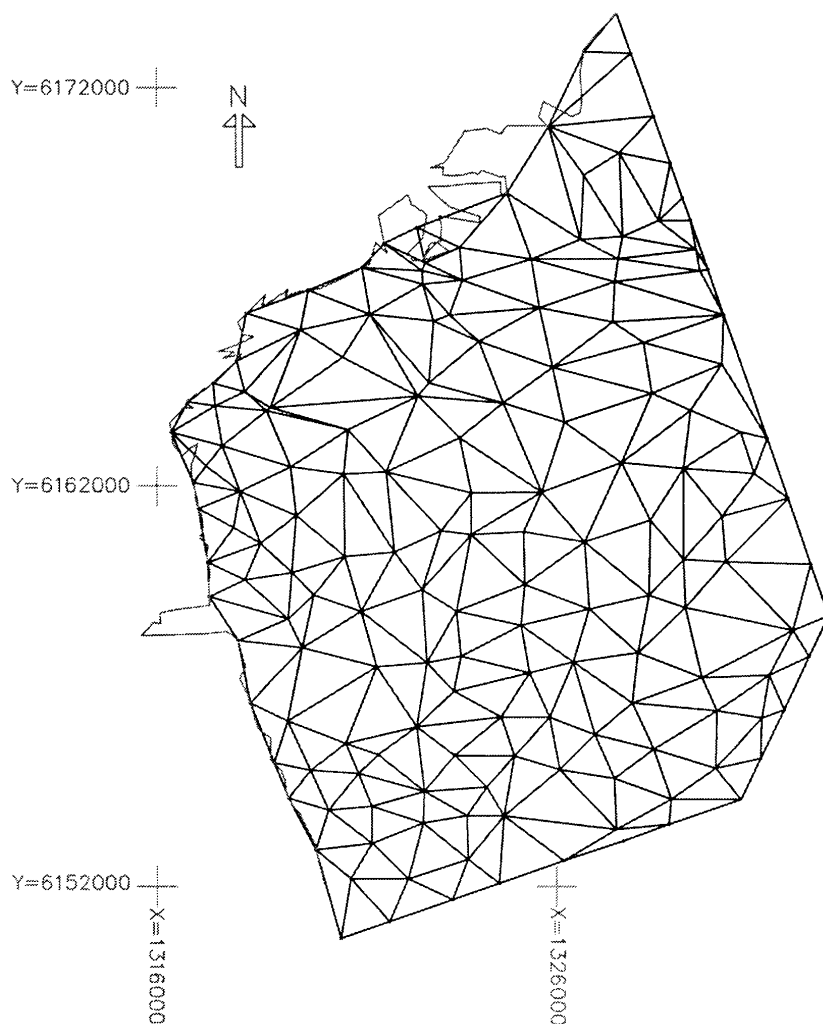
Figur 4.1. Observationsbrunnarnas placering (skala i meter).

Kustlinjens läge har uppritats med hjälp av koordinater som erhållits av Håkansson (1999). De koordinater som använts är givna i rikets koordinatsystem RT 90 2,5^g V. Övriga begränsningslinjer har låsts med bestämda koordinater i ändpunkterna av räta linjer. Hur dessa begränsningslinjer tagits fram förklaras tydligare i kapitlet om randvillkor.

Vid elementindelningen har områdets kustlinje approximerats med räta linjer. Approximationen av kustlinjen är grov, men med tanke på områdets storlek anses detta vara ett rimligt antagande. Modellens grovhet leder till att hamnområdet i Malmö ej kunnat modelleras med någon större noggrannhet.

I områdets södra del i närheten av randen finns 6 st brunnar lokaliserade (ej redovisade i figur). Dessa brunnar används av Vellinge kommun för uttag av grundvatten. De sex brunnarna har approximerats med 3 st nodpunkter för att underlätta utformningen av elementnätet.

Utöver de givna brunnarna har fiktiva "brunnar" (nodpunkter) tillförts modellen för att kunna ge elementnätet en bättre utformning. På så sätt har skeva element kunnat undvikas i så stor utsträckning som möjligt. Det finns dock inom området vissa brunnar som är placerade på ett sådant sätt att skeva element ej kunnat undvikas. Elementnätets utformning redovisas i figur 4.2.



Figur 4.2. Området indelat i element utifrån givna observationsbrunnar (skala i meter).

4.1.2 Material

Eftersom frekvensen hos sprickorna och deras riktningar ej är kända för kalkstensakviferen är deras egenskaper svåra att bestämma. I lokal skala är sprickriktningar och antalet sprickor av stor betydelse för grundvattenströmningen i berget. I denna skala måste berget således betraktas som anisotropt. Vid modellering i större regional skala kan man dock betrakta kalkberget som isotropt eller ortotropt.

Det statistiska modelleringsförfarandet medför att materialegenskaperna, det vill säga den hydrauliska konduktiviteten, kan framtas genom att slumpmässigt generera olika konduktivitetsfält utifrån det stokastiska fältet för den hydrauliska konduktiviteten. Antalet värden i konduktivitetsfältet är exakt detsamma som antalet element i beräkningsmodellen och varje konduktivitetsvärde tillhör ett specifikt element. Det betyder att materialmodellen till viss del tar hänsyn till den variation som finns inom kalkstensakviferen.

Kalkstensakviferen betraktas som isotrop och inhomogen. Akviferens inhomogenitet består av större eller mindre delområden med olika hydraulisk konduktivitet.

Då modellen är areellt tvådimensionell kan akviferens vertikala strömningsegenskaper ej beaktas.

4.1.3 Laster

I det aktuella modellområdet finns olika typer av laster som skall fördelas över den valda geometriska modellen. Lasterna utgörs av enskilda punktuttag i brunnar och av infiltration till och diffusa uttag från akviferen.

Ett stort enskilt uttag inom området utgörs av Vellinge kommuns uttag av dricksvatten. Detta uttag är så pass stort att ett utflöde diskret måste införas i tillhörande nodpunkter. Uttaget är $1.0 \text{ Mm}^3/\text{år}$ (Söderlindh i Håkansson, 1999) och är fördelat på 6 st brunnar. De 6 brunnarna har approximerats med 3 st uttagspunkter i modellen eftersom brunnarna ligger mycket nära varandra. Det totala flödet diskretiseras jämnt i de 3 noderna. Resulterande last i respektive nod är $-10,6 \text{ l/s}$.

Ett annat stort punktuttag inom området är länshållningen av Limhamns kalkbrott. I denna modell valdes att inte påföra lastmodellen detta uttag eftersom tidigare undersökningar har visat att områdespåverkan på grund av detta uttag är liten.

Punktuttag som ej är så stora som de ovan nämnda valdes att betraktas som ett diffust uttag över hela modelleringsområdet. Uttaget antas vara jämnt fördelat över hela området och uppskattas som tidigare nämnts till cirka $10 \text{ mm}/\text{år}$.

Kalkstensakviferen tillförs även en viss mängd vatten i form av nederbörd som infiltreras till magasinet. I den första modellen valdes att sätta infiltrationens storlek till en konstant utbredd last om $16 \text{ mm}/\text{år}$. Detta är ett medelvärde av olika

infiltrationsområden som Håkansson (1999) utnyttjat i sin modell. I modell två har valts att göra en noggrannare lastmodell som tar hänsyn till infiltrationens variation inom området. Modellen innehåller fem olika områden med skilda infiltrationsmängder, se kapitel 2.4.2 Grundvattenbildning.

4.1.4 Randvillkor

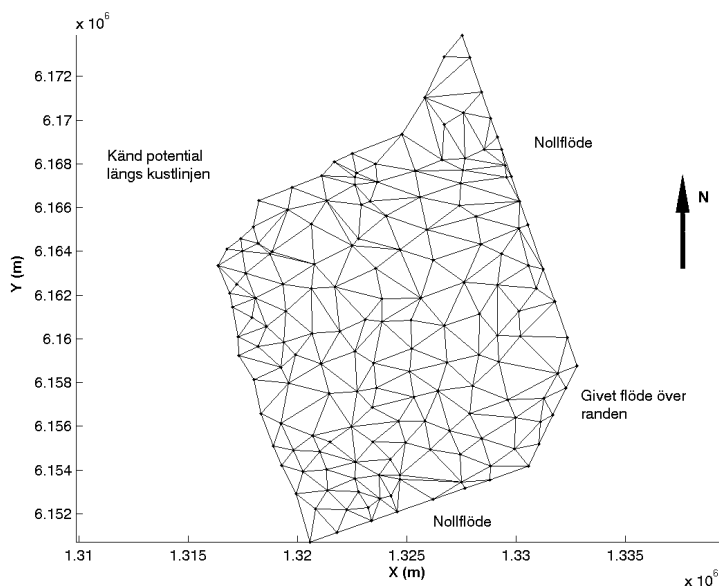
För att kunna lösa de differentialekvationer som bygger upp den matematiska formuleringen av problemet behövs randvillkor. Beroende på vilket fysikaliskt problem som skall lösas finns olika typer av randvillkor. I grundvattenströmningsproblemet kan randvillkoren utgöras av följande:

- Givet flöde över en del av randen eller över hela randen
- Given potential över en del av randen eller över hela randen

De randvillkor som använts i denna grundvattenmodell har upprättats av Håkansson (1999). I modellen kan tre randvillkor identifieras.

- 1) Längs kustlinjen är potentialen satt till 0
- 2) Längs områdets sydöstra rand föreskrivs flödet in i området
- 3) Längs övriga ränder (2 st) föreskrivs flödet vinkelrät ränderna till 0

Randvillkoren illustreras i figur 4.3.



Figur 4.3. Området och dess randvillkor

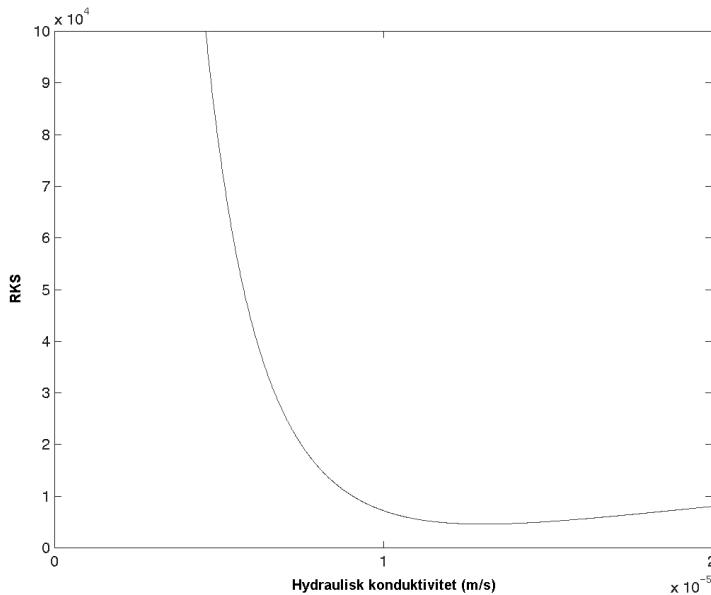
En vidare förklaring till det först nämnda randvillkoret torde ej behövas. Randvillkoret gällande ett givet flöde under punkt två bör förtydligas. Detta randvillkor grundar sig på en ganska enkel överslagsberäkning med Darcy's lag utförd av Håkansson (1999). Vid användandet av uppmätta grundvattennivåer och Darcy's lag kunde flödet över randen uppskattas till $1,14 \text{ Mm}^3/\text{år}$, vilket omräknat blir $0,036 \text{ m}^3/\text{s}$. Detta flöde har för hand lagts in i de nodpunkter som berörs med rätlinjig interpolering, baserat på randens längd.

Att flödet över de ränder som benämns under punkt tre kan sättas till noll, beror på det fysikaliska faktum att vattnet flödar vinkelrät mot de ekvipotentiallinjer som de uppmätta grundvattennivåerna bildar. Mätningarna i fält har alltså genomförts innan man bestämt sig för hur avgränsningen av området skall genomföras. Efter det att ekvipotentiallinjerna uppritats har man kunnat definiera en ungefärlig gräns för området över vilken inget utbyte av grundvatten antags ske.

4.2 Modellering med ett infiltrationsområde

4.2.1 Optimering med avseende på ett konduktivetsområde

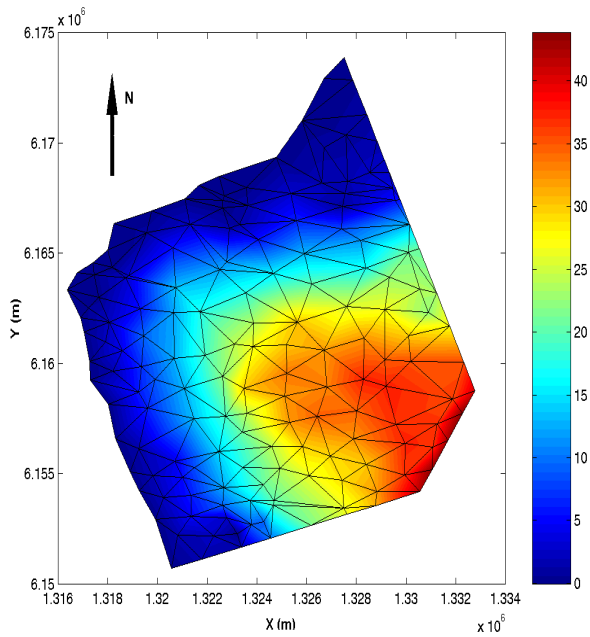
I denna första del av modelleringen sökes en hydraulisk konduktivitet som kan beskriva hela akviferens strömningsegenskaper. Akviferen får således samma hydrauliska egenskaper i alla punkter. Grundvattenytans nivå har uppmätts i 82 punkter liggande inom området. Genom att stega värdet på den hydrauliska konduktiviteten och beräkna residualkvadratsumman (RKS) för varje konduktivetsvärde fås ett värde på den konduktivitet som beskriver akviferens hydrauliska egenskaper på bästa sätt med hänsyn tagen till residualmålet. Steglängden var $1 \cdot 10^{-8}$. RKS beräknades i de 82 mätpunkterna som: $\sum r^2 = \sum (H_{\text{mätt}} - H_{\text{beräknad}})^2$. Figur 4.4 visar $\sum r^2$ som funktion av k . Med ledning av Håkansson (1999) kan värdet på den hydrauliska konduktiviteten förväntas ligga i intervallet $0,5 \cdot 10^{-5}$ m/s till $2 \cdot 10^{-5}$ m/s.



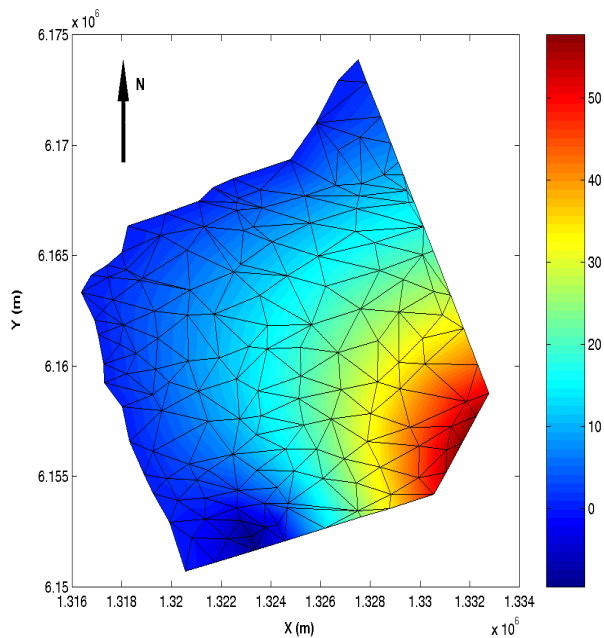
Figur 4.4. Residualkvadratsumman som funktion av hydraulisk konduktivitet

Den hydrauliska konduktivitet som ger minsta residualkvadratsumma anses vara den bästa approximationen av områdets hydrauliska konduktivitet som kan fås med ett enda konduktivetsområde. Resultatet blev $k_{\text{opt}} = 1.304 \cdot 10^{-5}$ m/s.

I figur 4.5 illustreras grundvattenytans läge baserad på de mätningar av nivåer i observationsbrunnar som gjorts inom området. Figur 4.6 visar hur grundvattenytan ställer sig i området då nivåerna beräknats med en optimal konduktivitet. Observera att färgskalan är olika i figureerna.



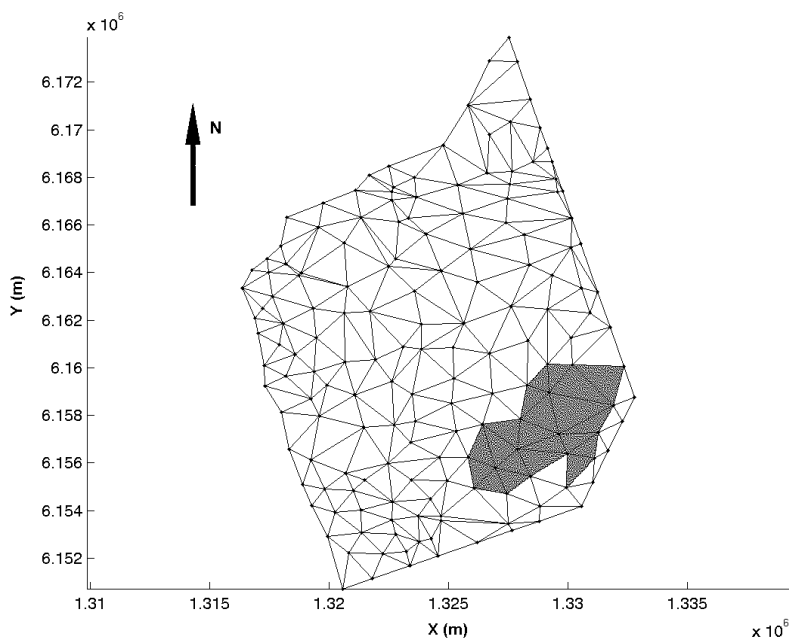
Figur 4.5. Uppmätta grundvattennivåer i maj 1998. Färgstapeln anger grundvattenpotentialen i meter över havet.



Figur 4.6. Beräknade grundvattennivåer med k_{opt} . Färgstapeln anger grundvattenpotentialen i meter över havet.

De negativa värdena på grundvattenpotentialen i figur 4.6 beror på Vellinge kommuns uttag av dricksvatten. Anledningen till att ingen avsänkning syns i figur 4.5 kan vara att dessa brunnar är belägna i en mycket starkt vattenförande zon i Danienkalkstenen vilken ej kan speglas i en beräkningsmodell med endast ett konduktivitetsområde.

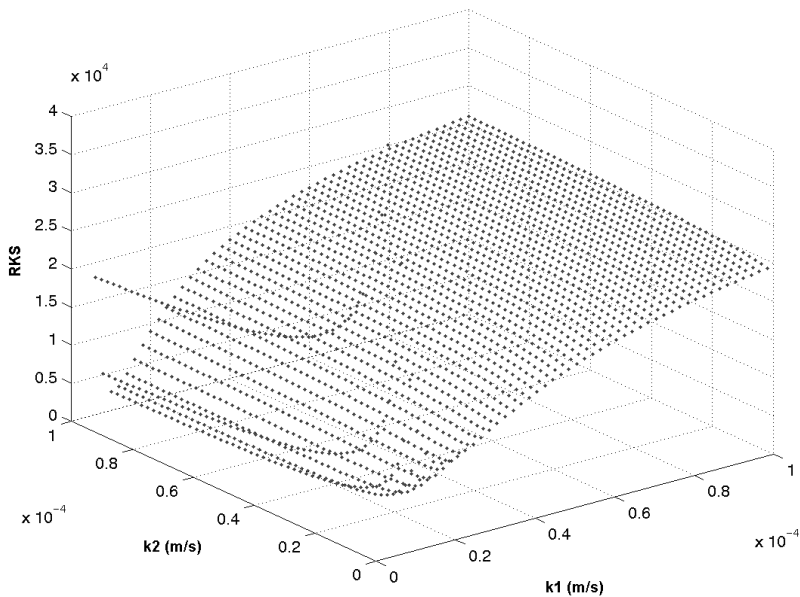
Residualkvadratsumman vid $k=1.304 \cdot 10^{-5}$ m/s blev 4596. I sydöstra delen av modellområdet kan man skönja flera angränsande element med stora residualflöden riktade åt samma håll. Detta tyder på att den hydrauliska konduktiviteten i detta delområde skiljer sig från den tidigare beräknade. Lokaliseringen av delområdet visas i figur 4.7. Residualflödena har beräknats som skillnaden mellan grundvattenflöde orsakat av verklig potential i området minus beräknat grundvattenflöde med k_{opt} .



Figur 4.7. Skrafferade element symboliserar ett område där en annan hydraulisk konduktivitet kan ansättas.

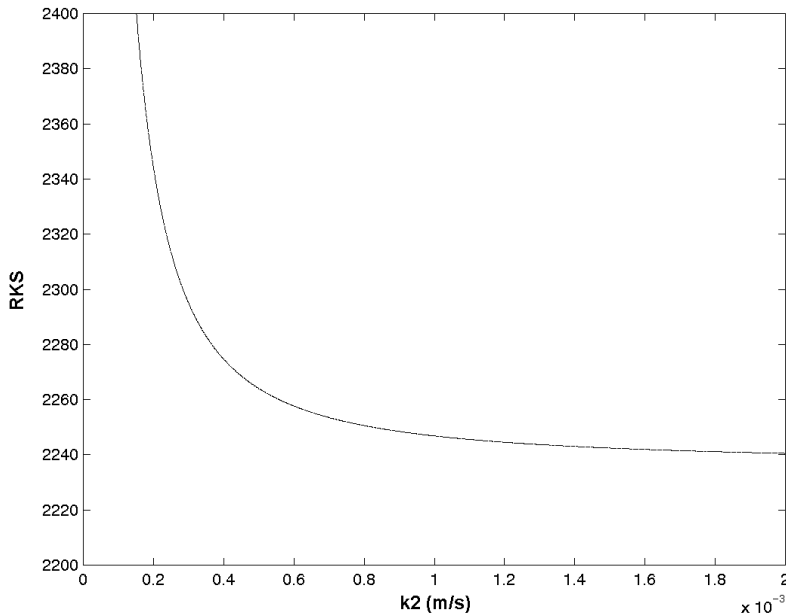
4.2.2 Optimering med avseende på två konduktivitetsområden

Genom att dela in akviferen i två konduktivitetzoner erhålls en minskning av RKS. Den metod som använts i kapitel 4.2.1 för att finna en optimal hydraulisk konduktivitet är även tillämpbar då två eller flera värden på de hydrauliska konduktiviteterna sökes. De båda värdena på konduktiviteten stegades från 0 till $1 \cdot 10^{-3}$ m/s i steg om $5 \cdot 10^{-7}$. RKS beräknades för alla de kombinationer av k_1 och k_2 som testades. Resultatet visas i figur 4.8.



Figur 4.8. Residualkvadratsumman ($\sum r^2$) som funktion av k_1 och k_2

Något gemensamt lokalt minimum för de båda konduktiviteterna gick ej att finna. Däremot fanns ett uttalat minimum för k_1 vid $k_1 = 1.0 \cdot 10^{-5}$ m/s. Figur 4.9 visar RKS som funktion av k_2 då k_1 hålls konstant, $k_1 = 1.0 \cdot 10^{-5}$ m/s. Konduktiviteten k_2 stegades i små steg ($2 \cdot 10^{-7}$ m/s).

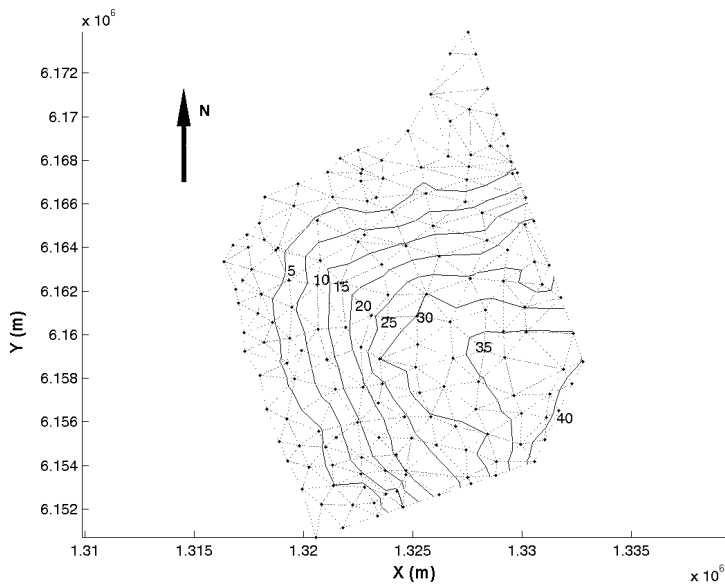


Figur 4.9 Residualkvadratsumman som funktion av k_2

Figur 4.9 visar ingen antydning till ett lokalt minimum för k_2 då $k_1 = 1,0 \cdot 10^{-5}$ m/s. Funktionen är avtagande ned till ett gränsvärde om cirka 2240. Det verkar som om k_2 kan sättas till ett godtyckligt, ganska högt, värde utan att residualen påverkas speciellt mycket. Det är därför rimligt att betrakta k_2 som en deterministisk parameter.

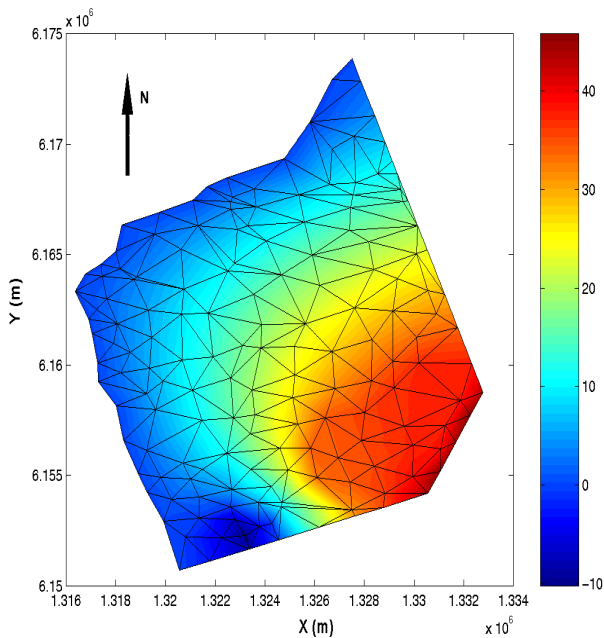
Tidigare studier av bland annat Håkansson (1999) och Barmen (1992) visar att värdet på den hydrauliska konduktiviteten i delområde två avviker från omgivningen. Att bestämma ett entydigt värde på k_2 är omöjligt med de antaganden som hittills gjorts. En trolig orsak till detta är att lastmodellen inte beskriver verkligheten på ett tillräckligt bra sätt. En uppskattning av den hydrauliska konduktiviteten i område två har dock gjorts med ledning av Håkansson (1999). I detta fall väljs att sätta k_2 till $2,0 \cdot 10^{-4}$ m/s, dvs. 20 ggr högre än den hydrauliska konduktiviteten i delområde ett. Detta medför att residualkvadratsumman i stort sett halveras jämfört med fallet med enbart ett konduktivetsområde och får värdet 2344.

Valet av en högre konduktivitet i delområde två kan motiveras med en enkel överslagsberäkning med Darcy's lag. De ekvipotentiallinjer som de uppmätta grundvattennivåerna bildar, ligger betydligt glesare i detta område vilket tyder på en högre konduktivitet, se figur 4.10.



Figur 4.10. Ekvipottentiallinjer för uppmätta grundvattennivåer i maj 1998 (meter över havet).

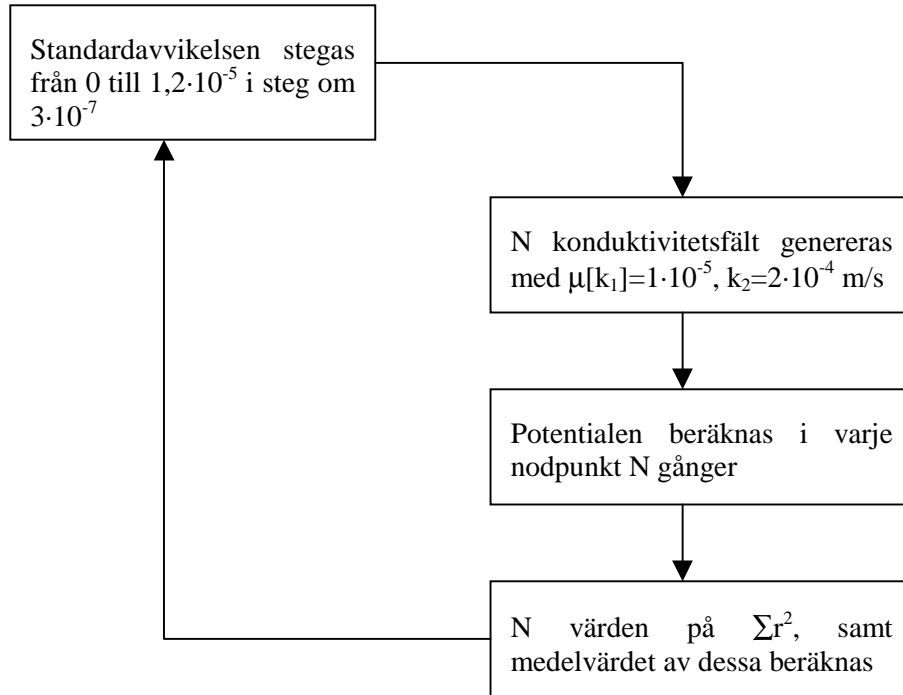
Figur 4.11 visar grundvattenpotentialerna i akviferen med de valda konduktivitetvärdena i området.



Figur 4.11 Grundvattenpotentialer med två konduktivetsområden. Stapeln anger potentialen i meter över havet.

4.2.3 Standardavvikelse

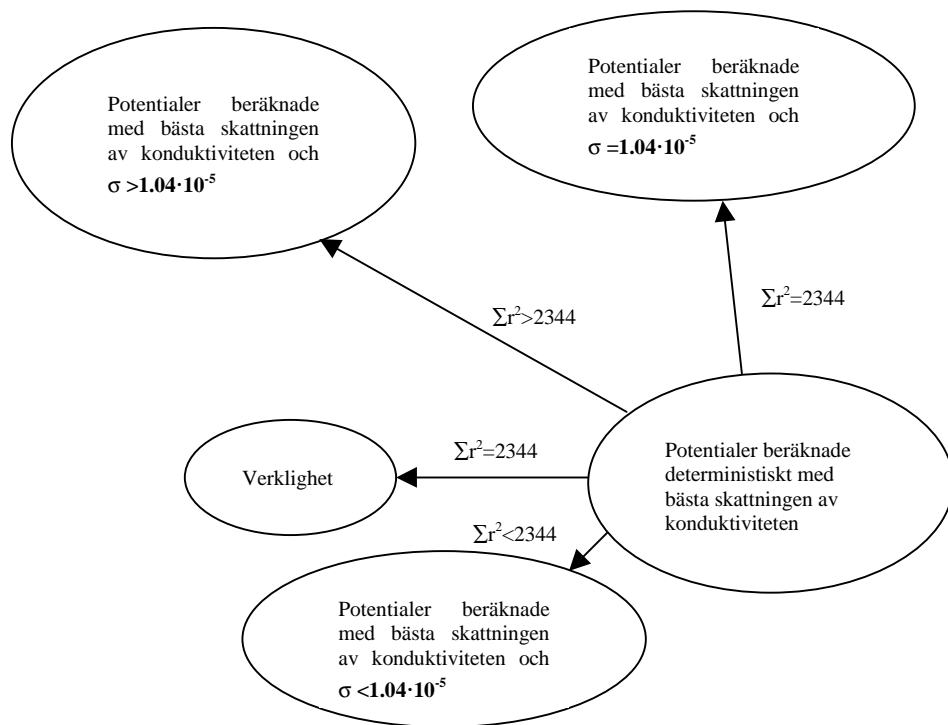
Nästa steg i analysen har varit att bestämma standardavvikelsen för den hydrauliska konduktiviteten i delområde ett. Beräkningsgången för att finna standardavvikelsen illustreras i figur 4.12. N har i beräkningarna satts till 1000.



Figur 4.12. Beräkningsschema för bestämning av standardavvikelsen

I detta fall beräknas RKS som $\Sigma r^2 = \Sigma (H_{\text{beräknad}} - H_{\text{kopt}})^2$, där H_{kopt} är potentialen i respektive nodpunkt beräknad deterministiskt med $k_1=1,0 \cdot 10^{-5}$ m/s och $k_2=2,0 \cdot 10^{-4}$ m/s. $H_{\text{beräknad}}$ är potentialerna i respektive nodpunkt beräknade med $\mu[k_1]=1,0 \cdot 10^{-5}$ m/s, $k_2=2,0 \cdot 10^{-4}$ m/s och en viss standardavvikelse (σ). Anledningen till att man ej längre använder de uppmätta värdena på grundvattenytans läge är att man för $\sigma = 0$ vill att även residualkvadratsumman skall vara lika med noll. Detta hade ej blivit fallet om man jämfört med de uppmätta nivåerna som använts i tidigare beräkningar.

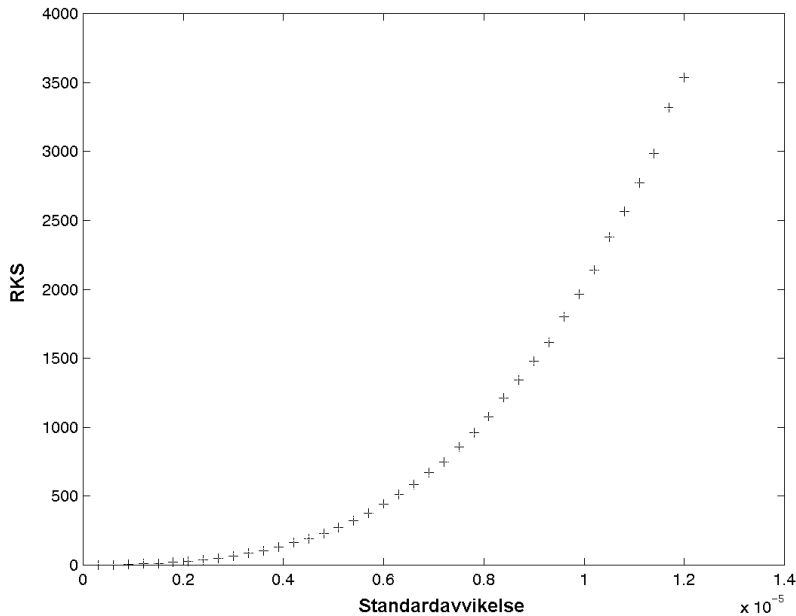
I figur 4.13 redovisas principen för hur värdet på standardavvikelsen väljs. Pilarnas längd i figuren motsvarar storleken på residualkvadratsumman. Det hela går ut på att skapa konduktivetsfält som ger lösningar som skiljer sig från bästa skattningen av potentialerna i området på samma sätt som den bästa skattningen av potentialerna skiljer sig från de uppmätta potentialerna i området.



Figur 4.13. Principskiss för uppskattning av standardavvikelse.

Figur 4.13 visar att om man väljer ett för lågt värde på standardavvikelsen, så blir RKS mindre än 2344 och man hamnar nära den deterministiska lösningen. Om ett för högt värde på standardavvikelsen väljs så blir RKS större än 2344 och man hamnar för långt ifrån den “verklighet” man eftersträvar att uppnå med det stokastiska fältet. Då standardavvikelsen ges värdet $1,04 \cdot 10^{-5}$ vid N genererade konduktivitetfält uppnås $RKS=2344$ flest gånger.

Figur 4.14 visar det enligt figur 4.12 framräknade sambandet mellan RKS och standardavvikelsen.



Figur 4.14. RKS som funktion av standardavvikelsen.

Den standardavvikelse som bäst beskriver akviferens statistiska egenskaper fås vid avläsning i figur 4.14. För $\sum r^2 = 2344$ fås $\sigma = 1.04 \cdot 10^{-5}$ m/s.

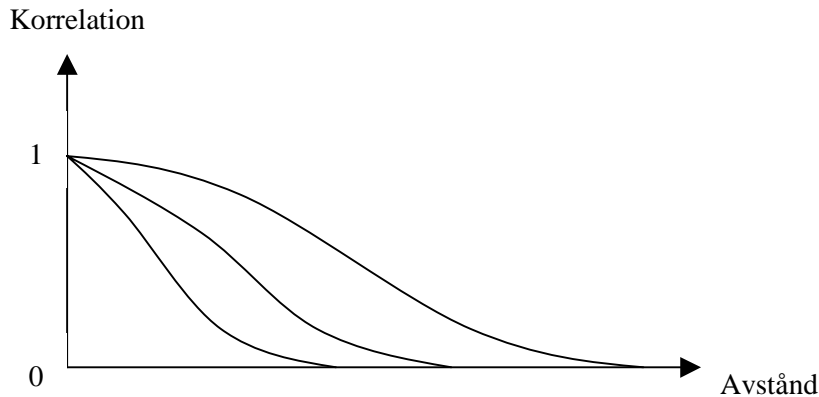
4.2.4 Korrelation

Korrelationen är ett mått på hur värdet på den hydrauliska konduktiviteten i två skilda punkter beror av varandra. Om korrelationen är stark mellan punkterna bör värdet på den hydrauliska konduktiviteten avvika åt samma håll från väntevärdet i båda punkterna. En svag korrelation medför följaktligen att värdet på den hydrauliska konduktiviteten kan gå åt skilda håll från väntevärdet i de båda punkterna. Korrelationen kan rimligen antas avta med avståndet mellan de betraktade punkterna, varför en hög korrelation mellan närliggande punkter bör föreligga, medan punkter på långt avstånd från varandra anses vara sämre korrelerade. Det finns olika modeller av hur korrelationen kan antas avta med avståndet. Här har valts att beskriva korrelationen som funktion av avståndet med en exponentialfunktion enligt ekvation 4.1.

$$C_{ij} = \exp \left[- \left(\frac{|\xi_{ij}|}{d} \right)^2 \right] \quad (4.1)$$

där C_{ij} är korrelationen mellan element i och element j , ξ_{ij} är avståndet mellan tyngdpunkten för element i och tyngdpunkten för element j och d är en positiv parameter som medför att ju större d är, desto större är korrelationen (Olsson, 1999).

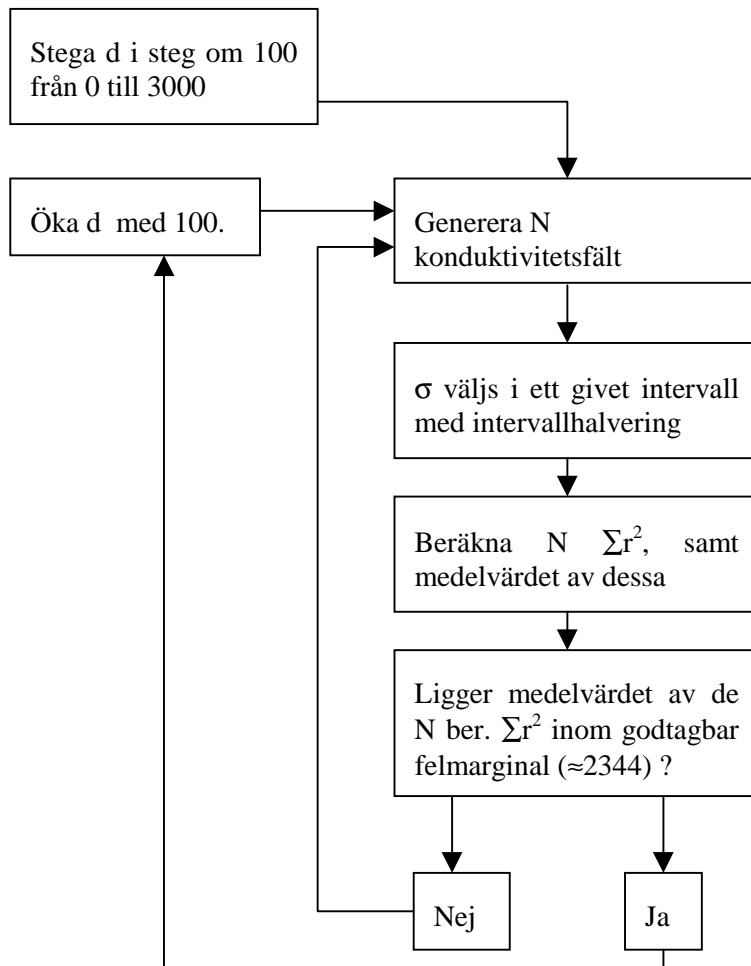
Det principiella utseendet av funktionen i ekvation 4.1 framgår av figur 4.15. Större värden på d ger en flackare kurva och därmed längre korrelationslängd. Observera dock att parametern d ej är det samma som korrelationslängden.



Figur 4.15. Korrelationen som funktion av avståndet

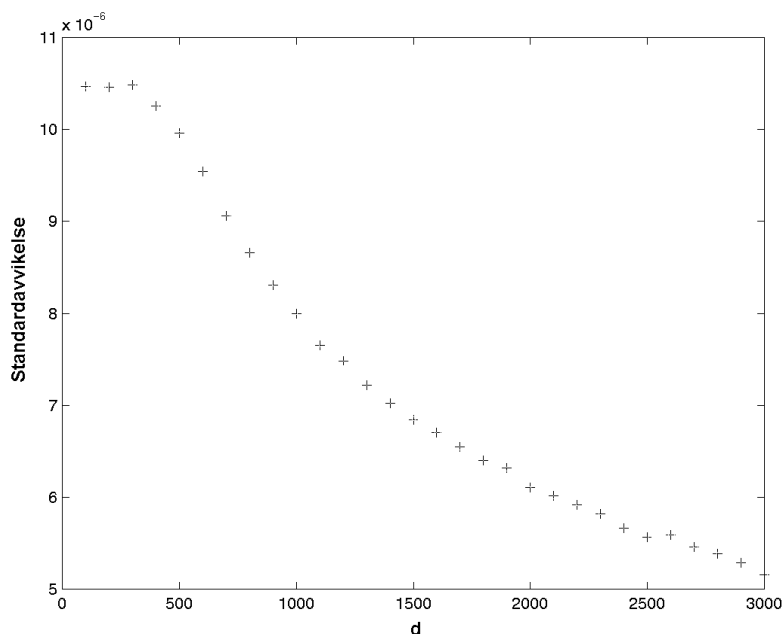
Trettio olika kombinationer mellan standardavvikelsen och parametern d som alla ger $\sum r^2 \approx 2344$ har beräknats. Det värde på standardavvikelsen som uppskattats i föregående delkapitel till $1,04 \cdot 10^{-5}$ utgör standardavvikelsen då korrelationen mellan elementen satts till noll. Det vill säga att $1,04 \cdot 10^{-5}$ är det högsta värde som standardavvikelsen för den hydrauliska konduktiviteten kan uppnå.

För att snabba upp beräkningsprocessen har intervallhalvering utnyttjats i beräkningarna. För ett givet d väljs värdet på standardavvikelsen i ett intervall från 0 till $1,04 \cdot 10^{-5}$ och motsvarande residualkvadratsumma beräknas. Beroende av om RKS blir högre eller lägre än 2344 väljs standardavvikelsen från det övre eller undre halva intervallet av värdet på standardavvikelsen i efterkommande beräkningar. Processen fortgår tills det att önskat värde på residualen uppnåtts, därefter ökas d med 100 och ett nytt värde på standardavvikelsen bestäms för detta d med hjälp av residualkvadratsumman. Figur 4.16 visar beräkningsgången.



Figur 4.16. Illustration av beräkningsgången för framtagandet av sambandet mellan σ och d

Beräkningarna fortsätter tills den standardavvikelse som tillsammans med $d = 3000$ ger $RKS \approx 2344$ hittats. Figur 4.17 visar resultatet av beräkningarna i form av standardavvikelsen som funktion av d .

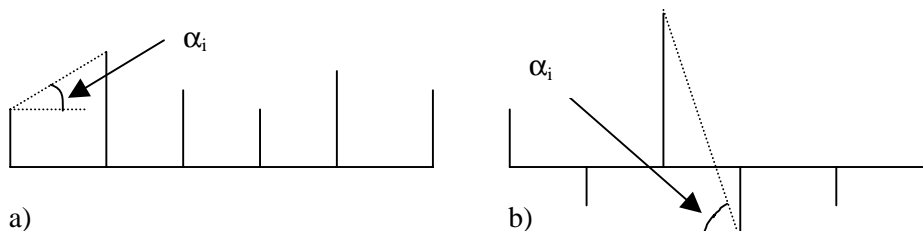


Figur 4.17. Standardavvikelsen som funktion av parametern d

4.2.5 Val av kombination mellan standardavvikelse och korrelation

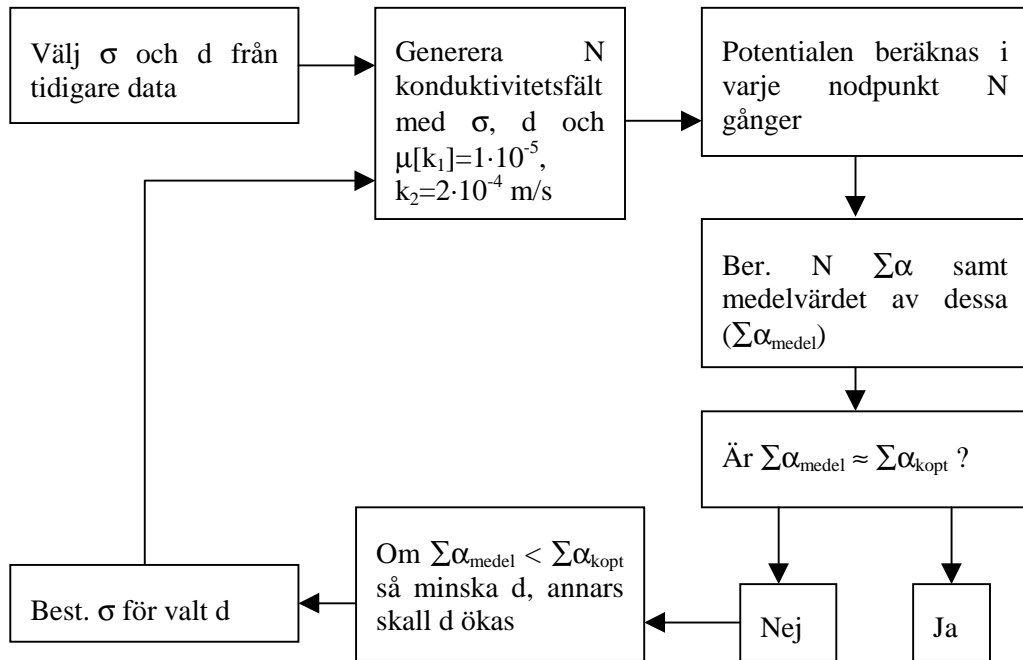
Alla de 30 kombinationerna av σ och d som beräknats ger $\sum r^2 \approx 2344$. Vilken kombination som ger den bästa approximationen av akviferens statistiska parametrar är dock ej känd. Ett stort värde på d betyder att elementen i modellen är väl korrelerade, vilket i sin tur medför en lägre standardavvikelse. För att få en uppfattning om hur väl korrelerade elementen som beskriver akviferen är, införs ett nytt residualmätt, vinkelresidualen ($\sum \alpha$).

Först beräknas potentialerna, $H_{i,kopt}$, deterministiskt i varje nodpunkt med givna randvillkor med $k_1=1 \cdot 10^{-5}$ m/s och $k_2=2 \cdot 10^{-4}$ m/s. Den linjära residualen, LR, i varje nodpunkt beräknas sedan som $LR_i=(H_{i,mätt}-H_{i,kopt})$, där index i anger nodpunkt i . I en dimension får de linjära residualerna utseendet enligt fig. 4.18.



Figur 4.18. Varje stapel representerar den linjära residualen, LR, i en nodpunkt. a) visar utseendet vid stor korrelation mellan mätpunkterna, medan korrelationen i b) är betydligt lägre och ger en större vinkel.

I nästa steg beräknas vinkeln mellan intilliggande linjära residualer ut. Vinklarnas absolutbelopp summeras. Summan utgör det nya vinkelresidualmättet och fick värdet $\sum \alpha_{\text{kopt}} = 1941$. Den kombination av σ och d som ger $\sum \alpha_{\text{ber}} \approx 1941$ kan anses vara den kombination som bäst återspeglar den verkliga korrelationen mellan elementen i området jämfört med verkliga förhållanden. Beräkningsgången beskrivs enklast med ett schema, se figur 4.19.



Figur 4.19. Flödesschema för bestämning av bästa kombinationen av σ och d

Det som inträffade vid försöket att bestämma σ och d var att den beräknade vinkelsumman inte kunde uppnå värdet $\sum \alpha_{\text{ber}} = 1941$. Det visade sig dock att modellen bäst kan beskrivas med ett stort värde på standardavvikelsen, då en kombination av σ och d i detta område ger en vinkelsumma som ligger nära den vinkelsumma som använts som referens ($\sum \alpha_{\text{kopt}} = 1941$). Anledningen till att det ej går att nå upp till denna vinkelsumma är förmodligen att elementen i modellen är för stora.

Standardavvikelsen får i stort sett samma värde för alla d mellan noll och 400. Resultatet att d skall vara litet innebär att man ej kan skönja någon direkt korrelation mellan elementen. De inhomogeniteter som verkligen finns i naturen håller sig inom respektive elements gränser, vilket medför att dessa ej avspeglas i korrelationen mellan elementen.

Det sätt som valts för att hantera det faktum att en optimal kombination av σ och d ej går att finna, det vill säga en kombination som både uppfyller kravet att $\text{RKS} \approx 2344$ och att $\sum \alpha \approx 1941$, är att generera konduktivitetfält i ett antal punkter utmed $\sigma - d$ kurvan. Tre punkter på kurvan valdes, för $d = 200, 1500$ respektive 3000 med tillhörande

standardavvikelser. För var och en av de tre kombinationerna genererades sedan 10000 konduktivitetfält. De fält som gav $\sum r^2 = 2344 \pm 10\%$ sparades.

Eftersom endast de konduktivitetfält som gav minst skillnad mellan uppnådd och eftersträvd residualkvadratsumma sparats, ger dessa fält ett något lägre värde på standardavvikelsen än vad som tidigare beräknats. Resultatet från de olika körningarna visas i tabell 4.1.

	d = 200	d = 1500	d = 3000
$\mu(k_1)$ (m/s)	$9,90 \cdot 10^{-6}$	$9,67 \cdot 10^{-6}$	$9,94 \cdot 10^{-6}$
$\sigma(k_1)$	$1,03 \cdot 10^{-5}$	$6,61 \cdot 10^{-6}$	$5,39 \cdot 10^{-6}$
k_2 (m/s)	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$

Tabell 4.1 Väntevärden och standardavvikelser för stokastiska fält med d = 200, 1500 respektive 3000.

Tabell 4.1 innehåller de väntevärden och standardavvikelser för den hydrauliska konduktiviteten som tillsammans med parametern d och vald fördelning, i detta fall lognormalfördelningen, karakteriserar det stokastiska fältet för kalkstensakviferen i Malmöområdet med ett infiltrationsområde. Värdena på väntevärdet och standardavvikelsen kan i ett senare skede användas oberoende av tidigare elementindelning. Den hydrauliska konduktiviteten i delområde två betraktas fortfarande som en deterministisk parameter och har värdet $2,0 \cdot 10^{-4}$ m/s.

4.3 Modellering med fem infiltrationsområden

Mängden infiltrerat vatten som kommer ner till kalkstensakviferen beror av nederbördsmängd och vattengenomsläpplighet i ovanliggande jordarter. De kvartära avlagringarna i undersökningsområdet består av flera olika typer av material vilket medför att infiltrationens storlek över området kommer att variera.

Genom att skapa en infiltrationsmodell som tar hänsyn till de geologiska olikheter som finns inom området kan en bättre bild av verkligheten fås. Ett av målen med en bättre lastmodell är att försöka komma närmare de uppmätta värdena på grundvattenytans läge än vad som tidigare gjorts. Med andra ord, att försöka minska residualkvadratsumman.

De infiltrationsområden som valts i denna modell baseras på studier utförda av Håkansson (1999), se kapitel 2.4.2 Grundvattenbildning. I denna modell har valts att använda fem olika infiltrationsområden. En allt för detaljerad indelning i olika infiltrationsområden skulle göra att modellen blir beräkningsmässigt svår att hantera i MATLAB.

4.3.1 Beräkningsresultat med förfinad lastmodell

I detta avsnitt redovisas resultaten från beräkningarna av den hydrauliska konduktiviteten med förfinad lastmodell och jämförs med de resultat som tidigare erhållits. Tillvägagångssättet för att bestämma det stokastiska fältet med en förfinad lastmodell är det samma som beskrivits i kapitel 4.2, Modellering med ett infiltrationsområde.

Genom att använda en förfinad infiltrationsmodell (lastmodell) kan den verkliga grundvattenytan beskrivas noggrannare än med en infiltrationsmodell som endast innehåller ett infiltrationsområde. En jämförelse av residualkvadratsumman visar att den sjunker från 2344 till 620, vilket ungefär motsvarar en förbättring med 75 %.

En annan viktig händelse som inträffade var att ett gemensamt minimum för den hydrauliska konduktiviteten i delområde ett och två gick att finna. Detta var ej möjligt tidigare då en jämn infiltrationsmängd över hela området ansatts. Som ett resultat av detta kan man konstatera vikten av att tolka och upprätta en bra hydrogeologisk konceptuell modell. I tabell 4.2 redovisas residualkvadratsumman och värdet för de hydrauliska konduktiviteter beräknade med båda modellerna.

Antal infiltrationsområden	Residual ($\sum r^2$)	Konduktivitet k_1 (m/s)	Konduktivitet k_2 (m/s)
1	2344	$1,00 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-4}$ (ansatt värde)
5	620	$1,30 \cdot 10^{-5}$	$2,15 \cdot 10^{-4}$

Tabell 4.2. Jämförelse mellan RKS, k_1 och k_2 för olika infiltrationsmodeller med ett respektive fem infiltrationsområden.

Även i denna förfinade infiltrationsmodell visade det sig att residualkvadratsumman var mer eller mindre oberoende av värdet på k_2 . Det är därför rimligt att betrakta k_2 som en deterministisk parameter även i detta fall.

En optimal kombination av standardavvikelse och korrelation gick ej heller att finna för den förfinade infiltrationsmodellen. Det tillvägagångssätt som använts tidigare för att beskriva korrelationen används även i fallet med den förfinade infiltrationsmodellen. Det vill säga att alla beräkningar som görs framöver utförs för $d=200$, 1500 respektive 3000 med tillhörande värden på standardavvikelsen. Tabell 4.3 redovisar värdena på de parametrar som framtagits med förfinad infiltrationsmodell.

	$d = 200$	$d = 1500$	$d = 3000$
$\mu(k_1)$ (m/s)	$1,29 \cdot 10^{-5}$	$1,28 \cdot 10^{-5}$	$1,31 \cdot 10^{-5}$
$\sigma(k_1)$	$8,85 \cdot 10^{-6}$	$5,66 \cdot 10^{-6}$	$4,10 \cdot 10^{-6}$
k_2 (m/s)	$2,15 \cdot 10^{-4}$	$2,15 \cdot 10^{-4}$	$2,15 \cdot 10^{-4}$

Tabell 4.3. Väntevärde och standardavvikelse för stokastiska fält med $d=200$, 1500 respektive 3000 .

För de beräkningar som kommer att utföras längre fram i arbetet, redovisas resultat beräknade med båda infiltrationsmodellerna.

Tabell 4.2 visar tydligt vikten av användningen av en förfinad infiltrationsmodell. Modelleringen kan kompletteras genom att optimera residualkvadratsummans storlek även för infiltrationen och inte enbart för olika konduktiviteter inom området. I detta arbete har valts att inte utföra en sådan modellering, utan värden enligt tabell 2.1 har ansatts.

4.4 Konvergenstudie

Syftet med denna konvergenstudie är att undersöka om en eventuell justering av värdena på de hydrauliska konduktiviteterna som uppskattats tidigare i kapitlet är nödvändig vid användning av ett tätare elementnät inom området.

Konsekvenserna av ett grovt elementnät är att konduktiviteten i materialet underskattas. I detta sammanhanget innebär det att värdena för den hydrauliska konduktiviteten som beräknats, hade blivit högre om samma modelleringsförfarande tillämpats på ett finare elementnät.

Vid studien har ett trianguleringsprogram utnyttjats som skapar element efter Delaunay's trianguleringsprincip (Triangle, 1996). Programmet bygger upp ett jämnt elementnät av trianglar utan skeva element. Genom att undvika skeva element undviks risken för att konstgjord ortotropi byggs in i modellen.

Potentialen i fem godtyckligt valda punkter har studerats separat. I ett första skede beräknades utgångsvärdet på potentialen i dessa punkter med det tidigare använda elementnätet (285 element) med $k=1,30 \cdot 10^{-5}$ m/s.

I tabell 4.4 presenteras de potentialer som erhöles i respektive punkt med $k=1,30 \cdot 10^{-5}$ m/s och olika elementnät.

Jämförelsepunkter. Potential i meter över havet					
Antal element	Pkt A	Pkt B	Pkt C	Pkt D	Pkt E
285	9,616	33,670	13,465	5,493	13,715
1000	9,598	32,156	13,711	5,538	13,683
2000	9,530	32,644	13,993	5,553	13,612

Tabell 4.4. Potentialer i området vid olika elementtätheter beräknade med samma konduktivetsvärde, $k=1,3 \cdot 10^{-5}$ m/s.

Värdet på den hydrauliska konduktiviteten justerades tills det att utgångsvärdena på potentialerna enligt tabell 4.4. uppnåts. De justeringar av konduktiviteten som behövdes för att nå utgångsvärdena var mycket små. Utifrån detta konstateras att den ursprungliga modellen med 285 element varit fullt tillräcklig för att uppskatta värdet på den hydrauliska konduktiviteten i kalkstensakviferen, varför ingen justering av de tidigare framräknade konduktivetsvärdena blir nödvändig då antalet element i modellen ökar.

4.5 Det stokastiska fältets egenskaper

Tabell 4.5 och tabell 4.6 sammanfattar de resultat som erhållits i kapitel fyra. Tabell 4.5 innehåller värden för de parametrar som karakteriserar det stokastiska fältet för akviferen med ett infiltrationsområde. I tabell 4.6 redovisas motsvarande parametrar för fem infiltrationsområden. Två konduktivitetsoområden har använts i båda modellerna.

	d = 200	d = 1500	d = 3000
$\mu(k_1)$ (m/s)	$9,90 \cdot 10^{-6}$	$9,67 \cdot 10^{-6}$	$9,94 \cdot 10^{-6}$
$\sigma(k_1)$	$1,03 \cdot 10^{-5}$	$6,61 \cdot 10^{-6}$	$5,39 \cdot 10^{-6}$
k_2 (m/s)	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$

Tabell 4.5. Parametrar för karakterisering av det stokastiska fältet med endast ett infiltrationsområde.

	d = 200	d = 1500	d = 3000
$\mu(k_1)$ (m/s)	$1,29 \cdot 10^{-5}$	$1,28 \cdot 10^{-5}$	$1,31 \cdot 10^{-5}$
$\sigma(k_1)$	$8,85 \cdot 10^{-6}$	$5,66 \cdot 10^{-6}$	$4,10 \cdot 10^{-6}$
k_2 (m/s)	$2,15 \cdot 10^{-4}$	$2,15 \cdot 10^{-4}$	$2,15 \cdot 10^{-4}$

Tabell 4.6. Parametrar för karakterisering av det stokastiska fältet med fem infiltrationsområden.

Kapitel 5 Tillämpning på Citytunneln

5.1 Inledning

Syftet med examensarbetet har varit att utveckla en metod som kan användas för att bestämma det stokastiska fältet för en akvifers hydrauliska egenskaper. För att visa hur det stokastiska fältet kan användas vid simulering av påverkan på grundvattenståndet vid ingrepp i en akvifer, har den planerade Citytunnelns sträckning lagts in i beräkningsmodellen. Ett läckage in i tunneln har ansatts och grundvattenavsänkningen kring tunneln har beräknats.

Det skall poängteras denna beräkning ej skall ses som en prediktion av framtida grundvattenavsänkning orsakad av den planerade Citytunneln, utan som en praktisk tillämpning av det beräkningsförfarande som utarbetats i detta examensarbete.

Citytunneln i Malmö är tänkt att användas för effektiva persontransporter från de centrala delarna av staden ut till den fasta förbindelsen över Öresund. Tunneln är ett led i avlastningen av den befintliga järnvägen (Kontinentalbanan) som redan idag är hårt trafikerad av järnvägstrafik både till och från Trelleborg och Ystad. Dessutom vill man minska miljöbelastningen längs med Kontinentalbanan som sträcker sig genom Malmö.

Tunneln sträcker sig mellan centralstationen via stadens centrala delar ut mot Hyllie i södra utkanten av Malmö. Utmed tunneln planeras anläggandet av två stationer. Den ena stationen planeras att byggas i närheten av köpcentret Triangeln och skall vara belägen under mark. Den andra stationen förläggs till Hyllie i södra delen av Malmö och skall anläggas ovan mark. Utöver de två nya stationerna kommer Malmö centralstation att byggas ut för att anpassas till tunneln. Tunneln kommer till största delen anläggas i kalkberget och kommer att bestå av två enkelspårstunnlar med cirka 8 meters diameter. Totalt blir varje tunnel cirka 6 km lång. Figur 5.1 visar tunnelns planerade sträckning genom Malmö.



Figur 5.1. Karta visande den planerade sträckningen av Citytunneln i Malmö. (Citytunnelkonsortiet, 1999)

I detta kapitel kommer tidigare framräknade parametrar som beskriver de hydrauliska egenskaperna i kalkstensakviferen, redovisade i kapitel 4.5, att utnyttjas. Utifrån dessa parametrar kommer området runt den planerade tunneln att undersökas. Här studeras hur områdespåverkan av grundvattennivån kan simuleras med det stokastiska fältet för den hydrauliska konduktiviteten då ett specifikt inflöde i tunneln ansätts.

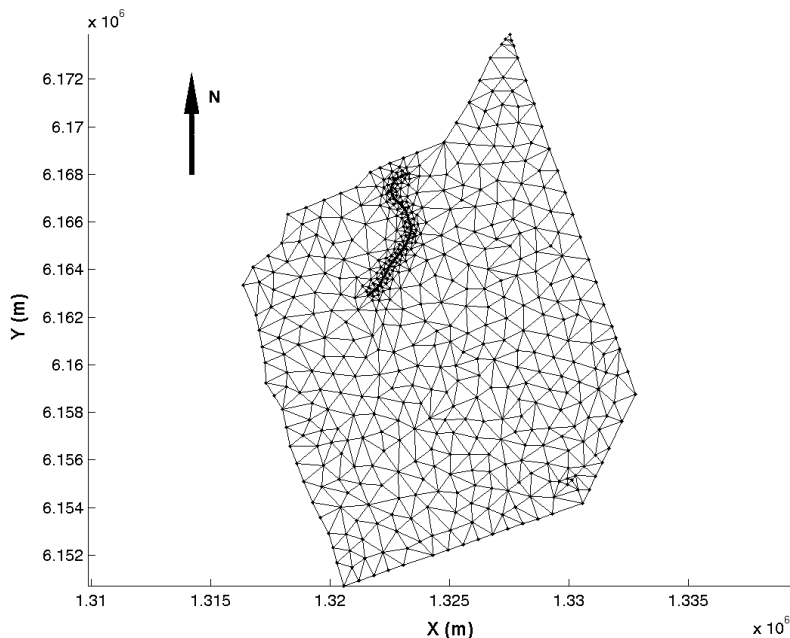
5.2 Nytt elementnät

Då det stokastiska fältet för den hydrauliska konduktiviteten är känt kan ett nytt elementnät appliceras på modellen som inte är beroende av observationspunkternas placering. Modellen tar hänsyn till de två konduktivitetsområden som finns.

Citytunnelns planerade sträckning skall läggas in i den nya beräkningsmodellen. Uppgifter rörande tunnelns läge erhöles från Scandiaconsult Sverige AB/Rambøll som angav koordinater i system RT90 2.5^e V 61:-1. Den geometriska modellen som tidigare använts är baserad på system RT90 2.5^e V, vilket inneburit att en koordinatstransformation mellan de olika systemen varit nödvändig. Transformationen utfördes av Per-Gunnar Alm, avd. för Teknisk Geologi, Lunds tekniska högskola.

Ränder och kustlinje, vilka sedan tidigare är kända, har ej förändrats. När tunnelns planerade sträckning lagts in i modellen genereras en tätare elementindelning. Ett tätare elementnät kring Citytunneln är att föredra, eftersom avsänkningen kommer att få störst

gradient i linje med tunneln. Ett tätare elementnät i detta område leder dessutom till att fler resultatpunkter finns att tillgå. Figur 5.2 visar hur det nya elementnätet har utformats med Citytunneln inlagd. Modellen rymmer 1029 element.



Figur 5.2. Nytt elementnät för kalkstensakviferen i Malmöområdet. Svansen i norra delen indikerar den planerade sträckningen av Citytunneln

5.3 Beräkningsarbete

Här används det stokastiska fält som karakteriserats i kapitel 4 och sammanfattats i kapitel 4.5, för att simulera avsänkning av grundvattenytan då ett givet inläckage i tunneln har ansatts. Det stokastiska fältet innehåller väntevärde, standardavvikelse och korrelation för den hydrauliska konduktiviteten i akviferen och har utnyttjats för att generera konduktivetsfält för området med hjälp av Monte Carlo simuleringar.

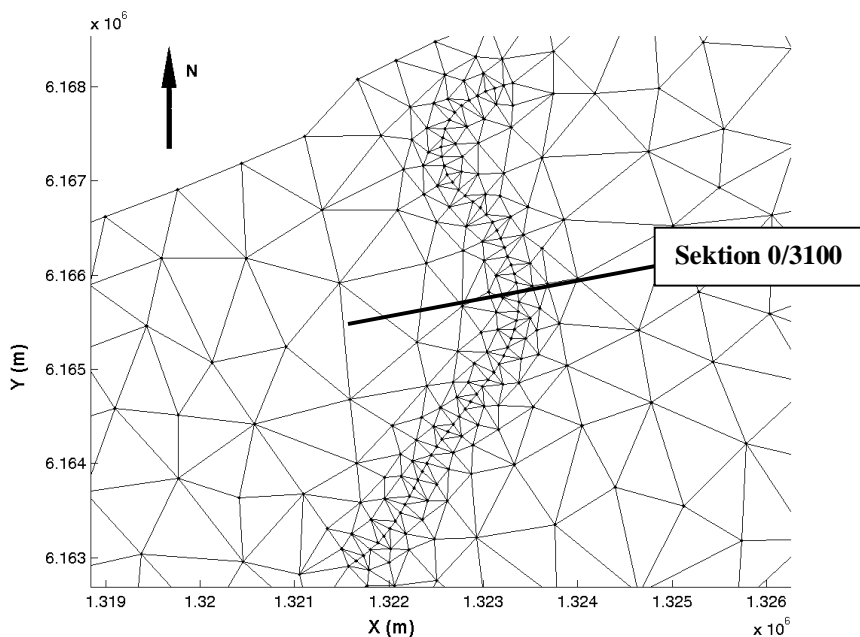
I simuleringen antas ett inläckage i tunneln om 0,1 l/s·km (Celander och Svensson, 1998) motsvarande ett totalt inflöde om 20000 m³/år. Detta införs i modellen genom att uttagen placeras som laster i nodpunkterna utmed den planerade Citytunneln. Värdet på inläckaget i tunneln kan tyckas vara mycket lågt, men är tio gånger större än det inläckage man räknat med då man byggde tunneln under Stora Bält i Danmark, vilken återfinns i liknande typ av geologi som den planerade Citytunneln i Malmö. Storleken på inläckaget kommer dock till stora delar att vara beroende av vilken byggmetod och vilken slutlig design som tunneln kommer att ha.

Femhundra konduktivetsfält genereras, dvs varje enskilt element i modellen erhåller 500 olika slumpmässiga konduktivetsvärde utifrån givna förutsättningar med

väntevärde, standardavvikelse, korrelation och vald fördelning. När konduktivetsfälten är genererade utförs beräkningarna och 500 värden på grundvattennivåns läge erhålls i varje nodpunkt. Med flera värden beräknade i en och samma punkt ges möjlighet att uttrycka grundvattenavsänkningen i statistiska termer. Eftersom grundvattennivån har beräknats både med och utan påverkan av tunneln, kan en skillnad i grundvattennivån beräknas. Detta förfarande upprepades fyra gånger för att kontrollera att antalet genererade konduktivetsfält var tillräckligt stort för att statistiskt sett kunna beskriva avsänkningen kring Citytunneln. Någon större skillnad mellan de fyra körningarna kunde ej skönjas varför 500 körningar borde vara tillräckligt.

5.4 Beräkningsresultat

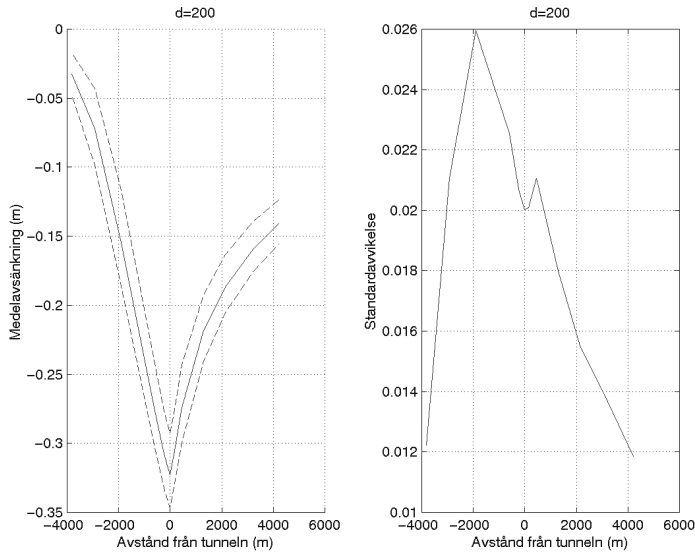
Genom att lägga snitt vinkelrät tunneln (se figur 5.3) kan resultaten från beräkningarna lätt illustreras med figurer. Sektionen är belägen ungefär mitt i sektion 0/3100 inom Malmö allmänna sjukhus i de centrala delarna av Malmö stad.



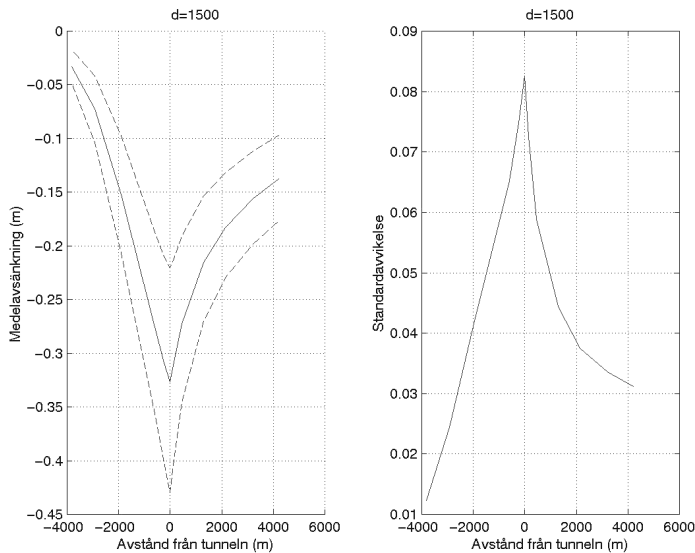
Figur 5.3. Sektion 0/3100

I figurerna 5.4, 5.5 och 5.6 visas storleken på avsänkningen som funktion av avståndet från tunneln vid givet värde på d . Avsänkningen är beräknad som ett medelvärde av de 500 värden på grundvattenavsänkningen som erhöles i varje punkt i modellen. Beräkningarna är utförda för $d=200$, 1500 respektive 3000. De streckade linjerna anger övre respektive undre kvartilen för avsänkningen. Detta betyder att man med 50% sannolikhet kan säga att avsänkningen hamnar inom de två streckade linjerna (se även figur 5.7). Om man istället hade valt att illustrera spridningen med 5% fraktilerna hade detta gett de streckade kurvorna i figurerna ett annorlunda utseende. Man hade då

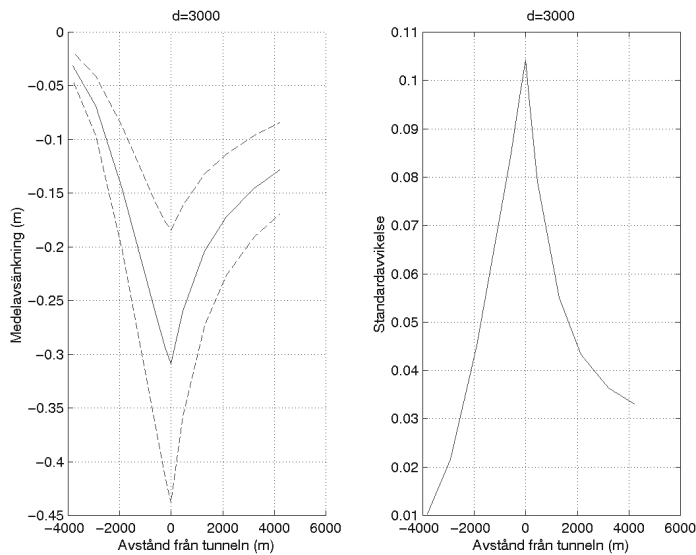
kunnat uttala sig om att avsänkning borde ligga i ett visst intervall med 90% sannolikhet. Till höger om respektive avsänkingskurva redovisas även standardavvikelsen som funktion av avståndet från tunnelmitt.



Figur 5.4. Grundvattenytans avsänkning som funktion av avståndet från tunnelmitt med tillhörande standardavvikelse i sektion 0/3100 för $d=200$ med ett infiltrationsområde



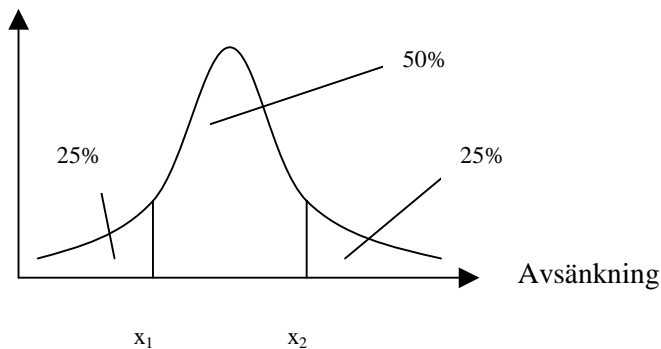
Figur 5.5. Grundvattenytans avsänkning som funktion av avståndet från tunnelmitt med tillhörande standardavvikelse i sektion 0/3100 för $d=1500$ med ett infiltrationsområde



Figur 5.6. Grundvattenytans avsänkning som funktion av avståndet från tunnelmitt med tillhörande standardavvikelse i sektion 0/3100 för $d=3000$ med ett infiltrationsområde

Principen för tolkningen av kvartilbegreppet illustreras i figur 5.7.

Frekvens



Figur 5.7. Principiell illustration av de olika resultaten av grundvattenytans läge enligt de 500 genererade konduktivitetfälten.

Resultat från kurvorna beräknade med $d=200$ visar att standardavvikelsens maxvärde inte är placerad i tunnelmitt. σ -d kurvan är inte relevant för små d på grund av att ett grovt elementnät användes när sambandet mellan standardavvikelse och korrelation togs fram. Detta ger i sin tur att små element nära tunneln gör att man felaktigt modellerar den hydrauliska konduktiviteten i detta område som näst intill deterministisk. Om kurvan hade varit framtagen utifrån en tätare elementindelning, skulle σ -d kurvans

utseende i figur 4.17 förändras så att värdet på σ går mot oändligheten då d-värdet går mot noll. Det betyder att standardavvikelsen (σ) varierar kraftigt vid en liten förändring av d vid små värden på d.

Beroende av vilket värde på d som använts kommer medelvärdet av avsänkningens att variera. Tabellerna 5.1 och 5.2 visar en sammanställning av resultaten från sektion 0/3100 för d=200, 1500 respektive 3000. Värdena i tabell 5.1 har tagits fram med en beräkningsmodell med ett infiltrationsområde och värdena i tabell 5.2 har tagits fram med en beräkningsmodell med fem infiltrationsområden.

	Avsänkningens medelvärde (m), N=500	Standardavvikelse (m), N=500	Med 50% sannolikhet hamnar avsänkningens mellan:
d=200	-0,32	0,020	-0,35 ↔ -0,29
d=1500	-0,32	0,083	-0,43 ↔ -0,22
d=3000	-0,31	0,105	-0,44 ↔ -0,18

Tabell 5.1. Avsänkningens medelvärde samt standardavvikelse i tunnelns mittpunkt, sektion 0/3100 med 1029 element i modellen. Beräkningarna har utförts med ett infiltrationsområde.

	Avsänkningens medelvärde (m), N=500	Standardavvikelse (m), N=500	Med 50% sannolikhet hamnar avsänkningens mellan:
d=200	-0,22	0,0099	-0,23 ↔ -0,21
d=1500	-0,22	0,0369	-0,26 ↔ -0,17
d=3000	-0,21	0,0404	-0,26 ↔ -0,15

Tabell 5.2. Avsänkningens medelvärde samt standardavvikelse i tunnelns mittpunkt, sektion 0/3100 med 1029 element i modellen. Beräkningarna har utförts med fem infiltrationsområden.

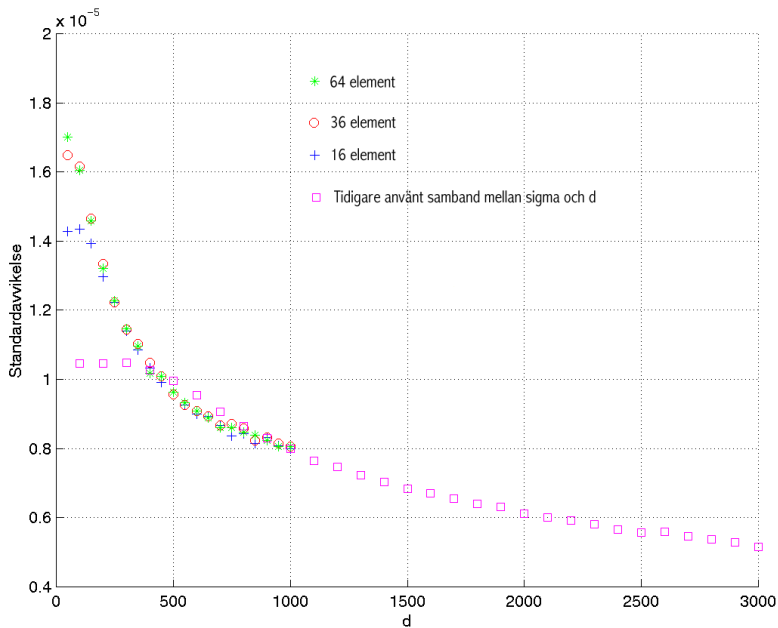
Simuleringarna ger indikationer på att grundvattenavsänkningens orsakad av den planerade Citytunneln bör vara liten. I tunnelmitt blir medelvärdet av avsänkningens ungefär 0,3 m med den grövre infiltrationsmodellen och cirka 0,2 m med den förfinade infiltrationsmodellen. Standardavvikelsen för avsänkningens i den grövre infiltrationsmodellen varierar mellan 0,02 m och 0,1 m och i den förfinade modellen mellan 0,01 och 0,04 m. Variationerna speglar att flera olika värden på korrelationen mellan elementen har prövats. Vid utvärdering av dessa resultat bör man dock komma ihåg att få indata till kalibreringen funnits att tillgå och att beräkningarna har utförts i stationärt tillstånd. Den beräkningsmetod som utvecklats här har ej använts tidigare vilket också medför osäkerheter då det gäller utvärderingen av den beräknade avsänkningens storlek.

Anledningen till att grundvattenavsänkningen blir mindre då en förfinad infiltrationsmodell använts är att den beräknade hydrauliska konduktiviteten i Malmöområdet blir betydligt högre än tidigare. Ett högre värde på den hydrauliska konduktiviteten medför att större grundvattenuttag kan göras utan att grundvattenavsänkningen ökar. Eftersom samma värde på inläckaget i tunneln har ansatts i båda modellerna blir således värdet på avsänkningen beräknat med den förfinade infiltrationsmodellen lägre än de värden som beräknats med infiltrationsmodellen med endast ett infiltrationsområde.

Standardavvikelsen för avsänkningen varierar mellan 4% och 40% av väntevärdet. Detta kan tyckas vara lågt med tanke på att standardavvikelsen för den hydrauliska konduktiviteten i område ett varierar mellan 50% och 100% av väntevärdet för konduktiviteten. Standardavvikelsens storlek för avsänkningen beror dels av vilken standardavvikelse som den hydrauliska konduktiviteten har, men även på korrelationslängden. Sambandet kan beskrivas principiellt av: *Inverkan på avsänkningen och dess spridning av stokastisk konduktivitet $\approx \sigma_k \cdot$ korrelationslängd*, där σ_k är standardavvikelsen för den hydrauliska konduktiviteten. Om konduktiviteten har en hög standardavvikelse och korrelationslängden är liten, så kommer standardavvikelsen för avsänkningen att vara låg.

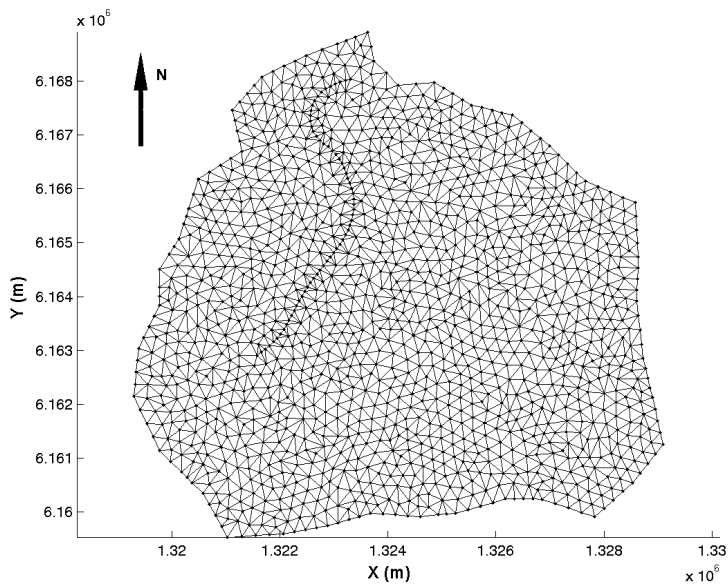
5.5 Kontroll av elementstorlekens inverkan på korrelationen

För att bekräfta misstanken om att utseendet på kurvan (se figur 5.4) över standardavvikelsen för $d = 200$ beror på för stora element, genomfördes en separat studie. Ett kvadratisk och syntetiskt elementnät användes. Områdets storlek var en kvadratkilometer. Flöde introducerades längs områdets ena rand och potentialerna i motstående rand föreskrevs med värdet noll. Väntevärdet för konduktiviteten sattes till $1,30 \cdot 10^{-5}$ m/s. σ -d kurvor togs fram för fallen med 16, 36 och 64 element. Resultatet visas i figur 5.8 där även den tidigare använda σ -d kurvan är inlagd.



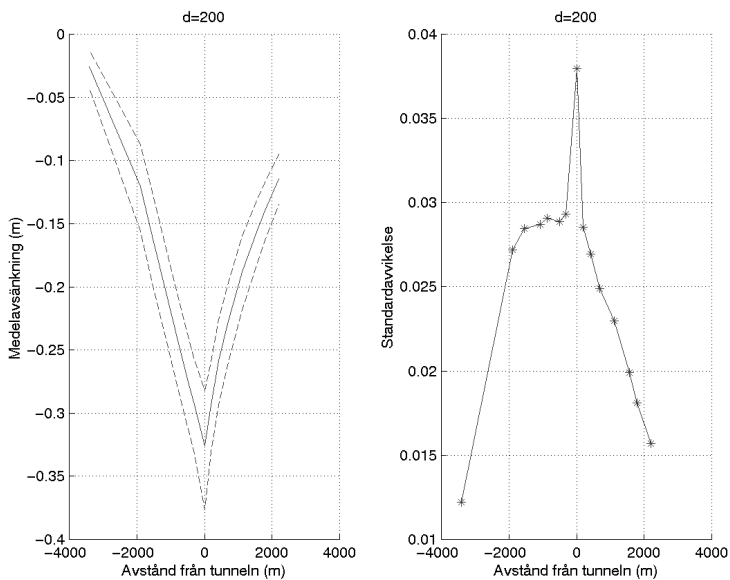
Figur 5.8. σ -d kurvor för olika elementnät.

Ur figuren valdes $\sigma=1,3207 \cdot 10^{-5}$ för $d=200$. Dessa värden användes sedan för att genomföra samma avsänkingsstudie kring Citytunneln som redovisats i föregående delkapitel. Ett mindre område kring tunneln avskiljdes och delades in i cirka 2700 element. Randvillkoren till denna delmodell togs från tidigare avsänkingsberäkningar i föregående kapitel. Randvillkoren blir deterministiska, men har valts på sådant avstånd från tunneln att inverkan av randeffekterna kan anses vara små. Områdets utseende visas i figur 5.9.



Figur 5.9. Valt delområde

Den sektion som valdes i analysen är belägen på samma ställe som sektion 0/3100 som i föregående delkapitel. 1000 konduktivitetfält genererades och avsänkningen för respektive fält beräknades. Resultatet visas i figur 5.10.



Figur 5.10. Avsänkning och standardavvikelse i vald sektion med förtätad elementindelning

Figur 5.10 visar att man med små värden på d är tvungen att dela in det betraktade området i små element. Slutsatsen är att den tidigare använda modellen med 1029 element varit för grov för $d=200$. Detta har även inneburit att standardavvikelsen har underskattats vid låga värden på d .

Kapitel 6 Slutsatser

Den beräkningsmetod som tagits fram i föreliggande examensarbete har successivt utvecklats under arbetets gång och bygger på egenhändiga idéer om hur man skall kunna bestämma de statistiska parametrar som beskriver det stokastiska fältet för den hydrauliska konduktiviteten i en akvifer.

Två olika beräkningsmodeller har studerats. I den första grövre infiltrationsmodellen sattes ett konstant värde på nybildningen av grundvatten över hela akvifersområdet. I den andra förfinade infiltrationsmodellen delades akviferen in i fem mindre delområden med olika värden på nybildningen av grundvatten, beroende av vilket material som överlagrar akviferen. Områdesindelningen baseras på geologiska tolkningar och på tidigare utförda analyser i Malmöområdet. Vid jämförelse av de båda modellerna framgår det tydligt att en beräkningsmodell som tar hänsyn till att infiltrationen ned till akviferen varierar mellan olika delområden är att föredra, eftersom beräkningen med den förfinade infiltrationsmodellen gav 75% lägre residualkvadratsumma än i fallet med den grövre infiltrationsmodellen.

De simuleringar av grundvattenavsänkning orsakad av den planerade Citytunneln som gjorts, ger indikationer på att avsänkning orsakad av tunneln bör vara liten. I tunnelmitt blir medelvärdet av avsänkning ungefär 0,3 m med den grövre infiltrationsmodellen och cirka 0,2 m med den förfinade infiltrationsmodellen. Standardavvikelsen för avsänkning i den grövre infiltrationsmodellen varierar mellan 0,02 m och 0,1 m och i den förfinade modellen mellan 0,01 och 0,04 m. Variationerna speglar att flera olika värden på korrelationen mellan elementen har prövats. Vid utvärdering av dessa resultat bör man dock komma ihåg att få indata till kalibreringen funnits att tillgå och att beräkningarna har utförts i stationärt tillstånd.

Problemet med att bestämma det stokastiska fältet för den hydrauliska konduktiviteten i akviferen har legat i att uppskatta korrelationen mellan olika punkter i området. Elementstorleken har visat sig vara av avgörande betydelse för hur väl korrelationen i området kan speglas. Eftersom spridningen i resultatet är beroende av både spridningen i indata (standardavvikelsen för den hydrauliska konduktiviteten) och korrelationen mellan olika punkter i området, så är det av stor betydelse att finna ett uttryck för hur korrelationen kan modelleras.

Slutligen kan konstateras fördelarna med att beskriva en akvifers hydrauliska egenskaper med ett stokastiskt fält. Då fältet väl är känt, beskriver detta den hydrauliska konduktiviteten i akviferen med väntevärde, standardavvikelse och korrelation som funktion av koordinaterna i området oberoende av mätpunkternas placering. Fältet kan

då användas för att simulera inverkan av ingrepp i akviferen oberoende av ingreppets placering. Här har beskrivits *ett* tillvägagångssätt för att bestämma det stokastiska fältet för en akvifers hydrauliska egenskaper, men mer forskning inom området behövs. Alternativa sätt att bestämma parametrarna för det stokastiska fältet borde undersökas, framför allt då det gäller att bestämma korrelationen mellan olika punkter inom det betraktade området.

Referenser

Barmen, G. (1992): On the combination of isotope hydrogeology with regional flow and transport modelling. Department of Engineering Geology, Lund Institute of Technology, LUTVDG/TVTIG--1006--SE, Lund, Sweden.

Bergström, S. (1993): Sveriges hydrologi –grundläggande hydrologiska förhållanden. Sveriges meteorologiska institut, SMHI, Norrköping, Sverige.

CALFEM. (1999): Division of Structural Mechanics, Lund University, Lund, Sweden.

Celander, S. and Svensson, U. (1998): Groundwater Modeling with GMS. A Case Study of a City Tunnel in Malmö. Department of Geotechnology, Lund Institute of Technology, LUTVDG/TVTIG-5063-SE, Lund, Sweden

Citytunnelkonsortiet. (1999): Översiktskarta Citytunneln, www.citytunneln.com

Danmarks Geotekniska Institut. (1998): Internal material Boring Campaign 1998, Geotechnical investigations, Hydrological profile along alignment, for Citytunnelkonsortiet in Malmö, Lyngby, Denmark.

Danmarks Geotekniska Institut. (1999): Malmö, Citytunneln, Ground Water Investigations, vol.1, for Citytunnelkonsortiet in Malmö, Lyngby, Denmark.

Erlström, M. (1995): Geologisk modell av Malmöområdet. Sveriges Geologiska Undersökning, SGU, Lund, Sverige.

Fetter, C.W, (1994): Applied hydrogeology. Prentice Hall, USA

Gustafsson, O. (1972): Beskrivning till hydrogeologiska kartbladet Trelleborg NV och Malmö SV, Sveriges Geologiska Undersökning, Ser. Ag nr:4, Stockholm, Sverige.

Gustafsson, O. (1978): Beskrivning till hydrogeologiska kartbladet Trelleborg NO och Malmö SO, Sveriges Geologiska Undersökning, Ser. Ag nr:6, Stockholm, Sverige.

Håkansson, Å. (1999): Inverse groundwater modelling –a tool for hydrogeological investigations. Department of Engineering Geology, Lund Institute of Technology, LUTVDG/TVTIG-1010-SE, Lund, Sweden.

J&W Bygg & Anläggning AB. (1995): Hydrogeologiska undersökningar, Öresundsförbindelsen – svenska anslutningar, kusten – Fosie by, Svedab, Malmö, Sweden.

MATLAB. (1992): The Mathworks Inc., Natick, Mass., USA.

Ottosen, N and Petersson, H. (1992): Introduction to the finite element method, Prentice Hall, Europe.

Olsson, A. (1999): Modelling damage and stochastic properties in engineering structures. Division of Structural Mechanics, LTH, Lund University, LUTVDG/TVSM--99/3037--SE, Lund, Sweden.

Ringberg, B. (1980): Beskrivning till jordartskartan Malmö SO, Sveriges Geologiska Undersökning, Ser. Ae nr: 38, Uppsala, Sverige.

Sivhed, U., Wikman, H. och Erlström, M. (1999): Beskrivning till berggrundskartorna 1C Trelleborg NV och NO samt 2C Malmö SV, SO, NV och NO, Sveriges Geologiska Undersökning, Ser. Af nr: 191, 192, 193, 194, 196, 198, Uppsala, Sverige.

Studiebesök vid Rambøll, 11 Juni 1999, Virum, Danmark. Diskussion med Christian Bitch, Elisabet Hammarlund, Lars Møller Markussen, Gerhard Barmen och Åsa Håkansson

Sveriges Geologiska Undersökning. (1972): Hydrogeologiska kartbladet 1C/2C, Trelleborg NV/Malmö SV Ser. Ag nr:4, SGU, Stockholm, Sverige.

Sveriges Geologiska Undersökning. (1977): Hydrogeologiska kartbladet Trelleborg NO/Malmö SO Ser. Ag nr:6, SGU, Stockholm, Sverige

Triangle. A Two-Dimensional Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator, Version 1.3. (1996): Jonathan Shewchuk, School of Computer Science, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, USA.