

# Tidsoptimal reglering genom att gå framåt och bakåt i tiden

Populärvetenskaplig sammanfattning av examensarbete "Time optimal control by iterating forward and backward in time", Reglerteknik, LTH, Lunds universitet, Juni 2014 [1]

ADAM BÄCKSTRÖM  
atf09aba@student.lu.se



Fig. 1. Den här figuren visar en bild av roboten som användes under det här arbetet. Det är en IRB340 robot från ABB och kallas Flexpicker.

De flesta robotar har varierande hastighets- och accelerationsbegränsningar beroende på hur de är orienterade och detta gäller även för roboten som används under det här arbetet, se figur 1. Ett vanligt användningsområde för den här typen av robotar är att plocka varor från ett löpande band. För att roboten ska hinna plocka så många varor som möjligt måste man få den att röra sig på ett så tidsoptimalt sätt som möjligt. För att kunna göra detta måste man känna till robotens begränsningar. Skulle man ta hänsyn till att dessa begränsningar variera när roboten rör sig blir det lätt väldigt komplext att hitta en optimal styrning. Det vanligaste sättet att hantera detta är att använda de lägsta begränsningarna, värsta fallet, som konstanta värden för optimeringen. Problemet med den här lösningen är att robotens fulla kapacitet inte kommer att utnyttjas.

Ett alternativ skulle vara att använda bästa fallet av begränsningarna istället. Problemet med det är att robotens kapacitet ibland inte kommer att räcka till istället. Tanken bakom det här arbetet var att först generera den tidsoptimala banan (med punkter som roboten ska vara i vid varje tidpunkt) givet bästa fallet av begränsningarna, och sedan öka tiden mellan punkterna i banan så att roboten precis hinner med. För

att bestämma hur mycket tid som behöver läggas till måste ett tidsoptimalt problem lösas mellan de orimliga punkterna. Frågeställningen som behandlades under arbetet var om det var möjligt att lösa den här typen av tidsoptimala problem med hjälp av att stega framåt och bakåt i tiden.

Låt oss se på ett exempel av hur framåt- och bakåttid kan användas för att lösa ett tidsoptimalt problem. Tänk dig en bil som står på en lång rak väg och att det finns en hastighetsbegränsning på den här vägen. Det snabbaste sättet att lämna startpunkten är att trycka gaspedalen i botten och sedan släppa upp den igen när hastighetsbegränsningen är nådd. En graf över förloppet kan ses i figur 2.

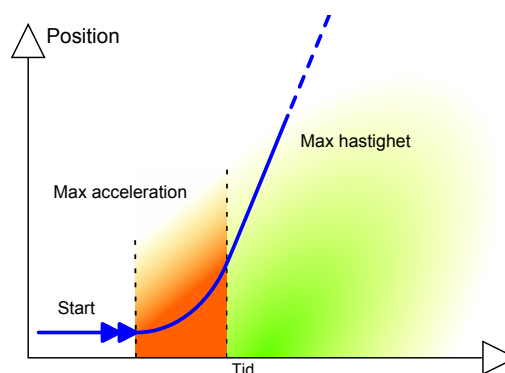


Fig. 2. Den här figuren visar de olika stegen för att lämna en startpunkt så fort som möjligt med en bil på en rak väg med en hastighetsbegränsning.

Antag nu att bilen redan kör framåt med maximal hastighet och att vi vill nå en slutdestination så fort som möjligt. Då gäller det att bromsa så hårt och sent som möjligt så att bilen precis hinner stanna på stoppunkten. Problemet är bara att man måste veta exakt när man ska börja bromsa.

Säg att bilen istället redan står i slutpunkten och vi vänder riktningen av tiden. Det snabbaste sättet att lämna slutpunkten i negativ riktning är då att bromsa så mycket som möjligt, eftersom det ändrar hastigheten snabbast. Detta kan vara lite svårt att inse rent intuitivt, men om vi säger så här. Det snabbaste sättet att stanna en bil i framåttid (att bromsa så mycket som möjligt) måste också vara det snabbaste sättet att accelerera den i bakåttid. Precis som i accelerationsfallet kommer bilen att nå hastighetsbegränsningen efter ett tag och då måste bromsen släppas upp för att hålla begränsningen.

Figur 3 sammanfattar förloppet för bakåttidsfallet.

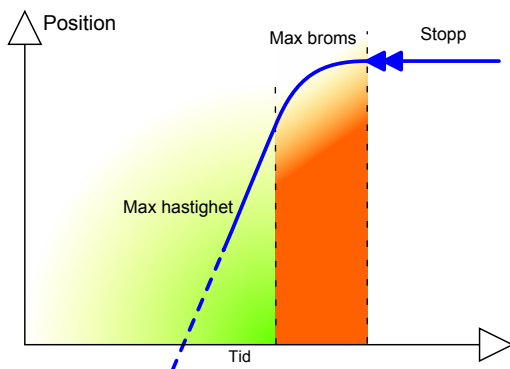


Fig. 3. Den här figuren visar de olika stegen för att lämna en slutpunkt så fort som möjligt i negativ tid med en bil på en rak väg med en hastighetsbegränsning.

Om vi kan finna en tidpunkt vid vilken positionen och hastigheten av bilen i framåt- och bakåttidsfallet är lika, så är det möjligt att växla från att följa framåttidsfallet till att följa bakåttidsfallet framlänges istället. Eftersom framåttidsfallet är tidsoptimalt för att lämna startpunkten och bakåttidsfallet är tidsoptimalt för att närma sig slutpunkten (när vi vänder tillbaka tidsriktningen på det) blir den sammanlagda styrningen tidsoptimal. Ett exempel på en skärning mellan framåt- och bakåttidsfallet kan ses i figur 4. Det röda krysset i figuren representerar tidpunkten då positionen och hastigheten är samma för de två fallen.

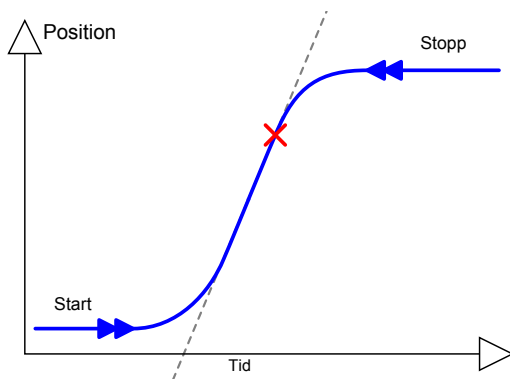


Fig. 4. Den här figuren visar de olika stegen för att lämna en slutpunkt så fort som möjligt i negativ tid med en bil på en rak väg med en hastighetsbegränsning.

En förenklad modell av en av axlarna på roboten, som användes under arbetet, skapades i framåt- och bakåttid. Bilexemplet ovan har endast begränsningar på hastigheten och accelerationen och därmed kan bilen beskrivas med två tillstånd, nämligen bilens position och hastighet. Axel-modellen för roboten hade, utöver hastighets- och accelerationsbegränsningar, också en begränsning av hur snabbt accelerationen kunde förändras, vilket i bilfallet svarar mot mjuk körning (utan stora ryck som belastar bilens transmission och känsliga passagerare). Detta resulterade i att accelerationen också blev ett tillstånd i systemet. Under arbetet visade det sig att

gå framåt och bakåt i tiden, för att hitta den tidsoptimala styrningen, enbart fungera för system med två tillstånd. För att hantera det extra tillståndet i axel-modellen lades därför en form av brygga till mellan framåt och bakåttidsfallet. Bryggan var konstruerad så att accelerationen i dess ändpunkter alltid var lika med accelerationen i framåt och bakåttidsfallet. Detta lede till att endast positionen och hastigheten behövde hanteras, vilket gjorde det möjligt att använda framåt- och bakåttid ändå.

För att testa prestandan av framåt- och bakåttidsmetoden, med bryggan, sattes begränsningarna till konstanter. Resultaten jämfördes sedan med konventionell tidsoptimalstyrning, för en axel med konstanta begränsningar, och det visade sig att metoden kunde generera lika tidsoptimal styrning. Framåt- och bakåttidsmetoden är dock inte låst till att begränsningarna (eller systemets parametrar) är konstanta. Eftersom metoden bygger på att simulera systemet kan dynamiska begränsningar och systemparametrar samplas och uppdateras under vägen. Detta gör till exempel att beräkningskostnaden för att lägga till komplex dynamik till lösningen inte blir mer än kostnaden för att sampla dess värde. Tack vare detta skulle framåt- och bakåttidsmetoden kunna användas som en snabb metod för att generera tidsoptimala styrningar som utnyttjar robotens fulla kapacitet.

#### REFERENCES

- [1] A. Bäckström, "Time optimal control by iterating forward and backward in time," Reglerteknik, Lund University, Sverige, Master's Thesis ISRN LUTFD2/TFRT--5944--SE, Juni 2014, "http://www.control.lth.se/Publications.html".