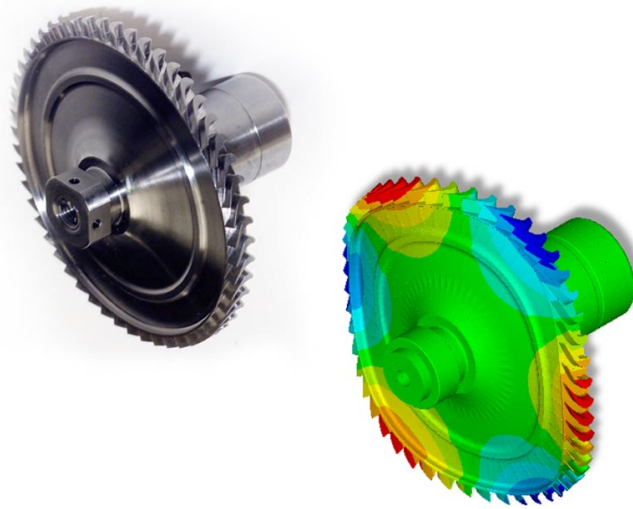




**LUND**  
UNIVERSITY



# UTVECKLING AV MODELLER FÖR DYNAMISKA SVARFUNKTIONER I TURBINROTORER

HÅKAN HALLBERG

Structural  
Mechanics

*Master's Dissertation*



UTVECKLING AV MODELLER FÖR  
DYNAMISKA SVARSFUNKTIONER  
I TURBINROTORER

Examensarbete utfört av  
Håkan Hallberg

Handledare  
Peter Davidsson och Göran Sandberg, Avd. f. byggnadsmekanik  
Per Ekedahl och Stefan Trollheden, Volvo Aero Corporaton



# FÖRORD

---

Föreliggande examensarbete har utförts under en civilingenjörsutbildning i maskinteknik vid Lunds tekniska högskola (LTH). Examensarbetet motsvarar tjugo poäng och utgör den obligatoriska, avslutande, delen av utbildningen.

Arbetet har utförts på uppdrag av, och på plats hos, Volvo Aero Corporations rymddivision i Trollhättan under perioden juni till och med november 2003.

Ett speciellt tack riktas till avdelning 6670 vid Volvo Aero och då i synnerhet till Per Ekedahl. Likaledes riktas ett tack till Peter Davidsson vid institutionen för byggnadsmekanik vid LTH.

Enligt Volvo Aeros praxis är detta examensarbete skrivet på svenska.

Trollhättan, november 2003

Håkan Hallberg

# Sammanfattning

---

Detta arbete baserar sig på testresultat från provningarna av två olika turbinrotorer. I båda fall rör det sig om rotorerna med integrerade blad, så kallade bliskar. Den ena rotorn – Vinci – utgör en del av bränslepumpen i motorn till ett planerat övre steg i Arianeraketerna. Den andra rotorn – Vulcain – sitter på motsvarande sätt i raketens huvudmotor. Då det gäller Vincibliskan var målsättningen huvudsakligen att undersöka följande frågeställningar:

- Vilken inverkan har strukturdynamisk dämpning på Vincibliskens svängningsbeteende?
- Varför hittades inte vissa svängningsmoder under provet?
- Varför har den ena av de två testriggningarna fler lågfrekventa responser än den andra?
- Är någon beräkningsmetod respektive beräkningsmodell att föredra framför andra då rotordynamik undersöks i Ansys?

Med hjälp av ett flertal finita elementmodeller jämfördes olika metoderna och modellerna för- och nackdelar. Odämpad modalanalys följt av en dämpad harmonisk analys befanns vara den effektivaste beräkningsmetoden. Den beräkningsmodell som innebar störst flexibilitet utgjordes av en blisksektor innehållande ett blad i kombination med cykliskt symmetriska randvillkor.

Med utgångspunkt i en litteraturstudie angående strukturdynamisk dämpning utfördes sedan dämpade harmoniska analyser på flera beräkningsmodeller för att bedöma effekterna av dämpningen. Materialdämpning befanns vara den huvudsakliga källan till energidissipation i Vincibliskan. En huvudslutsats blev att endast dämpning inte kan förklara skillnaderna mellan test- och beräkningsresultat.

Ett antal förklaringar till varför vissa moder aldrig hittades i test- respektive beräkningsresultaten formulerades. Exempel på dessa är missad excitation av vissa moder, feltolkning av resultat samt ”utdämpning” av moder med låg amplitud.

Responsskillnader mellan testriggningarna beror med stor sannolikhet på resonanser i själva testriggen. Detta kunde dock aldrig entydigt påvisas i beräkningarna.

Vulcainprovet var precis genomfört när detta arbete påbörjades. Arbetet ingår därför som en del av Volvo Aeros egen utvärdering av Vulcainresultatet. Några frågor som undersökts angående Vulcainbliskan är:

- Hur kan de många delade resonansstopporna i frekvensspektrerna från provet förklaras?
- Hur skall testresultatet översättas från de förhållanden som rådde under provet till de förhållanden som råder under verklig drift?

De delade resonanserna skulle kunna bero på att rotorbladen varit i kontakt under provet. En metod, baserad på fasskillnaden mellan intilliggande blad, föreslås i detta arbete för att undersöka om bladkontakt förekommit. Ingen kontakt kunde påvisas och en alternativ förklaring till resonansdelningen ges i testets genomförande. Otillräcklig varvtalskontroll i kombination med alltför gles samplingsfrekvens kan ha orsakat de splittrade resonanserna.

För att översätta testresultatet från förhållandena i testriggen till verkliga driftförhållanden föreslås här formulerandet av en icke-linjär interpolationsfunktion i tre variabler: varvtal, temperatur och bladtakstjocklek.

Som komplement till övriga undersökningar har generella mistunings- och materialdämpningsfenomen undersökts på en förenklad bliskmodell.

# Summary

---

This report is based on the results from two turbine rotor tests. The rotors are of blisk type in both cases. One of the rotors – Vinci – is a component in the fuel pump of a planned upper-stage engine in the Ariane rocket. The other rotor – Vulcain – is the Vinci counterpart in the rocket’s main engine. The following questions were of main interest regarding the Vinci blisk:

- What is the impact of damping on the dynamic behaviour of the Vinci blisk?
- Why were some modes of vibration never found during the test?
- Why does one of the two main test riggings exhibit a greater number of low-frequency resonances than the other?
- Are some methods and models preferable to others in Ansys calculations on turbine rotors?

Through the use of several finite element models different calculation methods and model formulations were compared. An undamped modal analysis followed by a damped harmonic analysis was found to be an efficient method. The model with the greatest flexibility consisted of a blisk sector, utilizing cyclically symmetric boundary conditions.

Based on a literature survey regarding structural damping, harmonical analyses were conducted on different computational models in order to determine the influence of damping. Material damping was found to be the main contributor to the energy dissipation in the Vinci blisk. A main conclusion was that damping alone could not account for the differences between the test results and the calculated results.

Different explanations are given regarding why modes were missed or found during the test and in the calculations. These explanations include missed excitation of certain modes, incorrect identification of modes and modes of low amplitude that are “out damped”.

Resonance differences between the test riggings are most likely due to rig or fixture resonances. However, this could not be shown conclusively in the calculations.

The Vulcain test was just completed when this thesis work was initiated. This work has therefore been conducted as a part of Volvo Aero’s own evaluation of the test results. Some of the questions that have been examined regarding the Vulcain blisk were:

- How can the split resonances in the test spectra be explained?
- How can the test results be translated from test conditions to the conditions in real turbine applications?

The split resonances could be caused by blade-to-blade contact during the test. A method, based on the inter-blade phase angle, is formulated here to examine whether blade contacts have occurred during the test. No contacts could be found and a different explanation to the appearance of the resonances might be in the way the test was conducted. Regulation of the turbine rotational speed was done unsatisfactory, and in combination with an all too low sampling frequency the split resonances might be the result.

To translate the test results to different operational conditions, a method is given based on a non-linear interpolating polynomial. The polynomial is a function of three variables: rotational speed, temperature and the thickness of the blade shrouds.

In addition to the other work, the general effects of material damping and blisk mistuning have been examined through the use of a simplified blisk model.





# INNEHÅLL

---

1 – NOMENKLATUR .....	1
2 – INLEDNING .....	3
2.1 Bakgrund .....	3
2.2 Arbetets syfte .....	4
2.3 Arbetets mål .....	5
2.4 Avgränsningar .....	6
2.5 Metodik och rapportupplägg .....	6
3 – TURBINROTDYNAMIK .....	11
3.1 Svängningsmoder i blad och skiva .....	11
3.2 Rotorexcitation .....	13
3.3 Dynamiska effekter på grund av rotation .....	15
3.4 Mistuning .....	15
4 – DÄMPNING .....	17
4.1 Karakterisering av strukturdynamisk dämpning .....	17
4.1.1 Viskös dämpning .....	18
4.1.2 Coulombdämpning .....	19
4.1.3 Materialdämpning .....	20
4.1.4 Aerodynamisk dämpning .....	24
4.2 Ytterligare dämpningsmått och dämpningsbeskrivningar .....	24
4.2.1 Kvalitetsfaktor .....	24
4.2.2 Modal töjningsenergi .....	25
4.2.3 Specifik dämpningskapacitet .....	26
4.2.4 Logaritmiskt dekrement .....	26
4.2.5 Half-Power Bandwidth .....	27
4.2.6 Proportionell dämpning .....	28
4.2.6.1 Rayleighdämpning .....	30
4.2.6.2 Caugheydämpning .....	31
4.3 Dämpningsbeskrivning i Ansys .....	31
4.4 Dämpning i turbinrotorer .....	32
4.5 Rotorpåverkan från aerodynamisk dämpning .....	34
5 – VINCIBLISKEN .....	35
5.1 Beskrivning av modalprovet .....	35
5.2 FE-analys av Vinciblisen .....	36
5.2.1 Val av riggningsalternativ .....	36
5.2.2 Solidmodellering .....	37
5.2.3 FE-modellering .....	41
5.2.4 Beräkningsmetod .....	43
5.3 Odämpad modalanalys .....	46
5.3.1 Allmänna iakttagelser .....	46
5.3.2 Geometri med infästningarna i form av låsta frihetsgrader .....	47
5.3.3 Geometri med modellerad fixturplatta .....	47
5.3.4 Geometri med modellerad probbult .....	47
5.3.5 Geometri med fixturerna i form av tunna materiallager .....	47

5.3.6 Geometri med fixturerna i form av tunna materiallager och med modifierad prob .....	47
5.3.7 Geometri med fixturerna i form av tunna materiallager, modifierad prob och modifierad bliskaxel .....	48
5.3.8 Sektormodell med kombinationselement .....	48
5.4 Slutsatser av modalanalysen .....	49
5.5 Dämpad harmonisk analys .....	50
5.5.1 Dämpning i Vinciblisen .....	51
5.5.2 Konstant dämpningsförhållande .....	53
5.5.3 Rayleighdämpning .....	54
5.5.4 Modal dämpning .....	56
5.6 Kompletterande dämpningsberäkningar .....	56
5.7 Slutsatser från Vinciberäkningarna .....	58
<b>6 – VULCAINBLISKEN .....</b>	<b>61</b>
6.1 Vulcainprovet .....	61
6.2 FE-analys av Vulcainblisen .....	64
6.2.1 Beräkningsmodeller .....	65
6.2.2 Beräkningsmetod .....	65
6.3 Odämpad modalanalys .....	66
6.4 Översättning mellan test- och driftförhållanden .....	68
6.5 Slutsatser av modalanalysen .....	73
6.6 Harmonisk analys .....	73
6.6.1 Gaslast .....	73
6.6.2 Dämpning i Vulcainblisen .....	74
6.7 Resultat av den harmoniska analysen .....	74
6.8 Kontroll av kontakt mellan bladtak .....	74
6.9 Effekter av mistuning .....	79
6.10 Slutsatser från Vulcainberäkningarna .....	82
<b>7 – AVSLUTANDE KOMMENTARER OCH SLUTSATSER .....</b>	<b>85</b>
7.1 Slutsatser .....	85
7.1.1 Dämpningens betydelse i Vinciblisen .....	85
7.1.2 Beräkningsmetoder och FE-modellering (Vinci) .....	86
7.1.3 Delade resonanser i Vulcainspektrerna .....	86
7.1.4 Frekvensöverföring mellan olika driftförhållanden .....	87
7.1.5 Övriga slutsatser .....	87
7.2 Kvarstående frågor och förslag inför framtida arbete .....	88
<b>8 – REFERENSER .....</b>	<b>91</b>
 <b>APPENDIX</b>	
<b>A – MATERIALDATA .....</b>	<b>93</b>
A.1 Ti6Al4V .....	93
A.2 Cibatool BM5112 .....	93
A.3 Super Waspalloy .....	93
<b>B – RESULTAT FRÅN VINCIBERÄKNINGARNA .....</b>	<b>94</b>
<b>C – RESULTAT FRÅN VULCAINBERÄKNINGARNA .....</b>	<b>97</b>

# 1 – NOMENKLATUR

---

Nedan följer en kortfattad förklaring till beteckningar och förkortningar som används i rapporten. De flesta av dessa kommer att förklaras mera detaljerat då de förekommer för första gången i den löpande texten. Vissa beteckningar har tyvärr flera betydelser men det torde framgå av sammanhanget vad som avses.

Då referens sker till kommandon i något datorprogram skrivs dessa kommandon i typsnittet Courier New. Skälärer anges i kursiv stil. Matriser anges med fetstilta versaler och vektorer med fetstilta gemener. För att beteckna derivation av en variabel med avseende på tiden används prickar ovanför variabeln. Om förskjutningsvektorn ges av  $\mathbf{a}$  ges hastighetsvektorn således av  $\dot{\mathbf{a}}$ . Komplexa storheter indikeras med en asteriskexponent. Till exempel betecknas den komplexa elasticitetsmodulen med  $E^*$ . Realdelen betecknas då  $E'$  och imaginärdelen  $E''$ .

Genomgående används SI-enheter där ej annat anges (enheterna är angivna inom hakparenteser i tabellen nedan).

## Latinska tecken

<b>a</b>	Förskjutningsvektor [m]
<i>A</i>	Area [m <sup>2</sup> ]
<i>C</i>	Specifik värme [J/kg/K]
<i>C<sub>D</sub></i>	Luftmotståndskoefficient
<b>C</b>	Dämpningsmatris [Ns/m]
<i>c, c<sub>krit</sub>, c<sub>ekv</sub></i>	Viskös dämpningskoefficient, kritisk respektive ekvivalent dito
<i>D</i>	Dissiperad energi [Nm/cykel/volympenhet]
<i>E</i>	Elasticitetsmodul [Pa]
<b>f</b>	Lastvektor [N]
<i>f</i>	Frekvens [Hz]
<i>g</i>	Tyngdacceleration [m/s <sup>2</sup> ]
<i>G</i>	Skjuvmodul [Pa]
<b>I</b>	Enhetsmatris
<i>i</i>	= $\sqrt{-1}$
<i>K</i>	Termisk konduktivitet [W/m/K]
<b>K</b>	Styvhetsmatris [N/m]
<i>L</i>	Längd [m]
<b>M</b>	Massmatris [kg]
<i>t</i>	Tid [s]
<i>T</i>	Period [s]
<i>u</i>	Förskjutning [m där ej annat anges]
<i>U</i>	Töjningsenergi [Nm/cykel/volympenhet]
<i>V</i>	Volym [m <sup>3</sup> ]

## Grekiska tecken

$\Delta$	Intervall
$\Phi$	Förstärkningsfunktion
$\varepsilon$	Normaltöjning [S]
$\nu$	Poissons tal (tvärkontraktionskoefficient)
$\rho$	Densitet [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	Normalspänning [Pa]
$\omega, \omega_n$	Odämpad vinkelfrekvens [rad/s]
$\omega_d$	Dämpad vinkelfrekvens [rad/s]
$\zeta$	Dämpningsförhållande
$\phi$	Fasförskjutning [radianer där ej annat anges]
$\alpha$	Termisk längdutvidgningskoefficient [1/K]

## Förkortningar

Några av de förkortningar som används är baserade på engelskspråkiga uttryck eftersom dessa blivit mer eller mindre standardiserade inom ämnesområdena. Annars är ambitionen att använda svenska genomgående. I nedanstående tabell, liksom i rapporten i övrigt, ges termers engelskspråkiga motsvarighet inom parentes.

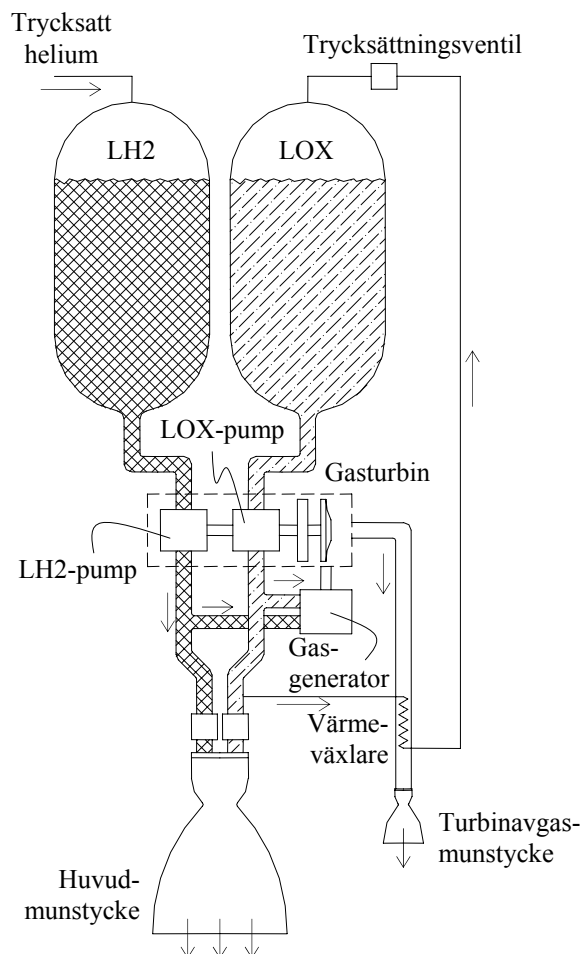
Blink	Turbinrotor med integrerade blad (eng. <i>bladed disk</i> )
DOF	Frihetsgrad (eng. <i>degrees of freedom</i> )
FE, FEM	Finita element, finita elementmetoden
LH2	Flytande väte (eng. <i>liquid H<sub>2</sub></i> )
LOX	Flytande syre (eng. <i>liquid oxygene</i> )
MDOF	Flera frihetsgrader (eng. <i>multiple DOF</i> )
N-DOF	N stycken frihetsgrader
SDOF	En frihetsgrad (eng. <i>single DOF</i> )
VAC	Volvo Aero Corporation

## 2 – INLEDNING

### 2.1 Bakgrund

Vid 1970-talets slut drog den europeiska rymdstyrelsen, ESA, igång Arianeprojektet. Målet var att skapa en oberoende Europeisk rymdindustri, kapabel att konkurrera med ryska och amerikanska motsvarigheter. Som huvudansvarig för den tekniska utvecklingen av bärraketerna Ariane står den franska rymdstyrelsen Centre National d'Etudes Spatiales. Volvo Aero Corporation, VAC, steg tidigt in som underleverantör dels av utblåsningsmunstycket och dels av komponenter till turbinerna i raketerna. Turbiner används bland annat för att driva pumpar för flytande väte, LH2, och flytande syre, LOX. En blandning av LOX och LH2 fungerar som bränsle i raketmotorn. Gasturbins funktion i raketens bränslesystem illustreras i Figur 2.1.

Under andra halvan av 90-talet hade utvecklingen av Arianeraketerna nått fram till den femte generationen (Ariane 5) med bland annat ökad bärförmåga jämfört med tidigare modeller. Idag har Ariane 5-konstruktionen använts vid drygt 160 uppskjutningar från basen i Franska Guyana. Lasten har i huvudsak utgjorts av kommunikationssatelliter och satelliter för vetenskapliga ändamål. Exempel på det senare är den svenskt utvecklade Smart-1-satelliten som sköts upp i slutet av september 2003.



**Figur 2.1** En gasturbins principiella placering i raketmotorns bränslesystem, fritt efter Sutton [1].

Utvecklingsarbetet av turbinkomponenter hos VAC gäller bland annat den så kallade Vulcainturbinen som driver bränslepumpen i raketens huvudmotor. Dessutom pågår utveckling av turbinen till en ny motor – Vinci – som skall driva ett planerat övre raketsteg i kommande Arianekonstruktioner med planerad användning från och med 2006, Brodin et al [2].

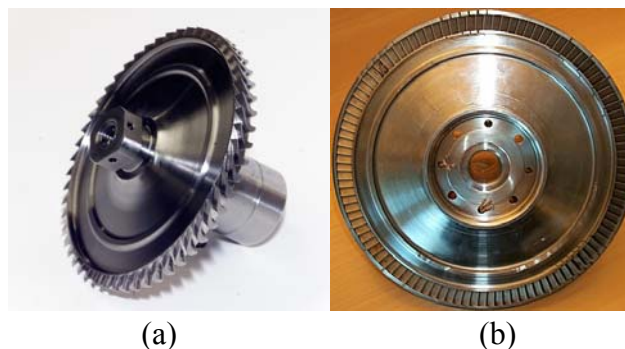
Turbinutvecklingen hos VAC sker i samarbete med, och på uppdrag av, Fiat Avio i Italien och Snecma Moteurs i Frankrike.

I turbinen sker en energiömlänkning från strömmande gas till roterande rörelse via turbinblad monterade på en roterande skiva. Traditionellt har dessa turbinskivor haft separatmonterade blad vilket har visat sig leda till en dyr och arbetsintensiv tillverkningsprocess. Som ersättning för dessa turbinskivor pågår hos VAC utvecklingsarbetet av så kallade bliskar (eng. *bladed disk*) där skivor och blad tillverkas som en enhet. Detta har inneburit en halvering av tillverkningskostnaderna.

Två olika bliskmodeller studeras i denna rapport: dels en blisk i den kommande Vincimotorn och dels en blisk i raketens huvudmotor, Vulcain. På båda bliskarna har olika laboratorieprov utförts och data från båda proven utnyttjas i detta arbete. Vincibliskan testades som fristående komponent i ett modalprov och Vulcainbliskan undersöktes under ett mera driftsnära prov då den fick arbete i en upphettad luftström.

Den Vinciblisk som behandlas i detta arbete sitter i LH2-pumpen i turbinen och roterar under drift med drygt 90 000 varv per minut. Bliskan är då också utsatt för ett inloppstryck på 190 bar och en drifttemperatur på cirka 245 K. Materialet är en titan-/aluminiumlegering med beteckning Ti6Al4V.

Vulcainrotorn som testats av VAC och som modelleras i detta arbete utgör en del av LH2-pumpen i Vulcainturbinen. Varvtalet ligger under drift på cirka 40 000 varv per minut, inloppstrycket ligger kring 100 bar och drifttemperaturen är ungefär 900 K. Materialet i Vulcainrotorn är en nickel-/kromlegering kallad Super Waspalloy. Figur 2.2 visar Vulcain- respektive Vincibliskan.



**Figur 2.2** (a) Vincibliskan och (b) Vulcainbliskan. Båda i ett utförande anpassat för provning (observera att bilderna inte är skalenliga).

## 2.2 Arbetets syfte

En effekt av konstruktionsändringen från rotorerna med separatmonterade blad till bliskrotorer har blivit att vibrationskaraktistiken i turbinslivorna ändrats märkbart. Detta beror bland annat på att man med separatmonterade blad får friktion, och därmed vibrationsdämpning, i

kontaktytorna. Denna effekt förloras då skivor och blad tillverkas i ett stycke. Dessutom har geometriförändringar i till exempel bladens utformning ytterligare inverkan på vibrationskaraktistiken.

För att kunna undersöka hur turbinskiivorna reagerar under drift används finita elementbaserade beräkningsmodeller där de dynamiska egenskaperna kan studeras. Dessa resultat används för att kontrollera om skadlig resonans förekommer i systemet. Detta möjliggör dimensionering mot till exempel utmattningsbrott.

De mätdata som registrerats under bliskproven har i vissa avseendet visat sig avvika från de resultat som beräkningsmodellerna ger. En huvudkälla till dessa avvikelser tros ligga i beräkningsmodellerna. Orsakerna kan vara till exempel formuleringen av laster, randvärden och kanske framför allt av dämpningen. Man önskar förbättra beräkningsmodellen, dels för att säkerställa konstruktionskriterier, bland annat i utmattningshänseende genom positionering i Haighdiagram, och dels för att visa att konstruktionen uppfyller beställarens kravbild. Examensarbetet ingår således som en del i VAC:s pågående utveckling av metoder för konstruktion av turbinrotorer.

## 2.3 Arbetets mål

Huvudsyftet med detta arbete är att undersöka metoder för att närma beräkningsresultat till testdata för bliskrotorer. För att utföra detta utnyttjas data från de ovan nämnda Vinci- och Vulcainproven. Några av delmomenten tjänar också till att försöka förklara olika fenomen i testdata. Detta är speciellt framträdande i arbetet med Vulcainblisken eftersom denna rapport ingår som en del i VAC:s egen utvärdering av Vulcainprovet.

Inledningsvis studeras Vinciblisken. En beräkningsmodell skall tas fram som ger resultat vilka ligger så nära testdata som möjligt. Samtidigt skall beräkningsmetoder ställas samman och jämföras. Under arbetets gång skall svar sökas till ett antal frågor rörande Vincitestresultaten. I prioritetsordning är dessa frågor de följande:

- Vilken inverkan har struktur-dynamisk dämpning på Vincibliskens svängningsbeteende?
- Vilken betydelse har dämpningen i överensstämelsen mellan test- och beräkningsresultat?
- Varför hittades inte vissa svängningsmoder under provet?
- Varför har den ena av de två testriggningarna fler lågfrekventa responser än den andra?

Svaret till de två sista frågorna kommer framförallt att sökas genom att variera FE-modellerna i fråga om till exempel geometri och randvillkor.

I nästa skede skall Vulcainblisken studeras på ett motsvarande sätt. Om så är möjligt skall resultat och slutsatser från Vinciarbetet utnyttjas. Även i Vulcainfallet finns det några mera specifika frågor att söka svaret till, förutom formulandet av användbara beräkningsmodeller:

- Hur kan de många delade resonanstopporna i frekvensspektrerna från provet förklaras?
- Hur skall testresultaten översättas från de förhållanden som rådde under provet till de förhållanden som råder under verklig drift?

Förutom de två huvuduppgifterna som beskrivits ovan (angående Vinci respektive Vulcain) skall en litteraturstudie kring struktur-dynamisk dämpning utföras. Dämpningsteori skall kortfattat sammanställas och dämpningen i turbinrotorer skall karakteriseras.

Mera explicit har examensarbetet i sin helhet som mål att:

- ta fram beräkningsmodeller som ger en god avvägning mellan beräkningstygnd och resultat.
- jämföra olika beräkningsmetoder.
- avgöra vilken inverkan dämpning har på turbinrotorernas dynamiska respons.
- undersöka om en annan/omformulerad dämpningsmodell, än vad som tidigare använts av VAC, ger beräkningsresultat som stämmer bättre överens med testdata.
- utföra litteraturstudie kring dämpning i allmänhet och för turbinrotorer i synnerhet.
- förklara skillnader i respons mellan de två huvudtestriggningarna i Vincifallet.
- söka svar på andra frågor relaterade till Vincitestresultaten (se ovan).
- dra slutsatser från Vinciarbetet som eventuellt kan utnyttjas under det påföljande Vulcainarbetet.
- föreslå en metod för att översätta testdata för Vulcainblisken mellan olika driftförhållanden.
- förklara andra fenomen i resultaten från Vulcainprovet (se ovan).

## 2.4 Avgränsningar

Under Vincitestets utförande har flera olika testriggningar använts. För att få kompletta uppsättningar testdata och för att dessutom hålla mängden modelleringsarbete nere, har endast några av testuppställningarna undersökts.

För att ytterligare i någon mån avgränsa uppgiften begränsas dämpningsmodelleringen till de fem varianter som finns implementerade i den kommersiella beräkningsprogramvara (Ansys) som används hos VAC.

Den testade Vulcainrotorn har fyra olika bladkonfigurationer på samma blisk. I detta arbete kommer i huvudsak endast en av konfigurationerna användas. Så långt det är möjligt skall de föreslagna metoderna generaliseras till att gälla för alla fyra konfigurationerna.

Resultaten från Vinciprovet och framförallt från Vulcainprovet ger i sig begränsningar vad gäller till exempel vilka frekvensintervall som är lämpliga för undersökning och liknande. Sådana restriktioner behandlas närmare i respektive avsnitt.

## 2.5 Metodik och rapportupplägg

Som utgångspunkt för rapporten finns ett avsnitt som mycket kortfattat beskriver skivdynamik. Avsnittet behandlar bland annat turbinrotorers svängningsmoder och vibrationsexcitation i turbiner.

Grundläggande strukturdynamiska begrepp – resonans, egenfrekvenser, svängningsmoder med mera – beskrivs inte närmare i denna rapport. Dessa ting förekommer frekvent i facklitteraturen och några referenser ges i rotordynamikkapitlet.

Rapportens nästa avsnitt upptas av en sammanställning av dämpningsteori som utgör ett huvudtema i arbetet. Kapitlet är placerat här eftersom olika dämpningsbegrepp kommer att



förekomma i den sedan fortsatta framställningen. Dämpningsbeskrivningarna utgår från generella dämpningsfenomen varefter en mera specifik inriktning mot dämpning i turbinskivor avslutar avsnittet. I både rotordynamikavsnittet såväl som i dämpningsavsnittet har tyngdpunkten lagts vid sådana begrepp och samband som utnyttjas i det fortsatta arbetet.

Det kan noteras att, trots litteratursökningen angående dämpning i turbinrotorer, arbetet inte har som mål att föreslå konstruktionsändringar av de studerade bliskarna. Litteraturstudiens syfte är snarare att dels ge en allmän överblick över dämpning i turbinrotorer samt dels att vara en hjälp i identifieringen och karakteriseringen av dämpningskällor i de två undersökta bliskarna.

Den andra delen av examensarbetet gäller genomgång av beräkningsmodeller och beräkningsmetoder för Vinci- och Vulcainbliskarna. Dessa behandlas i separata kapitel som båda inleds med en beskrivning av de respektive prov och provresultat mot vilka de senare beskrivna FE-modellerna skall jämföras.

Metodiken i korrigeringen av beräkningsmodellerna går ut på att en FE-modell byggs upp för att så nära som möjligt efterlikna den blisk som använts vid respektive prov. Olika modeller med variationer i till exempel geometri och randvillkor jämförs sedan för att få fram en lämplig kandidat för vidare undersökning. Med hjälp av beräkningsmodellerna studeras sedan dynamikkarakteristiken som uttrycks i resonansspektrum och svängningsmoder med mera. Detta ligger i sin tur till grund för en jämförelse med testdata. Inledningsvis jämförs en odämpad modell med verkliga förhållanden och därefter utförs justeringar av dämpningsbeskrivningen för att försöka närma beräkningsresultat till provdata.

I Vincifallet kommer arbetet att följa nedanstående steg:

- Genomgång av utfört prov, val av testdata att korrelera modellen mot.
- Uppbyggnad av alternativa odämpade modeller med olika geometrier, randvillkor och materialbeskrivningar.
- Utvärdering av beräkningsmetoder i Ansys.
- Utvärdering av modellerna samt val av en modell för vidare dämpningsmodellering.
- Försök med olika dämpningsmodeller.
- Utvärdering av olika tillvägagångssätt då det gäller att implementera dämpning i beräkningsmodellerna.
- Slutlig jämförelse mellan test och beräkning.
- Formulering av modellerings- och beräkningsmetod.

Vinciarbetet fyller också funktionen att utvärdera metoder för användning i det därpå följande Vulcainarbetet. Arbetet med Vulcainblisken har följande upplägg:

- Genomgång av utfört prov, val av testdata att korrelera modellen mot.
- Framtagning av modell(er), om möjligt baserat på erfarenheter från Vinciarbetet.
- Beräkningar och resultatjämförelse med testdata.
- Användning av modellerna för att söka svar på frågor relaterade till Vulcaintestet.

Figur 2.3 återger de olika stegen i beräkningsarbetet.

Källförteckningen inkluderar både källor som använts som direkt underlag vid arbetet med rapporten, samt även i någon mån referenser som ger en starkare teoretisk förankring för några av de använda metoderna.

I appendix presenteras använda materialdata samt mera utförliga figurer och tabeller över beräkningsresultaten.

På tidigare plats i rapporten finns en nomenklatur där i texten förekommande symboler och förkortningar förklaras.

Detta arbete utgör den avslutande delen på en civilingenjörsutbildning. Rapporten är därför naturligtvis dels riktad till VAC, men kanske framförallt mot andra ingenjörstudenter (huvudsakligen inom området maskinteknik) nära slutet av sin utbildning. Rapportens upplägg har i någon mån anpassats efter detta.





## 3 – TURBINROTORDYNAMIK

---

Detta avsnitt utgör en kortfattad redogörelse för sådana strukturdynamiska fenomen som är utmärkande för turbinrotorer. För mera ingående teori rörande allmänna strukturdynamiska begrepp och samband hänvisas till exempelvis Chopra [3] alternativt till Penzien och Clough [4].

I turbiner förekommer flera olika former av vibrationsexcitation, några av dessa sammanfattas i följande uppställning:

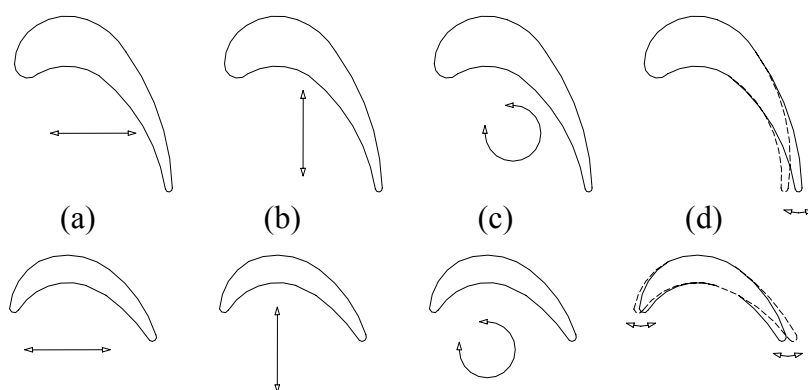
- Axeln är utsatt för både böjande och vridande moment som tillsammans med obalanserade driftsförhållanden kan ge stora vibrationsamplituder. Obalanserna kan till exempel bero på inhomogent material, på effekter av tillverkningsprocessen och på geometriförändringar som till exempel asymmetriskt placerade hål eller spår. Likaledes kan termiska effekter, slitage och avlagringar ge obalans under drift. De kraftigt ökade vibrationsamplituderna i axelsystemet vid vissa driftvarvtal är dock inte ett konventionellt resonansproblem eftersom de inte kan åtgärdas genom ökad dämpning i systemet.
- Rotorskivan i sig ger upphov till gyroskopiska effekter som påverkar axelböjningen. Detta har speciellt markant effekt om skivan är placerad i någon av axelns svängningsnoder.
- Rotoraxeln är oftast lagrad i någon eller några punkter längs sin utsträckning. Lagringar med viskösa skikt, som till exempel oljefilmer, bidrar till dämpningen i systemet.
- I och med att turbinskivan roterar med hög hastighet kommer centripetalpåverkan att öka styvheten i skivan. Speciellt påverkas turbinbladen längs skivans periferi på grund av sin placering av denna förstyvning.
- Gasen belastar rotorbladen efter att ha passerat ett diskret antal öppningar i statorn. Detta ger en pulserande belastning på bladen och därmed en frekvensberoende excitation.

Detta arbete är i huvudsak ägnat åt dynamiken i *rotorn*. Därför är det framför allt fenomen lika de två sistnämnda som är av intresse här.

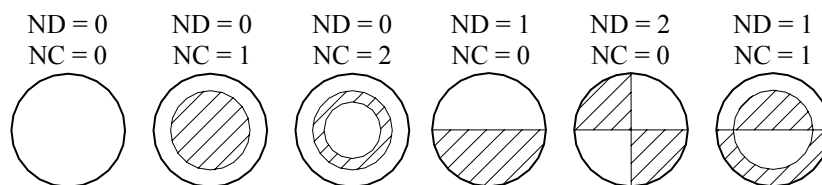
### 3.1 Svängningsmoder i blad och skiva

Svängningsbeteendet hos en skivstruktur motsvarande en turbinrotor byggs upp av ett stort antal modformer. Dessa kan klassificeras som mera skivspecifika alternativt mera bladspecifika. Av turbinbladens svängningsmönster är fyra typer mest framträdande. Dessa benämns respektive F-mod (eng. *Flap*), E-mod (eng. *Edge*), T-mod (eng. *Torsion*) och CF-mod (eng. *Corner Flap*). Den sista av dessa utgörs av en EF-mod (eng. *Edge Flap*) i Vulcainfallet. I övrigt motsvarar bladmoderna varandra i de båda bliskarnas bladtyper. Detta illustreras i Figur 3.1. De tre första av dess moder liknar i mycket de som en konsolbalk uppvisar. Det är därför inte ovanligt att se konsolbalksapproximationer då turbinbladsbeteende skall analyseras. Bladen uppvisar även högre ordningars modformer vid motsvarande excitation.

Själva skivan å sin sida karakteriseras av periodiskt repeterade modformer. Om ett planpolärt koordinatsystem  $(r, \varphi)$  placeras med origo i skivans centrum kan modformerna definieras genom de positioner för vilka den relativa förskjutningen i axialled är noll. Dessa svängningsnoder kommer då att utgöras av noddiametrar (ND), vinklar  $\varphi$  med nollförskjutning, respektive nodcirklar (NC), radier  $r$  med nollförskjutning. Nodcirklar, noddiametrar och kombinationer av dessa illustreras i Figur 3.2. Streckade områden indikerar här motsatt rörelseriktning i papprets normalriktning relativt ommarkerade områden.



**Figur 3.1** Karakteristiska bladmoder (rörelse relativt skivan). Övre raden visar en bladprofil av Vincityp och undre raden en bladprofil av Vulcainityp. (a) Tangentiell böjning (F-mod), (b) axiell böjning (E-mod), (c) radiell torsion (T-mod), (d) bladkantböjning (CF-mod i Vincifallet, EF-mod i Vulcainfallet).



**Figur 3.2** Nodcirklar (NC) och noddiametrar (ND). "Nod" används här i ett svängningssammanhang (som motsats till "buk") och har inget med noder i FEM att göra.

Skivmoderna utgörs i själva verket dels av en sinusform som rör sig längs skivans omkrets (antalet noddiametrar avgör frekvensen) och dels av en sinusform som går radiellt över skivan (antalet nodcirklar avgör frekvensen). Den förstnämnda vågen kan antingen vara stationär relativt skivan eller vara i rörelse i eller mot rotationsriktningen, Timoshenko [5]. Det sistnämnda fallet kan resultera i en mod som står stilla även om skivan roterar.

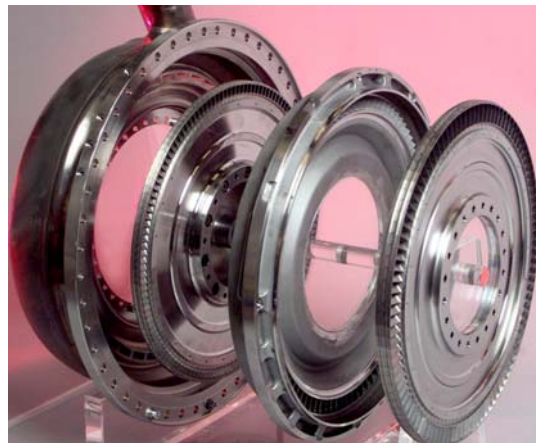
Trots denna indelning är det i många fall svårt att särskilja den ena sortens moder från den andra. Det vanliga är att bladens svängningar deltar som en del i skivans övergripande rörelse. Denna koppling mellan blad- och skivmoder har visat sig vara speciellt markant då man betraktar turbinskivor i bliskutförande. Kopplingen mellan moder gör att näraliggande moder samverkar och därför inte framträder som två (eller flera) enskilda moder utan som en separat egenmod, Srinivasan [6].

En finess med modindelningen i nodcirklar och noddiametrar är att modgrupper med olika antal nodcirklar kan hanteras separat. Till varje nodcirkel kan då en undergrupp moder givna av sina noddiametertal relateras. Detta visas bland annat i Wildheim [7].

Den skivmod som saknar både nodcirklar och noddiametrar, och som syns överst till vänster i Figur 3.2, benämns ofta paraplymod (eng. *umbrella mode*).

### 3.2 Rotorexcitation

Som nämndes ovan når den strömmande gasen turbinrotorn via ett diskret antal öppningar i statorn. Figur 3.3 visar statorer och rotor i Vulcainturbinen.

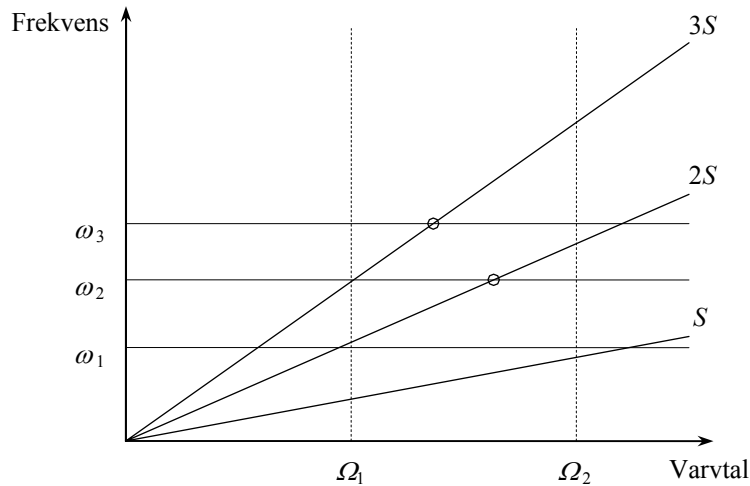


**Figur 3.3** Statorer och rotor i Vulcainturbinen. Längst till vänster syns den första statorn med sina rektangulära öppningar genom vilka gasen strömmar. Därefter följer en rotor (motsvarande den som undersöks i detta arbete), en andra stator samt en ytterligare en rotor.

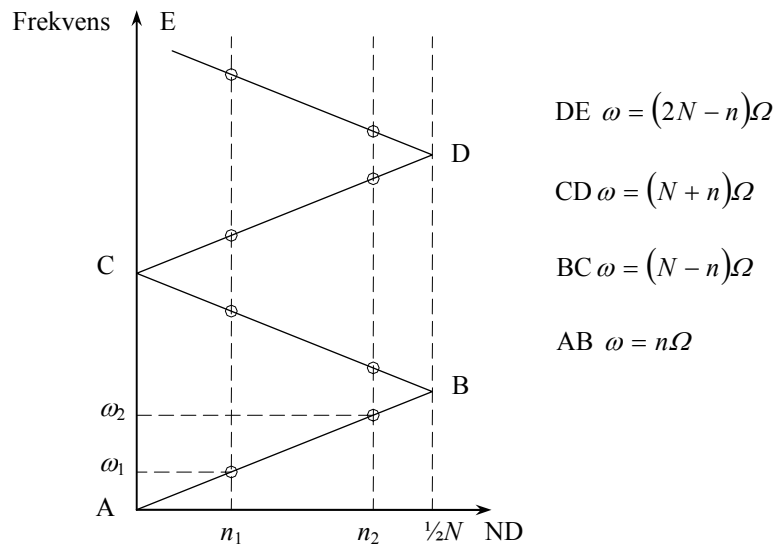
Då bladen passerar statoröppningarna kommer en periodiskt varierande last att påverka dem med viss frekvens. I och med att antalet passager beror av rotationsvarvtalet kommer frekvensberoendet att kunna relateras till detta. Om  $S$  betecknar antalet statoröppningar och  $\Omega$  betecknar rotationsvarvtalet kommer excitationen att ske med en frekvens  $\omega$  enligt (3.1). Observera att varvtalet måste uttryckas som varv per sekund här.  $p$  är ett heltal där  $p=1$  betecknar grundfrekvensen och  $p>1$  anger högre ordningars excitation.

$$\omega = pS\Omega \text{ rps, } p = 1, 2, \dots \quad (3.1)$$

För att bedöma riskerna för resonans, och därmed riskerna för skadliga spännings- och deformationsnivåer i rotorn, utnyttjas bland annat Campbelldiagram. I dessa markeras strukturens egenfrekvenser och excitationfrekvenserna enligt (3.1) uttryckta i rotationsvarvtalet. Med kända driftförhållanden kan ett varvtalsintervall  $\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$  bestämmas och alla korsningar mellan egenfrekvenslinjer och excitationlinjer inom detta intervall innebär potentiellt farliga resonanser. Figur 3.4 återger ett generellt Campbelldiagram där resonanspunkterna är inringade.



**Figur 3.4** Principiellt Campbelldiagram. Resonanser inom driftområdet är inringade.



**Figur 3.5** ZZENF-diagram. Till höger återges zig-zaglinjernas ekvationer. Frekvenserna  $\omega_1$  och  $\omega_2$  är i allmänhet de mest betydelsefulla.

Den skivresponns som forceras fram genom gaslasten kommer som nämnts att ha karaktären av vågor som breder ut sig i skivan. Enligt [7] kan detta utnyttjas för att tillsammans med (3.1) ställa upp ett uttryck på formen (3.2). Teckenskiftet inom parentes indikerar om deformationsvågen rör sig i samma riktning som, eller i riktning mot, rotorrens rörelseriktning. I (3.2) är  $k$  något heltal,  $N$  är antalet rotorblad och  $n$  är det aktuella noddiameterantalet.

Det kan även noteras att periodisk excitation på grund av en last med viss delning (till exempel motsvarande antalet statoröppningar,  $S$ ) tenderar att excitera en modform med motsvarande antal noddiameterar  $n$  [7].

$$\omega = (kN \pm n)\Omega = pS\Omega \text{ rps, } p = 1,2,3,\dots, k = 0,1,2,\dots \quad (3.2)$$

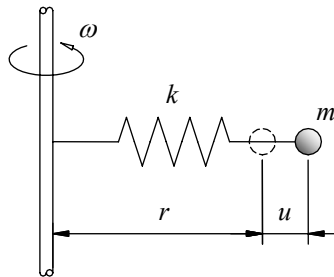
Med utgångspunkt i (3.2) kan ett alternativ till Campbelldiagrammet byggas upp i form av ett ZZENF-diagram (eng. *Zig-Zag-shaped Excitation in Nodal diameters versus Frequency*). På motsvarande sätt som i Campbelldiagrammet anger mötet mellan excitationlinjer och



egenfrekvenser de laster som kan leda till resonans. Egenfrekvenserna markeras i vertikalled för varje noddiameter. Figur 3.5 visar huvuddragen i ett ZZENF-diagram. Även i denna figur är potentiellt farliga resonanser inringade för två frekvens-/noddiameterkombinationer.

### 3.3 Dynamiska effekter på grund av rotation

Eftersom turbinskivan roterar med hög hastighet kommer rotordynamiken att påverkas. Framför allt gör sig detta gällande genom spänningsförstyvning och så kallad spin softening. Spänningsförstyvning innebär att strukturens styvhet ökas (eller minskas) på grund av det rådande spänningstillståndet i strukturen. I en roterande maskinkomponent, som till exempel en turbinrotor, kommer centripetalaccelerationen att ge upphov till ett spänningsfält i rotorn vars styvhet därmed ökar. Om spänningstillståndet i det motsatta fallet orsakar en minskad styvhet kan detta resultera i buckling av strukturen. Centripetalförstyvningen uppträder i FEM via en modifierad styvhetsmatris. Ansys [8] innehåller mera om FE-formulerad spänningsförstyvning och [5] ger en analytisk behandling av centripetalförstyvning i turbinskivor.



Figur 3.6 SDOF-system utsatt för spin softening.

För att åskådliggöra inverkan av spin softening kan ett enkelt massa-/fjädersystem enligt Figur 3.6 utnyttjas. Radiell jämvikt för massan  $m$  ges av  $ku = \omega^2 mr$ . Med hänsyn tagen till deformationen kan uttrycket skrivas om som  $ku = \omega^2 m(r + u)$ . Omflyttning av termerna resulterar i  $\tilde{k}u = \omega^2 mr$  där  $\tilde{k} = k - \omega^2 m$  är systemets modifierade styvhet, reducerad för att ta hänsyn till den radiella förskjutningen. Motsvarande kan utföras för godtyckliga  $N$ -DOF-system. Således innebär även spin softening en modifiering av strukturens styvhetsmatris.

### 3.4 Mistuning

I en perfekt cykliskt symmetrisk struktur, som till exempel en turbinrotor, kan den modala deformationen beskrivas uttryckt i harmoniska funktioner enligt vad som beskrivits ovan. Bladvibrationerna uppträder cykliskt med en konstant fasförskjutning mellan intilliggande blad. Den perfekt cyklisksymmetriska strukturen utgör dock en idealisering av verkliga förhållanden. En turbinrotor uppvisar alltid avvikelser från perfekt cyklisk symmetri. Dessa avvikelser uppträder som geometriska variationer kring skivans omkrets. Variationerna kan härstamma från materialdefekter eller från geometrisk spridning inom tillverknings toleranserna. Ytterligare en källa är det oundvikliga slitaget som turbinrotorerna utsätts för under drift. Avvikelsen från perfekt symmetri benämns i allmänhet med den

engelska termen *mistuning*. Generellt gäller att ju mera mistuning systemet uppvisar desto mindre symmetri finns i vibrationsmönstren.

En cykliskt symmetrisk struktur kan sägas vara uppbyggd av subkomponenter. I turbinrotorfallet skulle dessa subkomponenter utgöras av sektorer, vardera innehållande ett blad, av hela rotorn. Det har visats, i till exempel [6] och i Yoo et al [9], att den mekaniska energi som lagras i en avvikande subkomponent är högre än energin i övriga subkomponenter beroende på reflektion av spänningsvågor i gränsskikten mellan komponenterna. Detta ger vibrationslokalisering till de avvikande subkomponenterna med lokalt kraftigt ökade vibrationsamplituder som följd. Hela strukturen får ökad vibrationsrespons på grund av mistuning men den maximala responsen koncentreras i vissa punkter genom vibrationslokaliseringen. Vibrationsamplituderna på grund av mistuning ökar med ökad mistuning upp till en viss (problemberoende) nivå, därefter avtar amplituderna åter. Vidare gäller att vibrationsförstärkningen i systemet med mistuning ökar med ökande antal subkomponenter (det vill säga antalet blad i turbinrotorexemplet). Ökningen är dock asymptotisk och avtar långsamt.

Effekterna av mistuning påverkas samfällt av kopplingen mellan substrukturerna och dämpningen i systemet, men generellt gäller att ökad dämpning reducerar vibrationsamplituderna även i system med mistuning. Den dynamiska kopplingen mellan substrukturerna kan antingen vara strukturell (genom till exempel bladtak, rotorskiva eller förstyvningsringar) eller aerodynamisk (via den strömmande fluid i vilken till exempel en turbinrotor rör sig).

Ett intressant fenomen som behandlas bland annat i Panovsky [10] och i [9] är att kontrollerad mistuning kan användas för att begränsa strukturella vibrationer i turbinrotorer. Inte minst kan effekterna av aerodynamisk instabilitet (se dämpningsavsnittet) begränsas.

För att ta hänsyn till effekterna av mistuning är det vanligt att utnyttja sannolikhetsanalyser. Detta förutsätter en parametrisering av ursprungsproblemet där parametrarna kan utgöras av till exempel variabla laster eller variabla geometrikomponenter. I turbinrotorfallet skulle vissa delar av bladgeometrierna kunna utgöra lämpliga sådana parametrar.

Nästa steg är att bestämma den statistiska fördelningen av parametervärdena, deras varians, medelvärde med mera. Därefter kan systemet analyseras via till exempel Monte Carlometoden. Detta utförs genom att ett stort antal parametervärden slumpas fram inom angiven statistisk fördelning för respektive parameter. En analys av systemet utförs därefter för respektive parameteruppsättning. Antalet fall som leder till exempelvis utmattningsbrott kan sedan divideras med totala antalet beräkningar vilket ger en uppskattning av sannolikheten för denna form av haveri.

I turbinrotorfallet innebär dock Monte Carlometoden ett enormt beräkningsarbete eftersom numeriska förenklingar som bygger på utnyttjande av den cykliska symmetrin inte kan användas på grund av förekomsten av mistuning. I stället måste en modell innehållande hela rotorgeometrin beräknas för en mängd kombinationer av parametervärden. Olika sätt att reducera beräkningsarbetet har presenterats, bland annat genom att utnyttja ett reducerat antal svängningsmoder.

## 4 – DÄMPNING

---

Ett odämpat system som sätts i rörelse kommer teoretiskt aldrig upphöra att svänga. Likaledes kommer systemet under yttre last att vid resonans få vibrationsamplituder som ökar mot oändliga värden. Dessa fenomen innebär naturligtvis teoretiska tillstånd. Rörelseenergin i det svängande systemet kommer att minska, att dissiperas. Den kinetiska energin övergår då i andra energiformer som termisk eller akustisk energi. Orsaken till detta är förekomsten av dämpning i systemet. Ökas dämpningen kommer systemresponsen för en yttre excitation att reduceras. Resonansamplituderna kommer att begränsas och även de dynamiska spänningarna kommer att minska.

Detta avsnitt beskriver hur dämpningen kan formuleras och kvantifieras samt vilka några av de vanligaste källorna till dämpning är. De grundläggande sambanden är mycket summariskt återgivna eftersom de står att finna i de flesta böcker i ämnet, till exempel i [3] och [4]. Avsnittet avslutas med ett stycke som beskriver dämpning i turbinrotorer.

### 4.1 Karakterisering av strukturdynamisk dämpning

För att strukturera den fortsatta framställningen görs här en uppdelning i dämpningsbeskrivningar som förekommer internt inom det betraktade systemet respektive dämpningsfenomen som är externa relativt systemet. Systemets interna dämpningsfaktorer kan i sin tur delas upp i följande delar:

- *Coulombdämpning* – uppträder på grund av friktion mellan olika kontaktytor i strukturen. Denna dämpningskomponent beror av kontaktryck, friktionskoefficient i kontaktytan och relativrörelse mellan ytorna som är i kontakt.
- *Materialdämpning* – konstruktionsmaterial absorberar energi under cyklisk belastning, till exempel på grund av inre friktion.

Dämpning som påverkar systemet från externa källor innefattar bland annat:

- *Magnetisk dämpning* – Magnetisk dämpning beskrivs av Maxwells samband för en elektrisk ledare som rör sig i ett varierande magnetfält. Magnetfältet ger upphov till ett elektriskt fält vilket resulterar i cirkulerande Eddyströmmar i ledaren (den vibrerande maskinkomponenten). Dessa strömmar dissiperar energi genom resistansen i ledaren. Den resulterande motståndskraften är proportionell mot ledarens/maskinkomponentens hastighet relativt fältet vilket ger en viskös vibrationsdämpning med linjär karakteristik.
- *Akustisk dämpning* – Vibrationer kan både exciteras och dämpas genom variationer i akustisk energi. Vanligen används olika former av ljudisolering som till exempel ytbeläggningar för att undvika oönskade resonanser på grund av ljudtryck.
- *Aerodynamisk dämpning* – Dämpningen beror på den vibrerande strukturens interagerande med en strömmande fluid. Under vissa kritiska omständigheter övergår den stabiliserande dämpningen i instabilitet, så kallat fladder.

Av ovanstående dämpningstyper är det de interna dämpningsbeskrivningarna (Coulombdämpning och materialdämpning) samt aerodynamisk dämpning som är av störst intresse i detta arbete. Dessa modeller, framförallt materialdämpning, kommer därför att presenteras något utförligare i det följande. Betoningen på materialdämpning beror på att denna form av energidissipation har stor betydelse för det dynamiska beteendet i bliskrotorer. Detta återkommer i arbetets senare, tillämpade, avsnitt.

#### 4.1.1 Viskös dämpning

Den viskösa dämpningen ingår i rörelseekvationen som ett rörelsemotstånd proportionellt mot systemets förskjutningshastighet, se (4.1). Proportionaliteten ges av dämpningskoefficienten  $c$  till vilken dämpningsförhållandet  $\zeta$  kan relateras enligt (4.2).

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2u = 0 \quad \text{där} \quad \omega_n^2 = \frac{k}{m} \quad (4.1)$$

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{c_{krit}} \quad (4.2)$$

Den homogena delen av lösningen till rörelseekvationen har en lösning på formen  $u(t) = e^{rt}$ . Lösningen beror av det karakteristiska polynomets rötter  $r$  som i sin tur ges av (4.3).

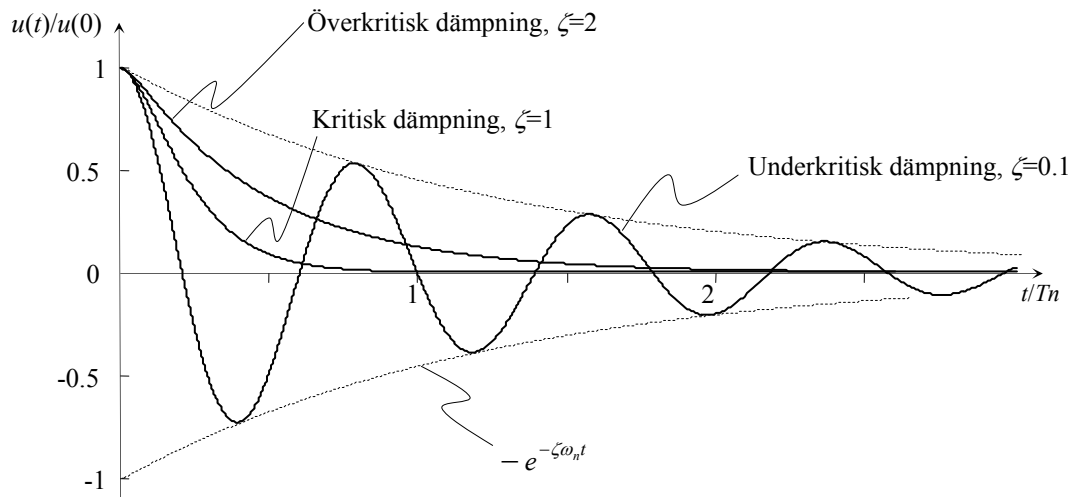
$$r_{1,2} = \omega_n \left( -\zeta \pm i\sqrt{1 - \zeta^2} \right) \quad (4.3)$$

Av (4.3) framgår det att systemets beteende kommer att avgöras av graden av dämpning. Det vill säga av värdet på dämpningsförhållandet  $\zeta$ . Tre fall kan identifieras enligt följande uppställning. Motsvarande svängningsbeteenden finns återgivna i Figur 4.1.

- *Underkritisk dämpning*,  $0 < \zeta < 1$  och  $c < c_{krit}$ , ger komplexa rötter till den karakteristiska ekvationen. Svängningsamplituden avtar exponentiellt. Det är detta fall som behandlas mera utförligt nedan.
- *Kritisk dämpning*,  $\zeta = 1$  och  $c = c_{krit}$ , ger sammanfallande rötter. Denna dämpning markerar det minsta värde på  $\zeta$  för vilket en aperiodisk rörelse kan existera. Detta gränsvärde markerar skillnaden mellan oscillerande och ickeoscillerande rörelse i systemet.
- *Överkritisk dämpning*,  $\zeta > 1$  och  $c > c_{krit}$ , ger två reella och negativa rötter till den karakteristiska ekvationen. Svängningen är aperiodisk och något mera långsamt avtagande än fallet då  $\zeta = 1$ .

Den energi som dissiperas per svängningscykel i ett visköst dämpat system kan beräknas genom att utnyttja dämpningskoefficienten  $c$  och den viskösa dämpningens hastighetsberoende enligt (4.4).

$$D = \oint c \dot{u} du = \int_0^{2\pi/\omega} c \dot{u}^2 dt \quad (4.4)$$



**Figur 4.1** Svängningsbeteende för ett frisivängande SDOF-system med olika grad av dämpning.

Om systemets rörelse förutsätts vara harmonisk och given av (4.5) så kan energidissipationen  $D$  skrivas om enligt (4.6).

$$u(t) = u_0 \sin(\omega t - \phi), \quad \dot{u}(t) = \omega u_0 \cos(\omega t - \phi) \quad (4.5)$$

$$D = \int_0^{2\pi/\omega} c(\omega u_0 \cos(\omega t - \phi))^2 dt = c\pi u_0^2 \omega \quad (4.6)$$

#### 4.1.2 Coulombdämpning

Den inre dämpningen i en struktur kan uppskattas att till cirka 90% härröra från friktion i kopplingar och kontaktytor, Beard [11]. Kvantitativt är dämpningen dock svår att bedöma i enskilda kontaktytor eftersom energidissipationen avgörs av vilken relativrörelse som förekommer mellan ytorna. Högre kontakttryck minskar relativrörelsen men initierar istället mekanismer som nötningskorrosion och plasticering. Processerna är intimt förknippade och har delvis samma dissipativa effekt [11].

Den matematiska härledningen av energidissipationen på grund av Coulombdämpning ges till exempel i Inman [12] och [4], här återges endast några resultat.

Friktionskraften ges av (4.7) där  $\mu$  betecknar koefficienterna för statisk och kinetisk friktion i kontaktytan (koefficienterna förmodas här vara desamma). Friktionskraften förutsätts vidare vara oberoende av hastighetens belopp så fort rörelsen initierats.  $N$  är normalkraften mellan massan och underlaget.

$$F_f = \mu N \quad (4.7)$$

Energidissipationen ges av (4.8) där även (4.6) utnyttjats för att ge ett uttryck för den ekvivalenta viskösa dämpningen,  $c_{ekv}$ .

$$D = 4F_f u_0 = c_{ekv} \pi u_0^2 \omega \Rightarrow c_{ekv} = \frac{4F_f}{\pi u_0 \omega} \quad (4.8)$$

Dämpning i ett verkligt system måste till viss del utgöras av Coulombdämpning eftersom det endast är denna mekanism som helt kan bromsa en fri svängningsrörelse. Viskös dämpning minskar svängningsamplituden exponentiellt mot allt mindre värden, jämför Figur 4.1, men uppnår teoretiskt aldrig ett stationärt tillstånd. Som visats ovan kan dock approximativa dämpningsbeskrivningar ställas upp genom att formulera den ekvivalenta viskösa dämpningen [3].

### 4.1.3 Materialdämpning

Om ett material utsätts för en periodiskt varierande belastning kommer även deformationen i materialet att variera periodiskt. Deformationen kommer att ha samma frekvens som den pålagda lasten, men fasen kommer att vara annorlunda. Generellt ligger deformationen färförskjutet en vinkel  $\phi$  efter lasten.

Denna färförskjutning gör att det är bekvämt att hantera relationen mellan spänningar och töjningar i materialet på komplex form. De komplexa spännings-/töjningssambanden får formen (4.9). Nedan betecknas amplitudkomponenterna av spänningen och töjningen med ett index  $a$ .

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \sigma_a e^{i\omega t} \\ \varepsilon(t) &= \varepsilon_a e^{i(\omega t - \phi)} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Genom att slå samman uttrycken (4.9) kan materialets konstitutiva samband formuleras på komplex form enligt (4.10). Detta resulterar i en komplex elasticitetsmodul  $E^*$ .

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} e^{i\phi} = E' + iE'' = E^* \quad (4.10)$$

Liksom  $E$ -modulen kan spänningen och töjningen skrivas på motsvarande komplexa form enligt (4.11).

$$\begin{aligned} \sigma^* &= \sigma' + i\sigma'' \\ \varepsilon^* &= \varepsilon' + i\varepsilon'' \end{aligned} \quad (4.11)$$

Enligt till exempel Lazan [13] kan  $E' = \text{Re } E^*$  tolkas som systemets styvhet medan  $E'' = \text{Im } E^*$  utgör uttryckets förlustkomponent. Den senare faktorn blir således relaterad till den energidissipation som sker i det periodiskt belastade materialet.

I allmänhet är det svårt att i praktiska tillämpningar separera ett materials styvhet från energidissipationen på grund av inre dämpning eftersom de två komponenterna är kopplade. För att kringgå detta används ofta materialets förlustfaktor  $\eta$  som tillåter att de två komponenterna hanteras tillsammans [11]. Denna förlustfaktor anges som ett relativmått mellan styvhet och energidissipation och kan därför även relateras till färförskjutningen  $\phi$  enligt (4.12). För att utföra denna omformulering utnyttjas det konstitutiva sambandet i (4.13). Efter denna omformulering benämns  $\phi$  materialets förlustvinkel och  $\tan \phi$  materialets förlusttangens.

$$\eta = \frac{E''}{E'} = \tan \phi \quad (4.12)$$

Förlustfaktorn  $\eta$  antar relativt små värden för metalliska material och kan i dessa fall ligga kring 0.001. Värdet tenderar att minska ju renare materialet är [11]. För vissa polymerer är förlustfaktorns värde som förväntat högre och hårt gummi kan uppnå förlustfaktorer som är många gånger större än i metalliska material.

Belastade material beter sig aldrig helt elastiskt, ens vid mycket låga lastnivåer. För cykliskt belastade material märks detta genom att sambandet mellan spänning och töjning inte antar singulara värden. Den energidissipation som förekommer i materialet gör att den konstitutiva lagen avviker från ett rent linjärt samband. I stället kommer spänningen som funktion av töjning att ge upphov till en elliptisk graf i spännings-/töjningsplanet, en hystereskurva. En sådan kurva är schematisk återgiven i Figur 4.2. Ju högre dämpningen, det vill säga energidissipationen, är i ett material desto mera framträdande blir denna elliptiska karaktär. I metaller är dock avvikelserna från ett linjärt samband så liten att den är svår att detektera experimentellt. I ett teoretiskt strikt ickedissiperande material kommer ellipsen att kollapsa till en rät linje.

I anslutning till Figur 4.2 kan även noteras att lutningen på axeln  $AB$  beror på kopplingen mellan styvhet och viskös dämpning i materialet. I fallet med uteslutande viskös dämpning kommer axeln  $AB$  att vara parallell med töjningsaxeln, ellipsens huvudaxel skulle vara horisontell.

Genom att utnyttja de tidigare komplexa formuleringarna av spänning, töjning och elasticitetsmodul ges en konstitutiv relation på komplex form enligt  $\sigma^* = E^* \varepsilon^*$ . Utvecklas detta uttryck resulterar det i (4.13).

$$\begin{aligned} \sigma^* &= (E' + iE'')(\cos \omega t + i \sin \omega t) \varepsilon_a = \\ &= (E' \cos \omega t - E'' \sin \omega t) \varepsilon_a + i(E'' \cos \omega t + E' \sin \omega t) \varepsilon_a \end{aligned} \quad (4.13)$$

Som nämnts tidigare utgör den komplexa elasticitetsmodulens realdel styvheten och imaginärdelen energiförlusten i materialet. På samma sätt utgör de imaginära delarna av spänningen och töjningen förlustkomponenter. Det elliptiska spännings-/förskjutningssambandet ges således av realdelarna. Dessa har formen (4.14) där förlustfaktorn utnyttjats för att skriva om spänningsuttrycket.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \sigma^* &= \sigma' = \varepsilon_a (E' \cos \omega t - E'' \sin \omega t) = \varepsilon_a E' (\cos \omega t - \eta \sin \omega t) \\ \operatorname{Re} \varepsilon^* &= \varepsilon' = \varepsilon_a \cos \omega t \end{aligned} \quad (4.14)$$

Av (4.14) framgår förlustfaktorns betydelse för spänningskurvans utseende. Om materialet är kraftigt dämpande ökar ellipsens "tjocklek" medan ett nästan odämpat material, med mycket låg förlustfaktor, kommer att uppvisa ett i princip linjärt samband. Som nämnts tidigare ger ett fullständigt odämpat material,  $\eta = 0$ , en linjär spännings-/töjningsrelation på en form som motsvaras av Hookes lag. I sådana fall motsvarar  $E'$  den linjära elasticitetsmodulen  $E$ .

Den energi som dissiperas i materialet kommer att vara proportionell mot arean som omsluts av hystereskurvan. Genom detta förhållande kan dämpningsenergin per lastcykel och per

volymenhet bestämmas genom integration. För att utföra detta bestäms först töjningshastigheten enligt (4.15).

$$\dot{\varepsilon}^* = \dot{\varepsilon}' + i\dot{\varepsilon}'' = \omega\varepsilon_a(-\sin \omega t + i \cos \omega t) \quad (4.15)$$

Med hjälp av realdelen av den komplexa töjningshastigheten kan arean som omsluts av hystereskurvan – det vill säga energidissipationen – bestämmas enligt (4.16).

$$D = \oint \sigma' d\varepsilon' = \int_0^T \sigma' \dot{\varepsilon}' dt = \pi E'' \varepsilon_a^2 \quad (4.16)$$

Töjningsenergin,  $U$ , per belastningscykel och volymenhet ges av (4.17). Töjningsenergin motsvaras av det skuggade triangulära området i Figur 4.2.

$$U = \frac{1}{2} E' \varepsilon_a^2 \quad (4.17)$$

Sammanställning av (4.16) och (4.17) ger då i enlighet med (4.12) ett uttryck på formen (4.18).

$$\eta = \frac{E''}{E'} = \frac{D}{2\pi U} = \tan \phi \quad (4.18)$$

Om en SDOF-formulering av den hysteretiskt dissiperade energin skrivs enligt (4.19) kan denna utnyttjas tillsammans med sin viskösa motsvarighet i (4.6) för att ge en ekvivalent viskös dämpning.

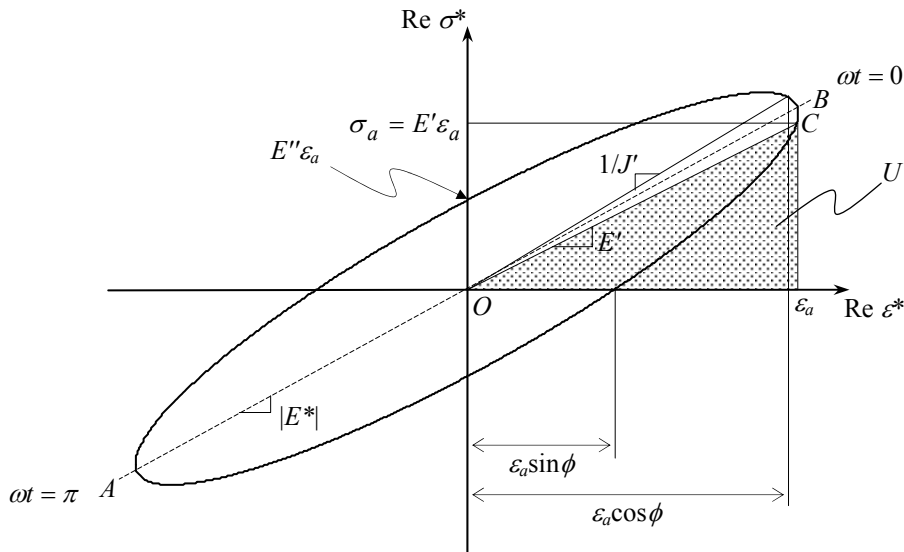
$$D = \pi \eta k u_0^2 \text{ där } k \text{ motsvarar } E' \quad (4.19)$$

Denna ekvivalenta viskösa dämpning kommer att få de alternativa formuleringar som ges i (4.20).

$$\zeta_{ekv} = \frac{1}{2} \eta \frac{\omega_d}{\omega} = \frac{D}{4\pi U} \frac{\omega_d}{\omega} \quad (4.20)$$

Det ekvivalenta viskösa dämpningsförhållandet  $\zeta_{ekv}$  kommer således att vara giltigt vid ett frekvensförhållande  $\omega_d/\omega$ . Det är accepterat att SDOF-formuleringen i (4.20) kan användas som en god approximation även för MDOF-system [3]. För att göra detta beräknas den ekvivalenta dämpningen vid var och en av de egenfrekvenser som skall analyseras.





**Figur 4.2** Hystereskurva med illustration av förlustvinkeln  $\phi$  och töjningsenergin  $U$ .  
 $J' = \text{Re}(J^* = 1/E^*)$  där  $J^*$  är den komplexa kompilansen.

Ett alternativt sätt att formulera energidissipationen i ett material ges av en dämpningslag enligt (4.21). Denna beskrivs närmare i till exempel [13]. (4.21) utnyttjar experimentellt framtagna materialparametrar i form av koefficienten  $J$  (proportionalitetskonstant) och exponenten  $n$ . Liksom tidigare är  $\sigma_a$  den amplitudspänning som belastar materialet. I [13] finns dessa parametrar tabellerade för ett stort antal olika material.

$$D = J\sigma_a^n \quad (4.21)$$

De fysiska mekanismer som orsakar energidissipationen i ett material är beroende av vilken typ av material det handlar om. Ofta skiljer man dessutom på två huvudtyper av energidissipation eller hysteres i material: dynamisk respektive statisk hysteres [3, 13].

Den dynamiska hysteresen (även benämnd viskoelastisk, reologisk eller hastighetsberoende hysteres) refererar till de materialegenskaper som styrs av ett tidsberoende spännings-/töjningssamband. Det är denna form av hysteres som studerats ovan och som framgick där resulterar den dynamiska hysteresen i en elliptisk hysteresloop.

Om en periodisk last läggs på tillräckligt långsamt kommer frekvensen att vara så låg att materialet tillåts att hela tiden vara i jämvikt. Detta beror på den dynamiska hysteresens frekvensberoende som framgår av till exempel (4.14).

Ett fall av dynamisk hysteres utgörs av anelasticitet. Detta innebär att all töjning i materialet återgår efter en viss tid, materialet ges inga permanenta deformationer.

Dynamisk hysteres i metaller orsakas i huvudsak av temperatur- och frekvensberoende mekanismer som korngränsviskositet och termoelastiska effekter på både mikro- och makronivå. Dessa fenomen, liksom flera motsvarande, finns närmare beskrivna i till exempel [13] och i Zener [14].

Statisk hysteres är oberoende av deformationshastigheten. I denna hystereskategori ingår således spännings-/töjningssamband som är tidsberoende. Sambandet mellan last och förskjutning innebär ett i princip ögonblickligt skeende. Den statiska hysteresen resulterar i en

spetsig hysteresloop och efter lastens avlägsnande kan materialet eventuellt vara utsatt för permanent deformation.

Mekanismerna bakom statisk hysteres utgörs i huvudsak av plastisk töjning och magnetoelasticitet. Även dessa fenomen finns närmare beskrivna i [13].

#### 4.1.4 Aerodynamisk dämpning

Om en struktur vibrerar i en fluid eller om en fluid under hög hastighet tvingas genom någon form av mynning kan en dämpningsfaktor formuleras som är proportionell mot den kvadrerade fluidhastigheten. Det första fallet kan exemplifieras med luftmotstånd, det vill säga aerodynamisk dämpning, och det andra fallet utgör ett fenomen som utnyttjas i till exempel stötdämpare på olika fordon. Den dämpande kraften som bildas kommer att vara motriktad rörelsen.

För ett aerodynamiskt dämpat, fritt svängande, SDOF-system kan rörelseekvationen skrivas enligt (4.22). Signumfunktionen har här utnyttjats för att indikera hur den dämpande kraften skiftar riktning då rörelseriktningen ändras. Den aerodynamiska dämpningskoefficienten  $c_A$  är beroende av den yta  $A$  som fluiden träffar, fluidens densitet  $\rho$  och en motståndskoefficient  $C_D$  som är geometriberoende. Dessa faktorer relateras till varandra enligt (4.23).

$$m\ddot{u} + c_A \operatorname{sgn}(\dot{u})\dot{u}^2 + ku = 0 \quad (4.22)$$

$$c_A = \frac{\rho C_D A}{2} \quad (4.23)$$

Den aerodynamiska dämpningen och det näraliggande fenomenet fladder beskrivs ytterligare i avsnittet om dämpning i turbinrotorer.

## 4.2 Ytterligare dämpningsmått och dämpningsbeskrivningar

I ovanstående framställning har dämpningsmått som förlustfaktorn  $\eta$ , förlustvinkeln  $\phi$  och dämpningsförhållandet  $\zeta$  behandlats. Förutom dessa existerar andra dämpningsmått som är frekvent förekommande i litteraturen. Några vanliga sådana är kvalitetsfaktor, modal töjningsenergi, logaritmiskt dekrement, half-power bandwidth, specifik dämpningskapacitet och proportionell dämpning. Dessa presenteras i detta avsnitt utan någon speciell inbördes ordning.

### 4.2.1 Kvalitetsfaktor

Ett vanligt förekommande sätt att beskriva dämpningen i en struktur är via kvalitetsfaktorn  $Q$ . Då strukturen når en resonansfrekvens på grund av en exciterande harmonisk last definieras kvalitetsfaktorn som förhållande mellan steady-stateförskjutningen vid harmonisk svängning och den statiska förskjutningen under motsvarande last. Uttrycket får formen (4.24).

$$Q = \frac{u_{\max, \text{dyn}}}{u_{\text{stat}}} = \Phi \quad (4.24)$$

Detta förhållande motsvaras av förstärkningsfunktionen  $\Phi$  som utgörs av förhållandet mellan förskjutningsamplituderna på grund av dynamisk respektive statisk last, se (4.25).

$$\Phi(\omega / \omega_n) = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega / \omega_n)^2]^2 + [2\zeta(\omega / \omega_n)]^2}} \quad (4.25)$$

För små dämpningsvärden är förstärkningsfunktionen  $\Phi \approx (2\zeta)^{-1}$  vid resonans. Detta gör att kvalitetsfaktorn även kan skrivas som (4.26).

$$Q \approx \frac{1}{2\zeta} \quad (4.26)$$

I avsnittet om hysteretisk dämpning ovan definierades förlustfaktorn  $\eta$ . Denna faktor utgör liksom  $Q$  ett relativt dämpningsmått och ett samband mellan dessa faktorer kan ställas upp enligt (4.27) [13].

$$Q = \frac{1}{\eta} \quad (4.27)$$

Eftersom strukturen kan nå resonansförhållanden för alla svängningsmoder, kan också en kvalitetsfaktor bestämmas för varje mod.

#### 4.2.2 Modal töjningsenergi

Denna metod utnyttjar töjningsenergin i enskilda moder för att göra en uppskattning av strukturens övergripande dämpningsegenskaper. Idén är att undvika beräkning av dämpningsmatrisen  $\mathbf{C}$  och de komplexa kvantiteterna i den matrisformulerade rörelseekvationen. I stället görs approximationen att de reella modformerna kan beskriva de komplexa motsvarigheterna. Detta ger en möjlighet att uppskatta förlustfaktorn för varje svängningsmod baserat på modformen. En förutsättning är att materialegenskaperna inte är frekvensberoende.

Utnyttjande av modal töjningsenergi förutsätter vidare att en harmonisk analys utförts på det odämpade systemet så att töjningsenergin kan bestämmas. Metoden används bland annat vid analys av laminerade material där dämpande viskoelastiska skikt lagts in mellan till exempel lager av stålplåt, Macioce [15].

Om  $U_{vm}$  betecknar töjningsenergin i det viskoelastiska materialet och  $U_{tot}$  den totala töjningsenergin vid en viss frekvens ges ett uttryck enligt (4.28) för mod  $n$ . Här är  $\eta_{vm}$  den frekvensberoende (och eventuellt temperaturberoende) dämpningen i det viskoelastiska materialet ( $vm$ ) och  $\eta_n$  är systemets förlustfaktor vid moden  $n$ .

$$\eta_n = \left[ \eta_{vm} \frac{U_{vm}}{U_{tot}} \right]_n \quad (4.28)$$

### 4.2.3 Specifik dämpningskapacitet

Ett materials specifika dämpningskapacitet definieras av förhållandet mellan energin som dissiperas genom dämpning under en cykel,  $D$ , och den totala töjningsenergin i materialet vid maximal töjningsamplitud,  $U_{max}$ . Detta ger en dimensionslös faktor  $\Psi$  som indikerar graden av hysteretisk dämpning i materialet.

$$\Psi = \frac{D}{U_{max}} \quad (4.29)$$

Med förlustfaktorn  $\eta$  definierad enligt (4.18) råder även sambandet (4.30).

$$\Psi = 2\pi\eta \quad (4.30)$$

Enligt ovanstående redogörelser gäller approximativt förhållandet  $\eta = 2\zeta$  mellan förlustfaktor och dämpningskvot. Detta gör det möjligt att uttrycka dämpningskapaciteten i det viskösa dämpningsförhållandet enligt (4.31).

$$\Psi = 2\pi\eta = 4\pi\zeta \quad (4.31)$$

De flesta material har en relativt låg specifik dämpningskapacitet. Ett undantag är gjutjärn som har hög hysteretisk dämpning, det vill säga hög specifik dämpningskapacitet, eftersom grafitiskivorna i strukturen begränsar utbredningen av spänningsvågor, Hudson [16].

### 4.2.4 Logaritmiskt dekrement

Den transienta svängningsrörelsen för ett svagt dämpat system kan, under startvillkoren  $u_0 = u(0)$  och  $\dot{u}_0 = \dot{u}(0)$ , skrivas enligt (4.32).

$$u(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left( u_0 \cos \omega_d t + \frac{\dot{u}_0 + \zeta\omega_n u_0}{\omega_d} \sin \omega_d t \right) \quad (4.32)$$

Om ekvation (4.32) betraktas även en period senare, vid tiden  $t + T_d$ , kan förhållandet mellan två påföljande förskjutningsamplituder skrivas enligt (4.33).

$$\frac{u_i}{u_{i+1}} = e^{\zeta\omega_n T_d} \quad (4.33)$$

Genom att nu utnyttja relationerna  $T_d = 2\pi / \omega_d$  och  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta}$  kan (4.33) skrivas om som (4.34). Därigenom erhålls ett uttryck för det logaritmiska dekrementet  $\kappa$ .

$$\kappa = \ln \frac{u_i}{u_{i+1}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (4.34)$$

Faktorn  $\kappa$  beskriver således hur mycket förskjutningsamplituden minskar under en svängningsperiod i det dämpade systemet. Om responsen är känd kan dämpningsförhållandet för strukturen bedömas med hjälp av  $\kappa$ .

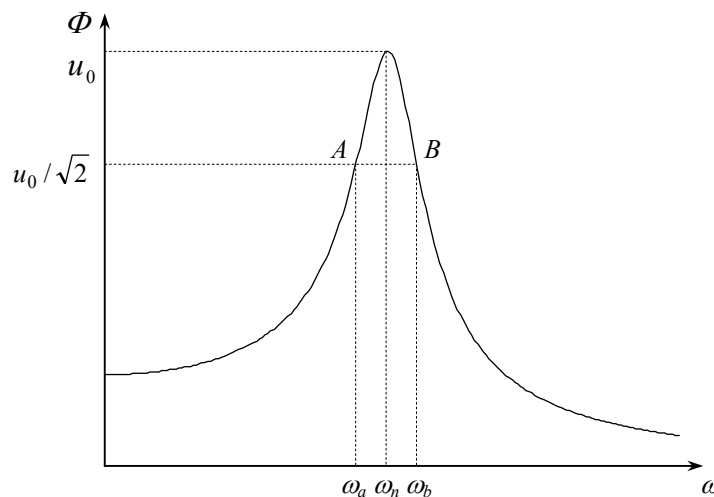
För svagt dämpade system kan det vara fördelaktigt att bestämma det logaritmiska dekrementet mellan två amplituder som ligger på ett relativt stort tidsmässigt avstånd från varandra för att få en god uppskattning av dämpningen. Uttrycket (4.34) kan användas även i detta fall om en heltalsmultipel  $N$  införs. Dämpningen bestäms då av förhållandet mellan en amplitud  $u_i$  och en amplitud  $u_{i+N}$  som inträffar  $N$  cykler senare. Det logaritmiska dekrementet får då formen (4.35).

$$\frac{u_i}{u_{i+N}} = e^{N\kappa} \quad (4.35)$$

Uppenbarligen förutsätter användandet av logaritmiskt dekrement att svängningen är exponentiellt avtagande. Således kan metoden inte användas när till exempel en rent Coulombdämpad rörelse betraktas.

#### 4.2.5 Half-Power Bandwidth

Medan det logaritmiska dekrementet kan användas för att uppskatta dämpningen i tidsplanet kräver Half-Power Bandwidth-metoden att systemresponsen är känd i frekvensplanet. En responskurva kan då beskrivas med hjälp av systemets förstärkningsfunktion  $\Phi$  som formulerades i (4.25). Den responskurva, strukturens resonansspektrum, som då ges kommer att uppvisa amplitudtoppar för resonansfrekvenserna. Det vill säga för strukturens egenfrekvenser. Figur 4.3 visar en sådan resonanstopp för en egenfrekvens  $\omega_n$ .



**Figur 4.3** Resonanstoppp med definition av halveffektpunkterna A och B.

Maximala värdet på  $\Phi$  ges vid resonansfrekvensen. Sätts derivatan av  $\Phi$  med avseende på  $\omega/\omega_n$  till noll ges resultatet i (4.36).

$$\frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{1 - 2\zeta^2}, \quad \zeta < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4.36)$$

Återsubstituering av resultatet i (4.25) ger värdet på förstärkningsfunktionen vid resonans enligt (4.37).

$$\Phi_{\text{resonans}} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (4.37)$$

Utnyttjas nu (4.25) och (4.37) tillsammans ges de frekvenser för vilka förstärkningen är  $1/\sqrt{2}$  gånger den maximala. Dessa är de två halveffektpunkter (eng. *half-power points*) som utnyttjas för dämpningsbestämningen<sup>1</sup>. Resultatet är rötterna till en kvadratisk ekvation i  $(\omega/\omega_n)^2$ . Rötterna ges av (4.38).

$$\Phi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Phi_{\text{resonans}} \Rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 = (1-2\zeta^2) \pm 2\zeta\sqrt{1-\zeta^2} \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_n} \approx \sqrt{1 \pm 2\zeta} \quad (4.38)$$

I sista ledet antages dämpningen vara svag vilket gör att de kvadrerade dämpningstermerna kan försummas. Om en Taylorutveckling av högerledet trunkeras efter första termen ges uttryck för de två rötterna som motsvarar intervallgränserna  $\omega_a$  och  $\omega_b$  i Figur 4.3. Om rötterna subtraheras från varandra ges relationen (4.39).

$$\frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_n} \approx 2\zeta \quad (4.39)$$

Detta sista uttryck ger nu möjligheten att uppskatta strukturens dämpning genom att betrakta resonansspektret. Då dämpningen bestäms vid en resonansfrekvens tillåter metoden att de modala dämpvärdena bestäms för enskilda svängningsmoder i strukturen. Av (4.39) kan även slutsatsen dras att ju smalare en resonanstopp är i frekvensspektret, desto mindre dämpad är motsvarande frekvens.

Denna metod är behäftad med viss risk. Mätdata som är angiven i glest placerade punkter (låg samplingsfrekvens) gör att bedömningen av förstärkningsfunktionens maxvärde och därmed gränserna för frekvensintervallet blir osäker. Det finns en risk att maximalamplituden underskattas vilket leder till en överskattning av frekvensintervallets bredd som i sin tur resulterar i ett för högt värde på dämpningsförhållandet  $\zeta$ .

#### 4.2.6 Proportionell dämpning

Om dämpningsmatrisen  $\mathbf{C}$  kan uttryckas som en linjärkombination av massmatrisen  $\mathbf{M}$  och styvhetsmatrisen  $\mathbf{K}$  är det möjligt att diagonalisera matriserna. Denna diagonalisering, då modvektorerna är ortogonala mot  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  och  $\mathbf{K}$ , gör att systemet beskrivs av okopplade differentialekvationer som kan lösas var och en för sig. De separerade ekvationerna kan sedan användas vid till exempel modsuperposition. Om dämpningsmatrisen  $\mathbf{C}$  är möjlig att

<sup>1</sup> Dessa punkter ligger 3 dB under maximalamplituden vilket motsvarar hälften av den maximala förstärkningen. En sinussignals effekt är proportionell mot roten ur dess amplitud, det vill säga  $P_{\text{ut}} / P_{\text{in}} = 1/\sqrt{2}$  och  $20 \log(1/\sqrt{2}) \approx 3$  dB.

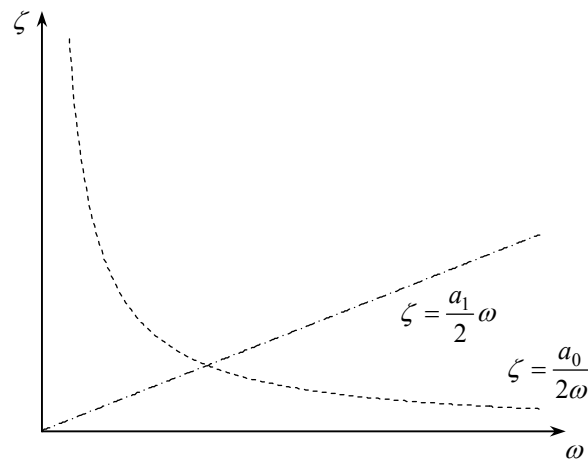
diagonalisera på detta sätt kan energidissipationen i systemet beskrivas via proportionell dämpning.

Den proportionella dämpningen ges antingen av en dämpning som relateras till systemets massmatris via proportionalitetskonstanten  $a_0$ , alternativt av en dämpning som är proportionell mot systemets styvhetsmatris via konstanten  $a_1$ . Dessa relationer syns i (4.40). Konstanterna  $a_0$  och  $a_1$  bestäms utifrån systemets modala dämpningsförhållanden.

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= a_0 \mathbf{M} \\ \mathbf{C} &= a_1 \mathbf{K} \end{aligned} \quad (4.40)$$

På motsvarande sätt som i (4.2) kan masskomponenten av det modala dämpningsförhållandet beskrivas för ett MDOF-system enligt (4.41) under antagande om proportionell dämpning. I (4.41) är  $C_n$  och  $M_n$  komponenterna i de diagonaliserade matriserna.

$$\zeta_n = \frac{C_n}{2M_n\omega_n} = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} \Rightarrow a_0 = 2\zeta_n\omega_n \quad (4.41)$$



**Figur 4.4** Proportionell dämpning.

Genom att utnyttja  $\omega_n = \sqrt{K_n/M_n}$  kan (4.41) även utnyttjas för att beskriva den styvhetsproportionella dämpningskomponenten enligt (4.42).

$$\zeta_n = \frac{a_1}{2} \omega_n \Rightarrow a_1 = \frac{2\zeta_n}{\omega_n} \quad (4.42)$$

De två dämpningskomponenterna varierar enligt Figur 4.4. Som framgår av graferna är den massproportionella dämpningen mest avgörande vid låga frekvenser och styvhetsdämpningen vid högre.

#### 4.2.6.1 Rayleighdämpning

Ett sätt att konstruera dämpningsmatrisen ges genom den metod som tillskrivs Rayleigh. I detta fall bildas  $\mathbf{C}$  genom en linjärkombination av  $\mathbf{M}$  och  $\mathbf{K}$  enligt (4.43). Konstanterna  $a_0$  och  $a_1$  definierades i föregående avsnitt.

$$\mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K} \quad (4.43)$$

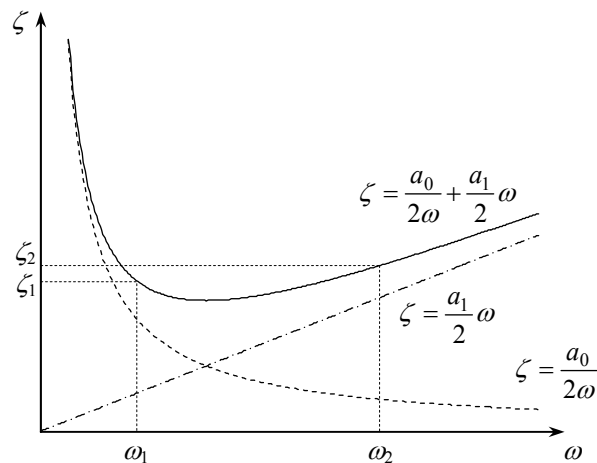
Med dämpningskomponenterna enligt (4.41) och (4.42) kan denna relation skrivas om som (4.44).

$$\zeta_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (4.44)$$

Genom att betrakta dämpningen i två olika moder,  $i$  och  $j$ , kan (4.44) skrivas om som ett ekvationssystem i de två obekanta. Om de båda moderna antages ha ungefär samma modala dämpning, det vill säga om  $\zeta_i \approx \zeta_j$ , ges de två proportionalitetskonstanterna enligt (4.45).

$$a_0 = \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \zeta \quad \text{och} \quad a_1 = \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \zeta \quad (4.45)$$

Dämpningsmatrisen är nu bestämd genom införande av proportionalitetskonstanterna i ekvation (4.43). Rayleighdämpningen kommer att få det frekvensberoende som illustreras i Figur 4.5.



**Figur 4.5** Rayleighdämpning.

Den fysikaliska tolkningen av Rayleighdämpning är något tveksam. Energidissipationen på grund av strukturell deformation ges av den styvhetsproportionella termen. Masstermens fysikaliska motsvarighet, till exempel luftmotstånd, är däremot mera tveksam. Försök har gjorts att ge Rayleighdämpningen en mera koherent fysikalisk tolkning. I Semblat [17] presenteras en modell där Rayleighdämpningen med relativt god överensstämmelse jämförs med beteendet i ett generaliserat Maxwellmaterial.



#### 4.2.6.2 Caugheydämpning

I det fall man önskar basera bestämningen av dämpningsmatrisen  $\mathbf{C}$  på flera än två modala dämpningar kan Caugheydämpning utnyttjas. Denna utgörs av en matrissummation enligt (4.46). I detta uttryck är  $N$  antalet egenfrekvenser och dämpningsmatrisens värde får högre precision ju flera termer som adderas.

$$\mathbf{C} = \mathbf{M} \sum_{k=0}^{N-1} a_k (\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K})^k \quad (4.46)$$

Om endast de två första termerna tas med resulterar summeringen i uttrycket för Rayleighdämpning, se (4.43). Konstanten  $a_k$  ges genom att lösa lika många algebraiska ekvationer som antalet utnyttjade moder. Dessa ekvationer motsvarar de som utnyttjades då uttrycket för Rayleighdämpningen togs fram.

Caughey-metoden resulterar i ett beräkningstungt arbete för att bestämma dämpningsmatrisen  $\mathbf{C}$ . Därför används oftare Rayleighdämpningen i praktiska tillämpningar [3].

### 4.3 Dämpningsbeskrivning i Ansys

För beräkningar som utförts i anslutning till detta arbete har i huvudsak beräkningsprogrammet Ansys använts. Med hjälp av detta har de nödvändiga statistiska, modala och harmoniska analyserna utförts enligt vad som kommer att beskrivas mera detaljerat i senare avsnitt.

För att kunna inkludera dämpning i de dynamiska analyserna finns i Ansys fem dämpningsmodeller implementerade. Dessa utgörs av materialdämpning, Rayleighdämpning, modal dämpning, konstant dämpningsförhållande samt elementbaserad dämpning. Användandet av dessa i Ansys beskrivs kortfattat i det följande (motsvarande programkommandon står inom parentes). Mera ingående information om programhanteringen återfinns till exempel i [8].

- *Elementdämpning* (till exempel via `combin14-` eller `combin40-element`) – Denna dämpningsbeskrivning utnyttjar så kallade kombinationselement av vilka det finns ett flertal tillgängliga. Dessa är uppbyggda som endimensionella kombinationer av elastiska fjädrar, viskösa dämpare, diskreta massor med mera. Elementegenskaperna kan styras genom angivande av motsvarande parametrar.
- *Konstant dämpningsförhållande* (`dmprat`) – Detta är den enklaste dämpningsbeskrivningen och bygger på att ett konstant dämpningsförhållande  $\zeta$  appliceras som en global dämpning i modellen. Dämpningen är konstant för alla frekvenser.
- *Materialdämpning* (`mp, damp`) – Via detta kommando anges en parameter motsvarande styvhetskoefficienten `betad` i Rayleighdämpningsfallet. Under modalanalys tolkas värdet dock som ett visköst, materialberoende, dämpningsförhållande  $\zeta$ .
- *Modal dämpning* (`mdamp`) – Modal dämpning tillåter att separata viskösa dämpningsförhållanden  $\zeta$  anges för olika vibrationsmoder. Upp till 300 enskilda värden kan anges på detta vis. Saknas värden utnyttjar programmet det konstanta dämpningsvärdet givet via `dmprat`.

- *Rayleighdämpning* ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) – Detta dämpningsalternativ tillåter att dämpningsmatrisen byggs upp som en linjärkombination av styvhets- och massmatriserna. Parametrarna  $\alpha$  och  $\beta$  som styr dämpningen motsvarar  $a_0$  och  $a_1$  i beskrivningen av Rayleighdämpning ovan.

För att bestämma svängningsmoderna för en dämpad modell finns två lösningsmetoder tillgängliga i Ansys. Den ena ges av `damp`-kommandot och bygger på en Lanczosalgoritm. I nyare Ansysversioner (från och med version 5.7) finns även ett `qrdamp`-kommando att tillgå. I detta fall utnyttjas en QR-algoritm för att bestämma egenmoder och egenfrekvenser.

Lanczosmetoden utgår från en tridiagonalisering av egenvärdesproblemets koefficientmatriser varefter de önskade resultaten itereras fram med utgångspunkt i en godtycklig startvektor som är normaliserad gentemot massmatrisen. QR-algoritmen utnyttjar modal koordinattransformering av systemmatriserna för att reducera egenvärdesproblemet. Om dämpningsmatrisen är symmetrisk ger denna lösningsalgoritm en effektivare metod än den föregående. I båda fallen ges komplexa lösningar eftersom egenvärdesproblemet i det dämpade fallet är av andra ordningen. Närmare beskrivning av de numeriska algoritmerna finns i [8] och i Bathe [18]. Olika lösningsalgoritmer (med tyngdpunkt i Lanczosmetoden) jämförs i Arbenz och Lehoucq [19].

#### 4.4 Dämpning i turbinrotorer

I turbinrotorer med separatmonterade blad utgör varje blad en enskild strukturkomponent med en viss rörelsefrihet relativt skivan. Beroende på bladinfästningens utformning ger denna relativrörelse upphov till energidissipation genom Coulombdämpning. En vanlig lösning är att bladroten ges en speciell geometrisk form som passar in i en inverterad motsvarighet som frästs in kring rotorskivans periferi. Figur 4.6 återger en så kallad grantoppsinfästning som är en typisk sådan lösning. Infästningar av denna typ kompletteras sedan till exempel med nitar för att hålla bladet på plats. Även nitarna resulterar givetvis i ett ökat antal friktionsytor.

För att ytterligare öka stabiliteten i rotorstrukturen används ofta bladtak (även sådana syns i Figur 4.6). Dessa tak kan vara individuella för varje blad eller utgöra en sammanhängande yttre ring kring rotorn. I det förstnämnda fallet ges, om bladkanterna möts, ytterligare kontaktytor och därmed ökad energidissipation. Sammanhängande takringar ökar bladarrangemangets styvhet och har därigenom den potentiella förmågan att flytta resonansfrekvenserna ut ur riskzonen som begränsas av de aktuella driftförhållandena.

Ytterligare stabilisering ges genom olika former av förstävningar som kopplar bladen någonstans mellan rot och topp. Dessa förstävningar kan till exempel utgöras av integrerade ringar, liknande takringen, eller av en sammanbindande wire som löper genom hål i bladen.

Den friktionsdämpning som uppstår mellan kontaktytor i rotorn är starkt beroende av de enskilda svängningsmoderna eftersom dessa avgör relativrörelsen mellan kontaktytorna.

Förstävningssringar och liknande lösningar har de påtagliga nackdelarna att turbinrotorns aerodynamiska egenskaper försämras samtidigt som tillverkningskostnaderna ökar [10].

Förutom ovan nämnda metoder har även andra lösningar föreslagits för att öka den dynamiska stabiliteten i turbinrotorer. I några fall inriktas dämpningen på att minska vibrationsnivåerna för de moder som bedöms som riskabla efter analys i till exempel Campbelldiagram. I andra fall är de föreslagna metoderna inriktade på en mera generell minskning av vibrationsamplituderna, över ett större frekvensintervall.

En metod är att tillföra skikt av viskoelastiska material till rotorn. Dessa lager har visköst dämpande egenskaper och bidrar därmed till vibrationsdämpningen i systemet. I flera fall har

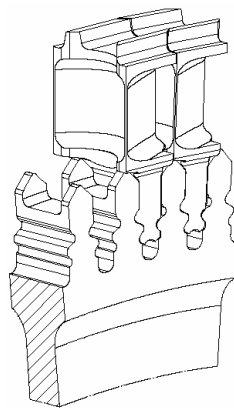
man dock haft svårigheter dels på grund av de ofta höga drifttemperaturerna och dels på grund av krypeffekter i materialskikten orsakade av centripetallasten, Hollkamp [20].

Även olika former av lösa dämpare har använts. En form av sådana är dämpare placerade under bladroten på turbinskivor med separatmonterade blad. Dessa dämpare, ofta i form av små metallplattor, verkar genom att centripetalaccelerationen pressar dem utåt i radiell led så att de därmed trycks mot bladens undersida. Relativrörelse mellan blad och dämpare ger sedan upphov till energidissipation. Lösningen har visats medge en tillförd kvalitetsfaktor,  $Q$ , på upp till 30 [6]. Bland annat i Csaba [21] diskuteras möjligheterna med att anpassa lösa "bladrotsdämpare" för att verka vid speciella frekvenser och svängningsmoder. Metoden med lösa dämpare under bladrötterna i grantoppsinfästa turbinblad har tidigare använts hos VAC i en annan version av Vulcainrotorn än den som studeras längre fram i detta arbete, Holmedahl [22]. Som nämndes inledningsvis har man dock av framförallt ekonomiska skäl valt att gå över till en bliskkonstruktion.

En annan variant av tillförda dämpare utgörs av lösa metallplattor som placerats i kaviteter i turbinbladen. Detta har visat sig markant minska de vibrationsinducerade spänningarna och har använts för att förskjuta egenfrekvenserna med 2 till 3 procent [6].

Dämpningen av bladvibrationer kan även utföras via partikeldämpning. I detta fall bygger energidissipationen på att kaviteterna i bladen fylls med flera små masspartiklar snarare än en större, speciellt utformad, dämpare, Olson [23]. Själva energidissipationen kommer att ske genom flera mekanismer, bland annat via friktion och stötkontakter.

Slutligen kan även nämnas användandet av separata dämpare placerade i bladens spets. Dessa kan till exempel konstrueras i form av små dämpade, konsolbalksliknande, utskott. Denna metod beskrivs i [20] som effektiv för vibrationsdämpning under specifika svängningsmoder.



**Figur 4.6** *Separatmonterade turbinblad med grantoppsinfästning och tak.*

Som tidigare konstaterats är den strukturella dämpningen i turbinrotorer av bliskmodell låg. Energidissipation via Coulombdämpning sker i första hand i de områden där turbinrotorn ansluter till kringliggande komponenter i form av till exempel axelsystem och nav, snarare än i själva rotorn. Stabiliserande, alternativt destabiliserande, påverkan ges också via den aerodynamiska dämpningen (mera om detta i nästa avsnitt). Det senare förutsätter naturligtvis att rotorn är i rörelse i den omgivande fluiden, vilket inte är fallet i det "stillastående" modalprov som utförts på Vinciblisen och som studeras i senare avsnitt. De generellt låga nivåerna av energidissipation gör att den i många fall försumbara hysteretiska dämpningen får ett jämförbart inflytande i bliskrotorer.

Som nämnts tidigare påverkas rotorernas dynamiska beteende även genom själva rotationen. Centripetalaccelerationen ger bland annat en förstärkande effekt på skivan och bladen. Speciellt de senare är påverkade av detta genom sin placering. Sådana rotationseffekter behandlas i avsnittet om rotordynamik.

#### 4.5 Rotorpåverkan från aerodynamisk dämpning

Som konstaterats är den strukturella dämpningen i bliskrotorer förhållandevis liten. Detta gör att dämpningseffekter från den strömmande gas som omger rotorn, liksom materialdämpningen, har ett jämförbart inflytande. Denna dämpning kan hänföras till det aerodynamiska arbetet som gasen uträttar på rotorbladen. I denna process finns en stabilitetsgräns vid en viss frekvens då det aerodynamiska arbetet skiftar tecken från positivt (energi överförs från gasflödet till strukturen) till negativt (energi tas upp av gasflödet). Det senare fallet ger aerodynamisk dämpning och det förra fallet kan resultera i oönskad vibrationsförstärkning, så kallat fladder.

Den aerodynamiska lasten,  $F_A$ , på ett blad ges i (4.47) genom att integrera det statiska yttrycket  $p$  över bladets yta. Denna yta ges av bladhöjden  $h$  och bladets båglängd  $s$ .

$$F_A = h \oint_s p ds \quad (4.47)$$

Motsvarande aerodynamiskt arbete  $W_A$  under en cykel ges av (4.48). Här är  $T$  cykeltiden och  $v_{blad}$  bladets hastighet. Enligt ovan definieras detta arbete som positivt då arbete överförs från gasflödet till strukturen. Negativt arbete medför dämpning.

$$W_A = F_A \int_0^T v_{blad}(t) dt \quad (4.48)$$

Vibrationsenergin för ett blad i en enskild mod ges genom ett uttryck för den kinetiska energin enligt (4.49). I detta uttryck är  $m_m$  den modala bladmassan och  $(u_0)_m$  den modala vibrationsamplituden.

$$U = \frac{1}{2} m_m \omega^2 (u_0)_m \quad (4.49)$$

Enligt [10] kan ett uttryck för den ekvivalenta viskösa modaldämpningen formuleras som (4.50).

$$\zeta = \frac{W_A}{4\pi U} \quad (4.50)$$

## 5 – VINCIBLISKEN

---

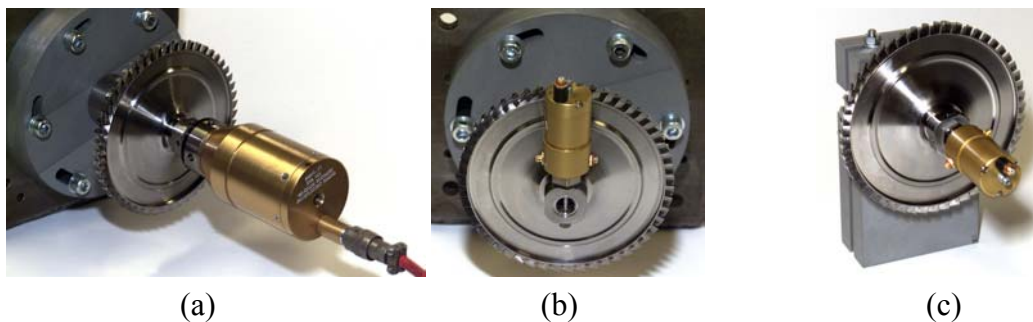
### 5.1 Beskrivning av modalprovet

2001 utfördes ett omfattande modalprov på Vinciblisken då resonansfrekvenser, modformer och modala dämpningsvärden registrerades. Målet med modaltestet var att ge en beskrivning av bliskens dynamiska beteende, att avgöra dämpningen i blisken samt att ge underlag för kalibrering av beräkningsmodeller. Det kan noteras att den blisk som användes under provet hade en något modifierad geometri jämfört med den blisk som skall användas i drift. Till exempel försågs provexemplaret med en hållare för excitationdonen. Figur 5.1 visar testblisken.



**Figur 5.1** Vinciblisken i testutförande.

Tidigare erfarenheter visade på låg dämpning i blisken, stark koppling mellan bladmoder och skivmoder samt höga egenfrekvenser. Preliminära FE-beräkningar som utförts innan testet placerade de typiska bladmodernas frekvenser i intervallet 35-55 kHz. Skivmoderna låg å andra sidan betydligt lägre. Proven utfördes därför i frekvensintervallet 1-70 kHz för skivan och 20-70 kHz för bladen.



**Figur 5.2** (a) Axiellt fäst blisk med axialmonterad prob, (b) axiellt fäst blisk med radialmonterad prob, (c) V-blocksfäst blisk med axiellt monterad prob.

De olika delproven utfördes genom att blisken monterades i två olika riggar. I det ena fallet låstes blisken genom att den skruvades fast axiellt mot en hållare (Figur 5.2 a och b). I det andra fallet användes polyuretanblock med utsågade, V-formade, hack som spändes kring bliskaxeln (Figur 5.2 c).

Vibrationsexcitationen utfördes med hjälp av piezoprober. Två olika stora prober användes och excitationen varierades genom att proberna monterades antingen axiellt eller radiellt på bliskaxeln (Figur 5.2 a och b). Via proberna kunde olika sinusperiodiska laster appliceras. Dessa laster fick sedan svepa över det aktuella frekvensintervallet.

Eigenfrekvenserna (resonanserna) mättes upp med hjälp av en laserbaserad dopplerutrustning. Dämpningen beräknades genom half-power bandwidthmetoden varefter även  $Q$ -faktorn och förlustfaktorn  $\eta$  bestämdes för flera av resonansfrekvenserna (dessa ting beskrivs närmare i dämpningsavsnittet). Modformerna registrerades genom TV-holografi och kunde därigenom ”fotograferas” i realtid under testets gång. Utrustningen var tillräckligt känslig för att registrera vibrationsamplituder i nanometerområdet.

På grund av testets upplägg förekom ett par faktorer som måste beaktas då en beräkningsmodell skapas:

- Probernas massor (1.1 respektive 0.1 kg)
- Probernas placering (axiell respektive radiell)
- Bliskinfästningen (V-block respektive axiell fastskruvning)
- Struktur-dynamisk dämpning (i princip uteslutande materialdämpning)
- Testbliskens speciella geometri

Dessutom kan provet ha gett oönskad dynamik som överförs till blisken via infästningarna. Testpersonalen bedömer dock att provet utfördes så gott som störningsfritt i detta hänseende. Eftersom excitationen begränsades till två olika lägen (axiell och radiell) finns också risken att vissa modformer aldrig kom att exciteras i tillräcklig grad för att kunna registreras. Excitationen utfördes i alla riggningsvarianter på axeln. Ingen specifik bladexcitation utfördes.

Vid provet fann man att dämpningen i strukturen var mycket låg. I allmänhet låg dämpningsförhållandet under 0.1% och i några fall så lågt som under 0.01%. Det befanns vara problematiskt att separera rena bladmoder från skivmoderna. Som förutspått var kopplingen mellan dem stark. Generellt drogs slutsatsen att bladmoderna under 40 kHz kunde betraktas som delar av skivmoderna.

## 5.2 FE-analys av Vinciblisken

### 5.2.1 Val av riggningsalternativ

Som beskrivits i föregående avsnitt utfördes modaltestet på Vinciblisken i åtta olika testuppställningar:

- Axiellt infäst blisk med axiell excitering (stor respektive liten piezoprob)
- Axiellt infäst blisk med radiell excitering (stor respektive liten piezoprob)
- V-blocksinspänd blisk med axiell excitering (stor respektive liten piezoprob)
- V-blocksinspänd blisk med radiell excitering (stor respektive liten piezoprob)

Eftersom dessa åtta alternativ skulle ge upphov till en mängd möjliga variationer i geometri, randvillkor och laster begränsades FE-undersökningen något.

Vid genomgång av tillgängliga provdata framkom att behovet av jämförbara data begränsade alternativen till två:

- Axiellt fastskruvad blisk, exciterad med stor prob i axialled
- V-blocksinspänd blisk, exciterad med stor prob i axialled

För dessa bägge alternativ fanns responspektrerna över samma frekvensintervall, 1-20 kHz, och för det V-blocksinspända alternativet fanns dessutom en utförlig uppsättning holografiska bilder av vibrationsmoderna. Valet av dessa två riggningar tillät också jämförelse av vilken inverkan riggningen hade på systemets dynamiska beteende. Jämförelsen av resonansspektrerna för de båda fallen framgår till exempel skillnaden i lågfrekvensresponsen. Bilder på de två riggningsalternativen återfinns i Figur 5.2.

Figur 5.3 visar resonansspektrerna för de två fall som används i det följande arbetet. Som framgår av dessa bilder har den axiellt infästa bliskan flera resonanser under 4 kHz som inte återfinns i V-blocksfallet. Provningspersonalen drog slutsatsen att detta var moder som kunde relateras till axeln och/eller fastspänningsanordningen.

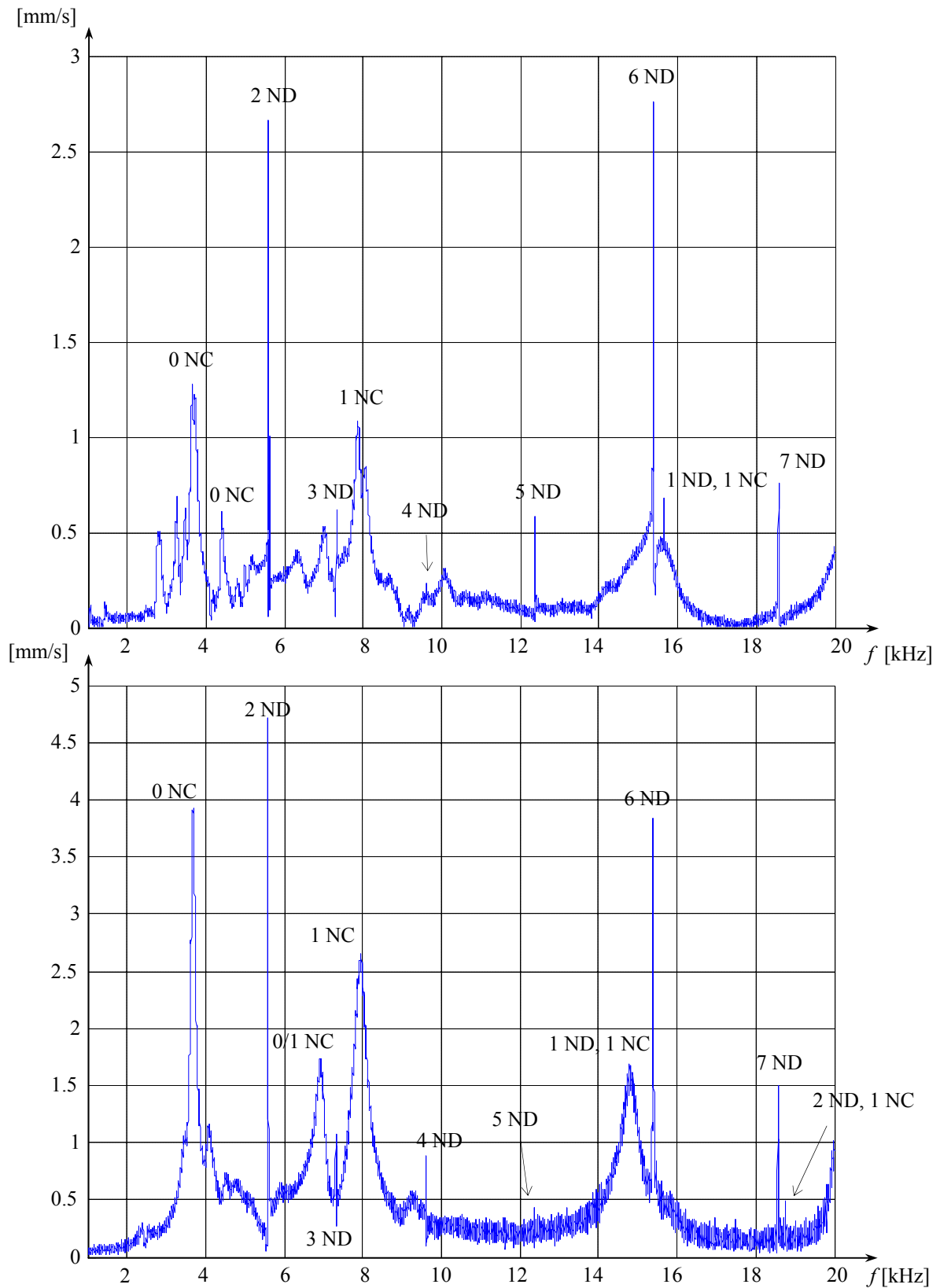
### 5.2.2 Solidmodellering

Cyklisksymmetriska strukturer, som till exempel turbinrotorer, ger möjligheter till förenkling av den numeriska analysen. Som visas i bland annat Thomas [24] kan strukturen delas upp i sektoriella substrukturer efter vilket beräkningarna kan utföras på en sådan substruktur. Därefter expanderas resultaten för att täcka hela komponenten. Med korrekta randvillkor kommer denna metod, trots den kraftigt förenklade geometrin, att ge full information om den kompletta strukturens svängningsbeteende. Viss teoretisk bakgrund till detta ges även i [5].

I Ansys finns rutiner för att behandla dessa cyklisksymmetriska strukturer. Beräkningsrutinerna bygger på att man modellerar en liten sektor (till exempel täckande ett blad) som, om den upprepas  $n_s$  gånger kring symmetriaxeln, täcker in hela geometrin.  $n_s$  motsvarar då antalet sektorer så att varje sektor upptar en vinkel  $\theta = 360^\circ / n_s$ . Beräkningsprogrammet kan baserat på detta applicera randvillkor över symmetriytorna. Då en sektor modellerats genereras en andra sektor, identisk i alla avseenden. De två sektorerna kommer sedan i beräkningarna att utnyttjas för att beräkna cosinus- respektive sinuskomponenterna av svängningsrörelserna. Följden blir att skivans hela register av svängningsmönster uttryckt i nodcirklar och noddiametrar kan täckas in under modalanalysen. En restriktion ligger dock i att antalet sektorer i modellen minst måste vara det dubbla mot antalet analyserade noddiametrar för att svängningsmönstret skall kunna hanteras.

Även om detta modelleringsförfarande kraftigt underlättas genom valet av axialprobsalternativet (eftersom också proben kan modelleras som en sektor) så kvarstår vissa komplikationer. Det probfäste som testbliskan försetts med är till sin geometri snarare fyrkantigt än cirkulärt. Likaledes är V-blocken långt från att uppfylla kraven för en cyklisksymmetrisk sektor. Detta var en orsak till att olika alternativa FE-modeller provades.

I och med att inverkan från fixturen var av intresse blev den ursprungliga ambitionen att inkludera till exempel V-blocken i modellen. Men eftersom beräkningstiden är starkt beroende av FE-modellens storlek och komplexitet finns mycket tid att spara på förenklingar. Modelleringsarbetet och geometriförenklingarna beskrivs i det följande.

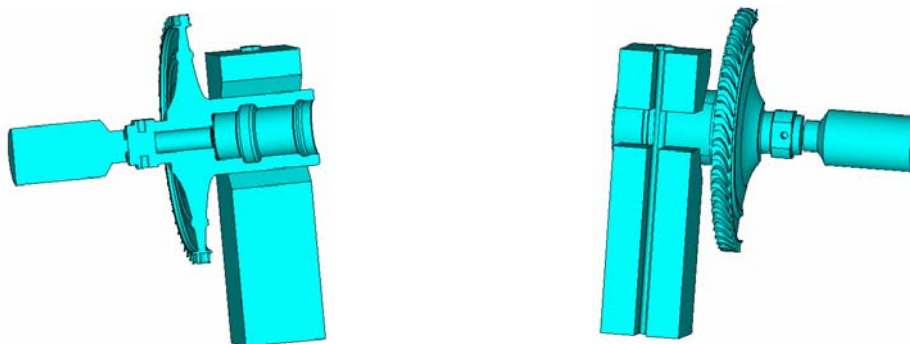


**Figur 5.3** Övre bilden visar responsen under ett av modalproven i den axiellt fästa testblisken och den undre bilden visar motsvarande för den V-blocksinspända testblisken. Motsvarande modformer återges i Figur B.1 i appendix B. Observera att frekvensidentifieringen är ungefärlig.



Som första alternativ testades att modellera de cyklisksymmetriska delarna för sig och de fullständiga (ej cyklisksymmetriska) geometrikomponenterna för sig. Detta skulle ha givit korrekt beskrivning av skivans modformer samtidigt som även övriga komponenter varit komplett återgivna. Problem uppstod dock då sektormodellen skulle kopplas till de ickecyklisksymmetriska komponenterna. Olika varianter av nodkopplingar, förskjutningsvillkor och begränsningsfunktioner provades men det lyckades inte att få en fungerande, kontinuerlig, beräkningsmodell.

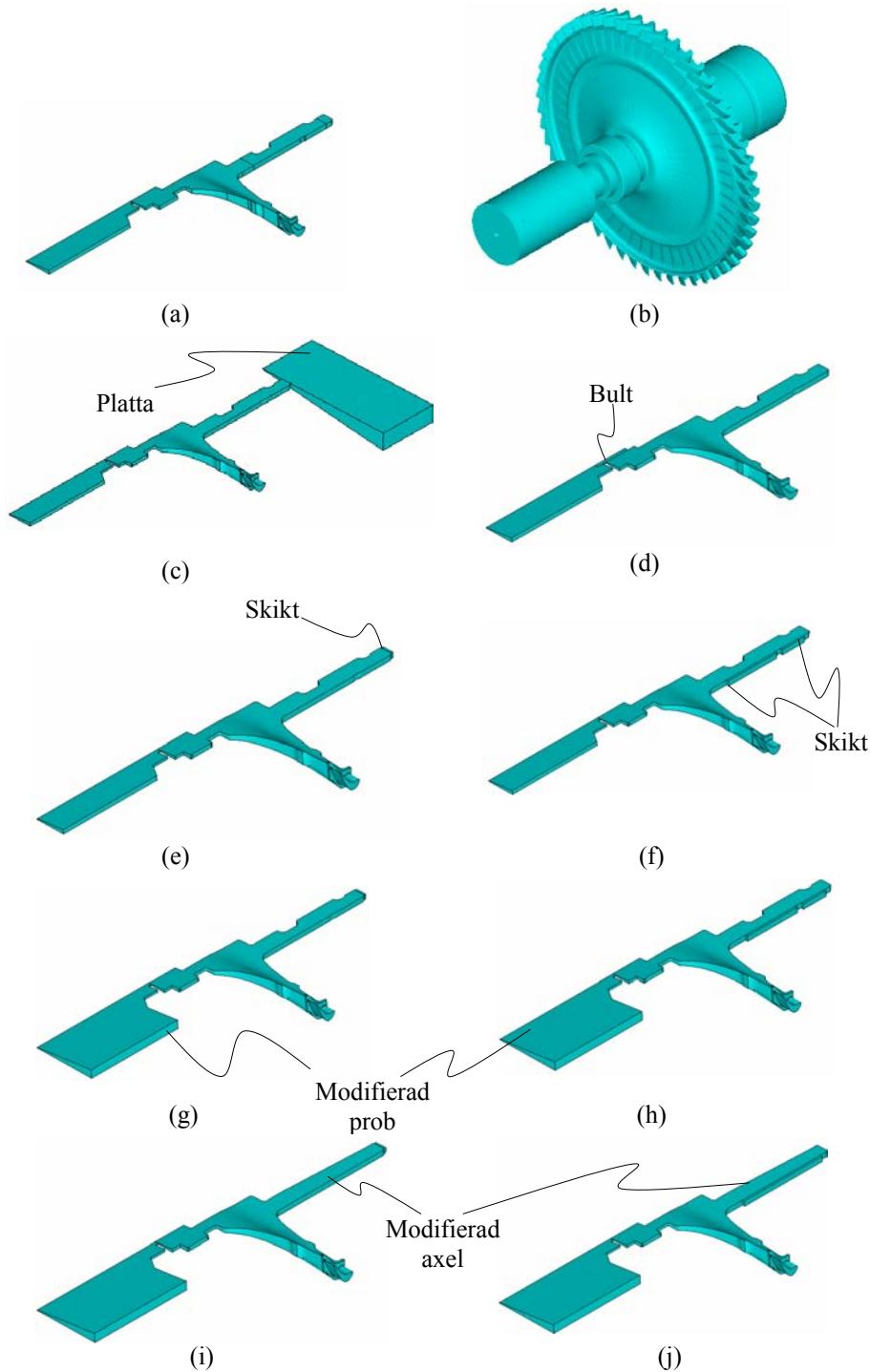
Det andra modellalternativet byggdes upp genom att halva testriggningen modellerades. Blisk, prob och V-block delades symmetriskt av ett vertikalt plan. Detta gjorde att modellen kom att innehålla de övre och undre V-blocken, blisk, prob samt den bult som spänner samman V-blocken kring bliskaxeln. Denna modell är återgiven i Figur 5.4. För det axialinspända fallet utnyttjades samma geometri men med bortplockad bult och avlägsnade V-block.



**Figur 5.4** Grundgeometri för FE-modellen av halva testriggningen.

Även denna modell innebar en del komplikationer. I och med att geometrin är relativt komplex blev modellen beräkningstung. Ytterligare en förenkling infördes för att råda bot på detta i form av att avlägsna den krökningsradie som egentligen finns där bladen ansluter till skivan. Detta reducerade det nödvändiga elementantalet kraftigt. Ytterligare ett problem med denna geometri ligger i att blisken har 51 blad. Detta antal är uppenbarligen inte jämnt delbart med  $360^\circ$  vilket gör att de blad som ligger närmast snittytan inte blir korrekt återgivna i en speglingssymmetrisk geometri.

Den tredje och sista modellgeometri som prövades var en fullständigt cyklisksymmetrisk sektor. Detta innebar att probfästet fick approximeras som runt samt att V-blocken inte kunde återges i sin egentliga form. Varianter av denna modell provades också. I ett utförande modellerades den runda fästplattan mot vilken blisken sitter fastskruvad och i en annan version modellerades skruven som fäster proben mot blisken. Vidare modellerades både V-blocken och den axiella fixturplattan som tunna skikt i ytterligare modellalternativ. Ytterligare varianter baserade på sektorgeometrin skapades med fixturerna i form av kombinationselement (denna elementtyp beskrivs mera utförligt nedan). En sådan modell gjordes för respektive riggning.



**Figur 5.5** Cyklisksymmetrisk sektormodell: (a) grundsektorn som utnyttjades dels med helt låsta DOF och dels med kombinationselement, (b) helt expanderad geometri, (c) sektor med fixturplatta, (d) sektor med separat probskruv, (e) sektor med fixturplattan som ett tunt skikt, (f) sektor med V-block som tunna skikt, (g) och (h) motsvarar (e) och (f) men har modifierad piezoprob, (i) och (j) motsvarar (g) och (h) men har även modifierad bliskaxel.

En bit in i arbetet framgick det att den CAD-modell som användes som utgångsgeometri innehöll den mindre av piezoproberna (valda mätdata bygger på excitation med den större proben). Därför skapades ytterligare två varianter av sektormodellen med fixturerna i form av

tunna materialskikt, men nu med korrigerad probstorlek. Denna modell kunde sedan användas för att utvärdera effekten av probens storlek. Slutligen gjordes även försök att minska modellkomplexiteten genom att förenkla bliskaxeln. Även detta gav upphov till nya två geometrier.

I alla varianter av denna tredje geometri (i alla sektormodellerna) behölls bladrottradierna. I Figur 5.5 syns sektorn, den fullständiga blisken med 51 sektorer, sektormodellen med den cirkulära fästplattan, modellen med probskruv inkluderad, modellen med V-block och platta modellerade som tunna skikt (med båda probstorlekarna) samt modellerna med modifierad bliskaxel.

### 5.2.3 FE-modellering

Modellen byggdes upp med hjälp av tredimensionella, 10-nodiga, solida tetrahederelement i vilka varje nod har tre translationsfrihetsgrader. Elementen saknar således helt rotationsfrihetsgrader. Mera information om denna elementtyp (`solid92`) finns i [8].

Blisken är tillverkad i en legering av titan och aluminium (Ti6Al4V). Materialdata hämtades ur Muwuluzi [25], se appendix A, men motsvarande data finns även att tillgå i till exempel MIL-HDBK-5 [26].

Fixturerna, det vill säga V-blocken respektive den runda platta vid vilken den axialfästa blisken skruvades fast, tillverkades av ett aluminiumspånförstärkt polyuretanmaterial (Cibatool BM5112). Även detta materials egenskaper finns närmare beskrivna i appendix A.

Konstant rumstemperatur rådde under modalprovets genomförande. FE-modellerna hanterades därför vid 293 K.

I FE-analyserna förutsattes perfekt cyklisk symmetri (då sektormodellerna utnyttjas). Ingen hänsyn togs således till effekter av mistuning. Om så vore fallet skulle till exempel inte cyklisksymmetriska randvillkor ha kunnat användas i beräkningarna.

Övriga modelleringsdetaljer kom att bero på vilken av de tre grundmodellerna som användes. Totalt skapades 15 FE-modeller med variationer i bliskinfästning, geometri och randvillkor.

I några av alternativen har så kallade kombinationselement använts. Detta är endimensionella element som kopplas mellan två noder och således krävs sex element för att återge en fullständig koppling i alla frihetsgrader, ett element för varje DOF.

Kombinationselementen har styrbara egenskaper i form av styvhet, viskös dämpning, maximal deformation med mera. Via dessa egenskaper skulle till exempel kopplingen mellan blisk och V-block kunna modelleras utan att V-blocken i sig behöver återges. Motsvarande material och kopplingsegenskaper ges i stället av kombinationselementen. Mera information om denna elementtyp (till exempel `combin14`) finns i [8].

Fixturplattan respektive probskruven modellerades som separata komponenter i några fall eftersom det visade sig att strukturens dynamiska beteende ändrade sig beroende på vilka delgeometrier som inkluderades i modellen. Detta beskrivs närmare i redovisningen av beräkningsresultaten.

Sektormodellerna med fixturerna modellerade som tunna materialskikt utnyttjades som en variant av kombinationselementen. Materialsikten gavs nolldensitet och gav därför inte heller upphov till några nya moder i resultaten.

De halva geometrierna beräknades i två fall: dels med enbart symmetriska randvillkor över snittytan och dels med symmetriska respektive asymmetriska randvillkor på snittytan ovan och under bliskens centrumaxel. Detta gjordes för att ta hänsyn till skivmodernas olika indelningar.

Då en sektormodell används kan inte beräkningsprogrammet hantera randvillkor i de punkter där geometrin ligger an direkt mot symmetriaxeln. Detta skapar beräkningsmässiga singulariteter. För att åtgärda detta problem har alla sektormodellerna ett litet hål som sträcker sig genom hela modellen längs bliskens centrumaxel. Hålets radie fick väljas som en avvägning mellan alltför stor geometriförändring och problem med extremt spetsiga element. Hålet anses inte ha någon avgörande inverkan på resultaten.

I de fall sektormodeller låstes helt i vissa frihetsgrader skedde låsningen i axialled och i tangentialled. Den radiella låsningen ges automatiskt via den cykliska symmetrin och som nämnts ovan har de använda solidelementen inte några rotationsfrihetsgrader.

Då kombinationselement användes kopplades de i ena änden till en nod på blisken och i andra änden till en identiskt placerad nod som låstes i alla (sex) frihetsgrader. Två endimensionella kombinationselement krävdes i varje nodpar för att återge de två translativa låsningarna i sektormodellen med nollställda frihetsgrader.

**Tabell 5.1** *Utnyttjade Vincibliskmodeller.*

(a) *Axiellt inspänd blisk*

1. Sektormodell med låsta frihetsgrader i axeländan som ansluter mot fixturplattan.
2. Sektormodell med modellerad fixturplatta, frihetsgraderna på den sida av plattan som är vänd från blisken låstes.
3. Sektormodell med modellerad probskruv, låsta frihetsgrader i den axeländan som ansluter mot fixturplattan.
4. Sektormodell med låsning i form av kombinationselement i den axelände som ansluter mot fixturplattan.
5. Sektormodell med fixturplattan i form av ett tunt materialskikt över axeländan.
6. Som nummer 5 men med modifierad probstorlek.
7. Som nummer 6 men med modifierad bliskaxel.
8. Halvgeometri med axialinspänning i form av låsta frihetsgrader i den axelände som ansluter mot fixturplattan, inga bladrotadier.

(b) *V-blocksinspänd blisk*

1. Sektormodell med låsningar längs bliskaxeln motsvarande V-blocken.
2. Sektormodell med modellerad probskruv, låsningar längs bliskaxeln motsvarar V-blocken.
3. Sektormodell med V-blocken i form av kombinationselement längs bliskaxeln.
4. Sektormodell med V-blocken i form av tunna materialskikt kring bliskaxeln.
5. Som nummer 4 men med modifierad probstorlek.
6. Som nummer 5 men med modifierad bliskaxel.
7. Halvgeometri, V-block och blockbult modellerade, inga bladrotadier.

Tabell 5.1 beskriver kortfattat de slutliga 15 FE-modellerna. Sektormodellerna innehöll kring 20000 element och 90000 DOF. Halvgeometrimodellen av V-blocksinspänningen utgjordes av cirka 95000 element och 500000 DOF. Motsvarande axialinspända variant hade runt 93000 element och 490000 DOF. Detta ger en antydning om beräkningsbehovet i de respektive alternativen. Elementantalen ovan är kraftigt reducerade från de ursprungliga värdena genom att beräkningsprogrammets automatiska elementindelning styrts med angivna indelningar längs vissa ränder. Förenkling av bliskaxelns geometri reducerade elementantalet med ungefär 3000 och DOF-antalet med cirka 9000.

## 5.2.4 Beräkningsmetod

För att utföra dynamiska strukturanalyser finns ett antal olika verktyg tillgängliga i Ansys. Modalanalys, spektrumanalys, harmonisk analys och transient dynamisk analys kan utföras. I olika konstellationer kan även dämpning införas i beräkningarna.

De verktyg som behövs i detta arbete är modalanalys för att bestämma systemets resonansfrekvenser och svängningsmoder samt harmonisk analys, för att till exempel kunna relatera responserna vid olika frekvenser till varandra.

Som nämnts tidigare finns fem dämpningsmodeller implementerade i Ansys. I kombination med olika analystyper och lösningsalternativ ger detta en hel uppsättning alternativa beräkningsmetoder. Antalet användbara metoder reduceras dock kraftigt genom att endast vissa alternativ fungerar tillsammans. Vid dämpad modalanalys kan exempelvis inte den snabbare av de två egenvärdeslösare som hanterar dämpning (`qrdamp`) användas tillsammans med cyklisksymmetriska randvillkor. I stället måste en mera tidskrävande metod (`damp`) användas. De cyklisksymmetriska modellerna löses med `cycsol`.

Alternativt överges fördelarna med cyklisksymmetriska randvillkor varefter systemet beräknas med programmets standardlösare (`solve`) vilket får som följd att endast moder motsvarande noll noddiametrar kan bestämmas.

Utförs modalanalysen dämpad ges problem med den påföljande harmoniska analysen som då måste utföras med fulla systemmatriser vilket ger ohanterligt långa lösningstider för Vincimodellerna. Modsuperpositionering kan inte utnyttjas i detta fall.

Ovanstående metod – dämpad modalanalys följd av ”odämpad” harmonisk analys<sup>2</sup> – har fördelen att alla fem dämpningsmodellerna kan utnyttjas. Den stora nackdelen är att beräkningstiderna blir orimligt långa, vilket gör metoden olämplig i praktiska tillämpningar (med tillgänglig utrustning krävdes under detta arbete mera än två dygns beräkningstid bara för modalanalysen). I och med att den harmoniska analysen inte kan dra fördel av modsuperposition i denna metod blir det också svårare att studera enskilda moder och resonanser under det harmoniska analyssteget. Moderna beräknas med sina sammantagna bidrag och kan således inte separeras för enskild analys (även om bidragen från andra moder vid en viss resonans är små).

Som alternativ till den ovanstående metoden kan modalanalysen utföras odämpad, följd av en dämpad harmonisk analys. Den odämpade modalanalysen går relativt snabbt att utföra och kan utan problem hantera cyklisksymmetriska randvillkor. Detta gör att samtliga skivmoder kan bestämmas. Under den påföljande harmoniska analysen kan modal dämpning, Rayleighdämpning eller ett konstant dämpningsförhållande inkluderas i beräkningarna. Denna metod kan således inte hantera vare sig elementdämpning eller materialdämpning. Den harmoniska analysen kan dra fördel av modsuperposition vilket gör att enskilda moder och resonanser, likväl som den totala systemresponserna, blir betydligt enklare att undersöka än under föregående metod.

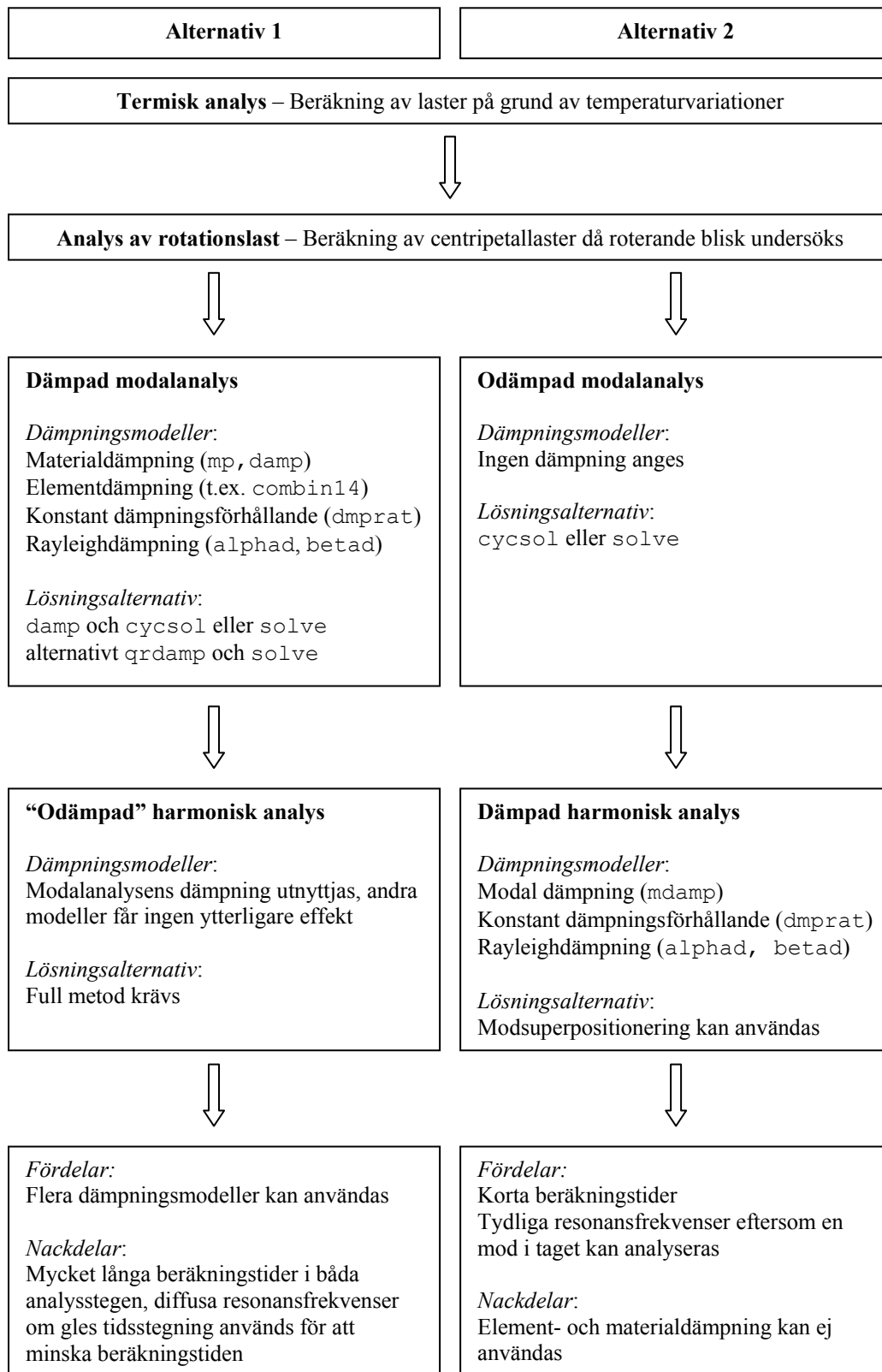
Fördelarna blir i detta senare fall att den fullständiga skivresponserna (alla noddiametertal) kan undersökas och framför allt att beräkningstiden sjunker drastiskt (från närmare 48 till två-tre timmar i de modeller som undersöktes under detta arbete). Detta gör den senare metoden betydligt mera tilltalande i praktiskt arbete än den föregående. Den stora nackdelen är det reducerade antalet dämpningsmodeller som kan användas i och med att både element- och materialdämpning försvinner från listan.

---

<sup>2</sup> I själva verket måste någon form av dämpning anges för att undvika oändligt stora värden. I de harmoniska analyser som kallas ”odämpade” har i detta arbete ett mycket lågt dämpningsförhållande ( $\zeta = 0.0001$ ) använts.

Under detta arbete har framför allt den senare av de två ovanstående metoderna använts. Huvudmotivationen är beräkningstiden och den genom superposition underlättade harmoniska analysen. Nackdelen med att inte kunna använda elementdämpning spelar ingen större roll eftersom, som behandlas längre fram, de nödvändiga elementen gav andra svårigheter, inte minst tillsammans med de cykliskt symmetriska randvillkoren. En värre förlust är materialdämpningen som är av intresse i sig. Denna dämpningsform skulle ha gjort det möjligt att ange lokalt varierande dämpningsvärden, till exempel i de tunna materialskikt som användes i några av FE-modellerna. En kompletterande kontroll av materialdämpningseffekterna är utförd i avsnitt 5.6.

De båda metoderna är mera schematiskt jämförda i Figur 5.6. I denna figur är även två andra analyssteg inkluderade. En termisk analys för att ta hänsyn till temperaturgradienten som verkar på Vulcainblisken under verklig drift, samt en analys av rotationslasten. I detta senare steg beräknas effekterna av centripetallaster, till exempel spänningsförstyvning. Eftersom Vinciblisen undersöktes som fristående (stillastående) komponent utnyttjas inte detta analyssteg här. Däremot kommer det att spela roll i den senare analysen av Vulcainblisken som testats i ett roterande prov.



**Figur 5.6** Jämförelse av alternativa metoder för dämpad strukturdynamisk analys i Ansys. Ytterligare metoder ges t.ex. i fråga om spektrumanalys och transient dynamisk analys. De metoder som jämförs här är de som använts i detta arbete. Andra tillvägagångssätt, nya funktioner i senare programversioner och liknande kan naturligtvis inte uteslutas och bör beaktas. För närmare förklaring av enskilda programkommandon hänvisas till [8]. Observera att de två första stegen inte utnyttjas i Vincibliskundersökningarna.

### 5.3 Odämpad modalanalys

Då modellerna färdigställdes utfördes inledningsvis en odämpad modalanalys av FE-modellerna för frekvensintervallet 1-20 kHz.

För att ge hanterliga resultat beräknades sektormodellerna för ett noddiametertal i taget. Frekvensintervallet innehåller enligt testresultaten noddiametertalen noll till och med sju. De 13 sektormodellerna (modellerna med kombinationselement undantagna, se nedan) löstes därför var och en för åtta olika noddiametertal. Halvgeometrierna behandlades som nämnts ovan för två olika randvärdesuppsättningar vardera. Detta gav totalt 108 modalanalyser.

Resultaten från Vinciberäkningarna finns sammanfattade i tabellform i appendix B. Undantaget är de sektormodeller som innehöll kombinationselement. Detta förklaras närmare i avsnitt 5.3.8.

Baserat på resultatet från FE-beräkningarnas resultat kan ett antal konstateranden göras. Nedan följer en uppställning över dessa.

#### 5.3.1 Allmänna iakttagelser

Ju flera geometrikomponenter som används i modellen desto otydligare blir beräkningsresultatet. De rena skivmoderna suddades ut och övergår i systemmoder där flera komponenter deltar i rörelsen. Dessutom leder det ökade antalet delar till att komponentspecifika moder dyker upp. Detta är speciellt märkbart då V-blocksinspänningen modellerades i halvgeometriutförande. En mängd rena bult- och blockmoder dyker upp som är mer eller mindre ointressanta för bliskanalysen. Oundvikligt i alla fallen är att skivmoderna kopplas till axelrörelser med olika grad av axeldeformation. Dessa axelrörelser är en möjlig förklaring till att vissa moder uppträder vid flera frekvenser, till exempel paraplymoder. Detta framgår tydligare i Tabell B.1 i appendix B.

Förekomsten av nya moder, avsaknaden av andra moder samt förskjutning av frekvenser då FE-resultaten jämförs med testresultaten är någonting som även konstateras i en fallstudie refererad i [6].

De skivmoder som kan urskiljas tydligt ur både FE- och testresultat är alla, som visats tidigare, lågt dämpade ( $\zeta < 0.01$ ). Dessa moder utgörs av noddiametertal mellan 2 och 7. Paraplymoderna (0 ND) är något mera dämpade än noddiametermoderna och även svårare att urskilja i både test- och beräkningsresultat.

Under testet identifierades en mod vid 2385 Hz som en möjlig 1 ND-kandidat, Henrikson [27]. Enligt FE-beräkningarna skulle denna mod snarast motsvaras av en axelböjning som förekommer i alla modellerna vid motsvarande frekvens. Axelböjningen ger en skivdeformation som sett rakt framifrån liknar 1 ND-svängning. Axelböjningen är speciellt markant i den skruv som fäster piezoproben vid blisken.

Problemen med att finna 1 ND-moden under testet förklaras i [27] med att moden inte kunnat exciteras, en asymmetrisk excitation skulle ha krävts. Det är något förvånande att den radialmonterade proben inte uppnådde detta.

Jämförs FE-resultaten visar de med förhållandevis god överensstämmelse att 1 ND-moden borde ligga kring 4500 Hz. I detta frekvensområde hittades under provet i stället en paraplymod som inte hade någon motsvarighet i FEM-resultaten. Det samma gäller den paraplymod som under provet hittades vid 3701 Hz.

De sektormodeller som representerar den axialinfästa blisken hade alla en 1 ND/1 NC-mod vid ungefär 19 kHz. Motsvarande mod saknas i V-blocksgeometrierna ("halvgeometrierna").



Resultaten från de enkelt fastlåsta modellerna överensstämmer väl med resultaten från de modeller där fixturerna representeras av tunna materiallager.

### 5.3.2 Geometri med infästningarna i form av låsta frihetsgrader

Då de helt fastspända sektormodellerna används ger den axialinfästa modellen två egenfrekvenser under 4 kHz som V-blocksalternativet saknar. Dock kan dessa frekvenser inte placeras gentemot testdata. Detta skulle kunna tolkas i riktning mot den skillnad i resonanser under 4 kHz som provdata uppvisar mellan de två riggningsfallen. Motsvarande gäller även modellen med probskruv som i det axialinspända fallet har en axelböjmod kring 4 kHz som motsvarande V-blocksmodell saknar.

### 5.3.3 Geometri med modellerad fixturplatta

Då sektormodellen kompletteras med en axiell fixturplatta förändras systemets dynamiska beteende märkbart. Flera nya svängningsmoder tillkommer. Bland annat uppvisar fixturplattan naturligtvis samma modindelningar (noddiametrar och nodcirklar) som turbinskivan. Detta ger samverkande moder och i vissa fall ”dubblettmoder” där det kan vara svårt att avgöra vilken mod som hör till vilken komponent. Alla dessa moder åtföljs av en förhållandevis stor axelböjning. Generellt sänker den flexibla fixturplattan systemets resonansfrekvenser.

För 4 ND är skivmoden inte symmetrisk, endast en lösning ges. Möjligen kan detta bero på en näraliggande svängningsmod i fixturplattan (16096 Hz mot 16261 Hz) som skulle kunna störa skivans svängningsbeteende. För 5 ND finns endast skivmoden och ingen motsvarande plattmod.

### 5.3.4 Geometri med modellerad probbult

I modellen med separatmodellerad probbult förloras en 0 NC/1 ND-mod i V-blocksutförandet gentemot den axiellt fästa modellen. Dessutom byter en 0 ND-mod och en probtorsionsmod plats med varandra.

Den separata probbulten gör att alla ND-moder åtföljs av en mera markerad axel-/probbultböjning.

### 5.3.5 Geometri med fixturerna i form av tunna materiallager

I dessa sektormodeller byter axelmoderna torsion och kompression plats beroende på typen av bliskinspänning. Detta kan jämföras med det frekvensskifte som drabbade modellen med separat probbult.

Eftersom materiallagrets tjocklek påverkar de elastiska och dissipativa egenskaperna måste materialegenskaperna anges uppskattningsvis. Trots detta ger materiallagret en flexiblare modell än vad den skulle ha varit utan lagret.

### 5.3.6 Geometri med fixturerna i form av tunna materiallager och med modifierad prob

Eftersom piezoproben visade sig ha fel storlek modellerades den om i några fall. Två direkta resultat på systemdynamiken gavs i form av att en relativt högfrekvent probmod (vid cirka 16

kHz) försvinner liksom en kombinationsmod med en nodcirkel och en noddiameter vid ungefär 15.5 kHz i både fallet med axialinspänd blisk och i fallet med V-blocksinspänd blisk. Det senare är speciellt intressant eftersom denna mod aldrig identifierades under modalprovet heller.

### 5.3.7 Geometri med fixturerna i form av tunna materiallager, modifierad prob och modifierad bliskaxel

Som önskat ledde den geometriska förenklingen av bliskaxeln till reducerat antal element i modellen och därmed även till förkortad beräkningstid. Effekten på beräkningsresultaten ledde inte till några förändringar i moduppsättningarna för olika noddiametertal, men ökade resonansfrekvenserna genom den ökade axelstyvheten. Ökningen var i några fall ett par hundra Hertz. I och med att beräkningsresultaten generellt låg för högt redan utan axelmodifikationen blir slutsatsen att den något minskade beräkningstiden (några minuter i de odämpade analyserna) inte motiverar de försämrade resultaten.

### 5.3.8 Sektormodell med kombinationselement

I de beräkningsfall som byggde på användande av kombinationselement utnyttjades i detta inledande skede endast elementens styvhetsegenskaper. Det vill säga den viskösa dämpningen eliminerades för att tillåta en odämpad analys. Elementstyvheten  $k$  beräknades approximativt enligt (5.1).

$$k = \frac{EA}{Ln_n} \quad (5.1)$$

där  $L$  är fjädrande längd,  $E$  elasticitetsmodul,  
 $A$  aktuell area och  $n_n$  antalet kopplade noder

I V-blocksfallet gav detta  $k = 200$  kN/m och i det axialinspända fallet var motsvarande  $k = 90$  kN/m. Här har approximativa värden på  $E$ -modul och  $L$  använts baserat på inspänningens geometri och fysiska beteende. I V-blocksfallet användes  $E = 7$  GPa och i det axialinspända fallet användes  $E = 10$  GPa. För båda alternativen sattes  $L = 0.020$  m.

Inledningsvis tedde sig sektormodellen med fixturerna återgivna i form av kombinationselement lovande. Bland annat innebar användandet av sådana element stor flexibilitet i beskrivningen av fixturmaterial och dämpningsförhållanden i systemet. Dessutom utgör kombinationselementen en av de fem dämpningstyper som skulle ha utnyttjats under arbetets gång.

Problem uppstod dock då det gällde att utnyttja kombinationselementen tillsammans med cyklisksymmetriska randvillkor. Det gjordes dessutom försök att verifiera beräkningsmetoden med kombinationselement genom att lägga in dem i modellen som numeriskt ”oändligt” styva fjädrar. Detta skulle teoretiskt motsvara sektormodellerna med helt låsta frihetsgrader. Tillfredsställande resultatjämförelse uppnåddes aldrig, förmodligen beroende på inkompatibilitet med de cyklisksymmetriska randvillkoren.

Sammantaget gjorde tveksamheter som dessa att sektormodellerna med kombinationselement undveks i det följande arbetet. Därför återfinns ej heller dessa modeller i de jämförande uppställningarna i appendix B.

## 5.4 Slutsatser av modalanalysen

En huvudslutsats är att de rena skivmoderna, och då framför allt noddiametermoderna, predikteras relativt väl av FE-beräkningarna. Tveksamhet uppstår dock för lågfrekvensområdet och de första skivmoderna (paraplymoder och 1 ND-moden). För moder från och med 2 ND visar alla modellerna en god frekvensmässig överensstämmelse, både gentemot varandra och relativt testdata, se appendix B. Genomgående predikteras de rena noddiametermoderna med störst frekvensmässig träffsäkerhet.

Frånsett överensstämmelserna framträder några markanta skillnader mellan beräknings- och testresultat. Under beräkningarna påträffas 1 ND-moden som aldrig hittades under provet, förmodligen på grund av att man missat att excitera den. Dessutom kan man notera att beräkningarnas 1 ND-mod överensstämmer frekvensmässigt med en paraplymod i testresultaten, den senare hittades inte i beräkningarna. Möjligen kan en feltolkning av provresultaten ha uppstått här, även om den presenterade bilden (se Figur B.1 i appendix B) verkar övertygande.

Förvånande är dessutom att man under provet registrerat två paraplymoder (0 NC, 0 ND) som inte hittades med någon beräkningsmodell. Detta är ett fenomen som påträffats tidigare hos VAC utan att förklaring givits. I allmänhet har man haft overseende med diskrepansen med motiveringen att dessa paraplymoder sällan exciteras under verklig turbindrift. Detta är något som bekräftas av [5] där det hävdas att resonanser i turbinskivor aldrig visat sig bero på NC-moden utan alltid på ND-moden.

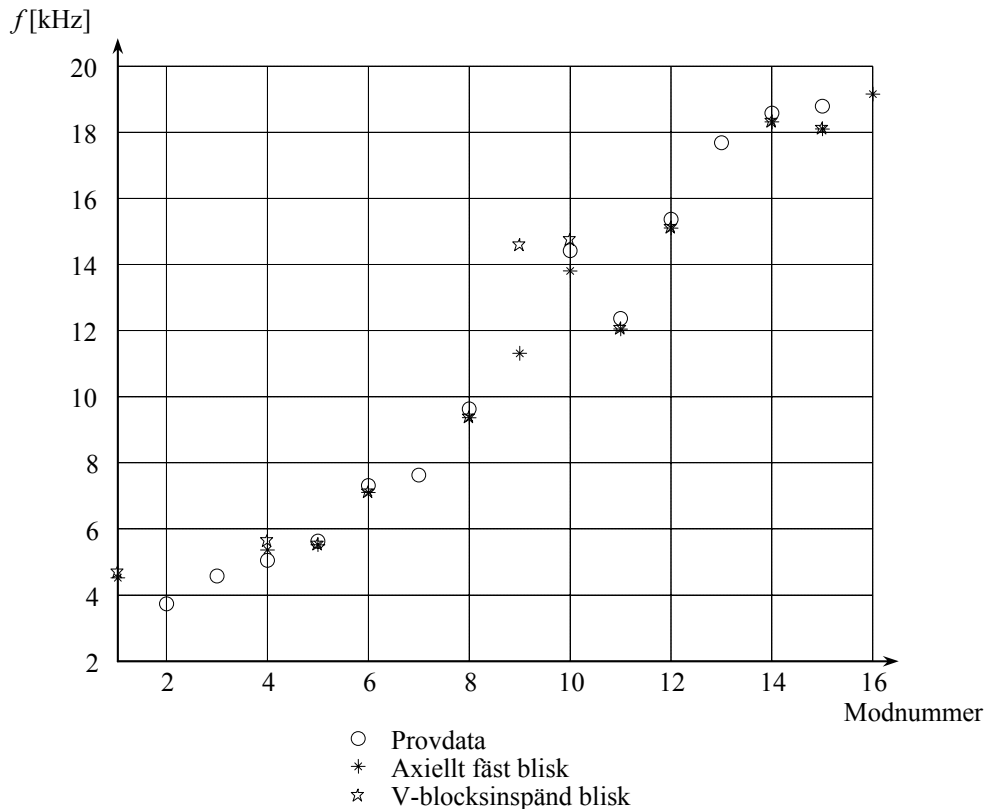
Då det gäller det motsatta förhållandet – moder funna genom beräkning men inte under prov – har man för bliskrotorer bland annat förklarat detta med att varje blad interagerar individuellt med skivan så att det bildas ett antal undermoder motsvarande antalet blad. En annan möjlig förklaring är störningar i testriggningen gjort att resonanserna spruckit upp i vagare undergrupper av vibrationsmönster, Ekedahl [28]. Man kan naturligtvis, som nämnts, även tänka sig att de excitationmetoder som använts under proven helt enkelt inte exciterat vissa moder.

Vidare finns vissa skillnader mellan beräknings- och provresultat i fråga om funna/missade kombinationsmoder med en noddiameter och en nodcirkel. De dämpade harmoniska analyserna nedan ger en möjlig förklaring till detta i och med att dessa resonanser har så låg amplitud att redan en mycket liten dämpning släcker ut dem. Mera om detta nedan.

Tyvärr gav inte modalanalyserna ett entydigt svar på varför den axiellt inspända blisken har fler resonanser under 4 kHz än den V-blocksinspända. Vissa skillnader indikerades i några av beräkningarna, se avsnitt 5.3.2. En rimlig misstanke är förmodligen att det trots allt rör sig om fixturmoder eller inverkan från testriggningen i övrigt. Som exempel på det senare kan elkabeln till piezoproberna nämnas.

Baserat på resultaten från de ovan beskrivna odämpade analyserna valdes en modell ut för den fortsatta dämpningsanalysen. Som konstaterats undveks modellerna med kombinationselement. Modellerna baserade på ”halvgeometrier” undveks likaledes, dels på grund av sin beräkningstyngd och dels på grund av mängden oönskade komponentmoder (se Tabell B.2 i appendix B). Sektormodellerna med separatmodellerad probbult respektive fixturplatta fyllde sin funktion i de första beräkningarna i sökandet efter lågfrekventa strukturmoder. Men för analysen av skivdynamiken är de olämpliga med sina otydliga moder och frekvensförskjutningar. Återstår då sektormodellerna med fixturerna antingen i form av låsta DOF eller i form av tunna materiallager, det senare alternativet med två alternativa prober. Resultaten för dessa modeller stämmer väl överens med varandra men materiallagermodellerna har fördelen att fixturmateriallets egenskaper kan införas i modellen.

Eftersom det visade sig att den modifierade proben gav ett resultat som låg något närmare provdata, och att den förenklade bliskaxeln fick motsatt effekt, blev det den förra av dessa beräkningsmodeller (alternativ g och h i Figur 5.) som huvudsakligen kom att utnyttjas i det fortsatta arbetet med Vinciblisken. I Figur 5.7 syns överensstämmelsen mellan provdata och FE-resultat för den valda geometrin.



**Figur 5.7** Frekvensöverensstämmelse mellan FE-resultat och provdata för utvalda beräkningsmodeller. Moderna som jämförs kan identifieras i Tabell B.1 och Figur B.1 i appendix B.

## 5.5 Dämpad harmonisk analys

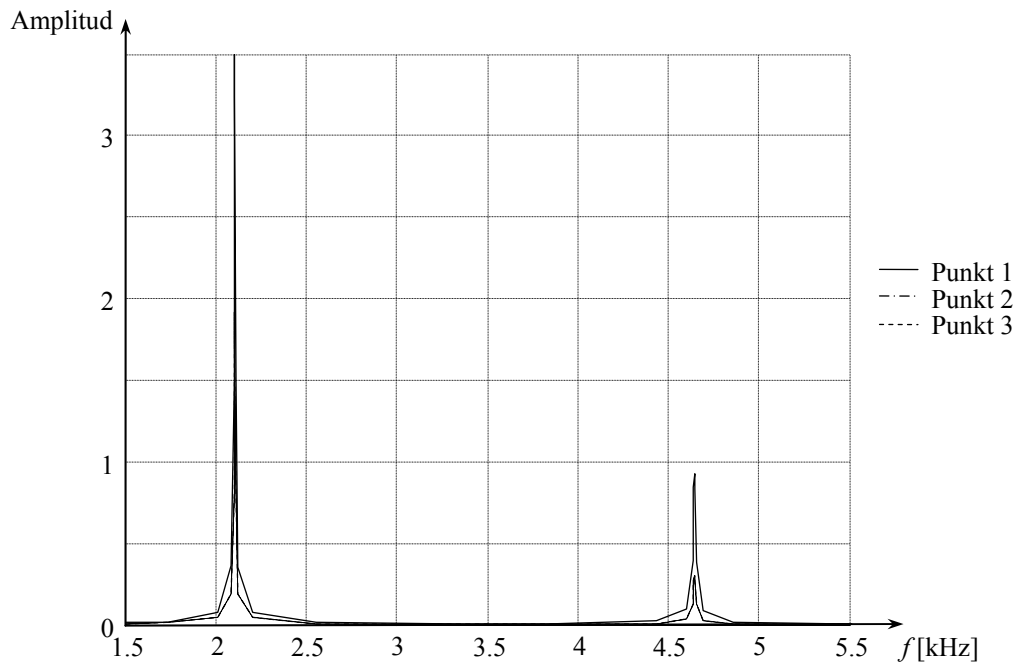
Då modalanalyserna färdigstälts kunde harmoniska analyser av sektormodellerna utföras via modsuperpositionering. Under den harmoniska analysen applicerades en accelerationslast på modellerna. Denna last härrör från piezoproben. En periodiskt varierande acceleration på 1g fördelades över noderna längs probens centrumaxel, verkande i axiell riktning. I beräkningsprogrammet läggs lasterna på i form av krafter och i själva verket fördelades därför en periodisk kraft enligt (5.2) över noderna. Denna last sveptes därefter genom frekvensintervallet 1-20 kHz. Accelerationens storlek är godtyckligt vald eftersom piezoprobens egentliga verkan inte är känd uttryckt i acceleration utan i piezoprobens matningsspänning.

$$p(t) = \frac{m}{n_s} g \sin \omega t \quad (5.2)$$

där  $m = 1.1$  kg är probmassan och  $n_s = 51$  är antalet noder

Den harmoniska analysen utfördes genom modsuperposition för ett noddiametertal i taget. Det angivna antalet lösningssteg i frekvensintervallet samlades i beräkningsprogrammet kring resonansfrekvenserna. Detta ger en god upplösning av resonanserna medan det övriga spektret blir grövre representerat.

Enligt metodbeskrivningen i Figur 2.3 kunde Rayleighdämpning, modal dämpning och konstant dämpningsförhållande utnyttjats under den harmoniska analysen. Användandet av de olika dämpningsmodellerna beskrivs nedan.

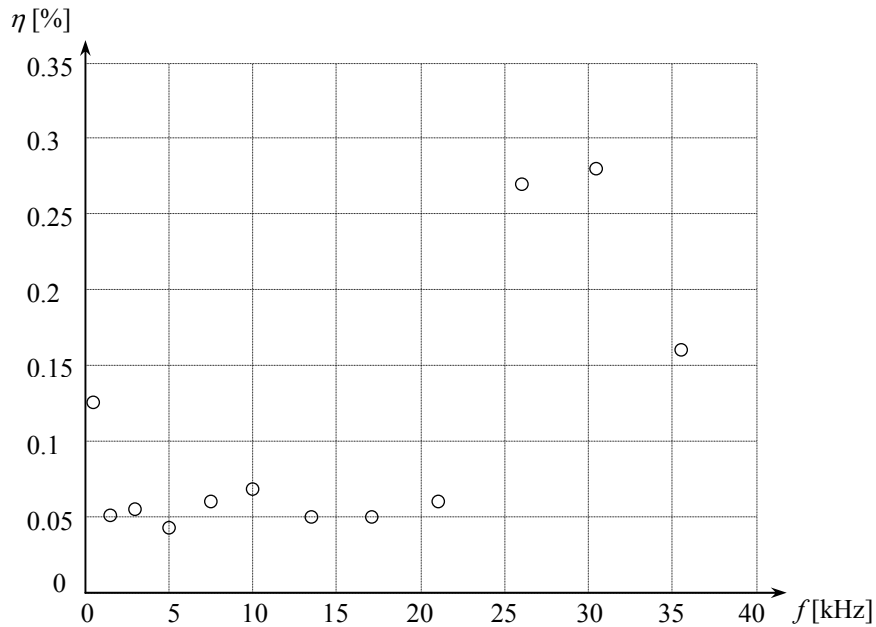


**Figur 5.8** En och samma skivresonans uppmätt för 1 ND vid tre olika radier. Punkt 1 motsvarar ungefär den radie som sägs ha använts under provet, punkt 2 ligger nära skivans centrum och punkt 3 motsvarar bladspetsen. Som framgår av figuren är frekvenserna i princip konstanta och endast amplituderna varierar.

Under provet utfördes frekvensregistreringen med hjälp av laser i en punkt vars placering inte angavs med större noggrannhet. Då beräkningarna utfördes registrerades svängningsbeteendet i tre olika punkter, vid tre olika radier, på skivans yta. Jämförelse av frekvensspektrerna från preliminära FE-beräkningar visar att de tre resultaten är fullt jämförbara i frekvens och i princip endast skiljer sig åt i amplitud. Detta illustreras i Figur 5.8.

### 5.5.1 Dämpning i Vinciblisken

I ett tidigare examensarbete utfört i samarbete med VAC bestämdes experimentellt dämpningen i Ti6Al4V, Andersson och Lext [29]. Resultatet återfinns i Figur 5.9 och visar som väntat på en låg förlustfaktor för titanlegeringen.



**Figur 5.9** Experimentellt bestämd materialdämpning i Ti6Al4V enligt [29].

Under modaltestet som utförts på Vincibliskan gjordes samtidigt mätningar av materialdämpningen [27]. Även då konstaterades att förlustfaktorn var låg för materialet. För skivan befanns förlustfaktorn ligga kring 0.1% eller därunder för modformer med 2 noddiametrar eller flera i frekvensintervallet 1-20 kHz. För frekvenser mellan 20 och 70 kHz låg förlustfaktorn betydligt under 0.1%. Även för rotorbladen låg de flesta dämpningsresultaten under 0.1%. Under testets gång registrerades även i några fall förlustfaktorer lägre än 0.01%. Dessa dämpningsresultat återfinns i Figur 5.10. Det bör noteras att dessa dämpningsberäkningar är utförda genom bestämning av kvalitetsfaktorn ur responspektrerna för en enskild punkt på skivan. Dock bör materialdämpningen vara den mest utslagsgivande faktorn i dessa mätningar. Effekter av friktionsdämpning förutsätts vara jämförelsevis försumbara.

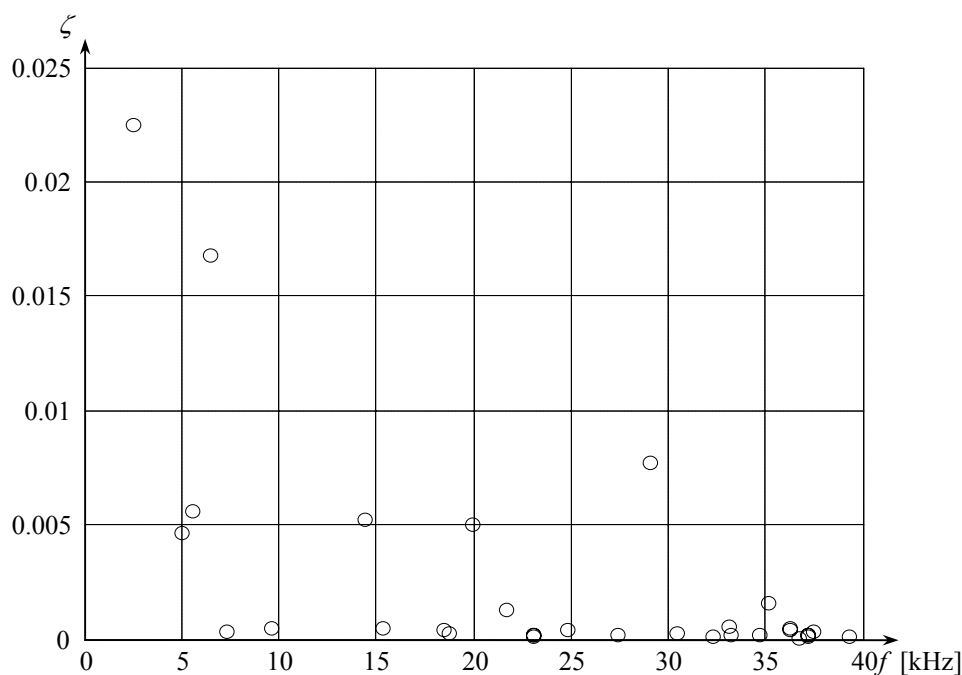
Som visades i avsnittet om materialdämpning tidigare gäller följande samband enligt [13]:

$$D = J\sigma_a^n, U = \frac{1}{2}E\varepsilon_a^2 \text{ samt } \eta = \frac{D}{2\pi U}$$

Samskrivning av dessa ger, om linearitet förutsätts, ett uttryck för förlustfaktorn  $\eta$  enligt (5.3).

$$\eta = \frac{JE}{\pi} \sigma_a^{n-2} \quad (5.3)$$

Vid låga spänningsamplituder i metalliska material är dämpningsexponenten  $n \approx 2$  och hystereskurvan bildar en ellips [13]. Detta ger med (5.3) ett uttryck för förlustfaktorn på formen (5.4).



**Figur 5.10** Dämpning i Vinciblisken enligt modaltest beskrivet i [27].

$$\eta \approx \frac{JE}{\pi} \quad (5.4)$$

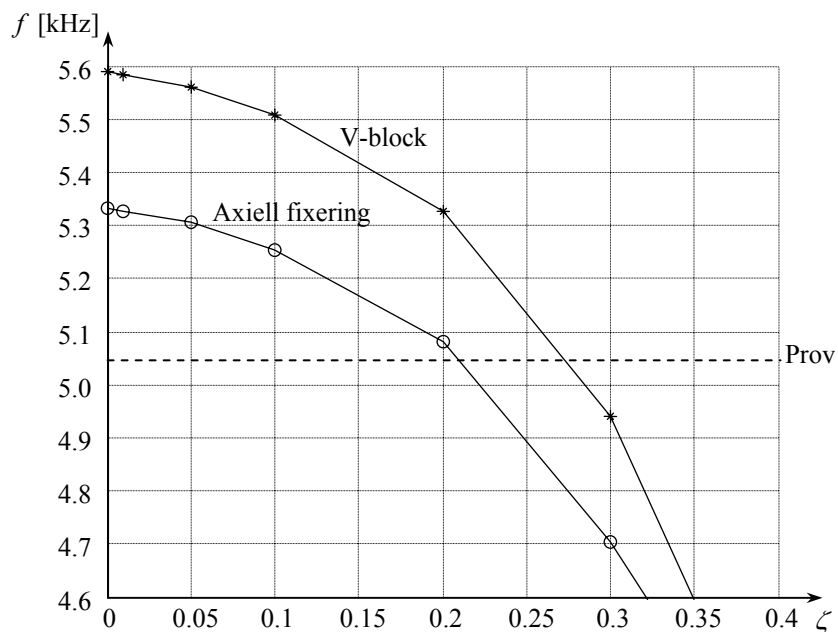
Approximativt kan därför den hysteretiska dämpningen ses som oberoende av spänningsamplitud i föreliggande sammanhang.

I och med att Vinciblisken undersöktes i ett stillastående prov kommer aerodynamisk dämpning inte att ha någon inverkan. Ett visst mått av energidissipation på grund av Coulombdämpning torde förekomma i kontakten mellan blisk och fixtur (antingen i form av V-block eller i form av axiellt monterad fixturplatta). Viss friktion kan förekomma även i gränssytan mellan blisk och excitationssprob. Effekter av Coulombdämpning anses sammantaget som små.

Materialdämpningen i fixturmaterialiet är relativt hög. Polyuretanmaterialiet undersöktes av VAC inför Vinciprovet genom ett enkelt vibrationsprov varvid svängningsamplitudens avtagande uppmättes. Ett överslag av materialdämpningen bestämdes därefter via det logaritmiska dekrementet (se dämpningsavsnittet) och resultaten angav en förlustfaktor på ungefär 3%. Andra data för fixturmaterialiet återfinns i appendix A.

### 5.5.2 Konstant dämpningsförhållande

Detta är den enklaste formen av dämpningsbeskrivning som kan utnyttjas i Ansys. Svårigheten ligger i att bestämma ett rimligt värde på  $\zeta$  som skall gälla enhetligt för hela strukturen. Baserat på ovanstående resultat för Vinciblisken verkar en förlustfaktor något lägre än 0.1% ge en god approximation av materialdämpningen i frekvensintervallet 1-20 kHz. Motsvarande dämpning i fixturmaterialiet ligger enligt ovan kring 3%.



**Figur 5.11** En paraplymods variation med konstant dämpningsförhållande jämfört med provresultat.

Figur 5.11 visar frekvensvariationen hos den i FE-beräkningarna först påträffade paraplymoden för olika värden på dämpningsförhållandet ( $\text{dmp\_rat}$ ). Som framgår av denna illustration är det fullt möjligt att med ett variabelt dämpningsförhållande justera frekvenserna så att beräkningsresultaten överensstämmer med provresultaten. Problemet gäller då att motivera det nödvändiga dämpningsförhållandet. De dämpningsförhållanden som konstaterats gälla approximativt är alldeles för låga för att ha någon märkbar effekt på frekvenserna. Dessutom ger resultatupställningen i appendix B ingen antydning om att de beräknade frekvenserna generellt skulle förskjutas vare sig uppåt eller nedåt för att överensstämma med provresultaten.

### 5.5.3 Rayleighdämpning

De provdata som registrerats angående dämpningen i Vinciblisken (se Figur 5.10) kan utnyttjas för att bestämma parametrarna i en dämpningsformulering enligt Rayleigh. Själva metoden beskrivs närmare i dämpningsavsnittet.

Om frekvenserna  $f_1 = 7297$  Hz och  $f_2 = 9595$  Hz utnyttjas ligger motsvarande dämpningsförhållande kring 0.0004. Baserat på dessa värden ges Rayleighparametrarna enligt (5.5).

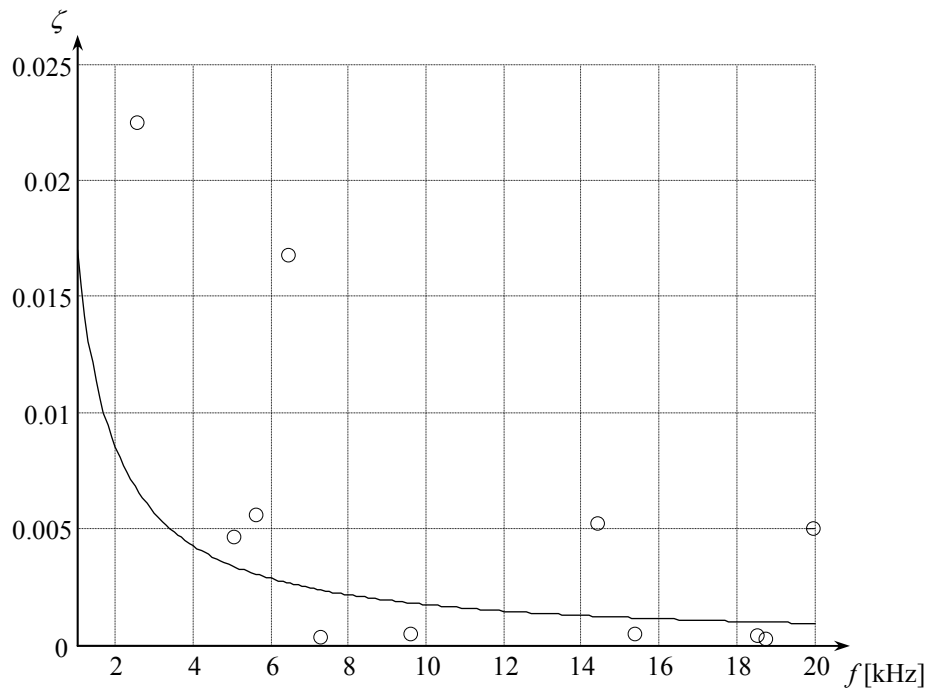
$$a_0 = 34, a_1 = 7.5 \cdot 10^{-9} \quad (5.5)$$

I Figur 5.12 syns den dämpningskurva som blir resultatet av dessa parametrar jämförd med dämpningsdata från provet i intervallet 1-20 kHz.

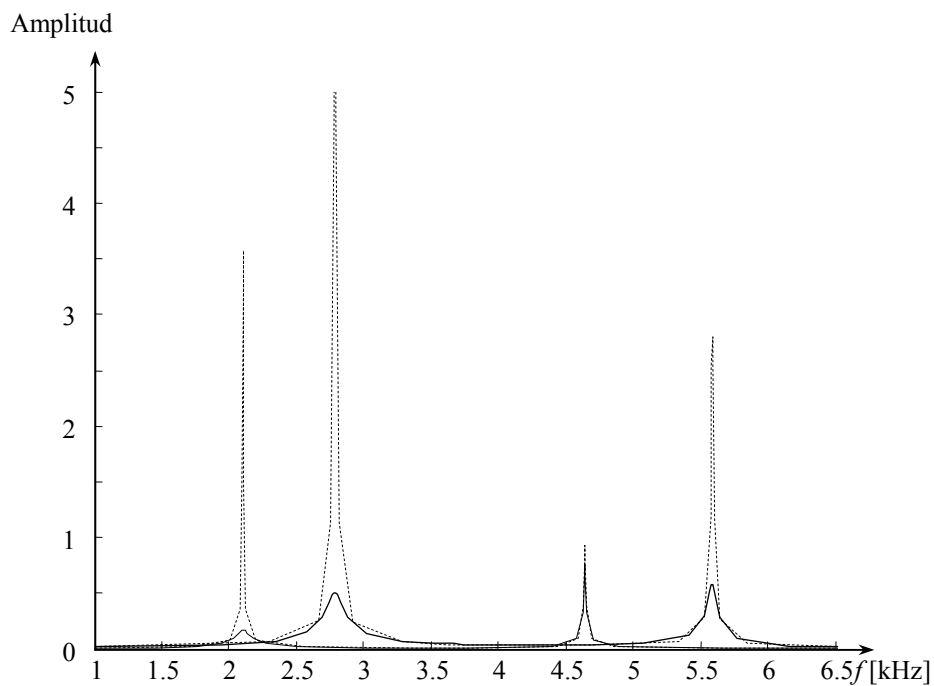
Även i detta fall framgår det tydligt att även den dämpning som ges genom denna modell är alltför låg för att påverka frekvenserna i någon vidare utsträckning. Men modellen ter sig ändå



mera motiverad än ett enkelt konstant dämpningsförhållande i och med att en dämpningsvariation lik den i provresultaten kan formuleras.



**Figur 5.12** Rayleighdämpning (heldragen kurva) baserad på, och jämförd med, provdata (den senare är markerad med ringar).



**Figur 5.13** Effekten av modal dämpning på några 0 och 1 ND-moder (*V*-blocksinspänd Vinciblick). Heldragen linje visar den dämpade responsen medan punktmarkerad linje visar den "odämpade" (d.v.s. mycket lågt dämpade) responsen.

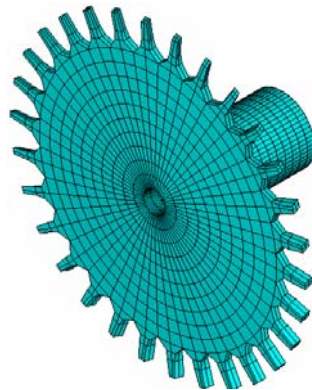
### 5.5.4 Modal dämpning

Den tredje och sista dämpningsformuleringen som står till buds då beräkningarna utförs med odämpad modalanalys är den modala dämpningen. Detta alternativ bygger på att enskilda moder identifieras i resultaten från modalanalysen och därefter anges modala dämpvärden, ett för varje mod, i tabellform i Ansys.

Den modala dämpningen tillåter att till exempel fixturmoder och skivmoder hanteras separat och ges individuella dämpningsvärden. De dämpningsdata som är användbara här har presenterats ovan i Figur 5.9 och i Figur 5.10. Från resonansspektrerna i Figur 5.3 kan speciellt noteras att de rena noddiametermoderna är mycket svagt dämpade (smala resonanstoppar, jämför definitionen av kvalitetsfaktor i dämpningsavsnittet) medan nodcirkelmoderna och fixturmoderna är avsevärt högre dämpade (bredare resonanstoppar). I Figur 5.13 syns inverkan av modal dämpning på några moder för 0 och 1 ND. Som förväntat är också effekten av den modala dämpningen för liten för att påverka systemets resonansfrekvenser i önskvärd mån, endast amplituderna reduceras markant. I beräkningarna som ligger till grund för denna dämpade modalanalys har dämpningsförhållandet i noddiametermoderna satts till 0.0005, i nodcirkelmoderna till 0.005 samt till 0.0225 för fixtur- och axelmoder.

### 5.6 Kompletterande dämpningsberäkningar

Som konstaterades ovan är Vincimodellerna alltför beräkningstunga för att utföra vissa av analyserna. För att ändå få en bild av de principiella effekterna av materialdämpning skapades en förenklad bliskmodell. Modellen, som även kommer att användas i anslutning till Vulcainarbetet, återges i Figur 5.14. Bliskmodellen är uppbyggd av åttanodiga solidelement (`solid45`) och materialegenskaperna är här identiska med Vincibliskens (Ti6Al4V). Geometrin utgörs av cirka 2500 element och har strax över 12500 DOF.



**Figur 5.14** Förenklad 30-blads bliskmodell.

För att undersöka dämpningen används de relationer som ges av (5.6). I dessa uttryck är  $D$  energidissipationen,  $U$  töjningsenergin och  $\sigma_a$  spänningsamplituden vid en frekvens. Sambanden (5.6) beskrivs närmare i dämpningsavsnittet ovan. Energidissipationen i blisken bestäms via de värden på  $J$  och  $n$  som anges i [13] för en motsvarande titanlegering. Dessa värden återges i (5.7).

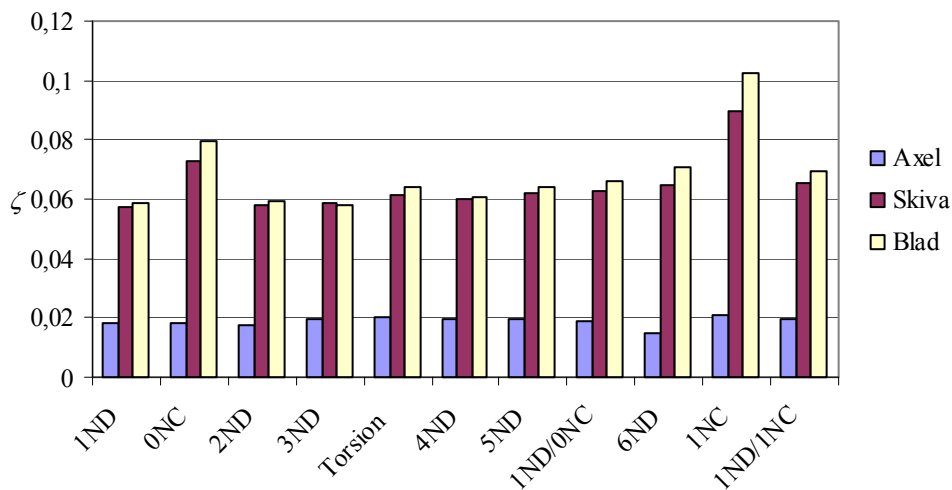
$$\zeta = \frac{D}{4\pi U} \quad \text{där } D = J\sigma_a^n \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} \sigma_a < 183 \text{ MPa} &\Rightarrow J = 3.493 \cdot 10^{-12} \text{ och } n = 2.032 \\ \sigma_a > 183 \text{ MPa} &\Rightarrow J = 3.360 \cdot 10^{-14} \text{ och } n = 2.488 \end{aligned} \quad (5.7)$$

De harmoniska analyserna utförs efter att en periodiskt varierande last fördelats kring bliskens centrumhål. Lasten verkar i axiell riktning på motsvarande sätt som i Vincifallet.



**Figur 5.15** Modala materialdämpningsförhållanden i bliskmodellen, baserat på materialdämpningsparametrar enligt [13].



**Figur 5.16** Modala materialdämpningsförhållanden i olika områden i bliskmodellen.

Efter att den harmoniska analysen utförts hämtas spänningsamplitud och töjningsenergi ur modellen. Dessa värden ges då på elementnivå för de enskilda frekvenser som utnyttjats under den harmoniska analysen. I Figur 5.15 syns de resulterande modala dämpningsförhållandena baserade på medelvärdet av dämpningen i de enskilda elementen.

Av Figur 5.15 framgår det att de använda värdena på  $J$  och  $n$  resulterar i dämpningsnivåer för materialet som överensstämmer med dem som hämtats ur andra källor (se till exempel Figur 5.9 och Figur 5.10). Figur 5.15 visar dessutom att NC-moderna som förväntat är kraftigare dämpade än ND-moderna. Dämpningsfördelningen kommer även att bero på hur den aktuella lasten är fördelad över strukturen.

Genom att utnyttja en dämpningsformulering på formen (5.6) kan även dämpningsnivån i olika områden av materialet betraktas separat. Genom att upprepa analysen, som ovan utfördes för hela blisken, för elementen i enskilda områden ges den lokala dämpningsnivån. I Figur 5.16 återges hur materialdämpningsnivåerna i bladen, skivan och bliskaxeln förhåller sig till varandra för olika moder.

## 5.7 Slutsatser från Vinciberäkningarna

Genom att testa och jämföra olika beräkningsmodeller har en lämplig modell tagits fram. Modellalternativen har avvikit från varandra till exempel i fråga om geometri och randvärden. Testandet av olika beräkningsmodeller har gjort att följande slutsatser kan dras:

- Som förväntat ger ökat antal geometrikomponenter ett mera komplext dynamiskt beteende. De i första hand intressanta moderna förvanskas och blandas ut med moder tillhörande modellerade substrukturer och bikomponenter. För att få tydliga beräkningsresultat och för att reducera beräkningstiden bör antalet modellerade komponenter hållas till ett minimum.
- För att representera kopplingen mellan huvudkomponenten som skall analyseras, det vill säga blisken, och till exempel fixturer är det lämpligt att representera fixturerna med tunna materialskikt i kontaktytorna. Dessa materialskikt tillåter separat modellerande av fixturmaterialens egenskaper utan att de, om skikten ges noll densitet, bidrar med extra moder i beräkningsresultaten.
- Motsvarande kontakt mellan olika komponenter skulle kunna modelleras med kombinationselement. Detta har dock visat sig problematiskt, inte minst i kombination med cyklisksymmetriska randvillkor. Kombinationselement bör därför användas sparsamt och framförallt inte appliceras över geometrins ränder. Detta omintetgör tyvärr användningen av elementdämpning i dämpningsanalysen.
- Strukturens cykliska symmetri bör utnyttjas för att få en fullständig representation av svängningsmoder och egenfrekvenser.
- Modellgeometrin på modellerade komponenter bör så nära som möjligt följa originalet. Avvikelse kan få markant effekt som till exempel kan illustreras med elimineringen av två systemmoder då probstorleken ändrades.
- Rena noddiametermoder predikteras relativt väl av FE-beräkningarna. Nodcirkelmoderna är något diffusare, särskilt i det lägre frekvensområdet. För 2 ND och däröver är överensstämmelsen god, både mellan beräkningsmodellerna och gentemot testdata.

Förutom olika beräkningsmodeller testades även olika beräkningsmetoder i Ansys. I en avvägning mellan beräkningstid och möjlighet till exempelvis olika dämpningsformuleringar framstod följande metod som mest lämpad för praktiska tillämpningar.

- Starta med en odämpad modalanalys under vilken geometrins cykliska symmetri utnyttjas.
- Identifiera svängningsmoder och resonansfrekvenser.

- Definiera modal dämpning, Rayleighdämpning alternativt ett konstant dämpningsförhållande utifrån till exempel provdata.
- Utför en harmonisk analys med hjälp av modsuperposition under vilken vald dämpningsmodell utnyttjas. Enskilda moder kan analyseras.
- Tag eventuellt fram resonansspektrer för de intressanta moderna.

Angående dämpningen och den harmoniska analysen kan följande iakttagelser göras:

- Enligt de källor som studerats rörande turbinrotorer i bliskutförande kan konstateras att dämpningen i en bliskrotor med helt fria blad (likt Vinci) är låg, eller mycket låg. Den relativt låga materialdämpningen får jämförbart inflytande och är den förmodat huvudsakliga källan till energidissipation i Vincifallet. Coulombdämpningen förutsätts inte ha haft något avgörande inflytande över dynamiken i den testade Vinciblisen. I och med att modaltestet utfördes på en stillastående rotor är den aerodynamiska dämpningen likaledes försumbar.
- Den dämpning som förutsägs av testdata och litteraturstudie är alltför låg för att i någon avgörande grad flytta resonansfrekvenserna. Frekvensmässiga avvikelser mellan beräkningsresultat och testresultat beror således antingen på oidentifierade, starkt energidissiperande, dämpningskällor i testuppställningen eller på någon inflytelserik skillnad mellan verklighet och modellens material-, randvärdes- eller geometribeskrivning. Det senare trots att flera alternativa modeller provats. Som nämnts ovan, och som framgår till exempel av Figur 5.7, är frekvensöverensstämmelsen dock förhållandevis god.
- Några kombinationsmoder (ND/NC) hittades i beräkningsresultaten men inte under provet. En förklaring till detta kan vara att dessa resonanser hade så låg amplitud att redan den låga dämpning som motiverats ovan är tillräcklig för att ”dämpa ut” moderna (se till exempel effekten av modal dämpning i Figur 5.13). Amplituderna blir helt enkelt för låga för att registreras. Ytterligare en förklaring till att man under provet missat moder som förutsägs av FEM kan vara att man helt enkelt misslyckats med att excitera dessa moder. Exempel på det senare är förmodligen 1 ND-moden. En annan möjlighet då det gäller denna mod är att någon form av förväxling skett. Frekvensmässigt överensstämmer beräkningarnas 1 ND-mod med en paraplymod funnen under provet. Motsvarande mod hittas inte under beräkningarna. Modhologrammet i Figur B.1 i appendix B visar dock en tydlig NC-mod.
- Strukturodynamisk dämpning verkar inte ha det inflytande över beräkningsresultaten som man förmodat (vilket var en huvudfråga inför detta examensarbete).
- Genom att utnyttja en förenklad bliskmodell kunde materialets modala dämpningsförhållanden beskrivas via spänningsamplitud, töjningsenergi samt materialparametrarna  $J$  och  $n$ . Dessa beräkningar bekräftade de tidigare bestämda dämpningsnivåerna och visade samtidigt att NC-moder är mera dämpade än ND-moder. Något som även framgår ur resonansspektrerna från Vinciprovet. Dessutom bör de värden på parametrarna  $J$  och  $n$  som tagits från [13] vara användbara i framtida beräkningar på komponenter tillverkade i samma titanlegering som Vinciblisen.

Efter gjorda beräkningar och jämförelser kvarstår några frågor:

- Varför uppvisar den axiellt fästa blisken flera lågfrekventa resonanser än den V-blocksinspända? Det rör sig med stor sannolikhet om olika former av fixturmoder, men beräkningarna har inte entydigt visat samma förhållande (även om viss indikation finns, se avsnitt 5.3.2). Någonting i testriggningen som förbisetts under beräkningarna kan ha påverkat resonanserna. Ett exempel kan vara den kabel som är ansluten till piezoproberna.
- Varför missar beräkningarna två paraplymoder som registrerades under provet? Möjligen kan dessa moder ha flyttats drastiskt i frekvens i beräkningsmodellerna och därmed hamnat utanför intervallet 1-20 kHz. Preliminära undersökningar av ett större frekvensintervall resulterade dock inte i några lämpliga sådana modkandidater. Skillnaderna i funna/missade moder kan även bero på tidigare nämnda orsaker, som till exempel felaktig excitation och feltolkning av moder.

## 6 – VULCAINBLISKEN

---

### 6.1 Vulcainprovet

Liksom för Vinciblisen har man vid VAC genomfört ett test med Vulcainblisen för att ge en bild av rotns dynamiska beteende samt för att avgöra effekterna av diverse geometriförändringar. Provet var precis avslutat då detta examensarbete påbörjades och därför har det följande arbetet utförts som en del av VAC:s egen utvärdering av testresultaten.

Vulcainprovet utfördes på en roterande rotor monterad i en testrigg. Rotorbladen var försedda med tak som var tjockare än i den egentliga konstruktionen. Detta gjordes för att sänka bladens egenfrekvenser vilket tillät testning i luft samt vid varvtal under 18000 rpm. Dessa begränsningar ställdes av den tillgängliga testutrustningen. Tanken var att resultaten sedan skulle kunna ”översättas” till verkliga förhållanden via någon form av skalning. Under verklig drift arbetar motsvarande Vulcainblisk under en temperaturgradient mellan 30K och 945K samt vid varvtal kring 40000 rpm. Under provet utnyttjades luft som värmts upp till 500K och varvtalet ökades under konstant acceleration från 0 till 15000 rpm varefter varvtalet åter bromsades ned till 0 rpm under konstant retardation. Den testade blisen är försedd med 106 blad liksom den Vulcainrotor som används idag (om än med separatmonterade blad). I nästa turbingeneration kommer Vulcainblisen att förses med 113 blad.

För enkelhetens skull kommer den testade versionen av Vulcainrotorn att nedan benämnas ”testblisk” medan den rotorkonstruktion som används i den verkliga tillämpningen, under verkliga förhållanden, kallas ”driftblisk”.

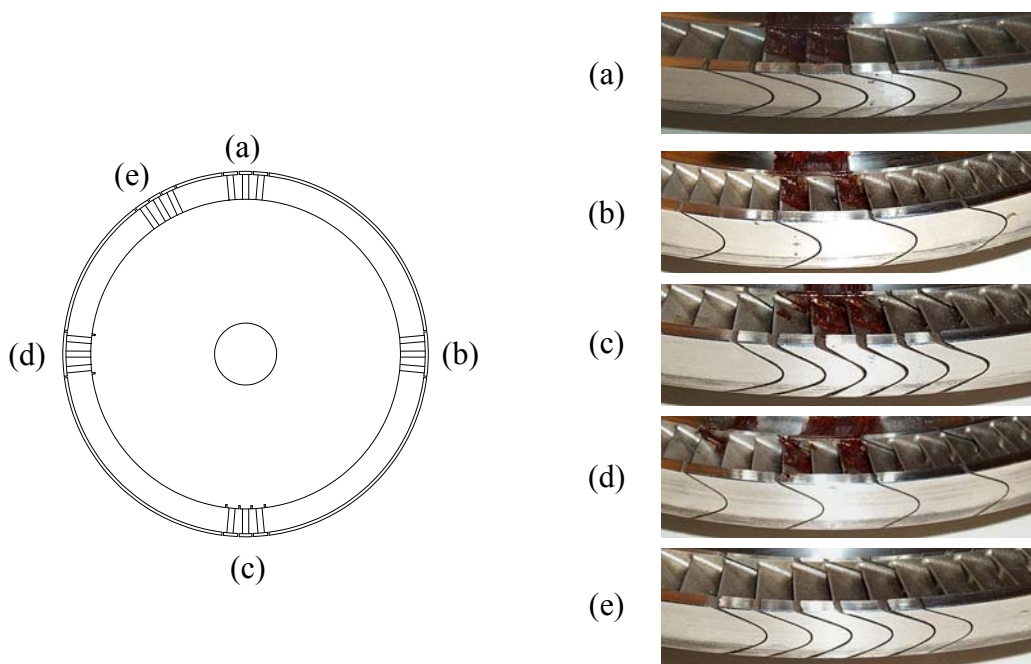
Enligt Pettersson [30] var målet med provet att identifiera första ordningens (1F, 1E och 1T) samt andra ordningens (2F, 2E och 2T) bladresonanser (beskrivning av dessa moder finns i avsnittet om turbinrotordynamik). Vidare var tanken att undersöka bliskresponsen på grund av excitation från gaslastens första fyra harmoniska ordningar.

Dessutom ville man undersöka olika bliskkonstruktioner och möjligheterna till kontrollerad mistuning. För att uppnå detta förändrades geometrin på fyra ställen kring blisen. Man valde att placera geometriförändringarna med 90° mellanrum för att minimera störningarna mellan de olika konfigurationerna. Under arbetet med geometriändringarna gjordes även en relativt drastisk felbearbetning av en sektion. Denna sektion är medtagen som (e) nedan. För att balansera rotorn avlägsnades även material från själva skivytn på några ställen. I Figur 6.1 syns den Vulcainblisk som användes under provningen med de fem modifierade positionerna markerade. Geometriförändringarna finns beskrivna i Figur 6.2.

Töjningsgivare användes för att mäta deformationen på åtta av de modifierade bladen. På de instrumenterade bladen placerades en töjningsgivare i bladkanten (nedan kallad E-givare) och en töjningsgivare vid bladets centrum (nedan kallad C-givare). Alla töjningsgivarna registrerar bladets töjning i radialled. Detta arrangemang tillät relativt heltäckande töjningsmätning för de olika bladmoderna, oavsett modform. I Figur 6.3 illustreras skissartat givarutslagen på ett blad i konfiguration 1 och av Tabell 6.1 framgår principen för hur givarutslagen skall översättas i bladmoder. Totalt placerades 16 stycken töjningsgivare samt en temperaturgivare jämnt fördelade över rotorbladen med ambitionen att bibehålla balansen i blisen.

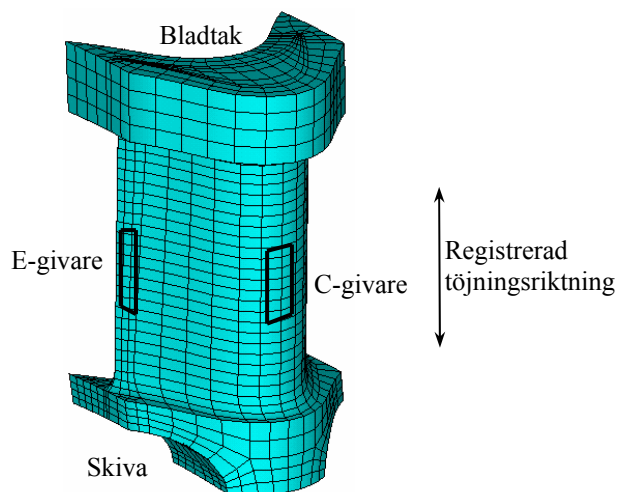


**Figur 6.1** Vulcainblisken i testutförande. I bilden indikeras de positioner (a-e) kring blisken vid vilka geometrin modifierats.



**Figur 6.2** Geometriförändringar: (a) fem individuella blad (konfig. 1), (b) bladen hänger samman i tre grupper med tre blad i varje grupp (konfig. 2), (c) fem individuella blad med mellanliggande spår i skivan mellan varje blad (konfig. 3), (d) bladen hänger samman i tre grupper med tre blad i varje grupp samt med mellanliggande spår i skivan mellan varje grupp (konfig. 4), (e) felbearbetad sektion.





**Figur 6.3** Töjningsgivarnas placering på bladet.

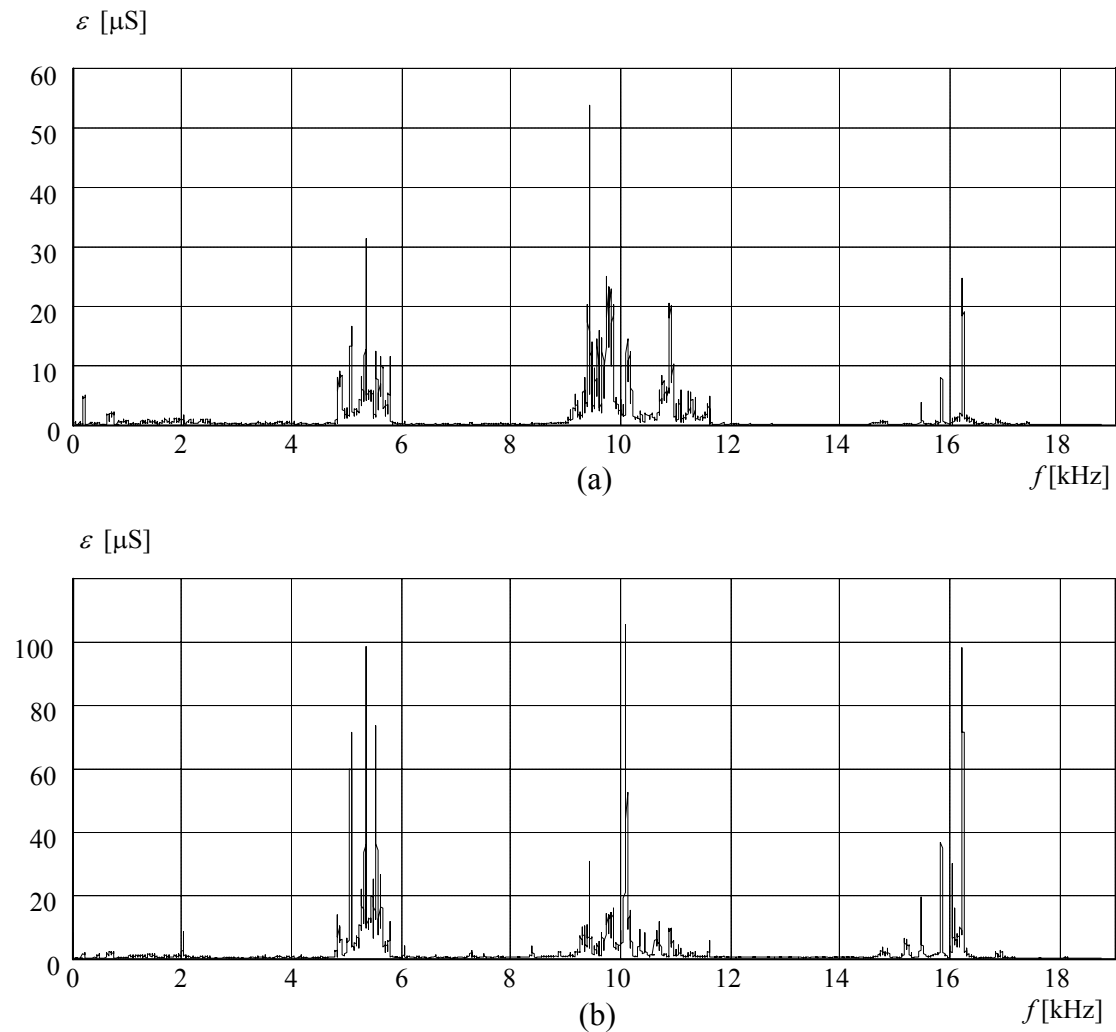
**Tabell 6.1** Översättning mellan töjningsgivarutslag och bladmoder. Töjningen mäts i radialled av båda givarna.

- *F-mod*: Givarna ger motsatt riktade utslag på jämförbar nivå.
- *E-mod*: E-givaren ger tydligt (positivt eller negativt) utslag medan C-givaren ger i princip nollutslag.
- *T-mod*: E-givaren och C-givaren registrerar motsatt riktade töjningar. C-givarens utslag bör vara betydligt lägre än E-givarens.

Under provet mättes även axelvarvtalet, massflödet av luft, vridmomentet i axeln samt tryck och temperatur vid testturbinens in- och utlopp.

Den blisk som med ovanstående modifieringar tagits fram inför provet uppvisar naturligtvis extrem mistuning. Detta gör att man kan förvänta svårigheter med tolkningen av vibrationsmoderna. Figur 6.4 visar resonansspektrerna för E- och C-givarna i bladkonfiguration 1.

De spår som separerar bladtaken och som även tagits upp i skivan mellan vissa blad ansågs inför testet vara tillräckligt breda (0.2 mm) för att kontakt mellan kanterna inte skulle förekomma. Resonansspektrerna som registrerades under provet har dock ett ”splittrat” utseende (se Figur 6.4) som skulle kunna innebära att kontakt mellan bladen förekommit. Denna eventuella kontakt behandlas närmare i avsnitt 6.8.



**Figur 6.4** Exempel på resonansspektrer från Vulcainprovet. Graferna visar resonanserna i bladkonfiguration 1 vid 2000 rpm. (a) E-givaren, (b) C-givaren.

## 6.2 FE-analys av Vulcainblisken

Vulcainblisken är tillverkad av en nickelbaserad legering kallad Super Waspalloy. Data för detta material hämtades ur Muwuluzi [31] och framgår av appendix A. Motsvarande information finns även i till exempel [26].

Som nämnts utfördes Vulcaintestningen på en roterande blisk som monterats i en testrigg. Blisken satt monterad på en splinesförsedd axel mot vilken den hölls fast med hjälp av axiellt infästa skruvar.

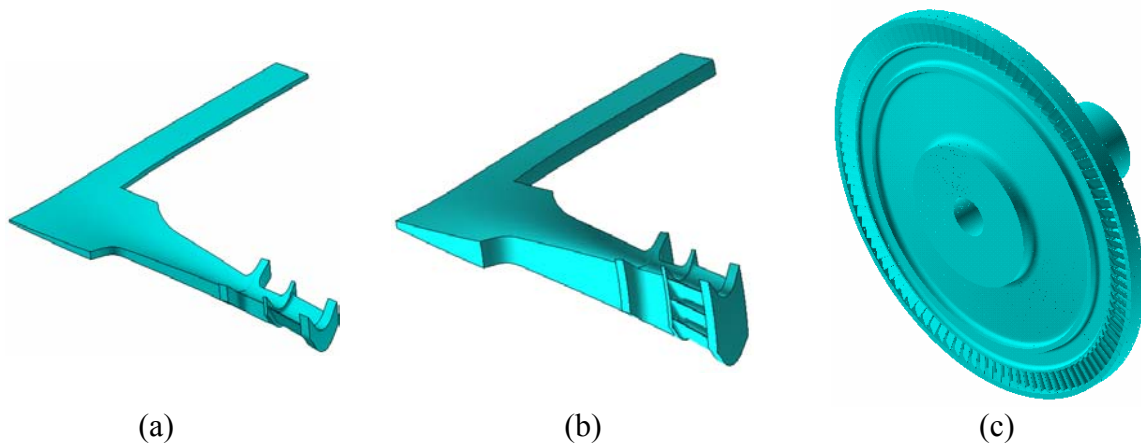
Gaslasten (upphettad luft i detta fall) på den testade Vulcainblisken överfördes via en stator med 23 öppningar.

### 6.2.1 Beräkningsmodeller

Till skillnad från i Vincifallet fanns ett antal färdiga FE-modeller av Vulcainblisken att tillgå. Dessa hade använts för att ta fram preliminära resultat inför provningen. Två modeller hade byggts upp, en sektormodell med ett blad och en sektormodell med tre blad. Genom att införa diverse modifieringar i dessa två modeller kunde de fyra bladkonfigurationerna representeras. Sektorgeometrierna och den helt expanderade modellen återges i Figur 6.5. De olika modellerna utnyttjas alla med cyklisksymmetriska randvillkor.

I och med att Vulcainblisken redan från början har ett ordentligt tilltaget centrumhål behöver ingen hänsyn tas till att modellen ligger för nära rotationsaxeln, vilket krävdes i Vincifallet.

De sektormodeller som bygger på bladgrupper med tre blad i varje har justerats så att en sektor utgör en 35:e-del av geometrin. Detta eftersom sektorantalet  $n_s$  baserat på 106/3 uppenbarligen inte är ett heltal.



**Figur 6.5** Beräkningsmodeller för testblisken: (a) originalsektor för konfigurationerna 1 och 3, (b) originalsektor för konfigurationerna 2 och 4, (c) fullt expanderad modell.

Beräkningsmodellerna är uppbyggda av åttanodiga solidelement. Varje nod har tre translativa frihetsgrader och saknar rotationsfrihetsgrader. Mera information om denna elementtyp (`solid45`) finns i [8].

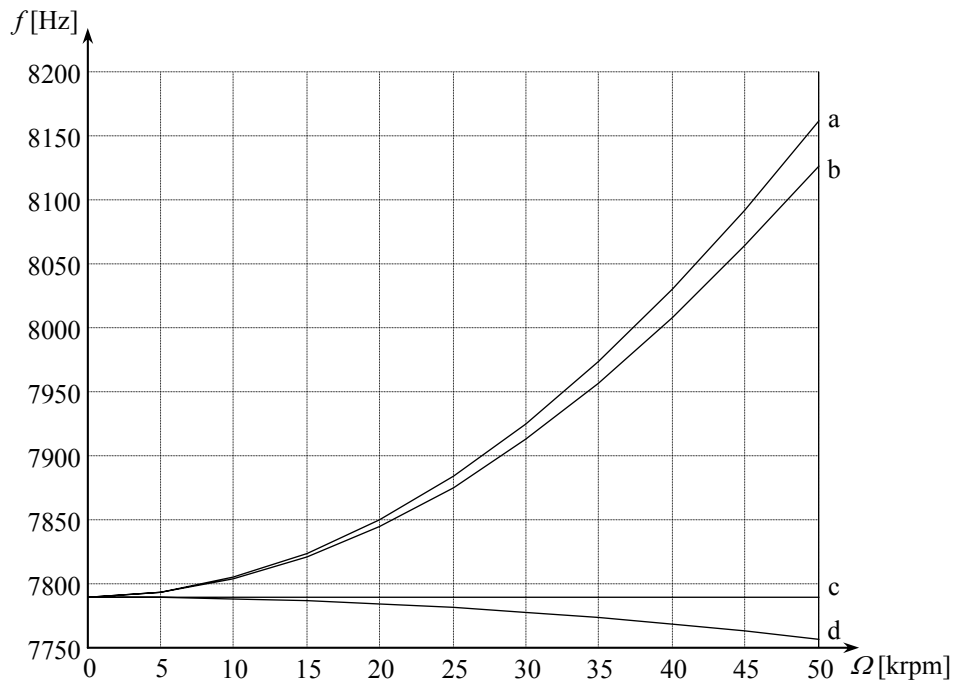
FE-modellerna som bygger på enbladssektorn byggs upp av cirka 10500 element och totalt 42400 DOF. Sektor med tre blad resulterar i FE-modeller med ungefär 32000 element och 118500 DOF.

I beräkningarna nedan har axelkopplingen återgivits genom att lägga randvärden över axeln i sektormodellerna. Axeländan låstes i axialled medan den splinesdelen av den ihåliga axelns insida låstes i tangentialled.

### 6.2.2 Beräkningsmetod

Vulcainberäkningarna utfördes i stort sett efter samma mönster som i Vincifallet. En modifikation i beräkningsgången fick dock göras för att ta hänsyn till att Vulcainblisken, till skillnad från Vinciblisken, roterade. Detta gjordes genom att inleda med en statisk analys där centripetalasten lades in i beräkningarna. Lasten formuleras i Ansys genom att ange ett

konstant varvtal vid vilket centripetaleffekterna skall beräknas. Eftersom strukturens egenfrekvenser förändras på grund av centripetaleffekterna är det egentligen inte helt korrekt att hantera frekvenserna som konstanta, oberoende av varvtal, som till exempel är gjort i det principiella Campbelldiagrammet i Figur 3.4. I allmänhet är frekvensvariationerna dock så små att antagandet om konstans är berättigat. För att trots allt bedöma inverkan av rotationen gjordes inledningsvis en genomgång av effekterna på grund av spänningsförstyvning och spin softening. I Figur 6.6 syns frekvensvariationen på grund av centripetaleffekter för F-moden vid 23 noddiametrar (noddiametervälet motiveras i nästa avsnitt).



**Figur 6.6** Rotationseffekter på F-moden vid 23 ND: (a) spänningsförstyvning, (b) spänningsförstyvning och spin softening, (c) inga effekter (ingen rotation), (d) spin softening.

Som framgår av Figur 6.6 är resonansfrekvensens varvtalsberoende märkbart om än relativt litet i förhållande till grundfrekvensen. Det kan även noteras att olika svängningsmoder påverkas olika mycket av centripetaleffekterna. F-moden i Figur 6.6 är en av de mest påverkade. Eftersom centripetalverkan sker i radialled kommer framförallt bladens böjstyvhet att påverkas. Detta gör att E- och F-modernas frekvenser ändras betydligt mera än T-modens.

### 6.3 Odämpad modalanalys

I och med att Vulcainblisken undersöktes under ett roterande prov kommer vissa skivresonanser att exciteras framför andra. Detta beror bland annat på rotationsvarvtalet, men även på den aktuella turbinkonfigurationen. För att bestämma de kritiska moderna utnyttjas det kriterium som beskrevs i avsnittet om strukturdynamik, se även [7]. Som nämdes tidigare har det aktuella turbinsteget 23 stycken satoröppningar och den Vulcainblisk som användes under provet har i sitt grundutförande 106 blad. I två av bladkonfigurationerna sitter bladen samman via bladtaken i grupper med tre blad i varje. Den effektiva bladindelningen blir därför  $106/3 \approx 35$ . För enkelhetens skull upprepas resonanskriteriet enligt [7] i (6.1). I detta

uttryck är  $\omega$  resonansfrekvensen,  $\Omega$  varvtalet,  $N$  antalet blad,  $S$  antalet statoröppningar,  $p$  den harmoniska excitationsordningen och parametern  $k$  är relaterad till komponentnumret i en bakomliggande Fourierserie. För varje excitationsordning  $p$  i kombination med något värde på  $k$  är således målet att finna det lägst exciterade noddiametertalet. Teckenskiftet i parentesen i (6.1) indikerar att deformationsvågen kan röra sig antingen med eller mot bliskens rotationsriktning. Tabell 6.2 sammanfattar resultaten för de olika bladkonfigurationerna. I Tabell 6.3 återfinns motsvarande beräkningar för Vulcainblisken i driftutförande.

$$\omega = (kN \pm n)\Omega = pS\Omega, \quad p = 1, 2, 3, \dots, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (6.1)$$

**Tabell 6.2** Kritiska noddiametertal (ND) för olika bladkonfigurationer vid olika excitationsordningar.

- (a) *Originalkonfiguration (enstaka blad)*  
 Första ordningens excitation:  $p = 1$  och  $k = 0$  ger  $n = 23$  ND  
 Andra ordningens excitation:  $p = 2$  och  $k = 0$  ger  $n = 46$  ND  
 Tredje ordningens excitation:  $p = 3$  och  $k = 1$  ger  $n = 37$  ND  
 Fjärde ordningens excitation:  $p = 4$  och  $k = 1$  ger  $n = 14$  ND
- (b) *Modifierad geometri (bladgrupper med tre blad i varje)*  
 Första ordningens excitation:  $p = 1$  och  $k = 1$  ger  $n = 12$  ND  
 Andra ordningens excitation:  $p = 2$  och  $k = 1$  ger  $n = 11$  ND  
 Tredje ordningens excitation:  $p = 3$  och  $k = 2$  ger  $n = 2$  ND  
 Fjärde ordningens excitation:  $p = 4$  och  $k = 3$  ger  $n = 14$  ND

**Tabell 6.3** Kritiska noddiametertal (ND) för Vulcainblisken i driftutförande (med 113 blad) vid olika excitationsordningar.

- Första ordningens excitation:  $p = 1$  och  $k = 0$  ger  $n = 23$  ND  
 Andra ordningens excitation:  $p = 2$  och  $k = 0$  ger  $n = 46$  ND  
 Tredje ordningens excitation:  $p = 3$  och  $k = 1$  ger  $n = 44$  ND  
 Fjärde ordningens excitation:  $p = 4$  och  $k = 1$  ger  $n = 21$  ND

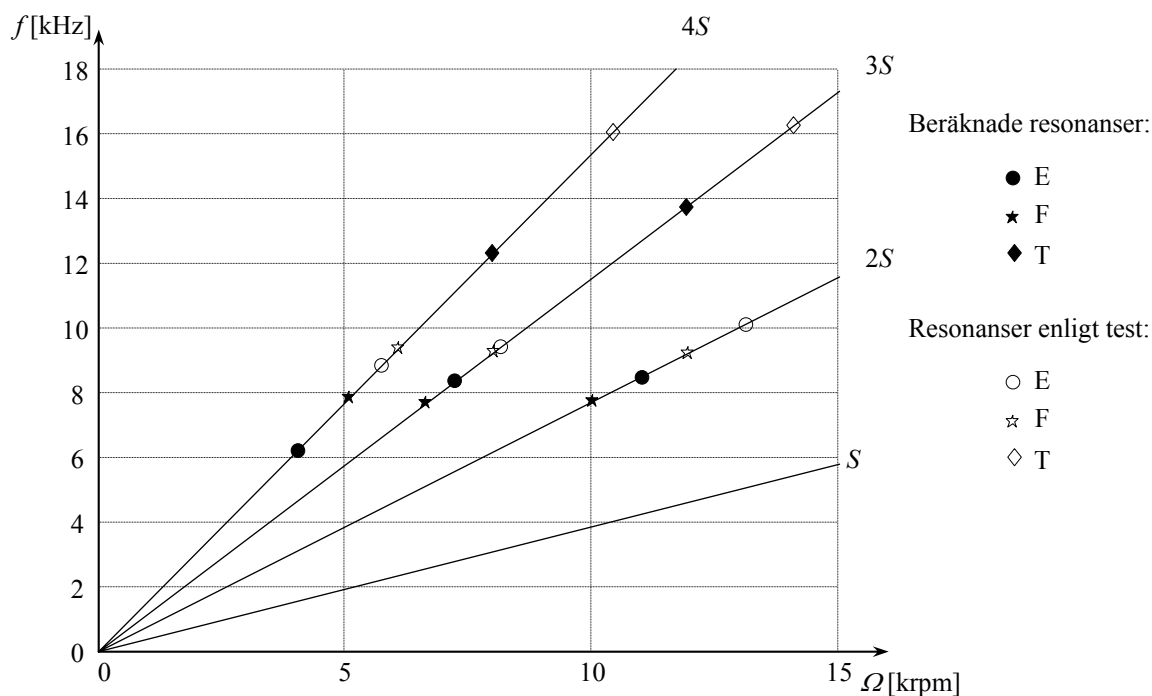
Baserat på ovanstående identifikation av potentiella resonansrisker kan lämpliga beräkningar utföras. De nödvändiga beräkningsresultaten ges via modalanalys av strukturen vid de framtagna noddiametertalen. Baserat på resultaten från modalanalyserna kan sedan Campbelldiagram skapas för att undersöka systemets vibrationskaraktistik och resonansförhållanden närmare. Detta beskrivs närmare i avsnittet om strukturdynamik.

För att reducera beräkningarnas omfång utnyttjas här bara de fyra första excitationsordningarna. Resultaten från Vulcainprovet, liksom tidigare erfarenheter hos VAC, visar att resonanser av betydelse egentligen bara uppträder för de tre första ordningarna. Därför borde restriktionen kunna vara godtagbar.

Med fyra excitationsordningar och fyra olika geometrier ger detta totalt 16 modalanalyser. Resultaten från dessa, med identifierade E-, F-, T-, 2E-, 2F- och 2T-resonanser, finns sammanfattade i Tabell C.1 i appendix C.

I Figur 6.7 visas Campbelldiagrammet för den första av de fyra bladkonfigurationerna. Detta diagram innehåller även de moder som kunnat identifieras ur testdata. Endast E- och F-moderna har kunnat identifieras med relativ säkerhet. Övriga moder i testresultaten är svårtolkade på grund av delade resonansstoppar och störningar.

Eftersom Vulcainblisken som utnyttjades under testningen har modifierats för att ge användbara resultat under testförhållanden (ändrad takring, lägre temperatur och lägre varvtal än under drift), är testresultaten inte direkt jämförbara med verkliga förhållanden. I avsnitt 6.4 beskrivs en metod för att översätta resultaten från prov- till driftförhållanden. Tabell 6.4 visar de givarutslag som utnyttjats för att identifiera moderna i testresultaten.



Figur 6.7 Campbelldiagram för de fyra första excitationsordningarna i konfiguration 1.

Tabell 6.4 Exempel på töjningsgivarutslag som har registrerats under provet. Sådan information ligger till grund för identifieringen av bladens egenmoder.

Excitation	$f$ [Hz]	$\Omega$ [rpm]	Givare	Amplitud [ $\mu$ S]
2S	7800	10140	E	90
2S	9200	12000	C	320
2S	9200	12000	E	170
3S	9200	8000	C	80
3S	9200	8000	E	50
3S	15900	13900	C	30
3S	15900	13900	E	180

## 6.4 Översättning mellan test- och driftförhållanden

Som nämnts tidigare skilde sig testförhållandena från verkliga driftförhållanden. Dessutom hade den testade Vulcainblisken en annan utformning än driftblisken.

Den testade Vulcainblisken har ett antal olika bladmodifieringar och dessutom är även själva skivan något förändrad. För att sänka bladfrekvenserna till ett under provet hanterligare frekvensområde är även takringens tjocklek kraftigt ökad. Från 0.8 mm på den egentliga

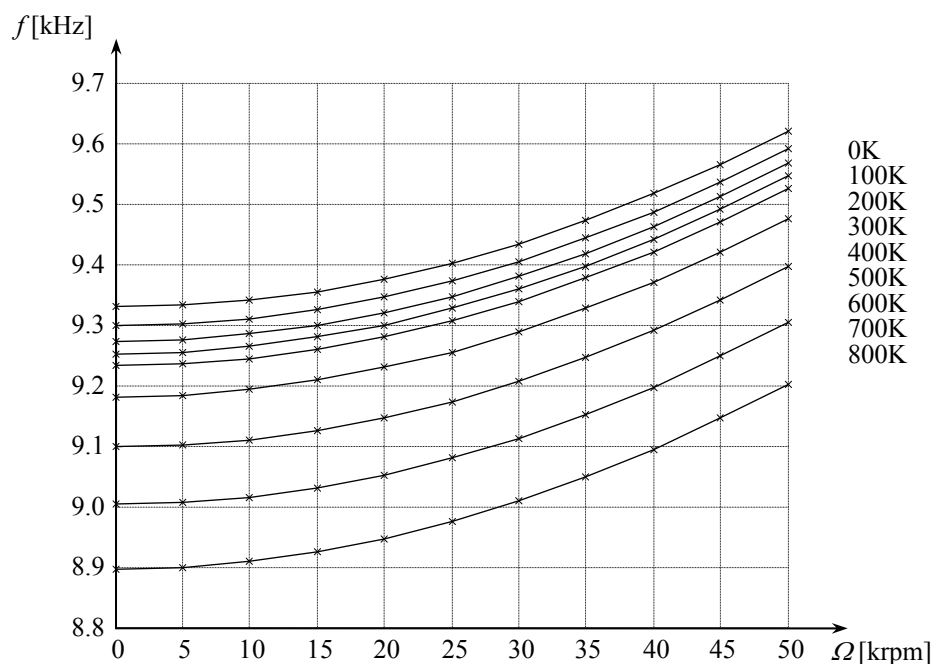
blisken till 3.8 mm på den testade blisken. I kombination med de skiftande blandindelningarna, spåren i skivan med mera leder detta till väsentligt förändrad vibrationskaraktäristik.

Den testade blisken kördes vid ungefär 15000 rpm i luft som var upphettad till 500K. Under verklig drift ligger temperaturen närmare 900K och varvtalet något över 40000 rpm.

För att kunna avgöra hur de fyra olika bladkonfigurationerna skulle uppföra sig under verkliga driftförhållanden behövs således en översättningsfunktion som tar hänsyn till förändringar i temperatur, varvtal och takt-ringstjocklek samtidigt. Detta är något problematiskt eftersom alla dessa tre parametrar har ett icke-linjärt inflytande över resonansfrekvenserna.

Målet med en sådan översättningsfunktion är att överföra resultaten från den testade bliskens olika bladkonfigurationer till andra förhållanden. Den Vulcainblisk som används i verklig drift avviker i så hög grad från den testade bliskens geometri att det inte är någon större mening med att försöka överföra testresultaten till denna. Som nämnts är bladantalet på driftblisken 113 mot testbliskens 106 och taktningen är dessutom kontinuerligt sammanhängande kring skivan.

I det följande beskrivs en metod i fyra steg för att överföra testresultaten till andra kombinationer av varvtal, temperatur och taktjocklek.



**Figur 6.8** *F*-modens varvtalsberoende i bladkonfiguration 1 för några olika temperaturer vid 46ND.

### Steg 1

Utgångspunkten är att justera beräkningsmodellens styvhet och/eller densitet så att någon av resonansfrekvenserna i testdata predikteras exakt.

### Steg 2

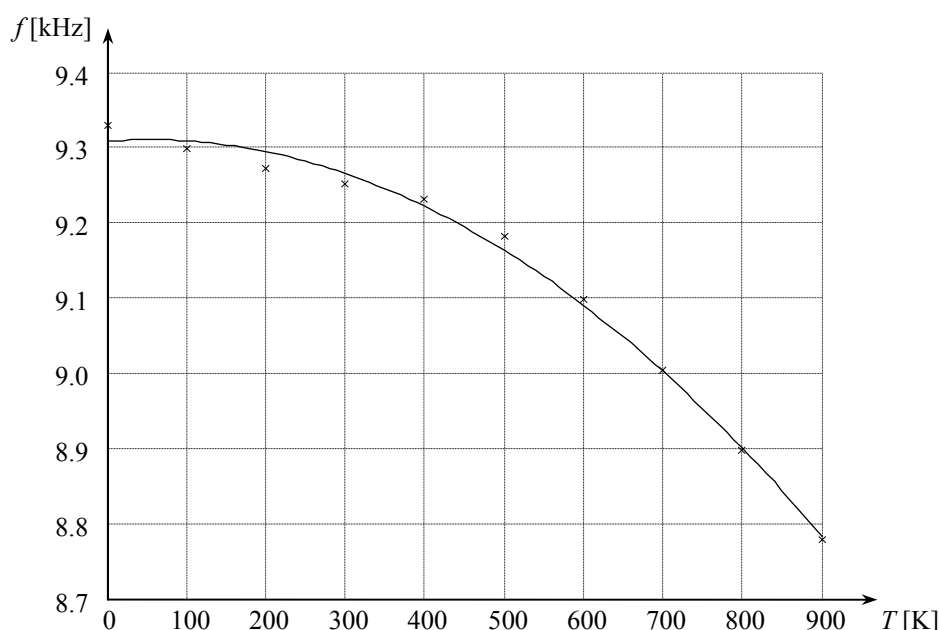
I nästa steg utnyttjas den modifierade beräkningsmodellen för att bestämma resonansfrekvensens beroende av temperatur och varvtal. Observera att effekter av både

centripetalförstyvning och ”spin softening” tas med här. Detta görs eftersom ett brett varvtalsintervall är av intresse vilket i sin tur gör att rotationseffekterna får ett visst inflytande. I Figur 6.8 syns frekvensvariationen för den första F-moden i bladkonfiguration 1.

### Steg 3

Detta steg innefattar anpassningen av andragradspolynom på formen  $f = f(\Omega, T, t)$  till den varierande frekvensen (vilket gjorts i Figur 6.8). Det generella polynomet återges i (6.2) där  $g(T)$  är en temperaturberoende funktion och  $h(\Omega, t)$  är en varvtals- och taktjockleksberoende funktion.  $\Omega$  anger som tidigare varvtalet,  $T$  temperaturen och  $t$  takringens tjocklek.

Eftersom frekvensvariationen är direkt jämförbar för olika temperaturer, se Figur 6.8, kan koefficienterna  $C_i$  beräknas som medelvärden av koefficienterna vid olika temperaturer.



**Figur 6.9** F-modens temperaturberoende i bladkonfiguration 1 vid 46ND (stillastående rotor, 0 rpm).

$$f(\Omega, T, t) = C_0 \Omega^2 + C_1 \Omega + g(T) + h(\Omega, t) \quad (6.2)$$

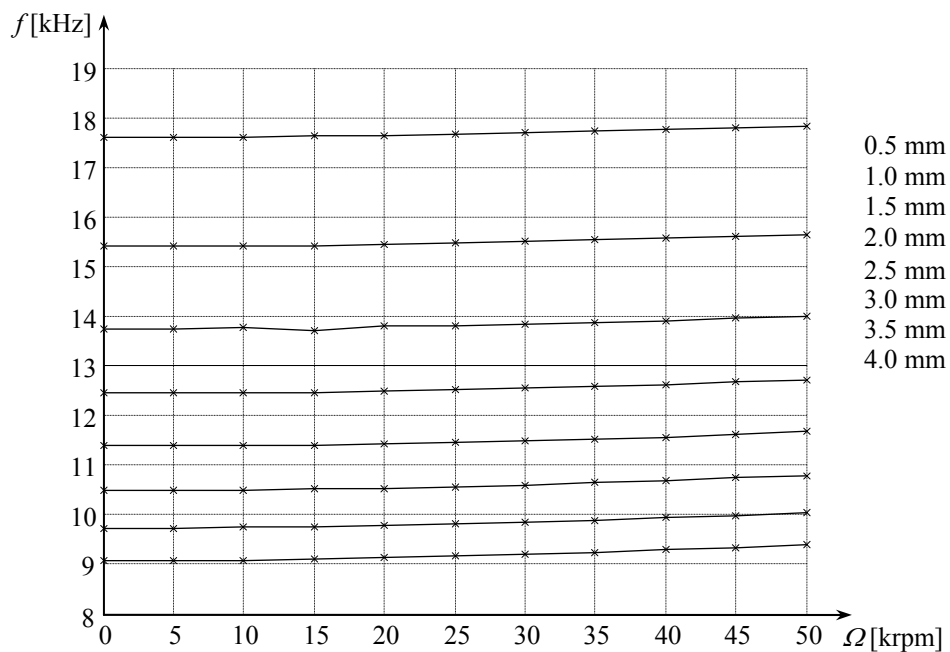
I Figur 6.9 har ett polynom anpassats till frekvensens temperaturberoende. Detta senare polynom utgör funktionen  $g(T)$  i (6.2) och får formen (6.3).

$$g(T) = C_2 T^2 + C_3 T + C_4 \quad (6.3)$$

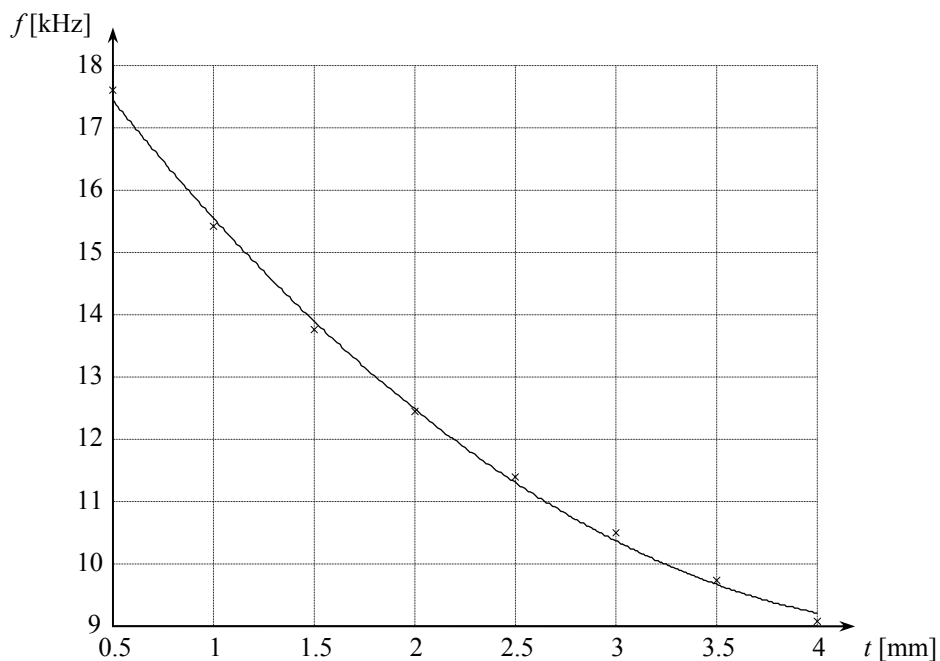
Via ovanstående ges nu ett polynomuttryck som explicit beskriver frekvensen som funktion av varvtal och temperatur för en mod i en bladkonfiguration och vid en excitationsordning. Uttrycket återges i (6.4). Det som återstår är funktionen  $h(\Omega, t)$  som tar hänsyn till takringens tjocklek. Denna funktion behandlas i det avslutande steget.

$$f(\Omega, T, t) = C_0 \Omega^2 + C_1 \Omega + C_2 T^2 + C_3 T + C_4 + h(\Omega, t) \quad (6.4)$$





**Figur 6.10**  $F$ -modens varvtalsberoende i bladkonfiguration 1 för några olika taktjocklekar vid 46ND.



**Figur 6.11**  $F$ -modens taktjockleksberoende i bladkonfiguration 1 vid 46ND (stillastående rotor, 0 rpm).

#### Steg 4

Genom att parametrisera takringens tjocklek  $t$  i FE-modellen kan även beroendet av denna parameter studeras. På samma sätt som för temperaturen anpassas först polynomet  $h(\Omega, t)$  till resonansfrekvensens varvtalsberoende för några olika taktjocklekar. Beroendet återges i Figur 6.10 och det resulterande polynomet ges av (6.5).

$$h(\Omega, t) = C_5 \Omega^2 + C_6 \Omega + i(t) \quad (6.5)$$

Den taktjockleksberoende funktionen  $i(t)$  ges genom att betrakta frekvensvariationen över ett tjockleksintervall enligt Figur 6.11. Det anpassade andragradspolynomet (6.6) justeras i frekvensled så att  $i = 0$  då  $t = 3.8$  mm (motsvarande testbliskens taktjocklek vilken tagits som utgångspunkt i undersökningen).

$$i(t) = C_7 t^2 + C_8 t + C_9 \quad (6.6)$$

Med (6.5) ges således varvtals- och tjockleksberoendet enligt (6.7).

$$h(\Omega, t) = C_5 \Omega^2 + C_6 \Omega + C_7 t^2 + C_8 t + C_9 \quad (6.7)$$

Sammanslagning av (6.4) och (6.7) ger således till slut ett uttryck på formen (6.8).

$$f(\Omega, T, t) = A \Omega^2 + B \Omega + C T^2 + D T + E t^2 + F t + G \quad (6.8)$$

där  $0 \leq \Omega \leq 50$  krpm,  $0.5 \leq t \leq 4.0$  mm,  $0 \leq T \leq 900$  K och där konstanterna  $A$  till  $G$  får värdena i (6.9) för F-moden.

$$\begin{aligned} A &= C_0 + C_5 = 0.230 \\ B &= C_1 + C_6 = 0.117 \\ C &= C_2 = -0.0007 \\ D &= C_3 = -0.072 \\ E &= C_7 = 478.21 \\ F &= C_8 = -4506.4 \\ G &= C_4 + C_9 = 19564.8 \end{aligned} \quad (6.9)$$

Efter att det fjärde steget utförts ges på detta vis en översättningsfunktion i tre variabler enligt (6.8). Denna funktion kan användas för att översätta testresultatet till godtyckliga kombinationer av de tre parametrarna inom intervallen. Till exempel hamnar då F-moden i bladkonfiguration 1 (excitationsordning 2) vid cirka 16007 Hz om blisken har en taktjocklek på 0.8 mm och roterar med 40 krpm vid en temperatur av 900K.

$$\begin{aligned} A &= 0.2698 \\ B &= 0.2754 \\ C &= -0.0011 \\ D &= -0.0303 \\ E &= 481.19 \\ F &= -4197.8 \\ G &= 17025 \end{aligned} \quad (6.10)$$

Genomgång av testdata resulterar som nämnts i att det egentligen bara är F- och E-moderna som går att avläsa med någon större säkerhet i bladkonfiguration 1. Utförs ovanstående polynombestämning även för E-moden (vid excitationsordning 2) enligt det beskrivna tillvägagångssättet ges polynomkoefficienterna som angivits i (6.10). Under samma

driftförhållanden som för den justerade F-moden i föregående stycke resulterar detta i att E-modens frekvens hamnar vid ungefär 13740 Hz.

Som framgår av (6.9) och (6.10) varierar resonansfrekvenserna relaterade till bladens E- och F-modern ungefär lika vid denna excitationsordning.

## 6.5 Slutsatser av modalanalysen

Då Vulcainprovet planerades fanns ambitionen att identifiera bladens modformer av både första och andra ordningen. De osäkra testresultaten resulterar tyvärr i att endast första ordningens modformer kan identifieras. Flera av dessa identifikationer är dessutom tveksamma. Generellt kan konstateras att bladens T-modern är svårare att placera i testdata än E- och F-moderna. Detta beror delvis på att T-modernas resonansamplituder är markant lägre än E- och F-modernas.

De beräknade resultaten ligger alla något lägre i frekvens än vad som indikeras av testresultaten. Det är dessutom svårt, även i beräkningsresultaten, att identifiera de högre ordningarnas bladmoder. Eftersom bladen är något asymmetriska – se Figur 3.1 – förvanskas de rena E-, F- och T-svängningarna. Modformerna utgörs av bidrag från olika moder. Detta blir allt mera markant ju högre frekvenser och modordningar som betraktas.

Baserat på både test- och beräkningsresultat kan man konstatera att ingen excitation av rotorn sker vid första motorordningen (1S).

## 6.6 Harmonisk analys

### 6.6.1 Gaslast

Inför analysen av en äldre version av Vulcainturbinen utfördes ett examensarbete vid VAC för att bestämma gaslasten som verkar på turbinrotorerna, Bergström och Ericsson [32]. Den turbinrotor som det då gällde hade separatmonterade blad och ett något annorlunda utförande även i övrigt. Lastsituationen förmodas dock överensstämma relativt väl med de testförhållanden som Vulcainrotorn utsatts för här. I Tabell 6.5 är de beräknade gaslasterna återgivna.

**Tabell 6.5** Beräknade komplexa gaslaster (amplitud och fas) enligt [32]. Index t betecknar tangentiell riktning och index a axiell riktning relativt turbinskivan. Liksom i det föreliggande fallet bygger tabellvärdena på data från en testrigg baserad på användning av luft.

Excitation	$F_t^*$ [N]	$\phi$ [°]	$F_a^*$ [N]	$\phi$ [°]
0 (statisk last)	15.0	0	6.4	0
S	4.2	5	0.7	-63
2S	1.0	-60	0.4	4
3S	1.1	-27	0.5	45
4S	0.1	-5	0.04	45
5S	0.04	-12	0.07	29

## 6.6.2 Dämpning i Vulcainblisen

Genom att utnyttja de resonansspektrerna som registrerades under Vulcainprovet kan modala dämpningsförhållanden bestämmas via half-power bandwidthmetoden (denna beskrivs närmare i avsnittet om dämpning). Som tidigare noterats är metoden behäftad med en viss risk, bland annat eftersom den baseras på avläsningar ur spektrum med ett diskret antal mätpunkter. Dessutom är resonansstopparnas bredder svåra att avgöra ur provspektrerna på grund av den splittring av resonansfrekvenserna som beskrevs tidigare. I Tabell 6.6 återges de dämpningsförhållanden som uppskattats ur testresultaten.

**Tabell 6.6** Modala dämpningsförhållanden uppskattade ur resonansspektrerna från Vulcainprovet med hjälp av half-power bandwidthmetoden.

Excitation	$f$ [Hz]	$\Omega$ [rpm]	$\zeta$
$S$	5900	14500	0.02
$S$	5500	14000	0.02
$2S$	7800	10140	0.005
$2S$	9200	12000	0.022
$3S$	7300	6340	0.008
$3S$	9200	8000	0.022
$3S$	15900	13900	0.02

## 6.7 Resultat av den harmoniska analysen

Under den harmoniska analysen registrerades förskjutningarna i de punkter som motsvarar töjningsgivarnas placering på bladen. Detta gör att resultaten från beräkningarna, uttryckta i resonansspektrerna, blir ungefär jämförbara med testresultaten. Som komplement utfördes beräkningar också för att undersöka effekterna av det sätt på vilket lasten applicerades på bladen. I det ena fallet angavs lasten som en punktkraft mitt på bladet och i det andra fallet som en utbredd, jämnt fördelad, last över ett rektangulärt område på bladet. Resultatet blev att resonansfrekvenserna överensstämde helt medan resonansamplituderna däremot blev betydligt lägre då punktlaster ansattes. I de följande beräkningarna har utbredd last använts.

## 6.8 Kontroll av kontakt mellan bladtak

Enligt den preliminära uppskattning som gjordes innan Vulcainprovet genomfördes skulle spårerna mellan de separerade bladtaken vara såpass brett (0.2 mm) att inga kontakter skulle kunna förekomma mellan taken. I resonansspektrerna från provet framträder dock ett sönderbrutet mönster som eventuellt är en indikation på att takkanterna trots allt varit i kontakt.

För att avgöra om takkollisioner förekommit behövs en metod som tar hänsyn till relativrörelsen mellan två intilliggande bladtak. Ett tänkbart tillvägagångssätt skulle kunna vara att använda kontaktelement längs bladtakerna. Denna elementtyp kan dock inte användas under harmonisk analys i Ansys vilket eliminerade detta alternativ. I stället föreslås här en metod som bygger på utnyttjandet av fasförskjutningen  $\phi$  mellan två intilliggande blad. Denna fasförskjutning ges av (6.11) där  $n$  är antalet noddiametrar och  $N$  är antalet sektorer/blad i den cykliska symmetriska modellen.

$$\phi = 360^\circ \frac{n}{N} \quad (6.11)$$

Med 106 blad ges fasförskjutningen mellan bladen i de olika konfigurationerna vid de fyra första excitationsordningarna enligt Tabell 6.7.

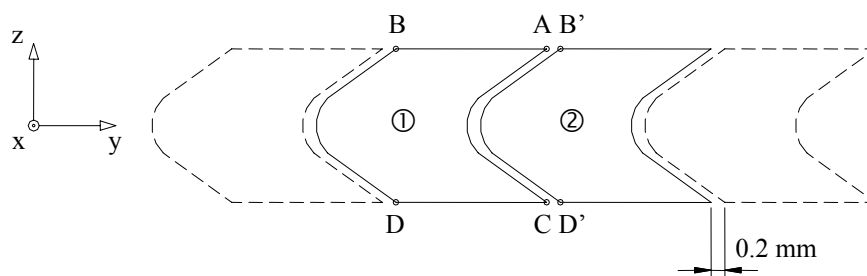
**Tabell 6.7** Fasförskjutningen mellan intilliggande blad i de fyra bladkonfigurationerna på den testade Vinciblisen.

Excitation	Konfig. 1	Konfig. 2	Konfig. 3	Konfig. 4
$S$	$78.11^\circ$	$40.75^\circ$	$78.11^\circ$	$40.75^\circ$
$2S$	$156.23^\circ$	$37.36^\circ$	$156.23^\circ$	$37.36^\circ$
$3S$	$125.66^\circ$	$6.79^\circ$	$125.66^\circ$	$6.79^\circ$
$4S$	$47.55^\circ$	$47.55^\circ$	$47.55^\circ$	$47.55^\circ$

I den fortsatta studien har endast bladkonfigurationerna 1 och 3 betraktats. Trebladskonfigurationerna bedöms ha en styvhet som håller förskjutningsamplituderna på en nivå som inte tillåter takkontakt.

Under den harmoniska analysen – som utfördes med laster och dämpning enligt föregående avsnitt – registrerades axial- och tangentialförskjutningarna (z- och y-led enligt Figur 6.12) i fyra punkter kring bladtaket. Dessa punkter är betecknade A, B, C och D i Figur 6.12.

Radialförskjutningarna (i x-led) beaktas inte här eftersom bladtjockleken på 3.8 mm är betydligt större än takmellanrummet på 0.2 mm.



**Figur 6.12** Beteckningar på de punkter i vilka förskjutningen har registrerats. Observera att figuren endast schematiskt återger den egentliga geometrin. Den ursprungliga takseparationen på 0.2 mm indikeras i figuren.

De komplexa förskjutningar som registrerats ger information om förskjutningsamplitud och fas i de fyra punkterna på blad 1. Genom att utnyttja fasförskjutningen  $\phi$  mellan två blad kan rörelserna i punkterna B och D flyttas till punkterna B' och D' på blad 2. Förutom att kontaktrisken nu kan studeras genom att jämföra rörelserna i intilliggande punkter ger denna metod också en fördel i att endast ett blad (en sektor) behöver modelleras i beräkningarna. Det intilliggande bladets rörelse ges via fasförskjutningen. Genom att samtidigt studera båda punktparen A-B' och C-D' borde även bladens T-moder registreras.

För att bedöma risken för kontakt mellan takkanterna relateras förskjutningsamplituderna i punkterna till fasskillnaden i rörelserna. Stor risk för kollision föreligger om den sammanlagda förskjutningsamplituden är tillräckligt stor för att överbrygga glappet på 0.2 mm samtidigt som fasskillnaden ligger kring  $180^\circ$ . Det senare innebär att punkterna är i rörelse i motsatt riktning relativt varandra.

Som exempel visas i Figur 6.13 de axiella förskjutningarna i punkterna A och B' i konfiguration 1 vid 23 ND. Samma figur återger även fasskillnaden mellan rörelserna. Som framgår av figuren har förskjutningarna ett ökande värde nära en fasskillnad på 180°. Detta innebär en potentiell kontaktrisk. Kontakten inträffar trots detta aldrig eftersom de sammanlagda förskjutningarna maximalt uppgår till drygt 0.018 mm vilket uppenbarligen ligger långt från bladmellanrummet på 0.2 mm (även tangentialrörelsen studeras på motsvarande sätt innan slutsatsen dras).

Upprepas förfarandet för de fyra första excitationsordningarna i bladkonfiguration 1 framgår det att ingen risk för kontakt föreligger eftersom förskjutningarna är för små.

Ovanstående metod ger ingen information om övergångsområdet mellan bladkonfiguration 1 och den därefter sammanhängande takringen. Detta område bedöms dock inte innebära någon kontaktrisk eftersom den sammanhängande takringen kraftigt ökar bladens styvhet och därmed reducerar förskjutningsamplituderna.

Bladkonfiguration 3 motsvarar, som tidigare beskrivits, konfiguration 1 med skillnaden att ett spår är upptaget i skivan mellan varje blad. Detta gör att bladens fjädrande längd är något ökad vilket skulle kunna innebära större förskjutningsamplituder. Upprepas kontrollen av förskjutningarnas amplitud och fas även för konfiguration 3 framgår det att endast vid 14 ND är förskjutningen tillräcklig, cirka 0.3 mm, för att kontakt skall kunna ske. Denna situation uppstår vid 4210 Hz (E-moden) och kontaktrisken studeras därför närmare vid denna frekvens. Om  $\delta_{AB',CD'}$  betecknar avståndet mellan respektive punktpar,  $u_{A,B,C,D}$  förskjutningsamplituderna i de olika punkterna och  $\phi_{AB',CD'}$  fasskillnaden (som antar olika värden i axial- och tangentialled) mellan punkterna kan sambanden i (6.12) etableras.

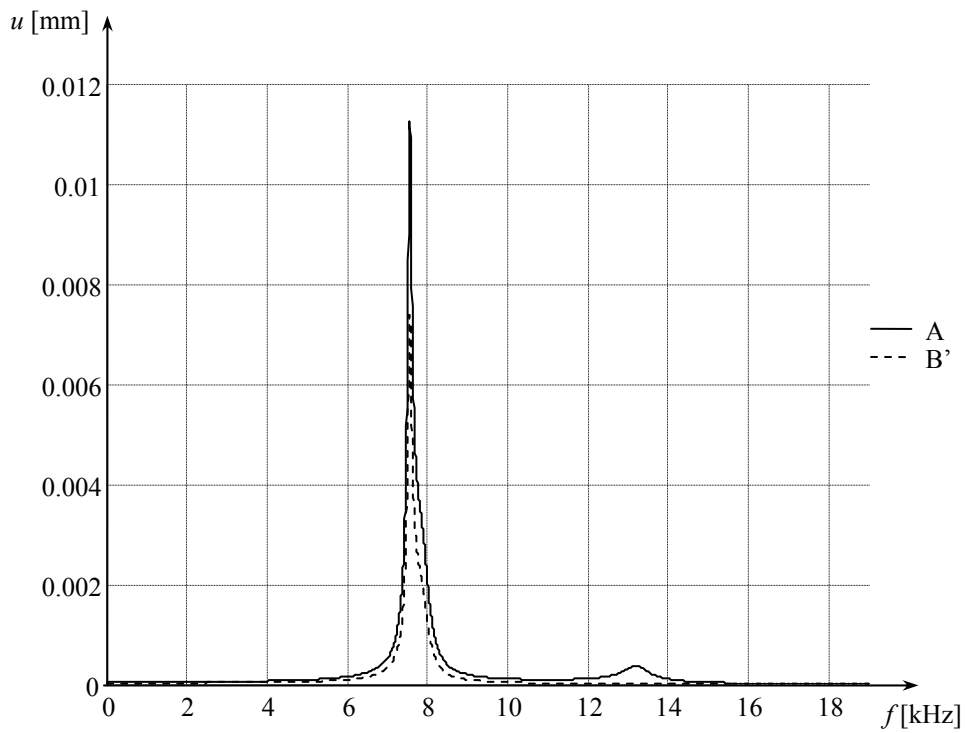
$$\begin{aligned}\delta_{AB'}(t) &= \left\{ [\delta_{AB'}(t)]_y^2 + [\delta_{AB'}(t)]_z^2 \right\}^{1/2} \\ \delta_{CD'}(t) &= \left\{ [\delta_{CD'}(t)]_y^2 + [\delta_{CD'}(t)]_z^2 \right\}^{1/2}\end{aligned}\quad (6.12)$$

De uttryck som ingår i (6.12) ges av (6.13) där  $\delta_0$  betecknar det ursprungliga mellanrummet mellan taken.

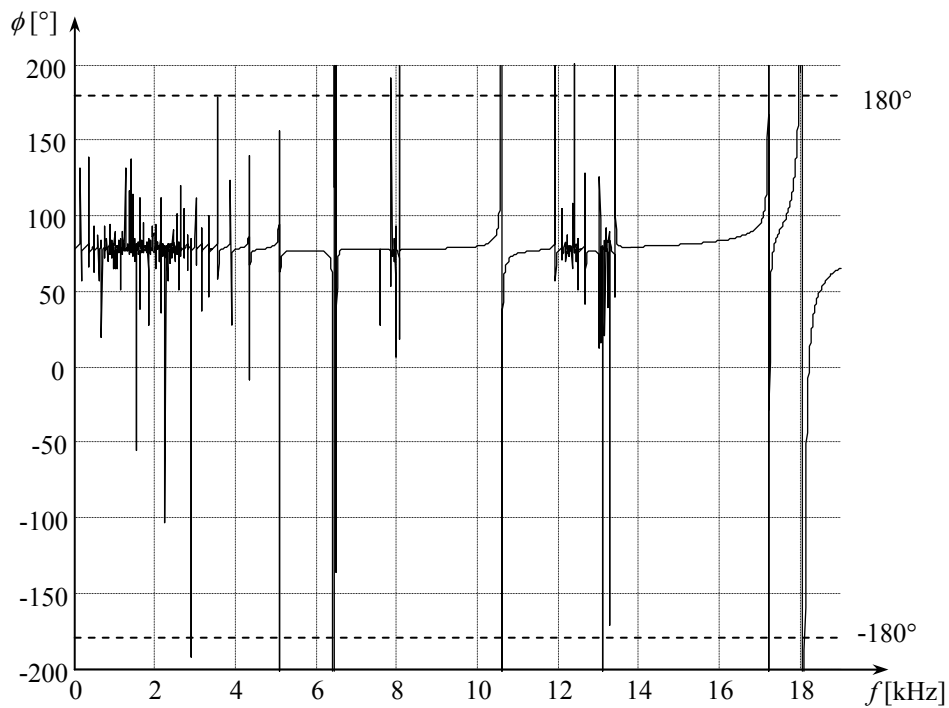
$$\begin{aligned}[\delta_{AB'}(t)]_y &= \delta_0 + (u_A)_y \sin(\omega t) + (u_{B'})_y \sin(\omega t + \phi_{AB'}^y) \\ [\delta_{AB'}(t)]_z &= (u_A)_z \sin(\omega t) + (u_{B'})_z \sin(\omega t + \phi_{AB'}^z) \\ [\delta_{CD'}(t)]_y &= \delta_0 + (u_C)_y \sin(\omega t) + (u_{D'})_y \sin(\omega t + \phi_{CD'}^y) \\ [\delta_{CD'}(t)]_z &= (u_C)_z \sin(\omega t) + (u_{D'})_z \sin(\omega t + \phi_{CD'}^z)\end{aligned}\quad (6.13)$$

Baserat på (6.12) kan nu avståndet mellan respektive punktpar studeras under svängningsrörelsen. I Figur 6.14 återges avståndet mellan punkterna för den situation vid 14 ND i bladkonfiguration 3 som befunnits innebära en risk för kontakt.

Som framgår av Figur 6.14 blir avståndet mellan två intilliggande punkter aldrig noll. Dock är avståndet vid några tillfällen litet. Avrundningar i beräkningarna och inte minst variationer i spårbredden mellan bladen gör att kontakt inte kan uteslutas här. Tveksamheter som dessa i kombination med att lasterna på blisken är tagna från en annan källa gör att den här presenterade metoden endast gäller för troliggörande av om kontakt förekommit eller inte.



(a)

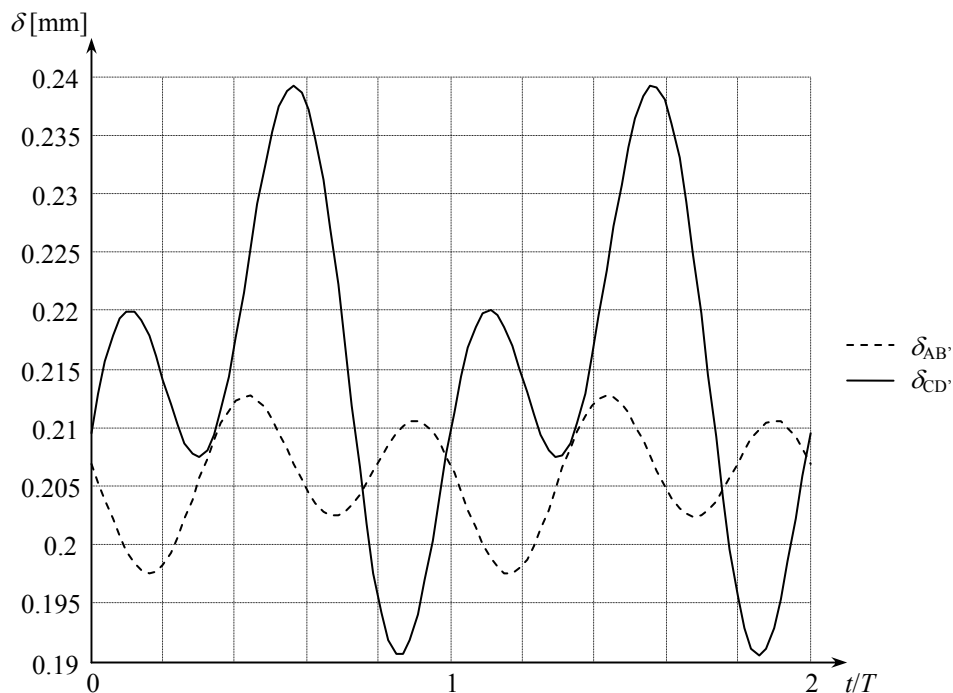


(b)

**Figur 6.13** Rörelserna i punkterna A och B' i bladkonfiguration 1 vid 23 ND. Överst visas de axiella förskjutningsamplituderna i punkterna A och B'. Underst syns fasskillnaden mellan rörelserna.

De beräknings- och kontrollsteg som utförts ovan kan sammanfattas i följande punkter:

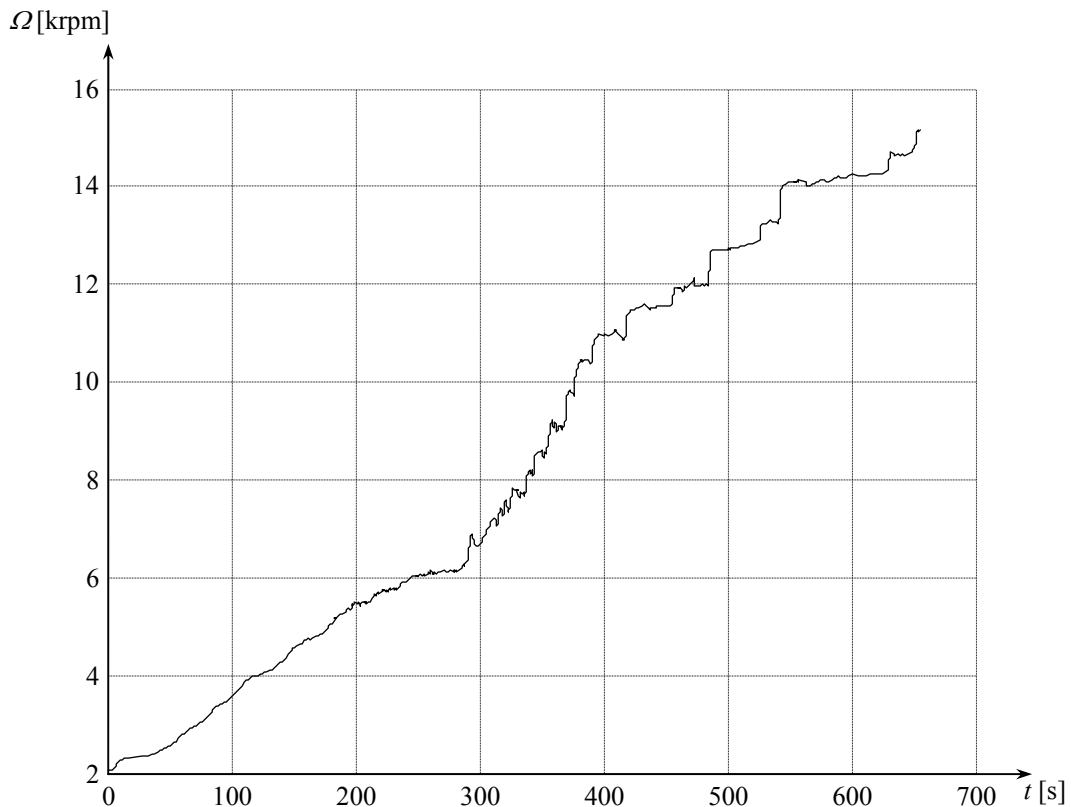
- Utför en harmonisk analys och registrera samtidigt förskjutningens fas och amplitud i några punkter kring bladtakets rand enligt Figur 6.12.
- Beräkna fasskillnaden mellan två intilliggande blad enligt (6.11). Utnyttja fasförskjutningen för att överföra responsen mellan bladen.
- Kontrollera de maximala förskjutningarna över ett frekvensintervall och relatera förskjutningen till fasskillnaden i punkternas rörelser. Identifiera frekvenser som innebär kontaktrisk.
- Kontrollera punktavståndet enligt (6.12) för den/de valda frekvenserna.



**Figur 6.14** Avståndet,  $\delta$ , mellan punkterna A och B<sup>3</sup> respektive mellan C och D<sup>3</sup> i bladkonfiguration 3 vid 14 ND och vid 4210 Hz. x-axeln visar antalet perioder.

En annan förklaring till de splittrade resonanstopparna i spektrerna från provet ligger möjligen i provets genomförande. Som beskrivits tidigare studerades bliskresponsen under acceleration från 0 till 15 krpm och därefter under retardation tillbaka till stillastående läge. Varvtalsregleringen sköttes för hand genom att luftströmmen in i testtriggen styrdes. Närmare kontroll av varvtalsvariationen visar att accelerationen är långt från konstant. Detta återges i Figur 6.15. Den manuella regleringen gör att varvtalet ändras språngvis. Registreringen av resonanserna skedde under provet med en upplösning på 1 Hz. I kombination med det språngvis ökande varvtalet gör detta att vissa resonansområden kom att få en alltför grov återgivning i spektrerna. Detta är en trolig förklaring till de delade resonanserna.





**Figur 6.15** Varvtalsvariationen under accelerationsfasen i ett av delproven. Det språngvisa mönstret är genomgående under alla delproven och beror på den manuella varvtalsregleringen.

## 6.9 Effekter av mistuning

I strukturdynamikavsnittet behandlades mistuning översiktligt. Som noterades där är det vanligt att utnyttja statistiska metoder för att avgöra effekterna av mistuning på en specifik struktur. En sådan analys omintetgör användandet av cykliskt symmetriska randvillkor och därigenom förenklade modeller. I Vulcainfallet skulle grundgeometrin behöva utgöras av hela blisken, inklusive de olika geometriska variationer som beskrivits ovan, för att korrekt återge effekterna av mistuning. För att förenkla analysen utnyttjas här istället den generella, förenklade, bliskmodell som beskrivs i avsnitt 5.6. Denna modell är tillräckligt enkel för att beräkningar på den fullständiga geometrin skall kunna utföras. I och med att modellen är i stort sett godtyckligt utformad kan resultaten naturligtvis inte översättas direkt till Vulcainförhållandena. Dock bör modellen kunna ge en uppfattning om de principiella effekterna av mistuning i en blisk som ungefärligen motsvarar de som undersökts tidigare i detta arbete.

Bliskmodellen tilldelas i nedanstående beräkningar Vulcainbliskens materialegenskaper (Super Waspalloy). Modellen låses på den ihåliga axelns insida för att approximativt återge en splineskoppling.

En utbredd last har lagts över bladen, med både tangentiella och axiella komponenter. Bladresponserna är registrerade i noder vid bladens topp.

Tre olika former av mistuning infördes i modellen genom att modifiera ett blad. För att se hur ändringarna påverkar resonansbeteendet registreras förskjutningen i axial- och tangentialled dels i det modifierade bladet och dels i ett oförändrat blad på motstående sida av skivan. De tre bladmodifikationerna utfördes genom att:

- längden på ett blad minskades från 0.040 m till 0.035 m
- 0.015 m djupa spår togs upp i skivan på varje sida om ett blad (skivans diameter, exklusive blad, är 0.165 m)
- 0.090 kg tillfördes till spetsen på ett blad genom att utnyttja masselement (`mass21`)

Som framgår av dessa tre beskrivningar är de införda mistuningarna ganska drastiska. En fördel med detta är att effekterna framgår tydligare. Tabell 6.8 sammanfattar bliskmodellens resonanskaraktistik då ingen mistuning förekommer i systemet.

**Tabell 6.8** *Bliskmodellens egenfrekvenser och svängningsmoder (utan mistuning).*

Mod	$f$ [Hz]
1 ND	640
0 NC (paraplymod)	702
2 ND	790
Torsion kring bliskaxeln	987
3 ND	1172
1 ND, 0 NC	1673
4 ND	1693
5 ND	2259
1 NC	2759
6 ND	2820
1 ND, 1 NC	2988
2 ND, 0 NC	3311
7 ND	3335
8 ND	3778
3 ND, 0 NC	4034
9 ND	4138
10 ND	4420

Nedan följer en kort beskrivning av de olika mistuningeffekterna:

#### **Modifikation 1 – ett kortare blad**

Vid låga frekvenser (upp till ungefär 2 kHz) märks mycket liten skillnad mellan modifierat blad och originalblad. I högre frekvensområden blir skillnaderna desto mera uppenbara. Resonansamplituderna är något lägre i det modifierade bladet än i originalbladet.

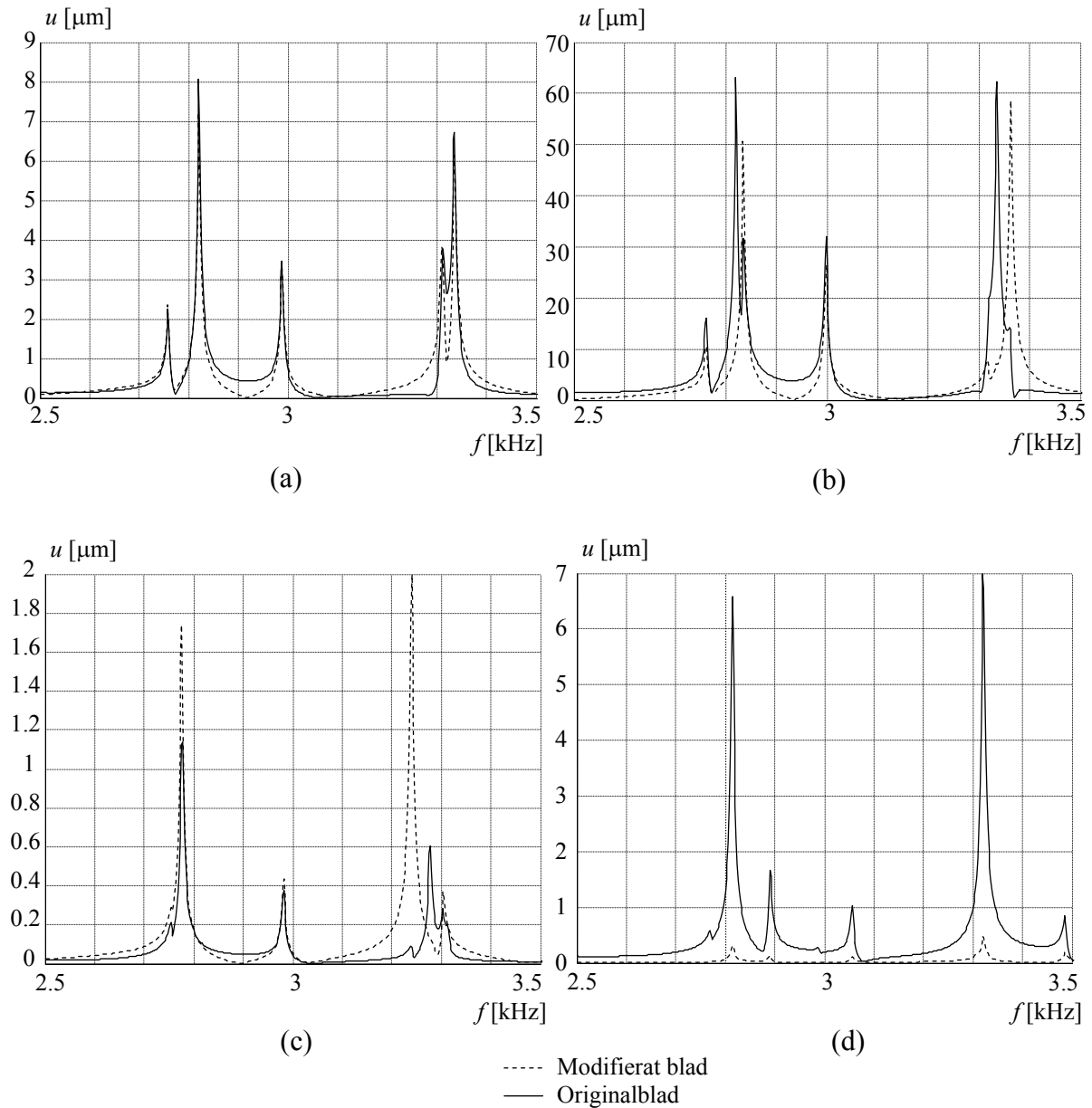
#### **Modifikation 2 – spår i skivan på varje sida om ett blad**

Beteendet liknar det efter första modifikationen. Överensstämmelsen i bladrespons är mycket god i ett lägre frekvensintervall men skillnader blir tydligare då frekvensen ökar. Resonansamplituderna i det modifierade bladet är i detta fall generellt högre än i originalbladet. Denna bladmodifiering utgör det

alternativ som ger störst frekvensmässig skillnad mellan resonanserna i de två olika bladen.

### Modifikation 3 – massa tillförd i toppen på ett blad

Beteendet i olika frekvensintervall motsvarar de två första fallen. Samma resonanser saknas i det modifierade bladet. Resonansamplituderna i det modifierade bladet blir markant lägre än i originalbladet.



**Figur 6.16** Resonansspektrer för det modifierade bladet och för ett originalblad i frekvensområdet 2.5-3.5 kHz. (a) Originalmodell utan mistuning, (b) mistuning i form av ett avkortat blad, (c) mistuning i form av spår i skivan på varje sida om ett blad, (d) mistuning i form av ökad massa i ett blad.

I alla tre fallen är skillnaden mellan responserna i tangential- respektive axialled försumbara i detta sammanhang.

De olika bladmodifikationerna påverkar alla originalbladet både i fråga om både amplitud och frekvens. Mistuningens effekter på bladresonanserna blir mera uttalade vid högre frekvenser. Detta beror framför allt på att de ökande ND-ordningarna flyttar skivrörelsen allt längre ut mot skivans periferi, det vill säga ut i bladområdet.

Skivans svängningsmönster påverkas även av mistuningarna, framförallt i form av förlorad symmetri i svängningsmönstren. Denna avvikelse från det ursprungliga, symmetriska, mönstret blir allt mera markant ju kraftigare mistuningen är. Vid lägre grader av mistuning blir effekterna märkbara först då resonansspektrerna likaså dem i Figur 6.16 studeras. Sådana resonansskillnader uppträder även om skivresponsen i stort verkar oförändrad.

## 6.10 Slutsatser från Vulcainberäkningarna

I Vincifallet noterades det att särskiljandet mellan blad- och skivmoder i vissa fall är svårt. Vulcainrotorn har längre blad och större bladmassa vilket gör att bladmoderna blir något mera framträdande varigenom identifieringen underlättades något. Tveksamheter i identifieringen uppstår främst vid låga noddiametertal där bladrörelsen utgör en del av skivrörelsen. Detta inträffar framförallt i de bladkonfigurationer som består av tre sammanhängande blad. I dessa konfigurationer är noddiametertal så låga som två av intresse (se Tabell 6.2). I övrigt kan första och andra ordningarnas E-, F- och T-moder identifieras relativt väl ur beräkningsresultaten (se appendix C). Identifieringen blev desto svårare då det gällde testresultaten. Resonansdelning och utspridda resonansstoppar gjorde arbetet besvärligt. Slutsatsen blev att det egentligen bara var första ordningens E- och F-moder som gick att utläsa med någon större säkerhet. Övrig identifiering sker med tveksamhet.

I samband med modidentifieringen ur testdata kan noteras att töjningsgivarna i bladkonfiguration 3 sitter placerade på samma vis som de i konfiguration 1. Eftersom konfiguration 3 har spår mellan bladen är den fjädrande bladlängden längre och därmed sitter givarna i någon mån felplacerade för att mäta maximalresponserna i bladen.

Resonansspektrerna som registrerades under provet visar i flera fall delade resonansstoppar och ett allmänt splittrat utseende. Detta skulle kunna tolkas som att bladtaken varit i kontakt med varandra under svängningsrörelsen. Den kontroll som utförts i avsnitt 6.8, baserat på resultaten från de harmoniska analyserna, ger dock ingen indikation på att kontakt skulle ha förekommit. Konfigurationen som löper störst kontaktrisk är enligt beräkningarna bladkonfiguration 3 vid 14 ND. Ingen kontakt kunde dock påvisas.

Den presenterade metoden är inte heltäckande och viss tveksamhet ligger till exempel i de laster som använts i beräkningarna. Vidare är spåren mellan bladen tillverkade med relativt grova toleranser (variationer synliga för blotta ögat). Därför får resultaten tolkas som att kontakt troligen inte förekommit.

En alternativ förklaring till de delade resonansstopparna i spektrerna ges genom att studera varvtalsvariationen under provet. Som beskrevs i avsnitt 6.8 sköttes varvtalsregleringen för hand vilket gav ett stegvis ökande varvtal. I kombination med en upplösning i frekvensregistreringen på 1 Hz gjorde detta att vissa resonanser kom att återges alltför grovt i spektrerna.

Den testade bliskens geometri och förhållandena under provet skiljer sig markant från verkliga driftförhållanden på ett par punkter. För att ändå kunna relatera provdata till andra förhållanden föreslås i avsnitt 6.4 en metod för att översätta resultaten. Metoden bygger på att tre parametrar – bladtakens tjocklek, temperaturen och varvtalet – tillåts variera. Eftersom alla

dessa tre parametrar har ett olinjärt inflytande över resonansfrekvenserna anpassas deras variation till andragradspolynom. Sammanslagning av polynomen ger en översättningsfunktion som interpolerar frekvensen, baserat på den aktuella parameterkombinationen, inom de parameterområden som beräknats.

Som ett komplement till Vulcainberäkningarna gjordes även mistuningsundersökningar på den förenklade bliskmodell som tidigare användes i Vinciavsnittet. Modifikationer i fråga om ändrad bladlängd, ökad bladmassa samt spår i skivan på varje sida om ett blad undersöktes. Påfallande är att även om skivans svängningsbeteende i stort tycks oförändrat, så sker markanta ändringar i de enskilda bladens respons. Mistuningen i ett blad påverkar responsen – både i fråga om amplitud och frekvens – i blad utan mistuning. Generellt framgår det att mistuningens effekter blir mera uttalade vid högre frekvenser. I enlighet med teorin (avsnitt 3.4) innebär ökad mistuning också ökad avvikelse från det ursprungligen symmetriska svängningsmönstret i skivan.



## 7 – AVSLUTANDE KOMMENTARER OCH SLUTSATSER

---

Detta arbete har inte haft en fråga eller ett problem som ämne. I stället har uppgifterna gällt ett flertal olika företeelser relaterade till dynamiken i turbinrotorer av blisktyp. Arbetet har i huvudsak varit baserat på resultaten från två blisktester som utförts av Volvo Aero. Vinciprovet hade några år på nacken och testresultaten var redan genomgångna när detta arbete påbörjades. Vinciarbetets huvuduppgift var att undersöka om struktur-dynamisk dämpning kunde förklara några av de frågetecknen som kvarstod angående testresultaten, till exempel responskillnaden mellan olika testriggningar. Förutom detta tjänade Vinciarbetet även till att experimentera med olika beräkningsmetoder och modellformuleringar.

Vulcainarbetet å andra sidan bygger på ett prov som precis avslutats då detta examensarbete påbörjades. Vulcainarbetet har därför utgjort en del av Volvo Aeros egen utvärdering av testresultaten. De utförda uppgifterna är starkt kopplade till provet och provets genomförande. Sammantaget har arbetets upplägg, med flera delmoment, givit ett resultat som kan te sig något ”spretigt”. Nedan sammanfattas därför de viktigaste hållpunkterna och slutsatserna.

### 7.1 Slutsatser

#### 7.1.1 Dämpningens betydelse i Vinciblisen

Dämpningen i Vinciblisen utgjorde, som nämnts, en av de huvudfrågor som låg till grund för detta arbete. Utgångspunkten var om frågetecknen kring testresultaten från Vinciprovet kunde klaras upp genom att inkludera dämpning i beräkningarna. För att förankra detta arbete utfördes en litteraturstudie för att ge en teoretisk underbyggnad till dämpningsfenomenet i allmänhet och till Vincidämpningen i synnerhet.

I och med att Vincirotern konstruerats i bliskutförande – utan tak- eller förstyrningsringar – är den strukturella dämpningen mycket låg. De kontaktytor som existerar i bliskrotorer med separatmonterade blad, eller med påmonterade strukturella komponenter, saknas i Vincifallet. Detta gör att energidissipationen på grund av Coulombdämpning är försumbar. De låga excitationens amplituderna och testriggningens stabilitet borde inte heller ge några högre dissipationsnivåer i kopplingarna mellan blisk och rigg. Provet utfördes på blisen som enskild, stillastående, komponent och därmed förekommer ingen aerodynamisk dämpning av betydelse. Kvar lämnas så den hysteretiska dämpningen i själva blisen.

Olika källor, bland annat testprotokollen från Vinciprovet, undersöktes och materialdämpningen i blisen befanns vara låg, eller till och med mycket låg. Kvalitetsfaktorer på nivån 1000-5000 och däröver är karakteristiska för provet. Följaktligen får dämpningen mycket litet inflytande över Vinciblispens struktur-dynamiska beteende. Dämpningen inkluderades i beräkningarna med tre alternativa formuleringar: Rayleighdämpning, modal dämpning och konstant dämpningsförhållande. Den tillgängliga dämpningen har genom dessa metoder en viss påverkan på vibrationsamplituderna men resonansfrekvenserna förblir i princip opåverkade.

Experiment utfördes för att kontrollera huruvida dämpning skulle kunna eliminera frekvenskillnaderna mellan test och beräkning. Detta skulle vara möjligt om en större energidissipation existerade i strukturen. Sådana dämpningsnivåer kan dock inte motiveras fysikaliskt i det genomförda provet.

Slutsatsen blir sammantaget att dämpningen inte är den avgörande faktorn då det gäller att förklara varför de beräknade resonansfrekvenserna skiljer sig från de experimentellt registrerade.

En förenklad bliskmodell användes för att komplettera materialdämpningsberäkningarna. Via materialdämpningsparametrarna  $J$  och  $n$ , som gavs värden från [13], kunde den modala dämpningen beräknas baserad på spänningsamplitud och töjningsenergi. Även dessa beräkningar gav dämpningsnivåer motsvarande de tidigare. Dessutom visades på nytt att nodcirkelmoderna är mera dämpade än noddiametermoderna. De funna värdena på  $J$  och  $n$  borde kunna vara användbara i andra beräkningar på komponenter tillverkade i samma titanlegering som Vinciblisen.

### 7.1.2 Beräkningsmetoder och FE-modellering

Under arbetet med Vinciblisen utvärderades olika beräkningsmetoder och beräkningsmodeller. Målet var att formulera en modell som var flexibel då det gällde att till exempel variera dämpning och styvhet, men som också var beräkningseffektiv. Totalt formulerades och testades 15 olika beräkningsmodeller av Vinciblisen.

En slutsats som kunde dras av modelleringsarbetet är att kombinationselement bör undvikas i anslutning till cykliskt symmetriska randvillkor. En alternativ väg föreslås i Vinciavsnittet där övergången mellan blisk och fixturmaterial i stället modelleras som ett tunt skikt. Detta skikt kan sedan ges önskade materialegenskaper utan att konflikter uppstår med modellen i övrigt.

Generellt kunde det konstateras att rena noddiametermoder predikterades relativt väl i beräkningarna. Speciellt för två noddiameter och däröver. Rena nodcirkelmoder eller kombinationsmoder med både nodcirklar och noddiameter predikterades med något mera avvikande resultat. En möjlig förklaring till detta är att bliskaxeln modellerats för vekt i beräkningarna.

Förutom att undersöka för- och nackdelarna med olika modelleringsförfaranden jämfördes även olika beräkningsmetoder under Vinciarbetets gång. Möjligheterna till modalanalys och harmonisk analys med olika dämpningsformuleringar testades. Med krav på beräkningseffektivitet blev slutsatsen att dämpad modalanalys bör undvikas och all dämpningsformulering bör flyttas över till det harmoniska analyssteget. På detta vis minskas beräkningstiderna samtidigt som fördelar i form av till exempel modsuperposition kan utnyttjas. Priset att betala för detta är att endast tre av de fem dämpningsmodellerna i Ansys kan utnyttjas. I de beräkningar som utförts i detta arbete har dessa tre modeller dock varit tillräckliga.

### 7.1.3 Delade resonanser i Vulcainspektrerna

De resonansspektrerna som registrerats via töjningsgivare under Vulcainprovet uppvisar ett påfallande ”splittrat” utseende. Många resonansstoppar förefaller att vara kluvna, alternativt uppbyggda av flera mycket näraliggande resonanser.

Den testade Vulcainblisen har som beskrivits tidigare ett antal olika bladkonfigurationer. I dessa har spår tagits upp i takringen mellan bladen på vissa ställen. Spårets bredd på 0.2 mm antogs vara tillräckligt brett för att ingen kontakt mellan de individuella bladtaken skulle förekomma, men en sådan kontakt skulle kunna vara en tänkbar förklaring på de splittrade resonanserna. Detta påverkas dessutom av att spåren är förhållandevis grovt gjorda och att spårbreddsvariationerna därför är relativt stora.



För att undersöka huruvida kontakt förekommit eller inte föreslås en metod som utnyttjar fasförhållandet mellan två intillsittande blad. Genom att utnyttja denna metod på de två bladkonfigurationer där sannolikheten för bladkontakt var störst, kunde slutsatsen dras att kontakt troligen inte förekommit. De delade resonanserna beror därför förmodligen på någonting annat.

En alternativ förklaring gavs genom att studera resultaten från provet lite närmare. Det visade sig att turbinvarvtalet reglerats manuellt genom att luftflödet in i testriggen styrdes från en manöverpanel. Detta grova reglersystem resulterade i att accelerationen var långt från konstant. I stället ändrades varvtalet stegvis så att varvtalskurvan fick ett trappstegsliknande utseende. Resonanserna registrerades under provet med en samplingsfrekvens på ungefär 1 Hz. Detta gör att vid de punkter där varvtalet ändrats språngvis är registreringen alltför gles för att återge systemets beteende. Resultatet blir ofullständigt, eller inkorrekt, återgivna resonanser.

#### 7.1.4 Frekvensöverföring mellan olika driftförhållanden

Den testade Vulcainbliskens geometri skiljer sig i flera avseenden från den konstruktion som är ämnad för verklig drift. Testblisken har förutom nämnda bladmodifikationer även en takring som är avsevärt tjockare än den verkliga bliskens (3.8 mot 0.8 mm). Testriggens begränsningar gjorde dessutom att testförhållandena kom att skilja sig markant från driftförhållanden i fråga om temperatur och varvtal. Den testade blisken kördes vid varvtal upp till 15 krpm och vid en temperatur på cirka 500K. Under verkliga driftförhållanden ligger temperaturen på drygt 900K och varvtalet strax över 40 krpm. Dessa skillnader mellan prov och verklighet gör att det finns ett behov av en metod för att översätta testresultaten till verkliga driftförhållanden. I detta arbete föreslås en metod som bygger på anpassningen av ett interpolerande polynom, formulerat i de tre variablerna taktjocklek ( $t$ ), temperatur ( $T$ ) och varvtal ( $\Omega$ ).

I korthet går metoden ut på att justera beräkningsmodellen i fråga om till exempel densitet och styvhet så att en resonansfrekvens predikteras exakt. Därefter beräknas frekvensens variation med temperatur och varvtal varefter ett polynom kan anpassas till variationen. Den olinjär inverkan från temperatur och varvtal gör att ett andra ordningens polynom krävs. I nästa steg upprepas beräkningarna, men nu med variationer i varvtal och taktjocklek. Även till denna variabelkombination kan polynom anpassas. Sammanslagning av polynomen resulterar slutligen i ett andragsuttryck på formen

$$f(\Omega, T, t) = A\Omega^2 + B\Omega + CT^2 + DT + Et^2 + Ft + G$$

där konstanterna  $A-G$  kommer att variera beroende på vilken mod det är som betraktas. Det färdiga polynomet tillåter interpolering av resonansfrekvens inom de variabelgränser mellan vilka polynomet beräknats.

#### 7.1.5 Övriga slutsatser

Vinci- och Vulcainbliskarna modellerades som sektormodeller eftersom en komplett modell skulle ha blivit för beräkningstung. Detta gjorde i sin tur att mistuningsberäkningar inte kunde utföras på bliskmodellerna. I stället utnyttjades samma förenklade bliskmodell som tidigare användes i Vinciavsnittet för att utföra några kompletterande mistuningsundersökningar. Bland annat beräknades effekterna av ett blad modifierades på tre olika sätt (ändrad bladlängd och bladmassa samt spår i skivan på varje sida om bladet). Av dessa kontroller framgick det

att även om skivans svängningsbeteende i stort förblev oförändrad så uppstod markanta skillnader i bladresponser. Det var inte bara det modifierade bladet som fick ett annorlunda dynamiskt beteende, utan bladmodifikationerna påverkade även responsamplituderna i andra blad.

Eftersom mistuningen i bladen på Vulcainblisken är relativt omfattande och av synnerligen skiftande karaktär är det troligt att bladdynamiken påverkats av denna. Detta utgör en osäkerhetsfaktor, inte minst i kontrollen av bladkontakt, eftersom resonansamplituderna förmodligen påverkats i olika positioner kring blisken.

Då resultaten från Vinciprovet jämförs med sina beräknade motsvarigheter framkommer det att vissa moder hittats under provet som inte hittats i beräkningarna och vice versa. Detta beror förmodligen på några samverkande faktorer. En trolig förklaring är att vissa moder aldrig exciterats under provet. En annan förklaring är att vissa av de moder som predikterats i beräkningarna har så låg amplitud att redan den svaga dämpningen i Vinciblisken ”dämpar ut” dessa moder. Detta verkar speciellt vara fallet med de skivmoder som innefattar nodcirkel av någon ordning. Ytterligare en möjlig förklaring till att nodcirkelmoder hittats i beräkningarna, men inte i provet, är att bliskaxeln är alltför styv i modellerna. Förutom de nämnda orsakerna finns även möjligheten att moder förskjutits i frekvensled så att de hamnat utanför det område som undersökts i beräkningarna. Kompletterande beräkningar, där även högre frekvenser tagits med, har dock inte styrkt denna misstanke. Då det gäller skillnaden i registrerade svängningsmoder finns även risken att moder feltolkats då testresultaten bearbetats. En sådan feltolkning kan vara orsaken till att den första noddiametermoden aldrig hittades i testresultaten. Slutligen kan även nämnas risken för att störningar under testet gjort att resonanser delats i vagare undergrupper av resonanser som är svårare att registrera och tolka.

De prov som utfördes på Vulcainblisken hade högt ställda mål. Dels ville man undersöka mistuningseffekter och dels var det dynamiska beteendet i fyra olika bladkonfigurationer av intresse. Redan detta skulle innebära att testresultaten blev tvetydiga och svårtolkade. Situationen förvärrades dessutom genom att blisken innehöll felbearbetade områden och genom tveksamheter i till exempel varvtalsregleringen under provet. Testtriggen i sig ställde dessutom begränsningar på driftförhållandena vilket resulterar i att testresultaten inte är direkt överförbara till verkliga förhållanden. Efter genomgång av testresultaten leder detta till slutsatsen att testupplägg som detta bör undvikas. Ambitionen att samtidigt undersöka flera företeelser relaterade till bliskdynamik samtidigt är nog god, men resultaten får i flera fall tveksamt värde.

## **7.2 Kvarstående frågor och förslag inför framtida arbete**

Då resultaten nu sammanfattas kvarstår några frågor. Det är framförallt en fråga, formulerad redan i arbetets inledning, som återstår. Det gäller skillnaden i respons mellan den Vinciblisk som testats axialinspänd och den som testats fasthållen av ”V-block”. I frekvensområdet 0-4 kHz skiljer sig resonansspektrerna från dessa båda prov något. Den axiellt inspända blisken visar några resonanser som saknas i den andra. Trots att flera olika beräkningsmodeller och randvillkorsformuleringar testats har inte denna skillnad kunnat verifieras entydigt (även om några beräkningsresultat faktiskt indikerar en skillnad). Förmodligen rör det sig – som provningspersonalen antog – om resonanser kopplade till testtriggen eller till någon enskild fixturkomponent, vilken har dock inte kunnat avgöras. För att nå större säkerhet i detta skulle kompletterande tester behöva utföras.

En andra fråga som kvarstår är orsaken till att första noddiametermoden aldrig hittades under Vinciprovet. Anledningen är troligen att moden aldrig exciterats i tillräcklig grad för att registreras, även om man kan tycka att de radiellt monterade proberna borde ha klarat detta.

Förutom dessa kvarstående frågor resulterar ett sådant här arbete naturligt i uppslag till flera andra områden som vore intressanta att undersöka i sammanhanget. Eftersom tiden, resurserna och examensarbetets förutsättningar ställer begränsningar sammanfattas här några av dessa idéer som förslag inför eventuellt framtida arbete.

- Transient dynamisk kontaktanalys för att få en säkrare bedömning av om bladkontakt förekommit i Vulcainblisken eller inte.
- Uppdatera FE-modellerna iterativt baserat på testdata. Genom att parametrisera styvhet, densitet, laster, elementtäthet och liknande skulle responspektrerna från proven kunna användas för att iterativt ge parametrarna värden som minskar skillnaden mellan test- och beräkningsresultat.
- Mistuningsanalys med statistiska metoder. I experimenten med kontrollerad mistuning, till exempel i Vulcainblisken, skulle statistiska metoder kunna användas. Som beskrivits tidigare är det vanligt att utnyttja till exempel Monte Carlosimuleringar i dessa sammanhang.



## 8 – REFERENSER

---

AIAA – American Institute of Aeronautics and Astronautics  
ASME – American Society of Mechanical Engineers  
JGTP – Journal of Engineering for Gas Turbines and Power  
JNME – International Journal for Numerical Methods in Engineering  
JSV – Journal of Sound and Vibration  
VAC – Volvo Aero Corporation

- [1] Sutton, G. P. – *Rocket Propulsion Elements*, John Wiley & Sons, New York, 5:te utg. 1986
- [2] Brodin, S. et al – *Development of hydrogen and oxygen pump turbines for Vinci engine*, AIAA 2002-4331
- [3] Chopra, A. K. – *Dynamics of Structures*, Prentice-Hall, New Jersey, 2:a utg. 2001
- [4] Penzien, J. och Clough, R. – *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, New York, 6:e utg. 1985
- [5] Timoshenko, S. – *Vibration Problems in Engineering*, D. Van Nostrand Company, New York, 3:dje utg. 1955
- [6] Srinivasan, A. V. – *Flutter and Resonant Vibration Characteristics of Engine Blades*, JGTP, nr. 4, vol. 119 okt. 1997, sid. 742-775
- [7] Wildheim, J. – *Excitation of rotationally periodic structures*, ASME, vol. 46 dec. 1979, sid. 878-882
- [8] Ansys – *ANSYS User's Manual*, Swanson Analysis Systems Inc., Vol. I-IV 1992
- [9] Yoo, H. H. et al – *Vibration localization of simplified mistuned cyclic structures undertaking external harmonic force*, JSV, nr. 261 2003, sid. 859-870
- [10] Panovsky, J. – *Flutter of Aircraft Engine Turbine Blades*, doktorsavhandling, University of Cincinnati, Cincinnati, 1997
- [11] Beard, C. F. – *Structural Vibration: Analysis and Damping*, Arnold, New York, 1996
- [12] Inman, D. J. – *Engineering Vibration*, Prentice-Hall, New Jersey, 1994
- [13] Lazan, B. J. – *Damping of materials and members in structural mechanics*, Pergamon Press, Oxford, 1968
- [14] Zener, C. – *Elasticity and anelasticity of metals*, The University of Chicago Press, Chicago, 5:te utg. 1965
- [15] Macioce, P. J. – *Design for Damping*, Appliance Manufacturer, feb. 2002
- [16] Hudson, D. E. – *Internal Friction in Metals*, doktorsavhandling, California Institute of Technology, Pasadena 1942
- [17] Semblat, J. F. – *Rheological Interpretation of Rayleigh Damping*, JSV, nr. 206 1997, sid. 741-744
- [18] Bathe, K. J. – *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, New Jersey, 1982
- [19] Arbenz, P. och Lehoucq, R. B. – *A comparison of algorithms for modal analysis in the absence of a sparse direct solver*, JNME, vol. 1, 2003, sid. 1-21
- [20] Hollkamp, J. J. et al – *A centrifugal pendulum absorber for rotating hollow engine blades*, JSV, nr. 219 1999, sid. 539-549
- [21] Csaba, G. – *Modelling Microslip Friction Damping and its Influence on Turbine Blade Vibrations*, doktorsavhandling, Linköpings universitet, Linköping, 1998
- [22] Holmedahl, K. – *Analysis and testing of the Vulcain 2 LOX turbine blades for prediction of high cycle fatigue life*, AIAA 2000-3680
- [23] Olson, S. E. – *An analytical particle damping model*, JSV, nr. 264 2003, sid. 1155-1166

- [24] Thomas, D. L. – *Dynamics of Rotationally Periodic Structures*, JNME, vol. 14 1979, sid. 81-102
- [25] Muwuluzi, M. – *Engineering materials properties file for Titanium 6Al-4V*, internt VAC-dokument 9350-93-65B, utg. B, mars 1994
- [26] MIL-5-HDBK – *Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures*, US Government Department of Defense och Federal Aviation Administration, 1 dec. 1998
- [27] Henrikson, P. – *Test report: Modal testing of the Vinci LH2 blisk rotor*, internt VAC-dokument 9634-0826, okt. 2001
- [28] Ekedahl, P. – *Test Plan – Experimental Modal Analysis of the Blisk*, internt VAC-dokument 6600-01-1679, maj 2000
- [29] Andersson, M. och Lext, A. – *Utredning av materialdämpning och andra materialparametrar med modalanalys*, examensarbete, VAC/Chalmers tekniska högskola 1992
- [30] Pettersson, A. I. – *Test Request – Blisk Vibration Testing TP2*, Internt VAC-dokument 6600-02-1274, mars 2002
- [31] Muwuluzi, M. – *Engineering materials properties file for Superwaspaloy*, internt VAC-dokument 9350-93-323, utg. A, mars 1994
- [32] Bergström, P. och Ericsson, H. – *Unsteady Blade Forces in a Transonic Turbine*, examensarbete, VAC/Luleå tekniska universitet, 1995

# A – MATERIALDATA

Den piezoprob som användes i Vincianalysen modellerades i ett ordinärt stålmaterial med  $E = 200$  GPa,  $\alpha = 0.1 \cdot 10^{-5}$  1/K och  $\nu = 0.3$ . Probernas massor är kända och materialdensiteten bestämdes därför utifrån probvolymen för få korrekt probmassa i modellerna.

## A.1 Ti6Al4V

Titanlegeringens densitet är  $4430 \text{ kg/m}^3$ . Övriga materialdata utnyttjades med ett temperaturberoende enligt Tabell A1.1. Dessa data är hämtade ur [25] men finns även att tillgå i till exempel [26]. Vinciberäkningarna utfördes vid rumstemperatur (293 K) vilket till exempel resulterar i en  $E$ -modul på cirka 112 GPa.

**Tabell A.2** Materialdata för Ti6Al4V.

$T$ [K]	$E$ [GPa]	$\nu$	$\alpha$ [1/K]	$K$ [W/m/K]	$C$ [J/kg/K]
40	121.0	0.300	0.66e-5	2.0	550.0
100	122.5	0.300	0.78e-5	4.0	550.0
200	119.0	0.310	0.78e-5	6.0	550.0
300	109.0	0.325	0.88e-5	6.7	550.0
400	103.0	0.330	0.91e-5	8.0	560.0
500	96.0	0.335	0.94e-5	9.4	580.0
600	88.0	0.345	0.97e-5	10.8	630.0
700	82.0	0.350	0.99e-5	12.2	670.0

## A.2 Cibatool BM5112

Exakta data på materialets elastiska egenskaper har inte kunnat erhållas. I stället har värden för motsvarande förstärkta polyuretanmaterial använts enligt nedan.

- Termisk längdutvidgningskoefficient:  $\alpha = 100 \cdot 10^{-6}$  1/K
- Elasticitetsmodul:  $E = 10$  GPa
- Poissons tal:  $\nu = 0.4$
- Densitet:  $\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$
- Ekvivalent viskös materialdämpning:  $\zeta \approx 0.03$

## A.3 Super Waspalloy

Dessa data är hämtade ur [31] men finns även att tillgå i till exempel [26]. Vulcainberäkningarna utfördes vid 500K. Legeringens densitet är  $\rho = 8249 \text{ kg/m}^3$ .

**Tabell A.2** Materialdata för Super Waspalloy.

$T$ [K]	$E$ [GPa]	$\nu$	$\alpha$ [1/K]	$K$ [W/m/K]	$C$ [J/kg/K]
0	215	0.306	9.0e-6	9.0	510
150	212	0.312	11.0e-6	10.8	517
300	210	0.314	6.0e-6	11.6	520
350	208	0.318	12.9e-6	13.0	528
500	200	0.322	13.8e-6	15.0	540
650	191	0.326	14.3e-6	17.6	543
800	180	0.331	14.5e-6	20.0	547
950	165	0.337	15.5e-6	22.6	561
1100	145	0.347	17.5e-6	25.8	590

## B – RESULTAT FRÅN VINCIBERÄKNINGARNA

**Tabell B.1** Jämförelse mellan test- och FE-resultat för några av Vinciblistens skivmoder. En jämförelse av moderna syns även i Figur B.1.

Observera att alla testresultaten är identifierade på V-blocksinspänd blisk. Mod 7 identifierades med tveksamhet och mod 13 blev förmodligen feltolkad som 1 NC under prov [27]. Frekvenserna i tabellen är angivna i Hertz (Hz). ND = noddiametrar, NC = nodcirklar. Streck (–) indikerar att motsvarande lösning inte kunnat identifieras. Ett frågetecken (?) indikerar att identifieringen är tveksam.

1. Axialinspänd blisk, inspänning i form av låsta DOF
2. Axialinspänd blisk med modellerad fixturplatta, plattan låst i alla DOF
3. Axialinspänd blisk med modellerad probskruv, inspänning i form av låsta DOF
4. V-blocksinspänd, inspänning i form av låsta DOF
5. V-blocksinspänd blisk med modellerad probskruv, inspänning i form av låsta DOF
6. Halvgeometri, axialinspänning i form av låsta DOF, inga bladrottradier
7. Halvgeometri, V-block och blockbult modellerade, inga bladrottradier
8. Axialinspänning i form av ett tunt materiallager med nolldensitet
9. V-blocksinspänning i form av ett tunt materiallager med nolldensitet
10. Axialinspänning i form av ett tunt materiallager med nolldensitet, justerad probstorlek
11. V-blocksinspänning i form av ett tunt materiallager med nolldensitet, justerad probstorlek

Nr	Mod	Kommentar	Test	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1 ND, 0 NC	1 ND	–	4477	4503	4414/4686 (?)	4263	4947	4785	4653	4332	4722	4526	4645
2	0 ND, 0 NC	1:a paraplymoden	3701	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
3	0 ND, 0 NC	2:a paraplymoden	4531	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
4	0 ND, 0 NC	3:e paraplymoden	5045	5083	4929	5402	5674	5685	5566	–	5344	5592	5333	5590
5	2 ND, 0 NC	2 ND	5579	5502	5489	5496	5544	5538	5790	5807	5502	5505	5490	5504
6	3 ND, 0 NC	3 ND	7297	7115	7101	7109	7115	7109	7537	7538	7116	7105	7101	7102
7	0 ND, 1 NC	Tveksam identif.	7596 (?)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
8	4 ND, 0 NC	4 ND	9611	9337	16096 (?)	9335	9337	9335	9942	9943	9337	9330	9324	9325
9	0 ND, 0 NC	4:e paraplymoden	–	9953	8740	11607	15771	16215	11881	–	11280	14536	11287	14554
10	1 ND, 1 NC		14417	11385	11689	12918	–	14895	–	–	12831	14314	12982	14727
11	5 ND, 0 NC	5 ND	12362	12046	12036	12050	12046	12050	12844	–	12046	12043	12036	12036
12	6 ND, 0 NC	6 ND	15362	15070	15062	15082	15070	15082	16058	–	15070	15070	15062	15063
13	1 ND, 1 NC		17632 (?)	16509	14905	15759	–	16202	13341	–	15590	15838	–	–
14	7 ND, 0 NC	7 ND	18555	18277	18271	18298	18277	18298	19452	–	18277	18278	18270	18272
15	2 ND, 1 NC		18762	18070	17959	18046	18374	18378	19058	–	18071	18101	18057	18091
16	1 ND, 1 NC		–	19370	16492	19208	–	–	–	–	19190	–	19117	–



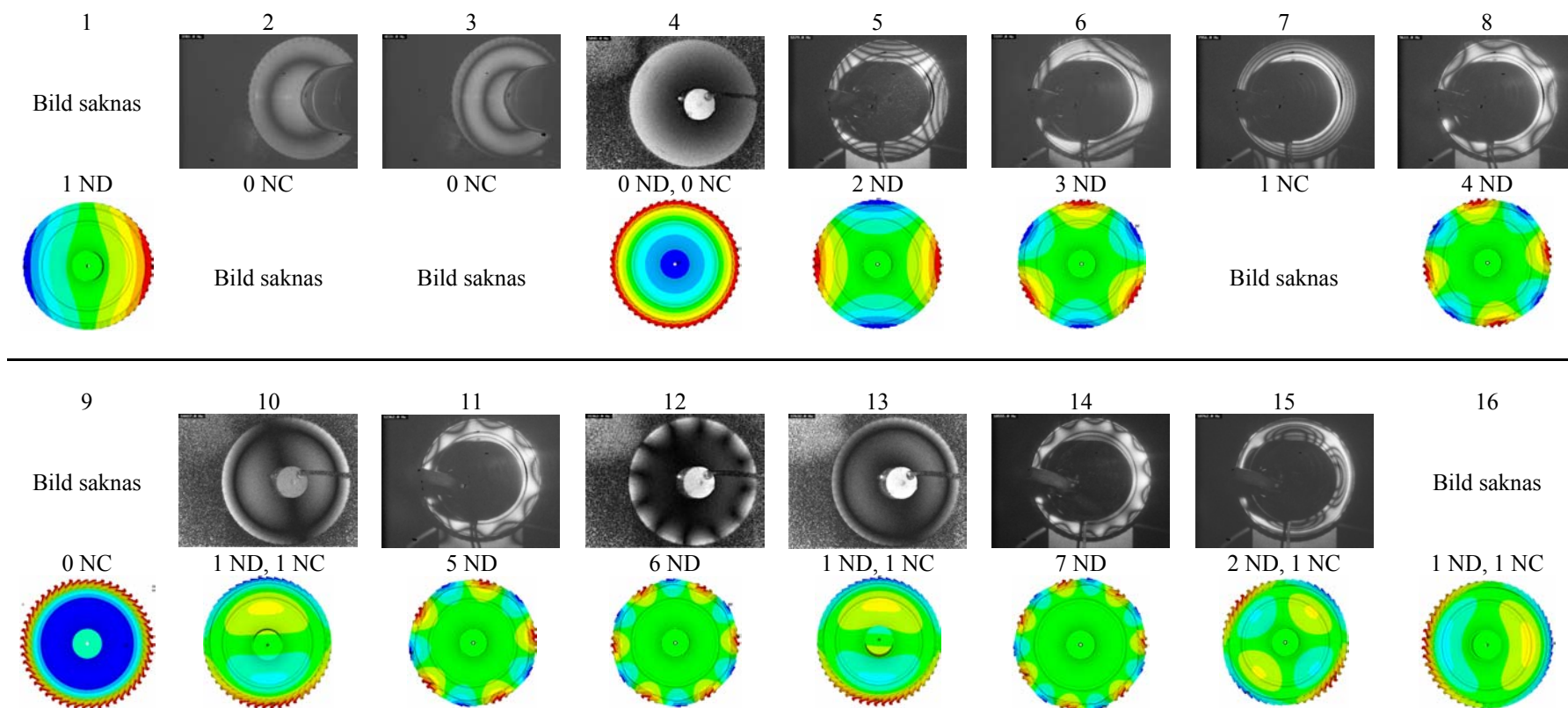
**Tabell B.2** Jämförelse mellan test- och FE-resultat för några icke skivmoder relaterade till Vinciblisken. Se även modjämförelse i Figur B.1.

Frekvenserna i tabellen är angivna i Hertz (Hz). ND = noddiametrar, NC = nodecirklar. Numreringen av de olika fallen (1-11) beskrivs i Tabell B.1. Streck (–) indikerar att motsvarande mod inte identifierats. Frågetecken (?) indikerar att identifieringen är tveksam.

Mod	Test	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Blockbultmod	–	–	–	–	–	–	–	27	–	–	–	–
Probmod	–	–	–	–	–	–	233	243	–	–	–	–
Probbultmod	–	–	–	1050, 0ND	–	1073, 0ND	–	–	–	–	–	–
Blockbultmod	–	–	–	–	–	–	–	1069	–	–	–	–
Blockbultmod	–	–	–	–	–	–	–	1095	–	–	–	–
Axelböjning	–	–	–	1321, 1ND	–	–	1356	–	1261, 1ND	–	1167, 1ND	–
Probbultmod	–	–	–	1321, 1ND	–	–	–	–	–	–	–	–
Axelböjning	2531 (?)	1637, 1ND	–	–	–	2776, 1ND	–	1647	–	2315, 1ND	–	2105, 1ND
Axeltorsion	2750 (?)	2147, 0ND	1634, 0ND	2206, 0ND	–	–	–	–	2183, 0ND	–	2178, 0ND	–
Axelkompression	–	–	2028, 0ND	2751, 0ND	–	–	2790	–	2546, 0ND	2812, 0ND	2525, 0ND	2788, 0ND
Blockmod	2605 (?)	–	–	–	–	–	–	2901	–	–	–	–
Blockbultmod	–	–	–	–	–	–	–	2990	–	–	–	–
Blockbultmod	–	–	–	–	–	–	–	3090	–	–	–	–
Probbultmod	–	–	–	–	–	3223, 0ND	–	–	–	–	–	–
Probmod	–	–	–	–	–	–	–	4018	–	–	–	–
Axeltorsion	5207 (?)	–	–	–	4311, 0ND	4335, 0ND	–	–	–	3800, 0ND	–	3799, 0ND
Axelböjning	5586 (?)	–	–	–	–	–	4585	4653 (?)	4332, 1ND	6734, 1ND	4175, 1ND	6716, 1ND
Axelböjning	5961 (?)	–	–	–	–	–	4785	5303 (?)	–	–	–	–
Blockbultmod	–	–	–	–	–	–	5847	5855	–	–	–	–
Blockbultmod	–	–	–	–	–	–	6018	6019	–	–	–	–
Blockmod	7045 (?)	–	–	–	–	–	–	7097	–	–	–	–
Fixturplattmod	–	–	7880, 1ND	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Probbultmod	–	–	–	–	–	7921, 1ND	–	–	–	–	–	–
Blockmod	8144 (?)	–	–	–	–	–	–	8140	–	–	–	–
Probmod	–	–	–	–	–	–	8625	8625	–	–	–	–
Blockbultmod	–	–	–	–	–	–	9236	–	–	–	–	–
Blockbultmod	–	–	–	–	–	–	9820	9806 (?)	–	–	–	–
Blockbultmod	–	–	–	–	–	–	10044	9823 (?)	–	–	–	–
Fixturplattmod	–	–	10255, 2ND	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Blockbultmod	–	–	–	–	–	–	10273	10272	–	–	–	–
Probmod	–	–	–	–	–	–	12469	12476	–	–	–	–
Fixturplattmod	–	–	12896, 0ND	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Fixturplattmod	–	–	13157, 3ND	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Axelböjning	14914 (?)	–	–	–	–	–	15341	–	–	–	–	–
Probtorsion	–	–	15750, 1ND	16021, 0ND	–	16021, 0ND	–	–	15967, 0ND	15951, 0ND	–	–
Fixturplattmod	–	–	16218, 4ND	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Probmod (torsion)	–	–	16325, 0ND	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Axeltorsion/fixturplattmod	18750 (?)	–	16693, 0ND	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Fixturplattmod	–	–	19261, 5ND	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Fixturplattmod	–	–	19587, 0ND	–	–	–	–	–	–	–	–	–

**Figur B.1** Jämförelse av skivmoder för Vinciblisken. Övre raderna visar holografiska bilder från provet och undre raderna visar resultat från FE-beräkningar.

Observera att den holografiska bilden av 3 ND-moden är störd. Bättre registrering kunde inte göras under provet. Mod 13 tolkades förmodligen felaktigt som 1 NC under provet (denna mod försvinner också i beräkningarna då probstorleken ändras). Mod 7 identifierades med tveksamhet under provet och hittades inte i beräkningarna. Dessa detaljer framgår av [27]. I övriga fall där bild saknas beror detta på att motsvarande mod inte påträffats under provning respektive beräkning.



## C – RESULTAT FRÅN VULCAINBERÄKNINGARNA

**Tabell C.1** Modalanalysresultat och modidentifiering gällande testblisken.

Ett streck (–) innebär att motsvarande mod inte identifierats. Ett frågetecken (?) innebär att identifikationen är osäker. Frekvenserna i tabellerna är angivna i Hertz. Alla frekvenserna är beräknade vid ett varvtal på 15000 rpm. De fyra olika konfigurationerna ("Konfig. 1-4") motsvarar de bladmodifikationer som beskrivs i rapportens Vulcainavsnitt enligt:

Konfig. 1 – Originalkonfiguration, enstaka blad

Konfig. 2 – Bladgrupper med tre blad i varje grupp

Konfig. 3 – Enstaka blad med spår i skivan mellan bladen

Konfig. 4 – Bladgrupper med tre blad i varje grupp samt spår i skivan mellan varje grupp

### (a) Första ordningens excitation

Mod	Konfig. 1 (23 ND)	Konfig. 2 (12 ND)	Konfig. 3 (23 ND)	Konfig. 4 (12 ND)
E	7478	6328	4907	4444
F	7823	10967	5619	8977
T	13061	11123	10990	9147
2E	37648	25795	26120	22169
2F	35005	33051	27833	31303
2T	49099	41261	39036	43026

### (b) Andra ordningens excitation

Mod	Konfig. 1 (46 ND)	Konfig. 2 (11 ND)	Konfig. 3 (46 ND)	Konfig. 4 (11 ND)
E	8473	5956	5741	4292
F	7691	11007	5211	9019
T	13925	11197	11233	9195
2E	42118	23749	30247	20883
2F	36687	32009	28062	30344
2T	50263	41512	39897	37241

### (c) Tredje ordningens excitation

Mod	Konfig. 1 (37 ND)	Konfig. 2 (2 ND)	Konfig. 3 (37 ND)	Konfig. 4 (2 ND)
E	8321	5441	5636	5295 (?)
F	7671	9896	5242	8771
T	13734	11392	11176	9932
2E	41463	19271	29501	20029 (?)
2F	36398	24858	27986	18612
2T	50028	–	39663	20634 (?)

### (d) Fjärde ordningens excitation

Mod	Konfig. 1 (14 ND)	Konfig. 2 (14 ND)	Konfig. 3 (14 ND)	Konfig. 4 (14 ND)
E	6201	6932	4210	4683
F	7825	10863	5761	8908
T	12279	11007	10814	9060
2E	28327	29529	21792	24327
2F	31981	34619	26631	32774
2T	44328	44011	38003	43338