

Lunds domkyrkas takkonstruktion

Utformning och strukturmekanisk funktion



**LUNDS
UNIVERSITET**

Lunds Tekniska Högskola

**LTH Ingenjörshögskolan vid Campus Helsingborg
Institutionen för byggvetenskaper/Avdelningen för byggnadskonstruktion**

Examensarbete:
Isak Berneheim

© Copyright Isak Berneheim

LTH Ingenjörshögskolan vid Campus Helsingborg
Lunds universitet
Box 882
251 08 Helsingborg

LTH School of Engineering
Lund University
Box 882
SE-251 08 Helsingborg
Sweden

Tryckt i Sverige
Media-Tryck
Biblioteksdirektionen
Lunds universitet
Lund 2014

Sammanfattning

Lunds domkyrka byggdes i romansk arkitektur, i samband med att Lund blev ett ärkebiskopsäte i början av 1100-talet. Kyrkans takkonstruktion var då uppbyggd av ett på insidan platt trätak, med dragband, vilket gör att takkonstruktionen endast påverkade murverken med vertikallaster.

Efter en omfattande brand på 1200-talet, där kyrkan nästintill totalförstördes, byggdes det till kryssvalv i kyrkan. Detta innebar att takkonstruktionen även belastade murverken med horisontalkrafter.

Murverken som inte var dimensionerade för detta blev kraftigt påverkade och det byggdes till strävpelarsystem runt hela kyrkan för att avhjälpa problemet. Lunds domkyrka fick nu en gotisk stil.

Detta ville stilrestauratören Helgo Zettervall ändra på när han i samband med en renovering återskapade kyrkans romanska utseende i mitten på 1800-talet. Helgo Zettervall byggde en modern takkonstruktion i stål över valven. Utformningen och funktionen av denna stålkonstruktion har studerats i detta arbete. En delfråga är om denna takkonstruktion kan bidra till att ta hand om horisontalkrafterna efter att strävpelarna tagits bort.

Ritningar över den nuvarande takkonstruktionen har tagits fram med geometridata från ett pågående inskanningsarbete som underlag. Det pågående inskanningsarbete syftar till att skapa en virtuell 3D-modell av kyrkan.

En analys av Zettervalls stålkonstruktion visar att den kan delas in i fyra nivåer. Primärbärverket består av Polonceau-takstolar, sekundärbärverket består av underspända balkar, tredje ordningens bärverk är uppbyggt av mindre stålbalkar och fjärde ordningens bärverk utgörs av träreglar.

Varje nivå har studerats separat och en inledande analys har utförts med Pointsketch, som är ett FEM-program som lämpar sig för snabba, kvalitativa analyser av fackverk. Principen för hela konstruktionen är att huvudsakligen bära med drag och tryck istället för böjning. Om man bortser från egentyngden hos fackverken är det bara tredje och fjärde ordningens bärverk som belastas med utbredd last mellan knutpunkterna.

Mer detaljerade, kvantitativa, numeriska analyser har utförts med hjälp av CALFEM. Resultaten visar att takkonstruktionen är kraftigt överdimensionerad i förhållande till dagens normer, under förutsättning att stålet är av en typisk kvalitet som användes under den aktuella tidsperioden. Takkonstruktionen har därför en potential att motverka en horisontell stödförskjutning orsakad av rörelse i murarna. För att kunna avgöra om takkonstruktionen verkligen kan hålla ihop murarna måste det dock även undersökas om murarna kan föra upp horisontalkraften från valven upp till takkonstruktionens dragband.

Nyckelord: Lunds domkyrka, Takkonstruktion, Polonceau-takstol, Helgo Zettervall, Romansk, Gotisk.

Abstract

Lund Cathedral was built in Romanesque style when Lund became an archbishopric in the early 1100s. The roof structure of the church then had a flat wooden roof on the inside with room for tension rods so that the roof structure only affected the masonry walls with vertical loads.

After a major fire in the 1200s, where the church was almost completely destroyed, cross vaults were built. This meant that the roof structure also generated horizontal forces on the masonries.

The masonries that were not designed for this were heavily affected and a system of buttresses around the church was built to remedy the problem. Lund Cathedral now had a Gothic style.

This Helgo Zettervall would change when in connection with a renovation he reconstructed the Romanesque style in the mid-1800s. Helgo Zettervall built a modern roof structure of steel over the arches. The design and function of this steel structure have been studied in this degree project. A sub-question is if this roof can help stand the horizontal forces after the buttresses have been removed.

Drawings of the existing roof structure have been produced with geometry data from an on-going scanning as a basis. The scanning aims to create a virtual 3D model of the church.

An analysis of Zettervall's steel structure shows that it can be divided into four structural levels. The first-order structure consists of Polonceau-trusses, the second-order structure consists of trussed beams, the third of smaller beams and the fourth of wood beams.

Each level has been studied separately, and a preliminary analysis has been performed with PointSketch, a FEM - program that is suitable for rapid, qualitative analysis of trusses. The principle of the whole structure is to carry in tension and compression instead of bending. Apart from the self-weight of the truss, only the third and fourth-order structures are subjected to a distributed load between the joints.

A more detailed, quantitative, numerical analysis has been performed using CALFEM. The results show that the roof structure is considerably oversized in comparison with today's building codes, provided that the steel is of a quality that was typically used during the period in question. The roof structure has the potential to counteract a horizontal support displacement caused by movement in the walls. In order to determine if the roof can really keep the walls together, one must also examine if the walls can transfer the horizontal force from the vaults up to the roof structure tension rods.

Keywords: Lund Cathedral, Roof Structure, Polonceau-truss, Helgo Zettervall, Romanesque, Gothic.

Förord

Detta är mitt examensarbete i Byggteknik med Arkitektur på Lunds tekniska högskola. Det som har påverkat mig mest är kurserna i matematik och mekanik. Jag vill rikta ett stort tack till min föreläsare i strukturmekanik, Susanne Heyden. Hennes sätt att undervisa genom väl förberedda och strukturerade föreläsningar gjorde det lätt för mig att få förståelse för ämnet. Tack vara att jag kunnat ta till mig denna teori kunde jag få en praktik på Sweco Structures där mina arbetsuppgifter just var inom strukturmekanik. En erfarenhet som gjorde mig ännu hungrigare, jag ville läsa mer och få bättre förståelse för mekaniken. Men min nyfikenhet och mitt driv kan spåras längre tillbaka än 3 år. Här kommer en historia som beskriver hur jag har utformat mina tankar kring att skapa och ta till mig ny teoretisk kunskap.

När jag var nio år gammal lärde jag mig hur man bygger ett valv. Det var på baksidan i familjehemmet som jag byggde en snöborg. För att kunna få en riktig ingång till borgen ville jag ha tak över entrén. Min första tanke var då att jag skulle rulla ett snöklot som var tillräckligt stort för att fastna över ingången. Min styrka räckte inte för att jag skulle kunna göra detta. Min granne kom då ut till mig och berättade att jag kunde rulla två mindre klot och lägga mot varandra som ett valv över entrén. För att inte väggarna skulle kollapsa av sidotrycket fick vi förstärka dem. Denna dag fick jag praktiskt lära mig tre lagar, Newtons lagar. Jag visste inte vem Isaac Newton var och än mindre förstod jag den teoretiska fysiken. Men jag kunde bygga ett valv, jag kunde utforma en byggnad i ett material med en enkel geometri. Ett frö var sått och redan samma natt låg jag och tänkte på hur jag skulle få borgen helt tät, ett tak skulle byggas med samma princip som ingången, ett snötäckt tak med valvformation. Jag vill rikta ett stort tack till min granne Karl-Gunnar Olsson. Förutom att väcka min nyfikenhet för ämnet har han varit med som rådgivare i detta examensarbete.

Det var på min praktik på Sweco som idén om examensarbetet föddes. Via intranätet fick jag nys om att Sweco fått i uppdrag att vara med att skapa en 3D-modell över domkyrkan. Jag har under examensarbetets gång fått mycket hjälp av projektledaren Christoffer Brand med material från inskanningen och vill därför rikta ett stort tack till honom. Vill rikta ett stort tack till min handledare på Sweco. Per Jörstad har funnits med sedan start och varit till mycket stor hjälp. Fördelarna med att studera i Lund är universitetets bredd, i ett tidigt stadium av examensarbetet fick jag kontakt med konstvetaren Thomas Rydén som varit till stort stöd vid skrivandet av historiedelen vilket han skall ha ett stort tack för. Inte minst vill jag tacka min familj som funnits där när jag tyckt det känts motigt.

Innehållsförteckning

1 Inledning	1
1.1 Bakgrund.....	1
1.2 Syfte	1
1.3 Metod.....	2
1.4 Avgränsningar	2
2 Lunds domkyrkas byggnadshistoria	3
2.1 Domkyrkan på 1000-1400-talet	3
2.1.1 Globalisering – knutpunkten Lund	5
2.1.2 En romansk katedral.....	6
2.1.3 Från liten stenkyrka till romansk katedral	7
2.2 Domkyrkan på 1500-1700-talet	12
2.2.1 Reformation och försvenskning	12
2.2.2 Från romansk till gotisk.....	13
2.2.3 Adam van Dürens restaurering	14
2.3 Domkyrkan på 1800-talet	16
2.3.1 Det akademiska bondesamhället	17
2.3.2 Konserverande och återskapande restaurering	17
2.3.3 Brunius och Zettervalls restaureringar	18
2.4 Domkyrkan idag.....	20
2.4.1 Domkyrkans nuvarande utseende	20
2.4.2 Blomstrande universitet och bevarad ”kulturkvadrant”	21
2.4.3 Bevarandearbete i virtuell form.....	21
3 Horisontella och vertikala bärverk	25
3.1 Valv och kupoler	33
3.1.1 Tunnvalvets och kryssvalvets princip.....	34
3.2 Takstolar	36
3.2.1 Polonceau-takstolens princip	36
3.3 Väggar och andra vertikala bärverkssystem	38
3.4 Skalmurar	39
4 Domkyrkans konstruktiva utformning	41
4.1 Domkyrkans yttertakskonstruktion.....	42
4.1.1 Primärbärverk.....	44
4.1.2 Sekundärbärverk.....	47
4.1.3 Tredje ordningens bärverk	48
4.1.4 Fjärde ordningens bärverk	50
4.1.5 Klimatskal	50
4.2 Numerisk analys med laster enligt Eurokod.....	51
4.2.1 Fjärde ordningens bärverk	54
4.2.2 Tredje ordningens bärverk	55
4.2.3 Sekundärbärverk.....	58

4.2.4 Primärbärverk	61
4.2.5 Effekt av stödförskjutning	76
5 Avslutande reflektion och förslag på vidare arbete	81
5.1 Avslutande reflektion	81
5.2 Vidare arbete	82
6 Referenser	83

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Domkyrkan i Lund har av turistguiden Green Guide utsetts till ett av Sveriges sju underverk och har årligen 700000 besökare. Det är en stor pampig katedral med ren romansk stil. Utan historisk kunskap kan man tro att kyrkan bevarat sin romanska arkitektur från 1100-talet, men sanningen är att förändringar har skett. Senast på 1880-talet gjorde Helgo Zettervall en omfattande restaurering i önskan om att återskapa en romansk katedral.

I inledningen till boken *Lunds Domkyrka* skriver Erik Cinthio ”Under kyrkans mer än 800-åriga tillvaro har murarens slev och stenhuggarens mejsel bokstavligen knappast någonsin vilat” [1]. Det vi ser idag är alltså inte katedralen från 1100-talet. Med en historia som sträcker sig över mer än 800 år och med ombyggnationer som tillintetgjort många av tidens spår är det ett omfattande arbete att kartlägga hur kyrkan har förändrats och varför.

Domkyrkorådet har nu inom sitt bevarandearbete initierat ett arbete med att skapa en 3D-modell av kyrkan. Teknikkonsultföretaget Sweco har fått i uppdrag att göra det praktiska inmättningsarbetet och den administrativa hanteringen av resultatet. Parallellt med detta har domkyrkoarkitekt Erik Wikerstål blivit ombedd att med hjälp av de inmätta koordinaterna skapa en 3D-modell.

Kyrkan avbildas med miljontals mätpunkter med hjälp av avancerad laserteknik. Fördelar med detta är att man med god noggrannhet kan avläsa geometrin i kyrkans konstruktion och mäta hur den ändras med tiden. Men det är trots allt bara en bild av verkligheten. En bra grund, men det krävs tillägg för att det skall bli en intelligent modell. Konstvetaren Thomas Rydén var snabb med att höja sin röst, han ville göra ett tillägg till modellen med en historisk resumé. Ett tillägg som berättar om domkyrkans historia.

Tanken med detta examensarbete är att bidra med ett tillägg i form av en teknisk analys, som beskriver kyrkans tekniska funktion. Tillsammans skapar detta en helhetsmodell som avbildar domkyrkan och dess utveckling genom tiderna. Omfattningen av en teknisk analys av en så stor och komplex byggnad som domkyrkan ryms inte inom ramarna för ett examensarbete och därför avgränsas arbetet till en del av domkyrkan som förvaltarna av domkyrkan sett som mest kritisk, det södra transeptet, och speciellt dess takkonstruktion.

1.2 Syfte

Examensarbetets syfte har varit att genomföra en strukturmekanisk analys av en avgränsad del på domkyrkan. Detta innefattar en beskrivning av historisk utveckling, utformning samt kvalitativ och kvantitativ analys av det strukturmekaniska funktionssättet. En del i analysen har varit att bedöma om

takkonstruktionen har kapacitet att hålla ihop murarna om dessa vill röra sig utåt på grund av uttrycks krafter från valvet.

1.3 Metod

Arbetet delas in i fyra huvudområden:

- Historisk resumé.
- Diskussion kring relevanta bärverkstypers funktion.
- Analys av domkyrkans överliggande stålkonstruktions utformning och principiella funktion.
- Detaljerad, kvantitativ analys med hjälp av finita elementmetoden (FEM).

Domkyrkan är en gammal komplex byggnad och för att underlätta en bedömning av dess konstruktion inleds arbetet med en litteraturstudie med fokus på:

- Kontexten: Samhällsförändringar som varit drivande.
- Koncept: Koncept som präglat byggnaden och ombyggnaderna.
- Byggnadsverket: Basfakta om byggnaden och ombyggnaderna.

För att skapa en förståelse för främst horisontella bärverks verkningsätt har resonemang förts kring hur en horisontell kropp tar upp och fördelar laster. Detta för att leda in på den underspända balken och valvets princip.

Huvudfokus ligger på den överliggande stålkonstruktionen. Arbetet har inletts med en noggrann avläsning av konstruktionen för att bestämma vilka nivåer konstruktionen är uppbyggd av. För att skapa en förståelse för konstruktionens verkningsätt har det gjorts en kvalitativ analys i Pointsketch [2].

Mer exakta beräkningar har utförts i CALFEM [3]. Plan och sektionsritningar har tagits fram med hjälp av punktmolnen från inskanningen som underlag. Ritningarna har använts för att ställa upp beräkningsmodeller för konstruktionen.

1.4 Avgränsningar

Examensarbetet har avgränsats till att analysera södra transeptets överliggande stålkonstruktion. Fokus har varit att analysera konstruktionens utformning och strukturmekaniska funktion.

2 Lunds domkyrkas byggnadshistoria

Domkyrkan, med anor från 1100-talet, se Figur 2.1, ser vi än idag som den främsta byggnaden i Lund. Med torn som reser sig 55 meter över marken och på sin högt belägna plats är det en byggnad som syns från en mils radie runt Lund [4].



Figur 2.1: Kyrkan från nordväst. © Björn Andersson, Lund

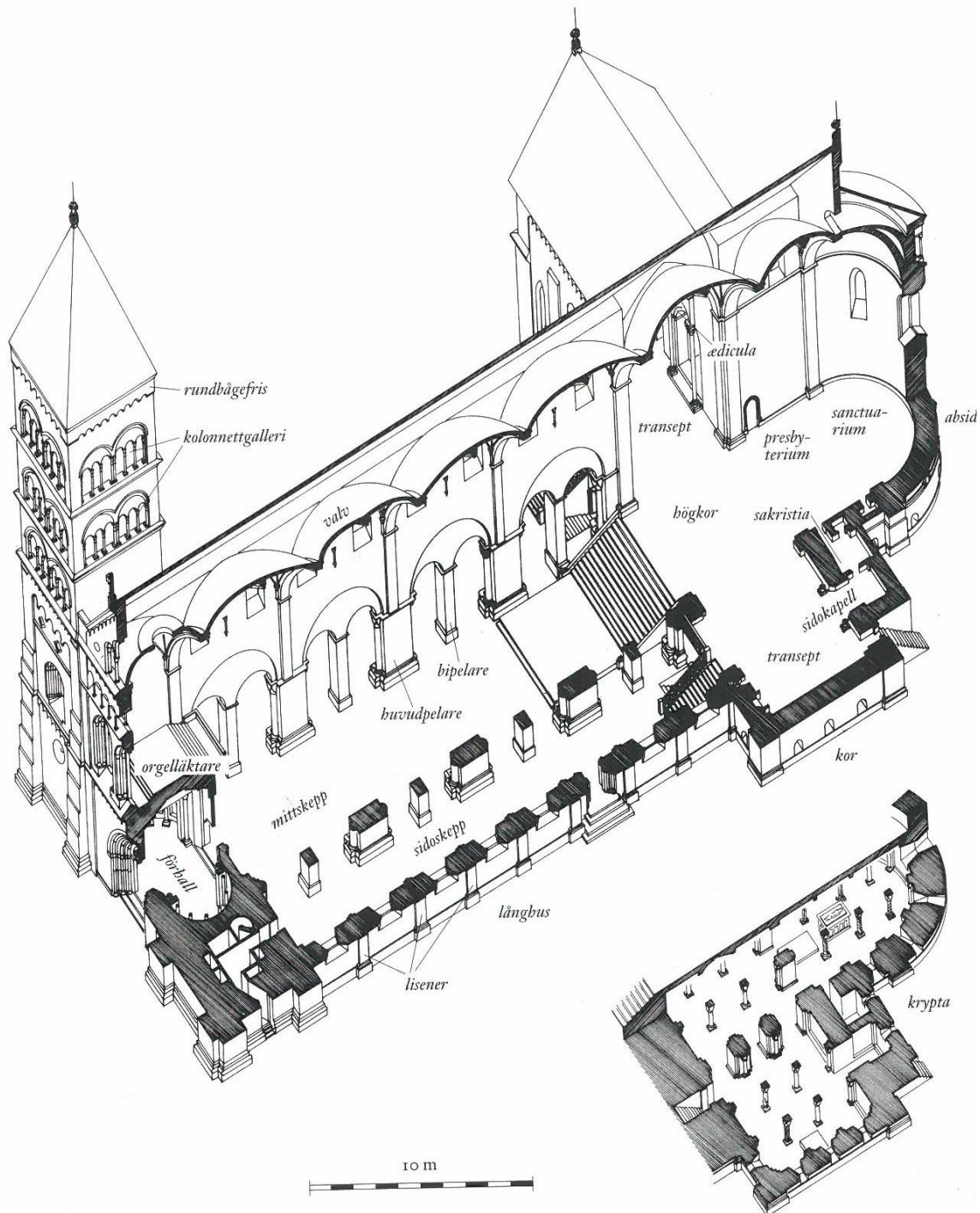
Domkyrkan i Lund är ett komplext byggnadsverk. Kyrkan består av flera olika delar och rum som vardera har ett gammalt unikt namn. Namn som till stor del kommer från den romanska arkitekturen. Figur 2.2 visar namn på de olika delarna och rummen kyrkan är uppbyggd av [4].

Hur såg det då ut när den började byggas för över 900 år sedan, hur reagerade folk då och vilket inflytande fick den på samhället Lund och Norden som fortfarande befann sig i vikingatiden?

2.1 Domkyrkan på 1000-1400-talet

Kristendomen har börjat sprida sig upp i norra Europa och vikingatiden börjar närma sig sitt slut. En stor katedral i sten ska resas och visa vägen för nordborna, vägen till den nya religion som ska vägleda deras liv. Detta

kommer att visa sig vara början på en ny epok, medeltiden. Domkyrkans grundare är Knut den Helige. Platsen är Lund, staden där vägarna möts, en strategiskt belägen stad på Romeleåsens sydvästra sluttning [4,5].



Figur 2.2: Domkyrkan i genomsnitt med namn på de olika delarna i kyrkan. (Rydén T., Lovén B., & Hammar KG., 1995) [4].

Myntverk skulle byggas och det allra största byggdes i Lund, i just den knutpunkt där landsvägarna möttes. Detta innebar i sig många kvalificerade arbeten för staden men också potentialen att bli en stor köpstad, som Lund senare även blev [5].

Men det var inte bara England som hade stor påverkan på utvecklingen i Danmark och Lund. Nordborna hade sedan 800- och 900-talet knutit kontakter med det kristna Europa och på så vis tagit efter deras religion. Denna utveckling blev allt starkare på 1000-talet när ärkebiskopsdömet Hamburg-Bremen hade hand om missionerandet i norra Europa. Knut den Store hade redan när han fått makten över England sänt över biskopar till Skåne. Kristendomen hade nu inflytande från två håll, England och Tyskland. Religionen var till för alla, från kungahuset och överklassen till trälar. Det var dock kungahuset som först såg den stora nyttan med att ansluta sig till kristendomen, ”att ansluta sig till kristendomen vid denna tid kan liknas med att ansluta sig till EU i våra dagar” [5,6].

Området kring Lund fick nu en central roll när både Lund och närbelägna Dalby blev nya biskopssäten. Biskop för kyrkan i Dalby blev biskopen Eginio som var vigd av Albert i Bremen och i Lund blev det den engelska biskopen Henrik som utsågs av Sven Estridsen efter stiftindelningen på omkring 1060-talet. Ett exakt årtal för när Dalby och Lund blev biskopssäten har inte kunnat fastställas, men år 1066 efter Henriks död flyttade Eginio över till Lund som biskop och Dalby blev därmed av med sitt biskopssäte [6,7].

Det råder inga tvivel om att kungahuset ville ha stort inflytande i den utveckling som skedde i Lund under slutet av 1000-talet. Danmark ville ha ett eget ärkebiskopssäte och detta var något kungahuset såg stor vinning i att vara delaktiga i. Det var ett ställningstagande från Danmarks sida att låta Ricwalt, som avstått från sin tjänst vid domkyrkan i Paderborn och rymt till Danmark där han erbjudits en fristad av Sven Estridsen, bli Eginos efterträdare på biskopsplatsen. Ricwalts efterträdare blev i sin tur Ascers som valts ut ur den danska överklassen, son till Sven Thrugotsen, som var nära vän med kung Knut den Helige. Danmark ville bli ett eget ärkebiskopssäte fritt från Hamburg-Bremen och till detta uppföra en stor katedral i Lund. Detta var något som också genomfördes under regerande biskop Ascers tid år 1104 [4].

2.1.2 En romansk katedral

I början av 1000-talet stod många av världens kyrkor under restaurering. Detta trots att många av dessa kyrkor var i gott skick. Ett nytt ideal hade växt fram och de kristna hade nu en strävan om att bygga vackrast. Detta blev början på en ny stilepok. Den nya stilen kom att kallas den romanska arkitekturen och namnet skall antyda ”härstammar från Rom”. Många av dessa kyrkor finns tyvärr inte kvar i sitt originalskick idag då de byggdes om under gotiken, samt att många av de franska kyrkorna förstördes under den franska revolutionen [8].

Stilen utmärks av stora släta och raka stenblock som skulle införliva stabilitet och lugn, allt för att undvika att de kristna besökarna skulle bli distraherade. Under den romanska tiden var det långhuskyrkan som blev den vanligaste formen. Kyrkorna var ofta uppbyggda med en rumsindelning med torn och ingång i det profana väster och kor och absid i det heliga öster, vilka var sammanbundna med ett långhus. Transept sträckte sig från söder och norr förbi koret. I en del större romanska kyrkor fanns det även kor i väster och då var ingången belägen i söder [8].

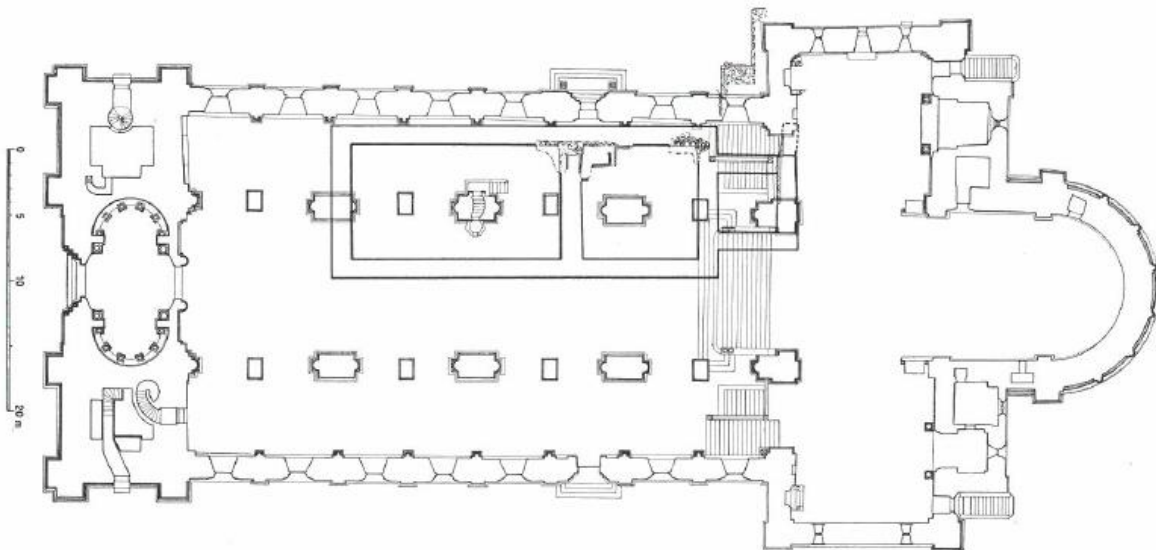
Denna form kom bäst att passa den katolska kyrkans tankesätt. De kristna människorna skulle från jordelivet till himmelriket. I den långsträckt kyrkan skulle de kristna besökarna gå från väster in i det kyrkliga rummet och blicka mot altaret som var beläget i öster. För att förstärka intrycket av att långhuset bildar en väg mot öster var det ofta förlagt under ett platt trätak eller tunnvalv och väggarna var uppbyggda av arkader och emporer. Det var den katolska prästen som visade vägen upp mot himmelriket och därför skulle besökarnas blickar vara koncentrerade mot honom framme vid altaret [8].

Det nya idealet med en kantig och enkel geometri och att skapa en byggnad som förde blickarna horisontellt framåt mot koret började redan under 1100-talet gå ur tiden. Mer utsmyckningar började göras och valven gick från tunnvalv till kryssvalv. En praktisk och ganska enkel förändring då ett kryssvalv är uppbyggt av två tunnvalv som korsar varandra. Intrycket blir dock helt annorlunda. Från att rikta blicken rakt fram längs tunnvalven går den nu upp mot krysset och får den kristna besökaren att blicka upp mot himlen. Den romanska stilen började därmed gå mot gotiken [8].

2.1.3 Från liten stenkyrka till romansk katedral

När det gäller grundandet av domkyrkan i Lund har forskarna olika teorier. Otto Rydbeck menar att ett gåvobrev som Knut den Helige utfärdade 1085 lade grunden till den kyrka vi ser idag, medan Erik Cinthios forskning pekar mer på att det var till en äldre, mindre stenkyrka som var byggd på samma plats som den nuvarande domkyrkan. Arkeologiska fynd från en äldre stenkyrka har hittats ovanför den norra sidoskeppsvinden samt i det norra murverket. Med dessa fynd har den gamla kyrkans avslut i norr och öst kunnat bestämmas. Det har även fastställts spår av två innerväggar som tros ha delat upp den gamla kyrkan i tre rum belägna från väst till öst, se Figur 2.4. En innervägg har hittats 5.9 m väster om kyrkans östligaste del samt en 8.8 meter väster om den. Omräknat till svenska fot (0.296 m) blir avstånden 20 resp. 30 fot. Då det inte har gjorts några fynd av den gamla kyrkans södra och västra vägg har det gjorts två antaganden för att få fram deras lägen. För att få fram kyrkans bredd har det antagits att de första två rummen är kvadratiska. För att slutligen få fram det tredje rummets längd har det utgått från proportioneringssystemet gyllene snittet (1+2+3). Den andra kroppen är 1.5 gånger så stor som den första och den tredje kroppen är lika stor som den

första plus den andra. Det tredje rummet blir därmed $20+30=50$ fot och kyrkans totala längd blir 100 fot [7,9].



Figur 2.4: Rekonstruktion av 1000-talskyrkan och dess läge innanför den senare kyrkan. (Cinthio E., 1957) [7].

Den gamla kyrkan från 1000-talet var i bruk ända fram till 1131 då kryptan i den nya kyrkan blivit helt färdig i och med invigningen av det södra kapellet. När 1000-talskyrkan togs ur bruk användes materialet från den för uppförandet av den nya kyrkan. Tyvärr har det inte hittats någon ornamental utsmyckning från 1000-tals-kyrkan, utan bara sten i form av utfyllnadsmaterial [7].

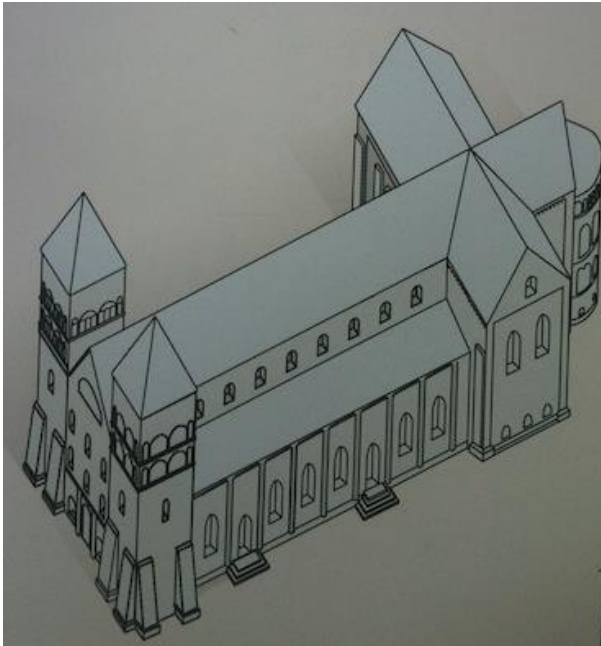
Hur arbetet har fortskridit på 1100-talet är svårt att säga med exakthet, det som det finns kunskap om är invigningarna [7]:

- Huvudaltaret i kryptan, 30 juni 1123
- Norra sidoaltaret i kryptan, 22 juli 1126
- Södra sidoaltaret i kryptan, 11 januari 1131
- Huvudaltaret och det södra sidoaltaret i högkyrkan, 1 september 1145
- Norra sidoaltaret i högkyrkan den, 1 september 1146

Efter den sista invigningen finns ingen dokumentation om hur byggnationen fortskred. Enligt Otto Rydbeck stod hela kyrkan färdig, utom tornen i väster som byggdes klart något senare, se Figur 2.5 [9].

En teori som Thomas Rydén har är att högkyrkan stod klar som en färdig kyrka med anslutande vägg i väster under tiden som resterande del av kyrkan byggdes klart. Det finns kyrkor som aldrig blivit klara utan fått vara just en kyrka som bara bestått av ett högkor (presbyterium, kor och transeptarmar).

Colbaz i Pommern är exempel på en kyrka där långhuset tillfogast i en senare byggnadsfas [10].



Figur 2.5: Domkyrkan efter invigningen 1145. © Illustration Petter Lönegård

Den person som i de flesta skrifter räknas som domkyrkans grundare är dock Knut den Helige. Han tog över tronen som kung över Danmark 1080 efter sin brors död. Knut den Helige gick bort 1086 bara ett år efter sitt omtalade gåvobrev till domkyrkan. Den man som tog över ansvaret för domkyrkan blev då ärkebiskopen Ascer. Ascer gick bort 1137 och hans efterträdare blev Eskil som därmed blev den ärkebiskop som genomförde invigningen av högaltaret år 1145 [9].

Den första domkyrkoarkitekten var italienaren Donatus som tros komma från domkyrkobygget i Speyer. Han var verksam vid domkyrkobygget i Lund till sin död omkring 1135-1140. Den som då kom att efterträda honom som domkyrkoarkitekt var stenmästaren Regnerus. [9]

Med hjälp av rutinerade stenhuggare från Apulien och Lombardiet i Italien och Mainz och Speyer i Tyskland uppförde de Lunds domkyrka. De tros vara kontakter som kung Erik Ejegod knöt på sin pilgrimsfärd genom kontinenten ner mot det heliga landet. Under resan stannade han i Lucca för att inrätta ett ett härbärke och i Konstantinopel där han blev försedd med relikier av Kejsaren Alexios Komnenos. Tyvärr fick resan ett tråkigt slut 1103 då kungen avled i staden Baffe på Cypern [4].

Domkyrkan i Lund var för tiden och platsen ett stort byggnadsverk som skulle uppföras och det behövdes naturligtvis stenhuggare och skulptörer från mer närliggande håll. Intresset var stort hos lokalbefolkningen då de fick möjlighet att arbeta tillsammans och under folk med bred erfarenhet av att bygga liknande katedraler. Skulpturernas komposition och tekniska utförande vittnar

om de nordiska bidragen. Det fanns hantverkare från både Skåne och Gotland representerade [9].

En orsak till att det är svårt att bestämma kyrkans äldsta historia är den brand som 1234 härjade i kyrkan. Efter branden stod det bara kvar ett skal av murverk, inventarierna hade gått förlorade, takstolarna hade bränts av och därmed hade taket störtat in. Murverkens sten färgades rödaktig och yttertaketets blyplåtar smälte och lämnade efter sig blyspår på murverken. Det enda som klarade sig riktigt bra var kryptan vars takvalv förblev intakta.

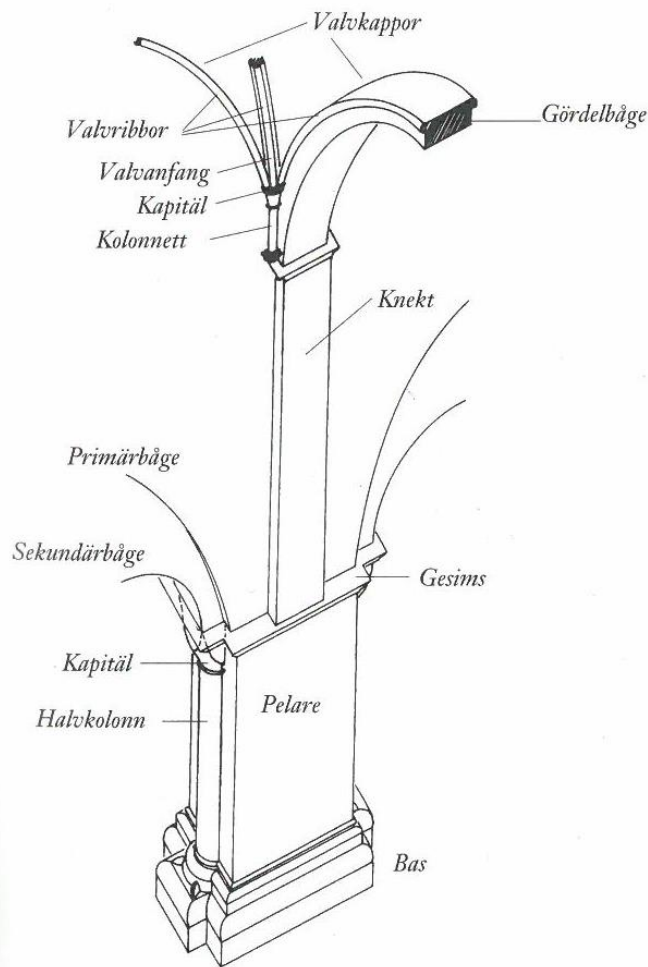
De stora gåvorna som gavs till domkyrkan för återställandet styrker det faktum att det krävdes en omfattande reovering. Som en direkt insats skänktes 100 mark penning till nya takvalv, 200 mark penning till fönster och 13 mark guld till en ny predikstol. För att vidare bevarandearbete skulle vara möjligt blev kyrkan berättigad att vartannat år få avkastning från en jord i Sandby. Det var ärkebiskopen Uffe Thrugotsson som stod bakom dessa donationer. [9].

Det som är lite osäkert här är om de nya takvalven ersatte gamla takvalv som störtat in eller om det blev ett nytt inslag i kyrkan med takvalv. Det är en svår fråga som forskarna har varit oense om [7,9]. Mycket talar för att domkyrkan från början hade ett platt trätak, om sedan valven slagits på 1100- eller 1200-talet finns det inga säkra uppgifter på. Figur 2.6 visar en del byggtekniska termer för olika delar i kyrkan. Delarna i Figur 2.6 från bas upp till första gesimsen är från 1100-talskyrkan medan knekt och de övriga delarna som tillhör valven tillkom efter branden 1234 [8].

Det man med säkerhet kan säga är att konstruktionen inte klarade de påfrestningar valven skapade på intilliggande konstruktion. Brunius betraktar konstruktionen som undermålig, vilket han uttrycker tydligt: ”Ingen sakkunnig lärer väl vid betraktande häraf påstå, att Donatus, som begått så många grundfel, kan räknas till sin tids utmärktaste byggmästare” [11]

Det brev som ärkebiskopen Karl den Röde skrev 1318 bekräftar också detta, där ”vari omnämns, huru mycket avlat man erhållit för att därmed skaffa medel till underhåll och reparationer av domkyrkan, vars takvalv hotade att instörta” [9]. Murverk som från början inte var dimensionerade för takvalv och som inte förstärkts med t.ex. yttre stödpelare med strävbågar hade orsakat detta [9].

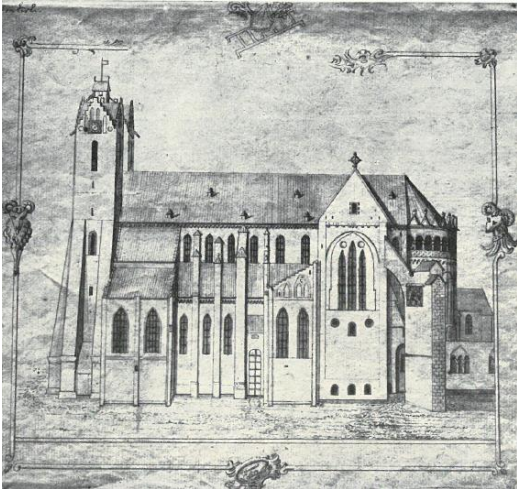
De åtgärder som vidtogs i form av stödpelare med spännbågar är svåra att datera då de byggdes om av Adam van Düren på 1500-talet och av Brunius på 1800-talet. På södra långsidan byggdes två kapell som stöttade upp väggen. Det första byggdes år 1327-1330 i hörnet mellan långhuset och södra transeptet. Detta kunde byggas med hjälp av donationer från Karl den Röde som blivit ärkebiskop 1325. Det andra kapellet byggdes några år efter 1418 invid det södra tornet då Peter Lykke blev ärkebiskop i Lund. Detta kapell var på tal att byggas några år tidigare efter ett gåvobrev från drottning Margareta, men då hon dog av pesten blev hennes önskan aldrig uppfylld. Domkyrkan behöll ändå hennes gåvor [9].



Figur 2.6: Detalj som beskriver pelarens bas upp till valvkapporna. (Rydén T., Lovén B., & Hammar KG., 1995) [4].

Det är alltså idag svårt att bedöma vilka yttre stöd som byggdes, mer än de kapell som byggdes på södra långsidan. Det är inte ens säkert att kapellen var till något yttre stöd av betydelse för murverken. Enligt Brunius saknar kapellen tillräcklig styrka att motverka den horisontella kraften från takvalven [11].

Båda kapellen revs 1811-1812 och idag finns det bara arkeologiska fynd kvar från dem. Figur 2.7 visar hur kapellen var belägna längs den södra väggen, dock är bilden ritad efter Adam van Dürens omfattande reovering på 1500-talet då han bland annat byggde en stor strävpelare på transeptets sydöstra gavel [9].



Figur 2.7: Domkyrkan från söder 1753. (O Rydbeck 1923) [9].

2.2 Domkyrkan på 1500-1700-talet

Domkyrkan i Lund stod i slutet av medeltiden inför en omfattande restaurering, murverken var kraftigt påfrestade och kryptan var fylld med vatten. Reparationerna och underhållsarbetet efter branden 1234 hade varit undermåliga. Det fanns inte heller någon permanent byggnadshytta till domkyrkans förfogande vid denna tid vilket fanns för katedralerna i Tyskland under samma århundraden [11].

2.2.1 Reformation och försvenskning

Lund hade börjat tappa sin ställning som handelsstad redan under 1300-talet. Det var hamnstaden Malmö som började gå om Lund, och på 1400-talet flyttades myntväsendet från Lund till Malmö. Lund hade dock fortfarande status som kyrkligt centrum med en domkyrka som fick ett ansiktslyft i samband med Adam van Dürens restauration i början av 1500-talet.

Det var just detta som var Lunds stads styrka. ”Det var ärkebiskopen, domkyrkan, klostren och de andliga som dominerade staden, även ekonomiskt” [12]. Staden kunde motsätta sig de svenska härjartågen i slutet av 1400-talet och de stridigheter som skedde i början av 1500-talet utan några större konsekvenser på längre sikt [12]. Det var reformationens intåg i Danmark år 1536 som gav allvarliga konsekvenser för Lunds betydelse och status.

Det var Martin Luther som år 1517 började protestera mot den katolska kyrkan. Hans avsikt var då inte att bryta sig ut ur den katolska kyrkan utan snarare att reformera den. Hans agerande orsakade dock en rad nya kyrkobilddningar.

I Danmark började det med att ärkebiskopen i Lund fängslades, och kort därefter övriga biskopar i landet. Den katolska kyrkans organisation började brytas sönder och detta fick katastrofala verkningar för staden Lund. Kyrkor började rivas i staden och klosterväsendet skulle upphöra då det särskilt stred

mot reformationens idéer. Domkyrkan fick som väl är stå kvar och även behålla sina egendomar. Kyrkans övriga egendomar gick förlorade till kronan och frälsemän. Kyrkans minskade inflytande medförde att Lund tappade sin ekonomiska och politiska roll i Danmark [12,13].

Stridigheterna mellan Sverige och Danmark hade under århundranden varit märkbara för staden. Lund ockuperades av svenska styrkor 1644, vilket fick ödesdigra konsekvenser då kungens knektar plundrade och stökade i staden. De stora omkostnaderna för krigen fick också stora konsekvenser för skattekostnaderna för Lund. Lund och Skåne kom till slut att bli svenskt år 1658, då det skrevs ett fredsavtal. Lund hade dock kvar något som ingen kunde ta ifrån staden. Staden hade kvar ett arv från medeltiden och en historia som erkänd handelsstad och kyrkligt centrum. Den hade kvar grenar från kyrkans makt med domkapitel, en hög kyrklig ämbetsman och även en katedralskola som hade blivit ett gymnasium 1619.

Efter fredsavtalet påbörjades försvenskningen av Skåne. Ett steg var att inrätta ett akademiskt universitet. Lund lämpade sig mycket bra för detta då den hade en lärandekultur från katedralskolan och ekonomisk stabilitet från domkapitlet. Biskopen blev nu universitets prokansler och styrman.

Universitetet invigdes den 28 januari 1668 och den 18 februari samma år öppnades dörrarna för de första föreläsningarna. När det än en gång blev oroligheter mellan Sverige och Danmark inleddes det ett krig på skånsk mark 1676, som avslutades med dansk förlust 1679. Då danskarna började känna att Skåne än en gång gled ur deras händer förstörde de och brände upp så mycket av byarna de kunde vid krigets slut. Tyvärr var det då mycket i Lund som brändes ner och totalförstördes, men domkyrkan kom oskadd undan. Lunds universitet stängdes under kriget men kunde återigen öppna sina portar år 1682.

Även om universitetet var småskaligt, med studenter från de närliggande trakterna, var det början på något stort för staden. Klyftorna mellan akademien och de borgliga var dock stora, i likhet med hur det tidigare hade varit mellan kyrkan och de borgliga [13].

2.2.2 Från romansk till gotisk

Det nya ideal som började växa fram i slutet av 1000-talet betonade att skapa större rymd i rummet i jämförelse med det romanska sättet att stänga rummet med massiva väggar och platt trätak. Utvecklingen gick från den enkla tunga konstruktionen med en rörelse som skapar en tydlig siktlinje fram mot altaret till en mer avancerad och lätt konstruktion som skapar rörelse såväl mot det heliga altaret som upp mot himlen [14].

Under gotiken utvecklades tre stycken fundamentala delar, korsribbor, spetsbågar och strävsystem, som tillsammans bildar en optiskt lätt konstruktion, öppnar upp rummet och släpper in rikligt med ljus. Den första kyrkan som byggdes med dessa tre fundamentala detaljer var abbotskyrkan i

St. Denis som uppfördes 1085-1151. Den gotiska arkitekturen gick så långt att murarna till slut upplöstes och väggarna kunde förses med stora fönsterpartier. De smala pelarna mellan de stora fönsterpartierna stöttades upp av strävsystem på utsidan. Detta gav en tydlig bild av hur kraften överfördes från ribborna i korsvalvet ner i spännbågarna, och vidare ner i strävpelarna som ledde kraften ner i marken. En tydlig trycklinje hade skapats. I motsats till den romanska kyrkan, där de tjocka murverken tog upp all kraft i ett system, fördelades nu kraften på tunna vertikala och horisontella system som tog upp krafterna i tydliga trycklinjer. Detta bildade tillsammans ett mäktigt system i harmoni. Pelarsystemen i väggarna behövde nu bara ta upp de vertikala krafterna och kunde därför göras mycket tunna. Bredvid de massiva fönstren gav de en illusion av att de svävade över golvet. Ingen del i den gotiska arkitekturens konstruktion är utan betydelse för dess bärighet [14].

I tron om att stänga ute det profana ljuset dekorerades fönstren med religiösa målningar som bara kunde släppa in det heliga ljuset i kyrkorummet. ”Den förenar alla konster för att i sin bildvärld spegla kosmos” [14]. Det gotiska idealet var att allt skulle kännas stort och rymligt med en optiskt lätt konstruktion med tydliga kraftvägar [14].

2.2.3 Adam van Dürens restaurering

Spår syntes fortfarande efter branden som nästan totalförstörde kyrkan 1234, trots många restaureringar. Dessa restaureringar var genomgående ytliga, och istället för att byta ut delar hade skavankerna blivit överputsade. Nu skulle det ske en grundlig restaurering och till detta arbete hade ärkebiskopen Birger anlitat byggmästaren Adam van Düren. Denne mästare hade varit verksam vid en restaurering i Linköpings domkyrka under åren 1487-1498 och därefter påbörjat uppförandet av Jens Holgersen Ulfstans borg, Glimmingehus. Han var en meriterad man som ansågs kunna bemästra den restaurering som domkyrkan stod inför [9].

Adam van Düren härstammade från Westfalen, vilket avslöjas av språket i hans inskrifter. Adam van Düren uttrycker målande sin frustration när han inser vilket omfattande arbete han tagit på sig: “den må väl en åsna vara, som tager mer på än han kan bära; 1527” [9], se Figur 2.8.

Han tros ha påbörjat restaureringen av Lunds domkyrka mellan 1506 och 1510. Några av de uppgifter han började med var att dränera kryptan som hade vatten stående en meter över golvet, en omfattande ombyggnation av högkoret samt tornpartiet med västra gaveln och transepten.



Figur 2.8: Skulpturmed åsna som fått hela vagnen över sig.

Det främsta avtrycket på kyrkan utifrån sett får nog sägas vara de strävpelare med spännbågar han lät bygga, inte minst den enorma strävpelaren vid södra transeptets sydöstra hörn [9]. Det handlade om att avhjälpa de skador som valven hade orsakat på byggnaden. Transeptets sydöstra hörn hade en betydande utåtlutning och krävde därför ett yttre stöd.

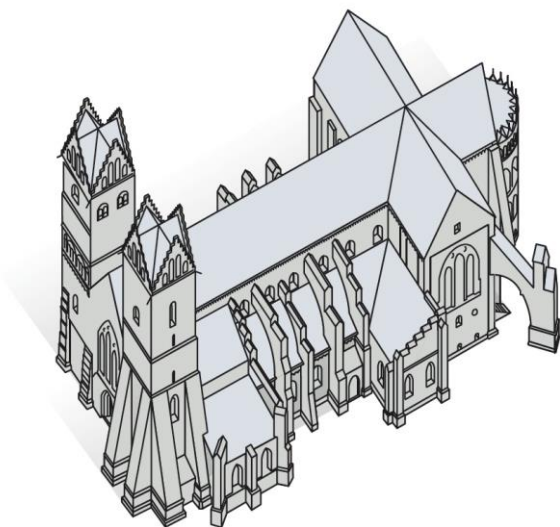
Sydöstra hörnets strävpelare var belägen 19 fot (5.64 m) rakt ut från transeptets sydöstra hörn. Pelaren hade en bredd på 17 fot (5.05 m) och ett djup på 11 fot (3.27 m). På en höjd av 11 fot sträckte sig en spännbåge från strävpelaren till transeptets sydöstra hörn med en nedre anslutningspunkt på 37 fot och en övre på 58 fot. Den var byggd i sandstenskvader som var täckta med sammangjutna sandstensskivor [11]. Strävpelaren med spännbåge syns tydligt i Figur 2.9 som är en bild från domkyrkans östra sida.



Figur 2.9: Domkyrkans östra sida. (O Rydbeck 1923) [9].

Tre stora tredelade fönster hade under tiden 1200-1500 satts in i kyrkan, se Figur 2.7. Två stycken i transeptet, ett i vardera transeptgavel och ett i västfasaden mellan tornen. Av vem och exakt när kan inte sägas med säkerhet. Att Adam van Düren har gjort någon form av tillägg kan fastställas av hans stenhuggarmärken intill fönstren. Det som däremot kan sägas med säkerhet är att de kraftigt försämrar hållfastheten för murverken och att strävpelarnas betydelse blev än större [9].

Både norra och södra transeptet genomgick reparationer av Adam van Düren. Den norra gaveln genomgick den största reparationen av de två där bland annat dess valv helt omslogs. Adam van Düren visar även här vilken skicklig skulptör han var och vilket sinne för bildspråk han gav uttryck för. Som slutsten till detta valv högg han ut ett blödande hjärta. Detta valv är ett av få som undgått en mer grundlig renovering av Zettervall under 1800-talet [9]. Figur 2.10 visar tydligt förvandlingen från den romanska till den gotiska arkitekturen.



Figur 2.10: Domkyrkan under slutet av medeltiden. © Illustration Petter Lönegård

2.3 Domkyrkan på 1800-talet

Lund var vid den här tiden en småstad med ca 3000 invånare, en stad som till största del bedrev jordbruk. På morgon och kväll kunde man se boskap drivas genom staden. Även de mest centrala delarna av staden gav ett lantligt intryck. I anknytning till domkyrkan fanns en svinstia och en ko brukade stå bunden kring södra transeptets strävpelare [6]. Själva domkyrkan var vid denna tid i mycket dåligt skick då underhållet de senaste århundradena inte varit tillräckligt. Fortfarande kunde spår skönjas efter branden som härjade i kyrkan 1234 och stabilitetsproblemen orsakade av valven var fortfarande ett faktum trots genomgripande restaureringar på 1200-1500-talen [9].

2.3.1 Det akademiska bondesamhället

Det var Esaias Tegner som först myntade uttrycket ”den akademiska bondbyn” då han som professor vid Lunds universitet tänkte tillbaka på året 1799, då han kom till Lund för att skriva in sig på universitetet. Det var vid den tiden bara ca 200-300 studenter inskrivna vid Lunds Universitet.

Lund som under 1700-talet hade varit en för sin tids mått ganska liten stad växte och invånarantalet hade nästan fördubblats, men 1800-talets början återspeglade ändå den lantliga småstaden som Tegner vittnar om. Lantbruk låg nära inpå stadskärnan. Det var stora gårdar med stall, lada, kor och grisar. Konsekvenserna av detta var stora halmstackar och gödselhögar och boskap som rörde sig inne i den centrala stadskärnan. Segregationen mellan borgarna och akademien var ändå påtaglig. Det gick så långt att man 1744 uppförde en mur runt hela Lundagård [13].

Den lantliga idyllen kom att förändras under 1800-talet då befolkningmängden sexdubblades från lite drygt 3000 till närmare 17000 invånare. Det var stadens viktigaste två delar, jordbruket och universitetet, som växte och förde med sig en våg av välstånd. Jordbruket började expandera på 1800-talet då nya redskap och metoder medförde rikare avkastning till bönderna. Tullavgifter vid stadsgränsen avskaffades och gjorde handelsflödet lättare. När mer pengar började komma i rullning ökade behovet av försäkringsföretag och banker, och dessa slog upp sina kontor i Lund.

Universitetet växte och fick en allt större spridning i staden. För att kunna behålla läkarutbildningen i staden byggdes lasarettet ut efter ritningar av Helgo Zettervall. Kirurgiska kliniken stod färdig 1868 och kunde då ge större utrymme för den kliniska undervisningen [13].

I början av 1900-talet hade universitet fått nya behov när både den offentliga och privata sektorn hade växt och behovet av högutbildad personal ökade. Staden bara växte och detta tack vara att dess potential hade börjat utnyttjas [13].

2.3.2 Konserverande och återskapande restaurering

Restaurering kommer från det latinska ordet *restaurare* som betyder ”återställa”. Det handlar här om att återställa en byggnad till sitt ursprungliga utseende. Denna definition kan tyckas tydlig och klar men har ändå uppfattats olika av tidernas största restauratörer, för hur avgör man vad som är det ursprungliga utseendet när sekel har gått och tiderna har förändrat både koncept och kontext i byggnadens miljö? Två metoder som här kommer tas upp är konserverande och återskapande restaurering. Dessa två metoder skiljer sig avsevärt men har i grunden samma syfte.

Den konserverande metoden handlar om att med små medel framhäva föremålets ursprungliga utseende och bromsa åldrandet. En definition på detta är ”att fördröja kemiska nedbrytningsprocesser i olika material för att bevara dess originaltillstånd och autenticitet så långt det är möjligt” [15]. Vid

bevarande av byggnader handlar det om att med mindre kompletteringar få föremålet att förmedla sitt tänkta budskap. För att föremålet skall behålla sin ursprunglighet och äkthet är det viktigt att de kompletterade materialen är reversibla och skiljer sig från originaltekniken. Detta för att det tillsatta materialet lätt skall kunna avlägsnas och för att förhindra tolkningsproblem [15].

Den återskapande metoden är mycket mer omfattande och handlar om att man skall återskapa byggnaden som historien säger att den var byggd. Detta var ett nytt ideal som skapades i Frankrike i början av 1800 talet, efter den franska revolutionen då många av de franska kyrkorna förstördes. En kommission för historiska monument bildades då i Frankrike och den franske arkitekten Eugène Viollet-le-Duc kom att bli en av de utvalda arkitekterna till de påbörjade restorationerna. Han kom efter detta att bli en av de främsta stilrestauratorerna på 1800-talet. ”Att restaurera en byggnad är inte detsamma som att underhålla, reparera eller bygga om den. Det är att återställa den i ett fullständigt tillstånd, som inte behöver ha existerat vid någon given tidpunkt” [16]. Denna revolutionerande uppfattning kanske grundar sig i att Viollet-le-Duc själv tillbringade sin ungdom med forskning om medeltidens bygghistoria istället för akademistudier.

Det får ändå sägas att Viollet-le-Duc gjorde grundliga vetenskapliga bedömningar när han utförde sina restaureringar. Detsamma kan man inte säga om alla som tog efter hans ideologi . En av de svenska arkitekter som tog efter honom var Helgo Zettervall, vilket främst märktes vid ombyggnaden av Lunds domkyrka [16].

2.3.3 Brunius och Zettervalls restaureringar

I föregående kapitel omnämndes tiden från efter Adam van Dürens restaurering till 1800-talet som förfallets tid. 1800-talet måste då refereras till som domkyrkans uppgång, en tid med två omfattande restaureringar ledda av två helt skilda personligheter. Dessa två män hade olika bakgrund och ideologier om hur ett restaureringsarbete skulle gå till. Restaureringarna ägde rum 1833-1859 och 1860-1880. Den första restaureringen leddes av professorn i grekiska, Carl Georg Brunius, efter ett restaureringsförslag av hovarkitekten Axel Nyström [9].

Brunius hade sedan länge förespråkat en restaurering av domkyrkan. Det som startade restaureringen var behovet av att hitta en plats till en ny orgel för kyrkan. Hovarkitekten Axel Nyström kallades då ner från Stockholm för att konsultera. Förutom att bestämma orgelns nya plats föreslog han att lektormuren mellan långhuset och högkoret skulle rivas och ersättas med en trappa. Detta var en stor utmaning för Brunius som saknade formell utbildning inom området. Men det var en uppgift som han tog sig an på ett bra sätt även om tecken på hans bristande tekniska kompetens gjorde sig gällande.

Den stora förändringen i kyrkorummet var att långhuset nu blev sammanbundet med högkoret. Dessa två delar hade tidigare varit separata rum. Även exteriören genomgick en större förändring när Brunius tog ner den stora strävpelaren i transeptets sydöstra hörn och byggde om ett flertal andra strävpelare till en mindre iögonfallande storlek och karaktär. De större ändringarna som genomfördes i kyrkans rum får tillskrivas Nyström. Den restaurering Brunius för övrigt bedrev får sägas vara mer av bevarande karaktär. Det var allt från förstärkningar av murverk och pelare med hjälp av ankarjärn till att reparera kolonnerna nere i kryptan. Han var mycket noggrann och korrekt i sitt genomförande och dokumenterade allt, både före, under tiden och efter restaureringen [6,11].

Efter honom var det dags för den unge arkitekten Helgo Zettervall. Endast 27 år gammal fick han ta över titeln som domkyrkoarkitekt och därmed ansvaret för att leda en restaurering av domkyrka. Med stora visioner och Eguène Viollet-le-Duc som förebild ville han återskapa kyrkan till sitt ursprungliga utseende [4]. De gotiska tilläggen skulle bort och den romanska kyrkan skulle lyftas fram. Hans vision var så stark att han gjorde kyrkan mer romanskt korrekt än den någonsin hade varit, och bland annat detta har han fått kritik för.



Figur 2.11: Restaureringsförslag av Zettervall. © Domkyrkomuseet i Lund

Ända sedan Zettervall först påbörjade ombyggnaden av domkyrkan hade han Brunius emot sig. Brunius såg det som ett underkännande av sitt eget verk och stred därför mot Zettervalls arbete. Det gick så långt att man tillsatte en restaureringskommission som bestod av två arkitekter, Hansen och Meldahl samt konsthistorikern professorn Höyen. De bestämde att Zettervall var tvungen att göra en restaureringsplan för det fortgående arbetet. Till Brunius nackdel sympatiserade den nyinkallade kommissionen mer med Zettervalls ideologi än Brunius. Zettervall ville återskapa den romanska katedralen från 1100-talet. För att gestalta en romansk katedral skulle de gotiska tilläggen

bort, alla yttre strävpelare med spännbågar och takvalven i långhuset skulle rivas ner och bytas ut mot ett platt trätak. Mansardtaket skulle byggas om till det ursprungliga spetsiga sadeltaket och tornen skulle byggas om med kolonnettgallerier i flera våningar som avslutas med ett spetsig kon, se Figur 2.11. Förslaget gillades av kommissionen men godtogs inte av domkyrkorådet, staden Lund, samt konsistoriet [9].

Zettervall fick alltså inte igenom sitt förslag, men energisk och listig som han var kunde han ändå bit för bit genomföra de restaureringar han hade presenterat. Vid slutet av restaureringen hade han lyckats genomföra nästan alla de ändringar som presenterades i det första förslaget. De stora förändringar som han inte fick igenom var bland annat de tre tornen i den östligaste delen samt att byta ut valven mot trätak [9]. Det som var utmärkande för hans restaureringsarbete, förutom den återskapande ideologin, var valet av innovativa material och konstruktionslösningar. För att kunna riva strävpelarna utan att ersätta korsvalven med platt trätak var han tvungen att bygga en takkonstruktion som kunde klara denna utmaning. Han valde då en för tiden avancerad takkonstruktion i järn med Polonceau-takstolar som primärt bärverk [4].

2.4 Domkyrkan idag

Lund är idag en blomstrande universitetsstad med lite drygt 100 000 invånare, och en stad som har en tydligt bevarad historia. Än idag, lite drygt 900 år efter att domkyrkan byggdes, är platsen där domkyrkan ligger en tydlig knutpunkt i staden. Staden är också fortfarande internationellt synlig. Lund har gått från att vara ett ärkebiskopssäte på 1100-talet till att vara en stad med ett stort erkänt universitet med en omfattande internationell verksamhet. En stor forskarby, IDEON, som gör det möjligt för spinoff-företag från universitet att leva vidare i staden har byggts, och en multinationell forskningsanläggning, ESS, håller just nu på att planeras.

2.4.1 Domkyrkans nuvarande utseende

Längst i öster i absidens valv är Kristus avbildad i ett omfattande verk av mosaik gjort av konstnären Joachim Skovgaard. Absidvalvet byggdes om under Zettervalls restaurering. Zettervall rekommenderade då Joachim Skovgaard till uppdraget att dekorera valvet. Det hela drog ut på tiden då domkyrkorådet tyckte att det skulle kosta för mycket men efter många turer kunde arbetet komma igång 1925 och stå färdigt 1927. Kort därefter utfördes glasmålningar i både absiden och transeptet. Detta kan räknas till de största tilläggen i kyrkan på 1900-talet [4].

Det som kanske har förändrat domkyrkans utseende mest på 1900-talet får nog däremot sägas vara ett borttagande. Domkyrkan har nu för första gången en synlig fasad av sandsten såväl utvändigt som invändigt. De innovativa metoderna Zettervall använde sig av vid sin restaurering åldrades inte med

skönhet. Den cementputs han putsade med på sandstenen inne i kyrkan hade snabbt börjat vittra sönder och flagna av från väggarna och målningarna hade börjat mörkna. Eiler Grebes blev 1900-talets stora restauratör för domkyrkan och bedrev en restauration från 1954-1963. Ideologin om en återskapande renovering hade nu gått ur tiden. Det nya idealet var att varje tillägg skulle få tala för sin tid. Cementputsen från väggarna togs bort för att få fram sandstenen. Kyrkan har aldrig sett ut så här tidigare och det var inget man falskt försökte återskapa men däremot ansågs det mindre falskt än att behålla cementputsen med de pastischartade dekorationsmålningarna [4].

2.4.2 Blomstrande universitet och bevarad ”kulturkvadrant”

Idag är Lund känt som idéernas stad. En stad som inbjuder med en allmänt erkänd forskarmiljö med ett stort universitet och en stor forskarpark. Även andra stora forskningsanläggningar håller på att planeras och byggas, som ESS och MAX IV.

Staden har en gammal och väl bevarad stadsbild. Den tidigare stadsvallen gör sig fortfarande tydlig längs vallgatorna runt stadens centrum. Ett område i nordöstra Lund är mer exakt bevarat i sin utformning sedan 900-talet. Detta tack vara att politikerna utsåg området som kulturmärkt och det därmed inte fick bebyggas hur som helst. Området är sedan dess känt som kulturkvadranten [17]. Detta skapar tillsammans det Lund är idag, en levande stad med tydliga anor från medeltiden.

2.4.3 Bevarandearbete i virtuell form

Domkyrkorådet gör nu en stor satsning på bevarandearbete för Lunds domkyrka. Det handlar denna gång inte om någon större restaurering. Satsningen ligger istället i att skapa en virtuell modell av domkyrkan. Med hjälp av avancerad laserteknik och fotoskanning skall kyrkan nu avbildas med stor noggrannhet.

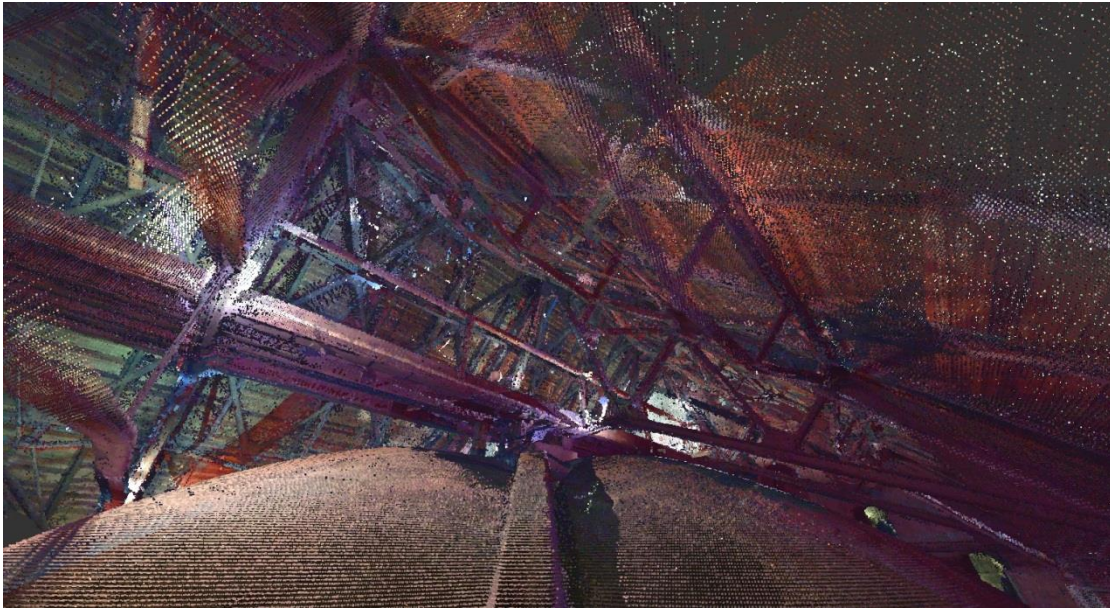
Arbetet inleds med det praktiska inmättningsarbete som utförs av Swecos mättingenjörer. Det utförs med en laserskanner som avbildar verkligheten i 3 dimensioner genom att skannern snurrar 360 grader runt sin lodräta axel och 270 grader runt sin vågräta axel och skickar ut hundratusentals mätpulser per sekund, se Figur 2.12 [18].



Figur 2.12: Fotoskanner i domkyrkan.

För att passa in avbildningen med ett geodetiskt stornät börjar inskanningsarbetet med att mäta in skannerns position. Utanför domkyrkan har skannern placerats och mätts in från nio stycken olika nyckelpunkter. Det har sedan mätts ut nya strategiska reflexmärkta nyckelpunkter inuti domkyrkan för att vidare kunna mäta in konstruktionen inifrån. Dessa märken kommer att sitta kvar i kyrkan för att underlätta nya mätningar.

Det krävs flera olika uppsättningar/mätningar för att få med alla utrymmen i kyrkan. De har utförts både från golvnivå och uppe på ställningar. Tack vare att alla punkter är koordinatsatta mätvärden kan resultatet ifrån flera laserskanningsuppsättningar sammanfogas till ett komplett punktmoln. Figur 2.13 visar ett exempel på resultat från inskanningen. Bilden visar utrymmet ovanför valvet och man kan urskilja en av huvudbågarna i kryssvalvet samt olika delar i stålkonstruktionen. Det kraftigaste raka elementet i bilden tillhör inte den bärande konstruktionen, utan är en gångbro i trä som används vid inspektion av utrymmet [18].



Figur 2.13: Punktmoln från inskanningen av södra transeptets loftgång.

Parallellt med laserskanningsarbetet utför också Riksantikvarieämbetet fotoskanning. Fotoskanningen innebär att alla ytor fotograferas med digitalkamera för att sedan kunna leverera färgvärden med hög upplösning till den färdiga 3D-modellen.

De punktmoln som mätteknikerna får fram är i PTX-format. Den rå-data som mätteknikerna lämnar över till projektets 3D-utvecklare kräver bearbetning. För att filerna skall kunna öppnas i ritprogram som Revit görs filformatet om från PTX till RCE. Hanteringen spelar mycket stor roll då punktmolnen inte får tappa för mycket information för att ge ett noggrant resultat, men de kan samtidigt inte innehålla för mycket information för att kunna vara hanterbara i datorprogrammen. När 3D-utvecklaren är färdig med konverteringen mellan filformaten skickas punktmolnen över till arkitekterna.

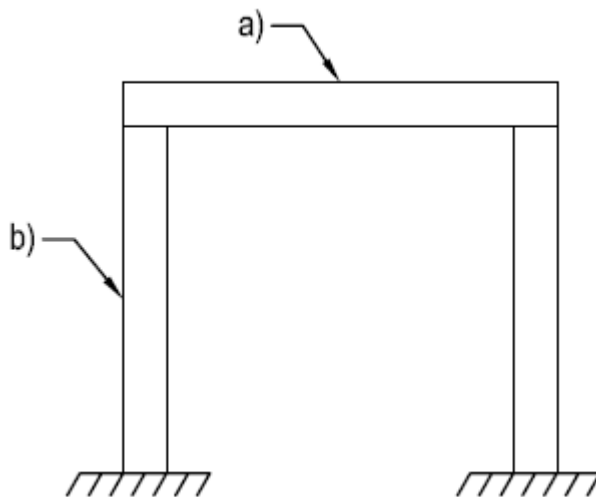
Arkitekterna använder punktmolnen som underlag vid renritning och framställning av 3D-ritningar/CAD-modeller. Detta arbete utförs för hand och med noga avvägning för att ta hänsyn till de byggnadstekniska aspekterna i byggnaden.

I detta examensarbete har punktmolnen används för att ta fram ritningar på de delar av domkyrkan som berörs. Det har främst varit den överliggande stålkonstruktionen, men även mått på valven och murverken. Två olika punktmoln har här använts som underlag. Ett punktmoln över hela södra transeptets loftgång där punkttäthet inte var maximal, detta för att renritning över plan och sektioner inte kräver det tätaste punktmolnet. Vid renritning över tvärsnitten på stålbalkarna krävs det betydligt tätare punktmoln för att få ett bra resultat och för att filen samtligt inte skall bli för stor har ett mer avgränsat punktmoln kring stålbalkarnas tvärsnitt använts. Förutom att sköta den administrativa hanteringen av datormängderna bygger även 3D-samordnaren upp en WEBGL-applikation där den färdiga 3D-modellen kan

visualiseras genom en webbläsare. I applikationen är det möjligt att skriva dokumentation och koppla dokument till en geografisk plats i 3D-modellen. Detta gör det lätt att hitta all relevant information baserat på geografiska utsökningar och metadata [18].

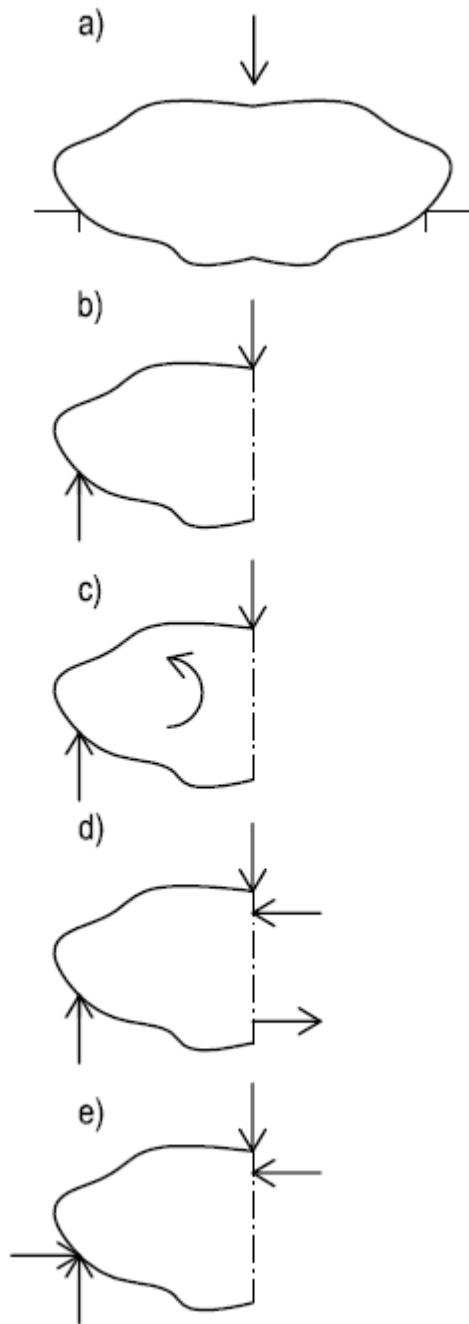
3 Horisontella och vertikala bärverk

Man brukar skilja på horisontella och vertikala bärverk, Figur 3.1. Som namnet antyder är horisontella bärverk konstruktionslement som ligger i det horisontella planet och då fördelar lasterna till sina yttre stöd. Dessa utgörs av vertikala bärverk som ligger i det vertikala planet [19].



Figur 3.1: a) Horisontellt bärverk. b) Vertikalt bärverk.

Figur 3.2a visar en kropp som är upplagd på två upplag. Denna kropp utgör ett horisontellt bärverk som utsätts för en vertikal punktlast. I Figur 3.2b har kroppen snittats vertikalt vid lasten och vänster del visas. Upplaget har här ersatts med en vertikal upplagskraft. För att kroppen skall vara i vertikal jämvikt krävs det att upplagskraften är lika stor som, men motriktad den yttre lasten. Det kraftpar som illustreras i Figur 3.2b ger dock upphov till ett moment i kroppen, kroppen är därför inte i momentjämvikt. För att uppnå momentjämvikt krävs alltså ett moment som motverkar kraftparet, vilket symboliskt visas i Figur 3.2c. Detta moment åstadkoms ofta genom ett horisontellt kraftpar, som antingen utgörs av två inre horisontella krafter, se Figur 3.2d, eller en yttre och en inre horisontell motkraft, se Figur 3.2d. Skillnaden är alltså om det horisontella bärverket har ett yttre horisontellt stöd eller ej.



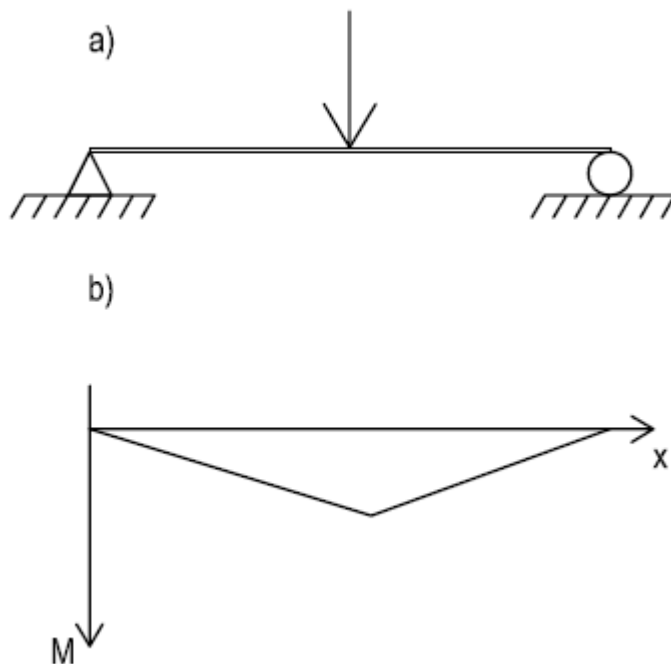
Figur 3.2: Illustration av hur en kropp tar upp en punktlast. a) Kropp placerad mellan två upplag som utsätts för en punktlast. b) Halva kroppen med vertikalkrafter. c) Halva kroppen med krafter och moment. d). Halva kroppen utan yttre horisontellt stöd. e) Halva kroppen med yttre horisontellt stöd.

Det är av yttersta vikt att beakta randvillkoren vid modellering av konstruktioners verkningsätt. Med detta menas att skilja på hur ett upplag tar upp kraften. I Figur 3.2d tar upplaget bara upp vertikal kraft medan det i Figur 3.2e både tar upp vertikal och horisontal kraft. Verkningsättet i en konstruktion blir helt olika beroende på vilket randvillkor som antas. I Figur 3.2d blir det tryck i ovankant och drag i underkant medan det bara blir tryck i

ovkant i Figur 3.2e. Även om vanliga material för takstolar som trä och stål kan ha något bättre tryckhållfasthet än draghållfasthet är det högst marginellt. Det som däremot spelar in när en konstruktion likt en takstol analyseras är knutpunkterna mellan takstolens stänger och balkar. Dessa klarar ofta tryck betydligt bättre än drag. Av den anledningen är det mer fördelaktigt att upplagen tar upp även horisontalkraft. Fördelarna med att upplagen inte tar upp horisontalkraft är att de då inte behöver dimensioneras för detta. T.ex. kan väggarna i ett hus göras betydligt slankare om de bara behöver ta upp vertikallaster [20].

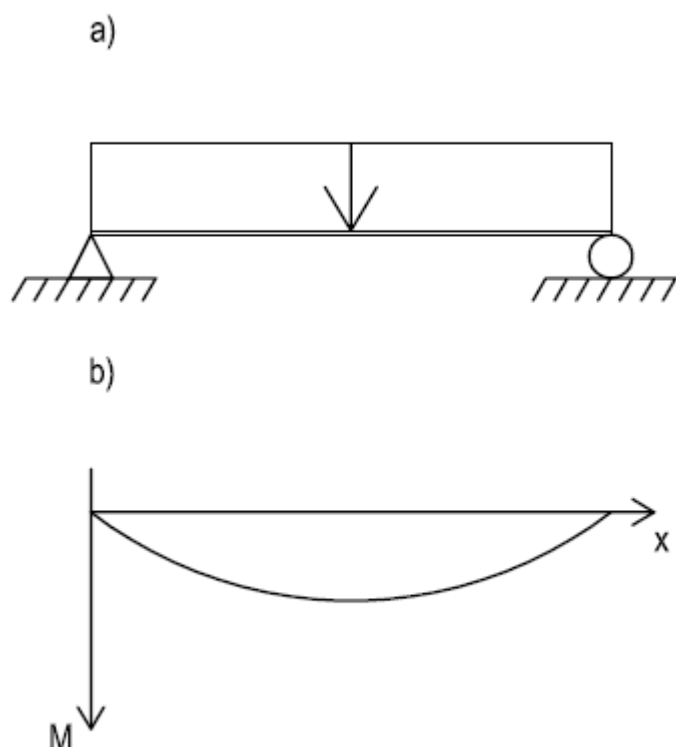
När ett horisontellt bärverk i form av en balk utsätts för en yttre vertikallast kommer den att utsättas för ett inre moment. Genom att rita upp och studera momentdiagrammet för bärverket får man en uppfattning om hur tvärsnitt bör utformas för att på effektivaste sätt utnyttja materialet.

Nedan visas momentdiagrammet för en balk som utsätts för en punktlast, Figur 3.3a och för en utbredd last, Figur 3.4a. När balken utsätts för en punktlast i mitten kommer det att bli ett linjärt varierande moment som visas i Figur 3.3 b.



Figur 3.3: a) Balk som utsätts för en yttre punktlast. b) Momentdiagram för balken.

När samma balk istället utsätts för en utbredd last kommer denna att ge upphov till ett kvadratisk varierande moment, Figur 3.4b.



Figur 3.4: a) Balk som utsätts för en yttre utbredd last. b) Momentdiagram för balk.

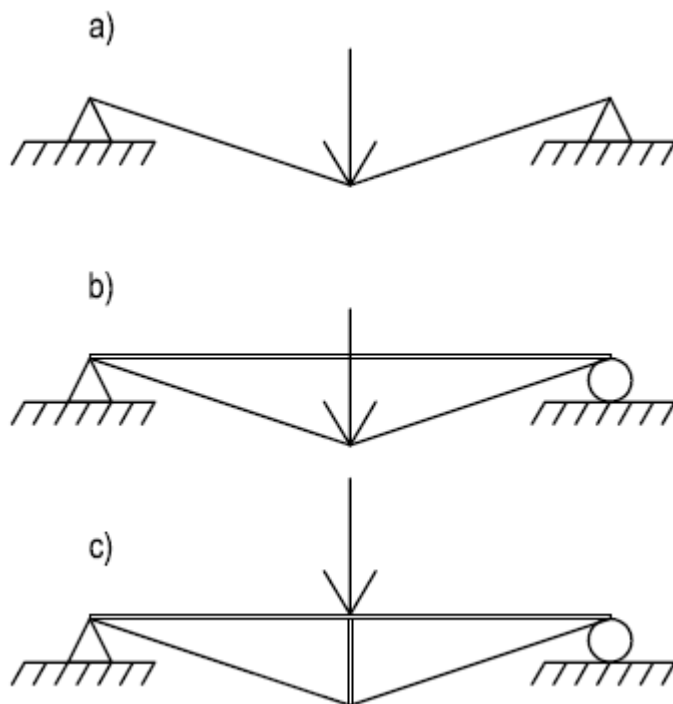
Då man bär genom böjning kan man alltså optimera materialanvändningen genom att variera tvärsnittet längs med balken så att det är större där momentet är större. I ett visst snitt kan man optimera tvärsnittsformen genom att se till att den inre hävarmen blir så stor som möjligt för en viss tvärsnittsarea. Detta leder till att så mycket material som möjligt skall placeras långt ut från balkens tyngdpunktslinje. Den klassiska I-balken bygger på denna princip.

Vid längre spännvidder blir det ohållbart att ha en rak balk som horisontellt bärverk eftersom erforderliga dimensioner växer snabbt. Här krävs det en struktur som förlänger hävarmen i det horisontella kraftparet. Detta kan t.ex. åstadkommas med en underspänd balk, en takstol eller någon typ av fackverk. Grundprincipen i dessa bärverk är av samma slag, att få ett system där kraften bärs axiellt i systemets element.

Man kan även bära laster med bara dragkraft, som i ett hängbärverk. För att förstå denna princip kan man utgå från en lina som utsätts för samma yttre krafter som ovan i Figur 3.3a och 3.4a. När linan utsätts för en last i mitten kommer det att bli en konstant dragkraft i linan eftersom den inte utsätts för några laster bortsett från punktlasten. Momentdiagrammet är identiskt med det i Figur 3.3b. Eftersom den horisontella kraftkomponenten i linan är konstant och momentet varierar linjärt måste hävarmen variera linjärt, d.v.s. linan får

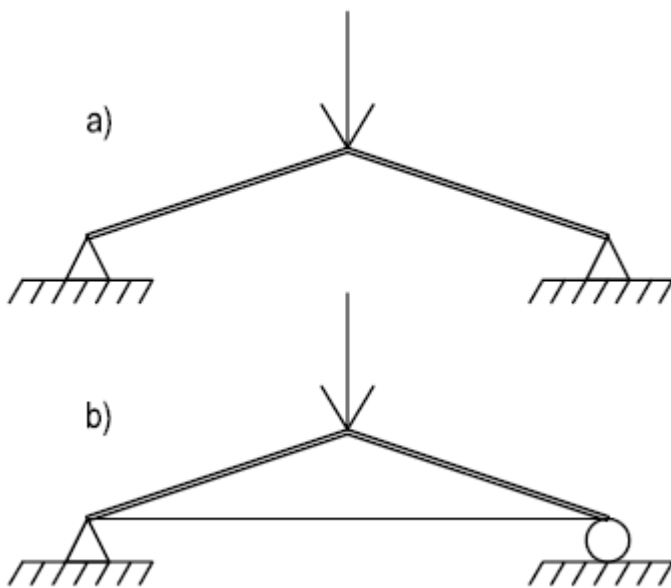
formen i Figur 3.5a. I likhet med en balk som utsätts för en punktlast kommer den alltså att bilda ett mönster som är linjärt varierande.

Nackdelen med linan blir dock att den kommer utsätta upplagen för både en vertikal och horisontell komponent. Det krävs alltså att upplagen kan ta hand om horisontell kraft, större kraft ju flackare lutningen på linan är. För att få ett system som även tar hand om den horisontella komponenten kan ett stag placeras mellan upplagen som visas i Figur 3.4b. Detta stag kommer nu att bli tryckt. Den yttre lasten angriper nu linan som tar upp kraften genom drag och leder kraften vidare till stängen mellan upplagen som tar upp kraften genom tryck. Om den yttre kraften istället skulle angripa mitt på staget mellan upplagen kan ytterligare ett stag placeras mellan staget mellan upplagen och linan vilket visas i Figur 3.4c. Detta är principen för en underspänd balk som är grunden till Polonceau-takstolen som behandlas senare i detta kapitel.



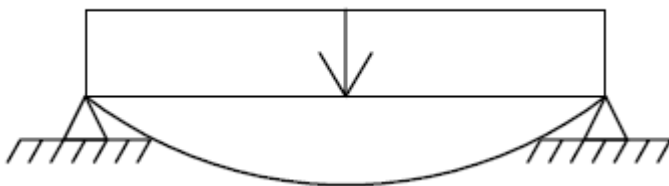
Figur 3.5: En lina utsätts för en yttre punktlast. a) Linan bildar en linjärt varierande hävarm. b) För att ta hand om horisontalkrafterna placeras ett stag mellan upplagen. c) En underspänd balk.

Om man istället vänder upp och ner på linan och antar att den nu är gjord av ett material som kan ta upp tryckkraft har man skapat en struktur som i likhet med linan tar upp kraften rent axiellt men nu med tryck istället för drag, vilket visas i Figur 3.6a. På ett liknande sätt som för linan är det att föredra att placera ett stag mellan upplagen som kan ta upp de horisontella komponenterna vilket visas i Figur 3.6b. Detta för att inte utsätta upplagen för horisontella kraftkomponenter.



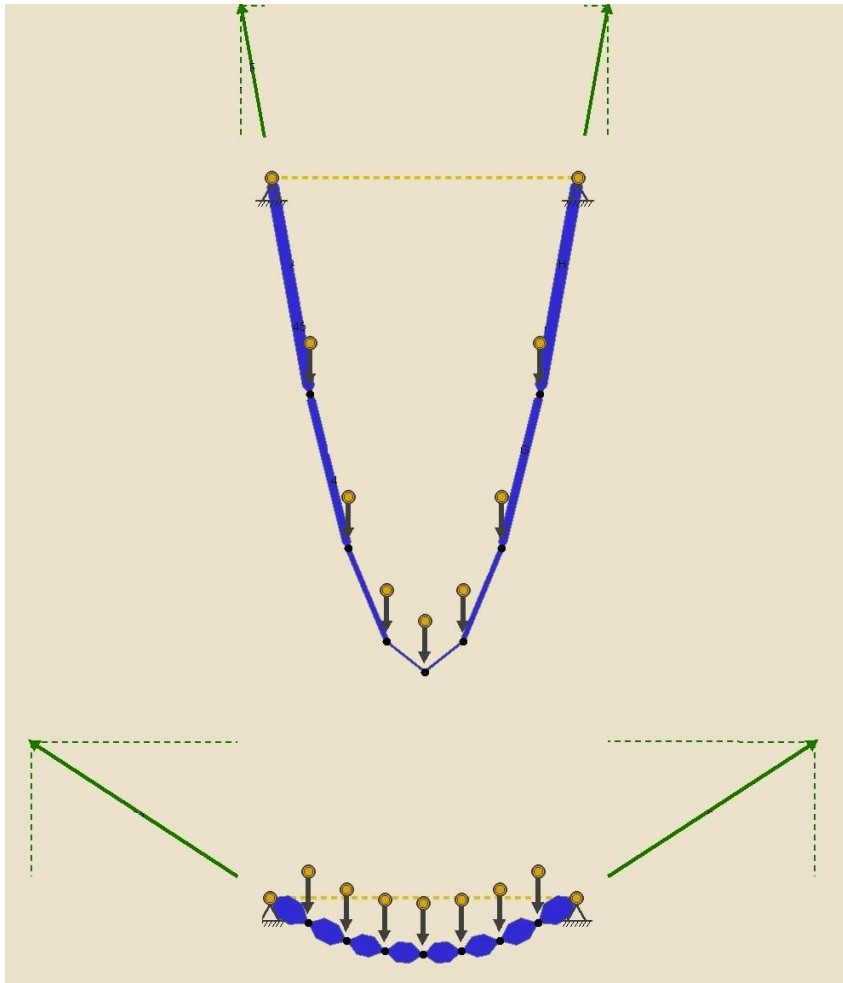
Figur 3.6: a) Upp och nervänd lina utsatt för punktlast i mitten. b) Med stag mellan upplagen.

När linan istället utsätts för en jämnt utbredd last (konstant last per horisontell längdenhet) kommer den att bilda en andragradskurva, Figur 3.7. Den horisontella kraftkomponenten i linan är konstant eftersom linan inte utsätts för någon horisontell yttre last. För att momentet skall variera kvadratisk måste då hävarmen variera kvadratisk och linan får samma form som balkens momentdiagram.



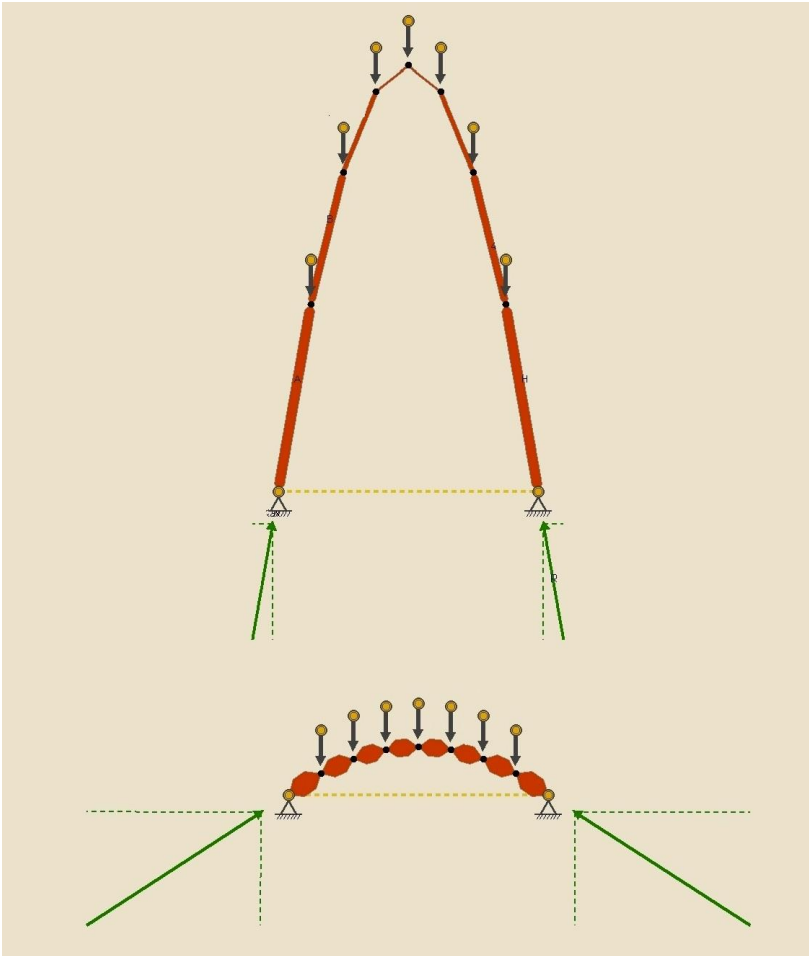
Figur 3.7: a) En lina utsätts för en jämnt utbredd last. Linan bildar en andragradskurva.

Om linan belastas med konstant last per meter lina fås istället en cosinus hyperbolicuskurva. Vid en bågform kommer det alltid att bli både vertikal- och horisontalkomponenter vid upplag, ju flackare bågen är ju större blir horisontalkomponenten. Detta visas tydligt i Figur 3.8 som har gjorts med en applikation som MIT tagit fram [21].



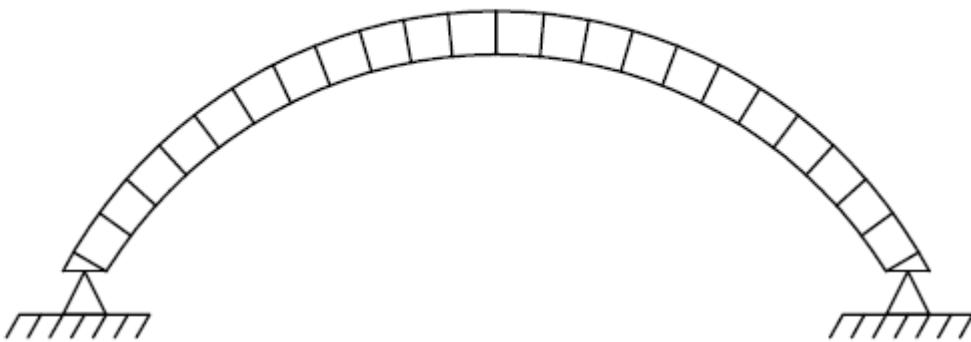
Figur 3.8: Upplagskrafter för en lina [21].

Om man vänder upp och ner på lina och antar att den kan ta upp tryckkraft har man skapat ett valv med optimal trycklinje för en jämnt utbredd last. Detta är grundprincipen för ett valv. I Figur 3.10a visas trycklinjen i ett valv och i Figur 3.10b visas hur en sten håller sin jämvikt i systemet. Valvet kommer i likhet med lina att verka med både en vertikal och horisontalkomponent på upplagen. Ju flackare valvet är ju större blir horisontalkomponenten vilket visas tydligt i Figur 3.9.



Figur 3.9: Upplagskrafter för ett valv [21].

a)



b)



c)



Figur 3.10: a) Stenvalv. b) Ett isolerat stenblock med utritade krafter. c) Jämvikt.

Här har det bara nämnts två olika lastfall med samma förutsättningar på upplagen. Detta för att leda in på principerna underspänd balk och stenvalv. Det är dock en generell princip att man kan belasta en lina med en viss last och se vilken form den antar för att sedan använda denna form upp och ner för en rent tryckt konstruktion. En arkitekt som med hjälp av denna princip testade flera olika kombinationer av last och form och utformade en hel kyrka var Antoni Gaudi. Vid projekteringen av La Sagrada Familia gjorde han en modell av trådar med fastknutna sandpåsar, Figur 3.11, för att få fram geometrin till kyrkan [22].



Figur 3.11: La Sagrada Familia, modell av sandpåsar hängande i snören. (Foto: www.wikimediacommons.org [23])

3.1 Valv och kupoler

Med valv och kupoler menas murverkskonstruktioner som täcker över ett rum. Det är en mycket gammal byggteknik som har tillämpats i många viktiga politiska och religiösa byggnader. I området Mykene i Grekland har man hittat byggnader med valvteknik från 1300-talet före Kristus och i Rom i Italien byggdes på 100-talet före Kristus Pantheon som har en kupol med en diameter på hela 43 meter. Flera äldre kända kyrkor såsom Katedralen i Florens och Hagia Sofia i Istanbul som byggdes på 500- och 600-talet har även de imponerande kupoler [24].

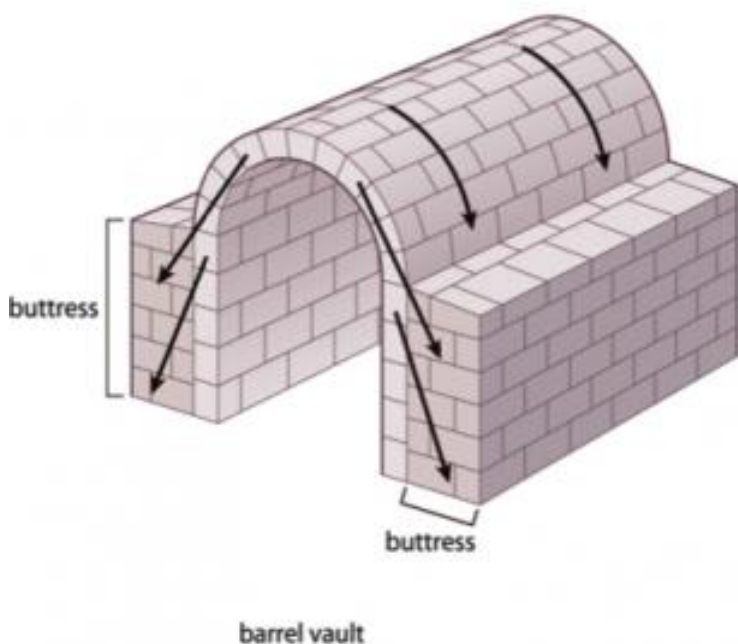
Vid gotikens intåg på 1100-talet tillkom en vidareutveckling på valven i form av kryssvalv som blev ett vanligt inslag i de gotiska kyrkorna. Med en dokumenterad historia på över 3000 år är ändå grundidén densamma, ”Valvet bildas av stenar med sådan form och så lagda att de genom sin inbördes spänning uppbär varandra” [25].

För att förbättra konstruktionens beteende utvecklades cementen som användes för att foga samman stenarna i Rom omkring år 100 före Kristus [19]. Denna teknik användes bland annat när Pantheon byggdes.

I denna rapport kommer främst två typer av valv att behandlas. Tunnvalv som var det vanligaste valvet i den romanska arkitekturen och kryssvalvet som var den vanligaste valvtypen i den gotiska arkitekturen [8,14].

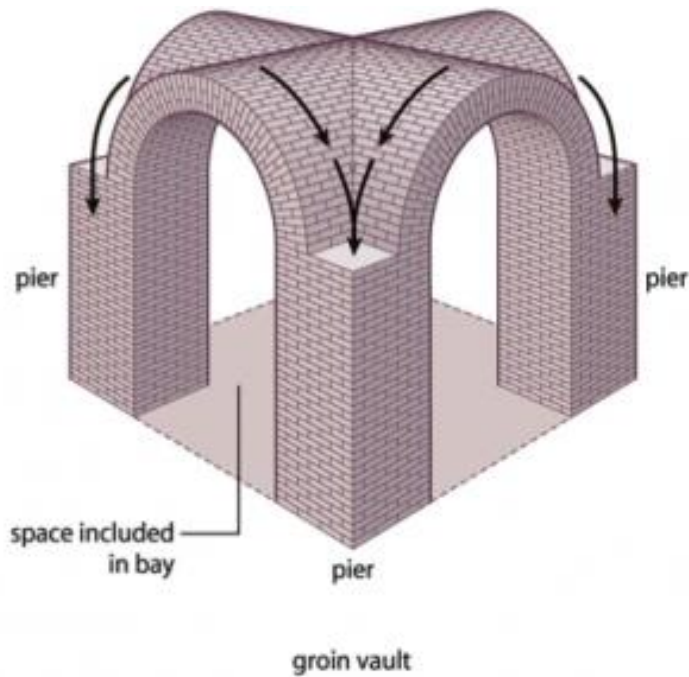
3.1.1 Tunnvalvets och kryssvalvets princip

Tunnvalvet är ett valv i sin enklaste form, vilket har formen av en halv ihålig cylinder. Nackdelen med denna typ av valv det är att den genererar en stor horisontell kraft. Det krävs kraftiga murar för att ta hand om horisontalkrafterna, se Figur 3.12 [26].



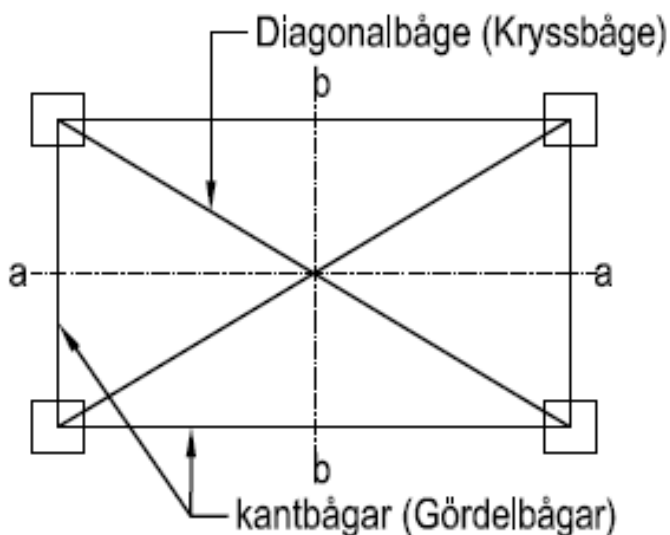
Figur 3.12: Tunnvalv. (Illustration: www.koofers.com [26]).

För att kunna öppna upp muren utvecklades kryssvalvstekniken. Den enklaste formen av ett kryssvalv är två korsande tunnvalv som visas i Figur 3.13. De två korsande tunnvalven genererar bara krafter i hörnen på konstruktionen som visas i Figur 3.13 [26].



Figur 3.13: Två korsande tunnvalv. (Illustration: www.koofers.com [23]).

Kryssvalvet är uppbyggt av fyra valvkappor som bär mellan kant- och diagonalbåge, se Figur 3.14. Valvkapporna är antingen enkelkrökta, se Figur 3.14, eller dubbelkrökta. Med enkelkrökt valvkappa menas att valvet är utformat så att valvkapporna endast är krökta kring a-a eller kring b-b, se Figur 3.14. Detta innebär att all last från valvet verkar på diagonalbågarna. Dubbelkrökta valvkappor däremot är krökta både kring a-a och b-b. Detta medför att valvet överför last både till diagonalbågarna och kantbågarna [26].



Figur 3.14: Planskiss över ett kryssvalv (Bild Humble, O [26]).

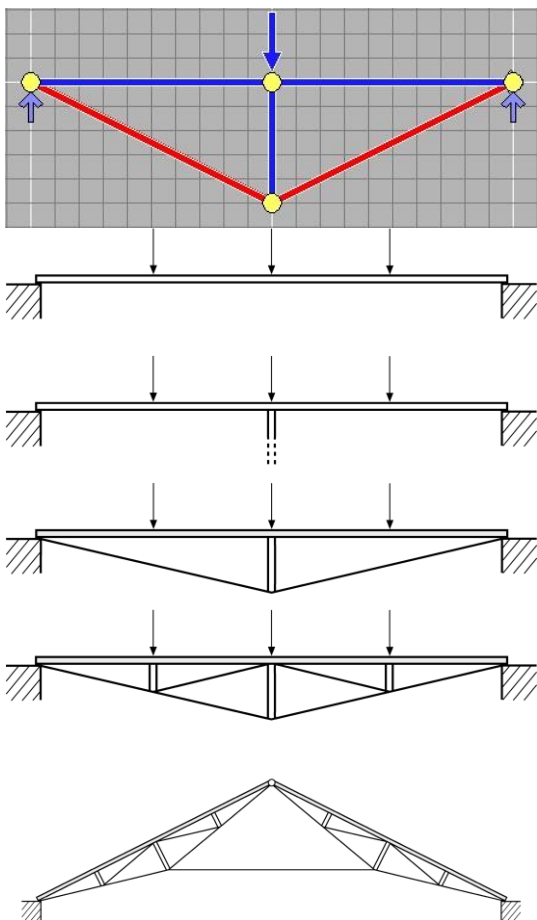
3.2 Takstolar

Den äldsta kända takstolen man har hittat är från 500 eKr och finns i S:a Catharina kloster på Sinai-halvön [28]. Grundprincipen är att skapa ett system som stagar upp de yttre balkarna från böjning. Det finns en mängd olika utföranden av en takstol. Den typen av takstol som finns i Lunds domkyrka och därför i denna rapport skall diskuteras lite närmare är Polonceau-takstolen. Denna typ av takstol är en form av fackverk som tar upp last axiellt i systemets stänger.

3.2.1 Polonceau-takstolens princip

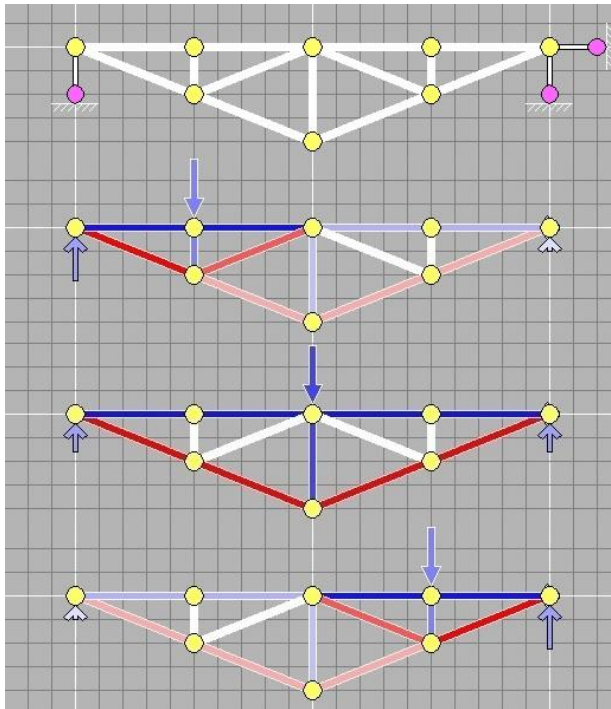
Polonceau-takstolen utvecklades i början av industrialismen när behovet av lösningar för konstruktioner med stor spännvidd ökade. Det var den franske ingenjören Camille Polonceau som utvecklade denna typ av takstol och tidiga exempel finns t.ex. i flera tågstationer i Frankrike [28].

Polonceau-takstolen är en vidareutveckling av den underspända balken och idén är att bära med tryck och drag istället för med böjning, detta för att maximera materialutnyttjandet, se Figur 3.15. I Figur 3.15 och alla följande liknande figurer representerar rött dragkraft och blått tryckkraft. Dessa figurer har tagits fram i Pointsketch [2] som är ett FEM-program som lämpar sig för snabba, kvalitativa analyser av fackverk.



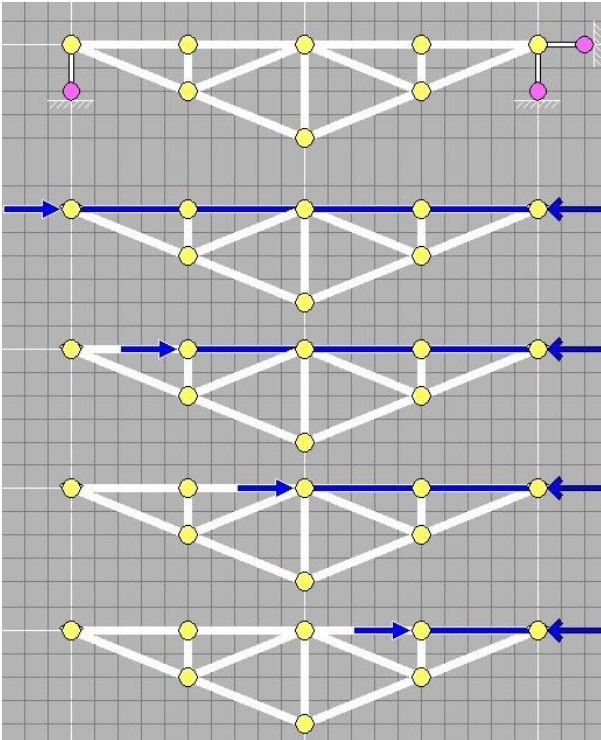
Figur 3.15: Illustration av idén bakom Polonceau-takstolen.

De två fackverken som bildar Polonceuo-takstolen är vinklade på ett sätt så att hela systemet bildar formen av en triangel. Detta medför att egentynghden kommer att delas upp i två kraftkomposanter, en kraftkomposant vinkelrät mot huvudbalken och en parallellt med huvudbalken. I Figur 3.16 visas hur kraften fördelar sig i det ena fackverket då den kraftkomposant som angriper vinkelrät mot konstruktionen beaktas och i Figur 3.17 visas på samma sätt hur det ena fackverket fördelar kraftkomposanten som angriper huvudbalken axiellt.



Figur 3.16: Normalkraftsfördelningen i det ena fackverket vid analys av den kraftkomposant som angriper vinkelrätt mot konstruktionen.

I Figur 3.16 kan det utläsas att normalkraftfördelningen varierar beroende på vilken utsatt nod som analyseras men stora delar av konstruktionens aktiveras oberoende av vilken knutpunkt som belastas.



Figur 3.17: Normalkraftsfördelningen i det ena fackverket vid analys av den kraftkomponent som angriper axiellt mot konstruktionen.

I motsats till den kraftkomponenten som angriper vinkelrätt mot konstruktionen kommer den axiella lasten endast att ge upphov till normalkraft i huvudbalken vilket man kan se i Figur 3.17. De resterande stängerna i systemet kommer inte på något sätt ta hand om den axiella lasten.

3.3 Väggar och andra vertikala bärverkssystem

Ett vertikalt bärverkssystem har två huvudsakliga uppgifter, det första är att fungera som ett klimatskal och stå emot vind, regn och kyla och det andra är att ta upp lasterna som genereras av de horisontella bärverken [24]. De horisontella bärverken kan både generera vertikala och horisontella laster.

Om den vertikala lasten verkar centriskt mot det vertikala bärverket kommer det att uppstå en jämn tryckspänning axiellt i bärverket. Den horisontella lasten kommer att ge upphov till ett moment i det vertikala bärverket som kommer ta upp detta moment genom drag och tryckspänningar längs bärverket [19,24].

Notera att förutom den vertikala lasten från de horisontella bärverken kommer även det vertikala bärverkets egen tyngd att ge upphov till en axiell last. Ju tyngre bärverket är desto stabilare blir det. När både en vertikal och horisontell last beaktas kommer alltså den vertikala lasten, inom vissa gränser, att vara gynnsam för konstruktionen, förutsatt att materialet har högre tryckhållfasthet än draghållfasthet [24].

Vid analys av en murverkskonstruktion är konstruktionens kärnyta ett viktigt begrepp att beakta. Med kärnyta menas den yta inom vilken en excentrisk

axiell last kan angripa utan att det uppstår dragspänningar i murverket. Den maximala tillåtna excentriciteten för en murverkskonstruktion är $t/6$. Detta behöver beaktas för att en murverkskonstruktion nästintill har obefintlig draghållfasthet [19,24].

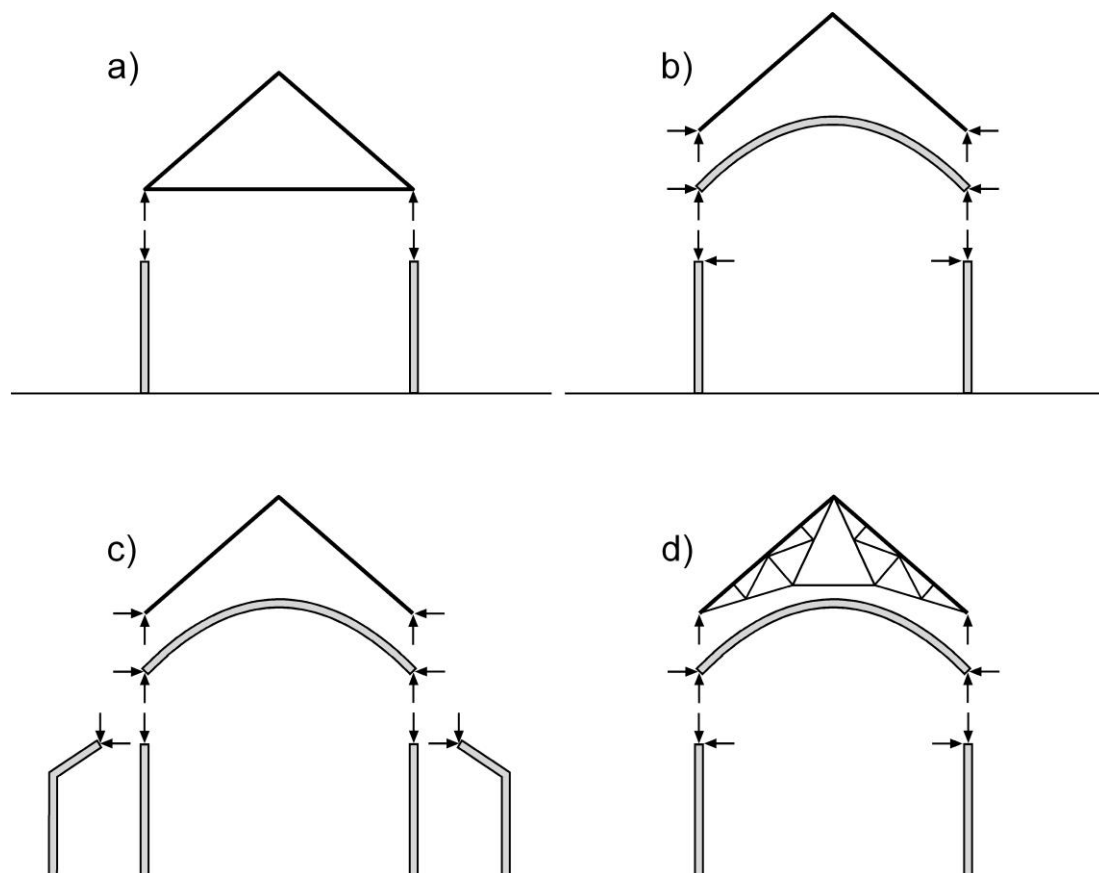
För att minska på den spänning som uppkommer vid horisontallast kan man öka tvärsnittets area. Böjspänningen minskar med inversen av djupet i kvadrat. Med detta menas att om det vertikala bärverket görs dubbelt så tjockt kommer dragspänningen att minskas till en fjärdedel.

3.4 Skalmurar

I äldre byggnader är det vanligt att murverken byggdes med ett yttre skal i form av massiva stenblock och tomrummet fylldes med krossad sten. Den krossade stenen låg antingen helt lös i mellanrummet eller blandades ut med någon form av bruk. Murverkets totala hållfasthet skiljer sig åt vid de olika utförandena. I fallet då bruk saknas får stenblocken som utgör skalet räknas som två separata murverk samtidigt som trycket som fyllnadsmaterialet ger måste beaktas. Detta kan liknas vid ett jordtryck som verkar utåt på skalet från den krossade stenen. Om utfyllnadsmaterialet däremot är sammanfogat med någon form av bruk betar sig hela skalmuren som en monolit och kan då räknas som en massiv vägg. De två olika utförandena ger stora skillnader på murverkets totala hållfasthet [26].

4 Domkyrkans konstruktiva utformning

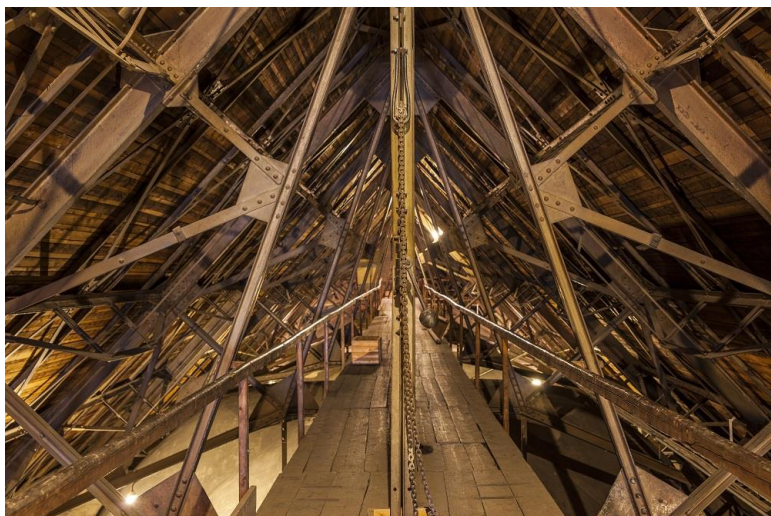
Den romanska arkitekturens ideal präglade domkyrkan, som först tros ha byggts med monumentala kraftiga murverk och ett på insidan platt trätak. Ett platt trätak ger utrymme för en takkonstruktion med dragband vilket gör att takkonstruktionen endast påverkar murverket med vertikallaster, se Figur 4.1a. Efter branden 1234 byggdes det kryssvalv över långhuset och transepten i Lunds domkyrka. Denna takkonstruktion innebär att murverket även belastas med horisontalkrafter, se Figur 4.1b. Murverken var inte från början dimensionerade för detta och det uppstod därför stora problem med konstruktionens stabilitet. Kyrkan behövde yttre stöd och det byggdes så småningom strävpelarsystem runt om hela kyrkan för att avhjälpa problemet, se Figur 4.1c. Lunds domkyrka hade nu gått från romanska till gotisk. Detta var något Zettervall ville ändra på då hans vision var att återskapa den romanska kyrkan. För att kunna riva strävpelarna utan att ersätta korsvalven med platt trätak var han tvungen att bygga en takkonstruktion som kunde klara denna utmaning. Han valde då en för tiden avancerad takkonstruktion i järn med Polonceau-takstolar som primärt bärverk, se Figur 4.1d [4,9].



Figur 4.1: Takkonstruktionens påverkan på murverket. a) Takstol med dragband. b) Valv med takstol utan dragband. c) Valv med strävpelare. d) Valv med Polonceau-takstolar.

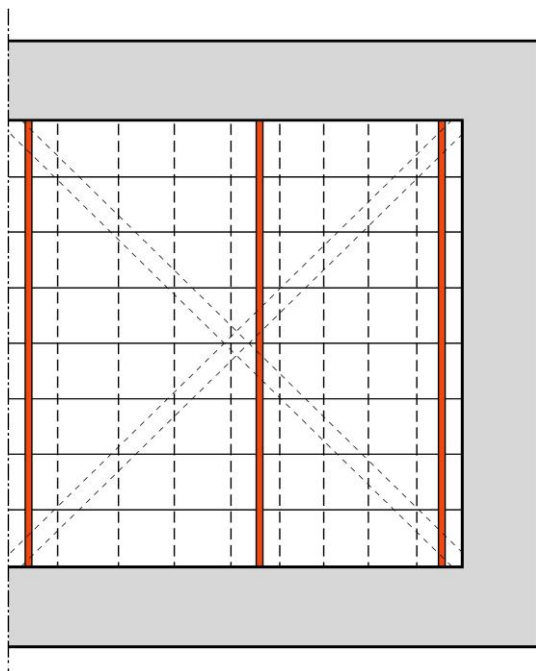
4.1 Domkyrkans yttertakskonstruktion

Taket i långhuset utgörs idag av en serie kryssvalv överbyggda med en yttertakskonstruktion i stål och trä. Figur 4.2 visar ett foto taget i långhuset.



Figur 4.2: Loftet över långhuset. © Björn Andersson, Lund

Även transepten är uppbyggda på detta sätt. Figur 4.3 illustrerar med en plan principiellt hur takkonstruktionen över södra transeptets kryssvalv är uppbyggd av bärverk i flera nivåer. Avståndet från insida vägg till insida vägg är ca 11 m och det streckade krysset markerar de båda bågarna i kryssvalvet.



Figur 4.3: Principplan över taket i södra transeptet. Streckat kryss – Bågarna i kryssvalvet. Röd linje – Primärbärverk av Polonceau-takstolar. Horisontell heldragen linje – Sekundärbärverk av underspända balkar. Streckad vertikal linje – 3e ordningens bärverk av mindre stålbalkar.

- Primärbärverk – De röda vertikala linjerna markerar de Polonceau-takstolar som spänner över valvet. Den takstol som ligger i mitten har en annan utformning än de båda andra, eftersom valvet är högre här.
- Sekundärbärverk – Polonceau-takstolarna belastas via underspända balkar, markerade med heldragen horisontell linje.
- Tredje ordningens bärverk – Fackverken belastas i sin tur av stålbalkar, markerade med vertikal streckad linje.
- Fjärde ordningens bärverk – Träreglar bär mellan balkarna, och utgör samtidigt en del i klimatskalet. Detta visas ej i Figur 4.3.

Utöver dessa delar finns även ett system av plattjärn i kryssmönster på insidan av träpanelen, för att förbättra skivverkan i taket samt stag som bidrar till att staga sekundärbärverket mot vippning. Dessa konstruktionselement syns i Figur 4.4 som är ett foto taget i södra transeptet. Primär- sekundär- och tredje ordningens bärverk är markerade I-III i figuren.



Figur 4.4: Loftet över södra transeptet med primär- sekundär- och tredje ordningens bärverk markerade med I-III.

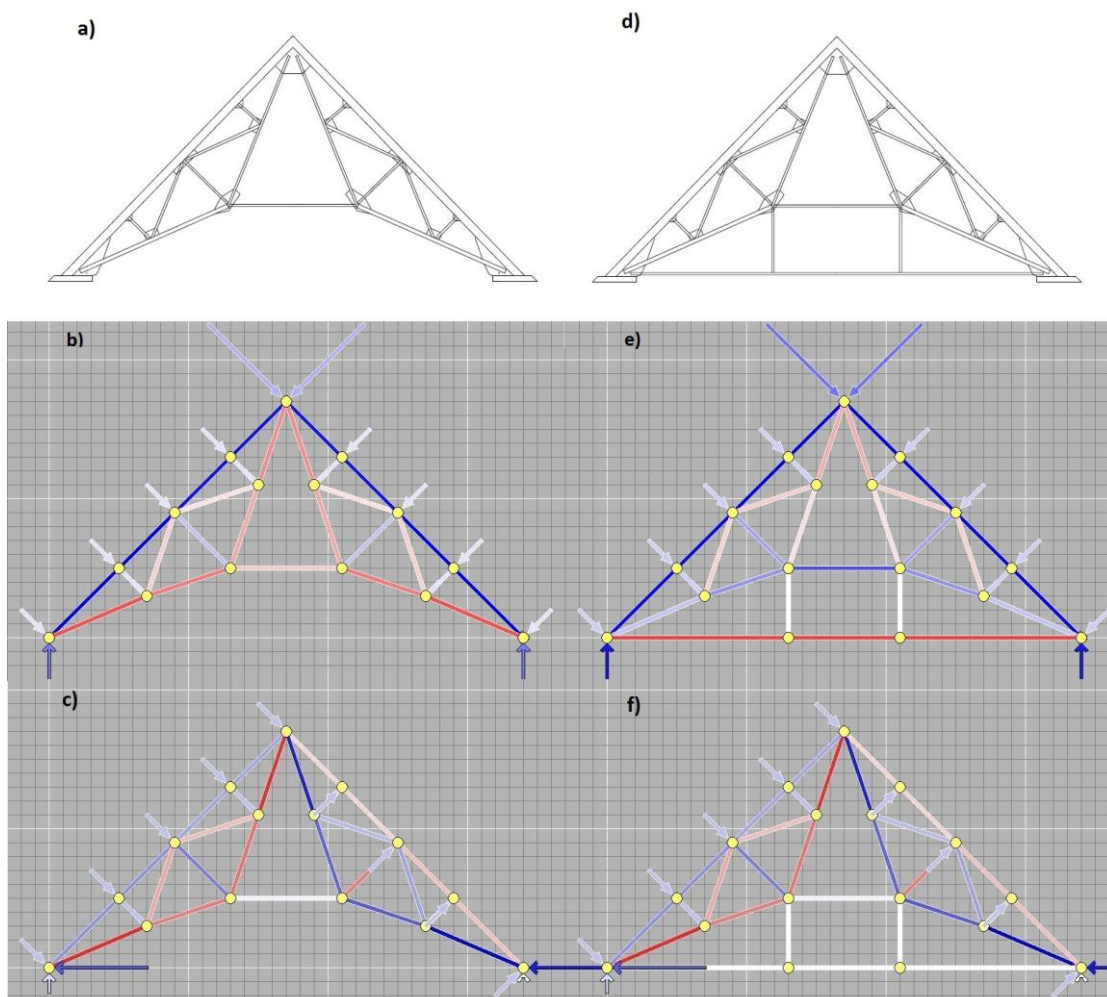
Takkonstruktionen är uppbyggd på ett sådant sätt att Polonceau-takstolar och sekundärbärverk enbart belastas med punktlaster i knutpunkterna. Detta innebär att dessa delar i bärverket huvudsakligen är utsatta för drag- och tryckkrafter (bortsett från inverkan av deras egentyngd). Det är alltså bara tredje och fjärde ordningens bärverk som utsätts för utbredd last. Den utbredda lasten kommer att ge upphov till böjning i balken.

Primär- och sekundärbärverk har här modellerats som rena fackverk trots att knutpunkterna inte är utformade som leder. Det faktum att samtliga laster angriper i knutpunkterna samt att knutpunkterna omsorgsfullt har utformats så att alla stängers systemlinjer skär varandra i en punkt, se Figur 4.4, gör att denna approximation bör ge bra resultat. Nedan följer en redogörelse som

visar hur de olika konstruktionselementen fördelar lasterna genom konstruktionen.

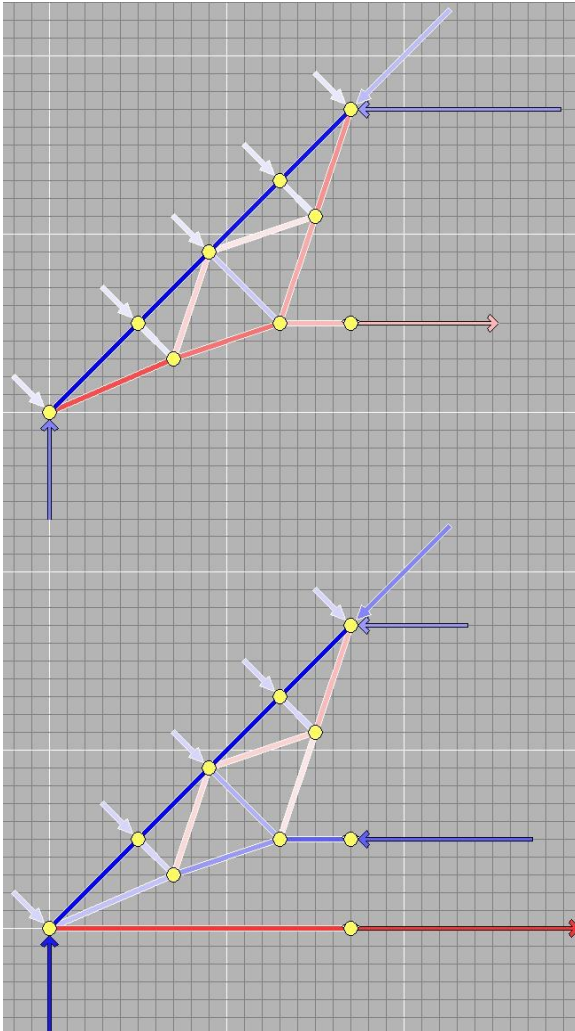
4.1.1 Primärbärverk

I det södra transeptet finns tre Polonceau-takstolar med två olika utformningar. Valvet är högst i mitten och i de två takstolarna i kanterna har man därför fått plats med ett dragband i takstolens undre del, Figur 4.5d. Polonceau-takstolen som är mitt över valvet är mer av det klassiska utförandet för denna typ av takstol, Figur 4.5a. De två fackverken som takstolen är uppbyggd av är alltså sammanbundna på två olika sätt. Takstolen över valven har bara ett stag mellan fackverken som är placerat i mitten på konstruktionen medan takstolarna vid sidan av valvet har ytterligare ett stag i underkant. Skillnaden i normalkraftsfördelning blir stor mellan de olika utförandena.



Figur 4.5: Geometri och normalkraftsfördelning för Polonceau-takstolarna (rött-drag blått-tryck). a) Geometri för Polonceau-takstolen i mitten. b) Inre krafter vid belastning med egentyngd. c) Inre krafter vid belastning med vindlast. d) Geometri för Polonceau-takstolar vid kanterna. e) Inre krafter vid belastning med egentyngd. f) Inre krafter vid belastning med vindlast.

Den klassiska typen av Polonceau-takstolen är en statiskt bestämd konstruktion medan Polonceau-takstolen med ett extra stag i underkant är en statiskt obestämd konstruktion. Detta illustreras i Figur 4.6.

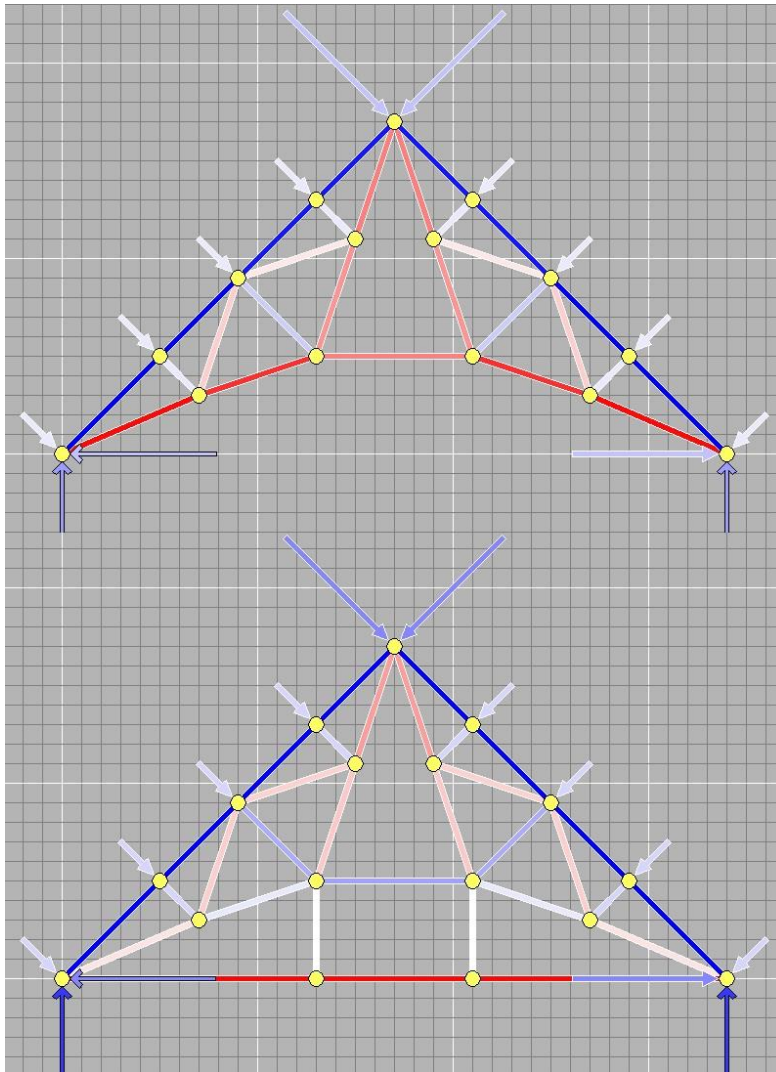


Figur 4.6: a) Polonceau-takstolen i mitten, statiskt bestämd konstruktion. b) Polonceau-takstolar vid kanterna, statiskt obestämd konstruktion.

Figur 4.5b och e visar de inre krafterna i de båda takstolarna när de utsätts för vertikal last i knutpunkterna, alltså den vinkelräta komponenten från egentynngd och snö. Takstolsdelarna kommer att vilja glida isär och då kommer staget i mitten på konstruktionen att bli draget i takstolen över valvet. Detta medför att hela undersidan av konstruktionen blir dragen. Vid de andra två takstolarna kommer det undre staget bli draget och detta medför att den tidigare dragna bågen nu kommer att bli tryckt. Det syns också tydligt att dragstaget i underkant gör stor nytta, normalkrafterna blir mycket mindre i detta fall (ju mörkare färg desto större kraft).

Takstolen har här modellerats som fritt upplagd, d.v.s. horisontell förskjutning är bara förhindrad i det ena upplaget. Frågan om upplagsvillkoren är central. Infästningarna av takstolen till murverket utgörs av kraftiga förband, så intentionen har inte varit att tillåta rörelse relativt murverket i horisontell led. Även om takstolen är fast förbunden med murverket kan dock hela murverket ha rört sig utåt som en följd av sättningar och skador i murverket till följd av horisontalkraft från valven. Det kan även vara så att fackverket bidrar till att hålla ihop murverket genom att motverka uttryckskraften från valven. Att det är så är en av hypoteserna för hur murverket nu kan klara sig efter att strävpelarna har avlägsnats. Om horisontell förskjutning förhindras i båda upplagen blir normalkraftsfördelningen i takstolen utan dragband lik den i takstolen med dragband, i det ena fallet hålls takstolen ihop av dragbandet och i det andra av upplagen.

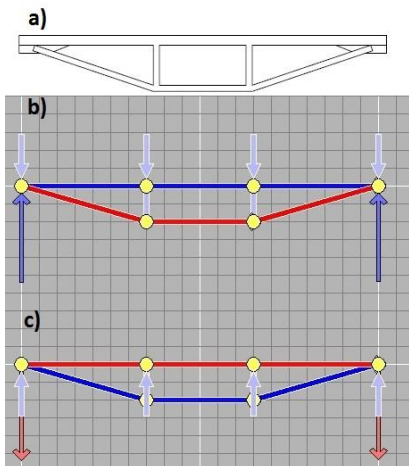
Figur 4.5c och f visar de inre krafterna i takstolarna då de utsätts för antisymmetrisk last från t.ex. vindtryck på lovartsidan och vindsug på läsidan. Normalkraftsfördelningen är i detta fall inte symmetrisk, utan omvänd i de båda halvorna. Takstolen har här modellerats med upplag som förhindrar horisontell förskjutning i båda sidorna. I detta fall finns en yttre horisontell last som måste tas upp av upplagen. Normalkraftsfördelningen i fackverket blir olika beroende på vilket upplag som antas vara låst mot horisontell förskjutning vid antagande om fri uppläggning. I den modell som har valts fördelar sig upplagskraften lika mellan stöden. Eftersom båda upplagen är låsta i horisontell led så förlorar dragbandet sin funktion och fördelningen av normalkraften blir likartad för båda takstolarna. Om man skulle superponera effekten av att ett upplag förskjuts i sidled blir det åter skillnad mellan kraftfördelningen i de olika takstolarna. För att undersöka effekten av stödförskjutningar har en extra horisontell last lagts till i horisontalled i rullagret vilket visas i Figur 4.7. Effekten i den statiskt bestämda Polonceau-takstolen blir att undre dragbandet nu bli ännu mer draget och effekten i den statiskt obestämda takstolen blir att det undre staget nu blir mer draget och bågen som tidigare var tryckt nu övergår till att bli delvis dragen.



Figur 4.7: Effekten av stödförskjutning.

4.1.2 Sekundärbärverk

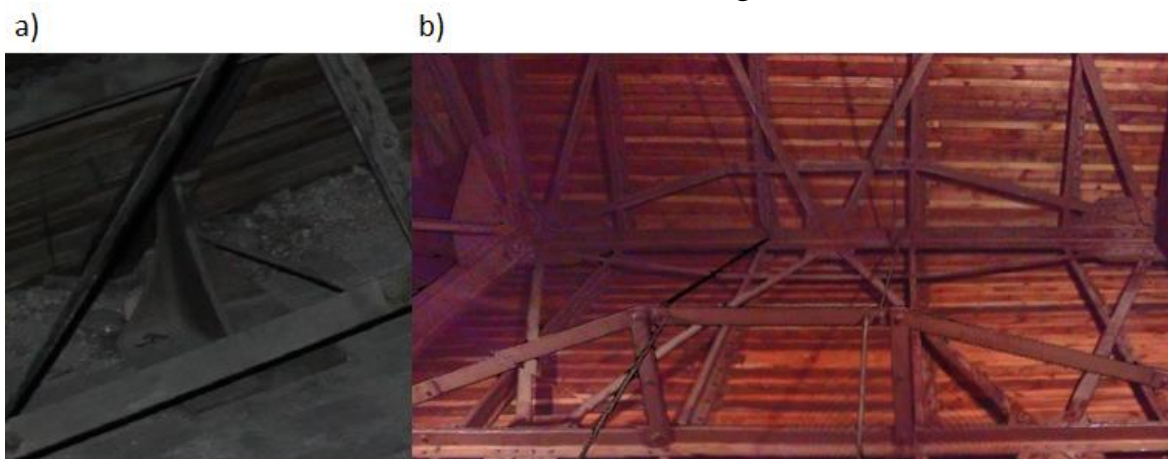
Det sekundära bärverket bygger på samma grundprincip som Polonceau-takstolen och fungerar som en underspänd balk med två tryckstag. Av de fem sekundära bärverken som går mellan de primära bärverken är fyra placerade vinkelrätt mot takplanet för att ta upp drag- och tryckkrafter i de olika delarna orsakade av nedåtriktad (egentyngd och vindlast på lovartsidan) respektive uppåtriktad (vindlast på läsidan) last. Geometrin och de inre krafterna som uppstår vid belastning visas i Figur 4.8. Vid uppåtriktad last blir det tryck i den undre delen som ofta betraktas som ett dragstag. För att staga denna mot vippning går ett stag frånnock till takfot som är infäst i samtliga sekundärbalkar. Det femte sekundära bärverket uppe vid nocken är placerat parallellt med takplanet och kan därigenom i viss mån bidra till att ta upp den axiella lasten som tredje ordningens bärverk utsätts för.



Figur 4.8: a) Geometri för sekundärbärverk. b) Inre krafter vid belastning med nedåtriktad last (rött-drag blått-tryck). c) Inre krafter vid belastning med uppåtriktad last.

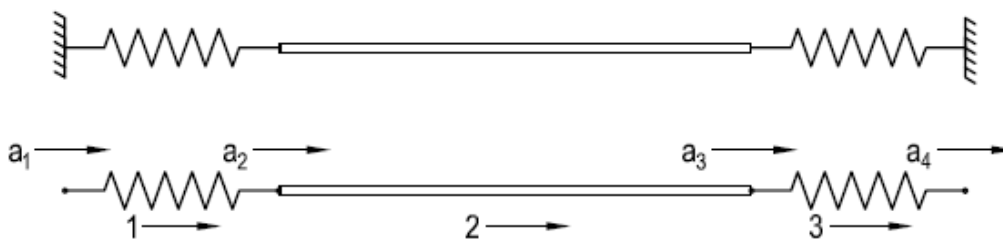
4.1.3 Tredje ordningens bärverk

Tredje ordningens bärverk i taksystemets stålkonstruktion är den enda ståldelen som kommer utsättas för en utbredd last. Den utbredda lasten kommer att ge upphov till ett moment vilket medför tryck- respektive dragspänningar i balken. Den vertikala lasten kommer att ge både en transversal- och en axiell last medan vindlasten bara ger en transversallast. Den axiella lasten har två vägar att gå. Antingen till det sekundära bärverket uppe vid taknock som ligger parallellt med planet eller ner till takfoten där den avslutas med en balksko infäst i murverket, se Figur 4.9.



Figur 4.9: a) Balkskon vid 3e ordningens bärverk. b) Sekundärbärverk vidnock.

Nedan följer en beräkning av de båda upplagens styvhet för att kunna bedöma hur den axiella lasten kommer att fördela sig mellan upplagen. Elementet modelleras som en stång som är upplagt mellan två fjädrar som symboliserar upplagen, se Figur 4.10. Fjädrarnas styvhet motsvarar de olika bärverkens styvheter vilket redovisas nedan.



Figur 4.10: Beräkningsmodell för axiell last, tredje ordningens bärverk.

Vid beräkning av balkskons styvhet har den delats in i nio olika element, elementindelning visas i Appendix C Figur C1. Tröghetsmoment har beräknats på vart och ett av de nio elementen. För att få fram den totala utböjningen har de nio elementen modellerats som balkelement, deformationen visas i Figur 4.11, dessa beräkningar redovisas i Appendix B.

Den horisontella förskjutningen i det sista elementet har multiplicerats med cosinus för vinkeln på tredje ordningens bärverk för att få fram deformationen i dess riktning. Deformationen för den bestämda lasten kan nu användas för att räkna ut styvheten som kraft/deformation (Hookes lag). För att få en uppskattning av vilken styvhet infästningen uppe vidnock har måste utböjningen av sekundärbärverk och Polonceau-takstolen analyseras. Med de beräknade deformationerna kan sedan styvheten beräknas.

Styvheter:

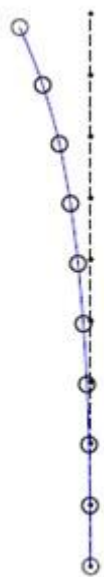
Balksko	$6.7 \cdot 10^5$ kN/m
Polonceuo-takstol	$2.9 \cdot 10^5$ kN/m
Polonceuo-takstol + Sekundärbärverk	$0.04 \cdot 10^5$ kN/m

*Beräkningar redovisas i Appendix C Figur C1.

Det är nödvändigt att analysera Polonceau-takstolens nedböjning i ett fall och Polonceu-takstolen plus sekundärbärverkets nedböjning i ett annat fall. Detta för att det tredje ordningens bärverk som ligger intill Polonceau-takstolen bara kommer att känna av nedböjningen av Polonceau-takstolen, medan de två tredje ordningens balkar som ligger i mitten både kommer att beröras av nedböjningen från sekundärbärverket och Polonceau-takstolen.

I det första fallet kommer ca 70 % av lasten att tas upp av balkskon och 30 % uppe vid taknock. Då beaktas bara nedböjningen av Polonceau-takstolen.

I det andra fallet där även nedböjningen för sekundärbärverket beaktas kommer i princip all last att tas upp av balkskon, dessa beräkningar redovisas i Appendix C Tabell C1.



Figur 4.11: Deformation i balkskon som är indelad i 9 olika balkelement.

4.1.4 Fjärde ordningens bärverk

Träreglrar bär genom böjning mellan stålbalkarna. Avståndet mellan stålbalkarna är ca 1.18 m i första facket och 1.36 m i det andra facket. Träpanelen ligger i vissa fall kontinuerligt över tredje ordningens bärverk men har idealiserats som fritt upplagd i beräkningarna.

Det är också viktigt att notera att i och med att den vertikala lasten inte är vinkelrät mot planet som utgörs av träreglarna delas lasten upp i en komponent längs med, och en vinkelrät mot planet. Detta medför att ju mer planet lutar desto mer kraft kommer planet att utsätta tredje ordningens bärverk för i axiell riktning.

4.1.5 Klimatskal

Det yttersta skiktet på domkyrkans takkonstruktion är uppbyggt av handgjorda blyplåtar som är lagda på en underlagspapp över träreglarna. Denna blyplåt har en egenvikt på 36 kg/m^2 . Denna typ av klimatskal har en mycket lång livslängd, upp till 150 år på norrsidan och 100 år på södersidan. Åren 1999-2000 anlätades BM-plåt i Lomma för att lägga om plåten på det södra sidoskeppet. De använde sig då av den gamla tekniken att smälta ner de gamla blyplåtarna och formgjuta nya plattor i en sandbädd för att sedan återmontera dem. Figur 4.12 visar två bilder från denna ombyggnad [29].



Figur 4.12: BM-plåt i Lomma lägger om blytaket på södra sidoskeppet 1999-2000.

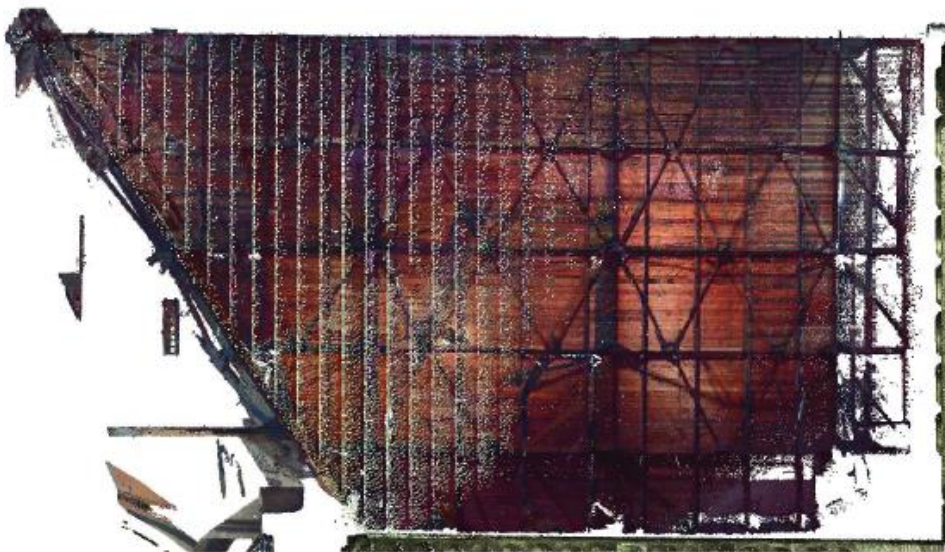
4.2 Numerisk analys med laster enligt Eurokod

Domkyrkan byggdes långt innan Newton lade grunden för den moderna mekaniken. Vid tiden då domkyrkan började byggas var kraftvektorn inte definierad men arkitekterna hade ändå en känsla för hur en byggnad skulle utformas. Att skapa sig en rimlig hypotes och testa den genom empiriska modeller var deras verklighet [22]. Som har beskrivits i kapitel 2 har domkyrkan i princip aldrig slutat byggas och allteftersom har nya innovativa metoder använts. Vid tiden då den överliggande stålkonstruktionen byggdes var ingenjörerna duktiga på att dela upp konstruktionerna i en logisk ”lättläst” struktur. Det gjorde de för att det var den typen av konstruktioner som de kunde räkna på.

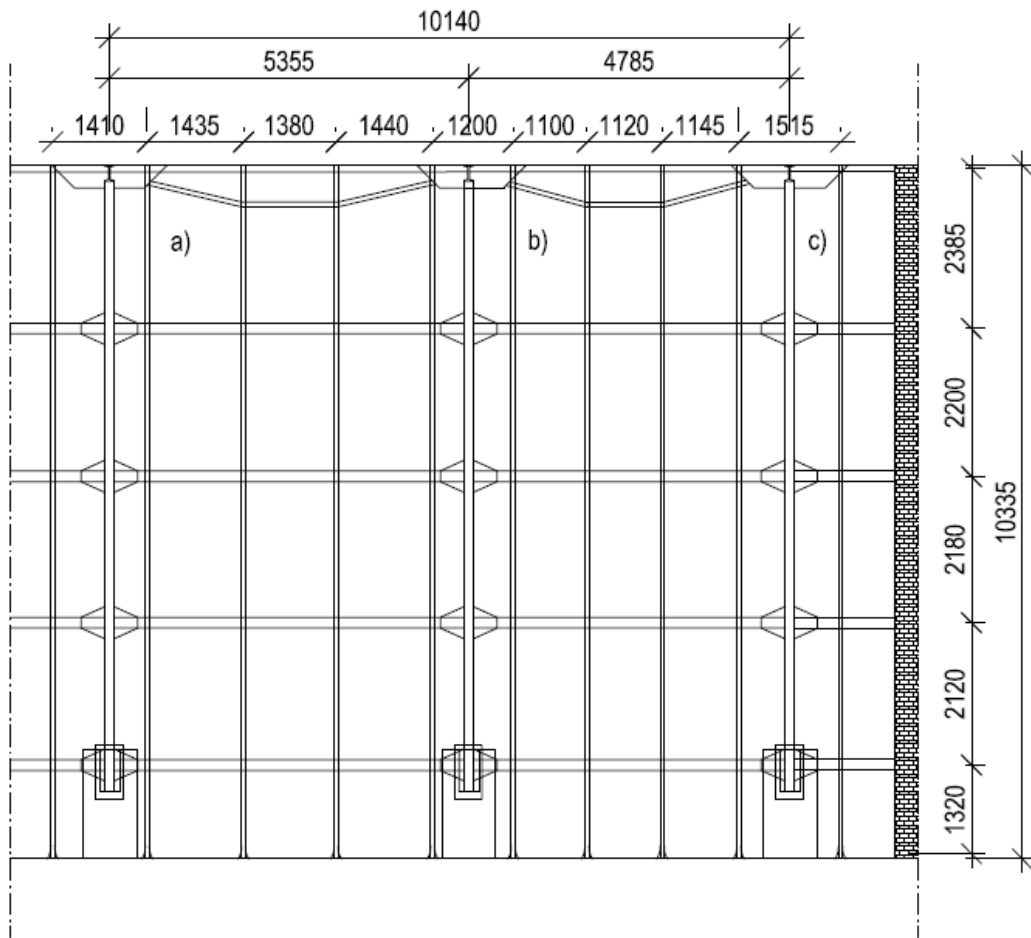
I detta avsnitt genomförs en lastnedräkning från fjärde ordningens bärverk ner till stålkonstruktionens infästning i murverken. En numerisk analys av de hårdast belastade bärverken kommer här att presenteras, från 3e ordningens bärverk ner till primärbärverk. Resultaten från dessa beräkningar kommer att presenteras både i form av diagram och i tabeller. För att kontrollera vilken utnyttjandegrad konstruktionen har kommer de framräknade spänningarna att jämföras med brotthållfastheten för stål som vid tiden då stålkonstruktionen byggdes var 313 MPa [30]. Det har inte gjorts något materialprov på de stål som använts i domkyrkan men detta är ett värde som hämtats ur en publikation som SBI har tagit fram för äldre stålbyggnader. Både snö huvudlast och vind huvudlast beräknas inledningsvis. Det av dessa två lastfall som ger störst last används sedan för vidare lastnedräkning i konstruktionen. För att få en uppfattning om ifall Polonceau-takstolarna kan ta upp horisontallasten från valven kontrolleras även utnyttjandegraden på takstolarnas dragband. Som beskrevs i kapitel 3.1 kommer kryssvalven att generera störst laster i hörnen, utnyttjandegraden kommer därför att kontrolleras på takstolen som är placerad i kanten med dragband nertill. Även om det är svårt att med säkerhet säga om murverken kan föra lasterna upp till dragbanden på takstolen kan denna kontroll avgöra vilken extra kapacitet dragbanden i takstolen har.

De fyra olika nivåerna takkonstruktionen är uppbyggd av kommer här att redovisas i omvänd ordning då det är fjärde ordningens bärverk som tar upp den yttre lasten och för den vidare ner i konstruktionen.

För att kunna definiera beräkningsmodeller i CALFEM [3] och beräkna areor och yttroghetsmoment på tvärsnitten har arbetet inletts med att göra upp plan- och sektionsritningar på konstruktionen. Dessa har tagits fram med hjälp av punktmoln från laserskanningen som underlag, se Figur 4.13 som visar västra sidan på södra transeptet. En plan över det lutande planet på södra transeptet, se Figur 4.14, avbildningar av första ner till tredje ordningens bärverk samt samtliga tvärsnitt har tagits fram och ritas upp. Alla dessa ritningar redovisas i detta kapitel.



Figur 4.13: Punktmoln över västra sidan på södra transeptet, underlag för renritning av stålkonstruktion.



Figur 4.14: Planskiss över östra sidan på södra transeptet. a) Fack 1. b) Fack 2. c) Fack 3.

Lastkombinationen STR uppsättning B och ekvation 6.10b⁴ från tabell 1.3 i *Byggkonstruktion regel- och formelsamling* [31] har använts vid beräkning av dimensionerande laster.

Vid beräkning av den karakteristiska snölasten har följande förutsättningar använts:

Förutsättning	Tabellvärde
Lund	$S_k=1.5 \text{ kN/m}^2$
Taklutning 45°	$\mu_i=0.8(60-45)/30=0.4$
Normal topografi	$C_e=1.0$
Kallvind	$C_t=1.0$
Snö övrig last	$\psi_0=0.6$

$$S_{\text{tak}} = S_k \cdot \mu_i \cdot C_e \cdot C_t = 0.6 \text{ kN/m}^2$$

Vid beräkning av den karakteristiska vindlasten har följande förutsättningar använts:

Förutsättning	Tabellvärde
Lund	$q_p=0.96 \text{ kN/m}$
$h=30 \text{ m}$	
Terrängtyp III	
Taklutning 45°	$\begin{cases} C_{p10Lo}=0.65^* \\ C_{p10Lä}=0.25^* \end{cases}$
Undertryck	$C_{pi}=0.3$
Vind övrig last	$\psi_0=0.3$

*Medelvärde på zon F, G och H har antagits på hela taket.

Vindlast lovartsidan	$W_{\text{takLo}}=q_p(C_{p10Lo}+C_{pi})=0.912 \text{ kN/m}^2$
Vindlast läsidan	$W_{\text{takLä}}=q_p(C_{p10Lä}+C_{pi})=0.048 \text{ kN/m}^2$

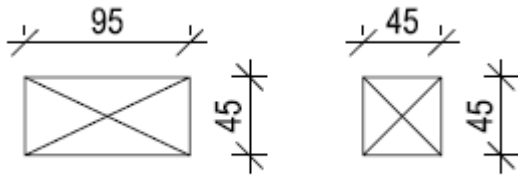
Det som är anmärkningsvärt med domkyrkans takkonstruktion är att vind huvudlast blir dimensionsöande. Detta är ovanligt för takkonstruktioner där snö brukar vara den dimensionerande lasten. En kombination av att domkyrkan är en hög byggnad och har en stor taklutning gör att vindlasten blir dimensionerande.

4.2.1 Fjärde ordningens bärverk

Fjärde ordningens bärverk är uppbyggt av träreglar som bär mellan tredje ordningens bärverk som visas i Figur 4.15. De har dimensionen $95 \times 45 \text{ mm}$ som visas i Figur 4.16. Mellan dessa regler ligger det mindre regler med dimensionen $45 \times 45 \text{ mm}$ som är lagda enbart som utfyllnad, vilka också visas i Figur 4.15.



Figur 4.15: Uppbyggnaden av fjärde ordningens bärverk. I mitten på bilden syns tredje ordningens bärverk.



Figur 4.16: Tvärsnittsmått för fjärde ordningens bärverk, [mm].

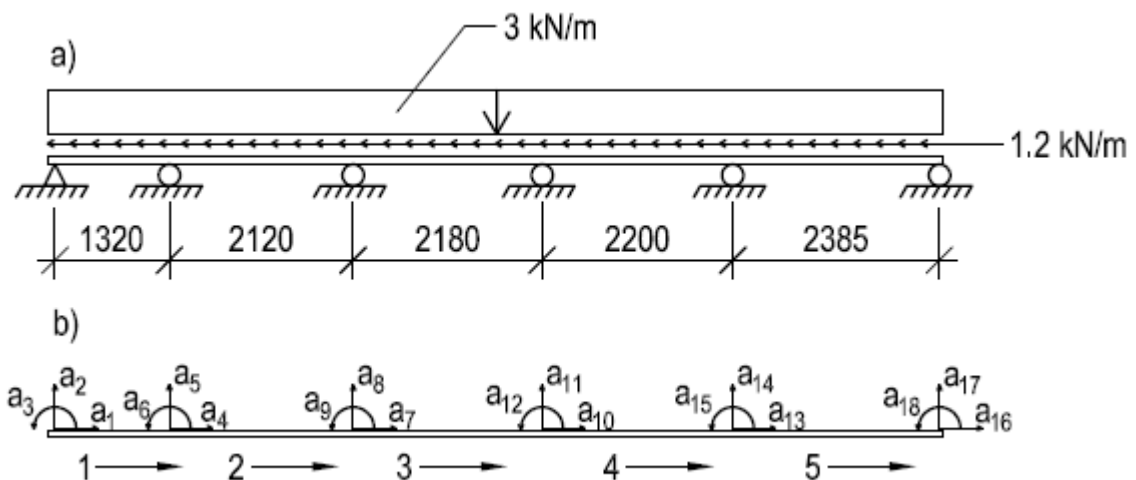
Fjärde ordningens bärverk bär upp klimatskalet som består av en takpapp och blyplattor. Det har inte gjorts några dimensioneringsberäkningar på fjärde ordningens bärverk men dess egentygnd kommer användas vid lastnedräkningen.

Karakteristiska egentygnder för taktäckning och träreglar.

- Blytak $q_k=0.35 \text{ kN/m}^2$
- Takpapp $q_k=0.005 \text{ kN/m}^2$
- 4e ordningens bärverk $q_k=0.31 \text{ kN/m}^2$

4.2.2 Tredje ordningens bärverk

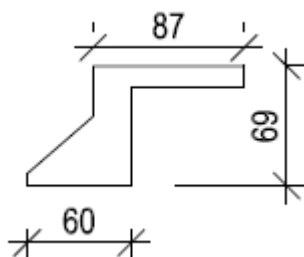
Tredje ordningens bärverk är uppbyggt av stålbalkar som bär mellan andra ordningens bärverk. Beräkningsmodell och FEM-modell visas i Figur 4.17. Tvärsnittet visas i Figur 4.18.



Figur 4.17: a) Beräkningsmodell med angivna mått, laster och randvillkor. c) FEM-modell med beteckning på frihetsgrader och element.

Tredje ordningens bärverk har modellerats med ett fixlager längst till vänster som visas i Figur 4.17a. Som beskrevs i kap 4.1.3 kommer i teorin nästan all last att tas upp av balkskon och därför har denna förenkling gjorts. Det är också det antagande som är mest ogynnsamt för konstruktionen då balkskon

belastar murverket. Lasterna som visas i figuren är hämtade från Appendix A Tabell A1 där de övriga tredje ordningens bärverks laster också presenteras. Orsaken till att det är både en transversell och en axiell last i bärverket är för att egentygden och snölasten komposantuppdelas på det lutade planet.



Figur 4.18: Tvärsnittsmått för tredje ordningens bärverk [mm].

Tredje ordningens bärverk har följande tvärsnittsarea och tröghetsmoment:

Tvärsnittsarea $A_a = 3.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

Tröghetsmoment $I = 2.8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$

Beräkningar av tvärsnittsarea och tröghetsmoment redovisas i Appendix B Figur B1.

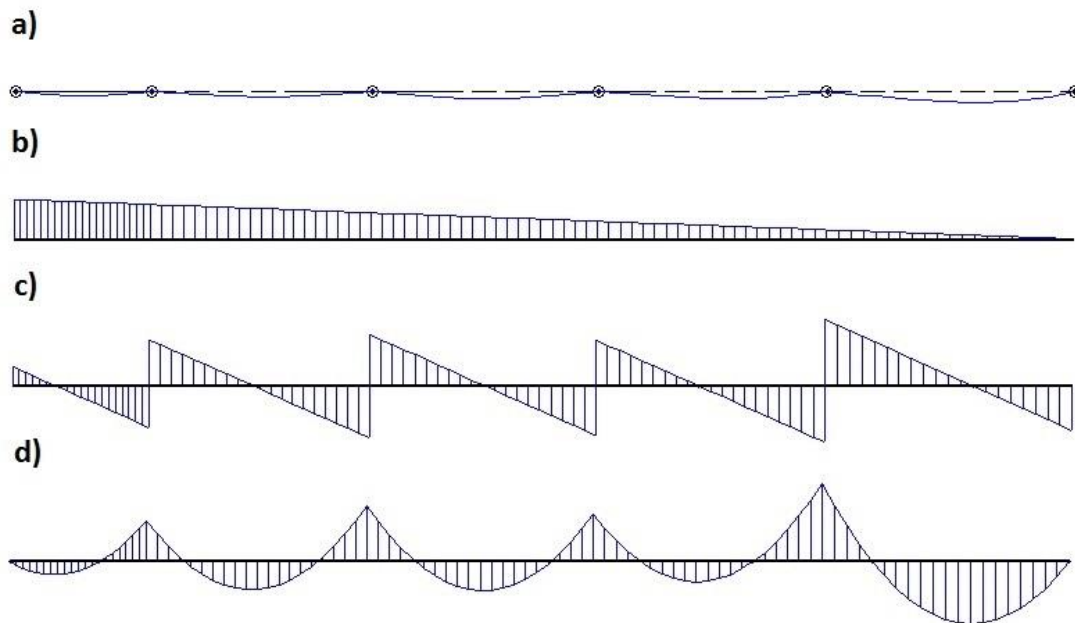
Tredje ordningens balkar är inte förlagda helt regelbundet, utan mindre variationer i mått finns mellan de olika facken. För att inte behöva analysera alla balkar har en förenkling gjorts så att en av balkarna från varje fack analyserats, med ett medelvärde på c/c-avståndet inom respektive fack. Uppdelningen av facken visas i Figur 4.14.

Fack 1: c/c 1.37 m

Fack 2: c/c 1.22 m

Fack 3: c/c 1.50 m

Den transversella lasten kommer att ge upphov till böjning i balken. Storleken på tredje ordningens bärverks upplagskrafter används som dimensionerande laster för de sekundära bärverken som ligger vinkelrät mot tredje ordningens bärverk. Den axiella lasten kommer att ge upphov till horisontella upplagskrafter vid tredje ordningens bärverks ändpunkter som förklarats i kapitel 4.1.3. Dessa laster redovisas i Appendix B. Vid lastnedräkning har en balk i varje fack och på varje sida av taket, en på lovartsidan och en på läsidan analyserats. En mer detaljerad analys redovisas nedan av det tredje ordningens bärverk som varit mest kritiskt. Den största transversallasten är 3.0 kN/m och den största axiella lasten är 1.2 kN/m. En axiell punktlast från varje sekundärbärverk på 0.08 kN har också beaktats.



Figur 4.19: a) Deformationsfigur. b) Normalkraftsdiagram. c) Tvärkraftsdiagram d) Momentdiagram.

Det blir ingen större utböjning på tredje ordningens bärverk och deformationsfiguren följer ett liknande mönster som momentdiagrammet. Det blir störst deformation och moment i det fack där avståndet mellan upplagen är störst. Då horisontell förstjutning bara är förhindrad i upplaget till vänster resulterar detta i ett linjärt normalkraftsdiagram som börjar från noll och går upp mot sitt maxvärde nere vid fixlagret. I praktiken tar det högra upplaget upp en viss liten last, hade detta beaktats så hade normalkraftdiagrammet börjat från den negativa skalan och gått linjärt uppåt. Tvärkraftsdiagrammet visar att störst tvärkraft uppstår där avståndet mellan upplagen är som störst. Det är samma skala på diagrammet vilket gör det lätt att läsa av att där momentet är som störst är tvärkraften noll.

Element	N [kN]	V [kN]	M [kNm] Fält	M [kNm] Stöd	σ [MPa] Fält	σ [MPa] Stöd
1	-13.1	-1.3	0.28	0	-9.3	-4.1
		2.7		-0.9		-22.8
2	-11.5	-3.0	0.61	-0.9	-15.1	-22.8
		3.3		-1.2		-29.1
3	-8.8	-3.4	0.63	-1.2	-15.6	-29.1
		3.2		-1.1		-24.3
4	-6.1	-3.0	0.44	-1.1	-10.1	-24.3
		3.6		-1.7		-37.7
5	-3.4	-4.3	1.35	-1.7	-26.9	-37.7
		2.8		0		-0

Tabell 4.1: Normalkraft, tvärkraft, moment och spänningar för tredje ordningens bärverk.

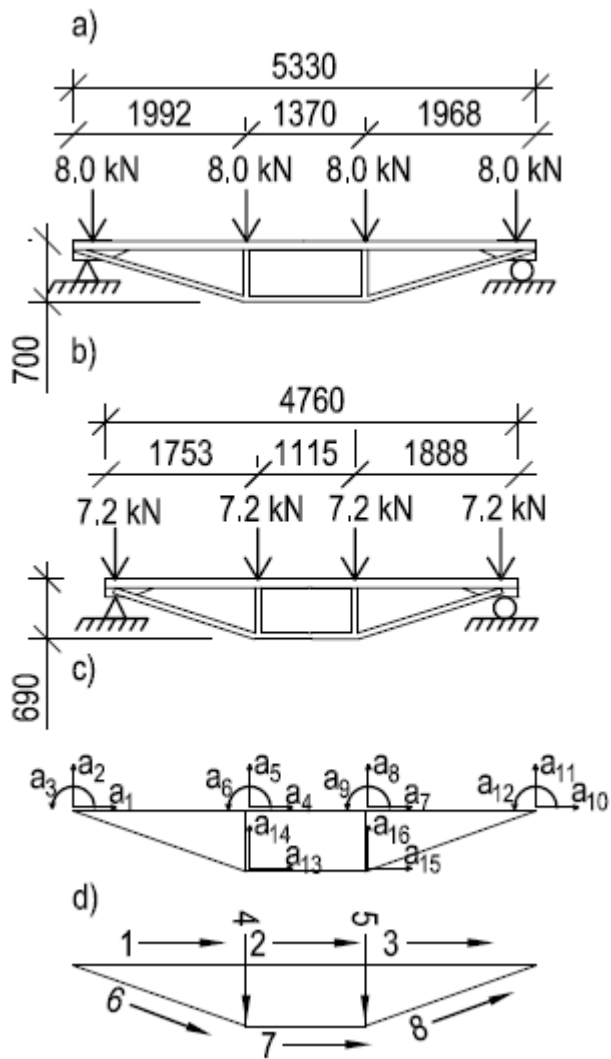
Vid beräkning av spänningen är det viktigt att beakta både momentet över fält och stöd för att se var den totala spänningen blir som störst. För tredje ordningens bärverk blir spänningen över stöden betydligt större än spänningarna i fält vilket kan utläsas i Tabell 4.1. Spänningarna är generellt sett mycket låga och tredje ordningens bärverk är kraftigt överdimensionerat. Den axiella lasten kommer att ge upphov till en vertikal och en horisontell last på murverket via balkskon. Då vinkeln är 45° kommer ca 70 % av upplagskraften att verka horisontellt och 70 % vertikalt ($\cos(45^\circ)=0.71$).

4.2.3 Sekundärbärverk

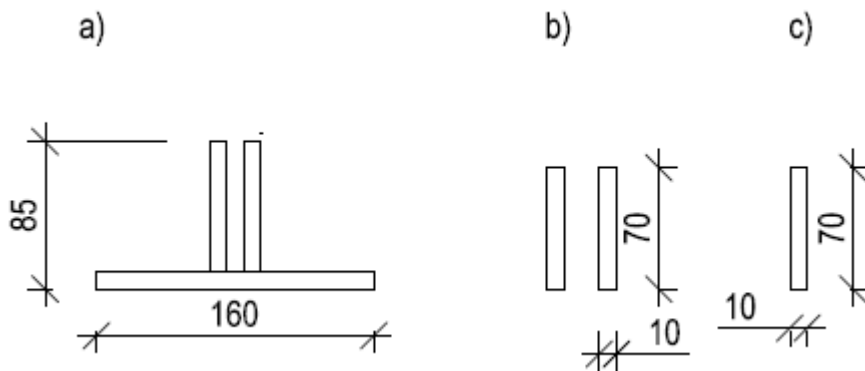
Det sekundära bärverket är uppbyggt av underspända balkar. Det finns två olika storlekar, en i fack 1 och en i fack 2. Sekundärbärverken ligger upplagda på Polonceau-takstolarna och har modellerats som fritt upplagda och de utsätts för vertikala punktlaster i noderna vilket visas i Figur 4.20.

Element 1-3 har modellerats som balkelement med momentstyva knutpunkter och element 4-8 har modellerats med stånelement med friktionsfria leder.

Vid lastnedräkning har alla de fem sekundärbärverken i fack 1 och fack 2 på varje sida om taket analyserats för att få ut upplagskrafterna. Detta då lasten skiljer sig något åt på lovart och läsidan. Det blir då totalt 20 olika modeller av sekundärbärverket. Detta måste göras för att få ut rätt upplagskrafter på det primära bärverket. Dessa lasterna redovisas i Appendix A, Tabell A2. En mer detaljerad analys har gjorts av det sekundärbärverk som varit mest kritiskt. Det visas i figur 4.20a, med angivna laster och randvillkor.



Figur 4.20: a) Beräkningsmodell med angivna mått, laster och randvillkor, fack 1. b) Beräkningsmodell med angivna mått, laster och randvillkor, fack 2. c) FEM-modell med beteckning på frihetsgrader. d) FEM-modell med beteckning på element.



Figur: 4.21: Tvärsnitt av sekundärbärverk. a) Element 1-3. b) Element 4-5. c) Element 6-8. [mm]

De olika tvärsnitten för elementen visas i Figur 4.21.

Element 1-3: tvärsnitt 4.21a

Element 4-5: tvärsnitt 4.21b

Element 6-8: tvärsnitt 4.21c

Andra ordningens bärverk har följande tvärsnittsareor och tröghetsmoment:

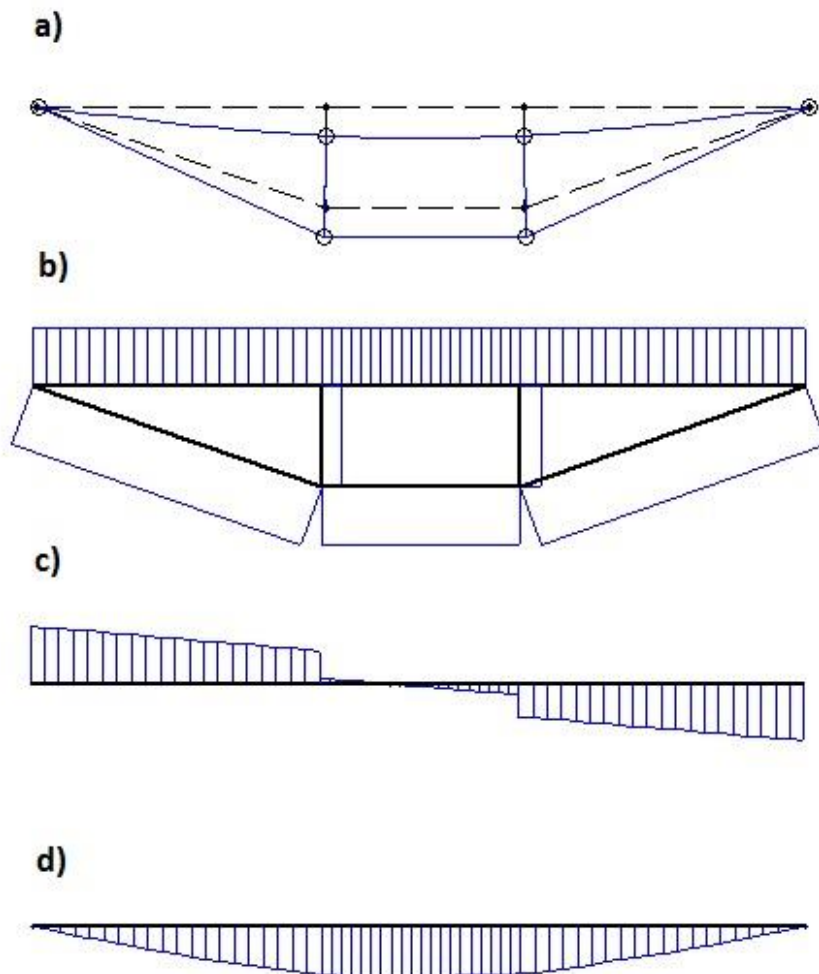
Tvärsnittsareor

$$A_a = 3.1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$
$$A_b = 1.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$
$$A_c = 0.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Tröghetsmoment

$$I_a = 1.27 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$
$$I_b = 0.057 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$
$$I_c = 0.029 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

Beräkningar av tvärsnitt och tröghetsmoment redovisas i Appendix B, Figur B1.



Figur 4.22: a) Deformationsfigur. b) Normalkraftsdiagram för balken. c) Momentdiagram för balken.

I deformationsfiguren i Figur 4.22 syns att det blir böjning i balkelementet och att stångelementen 4-5 blir nertryckta och 6-8 nerdragna. Normalkraftsdiagrammet styrker det resonomang som fördes i kap 4.1.2 att det blir tryck i balkelementet och stångelement 4-5 och drag i stångelement 6-8. Momentdiagrammet är nästan helt linjärt då punktlasterna är betydligt större än balkens egentyngd och därför blir det som utmärker momentdiagrammet. Där momentet är som störst är tvärkraften noll och där tvärkraften är som störst är momentet noll.

Element	N [kN]	V [kN]	M [kN/m]	σ [MPa]
1	-21.5	-1.0	1.5	-10.0
		-0.6		
2	-21.5	-0.1	1.5	-10.0
		0.2		
3	-21.2	0.5	1.4	-9.9
		0.9		
4	-7.5	-	-	-5.3
5	-7.6	-	-	-5.5
6	22.7	-	-	32.5
7	21.4	-	-	30.5
8	22.8	-	-	32.7

Tabell 4.2: Normalkraft, tvärkraft, moment och spänningar för andra ordningens bärverk.

De största beräknade spänningarna blir i stångelement 6-8 som blir dragna. Generellt sett är spänningarna även här låga vilket visar att det sekundära bärverket är överdimensionerat. Den underspända balkens princip att bära med tryck och drag istället för böjning syns tydligt i resultaten då momentet blir mycket litet i balkelementet. Detta resulterar i att även spänningarna i balkelementen blir låga. Detta för att det är ett kraftigt tvärsnitt som nästan helt utsätts för normalkraft.

4.2.4 Primärbärverk

Primärbärverket är uppbyggt av en Polonceau-takstol. Över ett takvalv finns det två olika utföranden på Polonceau-takstolen, se Figur 4.23 och 4.24.

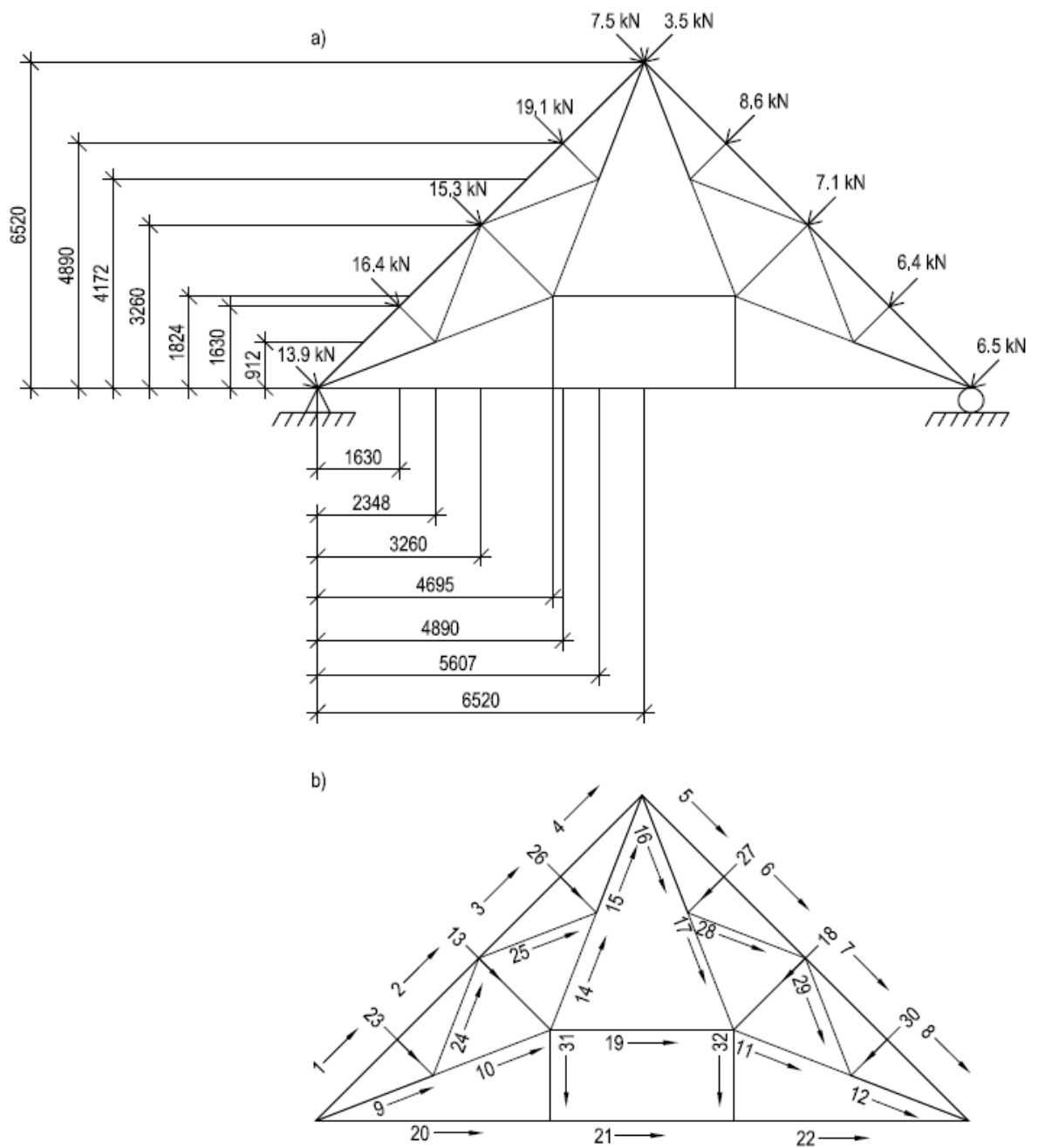
Dessa två figurer visar en beräkningsmodell med angivna laster och randvillkor och en FEM-modell med numrerade element. Polonceau-takstolarna har här modellerats som fritt upplagda, detta trots att vind huvudlast beaktas. Detta för den totala nettokraften i horisontalled är så pass liten. Detta i jämförelse med den principiella analysen som gjorde i kap 4.1.1 där båda upplagen antogs vara fixlager vid vind huvudlast. I den analysen var vindtrycket och vindsuget lika stora vilket gav en stor nettokraft i horisontalled. I denna numeriska analys beaktas även snölasten, om än

reducerad med en faktor på 0.6, och ett vindsug som är nära noll vilket ger en liten horisontell nettokraft. Detta bör då ge ett bra resultat på normalkraftsfördelning i konstruktionen. Figur 4.25 och 4.26 är FEM-modeller över Polonceau-takstolarna med angivna beteckningar på frihetsgrader. Polonceau-takstolarna har här modellerats med två olika modeller, en som fackverk med enbart stångelement och en som ramkonstruktion med enbart balkelement, se Figur 4.25 och 4.26. Då knutpunkterna är omsorgsfullt utformade så att elementens systemlinjer skär varandra i knutpunkterna bör de i teorin kunna räknas som friktionsfria leder. I praktiken kommer de kraftiga förbanden dock att ta upp ett visst moment. Därför har två ytterlighetsfall beaktats, ett med friktionsfria leder och ett med momentstyva knutpunkter. I rammodellen har egentyingderna för elementen modellerats som en utbredd last över respektive element och i fackverksmodellen har egentyingderna av elementen beräknats för hand och fördelats som punktlaster i noderna.

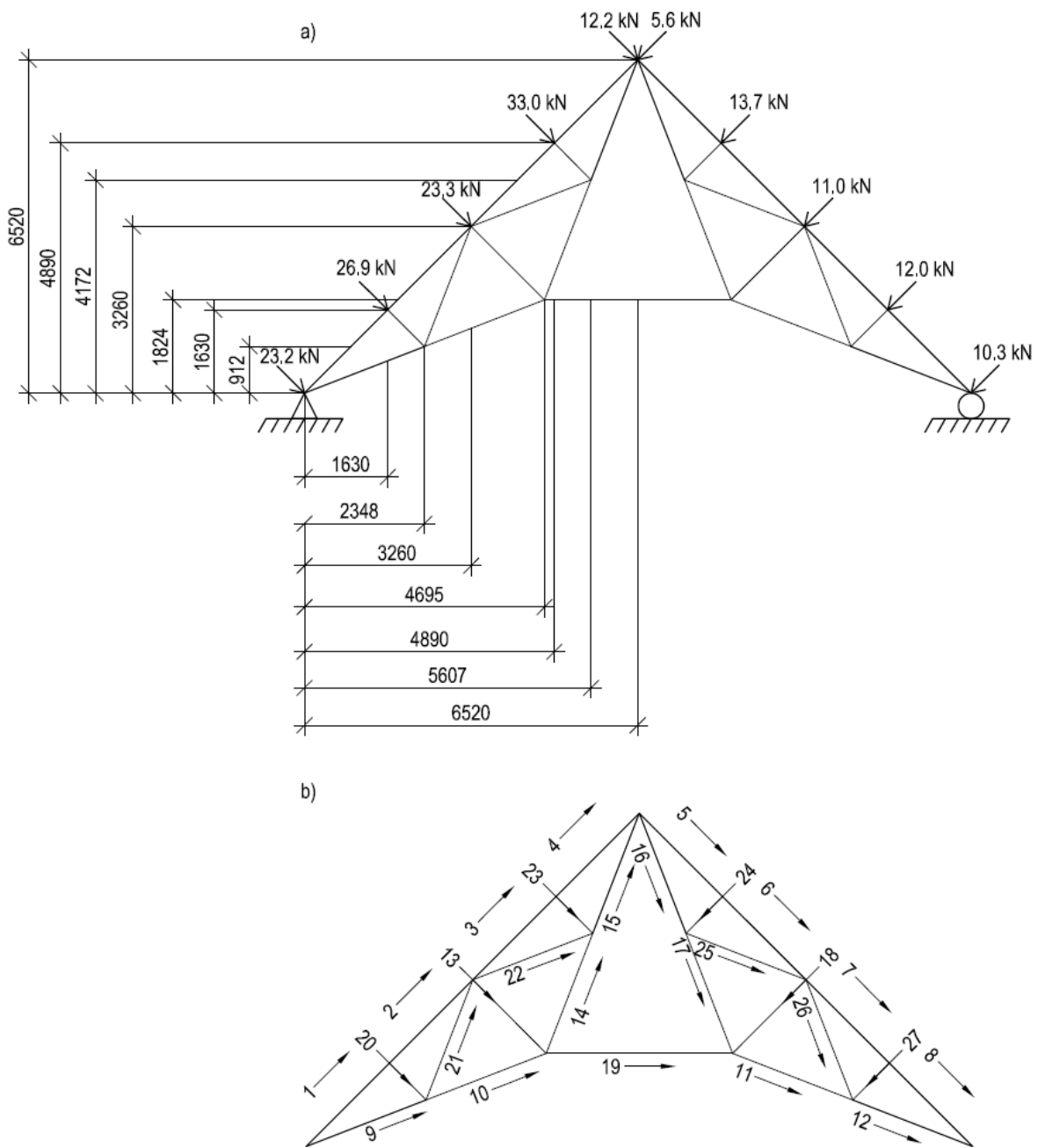
Det som bör beaktas vid jämförelse av de två olika Polonceau-takstolarna är att Polonceau-takstolen över valvet som saknar dragband nertill är belastad med nästan dubbelt så mycket last som polonceautakstolen med dragband nertill som är placerad vid sidan av valet. Detta för att Polonceau-takstolen i mitt bär upp last från både halva fack 1 och 2 medan Polonceau-takstolen vid kanten bara bär upp last från halva taket i fack 2 och halva den lilla delen som utgör fack 3.

Polonceau-takstolarna är uppbyggda av element med fyra olika tvärsnitt vilket visas i Figur 4.27.

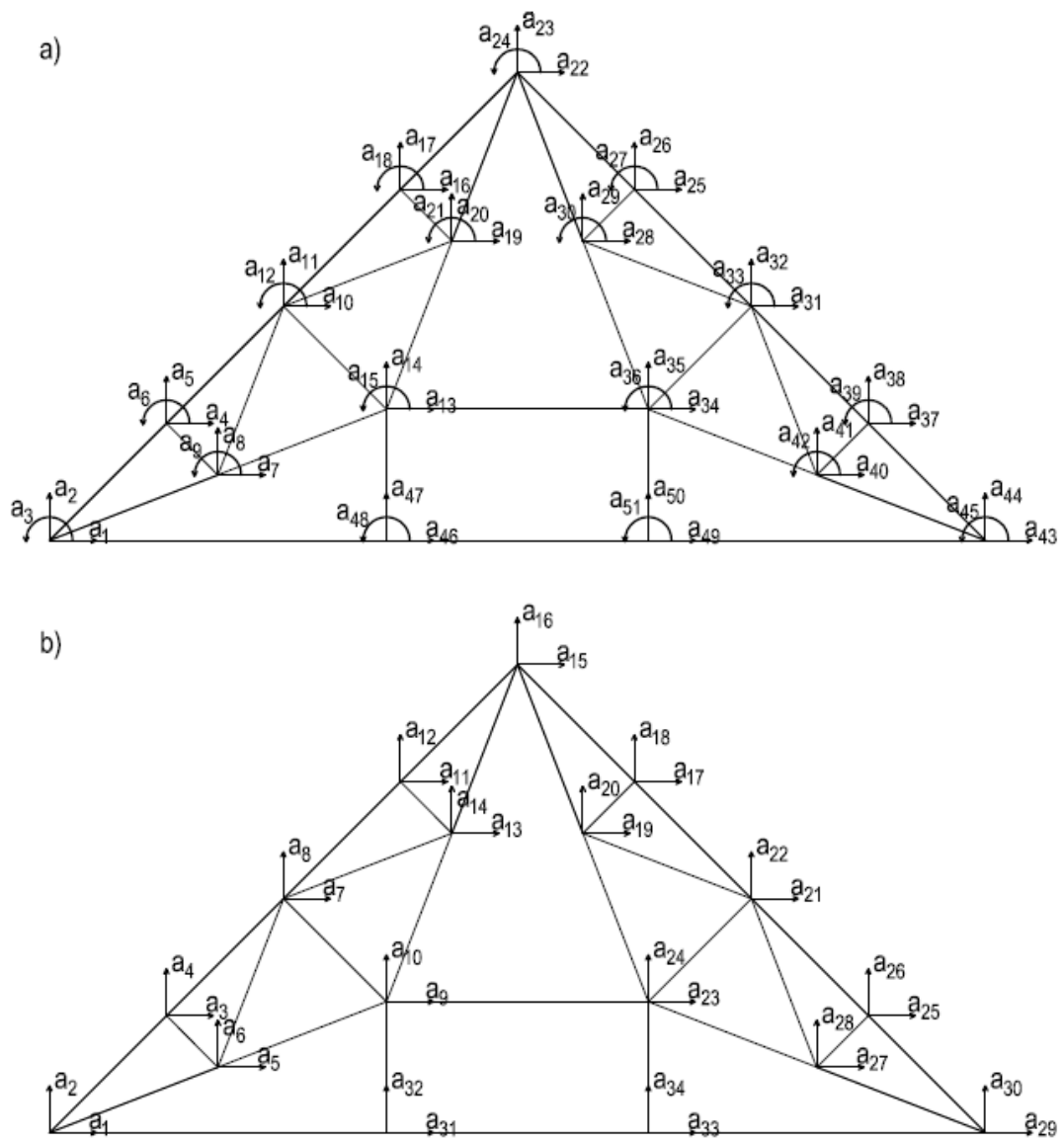
Vid modellering i CALFEM kommer lasterna som visas i Figur 4.23 och 4.24 att delas in i en horisontell och en vertikal komponent. Dessa laster redovisas i appendix A Tabell A3-A6. En liten förenkling har gjorts vid avbildningen av Polonceau-takstolarna genom att avståndet av element 1-8 har fördelats lika. Om man ser på planskissen i Figur 4.14 ser man att avståndet i verkligheten har en liten variation, så pass liten att den kan försummas för att göra en enklare beräkningsmodell.



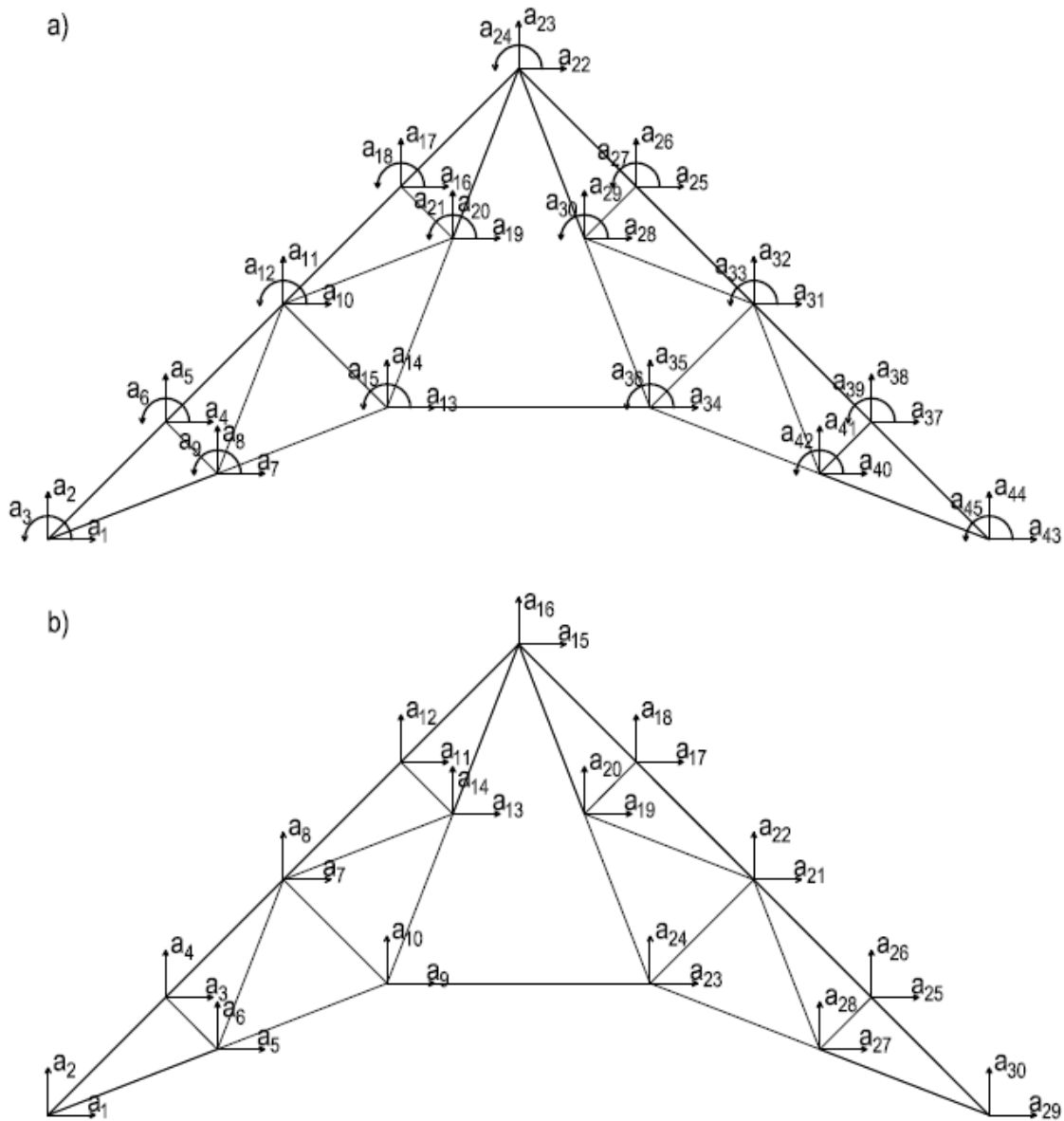
Figur 4.23: a) Beräkningsmodell med angivna mått, laster och randvillkor, takstol vid kant. b) FEM-modell med beteckning på element, takstol vid kant.



Figur 4.24: a) Beräkningsmodell med angivna mått, laster och randvillkor, takstol mitt. b) FEM-modell med beteckning på element, takstol mitt.

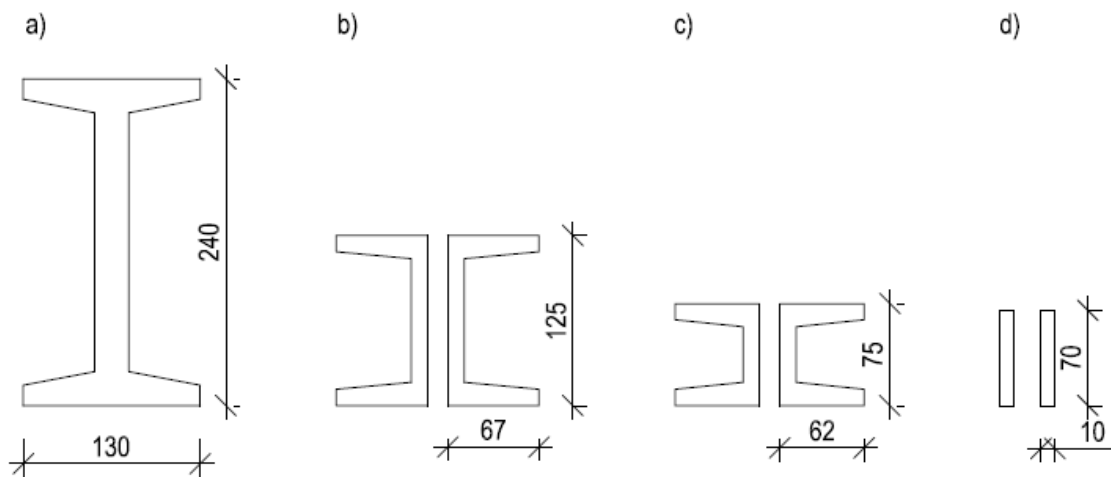


Figur 4.25: FEM-modell med beteckning på frihetsgrader, takstol kant a) Rammodell b) Fackerkmodell



Figur 4.26: FEM-modell med beteckning på frihetsgrader, takstol mitt a) Rammmodell b) Fackerksmodell

Upplagskraften från sekundärbärverken, som visas i Figur 4.23 a och 4.24a måste komponentuppdelas vid beräkning av last på primärbärverket. Upplagskraften som angriper vinkelrätt mot primärbärverkets plan kommer att delas upp i en vertikal-och en horisontalkomponent. Dessa krafter redovisas i Appendix A.



Figur 4.27: Tvärsnitt av primärbärverk.

De olika tvärsnitten för elementen:

Takstol vid kant:

Element 1-8 tvärsnitt 4.17a

Element 9-12 tvärsnitt 4.17b

Element 13-22 tvärsnitt 4.17c

Element 23-32 tvärsnitt 4.17d

Takstol mitt över valvet:

Element 1-8 tvärsnitt 4.17a

Element 9-12 tvärsnitt 4.17b

Element 13-19 tvärsnitt 4.17c

Element 20-27 tvärsnitt 4.17d

Tvärsnittsareor

$$A_a = 10.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_b = 6.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_c = 4.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_d = 1.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Tröghetsmoment

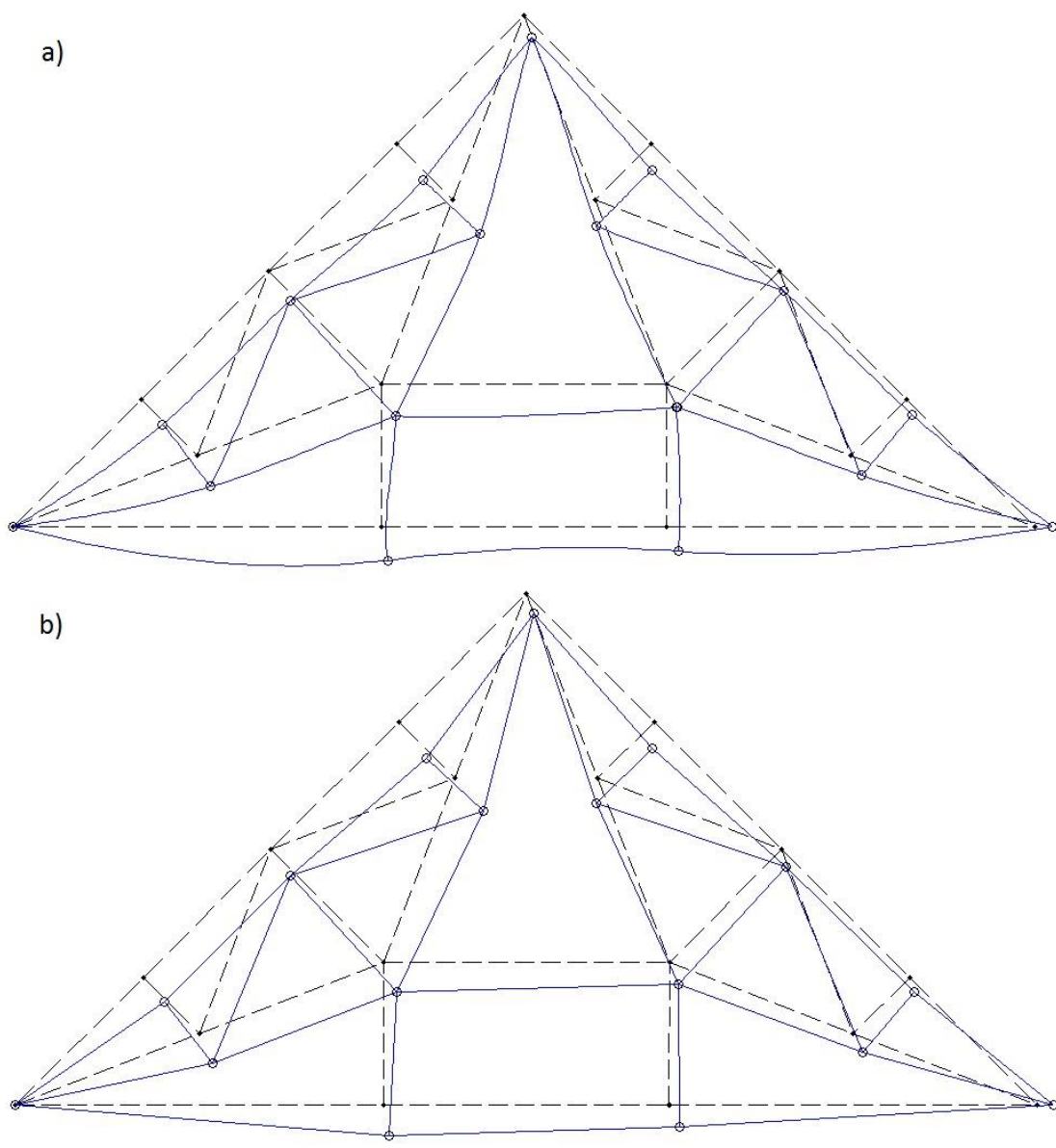
$$I_a = 8.2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I_b = 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

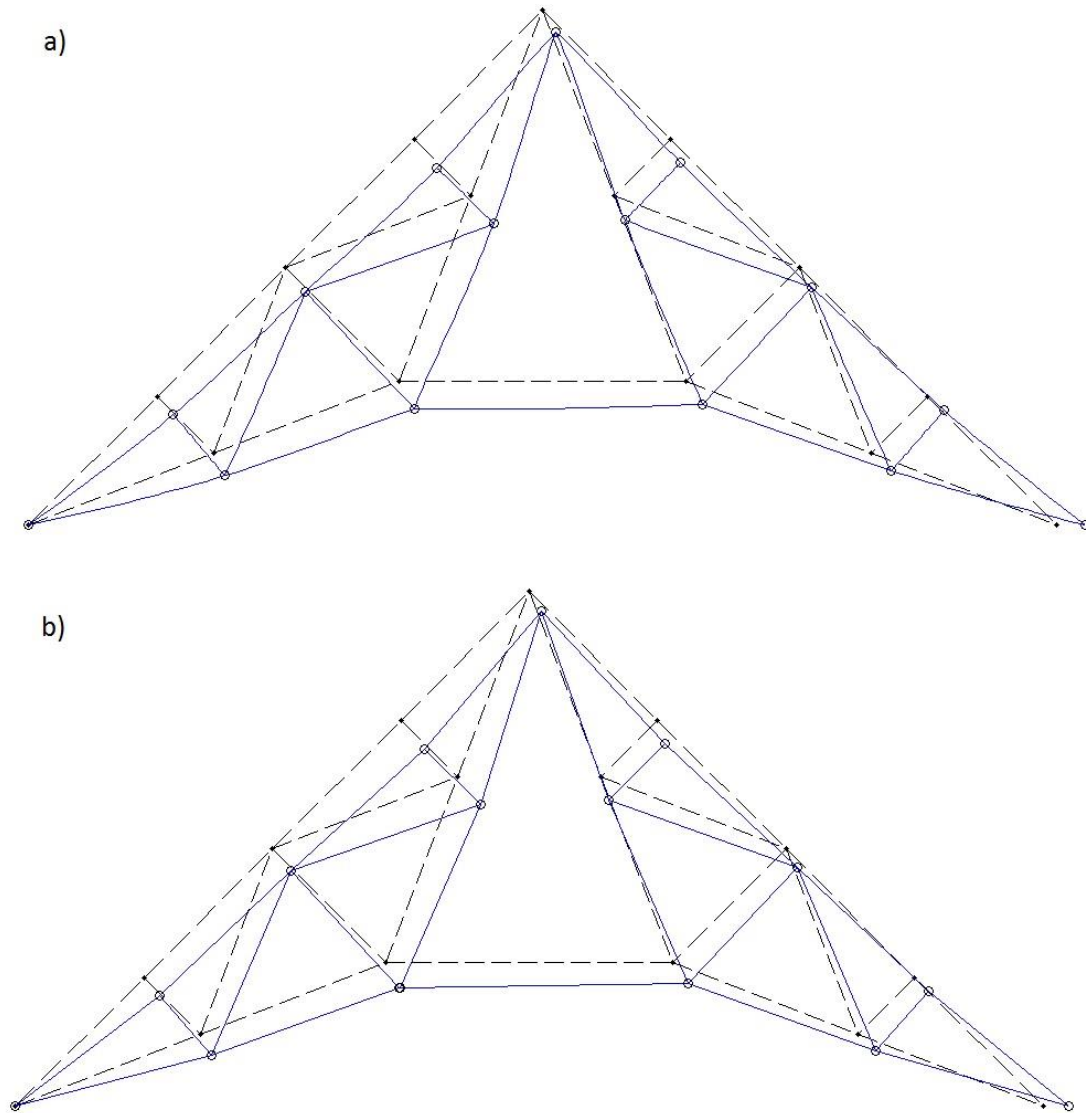
$$I_c = 0.4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$I_d = 0.06 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

Beräkningar av tvärsnitt och tröghetsmoment redovisas i Appendix B, Figur B1.



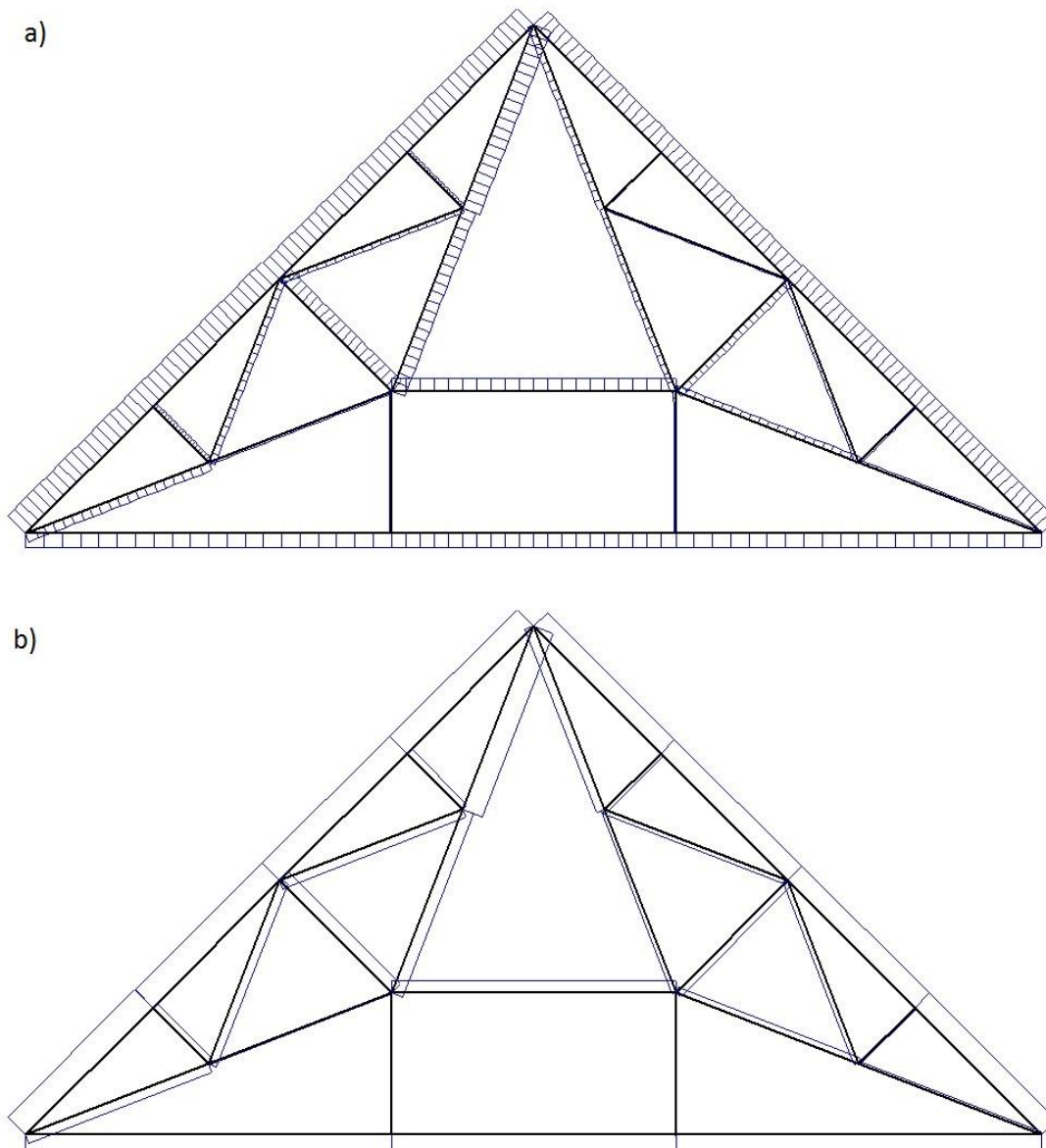
Figur 4.28: Deformationsfigur takstol kant. a) Rammodell. b) Fackverksmodell.



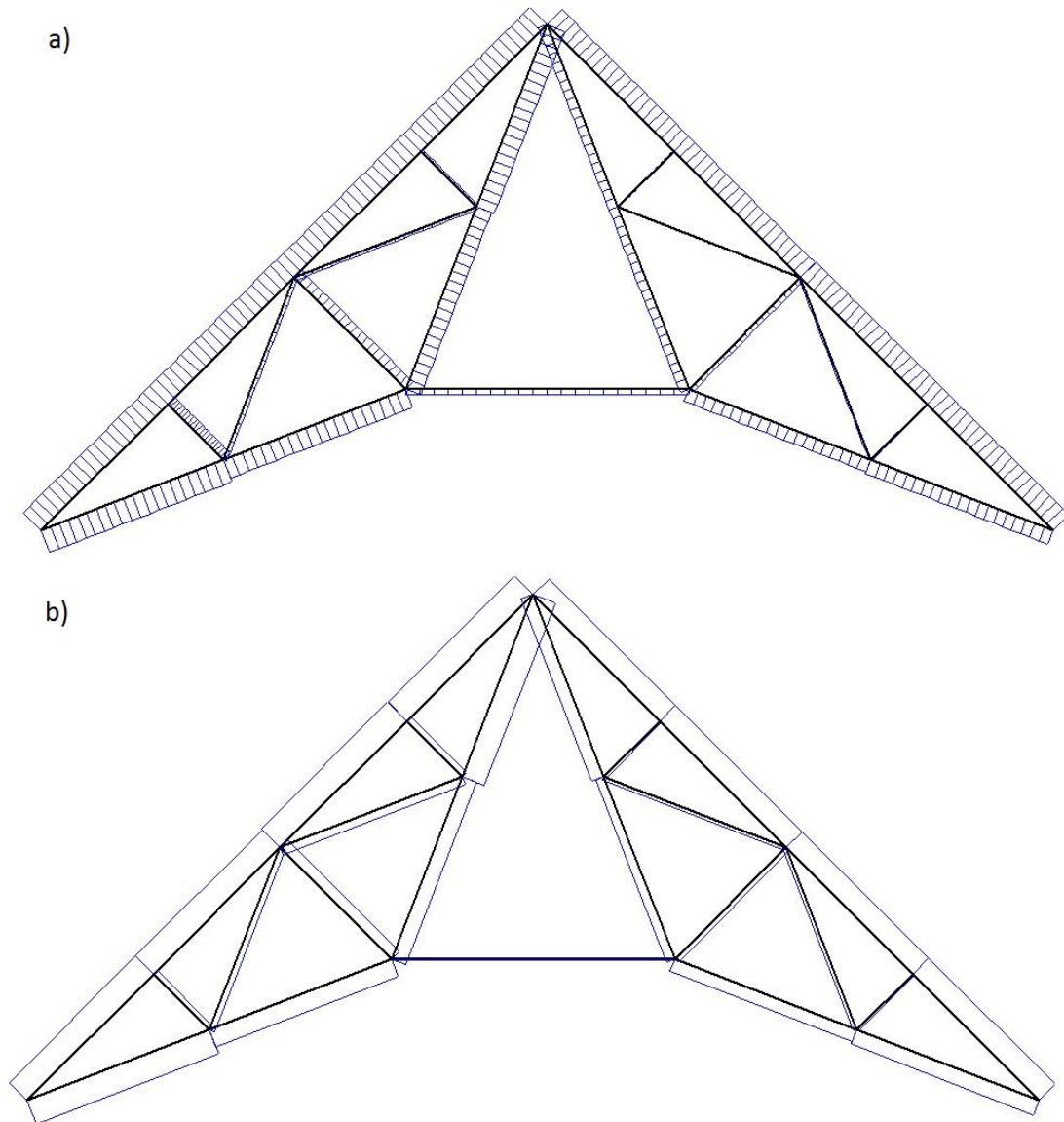
Figur 4.29: Deformationsfigur takstol kant. a) Rammodell b) Fackverksmodell.

Deformationsfigurerna i Figur 4.28 och 4.29 visar hur deformationen skiljer sig åt vid modellering av rammodell och fackverksmodell. Det syns tydligt att elementen blir böjda i rammodellen och att elementen förblir raka i fackverksmodellen. Deformationen är tydligast på lovartsidan där både den horisontella och vertikala lasten är som störst.

Då förflyttning i horisontalled bara är förhindrad i det vänstra stödet deformeras hela konstruktionen till höger vilket tydligt syns i Figurerna 4.28 och 4.29. Med de beräknade deformationerna som redovisas i Appendix A Tabell A7-A8 har det kunnat beräknas att rammodellen är ca 10-20% styvare än fackverksmodellen. Detta är fullt förståeligt då rammodellen har momentstyva knutpunkter.



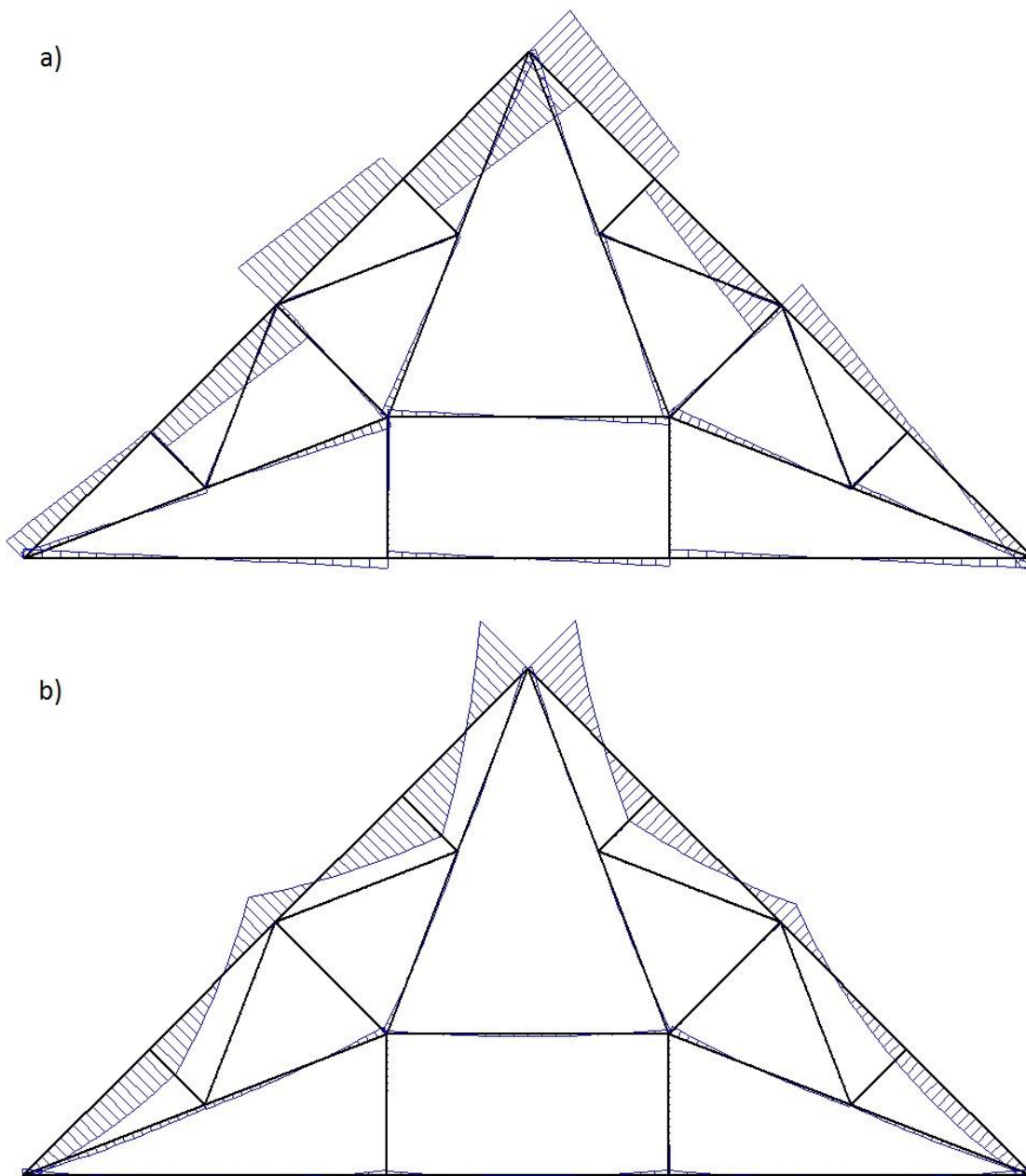
Figur 4.30: Normalkraftsdiagram takstol kant. a) Rammodell. b) Fackverksmodell.



Figur 4.31: Normalkraftsdiagram takstol kant. a) Rammodell. b) Fackverksmodell.

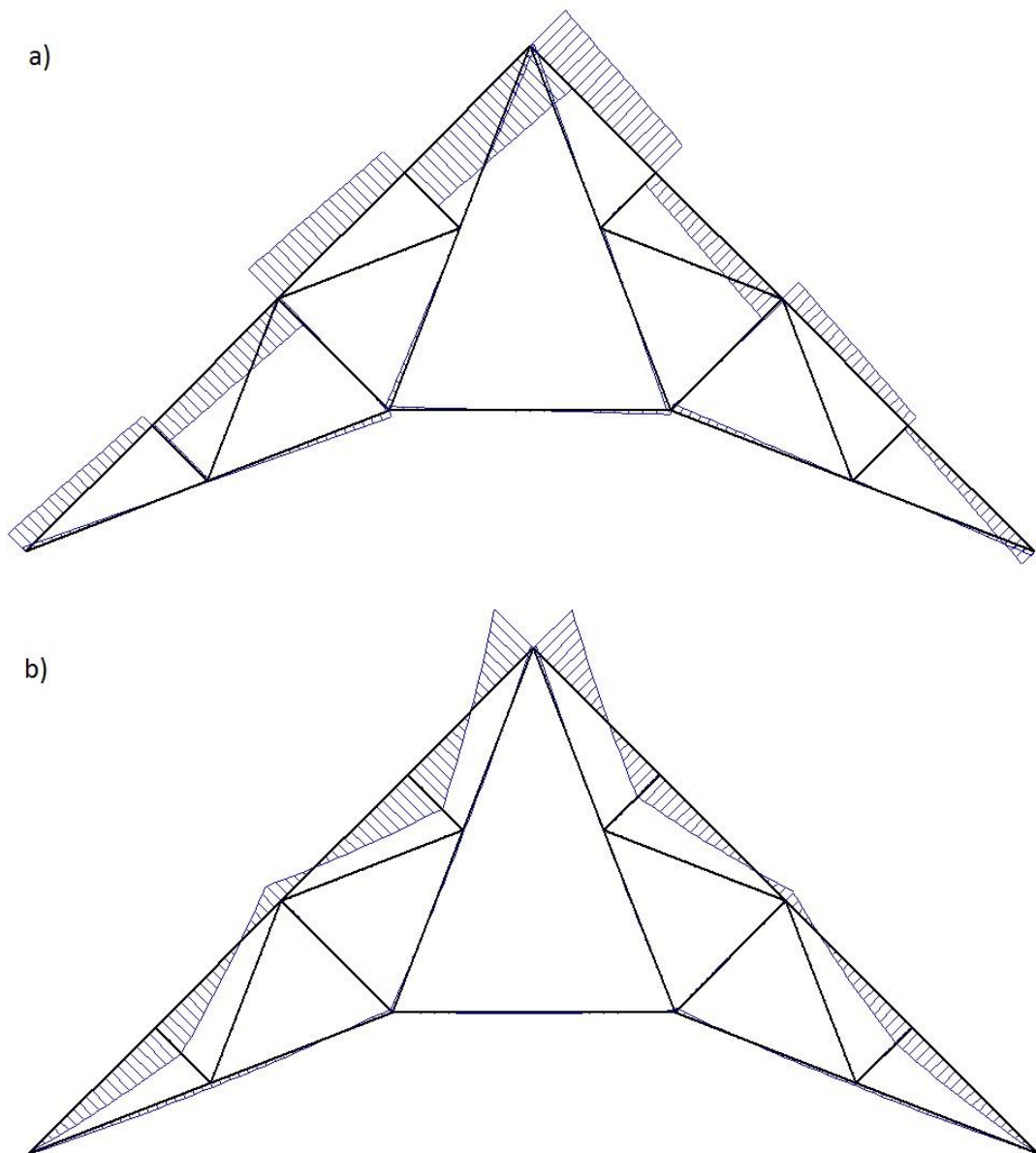
Normalkraftsdiagrammen som visas i Figur 4.30 och 4.31 styrker den principiella förklaring som gjordes i kap 4.1.1. Skillnaden mellan denna numeriska analysen och den principiella förklaringen i kap 4.1.1 är att Polonceau-takstolen är modellerad som fritt upplagd trots att det finns en horisontell nettokraft, om än liten, som nämndes i inledningen till detta kapitel. Resultatet av detta blir att Figur 4.30 som visar takstolen med stag nedtill får ett normalkraftdiagram som visar likheter med både Figur 4.5 e och f. Element 9-10 blir här dragna medan element 20 och 11-12 blir tryckta. Detta

har sin förklaring i att både den vertikala och horisontella kraften är störst på vänstersidan av takstolen vilket gör att element 20 blir tryckt i och med att hela takstolen deformeras åt höger. Den dragkraft som uppstår i element 11-12 av det tryck som genereras i element 18 och 30 tas ut av den tryckkraft som genereras från element 20. Därför kommer element 11-12 att bli tryckta vilket i sin tur medför att element 20-22 blir dragna. Figur 4.31 som visar normalkraftsfördelningen utan dragband är nästan identisk med Figur 4.5 b. Här är element 9-12 dragna men element 9-10 uppvisar en större dragkraft än element 11-12 vilket har sin förklaring i att lasterna är större på vänstersidan.



Figur 4.32: Tvärkrafts- och Momentdiagram, takstol kant. a) Rammodell. b) Fackverksmodell.

Tvärkrafts- och momentdiagrammen som visas i figur 4.32 och 4.33 visar att både tvärkraft och momentet blir klart störst i huvudbalkarna 1-8. Detta resultat visar att en modell med balkelement för element 1-8 och övriga element modellerade som stångelement bör vara ett bra alternativ som avspeglar hur konstruktionen verkar på ett bra sätt.



Figur 4.33: Tvärkrafts- och Momentdiagram, takstol kant. a) Rammodell. b) Fackverksmodell.

Element	N [kN] Ram	N [kN] Fackverk	N [kN] Ram	V [kN] Ram	M [kNm] Ram	σ [MPa] Ram	σ [MPa] Fackverk
1	-71.6	-76.8	-71.6	-3.2	4.7	-14.4	-7.9
2	-71.3	-75.0	-71.3	5.6	-4.8	-14.5	-7.7
3	-66.5	-73.8	-66.5	-6.7	7.5	-17.3	-7.6
4	-66.4	-72.5	-66.4	8.6	-8.9	-20.	-7.5
5	-54.7	-58.0	-54.7	-7.4	-8.9	-18.8	-5.9
6	-54.6	-59.4	-54.6	4.9	4.6	-12.5	-6.1
7	-58.7	-61.1	-58.7	-3.7	-3.0	-10.5	-6.3
8	-58.8	-62.9	-58.8	2.0	2.4	-9.1	-6.5
9	24.8	28.6	24.8	-0.9	0.2	5.8	4.8
10	7.2	4.8	7.2	1.3	-1.0	5.2	0.8
11	-15.8	-18.0	-15.8	-1.3	-1.0	-7.0	-3.0
12	-6.4	-6.7	-6.4	0.8	0.5	-3.3	-1.1
13	-40.6	-38.1	-40.6	-0.5	-0.2	-11.1	-8.5
14	38.9	35.5	38.9	-0.9	-0.5	14.1	7.9
15	51.9	63.3	51.9	0.9	-0.6	17.4	14.1
16	18.7	27.4	18.7	-0.8	-0.6	10.2	6.1
17	14.9	12.6	14.9	0.8	-0.4	6.7	2.8
18	-21.7	-19.6	-21.7	-0.6	-0.2	-6.7	-4.4
19	-36.9	-35.3	-36.9	1.0	-0.5	-13.6	-7.9
20	41.2	46.2	41.2	-1.2	-0.8	17.2	10.3
21	41.2	46.2	41.2	-0.1	-0.6	16.1	10.3
22	41.2	46.2	41.2	-1.2	-0.1	17.8	10.3
23	-13.4	-18.2	-13.4	-0.3	-0.1	-14.2	-13.0
24	17.8	25.7	17.8	0.2	0.7	18.5	18.3
25	13.2	26.3	13.2	-0.2	-0.01	15.5	18.8
26	-9.6	-20.4	-9.6	-0.1	-0.05	-7.2	-14.6
27	-2.3	-10.0	-2.3	0.2	-0.06	-3.6	-7.13
28	4.3	13.3	4.3	0.2	-0.1	8.9	9.5
29	9.5	13.2	9.5	-0.2	-0.1	12.3	9.5
30	-.65	-5.4	-.65	0.2	-0.08	-8.1	-3.8
31	4.2	1.8	4.2	-0.2	-0.1	23.5	2.5
32	4.3	1.8	4.3	0.08	0.03	7.7	2.5

Tabell 4.3: Normalkraft, tvärkraft, moment och spänningar för ram- och fackverksmodell av primärbärverket vid kant.

Element	N [kN] Ram	N [kN] Fackverk	V [kN] Ram	M [kNm] Ram	σ [MPa] Ram	σ [MPa] Fackverk
1	-148.5	-154.5	-6.2	10.6	-30.9	-15.9
2	-148.4	-153.1	8.7	10.6	-30.9	-15.7
3	-143.0	-160.1	-9.8	13.7	-33.8	-16.5
4	-142.8	-158.8	14.2	-15.5	-37.6	-16.3
5	-123.0	-135.6	-12.1	-15.5	-35.6	-13.9
6	-123.2	-136.9	6.8	8.9	-25.8	-14.1
7	-129.8	-137.4	-5.7	6.5	-22.3	-14.1
8	-129.7	-138.7	4.3	6.5	-22.3	-14.3
9	138.5	150.3	-1.3	1.4	20.8	25.2
10	115.9	116.2	1.8	1.5	25.6	19.5
11	76.9	80.4	-1.6	-1.1	16.9	13.5
12	86.9	97.4	1.1	1.0	18.8	16.3
13	-60.4	-56.9	-0.6	-0.2	-15.7	-12.7
14	94.3	90.7	-1.1	-0.7	28.0	20.3
15	111.4	134.0	1.2	-0.9	23.5	30.0
16	55.9	75.9	-1.1	-0.9	21.5	17.0
17	54.4	54.8	0.8	-0.4	16.1	13.1
18	-28.8	-27.9	-0.6	-0.2	-8.4	-6.3
19	29.9	32.6	1.0	-0.5	11.8	2.5
20	-57.2	-28.2	-0.6	0.3	-15.6	-20.0
21	22.5	32.6	0.2	0.05	11.2	23.2
22	17.2	41.9	-0.2	-0.1	9.7	30.0
23	-13.3	-32.9	-0.2	-0.1	-12.5	-23.5
24	-0.7	-15.1	0.3	-0.1	-7.4	-10.7
25	2.1	19.7	0.2	-0.01	7.7	14.4
26	9.9	18.4	-0.2	-0.01	12.3	13.1
27	-7.5	-12.9	0.1	-0.04	-5.5	-9.2

Tabell 4.4: Normalkraft, tvärkraft, moment och spänningar för ram- och fackverksmodell av primärbärverket vid mitt.

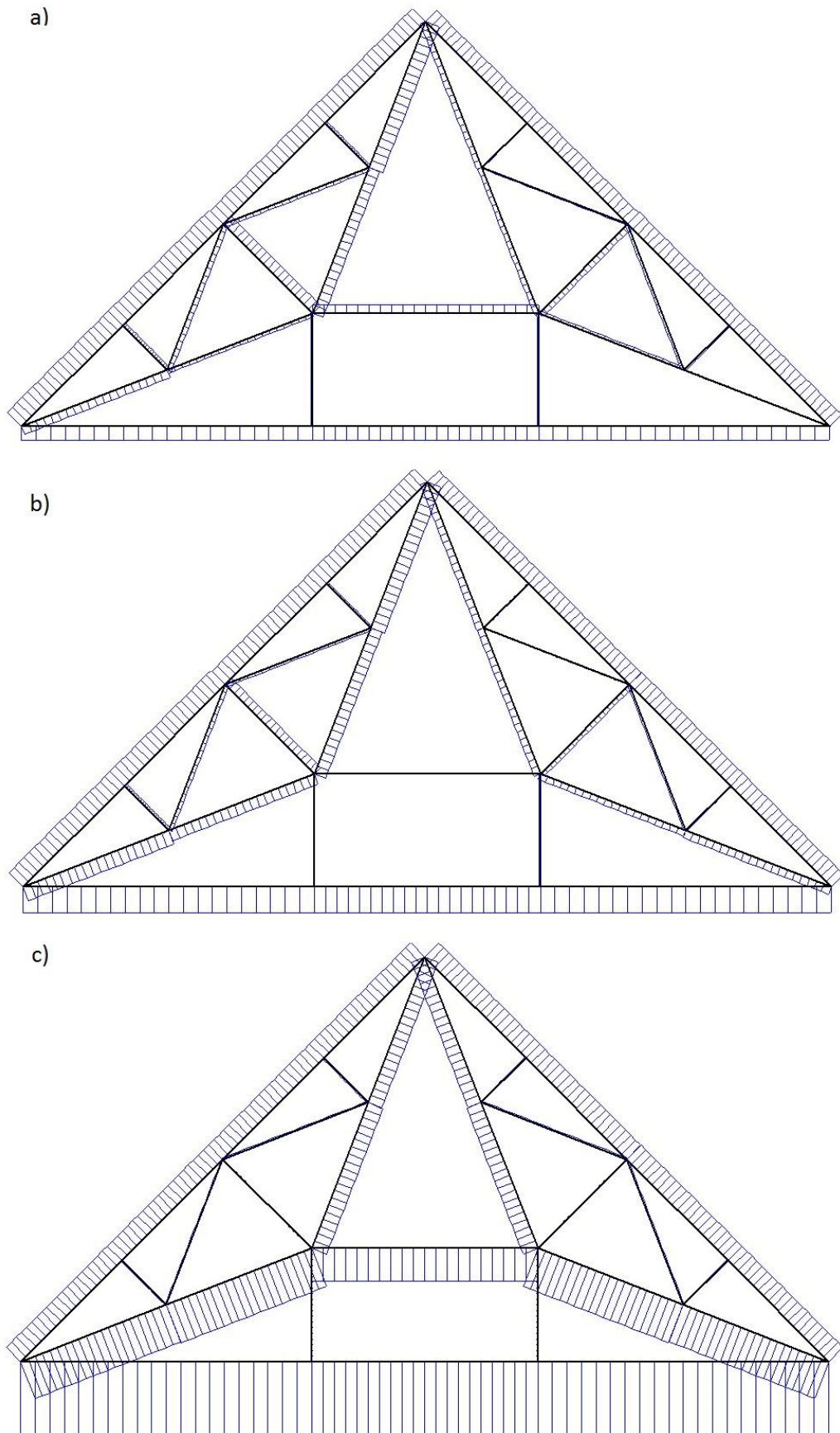
Resultaten från tabell 4.3 och 4.4 visar att spänningsfördelningen är betydligt jämnare i Plonceau-takstolen som har ett extra element nertill. Denna konstruktionen är statiskt obestämd och har därför fler lastvägar och spänningen kan därför fördelas jämnare. Generellt sett visar fackverksmodellerna något högre normalkraft medan rammodellerna visar något högre spänningar. Detta har sin förklaring i att fackverksmodellen tar upp all lasten axiellt vilket medför stora normalkrafter. Rammodellen tar upp lasten både axiellt och genom böjverkan. Spänningarna blir därför som högst antingen i elementens fält eller vid stöden i rammodellen. Det bör beaktas att

spänningarna i rammodellen är något i överkant då knutpunkterna i praktiken inte är helt momentstyva. Spänningarna från fackverksmodellen och rammodellen kan ses som två ytterlighetsvärden som man bör hålla sig inom vid bedömning av dess hållfasthet. Generellt sett är spänningarna mycket låga i de båda takstolarna oavsett vilken typ av modell som använts. De största spänningarna är beräknade i rammodellen på Polonceau-takstolen utan dragband nertill, se Tabell 4.4. Detta har delvis sin förklaring i att denna takstolen är belastad med mer yttre kraft.

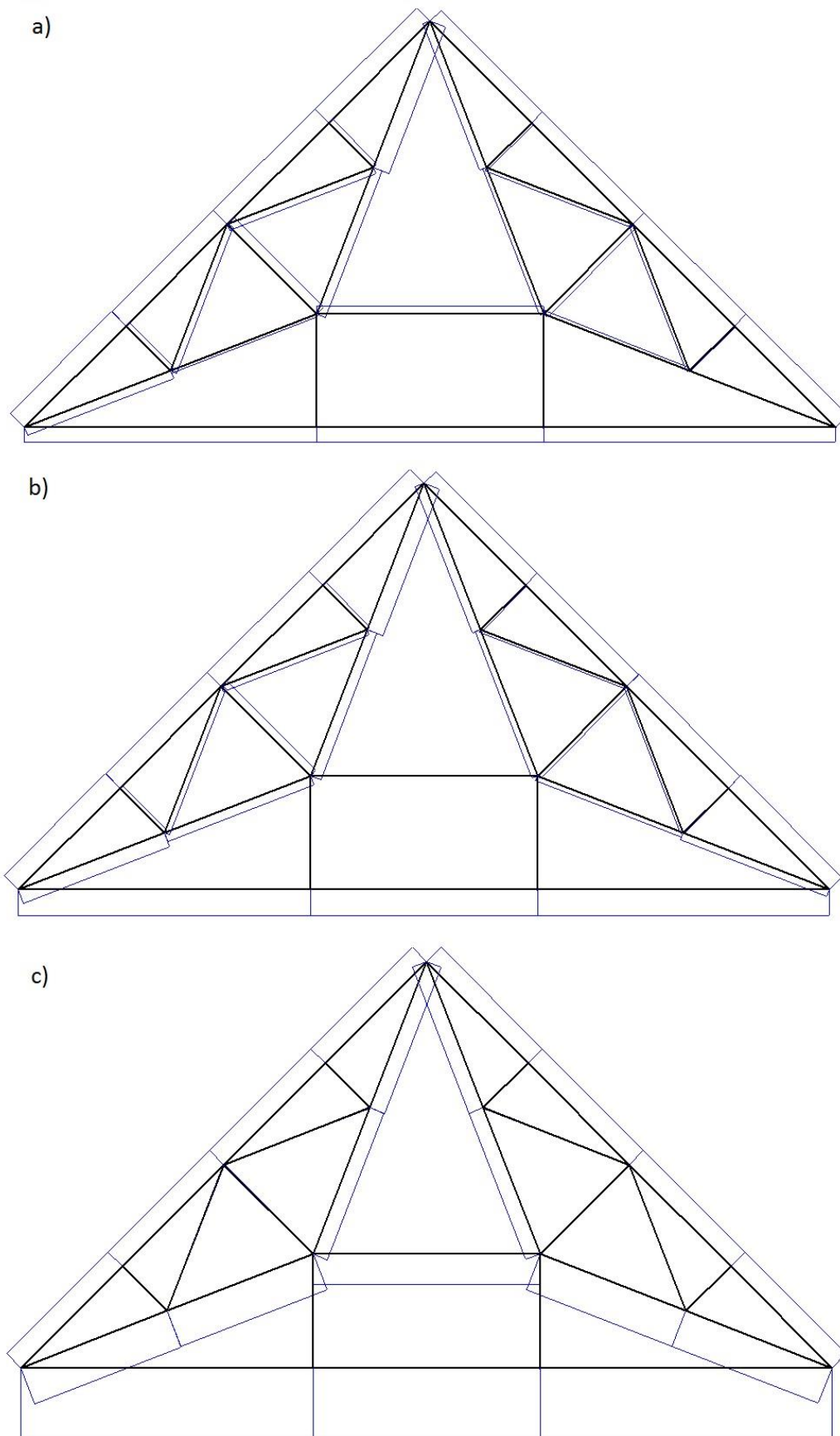
4.2.5 Effekt av stödförskjutning

Resultatet från FEM-analysen av den överliggande stålkonstruktionen visar att den är kraftigt överdimensionerad, förutsatt att den stålqualität som har antagits verkligen har använts. Zettervalls tanke med takkonstruktionen var som nämnt i kap 2.3.3 att den skulle stabilisera kyrkan genom att ta upp de horsiontalkrafter som genererades av takvalven. ”Zettervall var en duktig ingenjör och lyckades med konststycket att få domkyrkan att stå utan yttre stöd.(...) Ett raffinerat system av järnbalkar konstruerades så att väggarna skulle hålla varandra på plats” [6].

För att undersöka om stålkonstruktionen har denna extra kapacitet har stödförskjutning av Polonceau-takstolen vid kanten kontrollerats. Anledningen till varför denna kontrolleras för stödförskjutning är för att valven genererar största delen av sin kraft i hörnorna på transeptet vilket betyder att Polonceau-takstolen vid kanten borde vara mest utsatt. Kontrollen har utförts både i rammodellen och fackverksmodellen, en extra dragkraft i frihetsgrad 43 i rammodellen och 29 i fackverksmodellen har då lagts till, från 10 kN upp till 1000 kN. Detta för att tydligt visa hur normalkraftsfördelningen ändras i takstolen. En extra horisontell förskjutning på 0.1, 1.1 och 11.1 mm blir resultatet av den horsiontella stödförskjutningen.



Figur 4.34: Normalkraftsfördelning vid kraft i rullagret i rammodellen, takstol kant. a) 10 kN. b) 100 kN. c) 1000 kN.



Figur 4.35: Normalkraftsfördelning vid kraft i rullagret i fackverksmodellen, takstol kant. a) 10 kN. b) 100 kN. c) 1000 kN.

Vid en stödförskjutning motsvarande 10 kN är det ingen märkbar skillnad i normalkraftfördelningen. Vid 100 kN går element 19 och 11-12 från tryckta till dragna. Element 9-10, 19, 11-12 och 20-22 samverkar nu som dragna element. Vid 1000 kN är det ännu mer påtagligt hur hela konstruktionen samverkar. Förutom det som beskrevs vid 100 kN kommer även element 14-17 att bli dragna och ge ett extra tryck i huvudbalkarna 1-8. Detta visar hur effektivt polonceau-takstolen tar hand om denna extra stödförskjutning.

Last [kN]	$10 \cdot 10^3$	$10 \cdot 10^4$	$10 \cdot 10^5$
Element	σ [MPa] Ram	σ [MPa] Ram	σ [MPa] Ram
9	6.5	10.8	46.6
10	6.3	12.6	83.3
11	-5.8	8.92	78.4
12	-2.4	9.0	78.5
20	19.6	34.5	189.2
21	18.5	33.6	184.0
22	20.3	35.2	188.7

Tabell 4.6: Ökning av spänningen i de mest utsatta elementen vid stödförskjutning motsvarande 10 kN till 1000 kN i rammodellen takstol kant.

Last [kN]	10	10^2	10^3
Element	σ [MPa]	σ [MPa]	σ [MPa]
9	5.8	12.1	75.2
10	1.8	8.1	71.2
11	-2.0	4.3	67.4
12	-0.1	6.2	69.2
20	12.8	28.2	182.0
21	12.8	28.2	182.0
22	12.8	28.2	182.0

Tabell 4.5: Ökning av spänningen i de mest utsatta elementen vid stödförskjutning motsvarande 10 kN till 1000 kN i fackverksmodellen takstol kant.

I tabell 4.4 och 4.5 redovisas de element som påverkas mest av stödförskjutningen. De element som belastas hårdast är element 20-21 som vid 1000 kN börjar närma sig sin brotthållfasthet. En god marginal från materialets brotthållfasthet bör förspråkas då knutpunkterna vid drag med största sannolikhet inte har lika hög hållfasthet som materialet i sig.

5 Avslutande reflektion och förslag på vidare arbete

5.1 Avslutande reflektion

Domkyrkorådets nya satsningar inom sitt bevarandearbetesprogram för Lunds domkyrka har skapat förutsättningar för detta examensarbete genom den nya 3D-modell som håller på att skapas. Genom att på ett enkelt sätt få geometridata med stor noggrannhet över konstruktionen har noggranna beräkningsmodeller kunnat tas fram på den överliggande stålkonstruktionen. Stålkonstruktionen har på ett enkelt sätt kunnat ritas av med punktmolnen från inskanningen som underlag.

Ända sedan kryssvalven byggdes till i domkyrkan efter branden 1234 har kyrkan haft stabilitetsproblem i murverken. Detta var något man försökte avhjälpa med strävpelarsystem runt om kyrkan. När mästaren Adam van Düren var klar med sin omfattande restaurering på 1500-talet hade detta resulterat i att domkyrkan gick från den romanska till den gotiska arkitekturen. Zettervalls första restaureringsförslag på 1860-talet som innebar ett helt återskapande av den romanska katedralen godtogs inte av myndigheterna. Bit för bit fick han ändå igenom stora delar av de restaureringsförslag som han hade presenterat. De gotiska valven fick han inte byta ut mot ett platt trätak men strävpelarsystemet fick han tillåtelse att riva. Då strävpelarsystemets huvudsakliga uppgift var att ta upp horisontallasterna från takvalven stod Zettervall nu inför samma problem som uppstod när valven först hade byggts till efter branden på 1200-talet. Skillnaden nu var att Zettervall var en duktig ingenjör i mitten på 1800-talet då byggtekniken hade utvecklats och stål var ett betydligt mer utbrett byggnadsmaterial.

Det som kännetecknar Zettervalls restoration var utnyttandet av ny teknik och innovativa lösningar. Polonceau-takstolen som för tiden var ett vanligt inslag i större järnvägsstationer var något som Zettervall såg potential i att använda sig av som primärt bärverk över valven i domkyrkan. Med Polonceau-takstolens bågformade undersida var det möjligt att få plats med en konstruktion med dragband även mitt över takvalven. I hörnorna där lasten från kryssvalven var som störst konstruerade han en Polonceau-takstol med extra dragband nertill som extra förstärkning. För att få maximalt utnyttjande av takstolen byggdes stålkonstruktionen i ytterligare två olika nivåer för att lasten skulle angripa i knutpunkterna på Polonceau-takstolen.

Vid den första kvalitativa analysen visade det sig att det bara var tredje ordningens bärverk som tog upp utbredd last mellan knutpunkterna genom balkverkan. Sekundärbärverket som är konstruerat som en underspänd balk tar bara upp laster i knutpunkterna och utsätts därför huvudsakligen för normalkrafter. Sekundärbärverket för i sin tur över lasten till primärbärverkets knutpunkter vilket medför att även stora delar av det primära bärverket bara utsätts för normalkrafter.

Den numeriska analysen visade sig stämma bra överens med den kvalitativa beskrivningen. Detta är ett resultat av att konstruktionen kunnat delas in i de olika nivåerna den är uppbyggd av. Genom att förstå den princip konstruktionen var uppbyggd efter kunde en enkel och logisk modell med tillförlitliga resultat utarbetas. De numeriska värdena på spänningsfördelningen i konstruktionen gav som resultat att stålkonstruktionen är kraftigt överdimensionerad och har god kapacitet att ta upp en extra kraft vid stödförskjutning. Examensarbetet visar på så sätt att Zettervall lyckades med att skapa en konstruktion som har kapacitet att hålla ihop murarna. Om sedan murarna har kapacitet att föra upp lasterna till stålkonstruktionens dragband är en fråga som får besvaras i vidare arbete.

5.2 Vidare arbete

Genom att läsa av den överliggande takkonstruktionen har den delats in i fyra olika nivåer. En liknande avläsning av murverkskonstruktionen rekommenderas som fortsatt arbete. En indelning med murverken som primärt bärverk, kryssbågarna i valvet som sekundärt bärverk och med valvkapporna som 3e ordningens bärverk rekommenderas.

För att kunna göra korrekta beräkningar på murverken rekommenderas att det görs en noggrann analys av hur murverken är uppbyggda. Laserskanningen ger bara information om de yttre måtten av konstruktionen, vilket inte är tillräckligt vid mer exakta beräkningar. Murverken är förmodligen av typen skalmur som beskrivits i kap 3.3.1, och det behöver därför kontrolleras hur fördelningen på stenblocken i det yttre skalet och ifyllnadsmaterialet är.

Genom att göra mätningar som visar densitetsskillnader i muverken kan mer exakta bedömningar göras av deras uppbyggnad göras. Detta gäller även valven, för att avgöra hur mycket tegel respektive kalkbruk som de är uppbyggda av.

Detta kan bli ett mycket intressant arbete och jag önskar den som tar sig an detta ett stort lycka till. Kanske kan det arbetet ge svar på om Zettervall verkligen har lyckats med att få konstruktionen stabil. Förmodligen och förhoppningsvis kommer fler frågor att dyka upp, historien om domkyrkan som varit föremål för restaurationer i över 900 år kan omöjligt sluta här!

6 Referenser

- [1] Cinthio, E. (1953). *Lunds domkyrka*. Malmö: AB Allhem
- [2] Pointsketch. Chalmers programvara (Elektronisk)
<http://www.chalmers.se/sv/institutioner/arch/forskning/pointSketch2D/Sidor/default.aspx> (Hämtad 2014-02-06)
- [3] CALFEM. LTHs programvara. (Elektronisk)
<<http://www.byggmek.lth.se/calfem/>> (Hämtad 2014-02-06)
- [4] Rydén, T. , Lovén, B. & Hammar, KG.(1995). *Domkyrkan i Lund*. Malmö:Corona AB
- [5] Blomqvist, R. (1951). *Lunds historia, Medeltiden*. Lund: Berlingska boktryckeriet
- [6] Ulvros, E-V. , Larsson, A. & Andersson, B.(2012). *Domkyrkan i Lund, En vandring genom tid och rum*. Slovenien: Ednas Print
- [7] Cinthio, E. (1957). *Lunds domkyrka under romansk tid*. Lund: Håkan Ohlssons boktryckeri
- [8] Weigrt, H (1966) *Romansk arkitektur*. Malmö: AB Allhem
- [9] Rydbeck, O. (1923). *Lunds domkyrkas byggnadshistoria*. Lund: Gleerups
- [10] Rydén, T. Konstvetare Lunds universitet. 2014. Intervju 22 Janurai
- [11] Brunius, C. G. (1836) *Nordens äldsta metropolotankyrka*. Lund: Berlingska boktryckeriet
- [12] Blomqvist, R. (1978). *Lunds historia, Nyare tiden*. Lund: Berlingska boktryckeriet
- [13] Wahlöö, C. (1990) *Kulturen 1990 – Lund 1000 års krönika*. Trelleborg: Skogs boktryckeri
- [14] Gerstenberg K. & Domke H. (1964) *Gotisk arkitektur*. Malmö: AB Allhem
- [15] Artikel om konservering nationalmuset (elektronisk)
<<http://www.nationalmuseum.se/konservering>> (Hämtad 2014-02-17)
- [16] Svedberg, O (1988) *Arkitekturernas Århundrade – Europas Arkitektur på 1800-talet*. Stockholm: Arkitektur förlag AB.
- [17] Artikel om kuturkvadranten (elektronisk)
<http://sv.wikipedia.org/wiki/Kulturkvadranten> (Hämtad 2014-02-19)
- [18] Brand, C. 3D-samordnare Sweco. 2014. Intervju 13 Janurai
- [19] Isaksson, T., Mårtensson, A. & Thelandersson, S. (2010). *Byggnadskonstruktion*. Lund: Studentlitteratur AB
- [20] Sandin, Y.(2005) Träbärverk i äldre svenska kyrkor: Verknings sätt hos takstolar utan bindbjälke. Chalmers. Göteborg
- [21] Active Statics. MITs programvara (elektronisk)
<<http://acg.media.mit.edu/people/simong/statics/Start.html>> (Hämtad 2014-04-15)
- [22] Schodek, D-L (2001). *Structures Fourth edition*. New Jersey: Prentice-

- Hall, Inc
- [23] Foto på La Sagrada Familia <www.wikimediacommons.org> (Hämtad 2014-04-15)
 - [24] Robert, M (1993). *Architectural Technology up to the Scientific revolution*. Cambridge Massachusetts, London, England: The MIT Press
 - [25] Björk, C., Kallestenius, P. & Reppen, L. (1998). *Sekelskiftets byggt teknik*: Centraltryckeriet AB
 - [26] Humble, O. (1990). *Äldre murverkshus - reparationer och ombyggnad*. Stockholm: Ljunglöfs Offset AB
 - [27] Illustrationer över valv (Elektronisk) <www.koofers.com> (Hämtad 2014-04-17)
 - [28] Dahlblom, O. & Olsson, K-G. (2010). *Strukturmekanik – modellering och analys av ramar och fackverk*. Lund: Studentlitteratur AB
 - [29] Mårtensson, B. Plåtslagare BP-lomma. 2014. Intervju 2 mars
 - [30] Janing H (1980). *Äldre järn och stål hållfasthet och tillåtna spänningar*. Stockholm: STÅLBYGGNADSINSTITUTET
 - [31] Isaksson, T., Mårtensson, A. (2010). *Byggnadskonstruktion – Regel och formelsamling*. Lund: Studentlitteratur AB

Appendix A: Laster och deformationer

Tredje ordningens bärverk

Tabell A1: Dimensionerande laster som verkar per horisontell och vertikal längdenhet på tredje ordningens bärverk

Fack 1:	
Vinkelrät komposant	
Snö huvudlast	
- Lovartsidan	$q_d=2.0 \text{ kN/m}$
- Läsidan	$q_d=1.5 \text{ kN/m}$
Vind Huvudlast	
- Lovartsidan	$q_d=3.0 \text{ kN/m}$
- Läsidan	$q_d=1.2 \text{ kN/m}$
Parallell komposant	
Snö huvudlast	
- Lovartsidan	$q_d=1.5 \text{ kN/m}$
- Läsidan	$q_d=1.5 \text{ kN/m}$
Vind Huvudlast	
- Lovartsidan	$q_d=1.1 \text{ kN/m}$
- Läsidan	$q_d=1.1 \text{ kN/m}$
Fack 2:	
Vinkelrät komposant	
Snö huvudlast	
- Lovartsidan	$q_d=1.9 \text{ kN/m}$
- Läsidan	$q_d=1.35 \text{ kN/m}$
Vind Huvudlast	
- Lovartsidan	$q_d=2.7 \text{ kN/m}$
- Läsidan	$q_d=1.1 \text{ kN/m}$
Parallell komposant	
Snö huvudlast	
- Lovartsidan	$q_d=1.3 \text{ kN/m}$
- Läsidan	$q_d=1.3 \text{ kN/m}$
Vind Huvudlast	

- | | |
|---------------|------------------------|
| - Lovartsidan | $q_d=1.0 \text{ kN/m}$ |
| - Läsidan | $q_d=1.0 \text{ kN/m}$ |

Fack 3:

Vinkelrät komposant
Snö huvudlast

- | | |
|---------------|------------------------|
| - Lovartsidan | $q_d=2.2 \text{ kN/m}$ |
| - Läsidan | $q_d=1.6 \text{ kN/m}$ |

Vind Huvudlast

- | | |
|---------------|------------------------|
| - Lovartsidan | $q_d=3.3 \text{ kN/m}$ |
| - Läsidan | $q_d=1.3 \text{ kN/m}$ |

Parallell komposant

Snö huvudlast

- | | |
|---------------|------------------------|
| - Lovartsidan | $q_d=1.6 \text{ kN/m}$ |
| - Läsidan | $q_d=1.6 \text{ kN/m}$ |

Vind Huvudlast

- | | |
|---------------|------------------------|
| - Lovartsidan | $q_d=1.2 \text{ kN/m}$ |
| - Läsidan | $q_d=1.2 \text{ kN/m}$ |

Andra ordningens bärverk

Tabell A2: Dimensionerande punktlaster som verkar i noderna på sekundärbärverket
Lasterna på sekundärbärverket presenteras nerifrån (1) och upp (5).

Lovartsidan

Fack 1

- | | |
|----|----------|
| 1. | P=5.8 kN |
| 2. | P=6.8 kN |
| 3. | P=6.2 kN |
| 4. | P=8.0 kN |
| 5. | P=2.9 kN |

Fack 2

- | | |
|----|----------|
| 1. | P=5.1 kN |
| 2. | P=6.1 kN |
| 3. | P=5.7 kN |
| 4. | P=7.2 kN |
| 5. | P=2.7 kN |

Läsidan

Fack 1

- | | |
|----|----------|
| 1. | P=2.4 kN |
| 2. | P=2.9 kN |
| 3. | P=2.6 kN |
| 4. | P=3.2 kN |
| 5. | P=1.2 kN |

Fack 2

- | | |
|----|----------|
| 1. | P=2.2 kN |
| 2. | P=2.5 kN |
| 3. | P=2.4 kN |
| 4. | P=3.0 kN |
| 5. | P=1.1 kN |

Första ordningens bärverk

Tabell A3: Dimensionerande punktlaster som verkar i noderna på primärbärveket, takstol kant modellerat som balkelement

$f(1)=9.8 \text{ kN}$
$f(2)=-9.8 \text{ kN}$
$f(4)=11.6 \text{ kN}$
$f(5)=-11.6 \text{ kN}$
$f(10)=10.8 \text{ kN}$
$f(11)=-10.8 \text{ kN}$
$f(16)=13.5 \text{ kN}$
$f(17)=-13.5 \text{ kN}$
$f(22)=2.8 \text{ kN}$
$f(23)=-7.8 \text{ kN}$
$f(25)=-6.1 \text{ kN}$
$f(26)=-6.1 \text{ kN}$
$f(31)=-5.0 \text{ kN}$
$f(32)=-5.0 \text{ kN}$
$f(37)=-4.5 \text{ kN}$
$f(38)=-4.5 \text{ kN}$
$f(43)=4.6 \text{ kN}$
$f(44)=-4.6 \text{ kN}$

Tabell A4: Dimensionerande punktlaster som verkar i noderna på primärbärveket, takstol mitt modellerat som balkelement

$f(1)=16.4 \text{ kN}$
$f(2)=-16.4 \text{ kN}$
$f(4)=19.0 \text{ kN}$
$f(5)=-19.0 \text{ kN}$
$f(10)=17.9 \text{ kN}$
$f(11)=-17.9 \text{ kN}$
$f(16)=22.3 \text{ kN}$
$f(17)=-22.3 \text{ kN}$
$f(22)=4.6 \text{ kN}$
$f(23)=-12.6 \text{ kN}$
$f(25)=-9.7 \text{ kN}$
$f(26)=-9.7 \text{ kN}$
$f(31)=-7.8 \text{ kN}$
$f(32)=-7.8 \text{ kN}$
$f(37)=-8.2 \text{ kN}$
$f(38)=-8.2 \text{ kN}$
$f(43)=-7.3 \text{ kN}$
$f(44)=-7.3 \text{ kN}$

Tabell A5: Dimensionerande punktlaster som verkar i noderna på primärbärveket, takstol kant modellerat som stångelement

f(1)=9.8 kN
f(2)=-12.5 kN
f(3)=11.6 kN
f(4)=-14.1 kN
f(6)=-2.5 kN
f(7)=10.8 kN
f(8)=-13.4 kN
f(10)=-2.6 kN
f(11)=13.5 kN
f(12)=-15.4 kN
f(14)=-1.9 kN
f(15)=2.8 kN
f(16)=-7.8 kN
f(17)=-6.1 kN
f(18)=-8.0 kN
f(20)=-1.9 kN
f(21)=-5.0 kN
f(22)=-7.6 kN
f(24)=-2.6 kN
f(25)=-4.5 kN
f(26)=-7.0 kN
f(28)=-2.5 kN
f(29)=-4.6 kN
f(30)=-7.3 kN
f(32)=-1.8 kN
f(34)=-1.8 kN

Tabell A6: Dimensionerande punktlaster som verkar i noderna på primärbärveket, takstol mitt modellerat som stångelement

f(1)=16.4 kN
f(2)=-18.1 kN
f(3)=19.0 kN
f(4)=-20.9 kN
f(6)=1.9 kN
f(7)=17.9 kN
f(8)=-20.1 kN
f(10)=-2.2 kN
f(11)=22.3 kN
f(12)=-24.2 kN
f(14)=-1.9 kN

f(15)=4.6 kN
 f(16)=-12.6 kN
 f(17)=-9.7 kN
 f(18)=-11.6 kN
 f(20)=-1.9 kN
 f(21)=-7.8 kN
 f(22)=-10.0 kN
 f(24)=-2.2 kN
 f(25)=-8.2 kN
 f(26)=-10.1 kN
 f(28)=-1.9 kN
 f(29)=-7.3 kN
 f(30)=-9.2 kN

Tabell A7: Förskjutningar primärbärverk, takstol kant.

Rammodell	Fackverksmodell	Rammodell	Fackverk
1	1	0	0
2	2	0	0
3	-	-0.0007	-
4	3	0.0007	0.0008
5	4	-0.0008	-0.0010
6	-	-0.0002	-
7	5	0.0005	0.0005
8	6	-0.0010	-0.0012
9	-	-0.0002	-
10	7	0.0007	0.0008
11	8	-0.0010	-0.0011
12	-	-0.0001	-
13	9	0.0005	0.0005
14	10	-0.0011	-0.0012
15	-	-0.0001	-
16	11	0.0009	0.0011
17	12	-0.0012	-0.0015
18	-	0.0002	-
19	13	0.0009	0.0012
20	14	-0.0011	-0.0013
21	-	0.0001	-
22	15	0.0003	0.0003
23	16	-0.0007	-0.0008
24	-	0.0001	-
25	17	0.0000	-0.0001
26	18	-0.0009	-0.0011
27	-	-0.0001	-

28	19	0.0000	-0.0001
29	20	-0.0009	-0.0010
30	-	-0.0001	-
31	21	0.0001	0.0002
32	22	-0.0007	-0.0007
33	-	0.0001	-
34	23	0.0003	0.0004
35	24	-0.0008	-0.0009
36	-	0.0002	-
37	25	0.0002	0.0002
38	26	-0.0005	-0.0006
39	-	0.0001	-
40	27	0.0004	0.0004
41	28	-0.0007	-0.0008
42	-	0.0001	-
43	29	0.0006	0.0007
44	30	0	0
45	-	0.0004	-
46	31	0.0002	0.0002
47	32	-0.0011	-0.0012
48	-	0.0003	-
49	33	0.0004	0.0004
50	34	-0.0008	-0.0009
51	-	-0.0002	-

Tabell A8: Förskjutningar primärbärverk, takstol mitt.

Rammodell	Fackverksmodell	Kant Ram	Kant Fackverk
1	1	0	0
2	2	0	0
3	-	-0.0016	-
4	3	0.0020	0.0022
5	4	-0.0022	-0.0025
6	-	-0.0008	-
7	5	0.0014	0.0015
8	6	-0.0028	-0.0031
9	-	-0.0007	-
10	7	0.0025	0.0027
11	8	-0.0030	-0.0032
12	-	-0.0004	-
13	9	0.0019	0.0020
14	10	-0.0034	-0.0036

15	-	-0.0002	-
16	11	0.0028	0.0033
17	12	-0.0035	-0.0041
18	-	0.0003	-
19	13	0.0028	0.0033
20	14	-0.0034	-0.0039
21	-	0.0001	-
22	15	0.0017	0.0018
23	16	-0.0027	-0.0029
24	-	0.0002	-
25	17	0.0012	0.0011
26	18	-0.0029	-0.0034
27	-	-0.0001	-
28	19	0.0013	0.0011
29	20	-0.0030	-0.0034
30	-	-0.0000	-
31	21	0.0015	0.0016
32	22	-0.0024	-0.0027
33	-	0.0003	-
34	23	0.0020	0.0022
35	24	-0.0029	-0.0031
36	-	0.0004	-
37	25	0.0020	0.0021
38	26	-0.0017	-0.0020
39	-	0.0006	-
40	27	0.0025	0.0026
41	28	-0.0022	-0.0024
42	-	0.0006	-
43	29	0.0035	0.0038
44	30	0	0
45	-	0.0012	-

Appendix B: Yttröghetsmoment

Figur B1: Uträkningar av yttröghetsmoment i från MATCAD.

1) Plononceau-takstolarna är uppbyggt av element med fyra olika tvärsnitt. Tvärsnitten är markerad med a-d och tvärsnitten är i sin tur uppdelad från 1-3

Element a

$$b_{1a1} := 0.025\text{m}$$

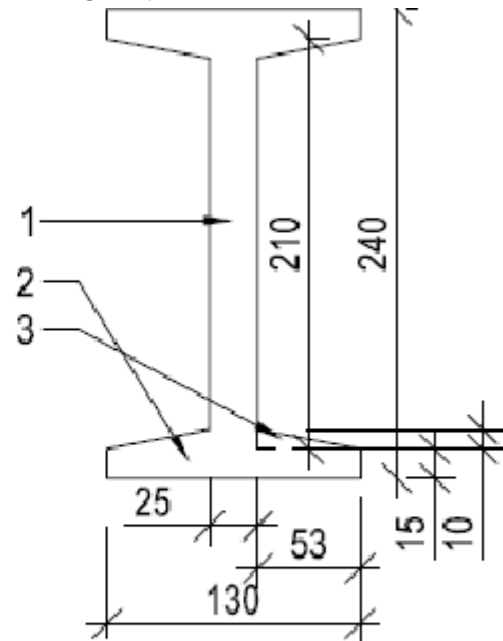
$$h_{1a1} := 0.210\text{m}$$

$$b_{1a2} := 0.130\text{m}$$

$$h_{1a2} := 0.015\text{m}$$

$$b_{1a3} := 0.053\text{m}$$

$$h_{1a3} := 0.010\text{m}$$



$$A_{1a} := b_{1a1} \cdot h_{1a1} + 2(b_{1a2} \cdot h_{1a2}) + 4 \frac{(b_{1a3} \cdot h_{1a3})}{2} = 10.21 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$I_{1a} := \frac{b_{1a1} \cdot h_{1a1}^3}{12} + \left[\frac{b_{1a2} \cdot h_{1a2}^3}{12} + b_{1a2} \cdot h_{1a2} \cdot \left(\frac{h_{1a1} + h_{1a2}}{2} \right)^2 \right] \cdot 2 + \left[\frac{b_{1a3} \cdot h_{1a3}^3}{36} + \frac{(b_{1a3} \cdot h_{1a3})}{2} \cdot \left(\frac{h_{1a1}}{2} + \frac{2h_{1a3}}{3} \right)^2 \right] \cdot 4 = 8.195 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

Element b

$$b_{1b1} := 0.012\text{m}$$

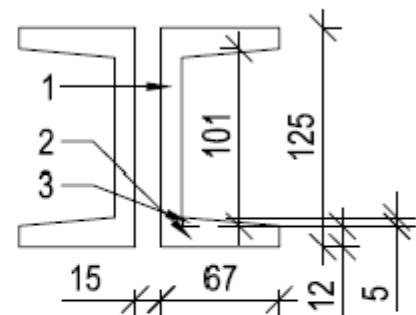
$$h_{1b1} := 0.101\text{m}$$

$$b_{1b2} := 0.067\text{m}$$

$$h_{1b2} := 0.012\text{m}$$

$$b_{1b3} := 0.055\text{m}$$

$$h_{1b3} := 0.005\text{m}$$



$$A_{1b} := 2 \cdot \left[b_{1b1} \cdot h_{1b1} + 2(b_{1b2} \cdot h_{1b2}) + 2 \frac{(b_{1b3} \cdot h_{1b3})}{2} \right] = 6.19 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$I_{1b} := \left[\frac{b_{1b1} \cdot h_{1b1}^3}{12} + \left[\frac{b_{1b2} \cdot h_{1b2}^3}{12} + b_{1b2} \cdot h_{1b2} \cdot \left(\frac{h_{1b1} + h_{1b2}}{2} \right)^2 \right] \cdot 2 + \left[\frac{b_{1b3} \cdot h_{1b3}^3}{36} + \frac{(b_{1b3} \cdot h_{1b3})}{2} \cdot \left(\frac{h_{1b1}}{2} + \frac{2h_{1b3}}{3} \right)^2 \right] \cdot 4 \right] \cdot 2 = 1.555 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

Element c

$$b_{1c1} := 0.012\text{m}$$

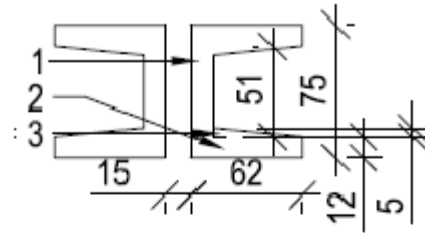
$$h_{1c1} := 0.051\text{m}$$

$$b_{1c2} := 0.062\text{m}$$

$$h_{1c2} := 0.012\text{m}$$

$$b_{1c3} := 0.050\text{m}$$

$$h_{1c3} := 0.005\text{m}$$



$$A_{1c} := 2 \cdot \left[b_{1c1} \cdot h_{1c1} + 2(b_{1c2} \cdot h_{1c2}) + 2 \frac{(b_{1c3} \cdot h_{1c3})}{2} \right] = 4.7 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$I_{1c} := \left[\frac{b_{1c1} \cdot h_{1c1}^3}{12} + \left[\frac{b_{1c2} \cdot h_{1c2}^3}{12} + b_{1c2} \cdot h_{1c2} \left(\frac{h_{1c1} + h_{1c2}}{2} \right)^2 \right] \cdot 2 \dots \right] \cdot 2 + \left[\frac{b_{1c3} \cdot h_{1c3}^3}{36} + \frac{(b_{1c3} \cdot h_{1c3})}{2} \cdot \left(\frac{h_{1c1}}{2} + \frac{2h_{1c3}}{3} \right)^2 \right] \cdot 4 = 0.409 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

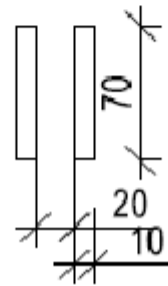
Element d

$$b_{1d1} := 0.010\text{m}$$

$$h_{1d1} := 0.07\text{m}$$

$$A_{1d} := 2b_{1d1} \cdot h_{1d1} = 1.4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$I_{1d} := \left(\frac{b_{1d1} \cdot h_{1d1}^3}{12} \right) \cdot 2 = 0.057 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$



2) Sekundärbärverket är uppbyggt av element med tre olika tvärsnitt. Tvärsnitten är markerad med a-c och tvärsnitten är i sin tur uppdelad från 1-2

Element a

$$b_{2a1} := 0.010\text{m}$$

$$h_{2a1} := 0.075\text{m}$$

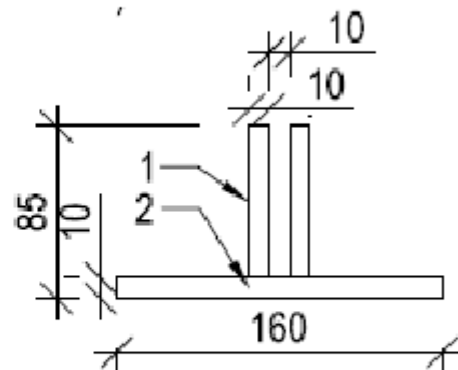
$$b_{2a2} := 0.160\text{m}$$

$$h_{2a2} := 0.010\text{m}$$

$$A_{2a} := b_{2a1} \cdot h_{2a1} \cdot 2 + b_{2a2} \cdot h_{2a2} = 3.1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

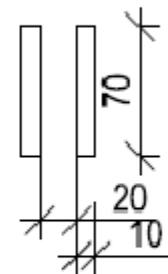
$$y_{2a} := \frac{\left[b_{2a1} \cdot h_{2a1} \cdot 2 \cdot \left(h_{2a2} + \frac{h_{2a1}}{2} \right) + b_{2a2} \cdot h_{2a2} \cdot \frac{h_{2a2}}{2} \right]}{\left(b_{2a1} \cdot h_{2a1} \cdot 2 + b_{2a2} \cdot h_{2a2} \right)} = 0.026 \text{ m}$$

$$I_{2a} := \left[\frac{b_{2a1} \cdot h_{2a1}^3}{12} + b_{2a1} \cdot h_{2a1} \cdot \left(\frac{h_{2a1}}{2} + h_{2a2} - y_{2a} \right)^2 \right] \cdot 2 + \frac{b_{2a2} \cdot h_{2a2}^3}{12} + b_{2a2} \cdot h_{2a2} \cdot \left(y_{2a} - \frac{h_{2a2}}{2} \right)^2 = 1.273 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$



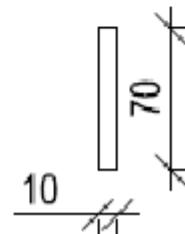
Element b

$$I_{2b} := I_{1d} = 0.057 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$



Element c

$$I_{2c} := \frac{I_{2b}}{2} = 0.029 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$



3) Tredje ordningens bärverk är uppbyggt av en balk med ett tvärsnitt.

$$b_{31} := 0.087\text{m}$$

$$h_{31} := 0.012\text{m}$$

$$b_{32} := 0.022\text{m}$$

$$h_{32} := 0.017\text{m}$$

$$b_{33} := 0.022\text{m}$$

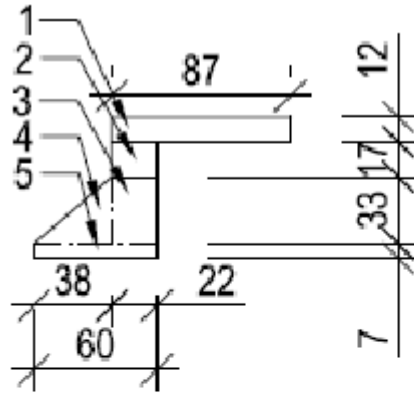
$$h_{33} := 0.033\text{m}$$

$$b_{34} := 0.060\text{m}$$

$$h_{34} := 0.007\text{m}$$

$$b_{35} := 0.038\text{m}$$

$$h_{35} := 0.033\text{m}$$



$$A_3 := b_{31} \cdot h_{31} + b_{32} \cdot h_{32} + b_{33} \cdot h_{33} + b_{34} \cdot h_{34} + \frac{(b_{35} \cdot h_{35})}{2} = 3.191 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$y_3 := \frac{\left[b_{31} \cdot h_{31} \cdot \frac{h_{31}}{2} + b_{32} \cdot h_{32} \cdot \left(h_{31} + \frac{h_{32}}{2} \right) + b_{33} \cdot h_{33} \cdot \left(h_{31} + h_{32} + \frac{h_{33}}{2} \right) \dots \right.}{\left[b_{31} \cdot h_{31} + b_{32} \cdot h_{32} + b_{33} \cdot h_{33} + b_{34} \cdot h_{34} + \frac{(b_{35} \cdot h_{35})}{2} \right]} = 0.033 \text{ m}$$

$$+ b_{34} \cdot h_{34} \cdot \left(h_{31} + h_{32} + h_{33} + \frac{h_{34}}{2} \right) + \frac{(b_{35} \cdot h_{35})}{2} \cdot \left(h_{31} + h_{32} + \frac{2h_{35}}{3} \right)$$

$$I_3 := \frac{b_{31} \cdot h_{31}^3}{12} + b_{31} \cdot h_{31} \cdot \left(y_3 - \frac{h_{31}}{2} \right)^2 \dots = 1.706 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

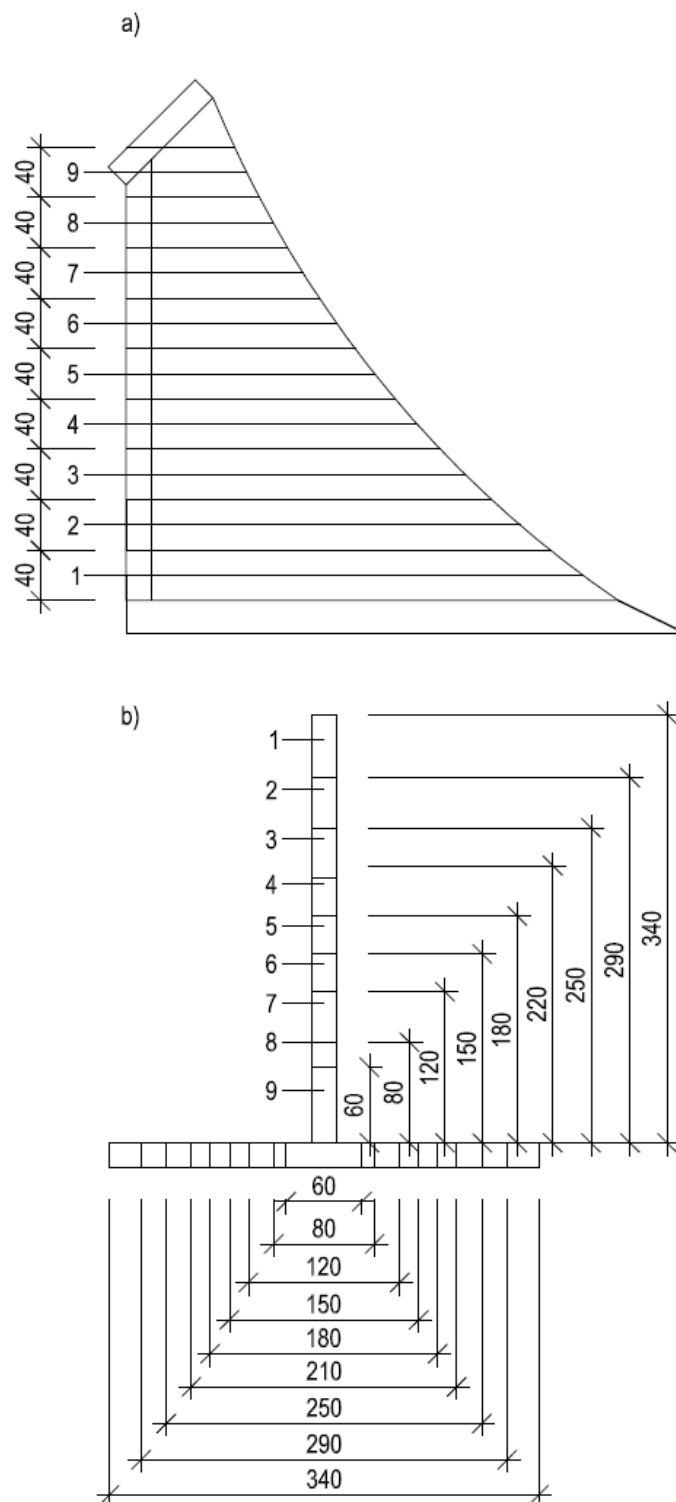
$$+ \frac{b_{32} \cdot h_{32}^3}{12} + b_{32} \cdot h_{32} \cdot \left(\frac{h_{32}}{2} + h_{31} - y_3 \right)^2 \dots$$

$$+ \frac{b_{33} \cdot h_{33}^3}{12} + b_{33} \cdot h_{33} \cdot \left(\frac{h_{33}}{2} + h_{31} + h_{32} - y_3 \right)^2 \dots$$

$$+ \frac{b_{34} \cdot h_{34}^3}{12} + b_{34} \cdot h_{34} \cdot \left(\frac{h_{34}}{2} + h_{31} + h_{32} + h_{33} - y_3 \right)^2 \dots$$

$$+ \frac{b_{35} \cdot h_{35}^3}{36} + \frac{(b_{35} \cdot h_{35})}{2} \cdot \left(\frac{2h_{35}}{3} + h_{31} + h_{32} - y_3 \right)^2$$

Appendix C: Styvhet för tredje ordningens bärverks upplag



Figur C1: Elementindelning balksko tredje ordningens bärverk. a) Sektion över balkskon (sedd från sidan). b) Planskiss över balkskon (sedd ovanifrån).

Figur C2: Beräkningar av styvheterna för upplagen till tredje ordningens bärverk i MATCAD.

Yttröghetsmoment balksko 3e ordningens bärverk

Djup, bredd och höjd

Areor

$$d := 0.04\text{m}$$

$$h_{a1_9} := 0.02\text{m} \quad b_{b1_9} := 0.02\text{m}$$

$$b_{a1} := 0.34\text{m} \quad h_{b1} := 0.34\text{m}$$

$$A_1 := h_{a1_9} \cdot b_{a1} + b_{b1_9} \cdot h_{b1} = 13.6 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$$

$$b_{a2} := 0.29\text{m} \quad h_{b2} := 0.29\text{m}$$

$$A_2 := h_{a1_9} \cdot b_{a2} + b_{b1_9} \cdot h_{b2} = 11.6 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$$

$$b_{a3} := 0.25\text{m} \quad h_{b3} := 0.25\text{m}$$

$$A_3 := h_{a1_9} \cdot b_{a3} + b_{b1_9} \cdot h_{b3} = 10 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$$

$$b_{a4} := 0.21\text{m} \quad h_{b4} := 0.21\text{m}$$

$$A_4 := h_{a1_9} \cdot b_{a4} + b_{b1_9} \cdot h_{b4} = 8.4 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

$$b_{a5} := 0.18\text{m} \quad h_{b5} := 0.18\text{m}$$

$$A_5 := h_{a1_9} \cdot b_{a5} + b_{b1_9} \cdot h_{b5} = 7.2 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

$$b_{a6} := 0.15\text{m} \quad h_{b6} := 0.15\text{m}$$

$$A_6 := h_{a1_9} \cdot b_{a6} + b_{b1_9} \cdot h_{b6} = 6 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

$$b_{a7} := 0.12\text{m} \quad h_{b7} := 0.12\text{m}$$

$$A_7 := h_{a1_9} \cdot b_{a7} + b_{b1_9} \cdot h_{b7} = 4.8 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

$$b_{a8} := 0.08\text{m} \quad h_{b8} := 0.08\text{m}$$

$$A_8 := h_{a1_9} \cdot b_{a8} + b_{b1_9} \cdot h_{b8} = 3.2 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

$$b_{a9} := 0.06\text{m} \quad h_{b9} := 0.06\text{m}$$

$$A_9 := h_{a1_9} \cdot b_{a9} + b_{b1_9} \cdot h_{b9} = 2.4 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

Tvärsnittens tyngdpunkt

$$y_1 := \frac{\left[b_{a1} \cdot h_{a1_9} \cdot \frac{h_{a1_9}}{2} + b_{b1_9} \cdot h_{b1} \cdot \left(b_{b1_9} + \frac{h_{b1}}{2} \right) \right]}{(b_{a1} \cdot h_{a1_9} + b_{b1_9} \cdot h_{b1})} = 0.1\text{m}$$

$$y_2 := \frac{\left[b_{a2} \cdot h_{a1_9} \cdot \frac{h_{a1_9}}{2} + b_{b1_9} \cdot h_{b2} \cdot \left(b_{b1_9} + \frac{h_{b2}}{2} \right) \right]}{(b_{a2} \cdot h_{a1_9} + b_{b1_9} \cdot h_{b2})} = 0.088\text{m}$$

$$y_3 := \frac{\left[b_{a3} \cdot h_{a1_9} \cdot \frac{h_{a1_9}}{2} + b_{b1_9} \cdot h_{b3} \cdot \left(b_{b1_9} + \frac{h_{b3}}{2} \right) \right]}{(b_{a3} \cdot h_{a1_9} + b_{b1_9} \cdot h_{b3})} = 0.078\text{m}$$

$$y_4 := \frac{\left[b_{a4} \cdot h_{a1_9} \cdot \frac{h_{a1_9}}{2} + b_{b1_9} \cdot h_{b4} \cdot \left(b_{b1_9} + \frac{h_{b4}}{2} \right) \right]}{(b_{a4} \cdot h_{a1_9} + b_{b1_9} \cdot h_{b4})} = 0.068\text{m}$$

$$y_5 := \frac{\left[b_{a5} \cdot h_{a1_9} \cdot \frac{h_{a1_9}}{2} + b_{b1_9} \cdot h_{b5} \cdot \left(b_{b1_9} + \frac{h_{b5}}{2} \right) \right]}{(b_{a1} \cdot h_{a1_9} + b_{b1_9} \cdot h_{b1})} = 0.032 \text{ m}$$

$$y_6 := \frac{\left[b_{a6} \cdot h_{a1_9} \cdot \frac{h_{a1_9}}{2} + b_{b1_9} \cdot h_{b6} \cdot \left(b_{b1_9} + \frac{h_{b6}}{2} \right) \right]}{(b_{a6} \cdot h_{a1_9} + b_{b1_9} \cdot h_{b6})} = 0.053 \text{ m}$$

$$y_7 := \frac{\left[b_{a7} \cdot h_{a1_9} \cdot \frac{h_{a1_9}}{2} + b_{b1_9} \cdot h_{b7} \cdot \left(b_{b1_9} + \frac{h_{b7}}{2} \right) \right]}{(b_{a7} \cdot h_{a1_9} + b_{b1_9} \cdot h_{b7})} = 0.045 \text{ m}$$

$$y_8 := \frac{\left[b_{a8} \cdot h_{a1_9} \cdot \frac{h_{a1_9}}{2} + b_{b1_9} \cdot h_{b8} \cdot \left(b_{b1_9} + \frac{h_{b8}}{2} \right) \right]}{(b_{a8} \cdot h_{a1_9} + b_{b1_9} \cdot h_{b8})} = 0.035 \text{ m}$$

$$y_9 := \frac{\left[b_{a9} \cdot h_{a1_9} \cdot \frac{h_{a1_9}}{2} + b_{b1_9} \cdot h_{b9} \cdot \left(b_{b1_9} + \frac{h_{b9}}{2} \right) \right]}{(b_{a9} \cdot h_{a1_9} + b_{b1_9} \cdot h_{b9})} = 0.03 \text{ m}$$

Tvärsnittens yttröghetsmoment

$$I_1 := \frac{b_{a1} \cdot h_{a1_9}^3}{12} + b_{a1} \cdot h_{a1_9} \cdot \left(y_1 - \frac{h_{a1_9}}{2} \right)^2 \dots = 17.589 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^4$$

$$+ \frac{b_{b1_9} \cdot h_{b1}^3}{12} + b_{b1_9} \cdot h_{b1} \cdot \left(\frac{h_{b1}}{2} + h_{a1_9} - y_1 \right)^2$$

$$I_2 := \frac{b_{a2} \cdot h_{a1_9}^3}{12} + b_{a2} \cdot h_{a1_9} \cdot \left(y_2 - \frac{h_{a1_9}}{2} \right)^2 \dots = 11.051 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^4$$

$$+ \frac{b_{b1_9} \cdot h_{b2}^3}{12} + b_{b1_9} \cdot h_{b2} \cdot \left(\frac{h_{b2}}{2} + h_{a1_9} - y_2 \right)^2$$

$$I_3 := \frac{b_{a3} \cdot h_{a1_9}^3}{12} + b_{a3} \cdot h_{a1_9} \cdot \left(y_3 - \frac{h_{a1_9}}{2} \right)^2 \dots = 7.177 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$+ \frac{b_{b1_9} \cdot h_{b3}^3}{12} + b_{b1_9} \cdot h_{b3} \cdot \left(\frac{h_{b3}}{2} + h_{a1_9} - y_3 \right)^2$$

$$I_4 := \frac{b_{a4} \cdot h_{a1_9}^3}{12} + b_{a4} \cdot h_{a1_9} \left(y_4 - \frac{h_{a1_9}}{2} \right)^2 \dots = 4.335 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$+ \frac{b_{b1_9} \cdot h_{b4}^3}{12} + b_{b1_9} \cdot h_{b4} \cdot \left(\frac{h_{b4}}{2} + h_{a1_9} - y_4 \right)^2$$

$$I_5 := \frac{b_{a5} \cdot h_{a1_9}^3}{12} + b_{a5} \cdot h_{a1_9} \left(y_5 - \frac{h_{a1_9}}{2} \right)^2 \dots = 3.358 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$+ \frac{b_{b1_9} \cdot h_{b5}^3}{12} + b_{b1_9} \cdot h_{b5} \cdot \left(\frac{h_{b5}}{2} + h_{a1_9} - y_5 \right)^2$$

$$I_6 := \frac{b_{a6} \cdot h_{a1_9}^3}{12} + b_{a6} \cdot h_{a1_9} \left(y_6 - \frac{h_{a1_9}}{2} \right)^2 \dots = 1.656 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^4$$

$$+ \frac{b_{b1_9} \cdot h_{b6}^3}{12} + b_{b1_9} \cdot h_{b6} \cdot \left(\frac{h_{b6}}{2} + h_{a1_9} - y_6 \right)^2$$

$$I_7 := \frac{b_{a7} \cdot h_{a1_9}^3}{12} + b_{a7} \cdot h_{a1_9} \left(y_7 - \frac{h_{a1_9}}{2} \right)^2 \dots = 0.884 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^4$$

$$+ \frac{b_{b1_9} \cdot h_{b7}^3}{12} + b_{b1_9} \cdot h_{b7} \cdot \left(\frac{h_{b7}}{2} + h_{a1_9} - y_7 \right)^2$$

$$I_8 := \frac{b_{a8} \cdot h_{a1_9}^3}{12} + b_{a8} \cdot h_{a1_9} \left(y_8 - \frac{h_{a1_9}}{2} \right)^2 \dots = 0.291 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^4$$

$$+ \frac{b_{b1_9} \cdot h_{b8}^3}{12} + b_{b1_9} \cdot h_{b8} \cdot \left(\frac{h_{b8}}{2} + h_{a1_9} - y_8 \right)^2$$

$$I_9 := \frac{b_{a9} \cdot h_{a1_9}^3}{12} + b_{a9} \cdot h_{a1_9} \left(y_9 - \frac{h_{a1_9}}{2} \right)^2 \dots = 0.136 \cdot 10^{-5} \cdot \text{m}^4$$

$$+ \frac{b_{b1_9} \cdot h_{b9}^3}{12} + b_{b1_9} \cdot h_{b9} \cdot \left(\frac{h_{b9}}{2} + h_{a1_9} - y_9 \right)^2$$

Styvhet upplag

Nedböjningarna är hämtade från CALFEM-beräkningar

Balksko

$$P := 1\text{kN}$$

$$u_b := \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot 0.0212\text{m} \cdot 10^{-4} = 1.499 \times 10^{-6}\text{ m}$$

$$k_b := \frac{P}{u_b} = 6.671 \times 10^5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Polonceau – takstol

$$u_p := \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot 0.048 \cdot 10^{-4} \cdot \text{m} = 3.394 \times 10^{-6}\text{ m}$$

$$k_p := \frac{P}{u_p} = 2.946 \times 10^5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Andra ordningens bärverk

$$u_s := 0.25 \cdot 10^{-3} \cdot \text{m}$$

$$k_{s1} := \frac{P}{u_p} = 2.946 \times 10^5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Andra ordningens bärverk + Polonceau-takstol

$$k_{s2} := \frac{P}{(u_p + u_s)} = 0.039 \cdot 10^5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Tabell C.1: Upplagskrafter tredje ordningens bärverk, se Figur 4.10 för beräkningsmodell. (En axiell last på 10 kN/m har använts på stångelementet vid vid beräkningarna.)

Element	r [kN]
Balksko	71.8
Polonceau-takstol	31.7

Tabell C.2: Upplagskrafter tredje ordningens bärverk, se Figur 4.10 för beräkningsmodell. (En axiell last på 10 kN/m har använts på stångelementet vid vid beräkningarna.)

Element	r [kN]
Balksko	102.9
Polonceau-takstol + Sekundärbärverk	0.62

För att få fram ett procentuellt samband hur mycket kraft de olika upplagen tar upp har upplagskraften delats med den totala pålagda kraften.
I första fallet blir det ca 70/30 % och i andra 100/0 %.