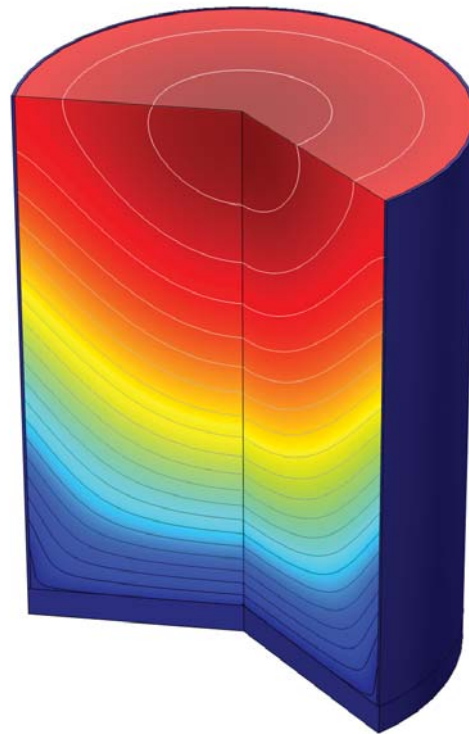




**LUND**  
UNIVERSITY



# **INVERKAN AV VALVEFFEKTER VID BERÄKNING AV JORDTRYCK**

VICTOR MYRSTRÖM

---

Geotechnical  
Engineering

*Master's Dissertation*

---



DEPARTMENT OF CONSTRUCTION SCIENCES

## GEOTECHNICAL ENGINEERING

ISRN LUTVDG/TVGT--15/5055--SE (1-95) | ISSN 0349-4977

MASTER'S DISSERTATION

# INVERKAN AV VALVEFFEKTER VID BERÄKNING AV JORDTRYCK

VICTOR MYRSTRÖM

Supervisors: Prof. **OLA DAHLBLOM** and **ALEX SPETZ**, MSc; Dept. of Construction Sciences, LTH, Lund  
together with **FREDRIK THELLBRO**, Geotechnical Engineer; WSP Samhällsbyggnad.

Examiner: Prof. **PER JOHAN GUSTAFSSON**; Dept. of Construction Sciences, LTH, Lund.

Copyright © 2015 Geotechnical Engineering,  
Dept. of Construction Sciences, Faculty of Engineering (LTH), Lund University, Sweden.

Printed by Media-Tryck LU, Lund, Sweden, May 2015 (*Pl*).

**For information, address:**

Geotechnical Engineering, Dept. of Construction Sciences,  
Faculty of Engineering (LTH), Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.

Homepage: <http://www.geoteknik.lth.se>



# Abstract

The load transfer and redistribution phenomenon that occurs through the mobilization of shear stresses in response to relative displacements in granular materials, such as soils, is attributed to the arching effect. The arching effect has a great influence on the behaviour of soils and plays an important role in predicting earth pressure in granular backfills of limited extent, confined by unyielding stationary materials. Unlike geostatic earth pressure, a granular material influenced by arching exhibits a non-linear pressure distribution and exerts a pressure that significantly differs from the state of pressure obtained under frictionless conditions.

The estimation of lateral earth pressure is essential in the engineering practice since it governs the design of many geotechnical structures. A backfill material that is restrained by adjacent structures or placed in a narrow gap between nearby stable materials is partially supported by friction. Depending on the distance between the slip planes, a significant stress reduction occurs in the backfill.

This master's dissertation describes how to estimate the magnitude and distribution of earth pressure exerted by a granular material due to the arching effect. A finite element simulation, performed in COMSOL 4.4, has been conducted to evaluate the circumstances where a reduction of earth pressure is applicable. Analytical expressions, proposed by Janssen and Terzaghi, are compared to numerical results. A parametric study is undertaken to investigate the effects of various parameters involved in the analytical expressions.

The results obtained from the numerical analysis reveal that the confinement of surrounding boundaries, fill properties and wall inclination are crucial factors in predicting the earth pressure exerted by a confined granular material. The numerical results are in good agreement with the analytical expressions for narrow geometries with vertical walls.

**Keywords:**

Arching effect, Arching action, Silo pressure, Reduced earth pressure, Friction, Janssen, Marston, Terzaghi



# Sammanfattning

Det lastfördelande fenomen som uppstår genom mobilisering av skjuvkrafter under en relativ deformation i granulära jordmaterial benämns som valveffekt. Valveffekten har en betydande inverkan på jordars beteende och påverkar spänningens storlek och fördelning. För begränsade mängder av fyllnadsmaterial som innesluts av omgivande, styvare material får valveffekten en betydande inverkan. Till skillnad från geostatisk spänning, uppvisar ett jordmaterial som präglas av flersidig friktion, en olinjär spänningsfördelning och ett spänningstillstånd som avviker väsentligt från friktionsfria förhållanden.

Uppskattning av jordtryck, i synnerhet i horisontell riktning, är av fundamental betydelse vid dimensionering av geokonstruktioner. Ett fyllnadsmaterial som placeras mellan anslutande konstruktioner eller intilliggande stationära material kommer att avlastas på grund av de friktionskrafter som uppkommer längs kontaktytorna. Beroende på avståndet mellan kontaktytorna kan betydande spänningsreduktioner uppstå i materialet.

Detta examensarbete beskriver hur storleken och fördelningen av jordtryck i granulära material påverkas av valveffekter. En finita element simulering upprättas i COMSOL 4.4 med syfte att utvärdera under vilka förutsättningar ett reducerat jordtryck är tillämpligt. Analytiska samband, föreslagna av Janssen och Terzaghi, jämförs med numeriskt resultat. En parameterstudie genomförs för att kartlägga respektive parameters inbördes betydelse för valveffekten.

Resultat, baserat på numerisk analys, visar att faktorer som fyllnadsmaterialets egenskaper och geometri, samt kontaktyternas lutning är avgörande för valveffektens verkningsgrad. Numeriskt resultat visar god överensstämmelse med analytiska samband för smala geometrier med vertikala begränsningsytor.

## **Nyckelord:**

Valveffekt, Valvverkan, Silotryck, Reducerat jordtryck, Friktion, Janssen, Marston, Terzaghi





# Förord

Detta examensarbete avslutar fem år av roliga och lärorika studier vid tekniska högskolan i Lund, LTH.

Examensarbetet har utförts i samarbete med institutionen för byggvetenskaper vid LTH och WSP Samhällsbyggnad. Ett stort tack riktas till mina handledare professor Ola Dahlblom och doktorand Alex Spetz för exemplarisk vägledning och intressanta diskussioner under arbetets gång. Ett stort tack riktas också till Fredrik Thellbro på WSP Samhällsbyggnad som först initierade idén till examensarbetet och som har varit till stor hjälp i upprättandet av frågeställningar och inriktning på rapporten. Jag vill också passa på att tacka övrig personal på institutionen för byggvetenskaper, i synnerhet professor Per Johan Gustafsson, som alltid tar sig tid att besvara frågor och diskutera problemställningar. Det uppskattas!

Avslutningsvis vill jag tacka min familj och mina vänner som alltid får solen att skina.

Lund, maj 2015

Victor Myrström



# Innehåll

<b>1</b>	<b>Inledning</b>	<b>1</b>
1.1	Bakgrund . . . . .	1
1.2	Syfte . . . . .	2
1.3	Metod . . . . .	3
1.4	Avgränsningar . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Skjuvhållfasthet</b>	<b>5</b>
2.1	Dilatation . . . . .	7
2.2	Mohr-Coulombs brottkriterium . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Jordtryck</b>	<b>11</b>
3.1	Vertikal spänning . . . . .	11
3.2	Horisontell spänning . . . . .	12
3.3	Viljordtryck . . . . .	13
3.4	Aktivt jordtryck . . . . .	15
3.5	Passivt jordtryck . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Jordtrycksteorier</b>	<b>17</b>
4.1	Coulombs teori . . . . .	17
4.2	Rankines teori . . . . .	21
4.3	Diskussion . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Valveffekter</b>	<b>25</b>
5.1	Principen bakom valveffektens uppkomst . . . . .	26
5.2	Janssens teori . . . . .	27
5.3	Marstons teori . . . . .	30
	5.3.1 Rörledningar grundlagda i diken . . . . .	31
	5.3.2 Rörledningar grundlagda på befintlig markyta . . . . .	33
5.4	Terzaghis teori . . . . .	34
5.5	Pirapakaran och Sivakugans teori . . . . .	37
5.6	Centrifugtester . . . . .	39
<b>6</b>	<b>Valveffektens beroende av materialegenskaper</b>	<b>43</b>
6.1	Utvärdering av jordtryckskoefficienten $K$ . . . . .	43
6.2	Utvärdering av friktionskoefficienten $\mu$ . . . . .	45

---

6.3	Parameterstudie av friktionsvinkeln $\phi$ . . . . .	46
6.4	Parameterstudie av kohesionen $c$ . . . . .	49
<b>7</b>	<b>Modellering av jordmaterial</b>	<b>51</b>
7.1	Konstitutiva samband . . . . .	52
<b>8</b>	<b>Numerisk analys av valveffekter</b>	<b>57</b>
8.1	Introduktion . . . . .	57
8.2	Beskrivning av programvara . . . . .	58
8.3	Materialegenskaper . . . . .	58
8.4	Kontaktvillkor . . . . .	59
8.5	Elementnät . . . . .	59
<b>9</b>	<b>Cirkulär cylindriska strukturer</b>	<b>61</b>
9.1	Förutsättningar . . . . .	61
9.2	Resultat . . . . .	62
9.3	Diskussion . . . . .	68
<b>10</b>	<b>Långsträckta strukturer</b>	<b>71</b>
10.1	Förutsättningar . . . . .	71
10.2	Resultat . . . . .	71
10.3	Diskussion . . . . .	77
<b>11</b>	<b>Stödkonstruktioner nära bergsfasader</b>	<b>79</b>
11.1	Förutsättningar . . . . .	80
11.2	Resultat . . . . .	80
11.3	Diskussion . . . . .	85
11.4	Lutande stödkonstruktioner nära bergsfasader . . . . .	86
11.5	Resultat och diskussion . . . . .	86
<b>12</b>	<b>Slutsats och diskussion</b>	<b>89</b>
12.1	Förslag på vidare forskning . . . . .	91
<b>Appendix</b>		<b>95</b>
	Inverkan av olika jordtryckskoefficienter i analytiska samband . . . . .	95

# Kapitel 1

## Inledning

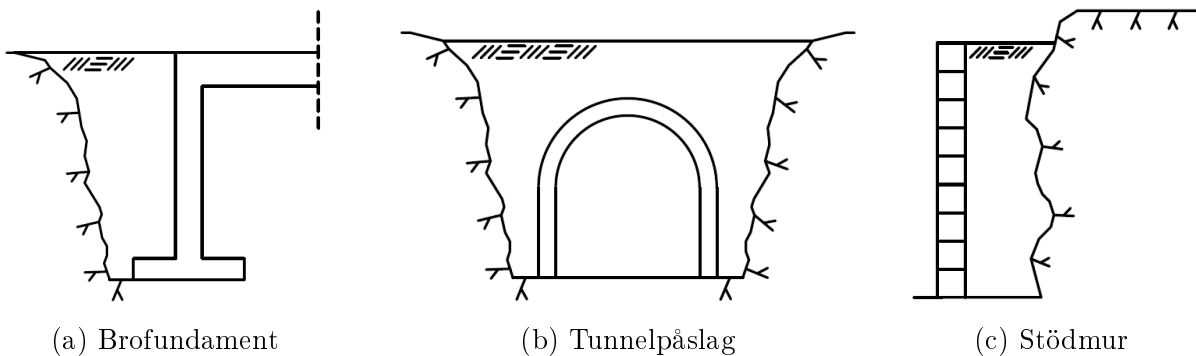
### 1.1 Bakgrund

Uppskattning av jordtryck är av väsentlig betydelse vid dimensionering av geokonstruktioner. I de flesta beräkningsmodeller som avser jordtryck försummas inverkan av friktionskrafter längs kontaktytorna till andra material. Jordtrycket får under dessa förutsättningar en geostatisk spänningsfördelning och antar en linjär ökning med avseende på djupet.

I särskilda fall kan friktionen få en betydande inverkan på den spänning som uppstår i jorden. Fyllnadsmaterial som innehar en begränsad utbredning och som innesluts från två eller flera motstående sidor kommer att präglas av flersidig friktion. Effekten blir att jordtrycket reduceras avsevärt och dess variation med djupet antar en olinjär form. Då kan antagandet om friktionsfria kontaktytor kraftigt felvärdera den rådande spänningssituation som uppstår. Under dessa omständigheter kommer inte geostatiska jordtrycksmodeller att visa god överensstämmelse med verklig jordspänning.

Fenomenet benämns som valveffekt och påvisades först under slutet av 1800-talet vid förvaring av granulära material i silor. Det noterades att den kraft som verkade i botten på silon inte svarade mot tyngden av ovanliggande kornmassa. Janssen (1895) framlade en analytisk formulering av silotryck och visade att lasterna tog alternativa vägar vid flersidig friktion. Janssens pionjärarbete har under 1900-talet vidareutvecklats av bland andra Marston (1913) och Terzaghi (1943).

Analytiska teorier för valveffekter är applicerbara inom flertalet geotekniska tillämpningsområden där fyllnadsmaterial står i kontakt med anslutande konstruktioner eller stabila jord- eller bergsfasader. I dessa fall utvecklas inte ett fullt jordtryck och spänningsfördelningen avviker från den geostatiska jordtrycksfördelningen. I figur 1.1 åskådliggörs exempel på geokonstruktioner där förutsättningarna möjliggör för ett reducerat jordtryck.



Figur 1.1: Potentiella tillämpningsområden för reducerat jordtryck

Figur 1.1 (a) illustrerar ett fyllnadsmaterial som innesluts mellan ett brofundament och en lutande bergvägg. Det jordtryck som belastar brofundamentet reduceras och avlastas på grund av bergets inverkan. Figur 1.1 (b) föreställer ett tunnelpåslag som är placerat i en bergskärning. Ett tunnelpåslag är den valvkonstruktion som utgör den introducerande delen av en efterföljande bergtunnel. Det är vanligt att ett tunnelpåslag innesluts av berg från en eller flera sidor. I specifika situationer fylls det tomrum som uppstår igen med ett dränerande material för att ovanliggande passage ska kunna utnyttjas för trafikering. I detta fall reduceras den jordspänning som belastar tunnelkonstruktionen. Figur 1.1 (c) visar en långsträckt stödmur som är placerad i nära anslutning till en exponerad bergsfasad. Valveffekten får en betydande inverkan på spänningsfördelningen längs stödmuren eftersom mängden fyllnadsmaterial har en begränsad utbredning samt att friktionskrafter motverkar egentvynghets spänning från två sidor.

## 1.2 Syfte

Reducerat jordtryck med hänsyn till valveffekter är varken explicit formulerat i dimensioneringsnormer eller har fått tillräckligt stort utrymme i geoteknisk litteratur, trots att fenomenet är tillämpbart inom flertalet geotekniska användningsområden.

Detta examensarbete syftar till att förklara och analysera fenomenet bakom valveffekter mer ingående, samt att öka förståelsen för hur jordtryck påverkas av flersidig friktion.

Följande frågeställningar avses kunna besvaras i rapporten:

- Under vilka förutsättningar är ett reducerat jordtryck tillämpbart?
- Är valveffekten beroende av friktionsvinkeln?
- Vilken inverkan har friktionskoefficienten längs kontaktytorna till omgivande material?
- Är analytiska teorier tillämpbara?
- Vad blir effekten av lutande kontaktytor?

## 1.3 Metod

Verkliga jordtryckssituationer simuleras i finita elementprogrammet COMSOL 4.4. Klassiska teorier framtagna av Janssen och Terzaghi m.fl. jämförs med resultat baserade på numerisk analys. En parameterstudie av fyllnadsmaterialets friktionsvinkel utförs och olika beräkningsmodeller upprättas där geometri samt avstånd mellan kontaktytor varieras. Även inverkan av kontaktyornas lutning mot horisontalplanet undersöks, med syfte att kartlägga potentiella förändringar av lasteffekter.

## 1.4 Avgränsningar

- Beräkningsmodellerna behandlar endast kohesionslösa fyllnadsmaterial.
- Fyllnadsmaterialen är permeabla och dränerade förhållanden antas råda.





# Kapitel 2

## Skjuvhållfasthet

Kohesionslösa jordar saknar förmåga att uppta dragspänningar. Den lastupptagande kapaciteten utgörs av materialets skjuvhållfasthet. Skjuvhållfastheten är ett mått på förmågan att motstå brott i jordmassan. För ett friktionsmaterial beror skjuvhållfastheten på hur stora friktionskrafter som kan mobiliseras när solida partiklar rör sig i förhållande till varandra.

Friktionsjordars beteende vid mekanisk påkänning styrs av samspelet mellan partiklar snarare än att materialet beter sig som en kontinuerlig jordmassa. Hur partiklarna är arrangerade och hur de interagerar med varandra är mer avgörande än de fysikaliska egenskaperna i respektive partikel.

Varje kontaktpunkt mellan partiklar utgör ett potentiellt skjuvplan där brott kan uppkomma. Beroende på hur partiklarna är orienterade i jordmassan skapas plan som är svagare än andra. Om en jordmassa utsätts för en skjuvkraft som i en godtyckligt vald punkt överstiger materialets skjuvkapacitet så kommer ett brott att inträffa i den punkten längs det plan i vilken skjuvkraften verkar. Brott antas uppkomma när en deformation uppstår i jordmassan.

Coulomb (1776) studerade brott för grovkorniga jordar och fann att förhållandet mellan normalspänningen och skjuvspänningen längs ett brottplan är linjärt enligt sambandet

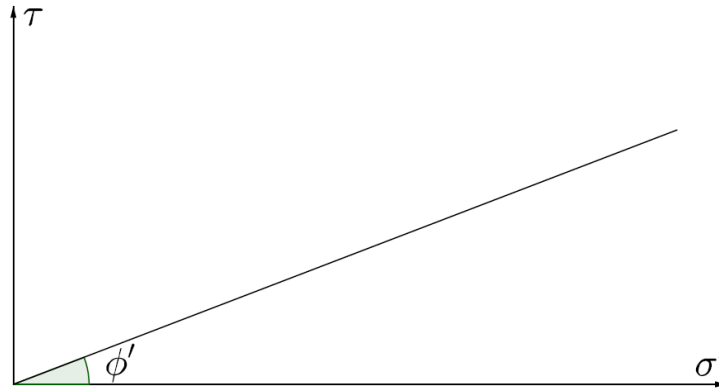
$$\tau = \sigma' \tan(\phi') \quad (2.1)$$

där

$\tau$  är materialets skjuvhållfasthet

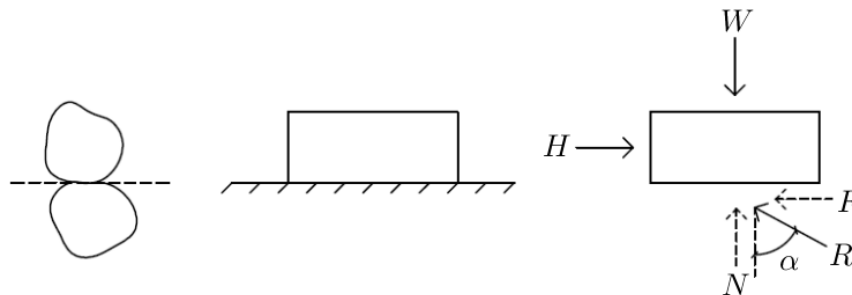
$\sigma'$  är effektiv normalspänning

$\phi'$  är materialets effektiva friktionsvinkel



Figur 2.1: Coulombs brottkriterium

Coulombs brottkriterium kan härledas genom att studera kraftjämvikt mellan två solida kroppar. Den kraftsituation som uppstår då partiklar inuti en jordmassa rör sig relativt varandra styrs av samma fysikaliska principer som när en låda glider längs ett horisontellt underlag. Lådan idealiseras som ett homogent rätblock med tyngden  $W$  och utsätts för en horisontell last  $H$  som verkar parallellt med underlaget. Friktionskraften som motverkar lådans rörelse ges av  $F = \mu N$ , där  $\mu$  är friktionskoefficienten som beror på egenskaperna för de olika materialen.



Figur 2.2: Idealisering med glidande låda

Horisontell jämvikt ger

$$H = R \sin(\alpha) \quad (2.2)$$

Vertikal jämvikt ger

$$W = R \cos(\alpha) \quad (2.3)$$

Förhållandet mellan skjuvkraften  $H$  och normalkraften  $W$  ges av

$$\frac{R \sin(\alpha)}{R \cos(\alpha)} = \tan(\alpha) = \frac{H}{W} \quad (2.4)$$

Baserat på antagandet att krafterna fördelas jämnt över den belastade ytan kan förhållandet mellan skjuvspänning och normalspänning tecknas enligt

$$\tau = \sigma' \tan(\alpha) \quad (2.5)$$

Om den pådrivande skjuvspänningen når en kritisk nivå där glidning, och således brott, uppstår kommer vinkeln mellan den mothållande kraften  $R$  och vertikalplanet att sammanfalla med materialets friktionsvinkel  $\phi$ . Friktionsvinkeln kännetecknar ett jordmaterials ingående friktionsegenskaper.

Skjuvkapaciteten ges därmed av

$$\tau = \sigma' \tan(\phi) \quad (2.6)$$

där friktionskoefficienten  $\mu$  mellan partiklarnas kontaktytor ges av

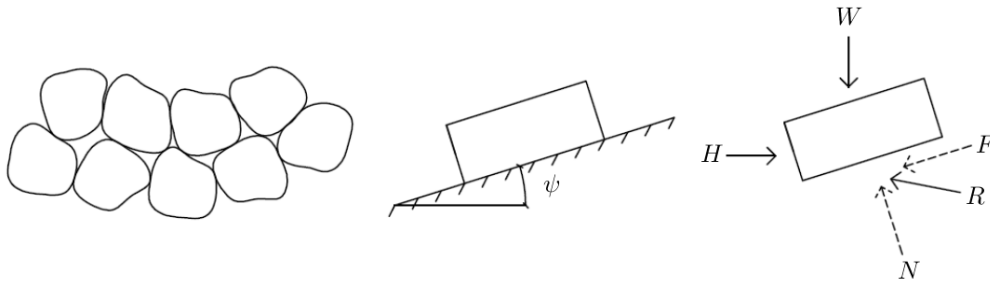
$$\mu = \tan(\phi) \quad (2.7)$$

Ovanstående analogi är en förenklad illustration av de krafter som definierar hållfastheten hos rent granulära material. Jordarter som innehar kohesion erhåller ett tillskott av skjuvhållfasthet. Det verkliga beteendet hos ett kornmaterial att motstå skjuvspänning är dock betydligt mer komplext än idealiseringen ovan beskriver. En del av friktionen mellan solida partiklar mobiliseras genom glidning och en annan del skapas då partiklar rullar över varandra. Vidare uppstår låsningseffekter mellan partiklar som beror på partiklarnas geometriska form. Oregelbundna brottytor genererar större friktionskrafter än släta omslutningsytor.

## 2.1 Dilatation

En last som appliceras på ett granulärt material kommer att tvinga den ursprungliga kornstrukturen av omfördela sig tills en jämvikt uppnås. I en jord med hög packningsgrad kommer partiklarna att rulla över varandra varpå kornskelettet kommer att anta en otätare struktur. En volymexpansion uppstår i materialet (Terzaghi, Peck och Mesri, 1996). Fenomenet benämns som dilatation och kan upplevas genom att gå på en fuktig sandstrand. Vid varje fotavtryck, ser sanden närmast foten ut att torka. Det beror på att den last som foten överför till sanden kommer att sätta sandkornen i rullning och tillfälligt minska lagringstätheten. Det porvatten som tidigare legat på ytan av sanden kommer att vandra ner i det tomrum som uppstår.

Dilatation har en inverkan på skjuvhållfastheten och de spänningar som uppstår i materialet. Fenomenet kan matematiskt beskrivas, liksom tidigare, genom att studera en låda som utsätts för en horisontellt verkande last, men denna gång längs ett sluttande underlag.



Figur 2.3: Idealisering av dilatation

Horisontell jämvikt ger

$$H - N \sin(\psi) - F \cos(\psi) = 0 \quad (2.8)$$

Friktionskraften tecknas som  $F = \mu N$  enligt Coulombs friktionslag. Insättning ger

$$H - N \sin(\psi) - \mu N \cos(\psi) = 0 \quad (2.9)$$

Horisontalkraften  $H$  kan därmed tecknas som

$$H = N(\sin(\psi) + \mu \cos(\psi)) \quad (2.10)$$

Vertikal jämvikt ger

$$N \cos(\psi) - F \sin(\psi) - W = 0 \quad (2.11)$$

Genom att tillämpa Coulombs friktionslag erhålls

$$N \cos(\psi) - \mu N \sin(\psi) - W = 0 \quad (2.12)$$

Vertikalkraften  $W$  kan uttryckas enligt

$$W = N(\cos(\psi) - \mu \sin(\psi)) \quad (2.13)$$

Förhållandet mellan horisontell (2.10) och vertikal kraftkomponent (2.13) ges av

$$\frac{H}{W} = \frac{\sin(\psi) + \mu \cos(\psi)}{\cos(\psi) - \mu \sin(\psi)} \quad (2.14)$$

Genom att tillämpa (2.7) i (2.14) erhålls

$$\frac{H}{W} = \frac{\sin(\psi) + \tan(\phi') \cos(\psi)}{\cos(\psi) - \tan(\phi') \sin(\psi)} \quad (2.15)$$

Division av båda täljare och nämnare med  $\cos(\psi)$  ger

$$\frac{H}{W} = \frac{\tan(\psi) + \tan(\phi')}{1 - \tan(\phi') \tan(\psi)} \quad (2.16)$$

Med stöd av trigonometriska regler kan följande omskrivning göras

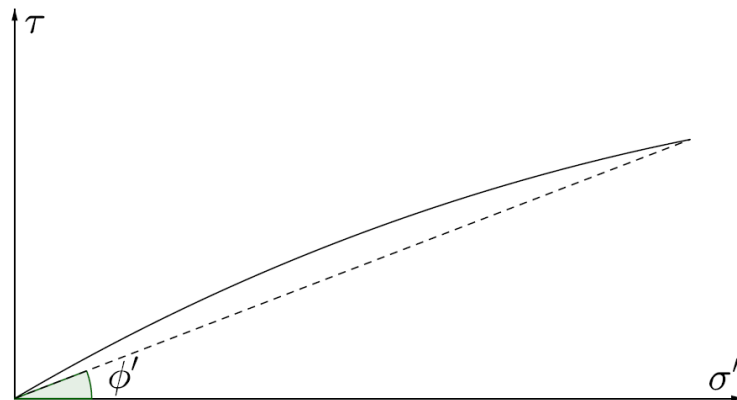
$$\frac{H}{W} = \tan(\phi' + \psi) \quad (2.17)$$

Baserat på antagandet att krafterna fördelas jämnt över belastad yta kan skjuvspänningen som funktion av normalspänningen tecknas enligt

$$\tau = \sigma' \tan(\phi' + \psi) \quad (2.18)$$

där  $\psi$  är dilatationsvinkeln.

För granulära material som innehar en hög packningsgrad får dilatationen en inverkan på materialets skjuvhållfasthet. Enligt (2.18) kommer skjuvhållfastheten för en dilatant jord att öka vid ökad applicering av effektiv normalspänning. Detta är i verkligheten inte helt sant eftersom dilatationen tenderar att avta vid ökat överlagringstryck. Effekten blir att Mohr-Coulombs brottkriterium i verkligheten antar en något krökt form, enligt figur 2.4, vilket innebär att skjuvhållfastheten i materialet inte är direkt proportionell mot den effektiva normalspänningen (Das, 2008). Vid handberäkningar approximeras dock Coulombs brottlag som linjär enligt ekvation (2.6).



Figur 2.4: Krökt brottkurva

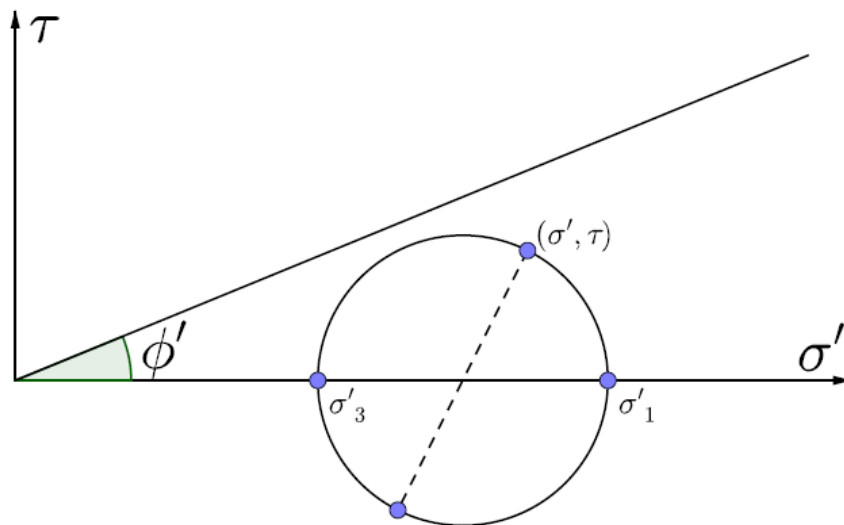
## 2.2 Mohr-Coulombs brottkriterium

Genom att kombinera Mohrs cirkel och Coulombs brottag erhålls Mohr-Coulombs brottkriterium.

Mohrs spänningscirkel är en grafisk representation av hur normalspänningen och skjuvspänningen i olika snitt förhåller sig till huvudspänningsplanen. Den största ( $\sigma'_1$ ) respektive minsta huvudspänningen ( $\sigma'_3$ ) svarar mot cirkelns skärning med  $\sigma'$ -axeln.

Coulombs brottag baseras på att brott uppstår i ett material vid en kritisk kombination av normal- och skjuvspänningar. Brottkriteriet definierar ytterligheten av den kritiska spänningssituation som kan uppkomma i materialet. Alla spänningskombinationer som tangerar Coulombs brottkurva kommer att leda till att brott uppstår. Så länge spänningen i materialet understiger brottkurvan uppstår inget brott.

Enligt Mohr-Coulombs brottkriterium kan aldrig ett granulärt material gå till brott vid jämnt fördelat omslutningstryck. I verkligheten kommer de individuella partiklarna att gå till brott vid tillräckligt stora belastningar. Brottkriteriet är således en matematisk och inte en fysikalisk modell. Mohr-Coulombs brottkriterium för ett kohesionslöst jordmaterial illustreras i figur 2.5.

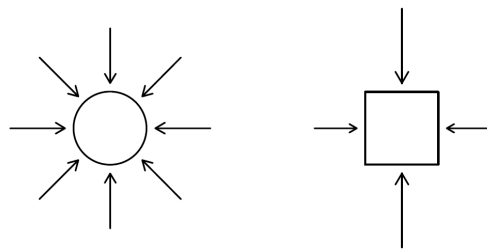


Figur 2.5: Mohr-Coulombs brottkriterium

# Kapitel 3

## Jordtryck

Jord är ett granulärt material som uppvisar ett lastspridande beteende som skiljer sig från beteendet hos vätskor. Vätskor uppvisar en hydrostatisk spänningsfördelning, vilket innebär att det verkande trycket är lika stort i alla riktningar. Jordmaterial uppvisar ett geostatiskt spänningsförhållande, där den rådande vertikalspänningen för normalkonsoliderade jordar i regel är större än horisontalspänningen, förutsatt att inga yttre horisontella laster verkar på materialet.



Figur 3.1: Hydrostatiskt kontra geostatiskt tryck

I en kohesionslös jord verkar enbart friktionskrafter i kontaktytorna mellan jordens ingående partiklar. Friktionen medför att jordar erhåller en inre stabilitet. För en friktionsjord innebär detta att en stor ansamling partiklar som placeras ovanpå ett underlag kommer att bilda en konformad struktur. Detta beteende uppvisar inte en vätska. Om en mängd vatten hålls ut på ett underlag kommer vätskan att flyta ut. Ett jordmaterial har kapacitet att uppta skjuvkrafter på grund av interaktionen mellan materialets ingående partiklar. Denna kapacitet saknar vätskor.

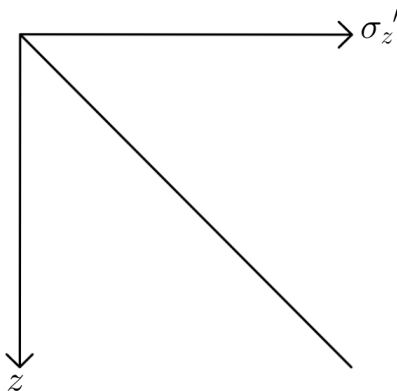
### 3.1 Vertikal spänning

Spänningar i jord uppkommer antingen på grund av jordens egentyngd eller av yttre laster som verkar på materialet. För en jordprofil med horisontellt orienterad markyta kommer den

vertikala spänningen att svara mot tyngden av ovanliggande jord. Om materialets egentyngd är konstant längs djupet ges vertikalspänningen av sambandet

$$\sigma'_z = \gamma' z \quad (3.1)$$

där  $\gamma'$  är materialets effektiva tyngd och  $z$  definierar djupet med markytan som referensnivå. För en homogen jordprofil ökar vertikalspänningen linjärt med djupet enligt figur 3.2.



Figur 3.2: Geostatisk spänningsfördelning

Det är sällsynt att en jordprofil utgörs av en jordart med konstant tyngd. Ett mer generellt uttryck för vertikalspänningen med hänsyn till variation av jordlagerföljd kan uttryckas enligt

$$\sigma'_z = \int_0^z \gamma'(z) dz \quad (3.2)$$

## 3.2 Horisontell spänning

Uppskattning av horisontellt jordtryck är av väsentlig betydelse vid dimensionering av geokonstruktioner. Förhållandet mellan horisontalspänning och vertikalspänning för en torr jord definieras som jordtryckskoefficienten,  $K$

$$K = \frac{\sigma'_x}{\sigma'_z} \quad (3.3)$$

Det horisontella jordtrycket kan därmed beräknas genom att multiplicera den vertikala spänningen med jordtryckskoefficienten enligt

$$\sigma'_x = K \sigma'_z \quad (3.4)$$



Vilken jordtryckskoefficient som ska tillämpas beror på det rådande spänningsförhållandet i jordmassan.

### 3.3 Vilojordtryck

En jord som befinner sig i ett naturligt tillstånd och är i statisk jämvikt uppvisar ett vilojordtryck. Jordtryckskoefficienten betecknas  $K_0$  och horisontalspänningen för en jord i vila beräknas enligt

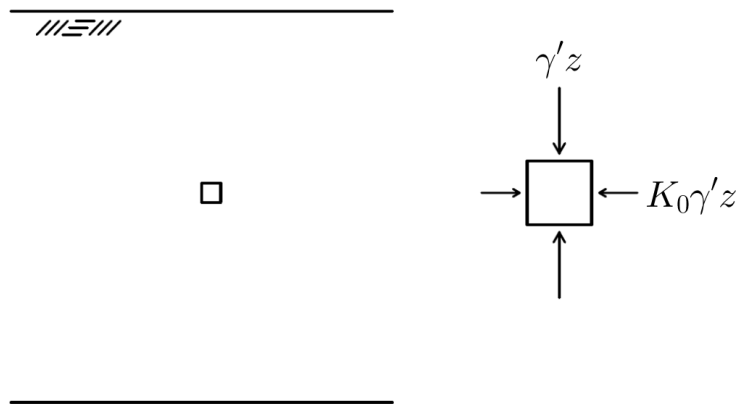
$$\sigma'_x = K_0 \sigma'_z \quad (3.5)$$

Jaky föreslog år 1944 ett analytiskt uttryck för  $K_0$  som funktion av materialets torra friktionsvinkel  $\phi'$  enligt

$$K_0 = 1 - \sin(\phi') \quad (3.6)$$

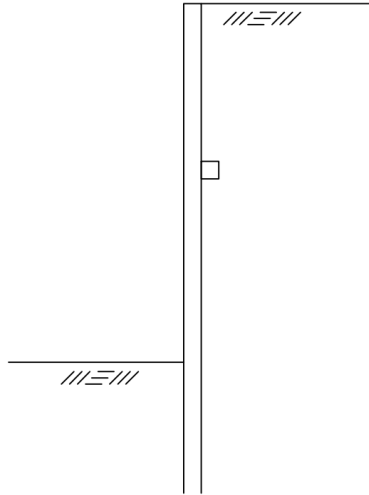
Jaky härledde (3.6) utifrån att studera jämviktförhållandet av ett jordelement i en normalkonsoliderad hög av sand, där sandens lutning mot horisontalplanet sammanfaller med materialets rasvinkel (Michalowski, 2005). Uttrycket är inte baserat på empiri, däremot har sambandets validitet bekräftats utifrån empiriska försök. Mayne och Kulhawy (1982) visade att (3.6) överensstämmer väl med spänningsförhållandet i normalkonsoliderade jordar, men att  $K_0$  antar betydligt större värden vid överkonsolidering.

Figur 3.3 illustrerar spänningsförhållandet för ett jordelement i vilotillstånd.



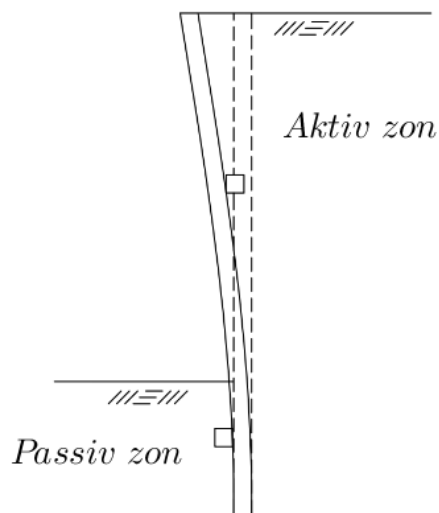
Figur 3.3: Vilojordtryck

Skulle den jordvolym som befinner sig till vänster som jordelementet i figur 3.3 schaktas bort uppstår en obalans i de krafter som verkar på jorden. Om den horisontella kraft som tidigare försett jorden i statisk jämvikt försvinner kommer ett brott att uppstå.



Figur 3.4: Stödkonstruktion

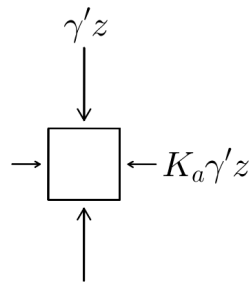
För att förhindra brott kan en stödkonstruktion uppföras, enligt figur 3.4. Om konstruktionen är tillräckligt styv kommer jämviktsförhållandet i jordelementet att återupprättas och jorden kommer att befinna sig i vilotillstånd. Inget brott uppkommer i jordmaterialet. De flesta stödkonstruktioner klarar inte av att bevara jordvolymen i dess ursprungliga position, utan en liten deformation kommer att uppstå i konstruktionen. Jorden närmast stödkonstruktionen kommer att förflytta sig en begränsad sträcka och ett aktivt brott uppstår.



Figur 3.5: Aktiv och passiv brottmod

### 3.4 Aktivt jordtryck

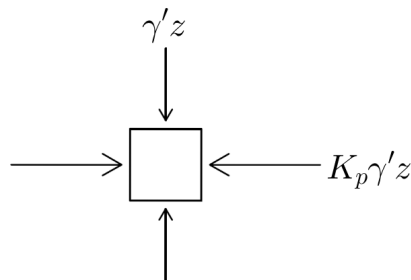
Vid ett aktivt brott kommer den horisontalkraft som tidigare balanserat jordelementet att minska. Ett aktivt jordtryck är det lägsta tryck som en jord kan utöva. För aktiva jordtryck är den största huvudspänningen vertikalt orienterad. För löst packad sand uppstår aktivt brottillstånd vid en horisontell deformation i jorden på cirka  $0.001H$ , där  $H$  är stödkonstruktionens höjd över markytan (Helwany, 2007).



Figur 3.6: Spänningsfördelning vid aktivt brott

### 3.5 Passivt jordtryck

Om en jord utsätts för en yttre last som tvingar den solida substansen att orientera sig i en tätare struktur, uppkommer ett passivt brott i jorden. Vid passivt brott ökar den horisontella spänningen i jorden avsevärt. Ett passivt jordtryck är det högsta tryck som en jord kan utöva. Vid passiva jordtryck är den största huvudspänningen horisontellt orienterad. För att utveckla passivt brottillstånd i en löst packad sand måste en horisontell kontraktion på ca  $0.01H$  uppstå i materialet, där  $H$  är stödkonstruktionens höjd över markytan (Helwany, 2007).



Figur 3.7: Spänningsfördelning vid passivt brott



# Kapitel 4

## Jordtrycksteorier

Som tidigare nämnt bestäms den vertikala spänningen i en jord, opåverkad av yttre last, enbart utifrån materialets egentyngd samt jordlagrets mäktighet. Det innebär att en jord med en högre densitet genererar en större vertikalspänning än en jord med en lägre densitet.

Motsvarande resonemang är inte applicerbart på horisontella jordtryck. Ett tyngre jordmaterial behöver inte nödvändigtvis generera ett större horisontaltryck jämfört med en jord med lägre egentyngd. Enligt ekvation (3.4) skiljer sig det horisontella jordtrycket från det vertikala jordtrycket med en jordtryckskoefficient,  $K$ . De två extremvärdena för jordtryckskoefficienter ges av det aktiva och det passiva jordtrycket. Dessa ytterligheter svarar för plasticitetsgränser i jordmaterialet.

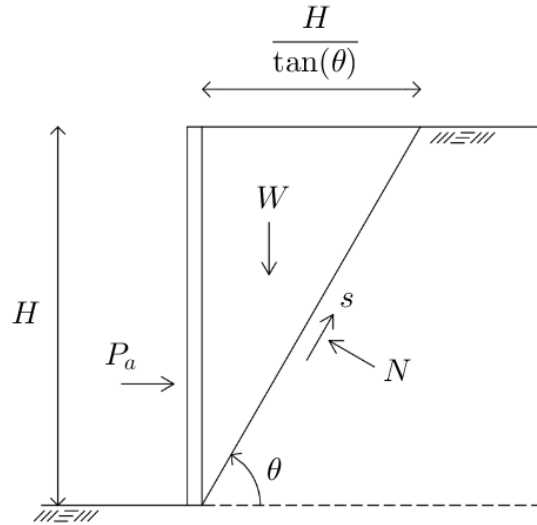
Kända jordtrycksteorier, föreslagna av Coulomb och Rankine, ligger till grund för hur jordtryckskoefficienten kan bestämmas analytiskt. Teorierna baseras på kohesionslösa material som befinner sig i aktiva eller passiva brottstadier.

### 4.1 Coulombs teori

Coulomb föreslog år 1776 en jordtrycksteori, utifrån att ha studerat friktionsjordars beteende vid ras (Venkatramaiah, 2006). Om en stödmur, som förhindrar att en påtryckande jordmassa rasar, tas bort så kommer en sammanhängande jordkil närmast muren att gå till brott längs ett plan, som Coulomb betraktade som linjärt. Brottplanets orientering med hänsyn till horisontalplanet kommer för detta fall att sammanfalla med jordmaterialets rasvinkel.

Coulomb antog därför att om muren bara deformeras en begränsad sträcka måste brottplanet orientera sig med en vinkel som är större än jordens rasvinkel. För att hitta vinkeln för det brottplan som genererar det största aktiva jordtrycket, studerade Coulomb ett statiskt kraftsamband, enligt figur 4.1.

Coulombs teori är ursprungligen baserad på ett jordtrycksfall där stödmurens yta är glatt och således friktionslös. Poncelet utökade Coulombs teori med att även inkludera friktion längs stödmuren och tillåta sluttande markytor (Budhu, 2011).



Figur 4.1: Beräkningsmodell

Coulomb baserade sin beräkningsmodell på följande antaganden

- Jorden är isotrop och homogen
- Brottplanet är linjärt
- Brottkenen av jordmaterial betraktas som en stel kropp
- Jorden är kohesionslös och fullständigt torr
- Friktion verkar längs brottplanet i jordmaterialet
- Ingen friktion verkar mellan stödmuren och jordmassan

Jämvikt i normalkraftens riktning,  $N$ , ger

$$N = W \cos(\theta) + P_a \sin(\theta) \quad (4.1)$$

Jämvikt i skjuvkraftens riktning,  $s$ , ger

$$s = W \sin(\theta) - P_a \cos(\theta) \quad (4.2)$$

Skjuvkraften,  $s$ , kan för ett friktionsmaterial uttryckas enligt

$$s = N \tan(\phi) \quad (4.3)$$

Genom att kombinera (4.1) och (4.3) erhålls

$$s = \tan(\phi)(W \cos(\theta) + P_a \sin(\theta)) \quad (4.4)$$

Ekvation (4.2) och (4.4) kan likställas enligt

$$W \sin(\theta) - P_a \cos(\theta) = \tan(\phi)(W \cos(\theta) + P_a \sin(\theta)) \quad (4.5)$$

Den aktiva kraftresultanten  $P_a$  kan därmed tecknas som

$$P_a = W \frac{\sin(\theta) - \cos(\theta) \tan(\phi)}{\cos(\theta) + \sin(\theta) \tan(\phi)} \quad (4.6)$$

Division med  $\cos(\theta)$  ger

$$P_a = W \frac{\tan(\theta) - \tan(\phi)}{1 + \tan(\theta) \tan(\phi)} \quad (4.7)$$

Baserat på trigonometriska regler kan följande omskrivning göras

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan(\alpha) - \tan(\beta)}{1 + \tan(\alpha) \tan(\beta)} \quad (4.8)$$

Genom att applicera (4.8) på ekvation (4.7) erhålls

$$P_a = W \tan(\theta - \phi) \quad (4.9)$$

Tyngden av den jordkil som uppstår vid aktivt brott beräknas enligt

$$W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1}{\tan(\theta)} \quad (4.10)$$

Insättning av ekvation (4.10) i (4.9) ger

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\tan(\theta - \phi)}{\tan(\theta)} \quad (4.11)$$

Genom att derivera (4.11) och sätta derivatan till 0 kan den vinkel  $\theta$  mot horisontalplanet som genererar det högsta värdet på  $P_a$  erhållas.

$$\frac{\partial P_a}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left( \frac{1}{\tan(\theta) \cos^2(\theta - \phi)} - \frac{\tan(\theta - \phi)}{\sin^2(\theta)} \right) = 0 \quad (4.12)$$

Det kritiska värdet på vinkeln  $\theta$  kan då bestämmas till

$$\theta = 45^\circ + \frac{\phi}{2} \quad (4.13)$$

Insättning i (4.11) ger

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 \frac{\tan\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right)}{\tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)} \quad (4.14)$$

Utifrån trigonometriska regler kan kvoten omformuleras enligt

$$\frac{\tan\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right)}{\tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)} = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right) \quad (4.15)$$

Genom att utnyttja (4.15) kan kraftresultanten  $P_a$  tecknas som

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a \quad (4.16)$$

där jordtryckskoefficienten vid aktivt brott är

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi}{2}\right) = \frac{1 - \sin(\phi)}{1 + \sin(\phi)} \quad (4.17)$$

Coulomb utnyttjade motsvarande beräkningsgång för att bestämma magnituden av den kraftresultant som uppstår vid passivt brott. Coulomb fann att det kritiska brottplan som utbildas vid en passiv brottmod bildar en vinkel mot horisontalplanet enligt

$$\theta = 45^\circ - \frac{\phi}{2} \quad (4.18)$$

Kraftresultanten  $P_p$  vid passivt brott ges av

$$P_p = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_p \quad (4.19)$$

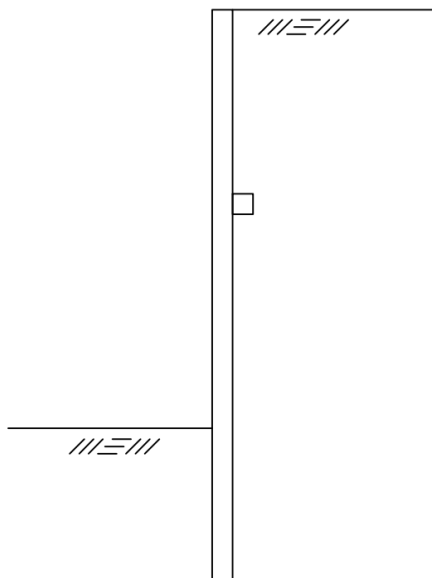
där den passiva jordtryckskoefficienten definieras enligt

$$K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) = \frac{1 + \sin(\phi)}{1 - \sin(\phi)} \quad (4.20)$$



## 4.2 Rankines teori

Rankine (1857) tillämpade Mohr-Coulombs brottkriterium för att studera ett jordelement som befinner sig i brottstadium. Rankine betraktade ett jordelement placerat intill en stödmur enligt figur 4.2.

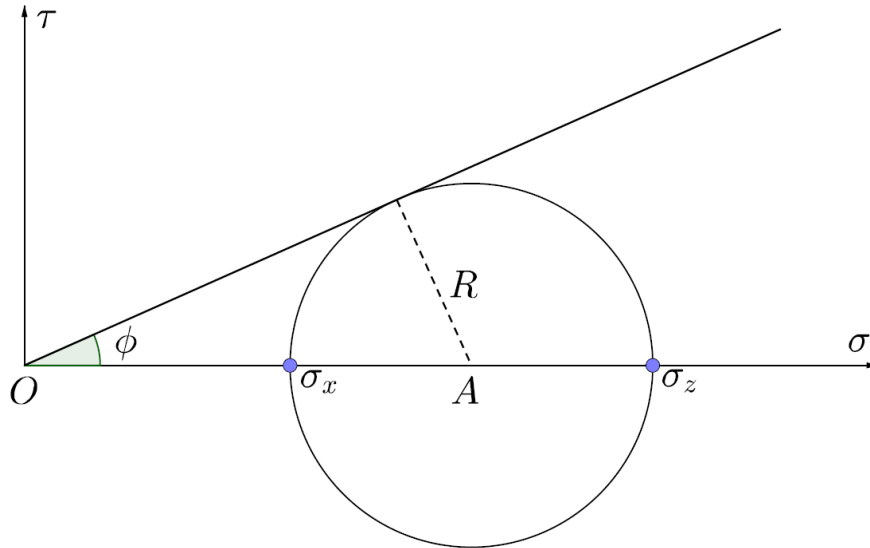


Figur 4.2: Jordelement i vilotillstånd

Rankine baserade sin teori utifrån följande antaganden

- Stödmuren är helt vertikal
- Stödmuren betraktas som oändligt styv och sträcker sig oändligt djupt ner i marken
- Ingen friktion utvecklas längs stödmuren
- Markytan är horisontellt orienterad
- Jordmassan är homogen, isotrop och fullständigt torr
- Jordan är löst packad och befinner sig initialt i viloläge
- Tillräcklig deformation i stödmuren uppkommer för att aktivt och passivt brott ska utvecklas

Under dessa förutsättningar verkar inga skjuvspänningar på jordelementet. Den vertikala och den horisontella spänningen kommer därför att antingen sammanfalla med den största eller minsta huvudspänningen beroende på vilket brottillstånd som uppstår i jorden. För ett aktivt brott kommer  $\sigma_z = \sigma_1$  och  $\sigma_x = \sigma_3$  och vid ett passivt brott är  $\sigma_x = \sigma_1$  och  $\sigma_z = \sigma_3$ .



Figur 4.3: Aktivt brottstadium

Ett jordelement i aktivt brottstadium representeras av Mohr-Coulombs brottkriterium enligt figur 4.3.

Radien  $R$  ges av

$$R = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \quad (4.21)$$

Medelspänningen i jordelementet ges av  $OA$  och kan tecknas som

$$OA = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} \quad (4.22)$$

Med hjälp av trigonometri kan förhållandet mellan  $R$  och  $OA$  i den rätvinkliga triangeln definieras som

$$\sin(\phi) = \frac{R}{OA} = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{\sigma_z + \sigma_x} \quad (4.23)$$

vilket kan omformuleras enligt

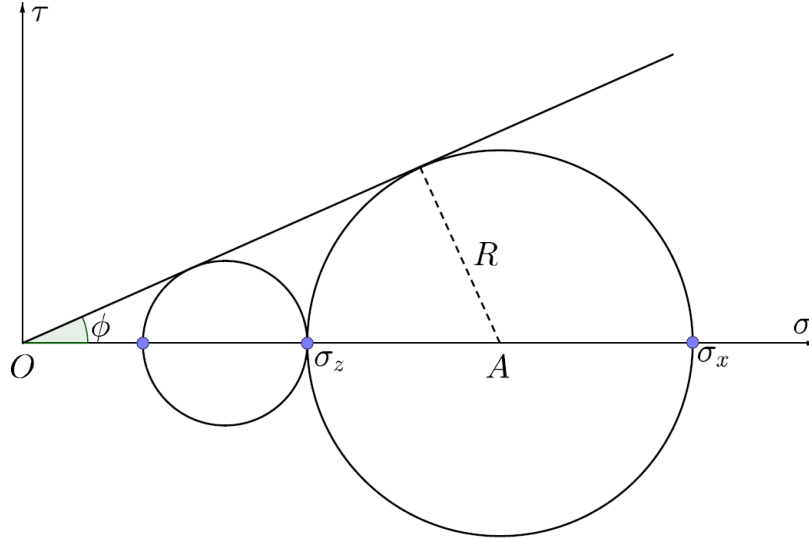
$$\frac{\sigma_x}{\sigma_z} = \frac{1 - \sin(\phi)}{1 + \sin(\phi)} \quad (4.24)$$

Jordtryckskoefficienten definieras som kvoten mellan horisontell och vertikal jordspänning enligt

$$K = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \quad (4.25)$$

Genom att applicera (4.25) på (4.24) erhålls ett uttryck för jordtryckskoefficienten vid aktivt brott

$$K_a = \frac{1 - \sin(\phi)}{1 + \sin(\phi)} = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \quad (4.26)$$



Figur 4.4: Passivt brottstadium

Ett jordelement i passivt brottstadium representeras av Mohr-Coulombs brottkriterium enligt figur 4.4.

Radien  $R$  uttrycks som funktion av vertikal och horisontell spänning enligt

$$R = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} \quad (4.27)$$

Medelspänningen  $OA$  tecknas som

$$OA = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \quad (4.28)$$

Förhållandet mellan  $R$  och  $OA$  ges av

$$\sin(\phi) = \frac{R}{OA} = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{\sigma_x + \sigma_z} \quad (4.29)$$

vilket kan omformuleras enligt

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_z} = \frac{1 + \sin(\phi)}{1 - \sin(\phi)} \quad (4.30)$$

Enligt tidigare definieras jordtryckskoefficienten för ett dränerat material som kvoten mellan horisontell och vertikal jordspänning enligt

$$K = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \quad (4.31)$$

Genom att kombinera (4.31) med (4.30) erhålls ett uttryck för jordtryckskoefficienten vid passivt brott

$$K_p = \frac{1 + \sin(\phi)}{1 - \sin(\phi)} = \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) \quad (4.32)$$

### 4.3 Diskussion

Coulomb och Rankine definierade jordtryckskoefficienten för de två ytterligheter av brottillstånd som kan uppstå i ett jordmaterial. Teorierna ger, under lika förutsättningar, identiska resultat men är baserade på olika tillvägagångssätt.

Coulomb studerade ett statiskt jämviktssamband för en brottkil av jordmaterial, där brottplanet antas vara linjärt. Coulombs lösning ger därför ett övre gränsvärde på brottlasten eftersom en energieffektivare brottyta, exempelvis med cylindrisk form, kan uppstå i jorden.

Rankine studerade ett jordelement i brottillstånd. Rankines teori ger ett undre gränsvärde på brottlasten eftersom minst en materialpunkt i brottkilen befinner sig på gränsen till brott. Ingen materialpunkt erhåller ett spänningstillstånd som överstiger brottspänningen och en effektivare spänningsfördelning kan i verkligheten existera.

Eftersom både Coulomb och Rankines teori ger överensstämmande svar, erhålls en sann lösning.

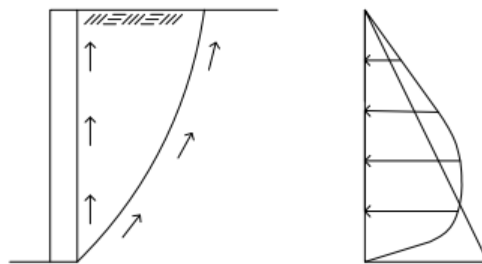
Jordtryckskoefficienterna visar att den horisontalspänning som en kohesionslös jordmassa utövar är beroende av materialets friktionsvinkel. Friktionsvinkeln  $\phi$  är ett mått på jordmaterialets inre stabilitet och beror bland annat på partiklarnas storlek och geometri, oregelbundenhet och packningsgrad. Stabila material, med ett högt värde på friktionsvinkeln, genererar lägre horisontaltöjningar än material med sämre friktionsegenskaper.

# Kapitel 5

## Valveffekter

Friktion kan ha en betydande effekt på spänningen i granulära material. Friktionskrafter verkar mellan respektive korn i en friktionsjord och uppstår längs kontaktytor till närliggande material. En jord i vila som står i direkt kontakt med en vertikal stödkonstruktion utsätts för ensidig friktion. I denna situation uppstår inga nämnvärda spänningsreduktioner och jordspänningen kan med god approximation betraktas som geostatisk. För geostatiska spänningsfördelningar försummas inverkan av friktion och spänningen ökar linjärt med avseende på djupet.

Spänningsfördelningen tenderar dock att uppvisa ett beteende som skiljer sig från den geostatiska spänningsfördelningen om friktionskrafter verkar från två eller flera olika sidor. En sådan tendens uppkommer för jordar i aktivt brottillstånd. Vid ett aktivt brott deformeras en sammanhängande jordvolym längs en brottyta, som i verkligheten är något krökt, men som approximeras som ett lutande plan. Om brottet sker mot en stödkonstruktion kommer friktionskrafter att mobiliseras längs stödmuren och längs brottytan i materialet. Effekten av den tvåsidiga friktionen blir att jordtrycket omfördelas och får en mer parabelformad distribution jämfört med en geostatisk spänningsfördelning. En så kallad valveffekt uppstår. Det aktiva jordtrycket kommer att öka längs den övre delen av stödmuren och minska närmare underlaget. Den totala kraften är ungefär densamma som vid friktionsfria förhållanden men omfördelningen av jordspänningen medför en ökning av det pådrivande momentet.

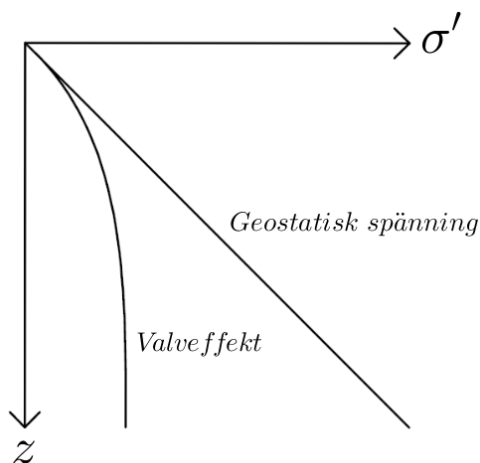


Figur 5.1: Verklig spänningsfördelning vid aktiv brottmod

Vid praktiska tillämpningar försummas dock denna effekt och jordtrycket betraktas som geostatiskt. Etablerade jordtrycksteorier, föreslagna av Coulomb eller Rankine, vilka baseras på friktionsfria kontaktytor, är då applicerbara. För dimensioneringsändamål tas momentökningen i beaktande i form av säkerhetsfaktorer.

Granulära material som innesluts av vertikala eller nära vertikala omslutningsytor kommer att utsättas för flersidig friktion. För dessa fall blir valveffekten mer utpräglad. Materialet kommer att uppvisa en spänningsfördelning som avviker väsentligt från det geostatiska jordtrycket. En geostatisk beräkningsmodell blir inte längre tillämpbar eftersom jordtrycket blir kraftigt reducerat och dess variation med djupet antar en krökt form.

Figur 5.2 visar den principiella fördelningen vid geostatisk spänning och spänning vid flersidig friktion.



Figur 5.2: Illustration av valveffekt kontra geostatisk spänning

## 5.1 Principen bakom valveffektens uppkomst

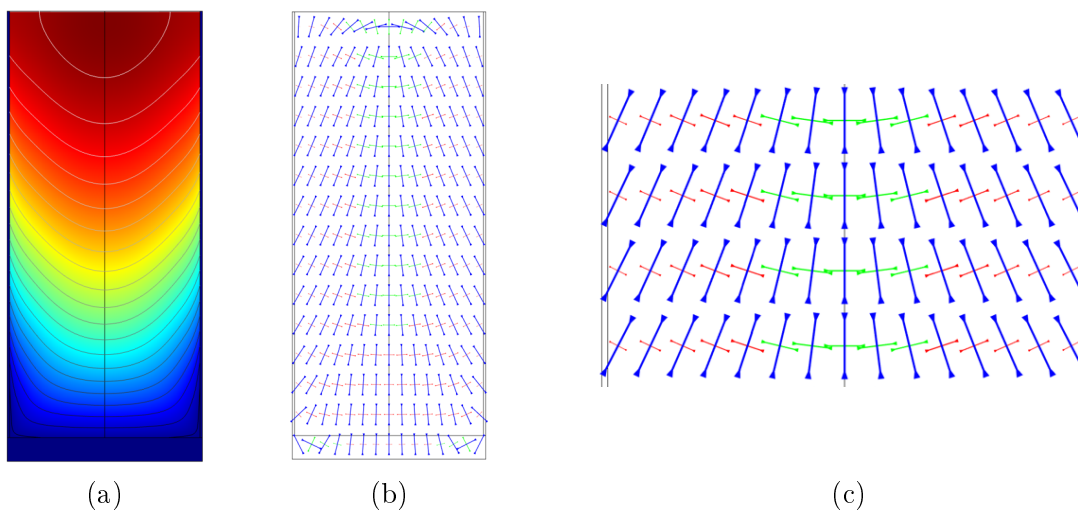
Den ursprungliga definitionen av valveffekt föreslogs av Terzaghi (1943). Terzaghi använde *valveffekt* som en metafor för att beskriva det lastfördelande fenomen som uppstår vid inverkan av skjuvspänningar längs kontaktytor mellan eftergivliga och oeftergivliga material. Definitionen är således inte direkt sammankopplad med ett fysikaliskt valv.

Det har senare visats av Handy (1985) och Harrop-Williams (1989) att en valvstruktur uppstår i materialet vid inverkan av skjuvspänningar.

Skjuvspänningar medför att huvudspänningsplanen roteras, enligt figur 5.3 (b) och (c). Harrop-Williams (1989) menar att valveffekten ger upphov till att de minsta huvudspänningarna bildar kontinuerliga parabelkurvor, vilka matematiskt kan approximeras som kedjekurvor. De största huvudspänningarna bildar osammanhängande avlastningsvalv, vilka saknar matematisk definition.

Att de största huvudspänningarna bildar osammanhängande valvstrukturer får effekten att spänningarna endast delvis kan avlastas. Fullständig lastupptagande förmåga erhålls i en jämnt belastad bågkonstruktion som antar formen av en inverterad kedjekurva. De största huvudspänningarna kommer att sammanfalla med bågens trycklinje och uppnå en kontinuerlig form.

Valveffektens verkningssätt kan illustreras av isokurvorna för deformationen av en granulär substans, enligt figur 5.3 (a). De motriktade skjuvspänningarna som utbildas längs deformationsplanen avlastar spänningen orsakad av egentyngd från den granulära substansen. En reducerad vertikalspänning ger en reducerad deformation. Detta medför att isokurvorna antar formen av en parabel, där den största deformationen uppstår längs centrumlinjen och den minsta deformationen uppkommer nära kontaktytorna.

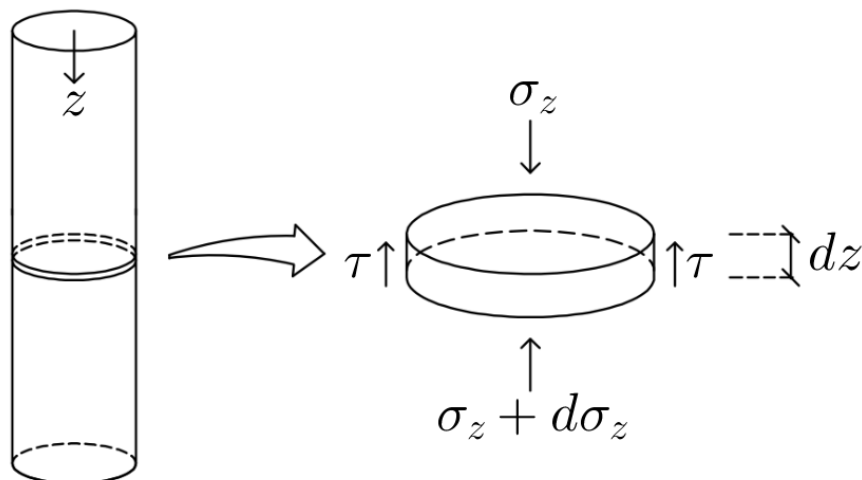


Figur 5.3: Valveffektens inverkan

## 5.2 Janssens teori

Trots att fenomenet blev känt som valveffekt genom Terzaghi (1943) uppmärksammades det först, under 1800-talet, inom jordbruket vid förvaring av granulära material i silor. Det noterades att den kraft som verkade i botten av silon inte svarade mot tyngden av ovanliggande kornmassa. Janssen (1895) studerade de lasteffekter som uppstod i silokonstruktioner och visade att lasterna tog alternativa vägar vid flersidig friktion. Janssen förklarade fenomenet analytiskt genom att studera ett silosegment som utsätts för verkande laster, enligt figur 5.4.

Valveffekten är en lastfördelande mekanism. Fenomenet uppstår när ett kornmaterials strävan att deformeras, på grund av sin egentyngd, motverkas av skjuvkrafter som mobiliseras i kontaktytan mellan jordmassan och omgivande, stationära material. En del av spänningen som kornens egentyngd ger upphov till kommer att avlastas och överförs till styvare delar.



Figur 5.4: Silotryck

I Janssens beräkningsmodell antar silon formen av en cylinder med vertikala väggar och konstant radie  $r$  enligt figur 5.4. Konstanta förhållanden antas råda längs silons referensaxel  $z$ . Genom att studera ett cylindersegment, bestående av ett torrt kornmaterial, med en infinitesimal tjocklek  $dz$ , tecknade Janssen ett uttryck för spänningens variation med avseende på djupet.

Kornmaterialet inuti silon antar tungheten  $\gamma$  och är jämnt fördelat över den inneslutande tvärsnittsarean  $A = \pi r^2$ . Kornmassan kommer att utöva ett horisontellt tryck vinkelrätt mot silons väggar, vilket är den kraftkomponent som genererar friktion enligt Coulombs friktionslag. Det horisontella trycket som utövas av cylindersegmentet ges av

$$dC = 2\pi r \sigma_x dz \quad (5.1)$$

I beräkningsmodellen antas friktionen vara fullt utvecklad och jämnt fördelad i kontaktytan mellan kornmaterialet och silons väggar. Ett uttryck för den mothållande skjuvkraften kan tecknas som

$$dS = 2\pi r \sigma_x \mu dz \quad (5.2)$$

Med kännedom om att friktionskoefficienten, enligt (2.7), kan uttryckas som  $\mu = \tan(\phi)$  och att horisontalspänningen ges av  $\sigma_x = K\sigma_z$ , enligt (3.4), erhålls

$$dS = 2\pi r \sigma_z K \tan(\phi) dz \quad (5.3)$$

Kornmaterialet i cylindersegmentet kommer att drivas nedåt med en kraft som motsvaras av egentyngheden, enligt sambandet

$$dW = \pi r^2 \gamma dz \quad (5.4)$$



Genom att studera jämvikten av de vertikala laster som verkar på cylindersegmentet i figur 5.4, erhålls

$$\sigma_z A + dW = dS + (\sigma_z + d\sigma_z)A \quad (5.5)$$

Vilket förenklas som

$$dW - dS - d\sigma_z A = 0 \quad (5.6)$$

Insatta värden ger

$$\pi r^2 \gamma dz - 2\pi r \sigma_z K \tan(\phi) dz - d\sigma_z \pi r^2 = 0 \quad (5.7)$$

Ekvation (5.7) uttrycks lämpligast på formen

$$\frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{2K \tan(\phi)}{r} \sigma_z - \gamma = 0 \quad (5.8)$$

Utifrån randvillkoret  $\sigma_z = 0$  för  $z = 0$  kan lösningen till differentialekvationen i (5.8) erhållas. Lösningen ger ett uttryck för den vertikala spänningens variation med djupet  $z$  med hänsyn till flersidig friktion.

$$\sigma_z = \frac{\gamma r}{2K \tan(\phi)} [1 - e^{-2K \tan(\phi)(z/r)}] \quad (5.9)$$

Genom att applicera uttrycket för horisontalspänning,  $\sigma_x = K\sigma_z$ , på (5.9) kan Janssens teori för horisontellt tryck tecknas som

$$\sigma_x = \frac{\gamma r}{2 \tan(\phi)} [1 - e^{-2K \tan(\phi)(z/r)}] \quad (5.10)$$

## 5.3 Marstons teori

Anson Marston var en amerikansk forskare verksam vid Iowa State University mellan 1892 och 1937. Marstons forskningsområde innefattade främst dimensionering av rörledningar och resultatet ledde fram till analytiska samband för att uppskatta storleken av den last som verkar på nedgrävda rörledningar och kanaler placerade i igenfyllda diken.

Efter 1900-talets början pågick ett omfattande arbete i USA, och i synnerhet i Iowa, med syfte att utveckla delstatens dräneringssystem. Tidigare lösningar i form av öppna diken ersattes med nedgrävda rörledningar (Marston och Andersson, 1913). Nedgrävda dräneringssystem var inte en ny lösning, utan hade använts flera generationer tidigare. Då var rörledningarna främst tillverkade av lera och var av relativt små dimensioner. Den ökande användningen resulterade i en utveckling med större rördimensioner och nya materialval, främst betong, ett material som aldrig tidigare använts för ändamålet.

Trots flerårigt användande av dränerings- och avloppsrör, fanns inget standardiserat system för hur ledningarnas kvalitet skulle säkerställas. Kontroller baserades på erfarenhetsmässiga bedömningar och okulära inventeringar genomförda innan rören togs i bruk. Detta medförde stora osäkerheter gällande rörledningarnas verkliga lastkapacitet.

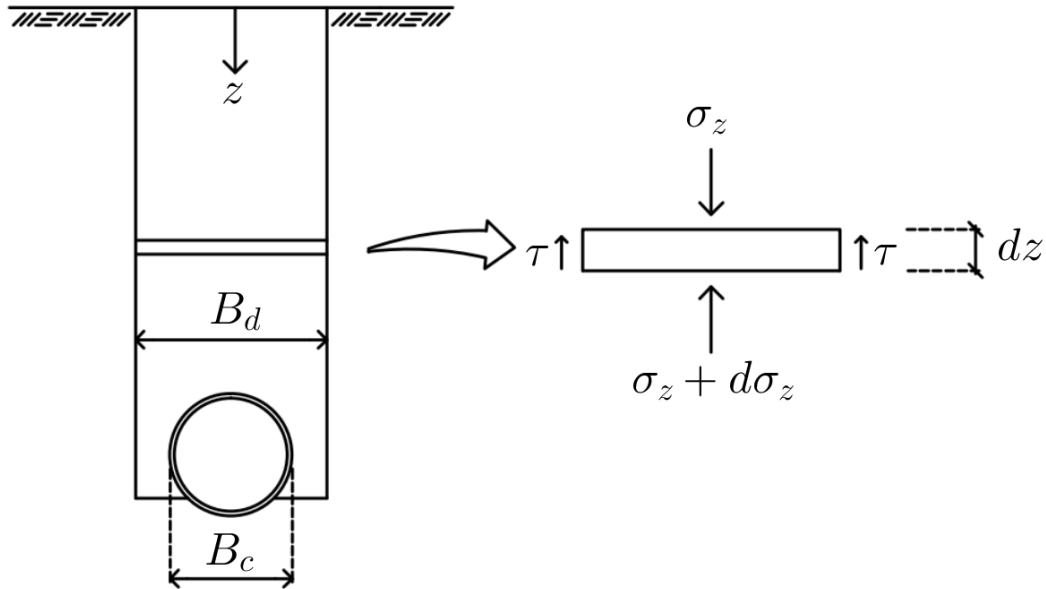
I samband med den snabba utvecklingen rapporterades många skador på nedgrävda rörledningar. Besiktningar visade att några av skadorna kunde relateras till oaktsamhet kopplat till installationsprocessen. Andra inventeringar påvisade att många av de större rörprofilerna var för svaga och gick till brott på grund av tyngden av fyllnadsmaterialet. Vissa fall kunde förklaras med ovanligt kraftiga regnfall, vilka resulterat i stora tillskottsspänningar som överbelastat rörkonstruktionerna.

Den mest generella förklaringen var inte förknippad med yttre omständigheter, utan sammankopplades med hur dikeschakten var utformade. Många diken grävdes för hand, medan andra diken var maskingrävda. De handgrävda dikena var betydligt smalare än de maskingrävda dikena. Vid inventeringar påträffades nästan inga skador på rörledningar i handgrävda diken, medan en betydligt större andel skadade rörledningar påträffades i maskingrävda diken. Packningsgraden samt höjden av fyllnadsmaterial, oavsett dikets bredd, bedömdes vara likvärdig.

Den last som verkade på rörledningar i smala diken tenderade att vara lägre jämfört med lasten på rörledningar grundlagda i bredare diken.

Marston upprättade ett analytiskt samband för att uppskatta de spänningar som uppkommer av fyllnadsmaterial som innehar en begränsad utbredning i tvärled. Marstons teori liknar Janssens teori för silotryck men är baserad på tvåsidig friktion.

## 5.3.1 Rörledningar grundlagda i diken



Figur 5.5: Marstons teori för nedgrävda ledningar

Marston betraktade en rörledning placerad i ett dike med vertikala väggar enligt figur 5.5. Dikets bredd är  $B_d$  och rörprofilens diameter benämns  $B_c$ . Diket fylls igen med ett dränerande och kohesionslöst fyllnadsmaterial med tungheten  $\gamma$ .

Genom att betrakta ett segment av en sektion med fyllnadsmaterial kan en kraftjämvikt studeras. De krafter som verkar på segmentet vid jämvikt är en vertikal spänning  $\sigma_z$ , vilken balanseras av  $\sigma_z + d\sigma_z$  på undersidan av segmentet. Beräkningsmodellen baserades på att ett plant töjningstillstånd föreligger, där töjningar i längsled försummas.

Den tryckkraft som segmentet utövar mot dikets väggar ges av sambandet

$$dC = 2\sigma_z K dz \quad (5.11)$$

Den totala mothållande skjuvkraften som mobiliseras längs kontaktytorna ges av

$$dS = 2\sigma_z K \mu dz \quad (5.12)$$

Eftersom friktionskoefficienten  $\mu$  enligt (2.7) kan uttryckas som funktion av friktionsvinkeln  $\phi$  erhålls

$$dS = 2\sigma_z K \tan(\phi) dz \quad (5.13)$$

Tyngden för segmentet av fyllnadsmaterial tecknas som

$$dW = \gamma B_d dz \quad (5.14)$$

Vertikal kraftjämvikt ger att

$$\sigma_z B_d + dW = dS + (\sigma_z + d\sigma_z) B_d \quad (5.15)$$

vilket förenklas till

$$dW = dS + d\sigma_z B_d \quad (5.16)$$

Insatta värden ger

$$\gamma B_d dz = 2\sigma_z K \tan(\phi) dz + d\sigma_z B_d \quad (5.17)$$

Ekvation (5.17) uttrycks lämpligast som

$$\frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{2K \tan(\phi)}{B_d} \sigma_z - \gamma = 0 \quad (5.18)$$

För  $\sigma_z = 0$  då  $z = 0$  erhålls en lösningen av den linjära differentialekvationen i (5.18). Sambandet ger ett uttryck för den vertikalspänning som belastar rörkonstruktionen.

$$\sigma_z = \frac{\gamma B_d}{2K \tan(\phi)} (1 - e^{-2K \tan(\phi)(z/B_d)}) \quad (5.19)$$

Ekvation (5.19) baseras på antagandet att rörledningen är styv i förhållande till fyllnadsmaterialet. Omkringliggande fyllnadsmaterial tenderar att deformeras mer än jordpelaren ovanför röret och all tyngd från fyllnadsmaterialet antas överföras till rörledningen.

För flexibla rörledningar placerade i dikesschakt uppstår en spänningsreduktion enligt Handy och Spangler (2007). Om rörledningen är mer flexibel än fyllnadsmaterialet kommer en differenssättning att uppstå mellan ovanliggande fyllnadsmaterial och sidomaterialen. Analogt med Janssens teori för silotryck uppstår en valveffekt som omfördelar spänningarna mellan de eftergivliga och stationära materialen. Vertikalspänningen som belastar flexibla rörledningar ges av

$$\sigma_z = \frac{\gamma B_c}{2K \tan(\phi)} (1 - e^{-2K \tan(\phi)(z/B_d)}) \quad (5.20)$$

Ekvation (5.20) baseras på antagandet att fyllnadsmaterialet runt om och ovanför rörledningen innehar en hög packningsgrad där styvheten för fyllningen antas sammanfalla med styvheten för röret. Utifrån dessa förutsättningar uppstår en jämn lastspridning över dikets bredd.

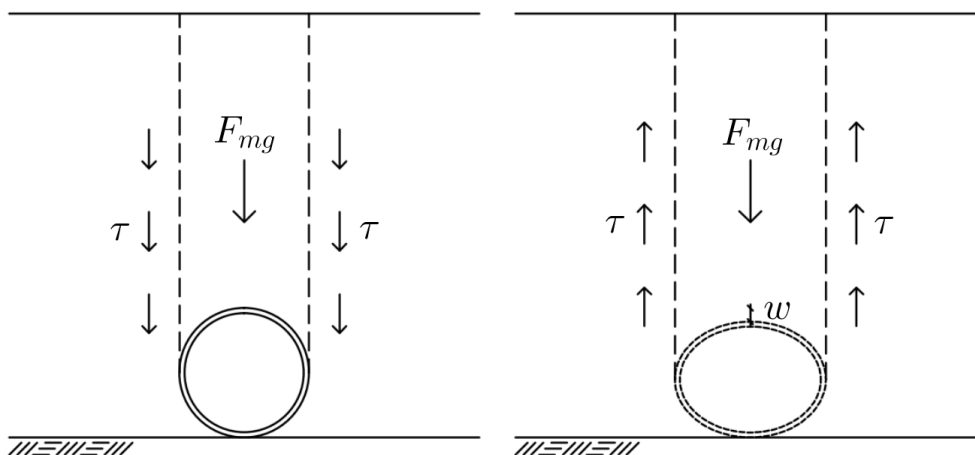
### 5.3.2 Rörledningar grundlagda på befintlig markyta

I infrastrukturprojekt är det vanligt att rörledningar placeras under vägbankar och grundläggs direkt på befintlig markyta. I dessa situationer spelar rörets flexibilitet en avgörande roll för vilka lasteffekter som uppstår och belastar konstruktionen.

Belastningen på rörledningen kommer att sammanfalla med det geostatiska överlagringsstrycket under förutsättning att röret och fyllnadsmaterialet erhåller identiska styvhetsegenskaper. Detta är i praktiken ovanligt. Oftast uppstår en viss differenssättning mellan röret och omgivande fyllnadsmaterial. Beroende på flexibiliteten i konstruktionen kommer ovanliggande jordpelare att utsättas för med eller motriktade skjuvspänningar som verkar längs brottplanen i fyllnadsmaterialet.

Belastningen på konstruktionen kommer att understiga överlagringstrycket om strukturen är mer flexibel än fyllnadsmaterialet. Lasterna blir större än överlagringstrycket, och därmed ofördelaktiga, om strukturen är styvare än fyllnadsmaterialet. Den verkande lasten svarar då mot överlagringstrycket samt de skjuvspänningar som bidrar till ökad belastning. Konstruktionen måste, för dessa fall, vara dimensionerad för att kunna motstå tillskottet av ytterligare spänning. Enligt Evans (1983) kan tillskottet av skjuvspänning öka överlagringstrycket med flera hundra procent. Det principiella verkningssättet framgår av figur 5.6.

Det har inte kunnat påvisats att de spänningsreduktioner som uppstår på grund av val-effekter i rena friktionsmaterial är tidsberoende. Enligt McGuigan och Valsangkar (2010) registrerade Vaslestad et al. överlagringstrycket på tre olika flexibla rörkonstruktioner som placerats på befintlig markyta under en vägbank. Inga spänningsökningar noterades under en tidsperiod på 2-3 år efter det att vägbanken uppförts. Motsvarande undersökning genomfördes av McAfee och Valsangkar (2008). Överlagringstrycket på en flexibel rörkonstruktion registrerades under en tvåårsperiod. Inga nämnvärda förändringar av överlagringstrycket kunde kartläggas under denna period.

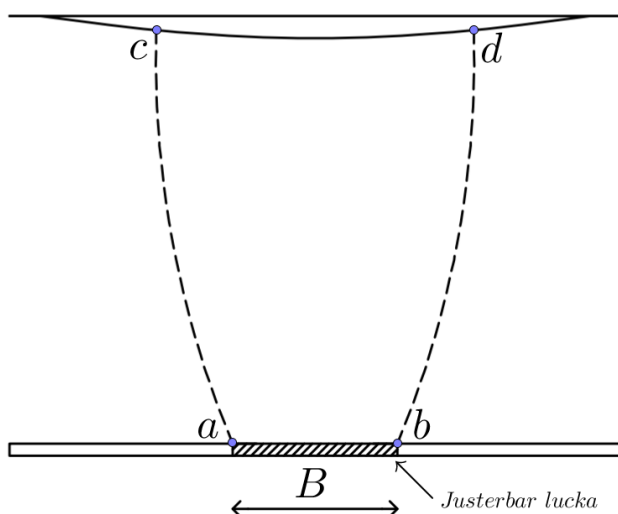


Figur 5.6: Styv kontra flexibel rörledning

## 5.4 Terzaghis teori

Karl Terzaghi (1943) studerade valveffekter i sand mer ingående genom att utföra enkla experiment.

Terzaghi undersökte bland annat de effekter som uppstår då en del av en sandmassa deformeras medan intilliggande sandmaterial bevaras i sitt ursprungliga läge. Terzaghi utförde experimentet genom att placera en bädd av sand ovanpå ett fast underlag, där en sektion av underlaget var justerbar i vertikalled och kunde verka likt principen av en fallucka. Experimentet illustreras av figur 5.7. Om falluckan, i initialt skede, befinner sig på samma nivå som det övriga grundplanet kommer det vertikalktryck som den ovanliggande sanden utövar mot underlaget att vara proportionellt mot djupet, enligt  $\sigma_z = \gamma z$ .



Figur 5.7: Illustration av fallucksexperiment efter Terzaghi (1943)

Om den justerbara sektionen sänks i förhållande till grundplanet kommer den ovanliggande sandvolymen att tvingas följa efter. Vid tillräckligt stor deformation kommer två brottplan,  $ac$  och  $bd$  att utbildas och sandytan kommer att sjunka, enligt figur 5.7. Skjuvkrafter kommer att uppstå längs brottplanen, vilka motverkar den deformerande sandens nedåtriktade rörelse. Detta medför att överlagringstrycket på falluckan reduceras och en del av spänningen från den deformerande sanden överförs till den närliggande, stationära sanden. Terzaghi menade att en valveffekt uppstår mellan den deformerande och den stationära sanden.

Den totala lasten som verkar på bottenplattan kommer alltid att svara mot tyngden av sandbädden. Däremot kommer spänningarna att omfördela sig inom de zoner där valveffekter äger rum. För ett system som befinner sig i global jämvikt måste en spänningsreduktion i en punkt balanseras av en spänningsökning i en annan punkt. Terzaghi noterade att de största spänningstillskotten koncentreras till den stationära sanden längs kontaktytan till brottplanen  $ac$  och  $bd$ .

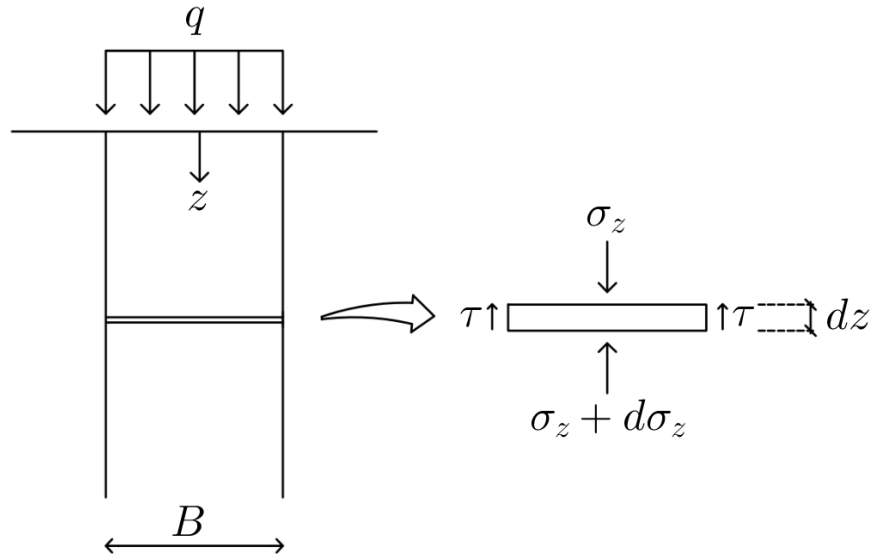
Den motsatta effekten uppstår om den justerbara luckan utsätts för en uppåtriktad rörelse. Den totala lasten som verkar på fallluckan kommer att utgöras av, dels det geostatiska jordtrycket som ovanpåliggande sandvolym ger upphov till, dels det tillskott av motriktade skjuvspänningar som utbildas längs brottplanen, likt principen av styva rörledningar enligt figur 5.6.

Baserat på resultatet av fallucksförsöket fann Terzaghi att en betydande spänningsreduktion uppstår i ovanliggande sand vid en vertikal förskjutning så liten som 1 % av fallluckans bredd,  $B$ . Den minsta vertikalspänningen i fallucksförsöket var endast 10 % av överlagringstrycket och valveffekten tenderade att vara mer uttalad för packad sand än för lös sand (Evans, 1983).

Vid ytterligare deformationer tenderar valveffekten att nå ett konstant förhållande, där inga ytterligare spänningsreduktioner uppstår i den avlastande sandmassan. Konstanta förhållanden erhålls vid förskjutningar omkring 10 % av fallluckans bredd. Vid ungefär 1 % deformation i sanden var jordtryckskoefficienten  $K$  ungefär 1 alldeles intill centrumpunkten på fallluckan, medan  $K$  antog värdet 1.6 vid höjden  $B$  ovanför fallluckan. Vid höjden  $2B - 2.5B$  sammanfaller  $K$  med  $K_0$ . Terzaghi betecknade  $K$  som en empirisk konstant och föreslog att  $K$  skulle ansättas till 1.0 för praktiska tillämpningar (Evans, 1983).

Terzaghi visade att valveffekterna avtog vid höjden  $2B$  ovanför fallluckan och antog därför att skjuvkrafterna endast är fullt utvecklade inom ett begränsat område. Tyngden av materialet ovanför valveffektens verkningsområde betraktas som tillskottslast.

Terzaghi vidareutvecklade Marstons teori och inkluderade även kohesion  $c$  och inverkan av tillskottslast  $q$  i beräkningsmodellen. Terzaghi varnade dock för att betrakta kohesionen som ett permanent förhållande. Enligt Spangler och Handy (2007) bör kohesion, vid praktiska tillämpningar, försummas. För kohesionsjordar som utsätts för valveffekter tenderar krypning att uppstå i materialet vilket på sikt medför att jordspänningen närmar sig den geostatiska spänningen. Krypningseffekter kan bero på ett ökat fuktinnehåll, vilket medför att kohesionsbindningarna försvagas och en spänningsrelaxation uppstår. Det krävs en viss tid för att bindningarna ska återutvecklas och en lösning med försummad kohesion ger det mest konservativa jordtrycket. En motsvarande spänningsrelaxerande effekt uppstår i rena friktionsmaterial som utsätts för friktionsstörande företeelser, exempelvis vibrationer.



Figur 5.8: Terzaghis teori för tvåsidig friktion

Genom att studera jämviktsförhållandet av ett segment bestående av ett torrt fyllnadsmaterial med den infinitesimala tjockleken  $dz$  och bredden  $B$ , enligt figur 5.8, kan ett jämvikts-samband upprättas. Beräkningsgången är näst intill identisk med den för Marstons teori.

Baserat på antagandet att jämn tryckfördelning föreligger kan det horisontella jordtryck som verkar över kontaktytan mellan de två brottplanen beskrivas av sambandet

$$dC = 2\sigma_z K dz + 2cdz \quad (5.21)$$

Den mothållande friktionskraften kan tecknas enligt

$$dS = 2\sigma_z K \tan(\phi) dz + 2cdz \quad (5.22)$$

Jordmaterialet förutsätts vara homogent och dess tunghet ansätts till  $\gamma$ . Tyngden av materialsegmentet ges av

$$dW = \gamma B dz \quad (5.23)$$

Vertikal jämvikt ger

$$\sigma_z B + dW = dS + (\sigma_z + d\sigma_z) B \quad (5.24)$$

Vilket motsvaras av

$$d\sigma_z B + dS - dW = 0 \quad (5.25)$$



där insatta värden ger

$$d\sigma_z B + 2\sigma_z K \tan(\phi) dz + 2cdz - \gamma B dz = 0 \quad (5.26)$$

Ekvation (5.26) skrivs lämpligast på formen

$$\frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{2K \tan(\phi)}{B} \sigma_z + \frac{2c}{B} - \gamma = 0 \quad (5.27)$$

Utifrån randvillkoret att  $\sigma_z = q$  för  $z = 0$  kan differentialekvationen bestämmas vilket ger ett uttryck för vertikalspänningen orsakad av kohesionsjordar med tillskottslast

$$\sigma_z = \frac{\gamma B - 2c}{2K \tan(\phi)} [1 - e^{-2K \tan(\phi)(z/B)}] + q e^{-2K \tan(\phi)(z/B)} \quad (5.28)$$

där  $q$  är tillskottslast. Vertikalspänningen för kohesionsjordar utan tillskottslast ges av

$$\sigma_z = \frac{\gamma B - 2c}{2K \tan(\phi)} [1 - e^{-2K \tan(\phi)(z/B)}] \quad (5.29)$$

För kohesionslösa material sammanfaller Terzaghis och Marstons teori, enligt

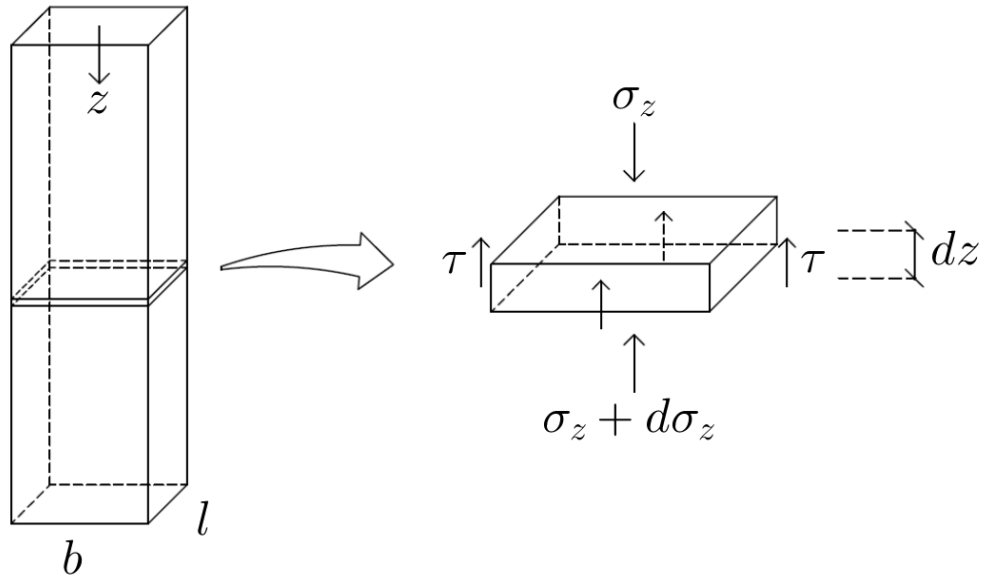
$$\sigma_z = \frac{\gamma B}{2K \tan(\phi)} [1 - e^{-2K \tan(\phi)(z/B)}] \quad (5.30)$$

## 5.5 Pirapkaran och Sivakugans teori

Inom gruvnäringen vid brytning av malm efterlämnas stora tomrum i bergmassan. Gruvschaktens djup kan uppgå till över 100 m. För att nå bergets malmzoner bereds arbetstunnlar som skapar ett transportnät som möjliggör framkomlighet till och från olika nivåer av gruvschaktet. De efterlämnade tomrummen i bergmassan fylls igen med krossat stenmaterial för att uppnå regional stabilitet i berget och möjliggöra malmbrytning i intilliggande bergszoner. För att kunna upprätta lämpliga barriadmurar mellan arbetstunnlarna och det igenfyllda bergrummet, måste rådande spänningar från fyllnadsmaterialet kunna uppskattas på ett tillförlitligt sätt.

Omslutande, stabila bergväggar, skapar förutsättningar för att reducera spänningen orsakad av fyllnadsmaterialet.

Pirapkaran och Sivakugan (2006) föreslog ett analytiskt spänningssamband genom att vidareutveckla Marstons teori för tvådimensionella geometrier. Gruvschakten är i verkligheten sällan långsträckta eller antar formen av en cylinder, så varken Marstons eller Janssens teori



Figur 5.9: Vidareutveckling av Marstons teori

blir, med god överensstämmelse, applicerbar. Gruvschakten är i verkligheten tredimensionella och kan bättre approximeras som rektangulära hålrum, med en begränsad längd och bredd.

Uttrycket för spänningen härleds utifrån att studera kraftjämvikten för ett rektangulärt segment av fyllnadsmaterial. Tyngden av segmentet ges av

$$dW = \gamma b l dz \quad (5.31)$$

där  $\gamma$  är det torra fyllnadsmaterialets tyngd,  $b$  är segmentets bredd,  $l$  är segmentets längd och  $dz$  är den infinitesimala tjockleken av det frilagda segmentet.

Den horisontella tryckkraft som fyllnadsmaterialet ger upphov till ges av sambandet

$$dC = 2(b + l) dz \sigma_x \quad (5.32)$$

Genom att tillämpa (3.4) kan den totala mothållande skjuvkraften, som motverkar fyllnadsmaterialets nedåtriktade deformation, tecknas som

$$dS = 2(b + l) \sigma_z K \mu dz \quad (5.33)$$

Friktionskoefficienten  $\mu$  kan, enligt ekvation (2.7), tecknas som funktion av materialets friktionsvinkel  $\mu = \tan(\phi)$ , vilket insatt i (5.33) ger

$$dS = 2(b + l) \sigma_z K \tan(\phi) dz \quad (5.34)$$

Vertikal kraftjämvikt av det studerande segmentet ger

$$\sigma_z bl + dW = dS + (\sigma_z + d\sigma_z)bl \quad (5.35)$$

vilket förenklas till

$$dW = dS + d\sigma_z bl \quad (5.36)$$

Med insatta värden erhålls

$$\gamma b l dz = 2(b+l)\sigma_z K \tan(\phi) dz + d\sigma_z bl \quad (5.37)$$

vilket lämpligast skrivs enligt

$$\frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{2(b+l)K \tan(\phi)}{bl} \sigma_z - \gamma = 0 \quad (5.38)$$

Utifrån randvillkoret att  $\sigma_z = 0$  då  $z = 0$  kan en lösning till den linjära differentialekvationen i (5.38) erhållas.

$$\sigma_z = \frac{\gamma b}{2K \tan(\phi)} \left( \frac{l}{b+l} \right) [1 - e^{-2K \tan(\phi) z (b+l)/bl}] \quad (5.39)$$

För kvadratiska tomrum, där  $l = b$  ges sambandet av

$$\sigma_z = \frac{\gamma b}{4K \tan(\phi)} [1 - e^{-4K \tan(\phi) z (b/l)}] \quad (5.40)$$

## 5.6 Centrifugtester

I centrifugtester används småskaliga prototyper för att simulera den jordspänning som uppkommer i fullstora konstruktioner. Jordars mekaniska beteende är kraftigt beroende av rådande tryckbelastning. Sambandet mellan spänningar och töjningar kommer att variera med överlagringstrycket. Det principiella verknings sättet för centrifugtester är att öka tyngdaccelerationen, och därmed rådande spänningar, i en småskalig prototyp genom att sätta den i rotation med hjälp av en centrifug. På så sätt kan spänningstillstånden för en småskalig prototyp efterlikna den verkliga spänningssituationen i fullstor skala. Centrifugtester kan appliceras inom geotekniska tillämpningsområden för att exempelvis studera jordtryck.

Frydman och Keissar (1987) utnyttjade tekniken för att undersöka den spänningsreduktion som uppstår på grund av valveffekter i en begränsad sandvolym som innesluts från två sidor.

Prototypen utgjordes av en aluminiumlåda, där sand placerats mellan två vertikala och oeftergivliga väggar för att efterlikna effekten av en stödmur och en vertikal bergsfasad. Stödmuren utgjordes av en aluminiumskiva och berget modellerades av en träskiva inklädd med sandpapper. I Marstons teori förutsätts friktionskoefficienten vara identisk längs de två motstående kontaktytorna. Frydman och Keissar utvärderade friktionsvinkeln längs kontaktytorna utifrån direkta skjuvförsök och ett medelvärde tillämpades i Marstons analytiska samband. För att efterskapa plana töjningstillstånd och minimera inverkan av sidofriktion avgränsades sanden från sidorna av glasskivor.

Avståndet mellan stödmuren och bergsfasaden varierades och det horisontella jordtrycket registrerades av två tryckceller. Resultatet visade att jordtrycket reduceras med minskat avstånd mellan stödmuren och bergsfasaden. Även jordtryckskoefficienten antar lägre värden vid smalare geometrier.

Experimentellt resultat sammanställdes mot Marstons analytiska valvteori med god överensstämmelse, trots att friktionskoefficienten antagit ett medelvärde och att horisontalspänningen endast registrerades av två tryckceller. Baserat på experimentellt resultat menar Frydman och Keissar att analytiska teorier är tillämpbara för praktiska ändamål förutsatt att betydelsefulla parametrar, som friktionsvinkeln längs kontaktytorna, utvärderas på ett tillförlitligt sätt.

Take och Valsangkar (2001) genomförde liknande centrifugtester för att undersöka den spänningsreduktionen som uppstår på grund av interaktionen mellan ett granulärt fyllnadsmaterial med begränsad utbredning som står i kontakt med stationära material. Prototypen är snarlik den från Frydman och Keissars experiment. Två motstående och vertikala aluminiumskivor användes för att efterlikna principen av en stödmur och en vertikal bergsfasad. Avståndet mellan de två stationära ytorna varierades och spänningarna från fyllnadsmaterialet registrerades av sex stycken jämnt vertikalt fördelade tryckceller.

Take och Valsangkar undersökte valveffekten utifrån att friktionsegenskaperna längs väggarna dels var identiska och dels antog olika värden. För det senare fallet täcktes ena väggen in med sandpapper för att efterlikna kontaktegenskaperna av en bergsfasad. Friktionsvinkeln längs kontaktytorna utvärderades och bestämdes utifrån direkta skjuvförsök.

Resultatet från genomförda centrifugtester visar att jordtrycksfördelning längs djupet antar en krökt form och avviker kraftigt från den geostatiska spänningsfördelningen. Avståndet mellan kontaktytorna spelar en avgörande roll för hur uttalad valveffekten blir.

För fallet med identiska randvillkor längs deformationsplanen visar Marstons analytiska valvteori god överensstämmelse med resultatet från centrifugtestet för samtliga fall där avståndet mellan kontaktytorna varierats.

Resultatet visade också att för fall där friktionsvinkeln längs de motstående kontaktytorna inte antar samma värde ger en medelskattning av friktionskoefficienten i det analytiska sambandet en rimlig överensstämmelse med resultatet från centrifugtestet.

Storleken på spänningsreduktionerna visade ett tydligt beroende med geometrin. För samtliga fall där avståndet mellan stödmuren och bergsfasaden varierade, visade analytiska samband god överensstämmelse med uppmätta resultat.

Fang och Liu (2012) genomförde centrifugtester med syfte att utvärdera storleken av det horisontella jordtryck som utövas av ett fyllnadsmaterial som innesluts av ett oeftergivligt brofundament och en lutande bergsfasad. Brofundamentet står i direkt anslutning till den lutande bergväggen.

Fang och Liu använde sand som fyllnadsmaterial och undersökta effekterna av packningsgrad. En löst packad sand ( $D_r = 35\%$ ) ställdes i jämförelse med en sand av hög packningsgrad ( $D_r = 72\%$ ). Bergets lutning mot horisontalplanet varierades och antog värden  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $70^\circ$  och  $80^\circ$ .

Modellen byggdes av en låda i stål som förstärktes med vertikala och horisontella stålbalkar för att öka styvheten i konstruktionen. För att efterlikna plana töjningsförhållanden modellerades sidoväggarna styva för att förhindra longitudinell töjning. För att ytterligare simulera plan töjning, applicerades en plastfilm på sidoväggarna vilket reducerade friktionskoefficienten. Friktionsvinkeln längs kontaktytorna bestämdes utifrån direkta skjuvförsök.

Resultatet visar att den horisontella spänningen minskar med ökad lutning på berget. För lutningar på  $60^\circ$ ,  $70^\circ$  och  $80^\circ$  får spänningsvariationen en parabelformad fördelning längs djupet. Angreppspunkten för kraftresultanten tenderar att öka med ökad bergslutning och antar största värden på ca  $0.5H$  ovanför underlaget.

Resultatet visar också att fyllnadsmaterialets packningsgrad har en inverkan på horisontalspänningen i materialet. För fallet med en löst packad sand och en bergslutning på  $0^\circ$  sammanfaller den uppmätta horisontalspänningen med god överensstämmelse med den geostatiska horisontalspänningen där jordtryckskoefficienten antas enligt  $K_0 = 1 - \sin(\phi)$ .

För fallet med en sand av hög packningsgrad erhålls högre horisontalspänningar vilka överstiger, för samtliga lutningar på bergsfasaden, den geostatiska horisontalspänningen i den översta delen av fyllnadsmaterialet. Detta bekräftar det faktum att Jakys  $K_0$  endast är tillämplig för normalkonsoliderade jordar. Även för fyllnadsmaterial med hög packningsgrad erhålls ökade spänningsreduktioner med ökade lutningar på bergsfasaden. Resultatet visar att horisontalspänningen ökar med ökad packningsgrad men att spänningsreduktionen på grund av valveffekten blir mer uttalad. Sadrekarimi och Abbasnejad (2010) visade också att packningsgraden har en betydande effekt på hur stora spänningsreduktioner som uppstår i materialet. Fang och Lui har inte ställt det experimentella resultatet i jämförelse med analytiska teorier eftersom inga teoretiska samband är direkt applicerbara på följande geometrier.

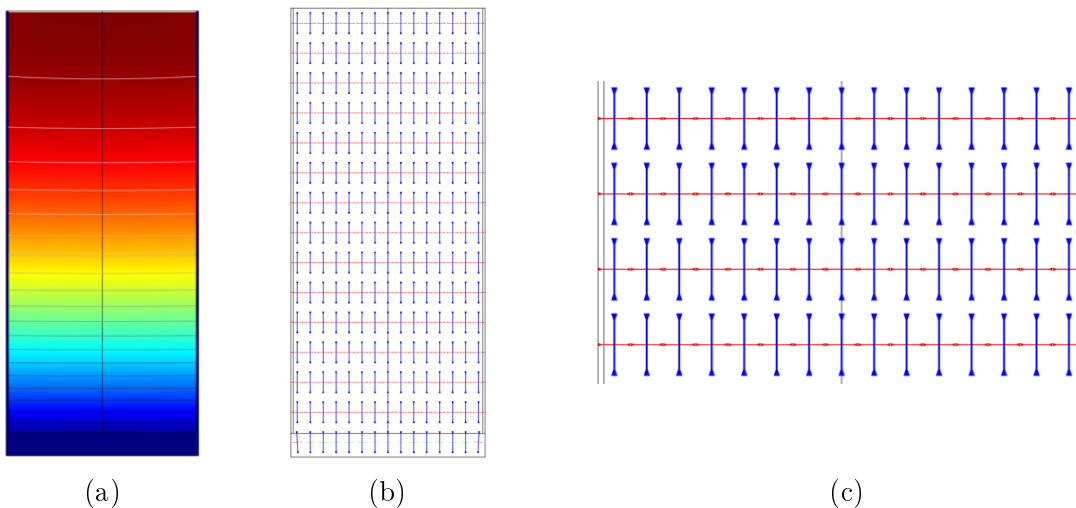


# Kapitel 6

## Valveffektens beroende av materialegenskaper

### 6.1 Utvärdering av jordtryckskoefficienten $K$

Rankine och Coulomb har föreslagit uttryck för jordtryckskoefficienten för en jord i aktivt eller passivt brotttillstånd. Uttrycken är härledda utifrån antagandet att vertikalspänningen  $\sigma_z$  och horisontalspänningen  $\sigma_x$  sammanfaller med den största och minsta huvudspänningen. Detta inträffar endast om inga skjuvspänningar verkar i jorden. För friktionsfria förhållanden uppstår plan deformation där största och minsta huvudspänningen är vertikalt respektive horisontellt orienterad, vilket illustreras i figur 6.1.

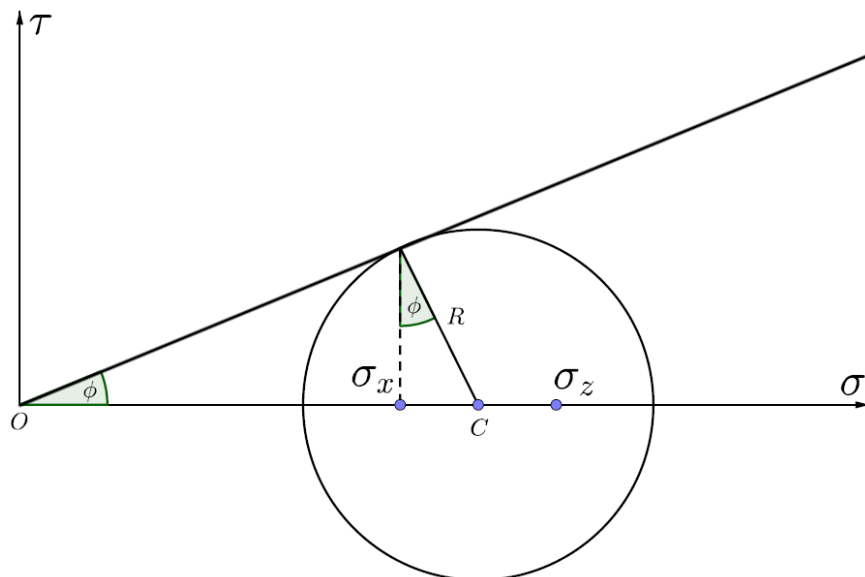


Figur 6.1: Friktionsfria förhållanden

Valet av jordtryckscoefficienten  $K$  har diskuterats livligt genom åren. Janssen (1895) definierade inte jordtryckscoefficienten explicit utan menade att värdet på  $K$  kan erhållas utifrån experimentella försök. Marston (1913) föreslog att  $K$  skulle ansättas som den aktiva jordtryckscoefficienten  $K_a$ . Terzaghi (1943) betecknade jordtryckscoefficienten som en empirisk konstant som, baserad på experimentella försök, kunde anta värden upp till 1.6. Handy (1985) menade att jordtryckscoefficienten kunde, utifrån ett antagande på säkra sidan, approximeras som  $K_0$  enligt Jaky.

För valveffekter, som är ett fenomen som uppstår just på grund av inverkan av friktionskrafter, blir tillämpbarheten av  $K_a$  och  $K_p$  motsägelsefull eftersom huvudspänningar, per definition, aldrig kan bidra till friktion.

Krynine (1945) noterade att en rotation av huvudspänningsplanen vid inverkan av friktion medför att det belastade jordelementet kommer att utsättas för en kombination av skjuv- och normalspänningar. Vid brotttillstånd kommer brottkurvan att tangera den övre delen av Mohrs cirkel i en godtycklig punkt, vilket illustreras i figur 6.2.



Figur 6.2: Härledning av jordtryckscoefficient enligt Krynine

Utifrån detta faktum tecknade Krynine ett uttryck för jordtryckscoefficienten vid inverkan av friktionskrafter.

Enligt figur 6.2 ges  $OC$  av

$$OC = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \quad (6.1)$$

Radien  $R$  kan därmed uttryckas som

$$R = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \sin(\phi) \quad (6.2)$$



Eftersom  $\sin(\phi)$  kan, utifrån trigonometri, tecknas som

$$\sin(\phi) = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2R} \quad (6.3)$$

erhålls en alternativ formulering av radien  $R$ , enligt

$$R = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2\sin(\phi)} \quad (6.4)$$

Genom att likställa (6.2) med (6.4) kan ett samband mellan  $\sigma_x$  och  $\sigma_z$  tecknas som

$$\sigma_x = \frac{1 - \sin^2(\phi)}{1 + \sin^2(\phi)} \sigma_z \quad (6.5)$$

där jordtryckskoefficienten, enligt Krynine, definieras som

$$K_k = \frac{1 - \sin^2(\phi)}{1 + \sin^2(\phi)} \quad (6.6)$$

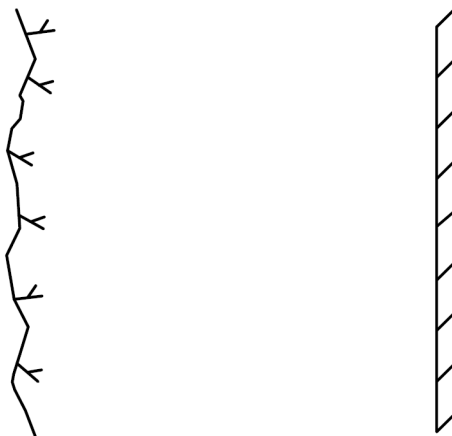
## 6.2 Utvärdering av friktionskoefficienten $\mu$

Friktionsvinkeln är ett mått på ett granulärt materials inre friktionsegenskaper. Friktionsvinkeln beror bland annat på partiklarnas geometri och oregelbundenhet, packningsgrad, korngradering och mineralinnehåll. Friktionsvinkeln är beroende av dels de inbördes egenskaperna hos respektive korn samt egenskaperna hos intilliggande material.

För ett fyllnadsmaterial som står i kontakt med andra material måste friktionsvinkeln längs kontaktytan utvärderas på ett lämpligt sätt. Friktionskoefficienten  $\mu$  är en funktion av friktionsvinkeln och kan anta värden inom intervallet  $0 \leq \mu \leq \tan(\phi)$ . För en fullständig glatt yta där ingen kontaktfriktion uppstår är friktionsvinkeln längs kontaktytan  $\delta = 0$  vilket ger friktionskoefficienten  $\mu = 0$ . Längs en oregelbunden kontaktyta kan friktionsvinkeln ansättas som fyllnadsmaterialets inre friktionsvinkel  $\delta = \phi$ , där friktionskoefficienten  $\mu = \tan(\phi)$ .

Friktionskoefficienten kan aldrig överstiga  $\mu = \tan(\phi)$ . Glidplanet kommer alltid att uppkomma längs den energieffektivaste brottytan. För kontaktytor som erhåller högre friktionsegenskaper än fyllnadsmaterialet självt kommer brottytan att utbildas ett antal korndiametrar ifrån materialens gemensamma kontaktyta. Brottet kommer, för dessa fall, att ske inom materialet där friktionsegenskaperna definieras av materialets friktionsvinkel  $\phi$ .

Kontaktfriktionen kan utvärderas utifrån direkta skjuvförsök. I brist på laborativa resultat, förespråkar de flesta byggnadskoder att friktionsvinkeln längs kontaktytan ansätts som  $\delta = \phi$  eller  $\delta = \frac{2}{3}\phi$ .



(a) Rå brottyta:  $\mu = \tan(\phi)$     (b) Friktionslös brottyta:  $\mu = 0$

Figur 6.3: Ytterligheter av friktionskoefficienter

### 6.3 Parameterstudie av friktionsvinkeln $\phi$

Storleken på de friktionskrafter som mobiliseras längs en kontaktyta mellan två material är, enligt Coulombs friktionslag, beroende av storleken på normalkraften  $N$  och friktionskoefficienten  $\mu$ . För vertikala glidplan ges normalspänningen av det horisontella jordtrycket  $\sigma_x$  som utövas av fyllnadsmaterialet.

I analytiska samband som beskriver valveffekter styrs storleken på mobiliserad kontaktfriktion av produkten  $\mu K$ , där  $\mu = \tan(\delta)$  och  $\delta$  är friktionsvinkeln längs kontaktytan. Jordtryckscoefficienten  $K$  är ett mått på hur den horisontella spänningen förhåller sig till den vertikala spänningen och är en funktion av friktionsvinkeln.

Höga värden på friktionsvinkeln kännetecknar material som är stabila i sin inre struktur på grund av de höga friktionskrafter som kan mobiliseras mellan de ingående partiklarna. En hög friktionsvinkel ger ett lågt värde på jordtryckscoefficienten och lägre horisontalspänningar utövas av den sammanhängande jordmassan. På motsvarande sätt ger låga värden på friktionsvinkeln större horisontalspänningar. Ett granulärt material med friktionsvinkeln  $0^\circ$  har ingen skjuvupptagande förmåga och uppvisar ett beteende likt en vätska. Enbart jordens egentyngd ger upphov till spänningar och hydrostatiska spänningsförhållanden uppkommer där trycket är lika stort i alla riktningar.

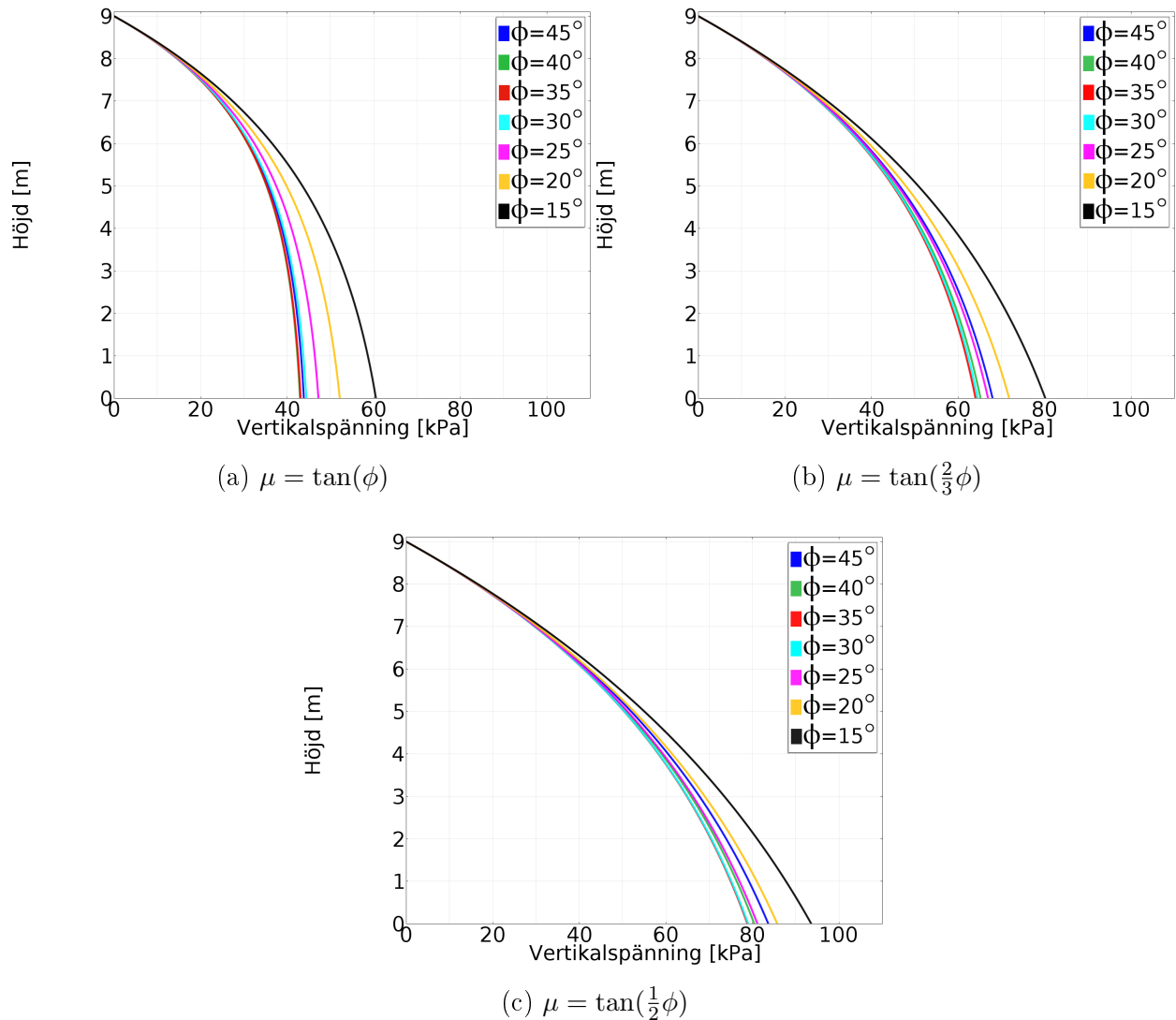
Även friktionskoefficienten längs kontaktytan är en funktion av fyllnadsmaterialets inre friktionsvinkel. Detta innebär att en förändring av friktionsvinkeln alltid kommer att medföra en förändring av friktionskoefficienten  $\mu$  längs kontaktytan. Den ena parametern kan inte isoleras eller göras oberoende av den andra.

En ökning av friktionsvinkeln  $\phi$  kommer att medföra en ökning av  $\mu$  men en minskning av  $K$ . Omvänt kommer en minskning av  $\phi$  att medföra en minskning av  $\mu$  men en ökning av  $K$ . Produkten  $\mu K$  tenderar därför att få en begränsad spridning. Effekten blir att friktionsvinkeln i materialet inte får en avgörande betydelse för vertikalspänningen. Valet och utvärdering av

friktionskoefficienten längs kontaktytan får större betydelse, där stora skillnader i resultat uppkommer vid varierande friktionskoefficienter.

Resultatet från analytiska samband framgår av figur 6.4 och visar att en stor variation av friktionsvinkeln ger en relativt liten spridning av vertikalspänningen. För fallet där friktionskoefficienten ansätts som  $\mu = \tan(\phi)$  tenderar spänningsökningen att avta vid friktionsvinklar överstigande  $30^\circ$ . Motsvarande resultat erhålls för  $\mu = \tan(\frac{2}{3}\phi)$ . För väldigt låga kontaktfriktioner där  $\mu = \tan(\frac{1}{2}\phi)$  tenderar friktionsvinklar överstigande  $25^\circ$  att ge konvergerande resultat.

Resultatet visar också att stor vikt bör läggas på hur friktionskoefficienten längs kontaktytorna utvärderas, eftersom den har en betydande inverkan på lasteffekten. Friktionskoefficientens värde är, för vertikalspänningen, av betydligt större vikt än friktionsvinkeln i materialet.

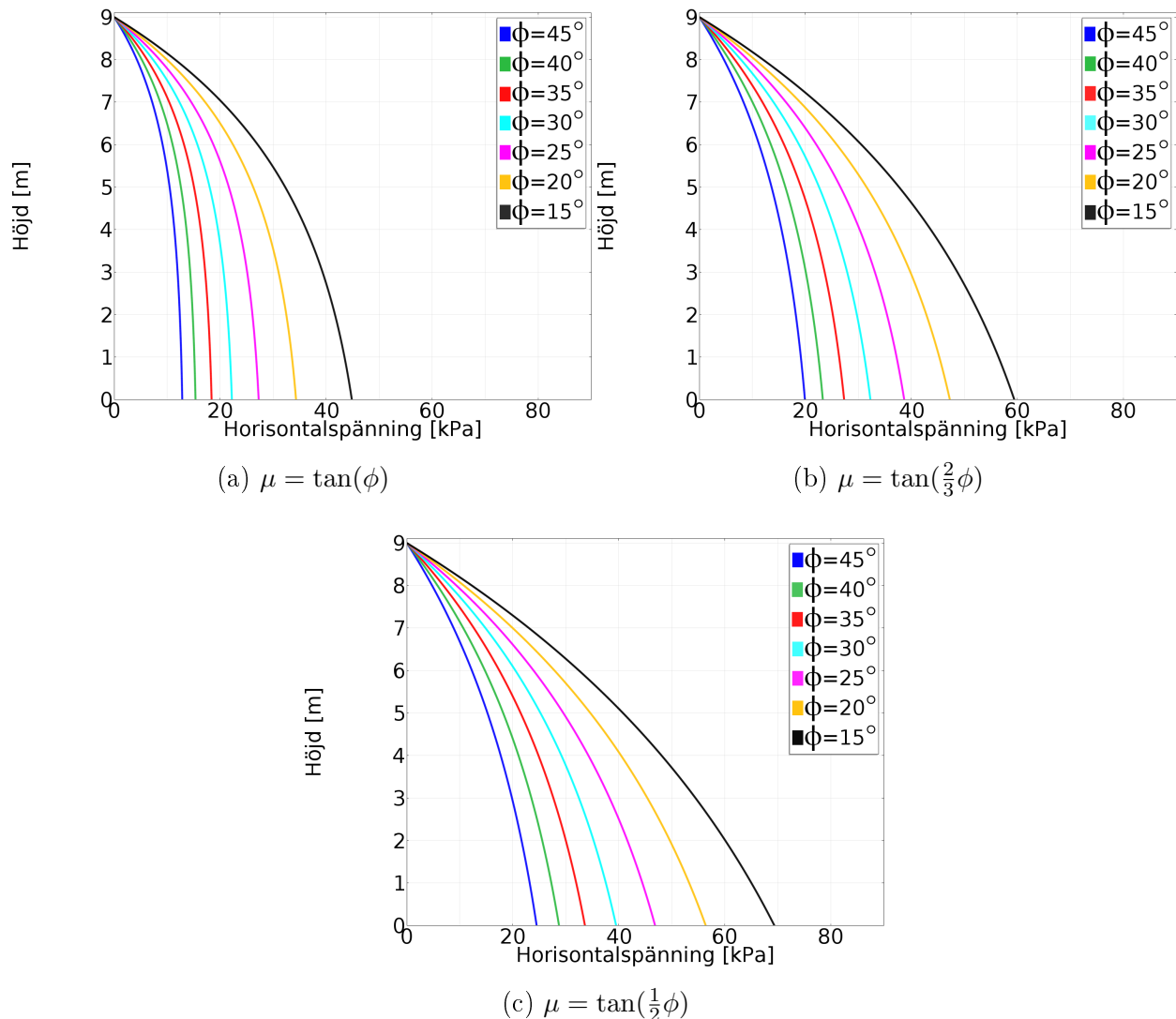


Figur 6.4: Vertikalspänning

Resultatet visar att värden på friktionsvinkeln överstigande  $25\text{--}30^\circ$  inte får en nämnvärd effekt på vertikalspänningen. Motsvarande resultat erhålls från numerisk simulering.

Detta har också bekräftats av Ting, Shukla och Sivakugan (2011), vilka menar att friktionsvinkeln har en viss inverkan på vertikalspänningen, men att effekten avtar vid höga värden på friktionsvinkeln. För friktionsvinklar upp mot  $30^\circ$  tenderar spänningsreduktionen att öka med ökad friktionsvinkel. För friktionsvinklar överstigande  $30^\circ$  erhålls ingen ytterligare reduktion, utan effekten avtar.

Enligt Li och Aubertine (2009) erhålls reduktioner av vertikalspänningen vid en ökning av friktionsvinkeln upp till  $20^\circ$ . Vid ökade värden på friktionsvinkeln påverkas inte vertikalspänningen nämnvärt.



Figur 6.5: Horisontalspänning

För horisontalspänningen får friktionsvinkeln en större betydelse. Horisontalspänningen ges av sambandet  $\sigma_x = K\sigma_z$ . Eftersom vertikalspänningen  $\sigma_z$  är någorlunda oberoende av frik-

tionsvinkeln men jordtryckskoefficienten  $K$  uppvisar ett tydligt beroende av friktionsvinkeln kommer friktionsvinkeln betydelse för horisontalspänningen att bli mer avgörande.

Resultatet av horisontalspänningens beroende av friktionsvinkeln åskådliggörs av figur 6.5. Det framgår att spridningen är betydligt större än för vertikalspänningen men att effekten tenderar att avta något vid friktionsvinklar överstigande  $30^\circ$ . Horisontalspänningen ökar med minskande värden på friktionsvinkeln.

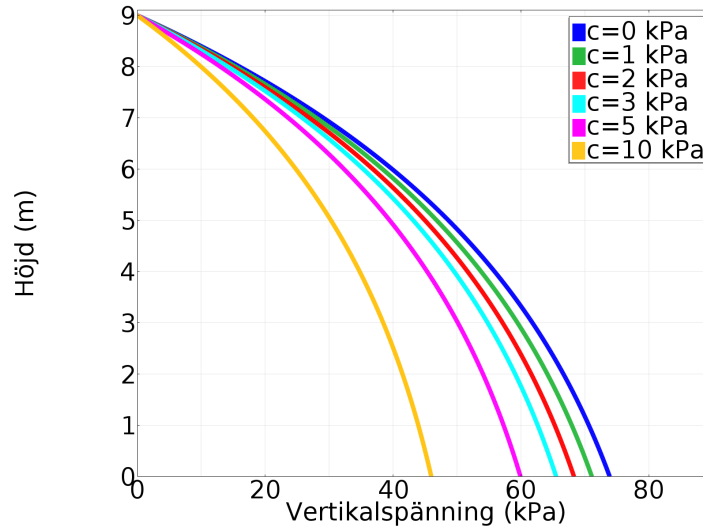
## 6.4 Parameterstudie av kohesionen $c$

En utvärdering av kohesionens inverkan på valveffekten genomförs eftersom flertalet numeriska simuleringar kräver att ett rent friktionsmaterial innehar en viss dragkapacitet på grund av små numeriska fel som kan uppstå i beräkningsmodellen. För vidare information se avsnitt 8.3.

För att bedöma betydelsen av kohesionens inverkan på valveffekten har Terzaghis analytiska samband, vilket inkluderar kohesion, ställts i jämförelse med Marstons teori, vilken försummar kohesionens betydelse. En parameterstudie utförs där kohesionen antar varierande värden.

Resultatet, enligt figur 6.6, visar att kohesions inverkan vid värden om 1-2 kPa ger försumbara avvikelser från fullständigt kohesionslösa fyllnadsmaterial. Vid kohesionsparametrar överstigande 5 kPa erhålls stora avvikelser i spänning och ökade värden på kohesionen ger ökade spänningsreduktioner.

I figur 6.6 har kohesionens inverkan på vertikalspänningen presenterats i analytiska samband. Motsvarande resultat erhålls för horisontalspänningen och bekräftas också utifrån numerisk simulering.



Figur 6.6: Kohesionens inverkan på valveffekten



# Kapitel 7

## Modellering av jordmaterial

En egenskap som kännetecknar alla jordarter är att de är uppbyggda av partiklar. Partiklarnas storlek och geometriska form samt hur de förbinder sig till varandra, skiljer sig mellan olika jordarter. För rena friktionsjordar styrs kontakten mellan partiklarna uteslutande av friktionskrafter, medan rena kohesionsjordar bygger upp sin hållfasthet utifrån intermolekylära bindningar.

Jordar har skapats utifrån naturliga processer där fasta bergarter brutits ner till mindre beståndsdelar genom sönderdelande processer, så kallad vittring. Vittring kan äga rum både i mekanisk och kemisk form. Mekanisk vittring innefattar fenomen orsakade av naturkrafter såsom frostsprängning, erosion av vindar och vatten, isbildning, termisk expansion eller kontraktion. Vid kemisk vittring omvandlas ursprungliga mineral till nya mineral genom reaktioner med andra ämnen. En naturlig skapandeprocess har medfört att jord är ett material som uppvisar en stor variation i egenskaper, där varje del i en jordmassa präglas av unika fysikaliska attribut och skillnader i kemisk sammansättning.

Jord kan betraktas som ett kompositmaterial bestående av fasta partiklar, gaser och vatten. En jords mekaniska egenskaper bestäms till stor del av förhållandet mellan de ingående beståndsdelarna. Partiklarnas storlek och form samt kornfraktionsfördelning har en betydande inverkan på materialets lastbärande förmåga. Jordar är ett svårdefinierat material som uppvisar en oerhörd komplexitet. Materialet är både inhomogent och anisotropt, samt uppvisar ett olinjärt förhållande mellan spänningar och töjningar. Materialets tendens att dilatera under skjuvning samt att dess kompatibla beteende är kopplat till tidigare belastningshistorik är exempel på andra faktorer som bidrar till jordars komplexa natur.

För att bemästra materialets komplexitet måste förenklingar och lämpliga antaganden göras. Ett verkligt problem kan inte lösas exakt utan att förenklingar införs. Däremot kan en exakt lösning erhållas för en idealiserad beräkningsmodell. Det är därför av stor betydelse att lämpliga antagandet och förenklingar görs för att resultatet ska närma sig det verkliga svaret, men samtidigt vara på den säkra sidan.

## 7.1 Konstitutiva samband

Konstitutiva samband är matematiska uttryck som används för att efterlikna och förutse det verkliga beteendet hos ett jordmaterial. Sambanden kopplar spänningar till töjningar. Vilken töjning ett material uppvisar vid en specifik lastförutsättning är av central betydelse för att kunna upprätta realistiska beräkningsmodeller.

De enklaste konstitutiva sambandet för en jord erhålls om materialet antas bete sig fullständigt elastiskt. Ett elastiskt material uppvisar en töjning som är proportionell mot den verkande spänningen. Om förhållandet mellan spänning och töjning är linjärt kan elasticitetsteori appliceras på materialet. Hookes lag beskriver sambandet mellan spänning  $\sigma$  och töjning  $\varepsilon$  för elastiska material enligt

$$\sigma = E\varepsilon \quad (7.1)$$

där  $E$  är elasticitetsmodulen.

För små lastpåföringar kommer förhållandet mellan spänningar och töjningar i jorden att vara proportionell mot varandra. Under dessa förutsättningar kan materialet antas vara elastiskt (Venkatramaiah, 2006).

Varje konstitutiv modell har sina begränsningar. Vid studerande av brott i jordar är Hookes lag olämplig eftersom teorin baseras på isotropa och elastiska material. Enligt Potts och Zdrakovic (2001) tenderar en elastisk jordmodell att ge missvisande resultat eftersom inga begränsningar finns för hur stora dragspänningar som kan utvecklas i jordmassan. Även storleken på de aktiva och passiva jordtrycken kan uppnå orealistiska värden.

Istället är det lämpligt att införa plastiska modeller som fångar upp det olinjära beteendet i materialet. För friktionsjordar är det viktigt att materialmodellen beskriver karaktärsdrag som kännetecknar materialets beteende, som dilatation och friktion. Dilatation är en volym-expanderande process som uppstår under skjuvning i granulära material. Dilatationen är en irreversibel process och är därför associerad med plastisk deformation. Dessa egenskaper beaktas i Mohr-Coulombs brottkriterium.

Mohr-Coulombs brottkriterium kan för ett jordmaterial, i brottillstånd, tecknas som

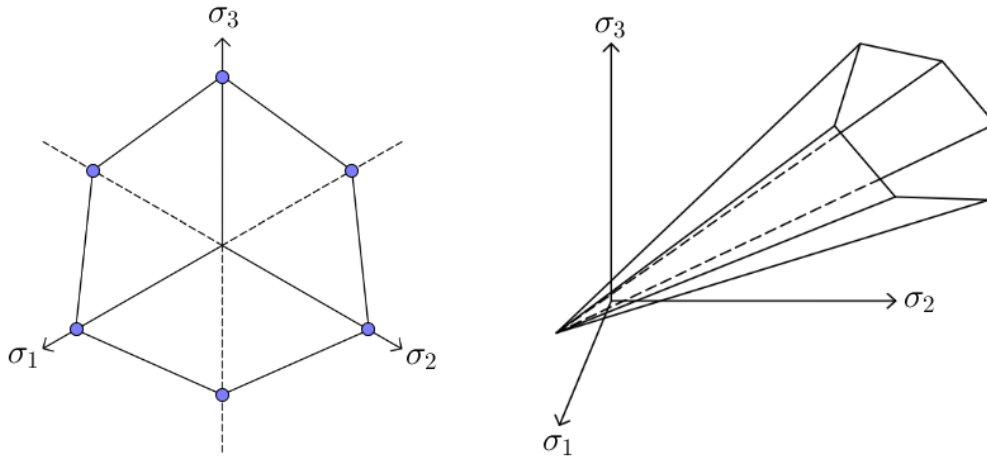
$$\tau_f = c' + \sigma'_f \tan(\phi') \quad (7.2)$$

där  $\tau_f$  är materialets skjuvhållfasthet i brott,  $c'$  är materialets kohesionsparameter,  $\sigma'_f$  är applicerad normalspänning vid brott och  $\phi'$  är materialets effektiva friktionsvinkel.

Ekvation (7.2) kan uttryckas i huvudspänningar (Puzrin, 2012) enligt

$$\tau_f = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin(\phi') + c' \cos(\phi') \quad (7.3)$$

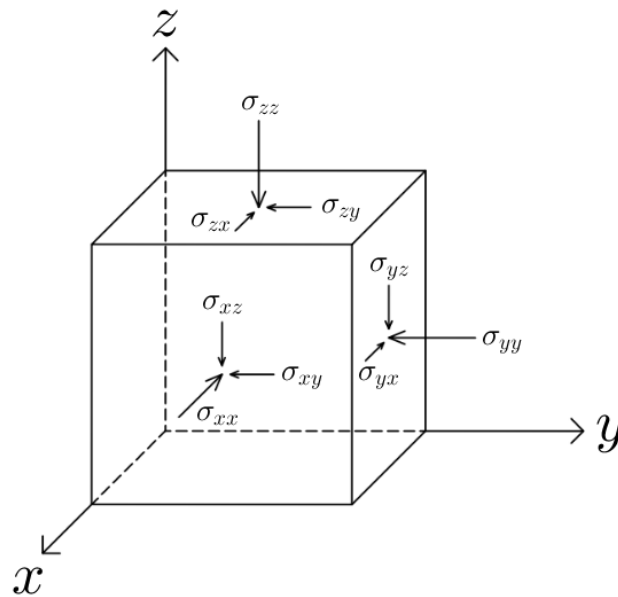




Figur 7.1: Tvärsektion av Mohr-Coulomb brottkriterium

Ekvation (7.3) representeras i det tredimensionella koordinatsystemet av huvudspänningsplan som tillsammans bildar en hexagonal pyramid, enligt figur 7.1.

Ett jordelement som utsätts för spänningar i godtyckliga riktningar kan illustreras av en infinitesimal kub med tre spänningskomponenter på vardera sex sidor. På varje sida verkar en normalspänning  $\sigma$  och två skjuvspänningar  $\tau$ .



Figur 7.2: Illustration av spänningskomponenter

De olika spänningskomponenterna kan representeras i en spänningsmatris enligt

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

där  $\tau$  betecknar skjuvspänning.

Ett jordelement som innehar en orientering i rummet där koordinataxlarna sammanfaller med huvudspänningsplanen, utsätts endast för huvudspänningar. Spänningsmatrisen ges därmed av

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

Huvudspänningar är en kvantitet som, per definition, är oberoende av koordinataxlarnas riktning. Därför uttrycks de lämpligen i kombination med spänningsinvarianter, vilka är skalärer och oberoende av koordinatsystemets orientering. Den första, andra och tredje spänningsinvarianten definieras som

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad (7.6)$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \quad (7.7)$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \quad (7.8)$$

Den del av spänningen som avviker från medeltrycket, och därmed styr formförändring i material, definieras som deviatorspänning. Medeltrycket  $\sigma_m$ , vilket ofta benämns som hydrostatiskt tryck, tecknas som

$$\sigma_m = \frac{I_1}{3} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} \quad (7.9)$$

Deviatorspänningarna är differensen mellan huvudspänningen och medeltrycket. Matrisen för deviatorspänningarna ges av

$$s_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - \sigma_m & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} - \sigma_m & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} - \sigma_m \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

Den första invarianten av deviatorspänningen är noll, eftersom

$$J_1 = s_{11} + s_{22} + s_{33} = 0 \quad (7.11)$$

Den andra och tredje invarianten av deviatorspänningen ges av

$$J_2 = I_2 - \frac{I_1^2}{6} \quad (7.12)$$

och

$$J_3 = I_3 - \frac{2}{3}I_1I_2 + \frac{2}{27}I_1^3 \quad (7.13)$$

Mohr-Coulombs brottkriterium i (7.3) kan uttryckas i form av invarianter av spänningstensorer enligt

$$F = \frac{I_1}{3} \sin(\phi') - \sqrt{J_2} \cos(\theta) - \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \sin(\phi') \sin(\theta) + c' \cos(\phi') = 0 \quad (7.14)$$

där

$$\theta = -\frac{1}{3} \sin^{-1} \left( \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right), \quad -30^\circ \leq \theta \leq 30^\circ \quad (7.15)$$

Mohr-Coulombs brottkriterium medför numeriska problem på grund av de skarpa hörn som uppstår i den hexagonala strukturen.

För att komma runt detta problem kan Drucker-Pragers brottkriterium tillämpas. Drucker-Prager är en vidareutveckling av von Mises flytvillkor, men beaktar inverkan av friktion, vilken är en fundamental egenskap för beteendet av jordmaterial.

Drucker-Pragers brottkriterium ges av

$$F = \sqrt{J_2} - \alpha I_1 - k = 0 \quad (7.16)$$

där  $\alpha$  och  $k$  är konstanter.

Drucker-Pragers brottkriterium representeras i det tredimensionella rummet av huvudspänningar av en konformad struktur med origo längs den hydrostatiska axeln, enligt figur 7.3.

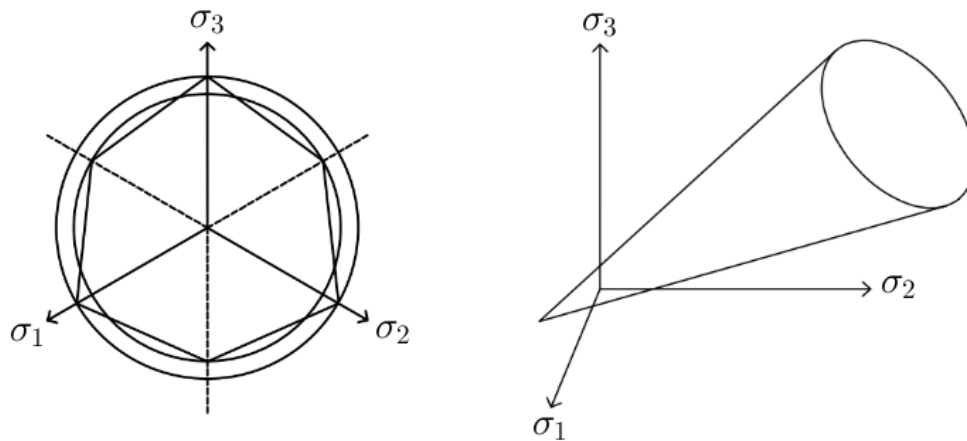
Konstanterna  $\alpha$  och  $k$  representerar hållfasthetsparametrarna i Mohr-Coulombs brottkriterium om de ansätts som

$$\alpha = \frac{2 \sin(\phi')}{\sqrt{3}(3 \pm \sin(\phi'))} \quad (7.17)$$

och

$$k = \frac{6c' \cos(\phi')}{\sqrt{3}(3 \pm \sin(\phi'))} \quad (7.18)$$

Beroende på om konstanterna väljs med positiva eller negativa tecken i nämnaren kommer Drucker-Pragers brottkriterium att tangera Mohr-Coulombs brottkriterium antingen längs tryck- eller dragmeridianen.



Figur 7.3: Tvärsektion av Drucker-Pragers brottkriterium

# Kapitel 8

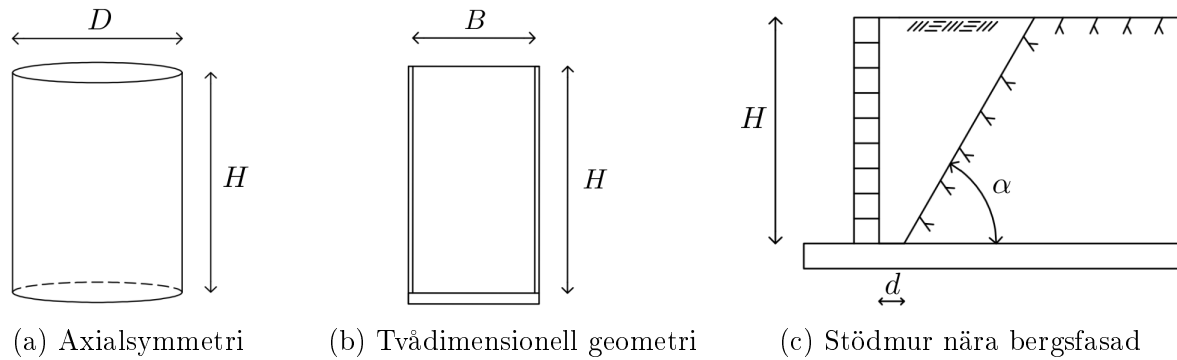
## Numerisk analys av valveffekter

### 8.1 Introduktion

I den numeriska analysen av valveffekter ska verkliga jordtryckssituationer simuleras i finita elementprogrammet COMSOL Multiphysics. Analytiska teorier ska därefter jämföras med numeriskt resultat.

Ett flertal beräkningsmodeller ska upprättas. Beräkningsmodellerna syftar till att efterlikna de geometrier, i vilka de analytiska sambanden är härledda ifrån. Janssens siloteori ska därför verifieras mot axialsymmetriska geometrier av fyllnadsmaterial och Terzaghis teori ska utvärderas mot tvådimensionella geometrier med vertikala brottplan. Förhållandet mellan höjden och bredden ska varieras med syfte att studera de avvikelser i spänning som uppstår samt för att bedöma under vilka förutsättningar de analytiska sambanden är tillämpbara.

Därefter ska olika beräkningsmodeller för mer realistiska jordtryckssituationer upprättas där teorierna för valveffekter är applicerbara. Sådana situationer innefattar geometrier där en begränsad mängd av fyllnadsmaterial står i kontakt med intilliggande material eller anslutande konstruktioner. I den numeriska analysen ska ett fall där en stödkonstruktion står i nära förbindelse med en intilliggande bergvägg utvärderas. Avståndet mellan stödmuren och bakomliggande bergsfasad är fixerat. Däremot ska bergsfasadens lutning mot horisontalplanet varieras, med syfte att kartlägga potentiella förändringar av lasteffekter. Samtliga beräkningsmodeller framgår av figur 8.1.



Figur 8.1: Beräkningsmodeller

## 8.2 Beskrivning av programvara

COMSOL Multiphysics är ett mångsidigt verktyg för att bygga upp och lösa numeriska beräkningsmodeller utifrån finita elementmetoden (FEM). I detta examensarbete har versionen 4.4 använts. COMSOL är inte specifikt inriktat mot geomekanik utan är ett generellt FEM-program som är tillämpligt för flertalet applikationer inom det vetenskapliga och ingenjörsmässiga området.

Programvarans inbyggda modul för geomekanik innefattar materialmodeller såsom Drucker-Prager och Mohr-Coulombs brottkriterium. I COMSOL Multiphysics kan olinjära materialbeteenden för jordar studeras (COMSOL, 2013).

## 8.3 Materialegenskaper

Beräkningsmodellerna kommer att innefatta två olika material. Ett fyllnadsmaterial som antar egenskaperna av en sand, samt ett stationärt material som utgör väggar och underlag. Det stationära materialet ska er hålla styva deformationsegenskaper och antar därför egenskaperna efter bergarten granit.

Det stationära materialen modelleras utifrån elasticitetsteori. Materialens ingående egenskaper definieras enligt tabell 8.1:

Tabell 8.1: Materialegenskaper för stationära material

Stationära material	
Densitet	$\rho = 2600 \text{ kg/m}^3$
Youngs modul	$E = 60 \text{ GPa}$
Poissons tal	$\nu = 0.25$

För att fyllnadsmaterialet ska uppvisa ett realistiskt beteende vid mekanisk påkänning appliceras plasticitetsteori utifrån Drucker-Pragers brottkriterium. Fyllnadsmaterialet antar egenskaper enligt tabell 8.2:

Tabell 8.2: Materialegenskaper för fyllnadsmaterial

Fyllnadsmaterial	
Densitet	$\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$
Youngs modul	$E = 20 \text{ MPa}$
Poissons tal	$\nu = 0.35$
Dilatationsvinkel	$\psi = 0^\circ$
Friktionsvinkel	$\phi = 35^\circ$
Kohesion	$c = 1 \text{ kPa}$

I numeriska beräkningsmodeller uppstår under vissa förhållanden numeriska fel. Ett exempel på ett sådant fel är att det tenderar att uppstå små dragspänningar i fyllnadsmaterialet. Ett kohesionslöst partikelmateriale saknar förmåga att uppta dragspänningar. För att fyllnadsmaterialet ska kunna motstå de dragspänningar som uppstår i beräkningsmodellen och för att lösningen ska konvergera måste en viss kohesion tillsättas. I genomförda beräkningar ansätts kohesionsparametern till  $c = 1 \text{ kPa}$ .

Baserat på parameterstudien av kohesionens inverkan, enligt avsnitt 6.4, får kohesionen då  $c = 1 \text{ kPa}$  försumbara effekter gentemot ett kohesionslöst material. De numeriska beräkningarna kan därför med god approximation betraktas som kohesionslösa.

## 8.4 Kontaktvillkor

Mellan fyllnadsmaterialet och de stationära materialen skapas kontaktytor. Längs kontaktytorna appliceras kontaktvillkor enligt COMSOLs *penalty contact method*. Kontakt verkar mellan samtliga ytor där interaktion mellan materialen sker. Friktionen längs kontaktytorna bestäms utifrån Coulombs friktionslag. Friktionsvinkeln i kontaktytan  $\delta$  ansätts som fyllnadsmaterialets friktionsvinkel  $\phi$  och friktionskoefficienten definieras som  $\mu = \tan(\phi)$ .

## 8.5 Elementnät

Fyllnadsmaterial delas in i ett triangulärt elementnät, en så kallad mesh. Elementnätet är jämnt fördelat och elementstorleken antar värden inom intervallet  $7.12 \cdot 10^{-4} - 0.19 \text{ m}$ . De stationära materialen delas in i en mesh bestående av rektangulära element inom samma storleksintervall. Storleken på elementen erhålls utifrån COMSOLs fördefinierade elementstorlek *extra fine*.





# Kapitel 9

## Cirkulär cylindriska strukturer

För att verifiera Janssens siloteori innesluts ett granulärt material i en cylindrisk behållare. Cylindrar modelleras utifrån axialsymmetri. Axielsymmetri innebär att en tvådimensionell sektion roterar runt centrumaxeln och skapar ett tredimensionellt objekt i form av en cylinder.

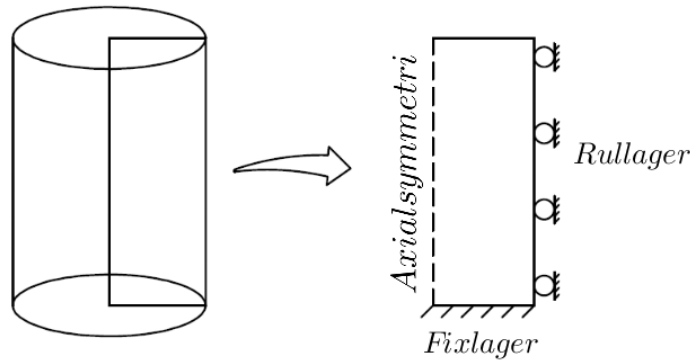
### 9.1 Förutsättningar

Förhållandet mellan diametern  $D$  och höjden  $H$  varieras för att säkerställa under vilka förutsättningar Janssens teori är tillämpbar samt hur spänningen påverkas av ökat avstånd mellan kontaktytorna. I analysen av silotryck har flertalet beräkningsmodeller upprättats där höjden  $H$  är konstant 9 m och diametern  $D$  antar varierade värden.

Silons väggar har modellerats som ett tunt skal, vilket omsluter fyllnadsmaterialet. I beräkningsmodellen är väggarnas tjocklek 0.05 m. Syftet med väggarna är att skapa förutsättningar för att kunna applicera kontaktvillkor längs glidytan.

Silons botten har modellerats som en cirkelskiva med tjockleken 0.5 m. Liksom för väggarna skapas ett kontaktlager mellan fyllnadsmaterialet och bottenkivan i vilken friktionskoefficienten  $\mu = \tan(\phi)$  anges.

Längs med silons väggar implementeras rullager. Randvillkoret tillåter vertikal deformation men förhindrar horisontell expansion. Undersidan av bottenplattan modelleras som fullständigt fixerad. Fixlager föreskriver horisontell och vertikal deformation samt förhindrar rotation. Randvillkoren framgår av figur 9.1.



Figur 9.1: Randvillkor

## 9.2 Resultat

Ett urval av de axialsymmetriska beräkningsmodellerna presenteras i figur 9.2. Figuren åskådliggör fyllnadsmaterialet i ett deformerat tillstånd. Deformationen är angiven i enheten meter. Av deformationskurvorna framgår det tydligt att friktionen som mobiliseras längs kontaktytorna avlastar vertikalspänningen, vilket ger lägre deformationer.

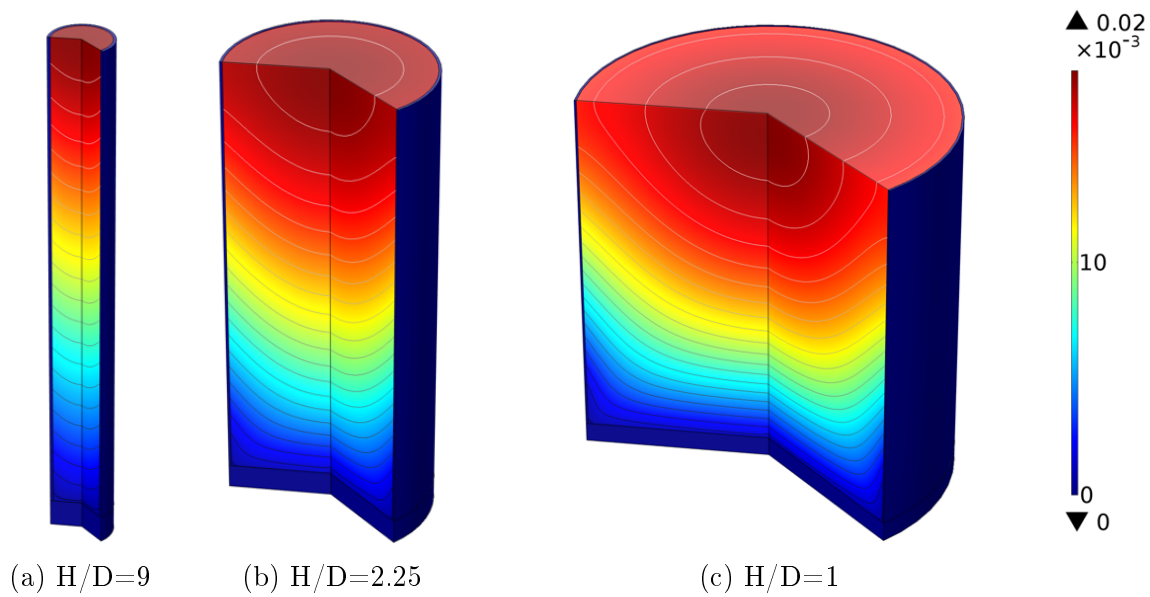
Till respektive beräkningsmodell presenteras det numeriska resultatet i form av grafer. Graferna visar hur vertikal- och horisontalspänningen varierar längs centrumlinjen samt längs kontaktytorna. Resultatet av den numeriska beräkningen benämns i graferna som *Numeriskt resultat* och illustreras av en mörkblå kurva. För att verifiera den numeriska lösningen har Janssens analytiska teori för silotryck presenterats i samma graf. För vertikalspänningen  $\sigma_z$  har Janssens teori åskådliggjorts för två olika val av jordtryckscoefficients. Den röda kurvan betecknar vertikalspänningen där jordtryckscoefficients anges som  $K_0$  enligt (3.6). För den ljusblå kurvan har jordtryckscoefficients angivits till  $K_k$  enligt Krynine och (6.6).

Övriga jordtryckscoefficients för aktivt ( $K_a$ ) och passivt brott ( $K_p$ ) har inte tillämpats för varken horisontal- eller vertikalspänningen eftersom genomförda beräkningar bekräftar stora avvikelser gentemot numeriskt resultat. För vidare information se appendix.

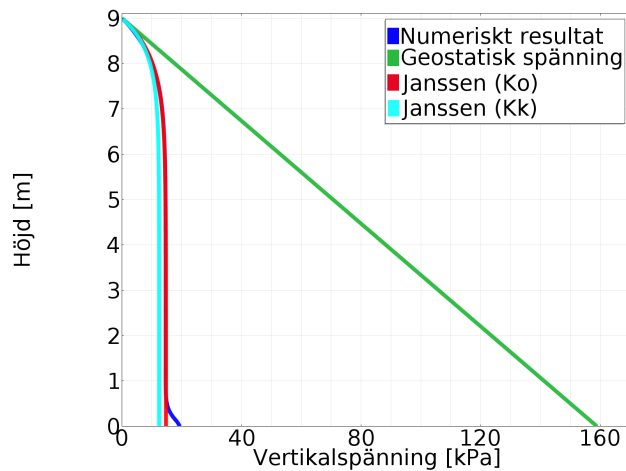
För att relatera valveffekterna till friktionsfria förhållanden har fördelningen av geostatisk spänning åskådliggjorts i samma graf. För vertikal geostatisk spänning är  $\sigma_z = \gamma z$  enligt (3.1) och för horisontell geostatisk spänning är  $\sigma_x = K_0 \gamma z$  där  $K_0$  ges av (3.6), enligt Jaky.

Jordtryckscoefficients  $K = \sigma_x / \sigma_z$  och dess variation med djupet illustreras i två grafer. Den ena grafen anger jordtryckscoefficientsens värde längs centrumlinjen och den andra grafen anger värdet längs kontaktytan. Jordtryckscoefficients åskådliggörs av en mörkblå kurva. Jordtryckscoefficients för den numeriska analysen relateras till övriga jordtryckscoefficients. Den gröna linjen anger den aktiva och den röda linjen anger den passiva jordtryckscoefficients. Vilojordtryckscoefficients illustreras av en ljusblå kurva och Krynines jordtryckscoefficients ges av en lila kurva.

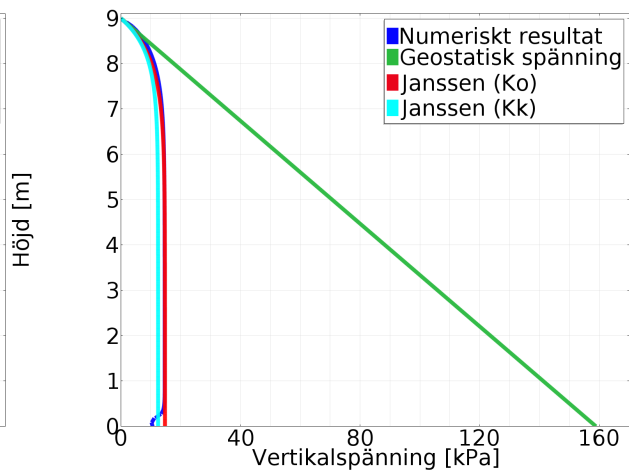
Slutligen utvärderas diameters betydelse för valveffektens verkningsgrad. Vertikal- och horisontalspänningen för ett antal givna nivåer i beräkningsmodellen illustreras som funktion av diametern. Variationen av spänning presenteras i figur 9.6 och innefattar resultat från 18 olika beräkningsmodeller.



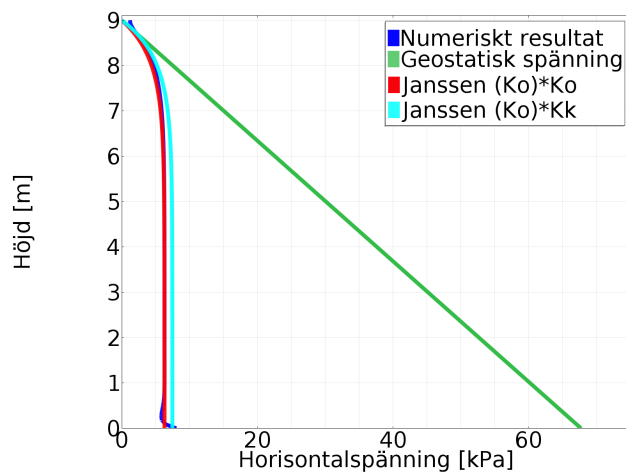
Figur 9.2: Urval av beräkningsmodeller för axialsymmetriska geometrier



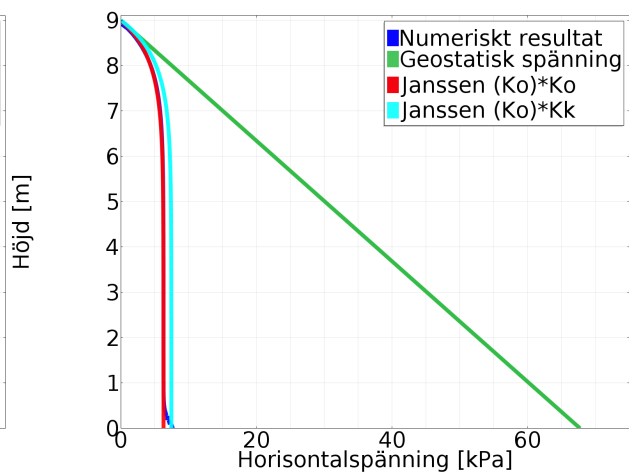
(a) Vertikalspänning längs centrumlinje



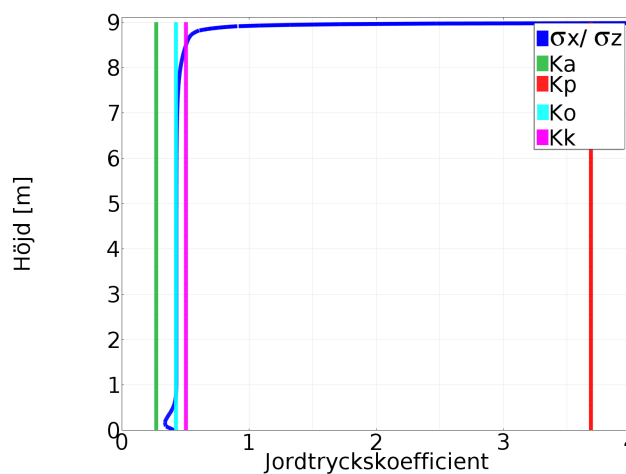
(b) Vertikalspänning längs kontaktyta



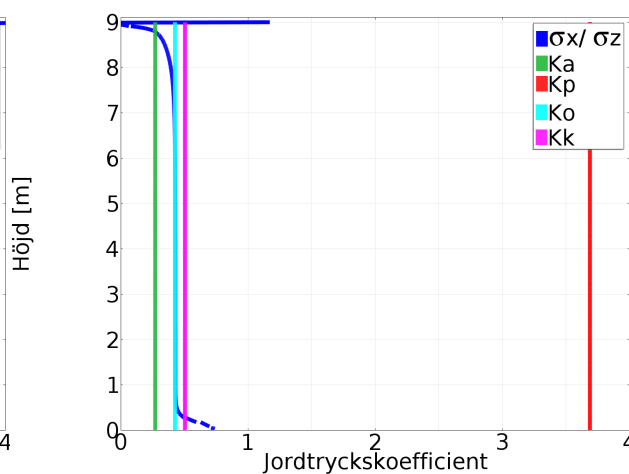
(c) Horisontalspänning längs centrumlinje



(d) Horisontalspänning längs kontaktyta

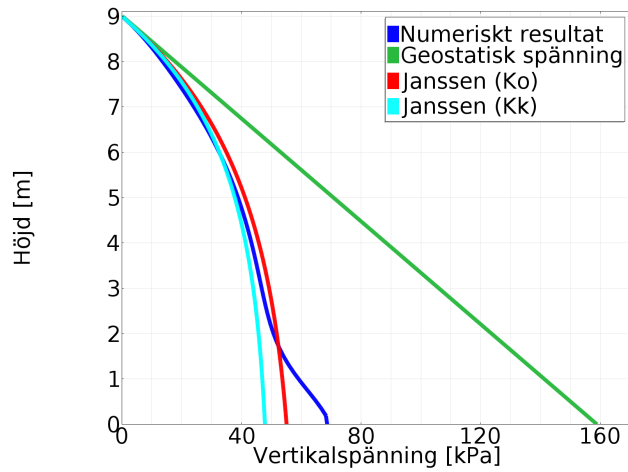


(e) Jordtryckskoefficient längs centrumlinje

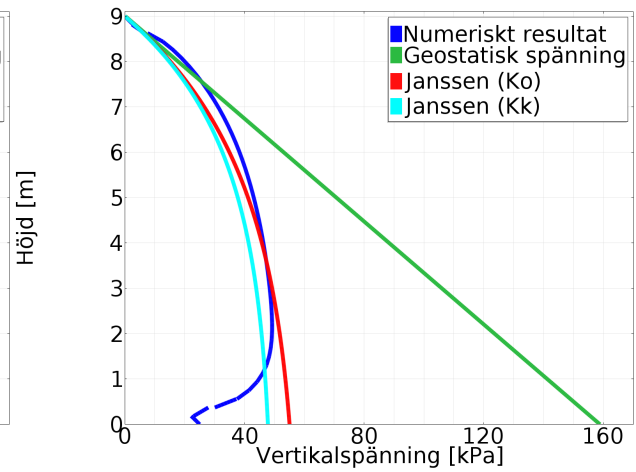


(f) Jordtryckskoefficient längs kontaktyta

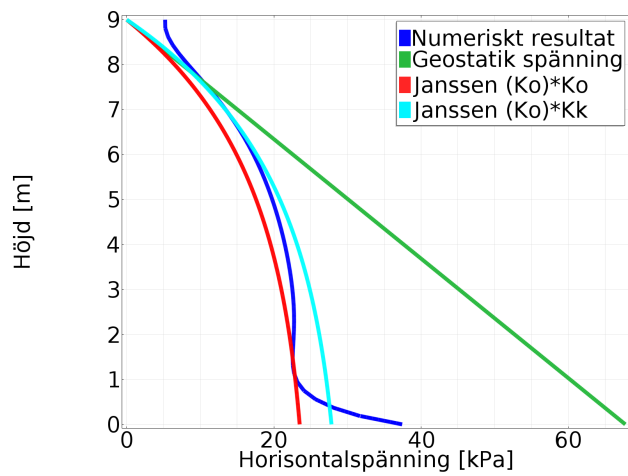
Figur 9.3:  $H/D=9$



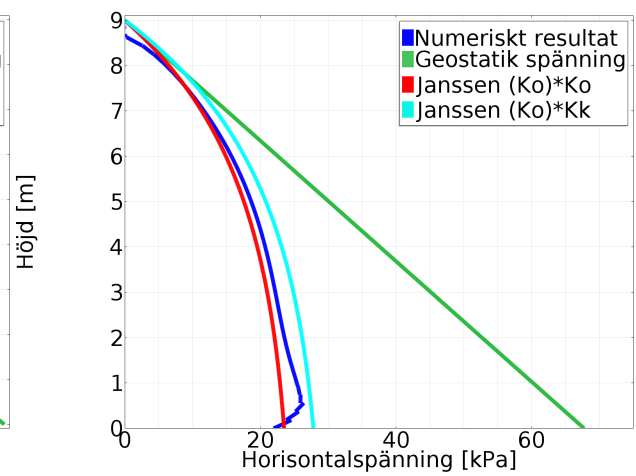
(a) Vertikalspänning längs centrumlinje



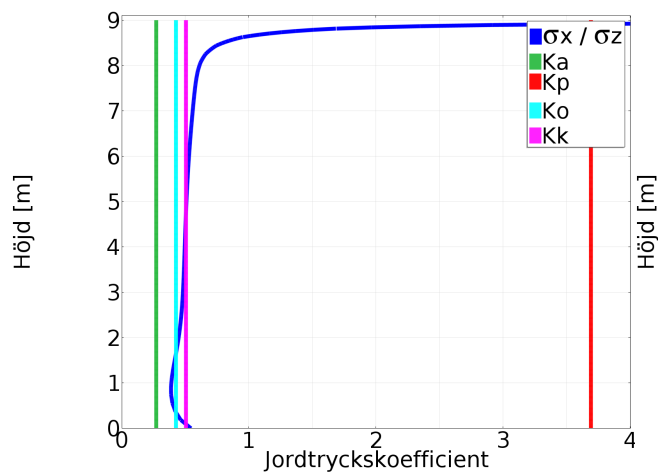
(b) Vertikalspänning längs kontaktyta



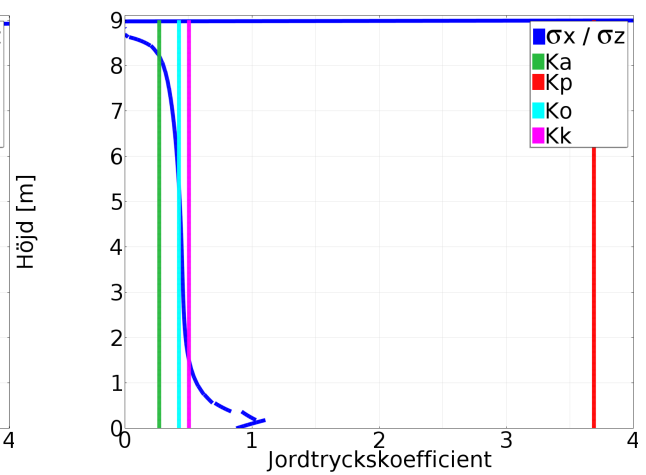
(c) Horisontalspänning längs centrumlinje



(d) Horisontalspänning längs kontaktyta

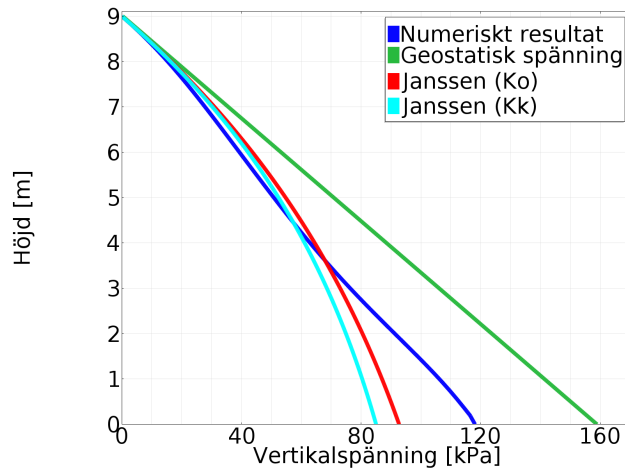


(e) Jordtryckscoefficient längs centrumlinje

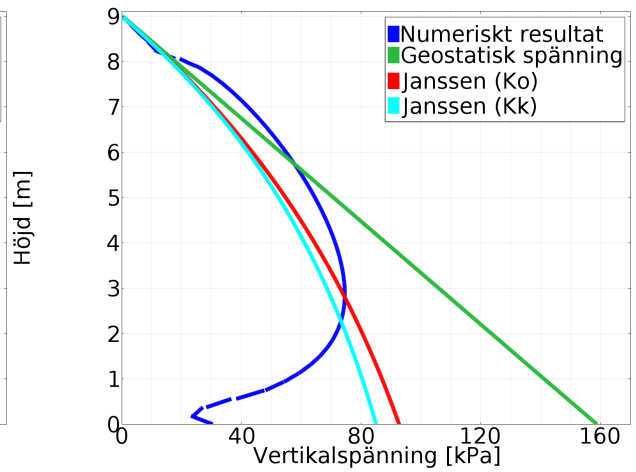


(f) Jordtryckscoefficient längs kontaktyta

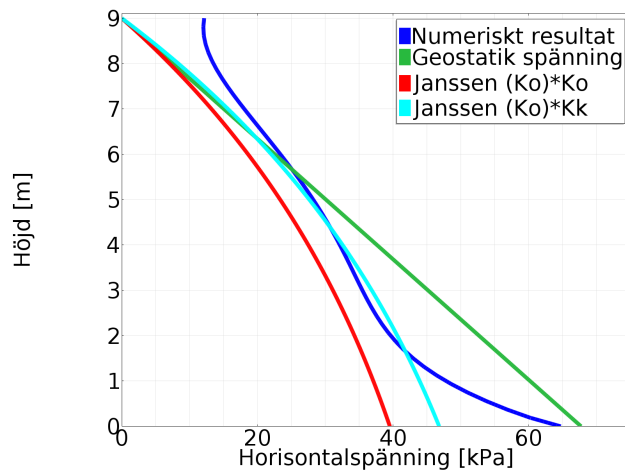
Figur 9.4:  $H/D=2.25$



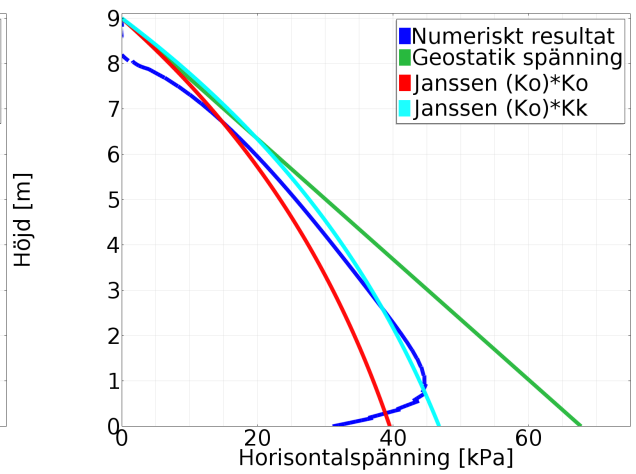
(a) Vertikalspänning längs centrumlinje



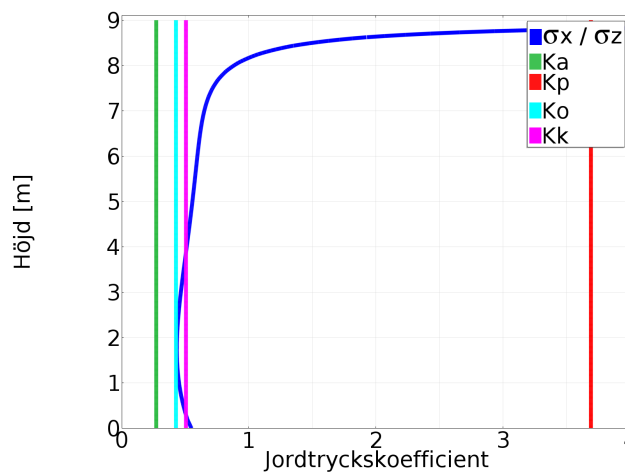
(b) Vertikalspänning längs kontaktyta



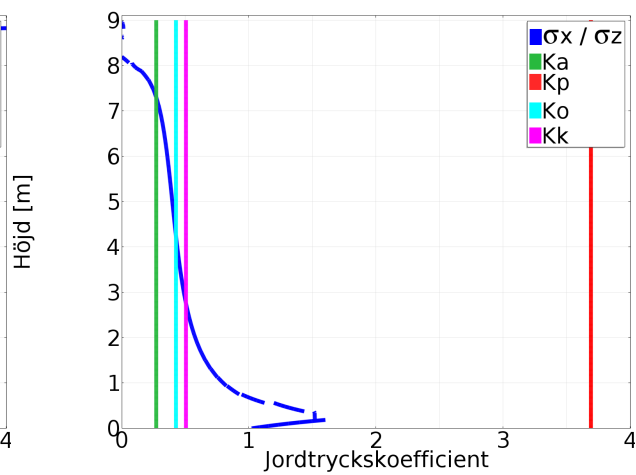
(c) Horisontalspänning längs centrumlinje



(d) Horisontalspänning längs kontaktyta

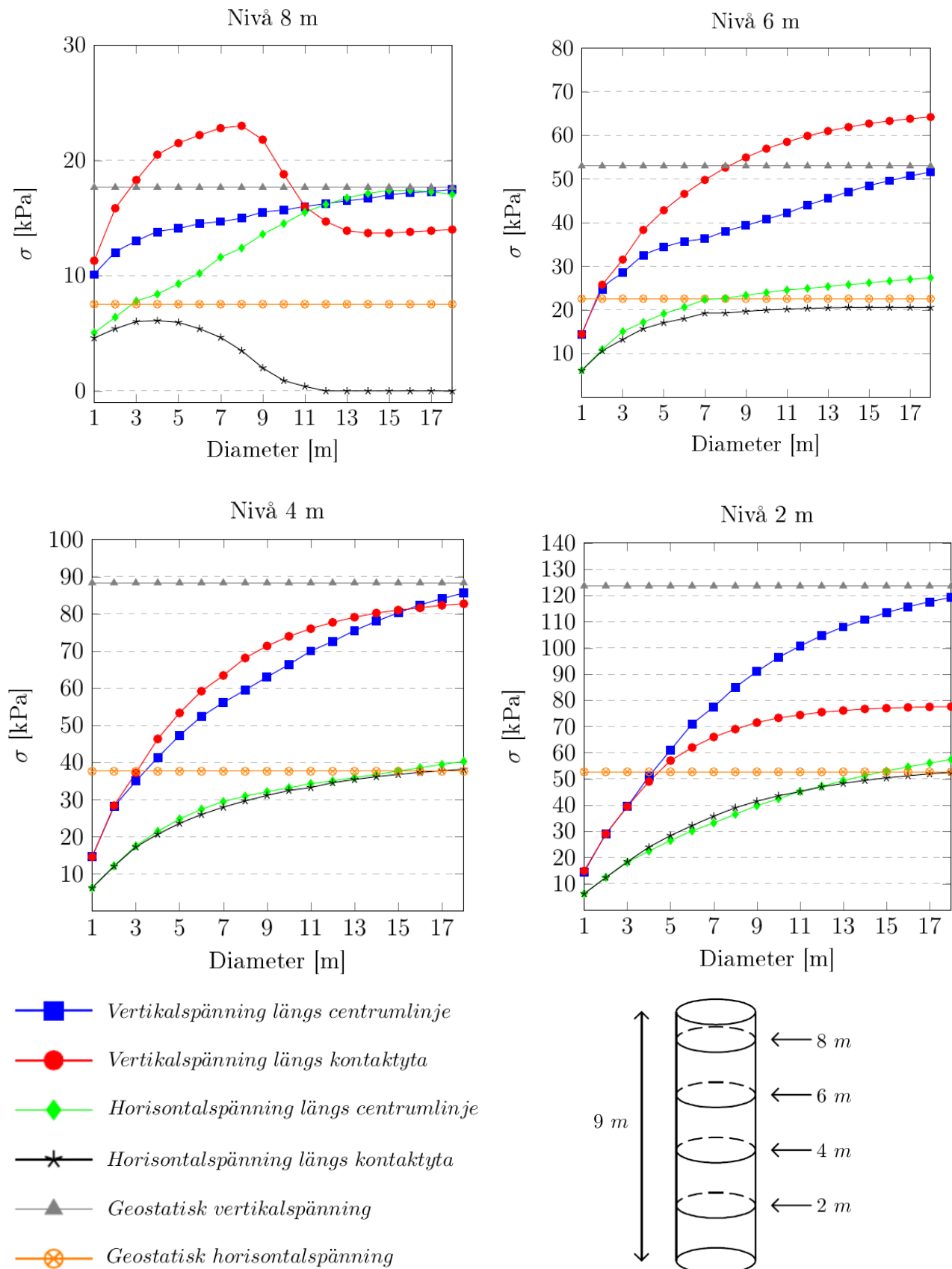


(e) Jordtryckscoefficient längs centrumlinje



(f) Jordtryckscoefficient längs kontaktyta

Figur 9.5:  $H/D=1$



Figur 9.6: Diameters inverkan på valveffekten

### 9.3 Diskussion

För smala axialsymmetriska geometrier där förhållandet mellan höjden  $H$  och diametern  $D$  är 9 uppgår, utifrån givna förutsättningar, spänningsreduktionerna av vertikalspänningen till knappt 90 % i relation till den geostatiska vertikalspänningen. För horisontalspänningen uppgår spänningsreduktionen till omkring 90 %. Horisontal- och vertikalspänningen uppvisar en näst intill obefintlig variation beroende på läge i tvärsnittet. Det innebär att spänningarna längs centrumlinjen sammanfaller väl med spänningarna invid kontaktytorna.

För något bredare geometrier där förhållandet mellan höjden  $H$  och diametern  $D$  är 2.25 uppgår spänningsreduktionen för vertikalspänningen till drygt 55 % av geostatiska trycket längs centrumlinjen och knappt 70 % reduktion uppstår invid kontaktytorna. Motsvarande reduktioner av horisontalspänningen uppgår till omkring 45 % längs centrumlinjen och knappt 60 % reduktion av horisontalspänningen intill kontaktytorna.

För breda axialsymmetriska geometrier där förhållandet mellan höjden  $H$  och diametern  $D$  är 1 uppgår reduktionen av den totala vertikalspänningen till omkring 25 % längs centrumlinjen och drygt 50 % invid kontaktytorna. Variationen av vertikalspänningen längs centrumlinjen antar i det närmaste en linjär fördelning, medan variationen av vertikalspänningen längs kontaktytan antar en uttalad parabelformad distribution.

Valveffekten medför att vertikal- och horisontalspänningen antar en olinjär fördelning med avseende på djupet. Detta medför att angreppspunkten för den resulterande horisontalkraften verkar på en högre höjd jämfört med för geostatiska förhållanden. Effekten medför en ökning av hävarmen för det pådrivande momentet.

Horisontalspänningen längs centrumlinjen kommer i det översta skiktet av fyllnadsmaterial att överstiga den geostatiska horisontalspänningen. Resultatet är snarlikt det som Terzaghi rapporterade utifrån genomförda experiment där horisontalspänningen i zoner där deformationen var mest uttalad kunde överstiga den geostatiska horisontalspänningen. Effekten tenderar däremot att avta närmare kontaktytorna där en viss reduktion av horisontalspänningen uppstår i relation till den geostatiska horisontalspänningen.

Janssens teori för silotryck har illustrerats och grafiskt jämförts med resultatet från numerisk analys. Janssens teori sammanfaller mycket väl med numeriskt resultat för smala axialsymmetriska geometrier. Den numeriska lösningen tenderar att avvika från den analytiska lösningen nära underlaget. Detta beror på att underlaget utgör ett randvillkor där ingen ytterligare deformation är tillåten. Randvillkoret medför att lastspridningen närmast underlaget blir förhindrad och därmed inte fullt utvecklad. En större spänning kommer därför att koncentreras till centrumlinjen medan spänningen längs kontaktytorna minskar. Detta faktum beaktas inte i de analytiska teorierna. Större avvikelser erhålls vid bredare geometrier där förhållandet  $H/D$  minskar.

Janssens teori för vertikalspänning överensstämmer bäst med numeriskt resultat om jordtryckskoefficienten ansätts som  $K_0$  enligt Jaky. Eftersom Krynines förslag på jordtryckskoefficient  $K_k$  är något större än  $K_0$  blir vertikalspänningen något underskattad med  $K = K_k$ . Däremot tenderar Janssens analytiska samband för horisontalspänning att bäst överens-



stämman med numeriskt resultat om vertikalspänningen uttryckt i  $K_0$  multipliceras med jordtryckscoefficieten  $K_k$ . Kombinationen av  $K_0$  och  $K_k$  ger således ett mer konservativt resultat än om enbart  $K_0$  eller  $K_k$  tillämpas i analytiska teorier (se appendix).

Jordtryckscoefficieten är i det närmaste konstant med avseende på djupet för smala geometrier men uppvisar en kraftigare variation när förhållandet mellan  $H$  och  $D$  minskar. För bredare geometrier antar jordtryckscoefficieten störst värden centralt i den översta delen av fyllnadsmaterialet och lägre värden närmare underlaget. Motsatt beteende uppstår längs kontaktytorna. Lägst värde på jordtryckscoefficieten erhålls i det översta skiktet av fyllnadsmaterialet och större värden uppstår närmare underlaget.

För smala geometrier är valveffekten så utpräglad att friktionskrafterna längs kontaktytorna fullständigt motverkar fyllnadsmaterialets egentynghet och ett konstant spänningstillstånd uppnås. Valveffekten kan därför betraktas som en funktion av avståndet mellan kontaktytorna till skillnad från geostatiska spänningstillstånd där mäktigheten är den styrande parametern.

I figur 9.6 åskådliggörs hur spänningen, för olika nivåer i fyllnadsmaterialet, varierar med hänsyn till storleken på diametern. Graferna ger en indikation över hur valveffekten tenderar att avta med ökade avstånd mellan kontaktytorna. Baserat på resultatet visar analytiska samband en relativt god överensstämmelse med numerisk analys för diametrar upp till ca 7 m. Bedömningen ska däremot betraktas som generell och syftar till att uppskatta under vilka förutsättningar analytiska samband är tillämpbara för axialsymmetriska geometrier. Vid ökade värden på diametern kvarstår en viss reduktion av spänningen i fyllnadsmaterialet, men avvikelserna mellan analytiska samband och numeriskt resultat blir mer påtaglig.



# Kapitel 10

## Långsträckta strukturer

Tvådimensionella beräkningsmodeller är applicerbara på långsträckta geometrier där tvärsektionen antas vara konstant i längsled. I dessa modeller förutsätts plan töjning, där töjning endast sker i tvärlid och longitudinell töjning försummas.

### 10.1 Förutsättningar

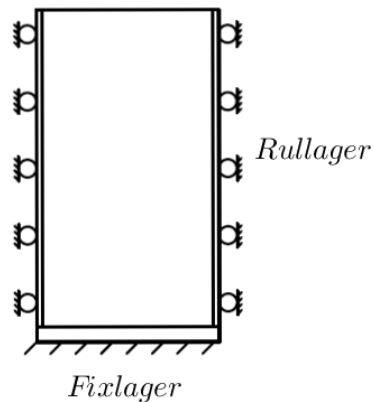
De tvådimensionella beräkningsmodellerna utgörs av ett fyllnadsmaterial med en konstant mäktighet på 9 m, vilket innesluts från två motstående och vertikala väggar. Väggarna antar bredden 0.05 m och syftar till att skapa förutsättningar för kontaktvillkor i kontaktytan till fyllnadsmaterialet. Fyllnadsmaterialet vilar på ett horisontellt underlag som i modellen innehar en tjocklek på 0.5 m. Kontaktvillkor appliceras även mellan fyllnadsmaterialet och underlaget. Längs samtliga kontaktytor ansätts friktionskoefficienten  $\mu = \tan(\phi)$ . Det styva underlaget och väggarna antar materialegenskaper enligt tabell 8.1. Fyllnadsmaterialet antar egenskaper enligt tabell 8.2.

I beräkningsmodellerna appliceras randvillkor enligt figur 10.1. Väggarna förhindras att deformeras i horisontalled. Endast vertikal deformation tillåts. Underlaget är fixerat och både translation och rotation föreskrivs.

Flertalet beräkningsmodeller har upprättats, där förhållandet mellan höjden  $H$  och bredden  $B$  varierats. I figur 10.2 presenteras ett urval av beräkningsmodellerna, där fyllnadsmaterialet åskådliggörs i deformerat tillstånd. Deformationen är angiven i enheten meter.

### 10.2 Resultat

För respektive förhållande redovisas resultatet av den numeriska analysen i form av grafer. Terzaghis analytiska teori för tvådimensionella geometrier jämförs med resultat från numerisk analys.

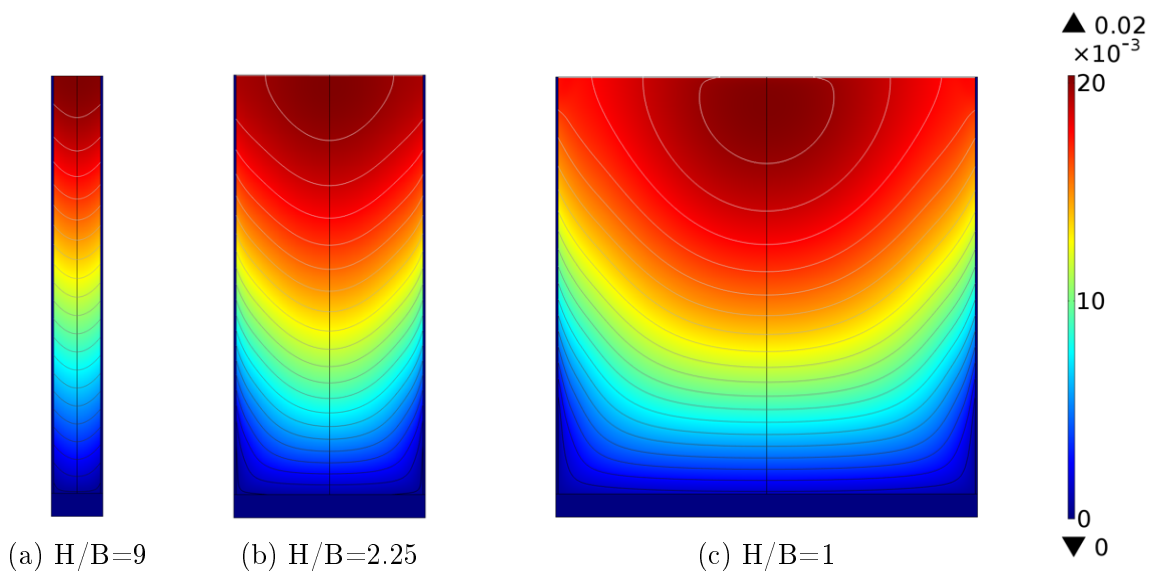


Figur 10.1: Randvillkor

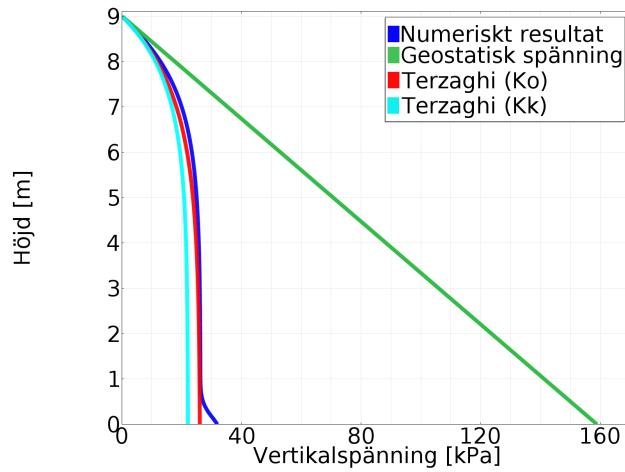
I graferna åskådliggörs vertikal- och horisontalspänningens variation med avseende på djupet. Två val av jordtryckscoefficients tillämpas i Terzaghis teori. Dels vilojordtryckscoefficientsen  $K_0$  enligt Jaky samt Kryniines förslag på jordtryckscoefficients, vilken benämns  $K_k$ . Graferna visar både spänningsfördelningen längs centrumlinjen och längs kontaktytan. I graferna relateras det numeriska resultatet till den geostatiska spänningsfördelningen. Liksom för axialsymmetriska geometrier ges vertikal geostatisk spänning av  $\sigma_z = \gamma z$  och horisontell geostatisk spänning av  $\sigma_x = K_0 \gamma z$  med  $K_0$ , enligt Jaky.

Jordtryckscoefficientsen  $\sigma_x/\sigma_z$  från den numeriska simuleringen åskådliggörs i grafer. Den numeriska jordtryckscoefficientsens storlek och variation ställs i jämförelse med analytiska jordtryckscoefficientser.

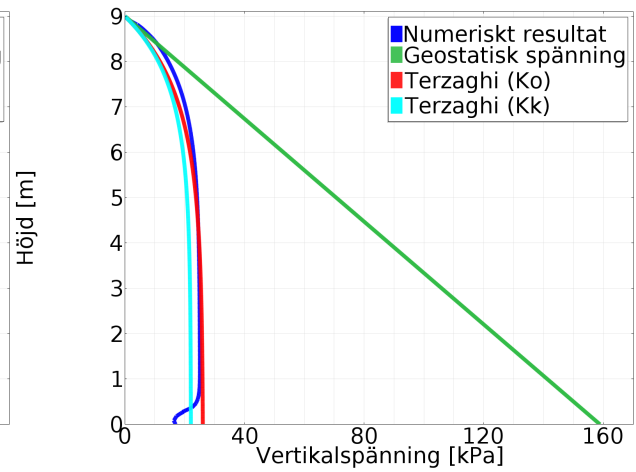
Slutligen illustrerar figur 10.6 hur valveffekten avtar med ökade värden på bredden. Graferna innefattar resultat från 14 olika beräkningsmodeller.



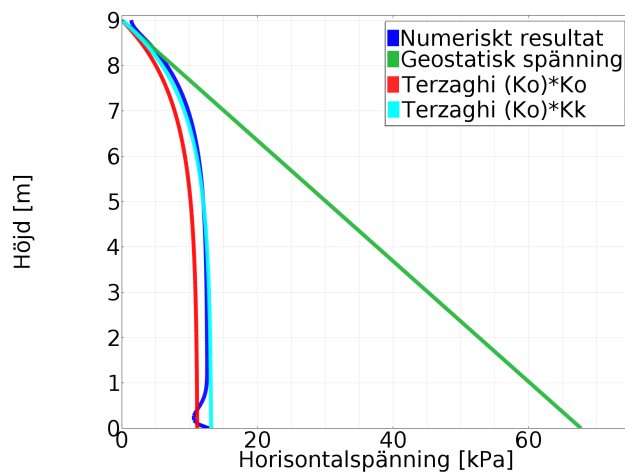
Figur 10.2: Urval av beräkningsmodeller för tvådimensionella geometrier



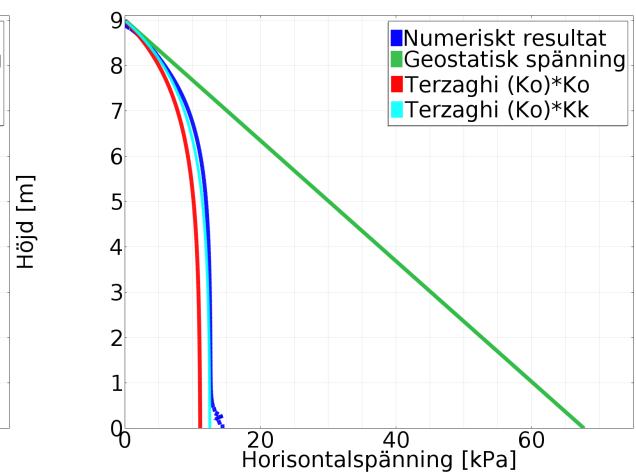
(a) Vertikalspänning längs centrumlinje



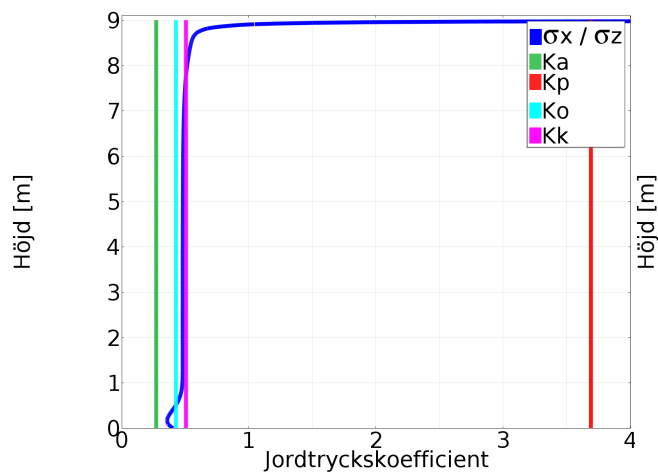
(b) Vertikalspänning längs kontaktyta



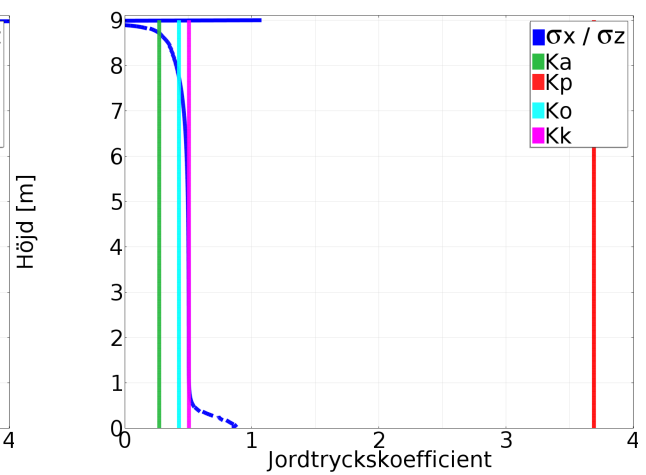
(c) Horisontalspänning längs centrumlinje



(d) Horisontalspänning längs kontaktyta

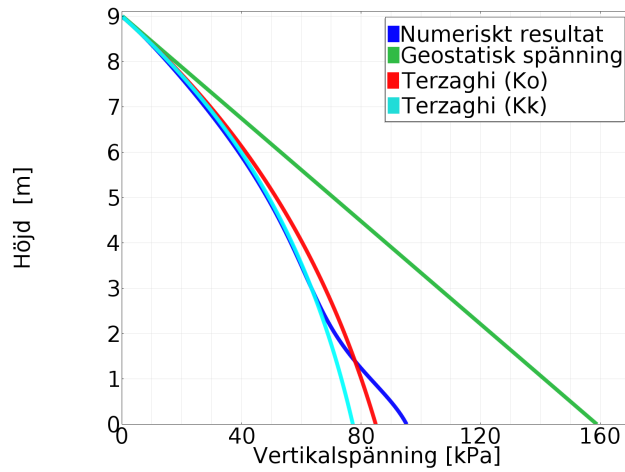


(e) Jordtryckskoefficient längs centrumlinje

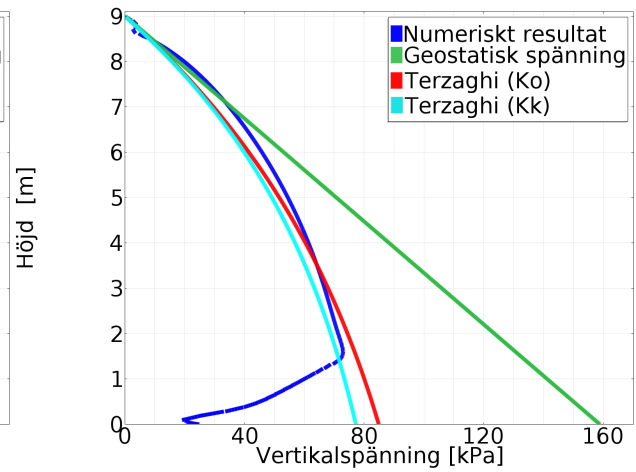


(f) Jordtryckskoefficient längs kontaktyta

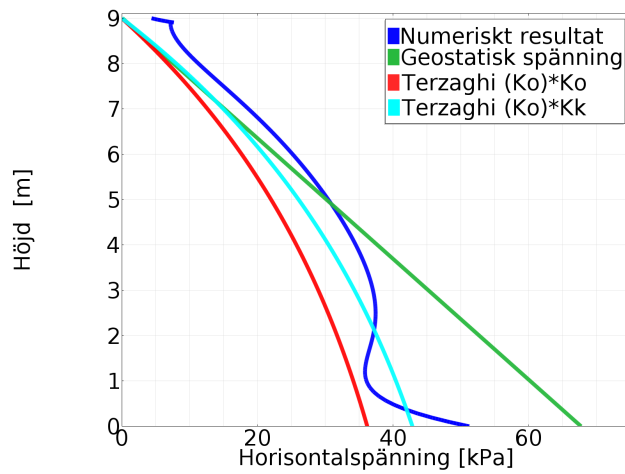
Figur 10.3: H/B=9



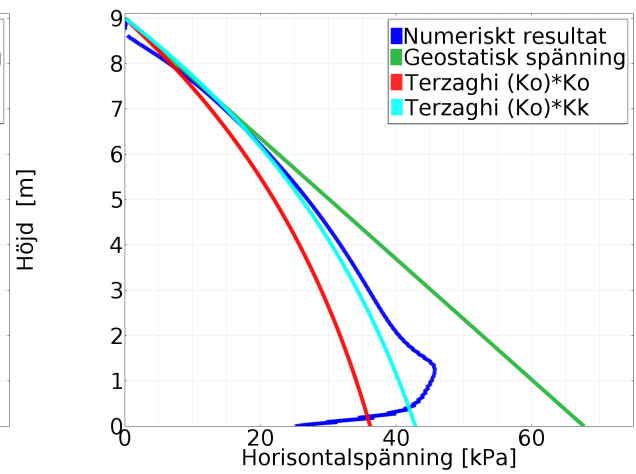
(a) Vertikalspänning längs centrumlinje



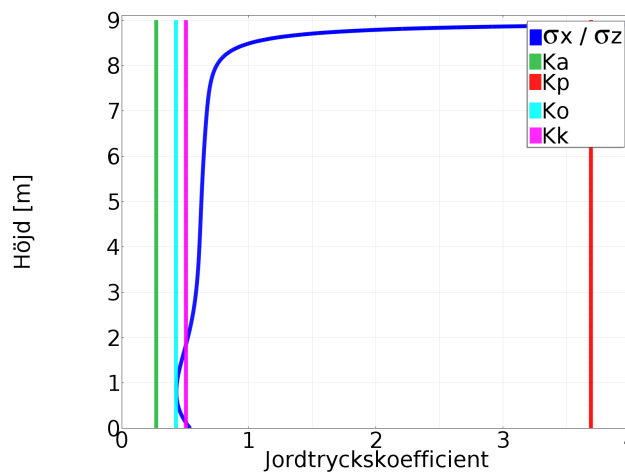
(b) Vertikalspänning längs kontaktyta



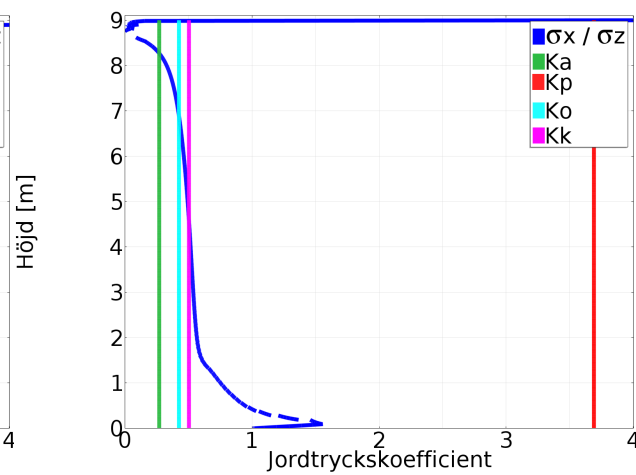
(c) Horisontalspänning längs centrumlinje



(d) Horisontalspänning längs kontaktyta

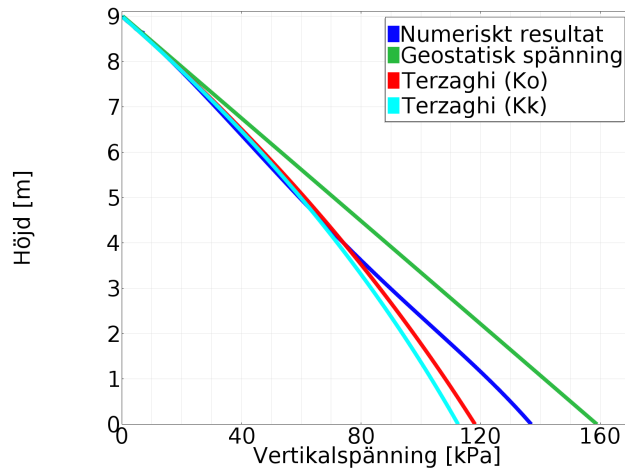


(e) Jordtryckskoefficient längs centrumlinje

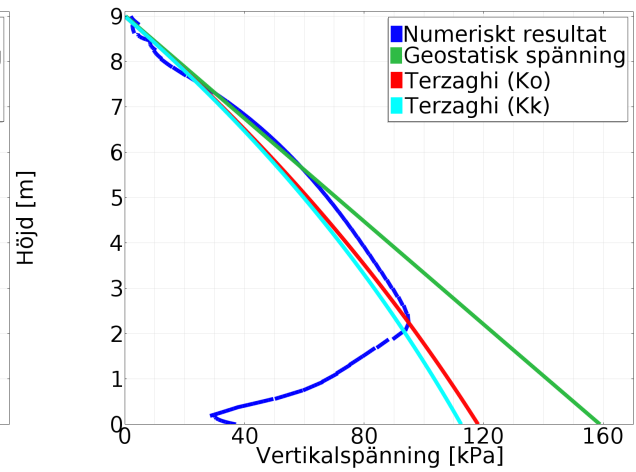


(f) Jordtryckskoefficient längs kontaktyta

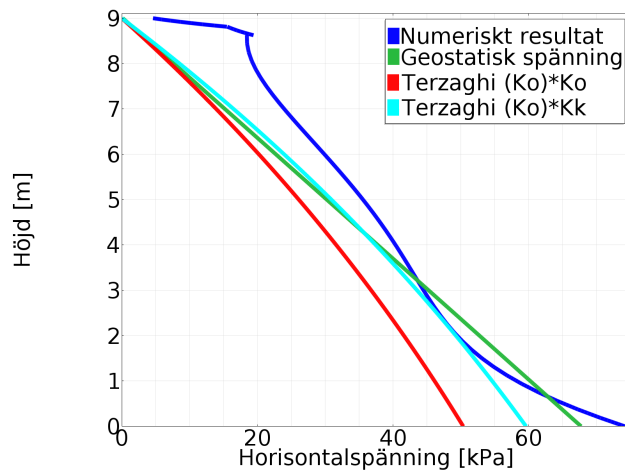
Figur 10.4:  $H/B=2.25$



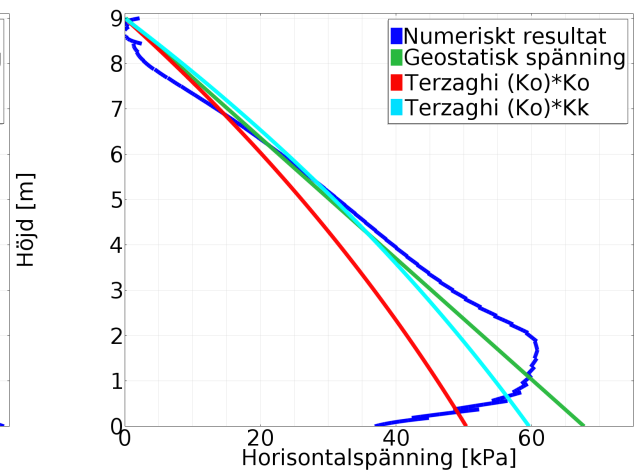
(a) Vertikalspänning längs centrumlinje



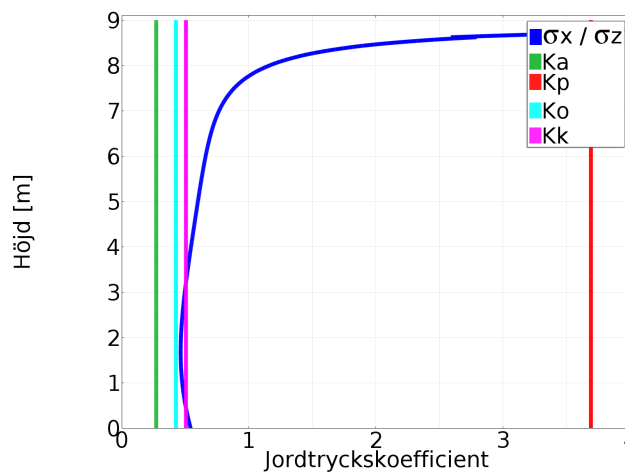
(b) Vertikalspänning längs kontaktyta



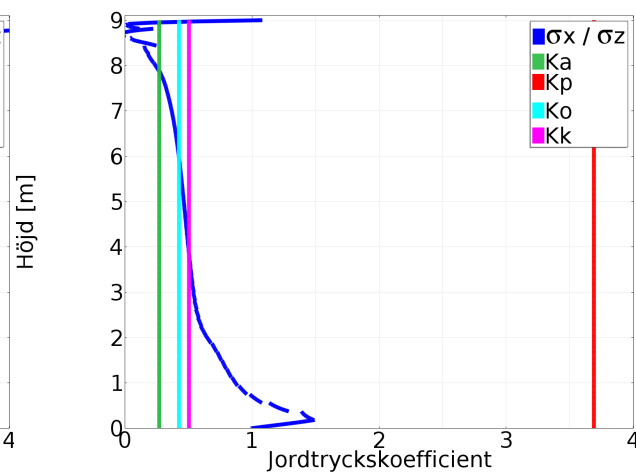
(c) Horisontalspänning längs centrumlinje



(d) Horisontalspänning längs kontaktyta

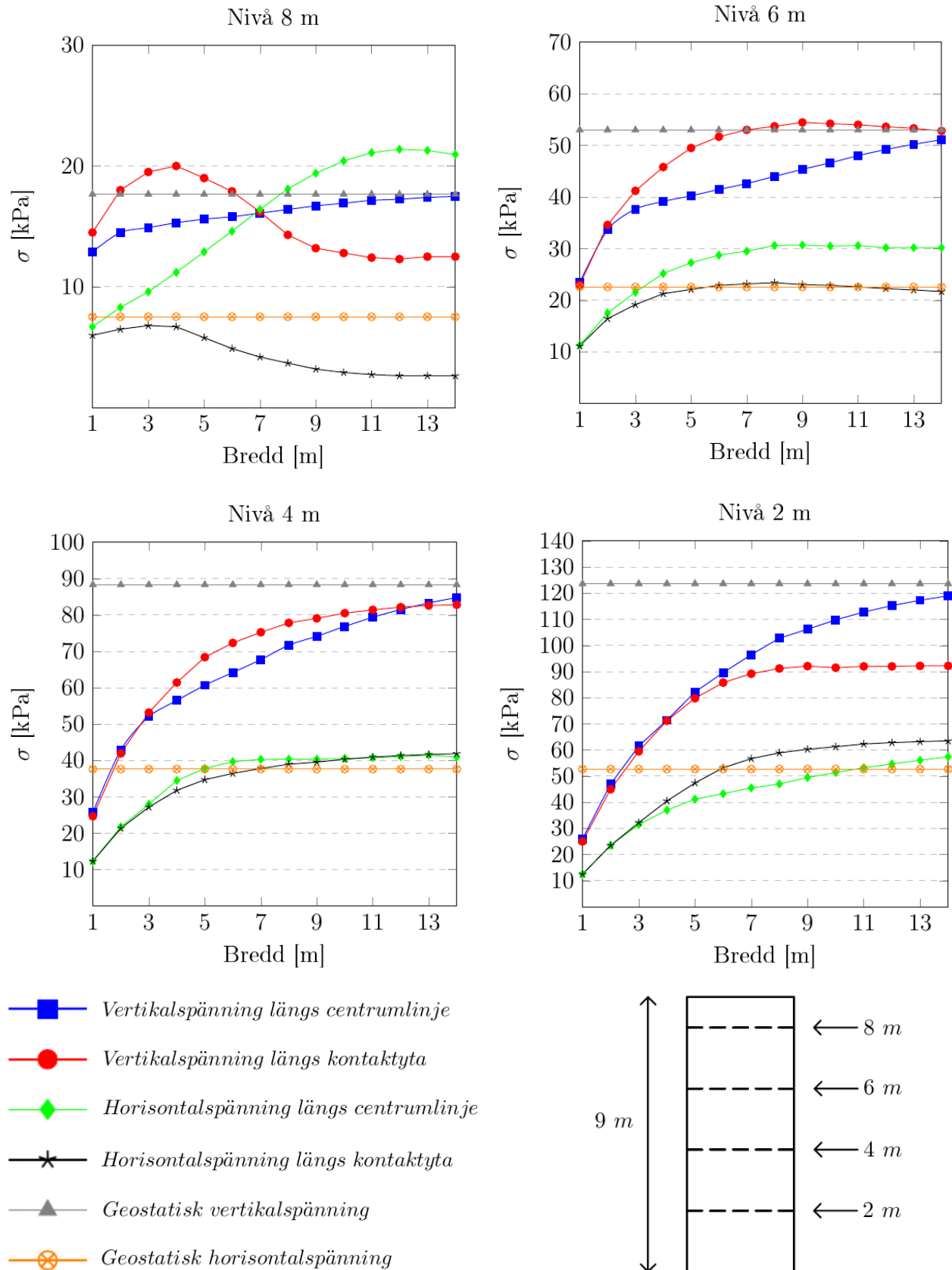


(e) Jordtryckscoefficient längs centrumlinje



(f) Jordtryckscoefficient längs kontaktyta

Figur 10.5: H/B=1



Figur 10.6: Breddens inverkan på valveffekten



## 10.3 Diskussion

För smala geometrier där förhållandet mellan höjden  $H$  och bredden  $B$  är 9 uppgår spänningsreduktionerna av vertikalspänningen till uppemot 80 % i relation till den geostatiska vertikalspänningen. Motsvarande reduktion för horisontalspänningen uppgår till ca 80 %. Horisontal- och vertikalspänningen uppvisar en näst intill obefintlig variation beroende på läge i tvärsnittet. Det medför att spänningarna längs centrumlinjen sammanfaller med spänningarna längs kontaktytorna.

För tvådimensionella geometrier där  $H/B = 2.25$  avtar valveffekten något, även om stora spänningsreduktioner erhålls i relation till en geostatisk fördelning. Total reduktion av vertikalspänningen längs centrumlinjen uppgår till ca 40 % och drygt 50 % längs kontaktytorna. För horisontalspänningen längs centrumlinjen medför valveffekten att spänningarna överstiger den geostatiska horisontalspänningen i den översta delen av fyllnadsmaterialet. Detta är i analogi med det resultat Terzaghi erhöll från experimentella undersökningar. Närmare kontaktytorna avtar denna effekt.

För kvadratiska tvärsnitt där förhållandet mellan  $H/B = 1$  tenderar valveffekten att närma sig den geostatiska spänningen.

Terzaghis teori sammanfaller mycket väl med numeriskt resultat. För vertikalspänningen uppnås bäst överensstämmelse med  $K = K_0$  och för horisontalspänningen tillämpas lämpligast kombinationen  $K_0$  och  $K_k$ , liksom för axialsymmetriska geometrier.

Resultatet visar att stora spänningsreduktioner kan uppkomma för smala tvådimensionella geometrier. Däremot är valveffekten inte lika utpräglad som för axialsymmetriska geometrier eftersom friktion endast verkar från två motstående sidor. Detta medför att valveffekten avtar snabbare vid ökade värden på bredden än för axialsymmetriska geometrier.

I figur 10.6 åskådliggörs hur spänningen, för olika nivåer i fyllnadsmaterialet, varierar med hänsyn till ökat avstånd mellan kontaktytorna. Utifrån en generell bedömning, baserat på givna förutsättningar, tenderar Terzaghis teori att visa god överensstämmelse med numeriskt resultat upp till en bredd på 4-5 m. Vid ökade avstånd uppkommer större avvikelser mellan analytiskt samband och numeriskt resultat, även om en viss reduktion av spänning kvarstår i fyllnadsmaterialet.



# Kapitel 11

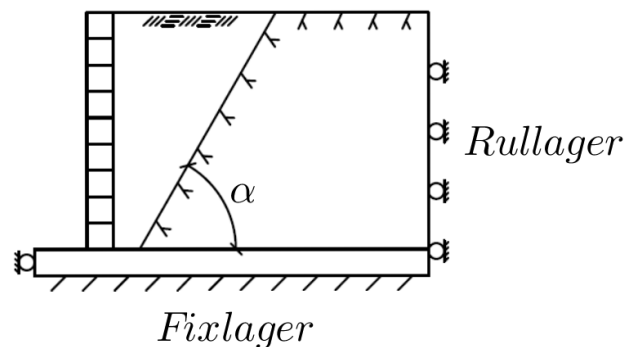
## Stödkonstruktioner nära bergsfasader

I följande avsnitt utvärderas jordtryckssituationer för en långsträckt stödmur som är placerad i nära anslutning till en exponerad bergsfasad. Lösningen är vanligt förekommande i anläggningsprojekt där berg har sprängts eller jord schaktats bort för att möjliggöra framdragning av en planerad vägkorridor.

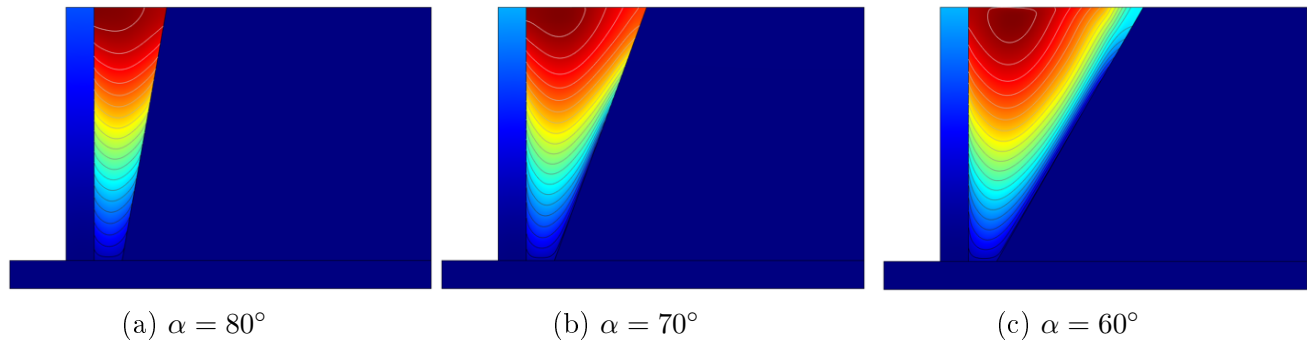
Syftet med en sådan stödmur är att förhindra erosion eller potentiella stenfall. Ibland förekommer också situationer där sprängda bergsfasader inte är visuellt tilltalande. Då kan bergets yta döljas av en stödmur för att bidra till ökad estetik.

Tomrummet mellan stödmuren och bergsfasaden fylls igen med ett dränerande fyllnadsmaterial, exempelvis makadam eller sand. Även om den primära avsikten med stödkonstruktionen är att dölja eller skydda bakomliggande yta, måste fortfarande syftet att motverka det jordtryck som fyllnadsmaterialet ger upphov till tillgodoses.

Valveffekten får en betydande inverkan på spänningsfördelningen längs stödmuren eftersom mängden fyllnadsmaterial har en begränsad utbredning samt att friktionskrafter motverkar egentvängens spänning från två sidor.



Figur 11.1: Randvillkor



Figur 11.2: Urval av beräkningsmodeller för stödkonstruktioner nära bergsfasader

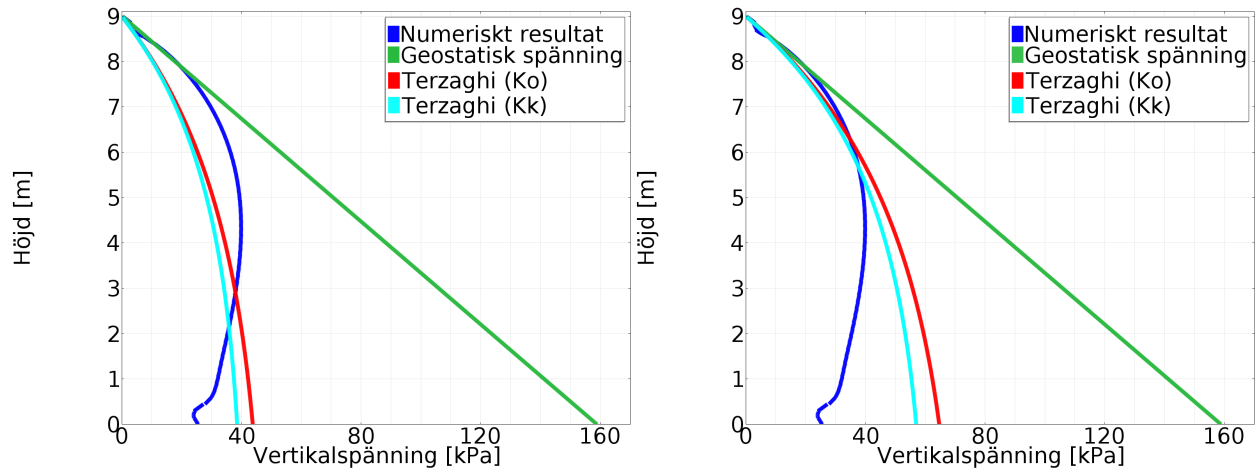
## 11.1 Förutsättningar

Beräkningsmodellen med tillhörande randvillkor framgår av figur 11.1. I samtliga beräkningsmodeller är stödmuren 9 meter hög och placerad 1 meter framför bergets fot. För att undersöka effekterna av lutande bergsfasader upprättas beräkningsmodeller med varierande bergslutning. I figur 11.2 presenteras ett urval av beräkningsmodellerna.

## 11.2 Resultat

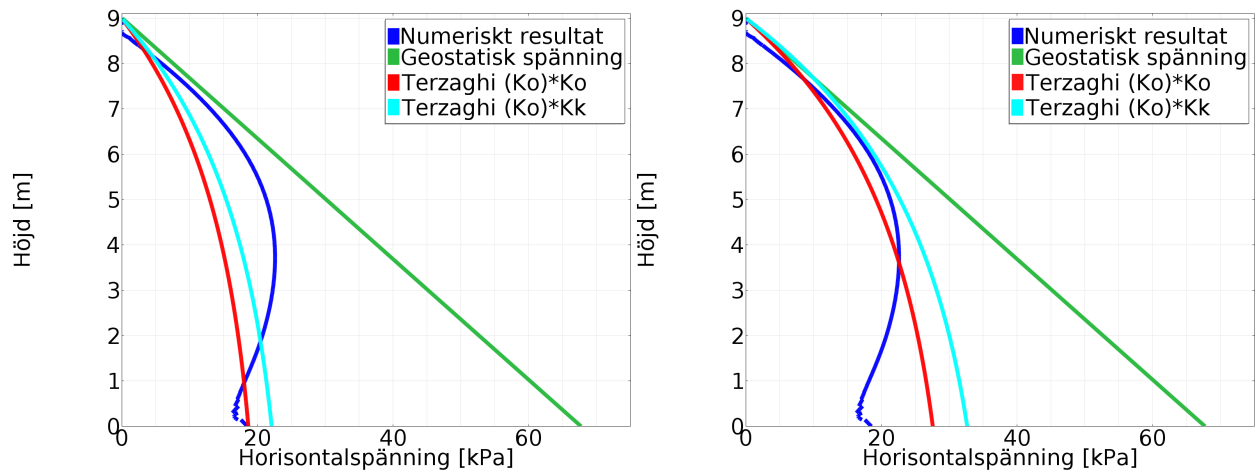
Resultatet av den numeriska beräkningen jämförs med Terzaghis teori som är tillämpbar på tvådimensionella geometrier. Lutande bergsfasader medför däremot att förutsättningarna för att tillämpa analytiska samband begränsas. I analytiska teorier antar bredden ett konstant värde medan för en lutande bergsfasad varierar bredden med djupet. Eftersom analytiska teorier förutsätter vertikala brottplan kommer Terzaghis teori att illustreras för två val av bredd. Medelbredden  $B_{medel}$  mellan stödmuren och bergsfasaden samt den maximala bredden  $B_{max}$  som uppstår mellan kontaktytorna.

Resultatet syftar till att undersöka under vilka förutsättningar Terzaghis teori för tvådimensionella geometrier kan appliceras på avvikande geometrier utan att för stora skillnader i spänning uppkommer mellan numeriskt och analytiskt resultat.



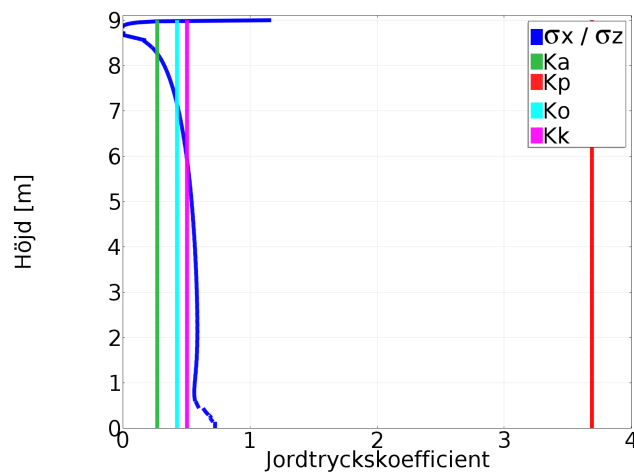
(a) Vertikalspänning med  $B = B_{medel}$

(b) Vertikalspänning med  $B = B_{max}$



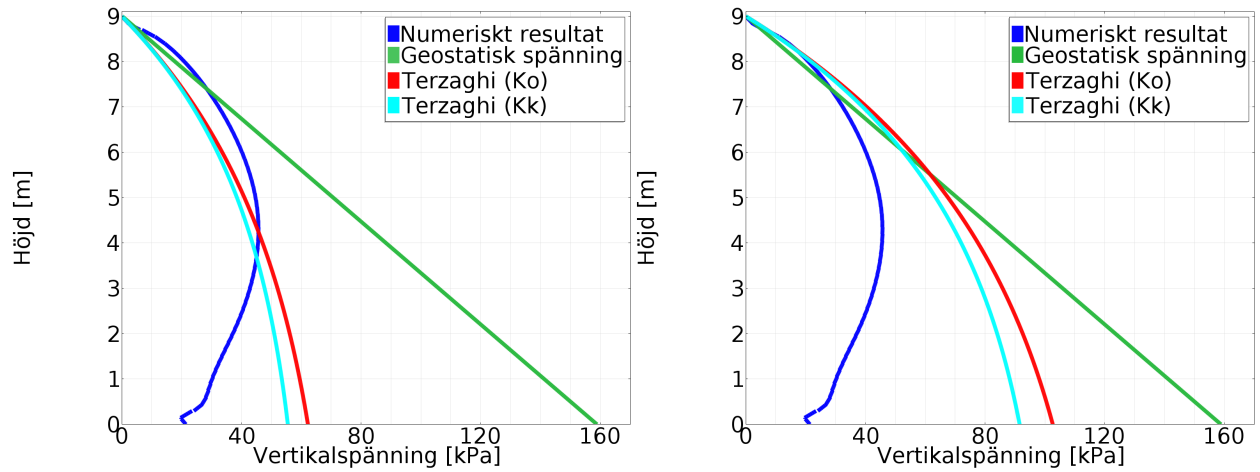
(c) Horisontalspänning med  $B = B_{medel}$

(d) Horisontalspänning med  $B = B_{max}$



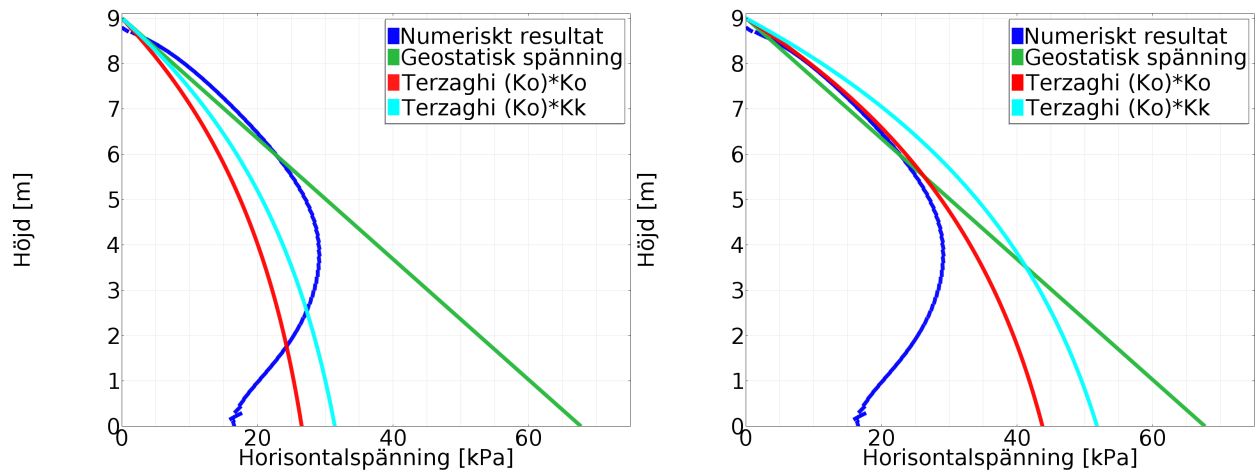
(e) Jordtryckscoefficient längs stödmur

Figur 11.3:  $\alpha = 80^\circ$



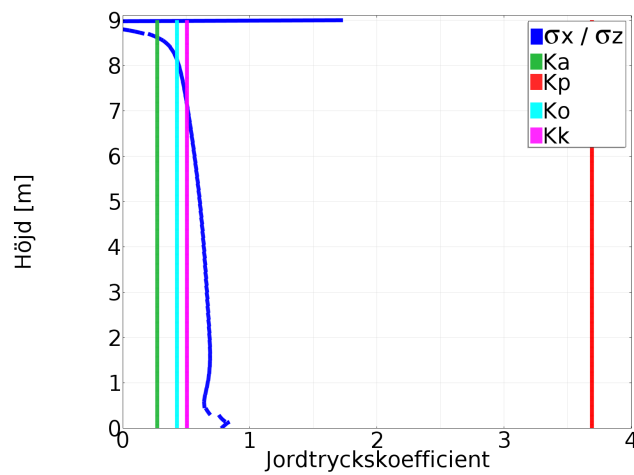
(a) Vertikalspänning med  $B = B_{medel}$

(b) Vertikalspänning med  $B = B_{max}$



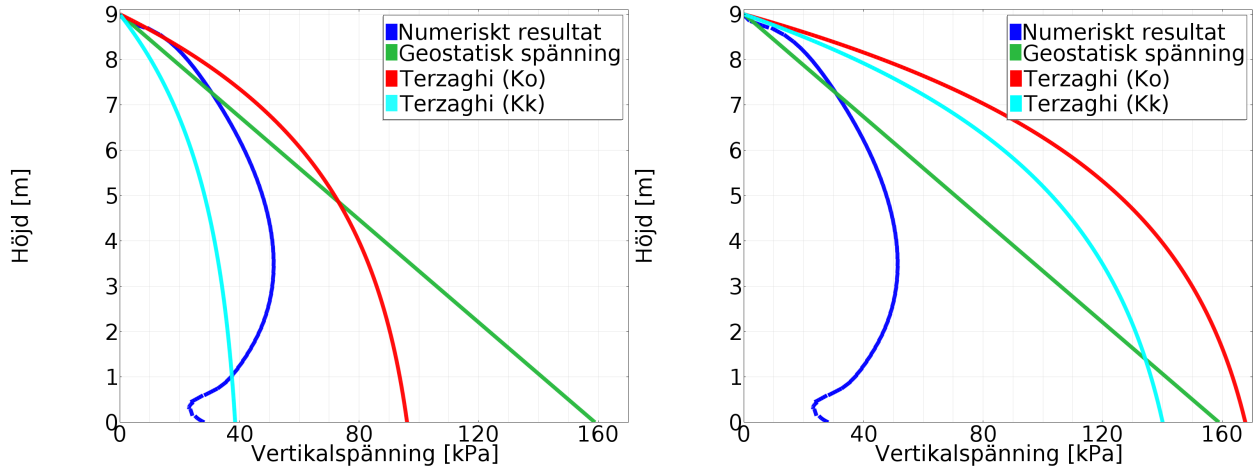
(c) Horisontalspänning med  $B = B_{medel}$

(d) Horisontalspänning med  $B = B_{max}$



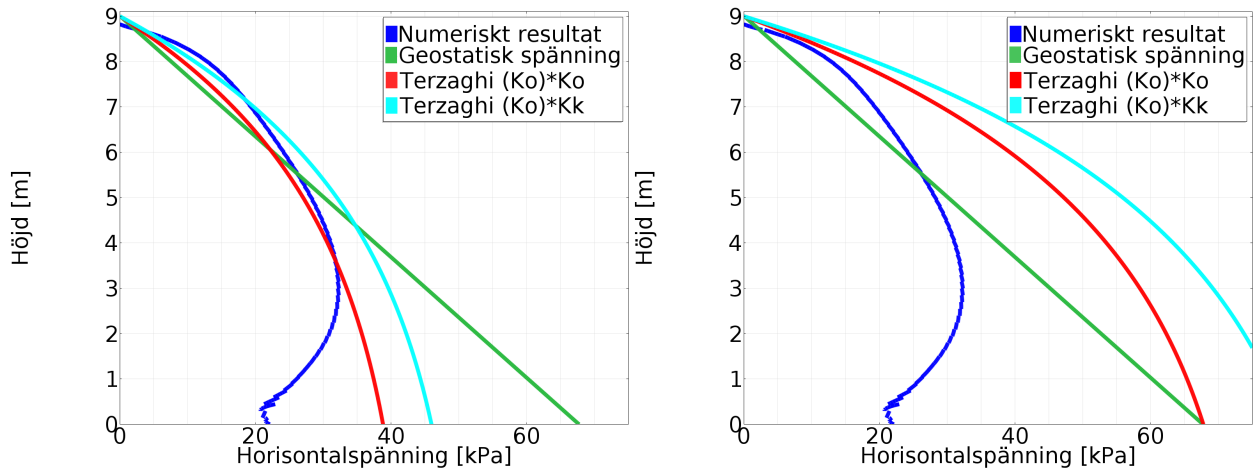
(e) Jordtryckscoefficient längs stödmur

Figur 11.4:  $\alpha = 70^\circ$



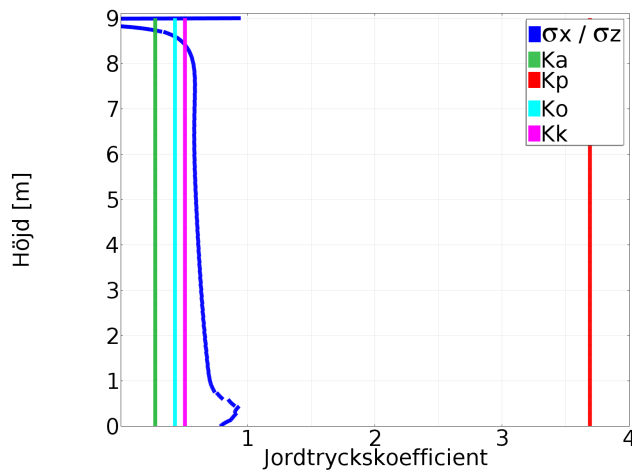
(a) Vertikalspänning med  $B = B_{medel}$

(b) Vertikalspänning med  $B = B_{max}$



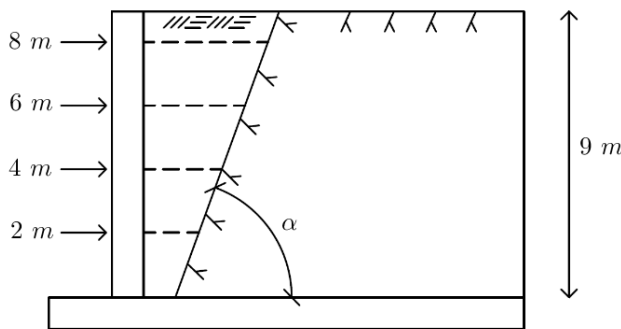
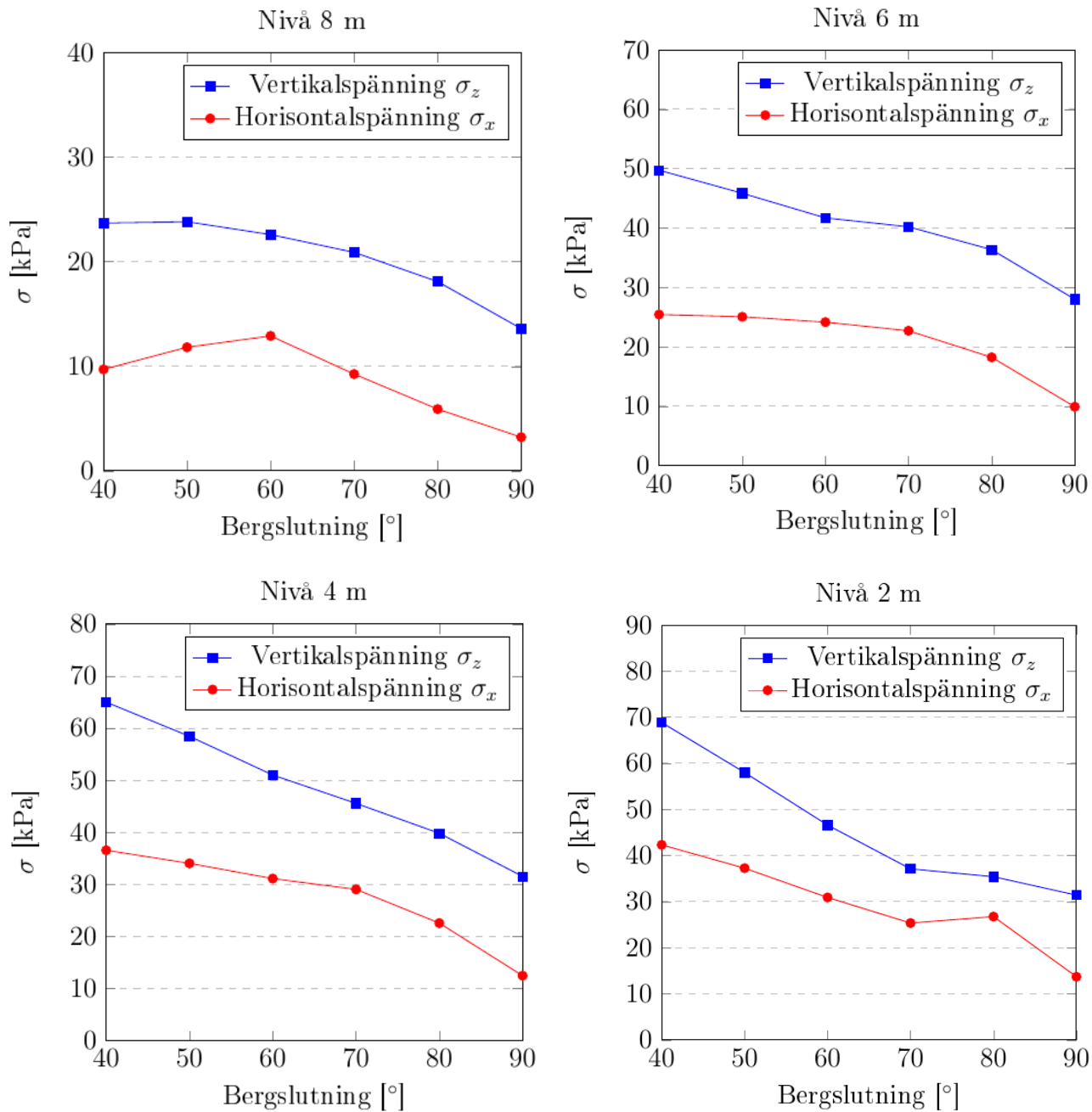
(c) Horisontalspänning med  $B = B_{medel}$

(d) Horisontalspänning med  $B = B_{max}$



(e) Jordtryckscoefficient längs stödmur

Figur 11.5:  $\alpha = 60^\circ$



Figur 11.6: Lutningens inverkan på valffekter



## 11.3 Diskussion

Resultatet visar att för en bergsfasad med lutningen  $\alpha = 80^\circ$ , enligt figur 11.3, erhålls en något överskattad vertikalspänning om bredden ansätts som  $B_{max}$  i Terzaghis teori. Medelbredden  $B_{medel}$  underskattar valveffekten, i synnerhet i det översta skiktet av fyllnadsmaterial.

Om bergsfasadens lutning är  $\alpha = 70^\circ$ , enligt figur 11.4, kommer Terzaghis teori att överskatta rådande vertikalspänning om  $B = B_{max}$ . För  $B = B_{medel}$  överskattas vertikalspänningen för den övre halvan av fyllnadsmaterialet medan vertikalspänningen underskattas för den undre halvan. Däremot tenderar resultatet med  $B = B_{medel}$  att ge en bättre överensstämmelse med den totala tryckkraft som utövas av fyllnadsmaterialet.

Horisontalspänningen tenderar att uppvisa en mer utpräglad parabelformad spänningsfördelning jämfört med vertikalspänningen. Liksom för vertikalspänningen har bergets lutning  $\alpha$  en betydande inverkan på om analytiska samband med  $B = B_{max}$  eller  $B = B_{medel}$  ger bäst överensstämmande resultat. För  $\alpha = 80^\circ$  tenderar  $B = B_{max}$  att ge det mest konvergerande resultatet. För flackare berglutningar där  $\alpha = 60^\circ$ , enligt figur 11.5, ger  $B = B_{medel}$  en bättre approximation.

Valveffekten medför att spänningen längs stödmuren antar en parabelformad fördelning vid inverkan av en bakomliggande bergvägg. Detta resulterar i att angreppspunkten för jordtrycket verkar på höjden ca  $H/2$  jämfört med för geostatiska förhållanden där angreppspunkten verkar  $H/3$  ovanför underlaget. Effekten blir att hävarmen ökar för det pådrivande momentet som belastar stödmuren.

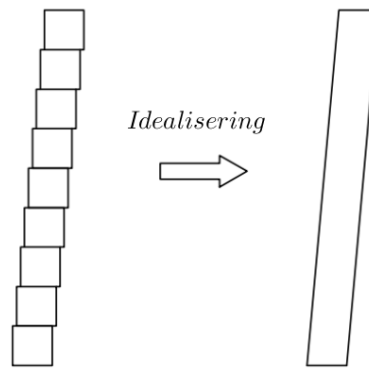
Figur 11.6 visar att bergsfasadens lutning är av stor betydelse för de spänningsreduktioner som uppkommer i fyllnadsmaterialet. Valveffekten är som mest uttalad för vertikala kontaktytor och angreppspunkten för kraftresultanten tenderar att öka med ökad bergslutning.

## 11.4 Lutande stödkonstruktioner nära bergsfasader

Det är vanligt förekommande att de stödkonstruktioner som används i infrastrukturprojekt utgörs av gabioner. Gabioner är stenfyllda stålkorgar, ofta rektangulära med en kvadratisk tvärsnitt på  $1 \times 1 \text{ m}^2$ . Korgarna placeras ovanpå varandra och är i regel förskjutna inåt med ca 0.1 m per nivå. Detta gör att många gabionmurar är lutande. Det är därför intressant att undersöka om lutningen har någon inverkan på jordtrycket.

I beräkningsmodellen antas gabionkorgarna vara fullständigt fixerade intill varandra, samt till underlaget. Inget glidbrott antas uppkomma i konstruktionen.

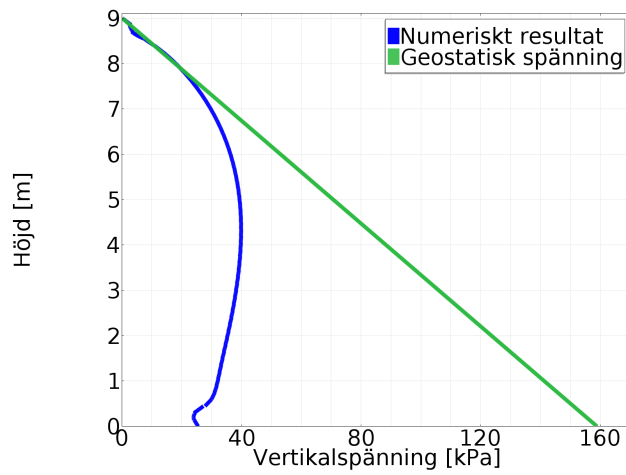
För att underlätta den numeriska modelleringen har gabionmuren idealiserats enligt figur 11.7. Muren är, liksom tidigare, placerad 1 m framför bergets fot.



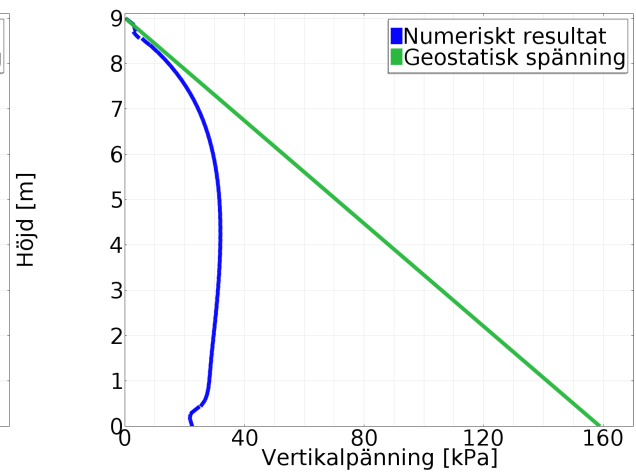
Figur 11.7: Idealisering av gabionmur

## 11.5 Resultat och diskussion

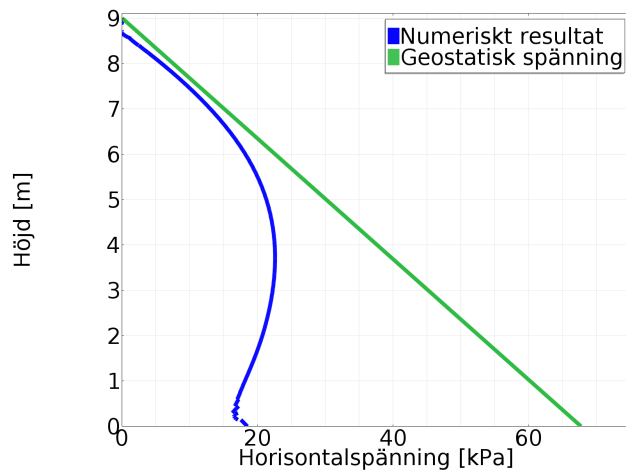
I figur 11.8 och 11.9 utvärderas effekten av raka kontra lutande stödmurar för bergslutningar på  $80^\circ$  respektive  $70^\circ$ . Resultatet visar att lasteffekten varierar, om än mycket, beroende på om stödmuren är rak eller lutande. Större spänningsreduktioner tenderar att utbildas för lutande stödmurar än för raka stödmurar. Anledningen till detta är att för lutande stödmurar kommer kontaktytorna mellan mur och berg närmare varandra och valveffekten blir därför mer uttalad. Vid handberäkningar kan en lutande stödmur med god approximation betraktas som rak vilket ger ett konservativt resultat av jordtrycket.



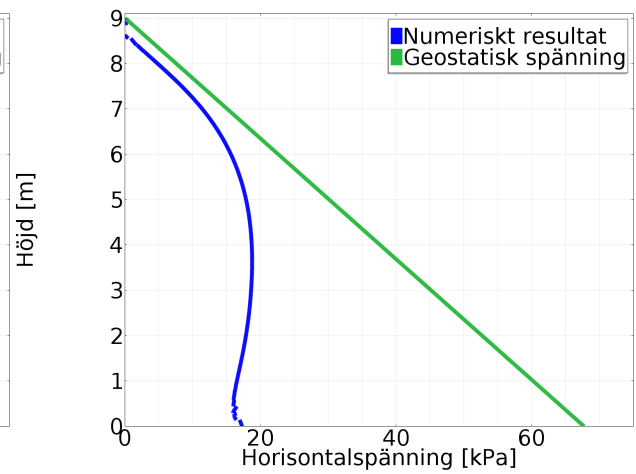
(a) Vertikalspänning längs rak stödmur



(b) Vertikalspänning längs lutande stödmur

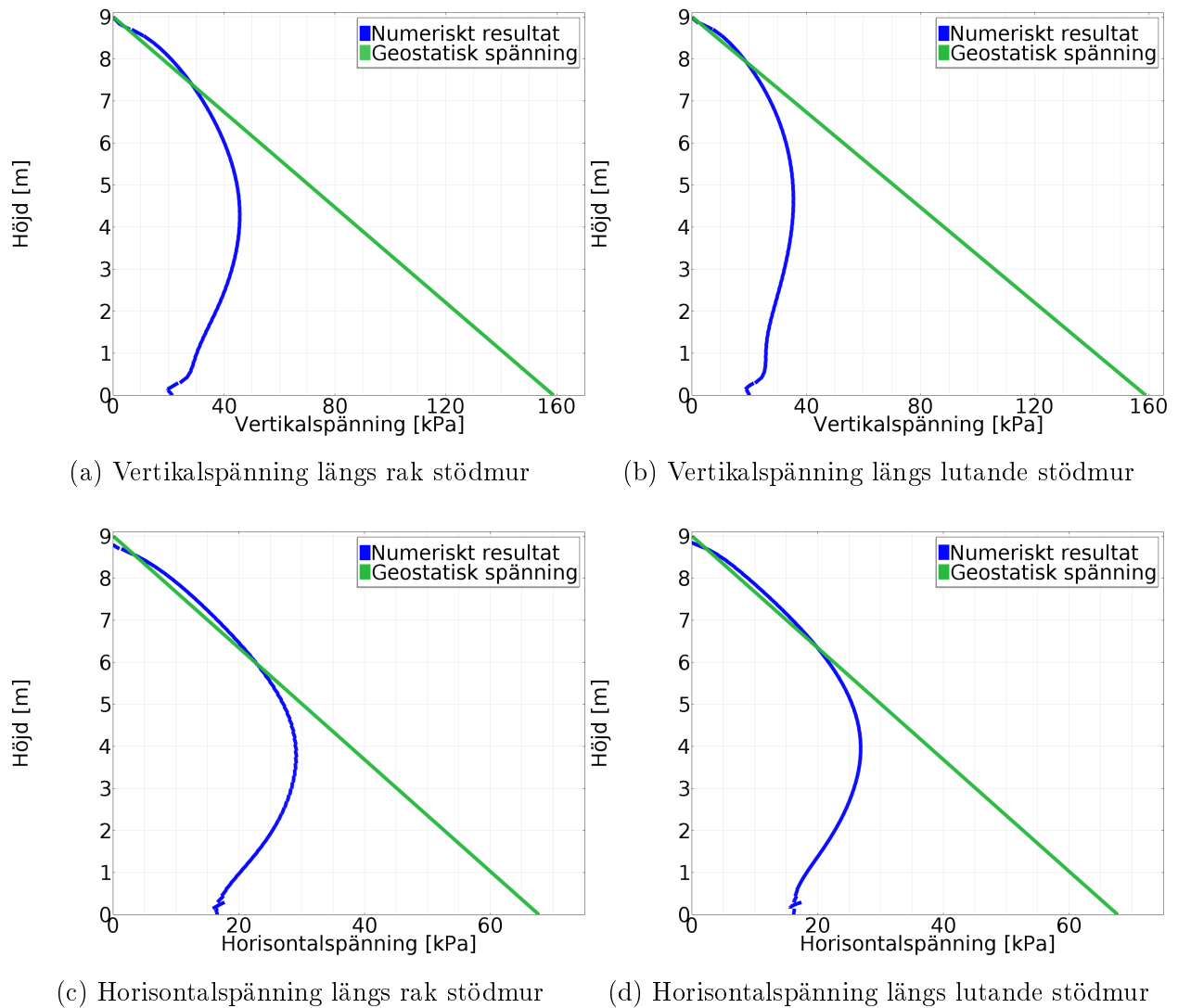


(c) Horisontalspänning längs rak stödmur



(d) Horisontalspänning längs lutande stödmur

Figur 11.8: Bergsfasadens lutning:  $\alpha = 80^\circ$



Figur 11.9: Bergsfasadens lutning:  $\alpha = 70^\circ$

# Kapitel 12

## Slutsats och diskussion

Valveffekter är ett lastfördelande fenomen som uppstår genom en relativ förskjutning mellan material som innehar olika deformationsegenskaper. Valveffekter kan både resultera i såväl kraftiga ökningar som reduktioner av spänning. För styva strukturer, exempelvis styva rörledningar, som täcks över med ett ovanliggande fyllnadsmaterial kan belastningen på strukturen överstiga tyngden av fyllnadsmaterialet.

Stora reduktioner av spänning uppkommer på grund av valveffekter i granulära material som innesluts av stationära sidomaterial. För fyllnadsmaterial som deformeras på grund av sin egentyngd mobiliseras skjuvspänningar längs kontaktytorna. Skjuvspänningar upptar en del av spänningen som orsakas av egentyngden och överför den till intilliggande material med styvare deformationsegenskaper. Om ett granulärt material med begränsad utbredning innesluts från två eller flera motstående sidor utvecklas inte ett fullt jordtryck.

Hur uttalad valveffekten blir beror på hur mycket friktion som kan skapas längs kontaktytorna. Valveffekten är kraftigt beroende av geometrin hos den inneslutande granulära substansen och storleken på friktionskoefficienten mot omgivande material. Inverkan av flersidig friktion medför att spänningen antar en olinjär fördelning med avseende på djupet och att angreppspunkten för kraftresultanten verkar på en högre höjd i relation till geostatiska förhållanden.

Valveffekten ger störst spänningsreduktioner för axialsymmetriska geometrier där kontaktfriktion fullständigt omsluter fyllnadsmaterialet. Baserat på förutsättningarna i den numeriska analysen medför valveffekten stora reduktioner av spänningen för diametrar upp till 7 m, där höjden är angiven till 9 m. Inom detta intervall erhålls god överensstämmelse mellan numeriskt resultat och analytiska teorier. Vid ökade diametrar tenderar valveffekten att avta något även om en viss reduktion av jordtryck kvarstår därefter. Däremot blir skillnaden mellan numeriskt resultat och analytiska teorier mer påtaglig, där större avvikelser uppstår med ökade avstånd mellan kontaktytorna.

Stora spänningsreduktioner uppstår också för tvådimensionella geometrier där friktion verkar från två motstående sidor. Hur stora reduktionerna blir beror på avståndet mellan kontaktytorna. Resultatet av numerisk analys visar att för en bredd upp till 4-5 m, där höjden är angiven till 9 m, uppstår stora spänningsreduktioner samt att god överensstämmelse förelig-

ger mellan analytiska samband och numeriskt resultat. Vid ökad bredd minskar valveffekten något, även om en viss reduktion av spänning fortfarande kvarstår i fyllnadsmaterialet. Däremot uppstår större avvikelser mellan analytiska och numeriska resultat.

Valveffekten är som mest uttalad för vertikala kontaktytor och tenderar att avta med lutande kontaktytor. För stödkonstruktioner som placeras invid en bergsfasad, tenderar bergslutningar inom intervallet  $70^\circ - 90^\circ$  att sammanfalla relativt väl med resultat från analytiska samband.

Analytiska samband stämmer mycket bra överens med numeriskt resultat för smala geometrier med vertikala brottplan. För beräkning av vertikalspänningen uppnås bäst överensstämmelse med numeriskt resultat om jordtryckscoefficienten ansätts som  $K_0$ . För horisontalspänningen erhålls det mest överensstämmande och konservativa resultatet om en kombination av  $K_0$  och  $K_k$  tillämpas i de analytiska sambanden.

Avvikelse mellan analytiskt och numeriskt resultat tenderar att uppkomma nära underlaget. Detta beror på att underlaget utgör ett randvillkor där ingen ytterligare deformation är tillåten. Randvillkoret medför att lastspridningen närmast underlaget blir förhindrad och därmed inte fullt utvecklade. En större spänning kommer därför att koncentreras till centrumlinjen medan spänningen längs kontaktytorna minskar. Detta faktum beaktas inte i de analytiska teorierna. Större avvikelser erhålls vid bredare geometrier där förhållandet mellan höjden och bredden/diametern minskar.

Jordtryckscoefficienten är kraftigt beroende av avstånden mellan kontaktytorna. För smala geometrier sammanfaller  $K$  mycket väl med  $K_0$ . För bredare geometrier tenderar  $K_k$  att ge en bättre överensstämmelse med numeriskt resultat. Eftersom jordtryckscoefficienten under inverkan av valveffekter i regel antar en olinjär fördelning med djupet finns det inget analytiskt samband som fullständigt konvergerar med den numeriska jordtryckscoefficienten.

Friktionsvinkeln i fyllnadsmaterialet har en viss inverkan på lasteffekten, i synnerhet för horisontalspänningen. Horisontalspänningen uppvisar ett tydligt beroende av friktionsvinkeln men effekten tenderar att avta något vid friktionsvinklar överstigande  $30^\circ$ . Horisontalspänningen ökar med minskade värden på friktionsvinkeln. Däremot tenderar inte vertikalspänningen att påverkas av friktionsvinklar överstigande  $25-30^\circ$ . För lägre friktionsvinklar erhålls en viss inverkan på resultatet där ett lägre värde på friktionsvinkeln ger ökade vertikalspänningar. Friktionscoefficienten längs kontaktytorna tenderar att ha en betydande inverkan i hur uttalad valveffekten blir.

För att kunna uppta de små dragspänningar som, på grund av numeriska fel, utvecklas i fyllnadsmaterialet måste en viss kohesion tillsättas. I beräkningarna har kohesionsparametern antagits till 1 kPa. En parameterstudie av kohesionens inverkan visar att försumbara effekter uppstår mellan ett fullständigt kohesionslöst material och ett material med kohesionen 1 kPa. Vid värden på kohesionen överstigande 5 kPa erhålls stora avvikelser gentemot kohesionslösa fyllnadsmaterial. Terzaghi med flera har varnat för att tillgodoräkna sig effekterna av kohesionens inverkan och betrakta det som ett permanent fenomen, eftersom intermolekylära bindningar lätt kan brytas vid inverkan av yttre påkänning eller ökad fuktighet.

## 12.1 Förslag på vidare forskning

Valveffekter uppkommer på grund av inverkan av friktionskrafter. Yttre påkänning som kan bryta eller störa kontaktfriktionen mellan materialets ingående partiklar och längs kontaktytorna till omgivande material, utgör ett potentiellt hot mot fenomenets beständighet.

Ett förslag på vidare forskning är därför att undersöka vilken inverkan dynamisk respons har på valveffekten. För geokonstruktioner som är placerade i nära anslutning till friktionsstörande aktiviteter där vibrationer uppstår, exempelvis trafik, blir denna frågeställning i högsta grad aktuell.





# Litteraturförteckning

- Budhu, M., 2011, *Soil Mechanics and Foundations*, John Wiley and Sons, New Jersey
- COMSOL, 2013, *COMSOL Multiphysics Reference Manual*, 4.4 Ed., COMSOL AB, Tegnergatan 23, SE-111 40 Stockholm
- Coulomb C. A., Essai sur une application des regles de maximis et minimis a quelques problèmes de statique, relatifs a l'architecture, *Mémoires de Mathématique de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, 7, 343 – 382, 1776
- Das, B., 2008, *Advanced Soil Mechanics*, Taylor and Francis, New York
- Evans, C., 1983, *An Examination of Arching in Granular Soils*, M.S. Thesis, MIT
- Fang, Y-S. and Liu, C., 2012, *Effect of Adjacent Rock Face Inclination on Earth Pressure At-Rest*, Proceedings of the Twenty-second International Offshore and Polar Engineering Conference, 836-841
- Frydman, S. and Keissar, I., 1987, *Earth Pressure on Retaining Walls Near Rock Faces*, Journal of Geotechnical Engineering, Vol 113, No 6, 586-599
- Handy, R., 1985, *The Arch in Soil Arching*, Journal of Geotechnical Engineering, ACSE, 302-318
- Harrop-Williams, K., 1989, *Arch in Soil Arching*, Journal of Geotechnical Engineering, ACSE, 415-419
- Helwany, S., 2007, *Applied Soil Mechanics: with ABAQUS Applications*, John Wiley and Sons, New Jersey
- Janssen H. A., 1895, Versuche uber Getreidedruck in Silozellen, *Zeitschrift des Verein Deutscher Ingenieure*, 1045-1049
- Krynine D. P., 1945, *Discussion of Stability and stiffness of cellular cofferdams* by Karl Terzaghi, Trans. Am. Soc. Civ. Eng., 110, 1175– 1178
- Li L. and Aubertine, M., 2009, *Numerical Investigation of the Stress State in Inclined Back-filled Slopes*, Int. J. Geomech. 2009.9: 52-62
- Marston A. and Anderson A. O., 1913, *The theory of loads on pipes in ditches and tests of cement and clay drain tile and sewer pipe*, Bulletin No 31, Iowa Engineering Experiment Station, Ames, Iowa

- Mayne, P. W. and Kulhawy F. H., 1982, *K<sub>0</sub>-OCR relationship i soil*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ACSE, 851-872
- McAfee, R. and Valsangkar, A.J., 2008, *Field performance, centrifuge testing, and numerical modelling of an induced trench installation*, Can. Geotech. J. Vol. 45, 85-101
- Michalowski, R., 2005, *Coefficient of Earth Pressure at Rest*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ACSE, 1429-1433
- Pirapakaran, K. and Sivakugan, N., 2006, *Arching within hydraulic fill stopes*, Geotech Geol Eng 25:25-35
- Pottz, D. and Zdravkovic, L., 2001, *Finite element analysis in geotechnical engineering*, Thomas Telford, London
- Puzrin, A., 2012, *Constitutive Modelling in Geomechanics*, Springer, New York
- Rankine, W.J.M., 1857, On the stability of loose earth. *Proceedings of the Royal Society*, London, 185-187
- Sadrekarami, J. and Abbasnejad, A., 2010, *Arching effect in fine sand due to base yielding*, Can. Geotech. J. 47: 366–374
- Spangler, M.G. and Handy, R., 2007, *Geotechnical Engineering: Soil and Foundation Principles and Practice*, McGraw-Hill, New York
- Take, W.A. and Valsangkar, A.J., 2001, *Earth pressure on unyieldning retaining walls of narrow backfill width*, Can. Geotech. J. 38: 1220–1230
- Terzaghi, K., 1943, *Theoretical Soil Mechanics*, John Wiley and Sons, New York
- Terzaghi, K., Peck, R. and Mesri, G., 1996, *Soil Mechanics in Engineering Practice*, John Wiley and Sons, New York
- Ting, C., Shukla, S. and Sivakugan, N., 2011, *Arching in Soils Applied to Inclined Mine Stopes*, Int. J. Geomech. 2011.11: 29-35
- Valsangkar, A.J. and B, McGuigan, 2010, *Centrifuge testing and numerical analysis of box culverts installed in induced trenches*, Can. Geotech. J. Vol. 47, 147-163
- Venkatramaiah, C., 2006, *Geotechnical Engineering*, New Age International, New Delhi

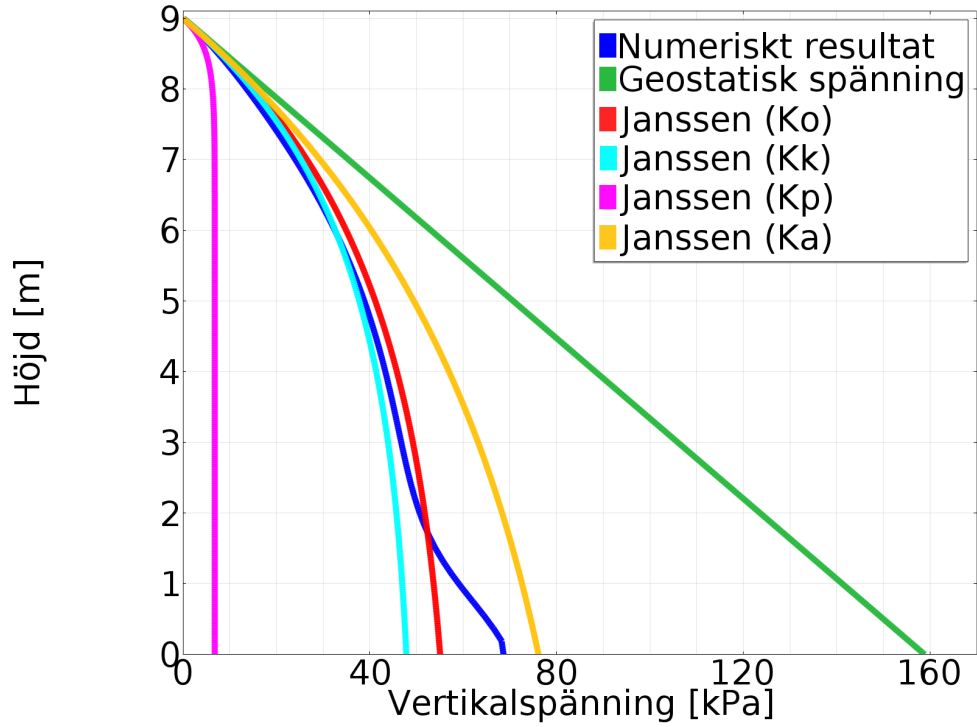
# Appendix

## Inverkan av olika jordtryckskoefficienter i analytiska samband

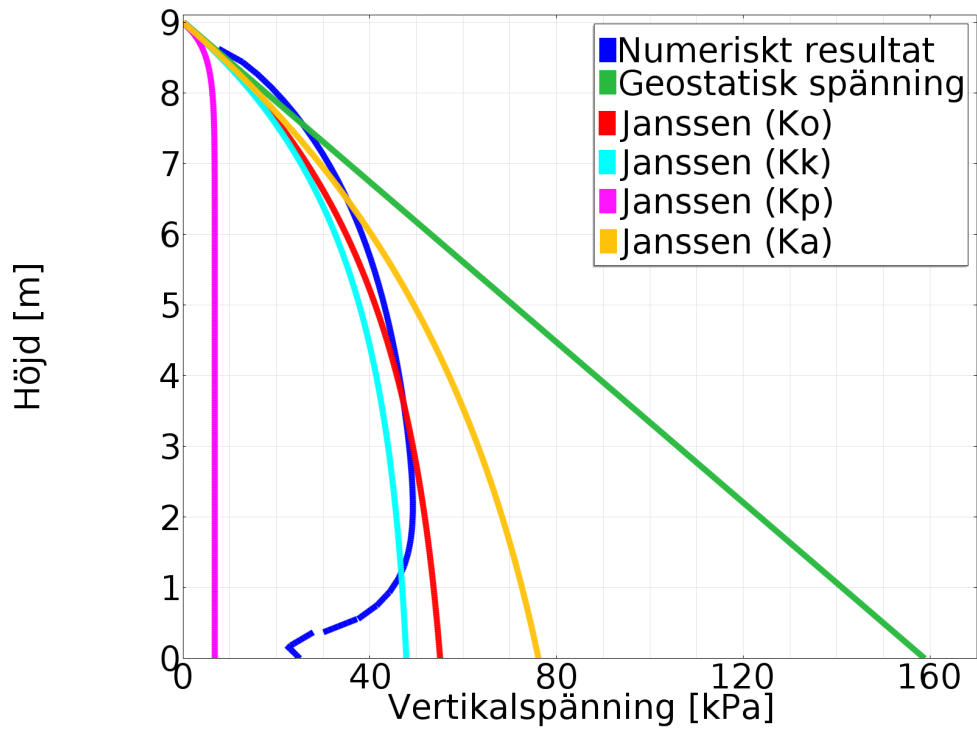
Olika val av jordtryckskoefficienter  $K$  kan tillämpas i analytiska samband. I tidigare genomförda beräkningar har endast  $K_0$  eller  $K_k$  redovisats eftersom övriga jordtryckskoefficienter för aktiva ( $K_a$ ) och passiva brottillstånd ( $K_p$ ) uppvisar stora avvikelser gentemot numeriskt resultat. I detta appendix presenteras resultatet för samtliga jordtryckskoefficienter. Syftet är att åskådliggöra hur valet av jordtryckskoefficient påverkar den analytiska lösningen och hur det analytiska resultatet förhåller sig till det numeriska resultatet.

De analytiska och numeriska resultaten baseras på en axialsymmetrisk beräkningsmodell med höjden 9 m och diametern 4 m. Materialegenskaper överensstämmer med tidigare genomförda beräkningar och framgår av tabell 8.1 och 8.2. I figur A.1 och A.2 presenteras vertikalspänningen för olika val av jordtryckskoefficienter tillämpade i Janssens siloteori. I figur A.1 visas den numeriskt beräknade vertikalspänningen längs centrumlinjen och i figur A.2 ges den numeriskt beräknade vertikalspänningen längs kontaktytan.

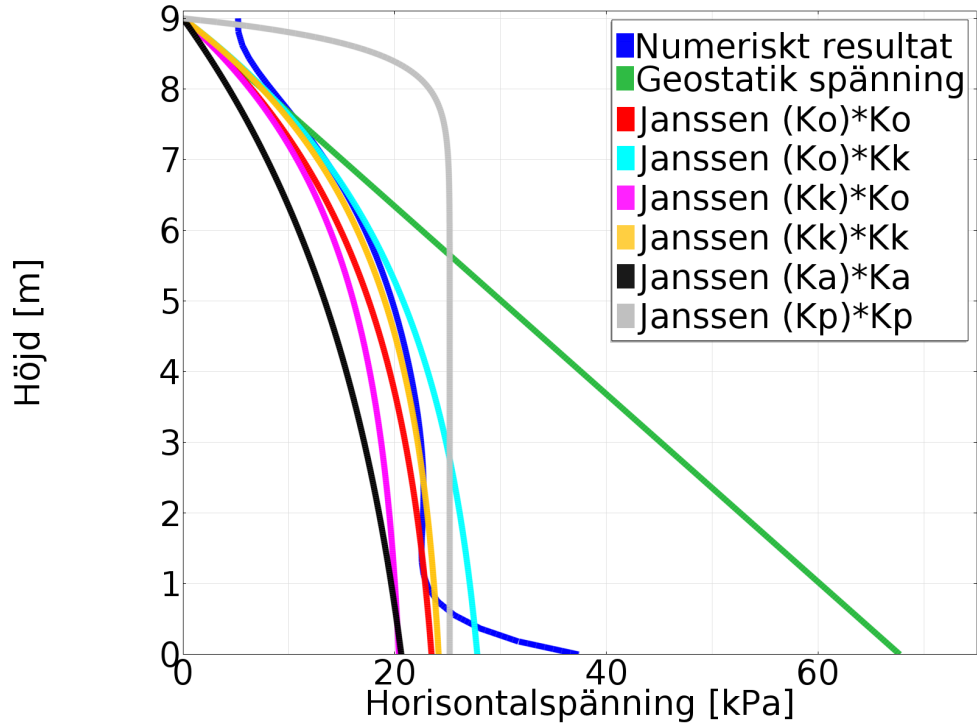
Vid beräkning av horisontalspänning kan analytiska samband uttryckas med möjliga kombinationer av jordtryckskoefficienter  $K$ . I rapporten har endast  $K_0$  eller en kombination av  $K_0$  och  $K_k$  tillämpats. För det senare fallet uttrycks vertikalspänningen i  $K_0$  och övergången till horisontalspänning erhålls genom multiplikation med  $K_k$ . Möjliga kombinationer av  $K_0$  och  $K_k$  framgår av figur A.3 och A.4. I figur A.3 presenteras den numeriskt beräknade horisontalspänningen längs centrumlinjen och i figur A.4 åskådliggörs den numeriskt beräknade horisontalspänningen längs kontaktytan. Övriga jordtryckskoefficienter för aktiva ( $K_a$ ) och passiva brottillstånd ( $K_p$ ) presenteras i samma graf för att bekräfta de avvikelser som uppkommer gentemot numeriskt resultat.



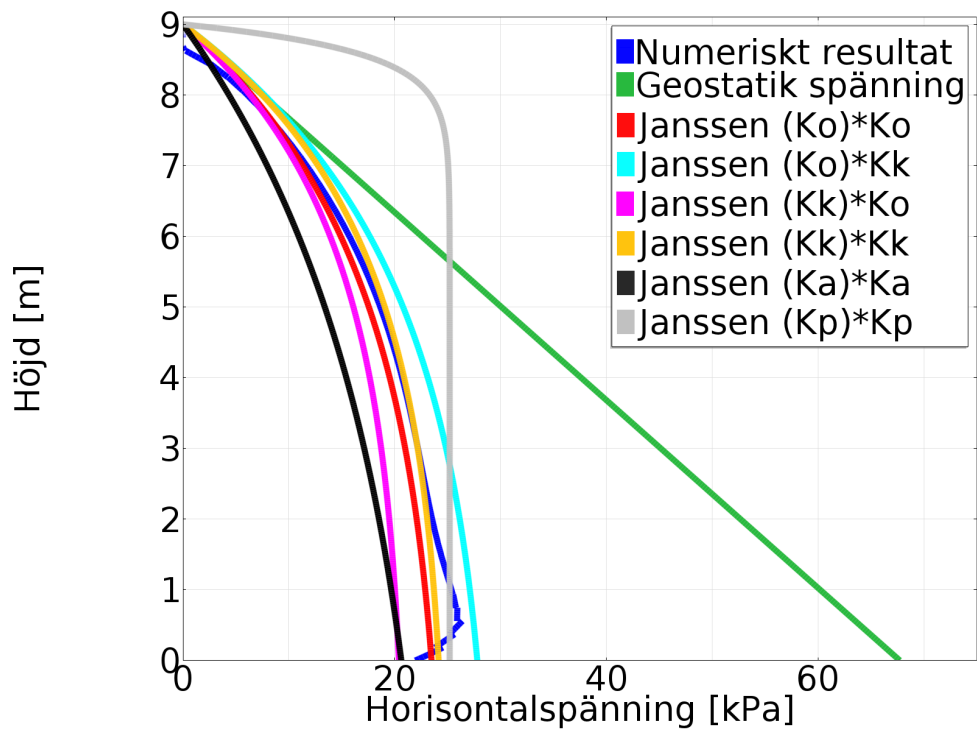
Figur A.1: Vertikalspänning längs centrumlinje



Figur A.2: Vertikalspänning längs kontaktyta



Figur A.3: Horizontalspänning längs centrumlinje



Figur A.4: Horizontalspänning längs kontaktyta