

ISSN 0280-5316
ISRN LUTFD2/TFRT--5515--SE

Digital reglering av ett resonant servo med friktion

Morten Hemmingsson

Institutionen för Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola
September 1994

**TILLHÖR REFERENSBIBLIOTEKET
UTLÅNAS EJ**

| | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| Department of Automatic Control Lund Institute of Technology P.O. Box 118 S-221 00 Lund Sweden | <i>Document name</i> MASTER THESIS | |
| | <i>Date of issue</i> September 1994 | |
| | <i>Document Number</i> ISRN LUTFD2/TFRT--5515--SE | |
| <i>Author(s)</i> Morten Hemmingsson | <i>Supervisor</i> Klas Nilsson, Rolf Johansson, Karl-Johan Åström | |
| | <i>Sponsoring organisation</i> NUTEK (The National Board for Industrial and Technical Development) | |
| <i>Title and subtitle</i> Digital reglering av ett resonant servo med friktion Digital control of a resonant servo with friction | | |
| <i>Abstract</i> <p>Analysis and design of high performance servo drives require that elastic modes and nonlinear friction are considered. In robotics there is also the problem with an unknown varying load, and the desirability to measure speed and/or position of the motor only.</p> <p>A control design based on a lumped model with a spring corresponding to flexibility in gears and transmissions has been carried out. Control of the torque fed into the transmission was the first step in the design. The basic idea is that by keeping that torque constant, the resonance will disappear. Torque control based on polynomial synthesis and simplified steady-state LQ design has been tried, with no significant difference in performance. Simulation shows that with a torque or acceleration sensor, superior performance can be achieved. Using only a position sensor, active damping can be achieved if there is almost no quantization or measurement noise. However, almost all controllers that provide active damping exhibit limit cycle oscillations at zero speed. This is due to friction in the motor. Controllers that do not exhibit limit cycle oscillations suffer from low static gain. To estimate the transmission torque, it is necessary to know the parameters on the motor side with good accuracy.</p> <p>Position control is done with cascaded P and PI controllers with feedforward. With this design robustness against load variations is good, but better performance can be achieved with a more complex controller.</p> | | |
| <i>Key words</i> servo systems, digital control, resonances, friction | | |
| <i>Classification system and/or index terms (if any)</i> | | |
| <i>Supplementary bibliographical information</i> | | |
| <i>ISSN and key title</i> 0280-5316 | | ISBN |
| <i>Language</i> Swedish | <i>Number of pages</i> 35 | <i>Recipient's notes</i> |
| <i>Security classification</i> | | |

The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Fax +46 46 110019, Telex: 33248 lubbis lund.

Innehåll

| | |
|---------------------------------------------|----|
| 1. Inledning | 2 |
| 1.1 Problemformulering | 2 |
| 1.2 Förutsättningar | 2 |
| 2. Servomodell | 3 |
| 2.1 Mekanik | 3 |
| 2.2 Elektronik | 4 |
| 2.3 Friktion | 4 |
| 2.4 Glapp | 4 |
| 2.5 Data | 5 |
| 3. Lösningsförslag | 6 |
| 4. Momentobserverare | 7 |
| 4.1 Direkt beräkning | 7 |
| 4.2 Förenklat system | 7 |
| 5. Momentreglering | 10 |
| 5.1 Enkel återkoppling | 10 |
| 5.2 Modell | 10 |
| 5.3 Polynomsyntes | 11 |
| 5.4 Andra designmetoder | 14 |
| 6. Hastighetsreglering | 20 |
| 7. Positionsreglering | 23 |
| 8. Okänd vinkelhastighet | 25 |
| 8.1 Utökad observerare | 25 |
| 8.2 Multirate | 25 |
| 8.3 Kvantiseringseffekter | 26 |
| 9. Slutsatser och fortsatt arbete | 28 |
| Referenser | 30 |
| A. Program | 31 |

1. Inledning

Servosystem förekommer i många maskiner och utrustningar. Oftast är kraven på prestanda låga, och inga speciella reglertekniska lösningar behövs. I vissa fall, t.ex i industrirobotar och andra tillverkningsutrustningar, är dock kraven på prestanda höga eftersom det finns en stark koppling mellan prestanda och produktivitet. Då man försöker åstadkomma snabba robotrörelser visar det sig, att den annars till synes stela (ideala) mekaniken innehåller vekheter, vilket ger upphov till resonanser vid vissa rörelser. Med reglerteknik kan man då försöka kompensera den icke-ideala mekaniken. Vi kan då avgränsa oss till att titta på en vek robotled, d.v.s ett enkelt vekt (flexibelt) servo.

I denna rapport undersöks om det går att höja prestanda hos ett flexibelt servo genom att reglera momentet i vekheten. Data har valts så att de svarar mot en typisk kommersiellt tillgänglig robot.

1.1 Problemformulering

Systemet som studeras har en resonans. Resonansens läge och dämpning beror på servots last, vilken är okänd. Önskemålet är att höja prestanda jämfört med konventionell servoreglering, samt att göra regleringen robust med avseende på lastvariationer inom ett givet intervall.

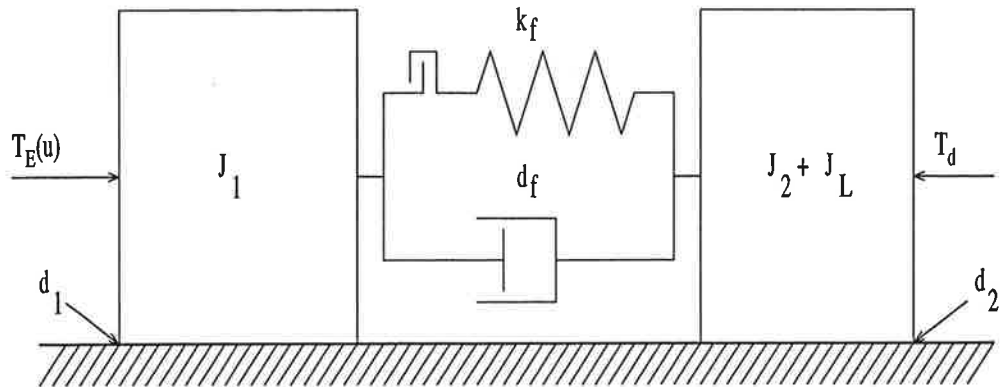
1.2 Förutsättningar

Förutsättningarna för att åstadkomma detta är i det här fallet

- Alla parametrar utom lastens masströghet och på denna verkande yttre krafter är mycket väl kända.
- Bra mätvärden.
- Det är bara motorns hastighet och/eller position som är känd.
- Variationerna i lastens masströghet kan ske momentant vid enstaka tillfällen. För övrigt är masströghetsvariationerna långsamma jämfört med samplingsperioden.
- Styrsignalen får se "ful" ut, eftersom det inte finns något borstslitage (AC-motor), och de termiska påfrestningarna är små.

2. Servomodell

Servots dynamik kan delas i två delar: mekanisk dynamik och elektrisk dynamik. Den mekaniska delen är massor, fjädrar, dämpningar, friktion och glapp. Den elektriska delen kommer dels från motorn med dess induktans och resistans, dels från förstärkaren som driver motorn.



Figur 2.1 Translationsmodell av servo

2.1 Mekanik

Ett linjärt flexibelt servo med en vekhet beskrivs av:

$$\begin{cases} J_1 \dot{\omega}_1 = T_E(u) - d_1 \omega_1 - d_f(\omega_1 - \omega_2) - k_f(\theta_1 - \theta_2) \\ (J_2 + J_L) \dot{\omega}_2 = d_f(\omega_1 - \omega_2) + k_f(\theta_1 - \theta_2) - d_2 \omega_2 - T_d \end{cases} \quad (2.1)$$

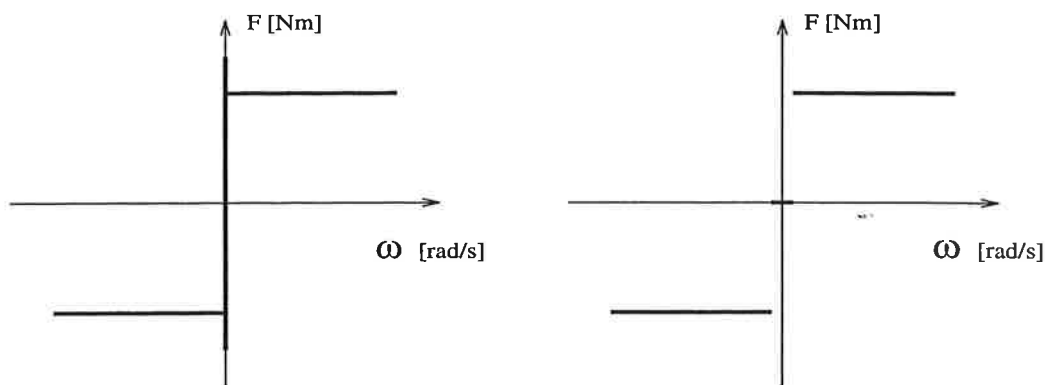
Där $T_E(u)$ är drivande moment från elmotor och T_d är laststörning. Skrivet på tillståndsform blir det

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \omega_1 - \omega_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{d_1 + d_f}{J_1} & \frac{d_f}{J_1} & -\frac{k_f}{J_1} \\ \frac{d_f}{J_2 + J_L} & -\frac{d_2 + d_f}{J_2 + J_L} & \frac{k_f}{J_2 + J_L} \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \theta_1 - \theta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{J_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_E \\ T_d \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

där

- $\dot{\omega}_*$ vinkelacceleration
- ω_* vinkelhastighet
- θ_* position
- J_* masströghetsmoment
- d_* viskös dämpning
- k_f styvhet

och där * ovan betecknar något index, se t.ex figur 2.1.



Figur 2.2 Två olika friktionsmodeller. Coulomb friktion med *stiction* till vänster, denna friktionsmodell används i servomodellen. Modellen till höger används i momentestimatoren.

2.2 Elektronik

Den elektriska dynamiken i motorn är ett första ordningens system och dynamiken i förstärkaren är okänd, vilket kan ge problem. Dynamiken i såväl motor som förstärkare är mycket snabbare än önskat slutet system och den mekaniska dynamiken. Vi har därför helt bortsett från denna dynamik och får att $T_E(u)$ är proportionell mot u .

2.3 Friktion

Till den linjära modellen (2.1) tillkommer friktion i de två lagerpunkterna. Friktionsmodellen vid simulering har varit Coulomb friktion med *stiction*. *Stiction* innebär att kraften som behövs för att bringa en kropp i rörelse är större än den kraft som behövs för att flytta kroppen med konstant hastighet. Detta fenomen innebär att man kan få en oönskad svängning i reglersystemet, s.k. gränssvängning (*limit cycle*). Ett enkelt exempel på detta är positionsreglering med en PI-regulator. När kroppen fastnar kommer I-delen att vrida upp sig tills dess att kroppen lossnar, men då styrsignalen är stor, kommer kroppen att fortsätta förbi referensvärdet och fastna på andra sidan, varvid förloppet upprepar sig.

2.4 Glapp

I vekheten finns det även glapp vilket i det här fallet kommer från glapp i växellåda. Glapp är en dynamisk olinjäritet, som verkar mellan de två massornas positioner. Ett sätt att beskriva vissa dynamiska olinjäriteter, är att skriva dem som ett återkopplat system med en integrator och en statisk olinjäritet. Även glapp kan ge upphov till gränssvängning.

2.5 Data

De data som kommer att användas i simuleringarna svarar mot axel 1 på en industrirobot. Beteckningar enligt figur 2.1.

| Linjära parametrar | | | Olinjära parametrar | | |
|--------------------|-------------------|--------------|---------------------|-------|---------|
| J_1 | 0.00225 | $[kgm^2]$ | $glapp$ | 0.007 | $[rad]$ |
| J_2 | 0.00275 | $[kgm^2]$ | $friktion_1$ | 0.4 | $[Nm]$ |
| J_L | $\in [0 \ 0.015]$ | $[kgm^2]$ | $friktion_2$ | 0.15 | $[Nm]$ |
| d_1 | 0.008 | $[Nm/rad/s]$ | | | |
| d_2 | 10^{-5} | $[Nm/rad/s]$ | | | |
| d_f | 0.06 | $[Nm/rad/s]$ | | | |
| k_f | 61.22 | $[Nm/rad]$ | | | |

3. Lösningsförslag

Ett system med en långsamt varierande parameter kan vara mycket lämpat för adaptiv reglering men i vårt fall finns följande problem.

- Regleringen måste alltid fungera bra, d.v.s inga adapteringsperioder accepteras.
- Vi vill inte tillföra extra excitation.
- Adaptiv reglering bygger på att man önskar sig ett givet uppförande hos det slutna systemet. I vårt fall vill vi reglera ω_2 men mäter ω_1 . För ett fixt slutet system till ω_2 kommer det slutna systemet till ω_1 att ändra sig med den okända lasten. Detta gör det svårt att önska ett slutet system till ω_1 . Genom att filtrera ω_1 på något lämpligt vis kan man eventuellt få något användbart.

Dessutom är det svårt att dra nytta av det som redan är känt om processen.

En annan variant kan vara att utnyttja identifiering av de kontinuerliga parametrarna så som beskrivs i [3]. Eftersom alla parametrar utom lasten är kända, kan man efter identifieringen bestämma lasten. Därefter kan en regulator till det lastade systemet beräknas. Problem liknande de med adaptiv reglering kvarstår dock.

Angreppssättet i denna rapport bygger på utnyttjande av strukturen hos servot. Ett ställe där resonansen är mycket märkbar är i vekhetens moment. Detta moment kan skattas utan kännedom om lasten. Om det går att reglera momentet tillräckligt fort, kan resonansen dämpas ut fullständigt.

En fördel med detta angreppssätt, är att regulatorn kommer att fungera som ett överlastskydd för transmissionen. Vid konventionell reglering begränsar man motormomentet för att inte överskrida maxmoment för vekheten. Begränsningen på motorn måste tas till i underkant för att momentgränsen med säkerhet inte ska överskridas. Då vår regulator reglerar på momentet i vekheten behöver man inte begränsa motormomentet för att hålla momentet i vekheten under kontroll. Detta förfarande brukar kallas reglering m.h.a väljare, och gör att man kan utnyttja vekheten bättre och förhoppningsvis få ett snabbare system.

Företaget Servotronics har en produkt, Concad, vilken är avsedd för servo-reglering. I en av de regulatorstrukturer man kan välja finns det en "torque loop". Denna sägs förbättra robustheten mot lastvariationer. Vad denna "torque loop" är för något sägs det inget om, men det kan vara intressant att göra jämförande studier.

4. Momentobserverare

Helst skulle man vilja mäta momentet. De momentgivare som finns idag är dyra, vilket förhindrar användning i priskänsliga produkter.

Utgående från systemet (2.2) kan man ställa upp en observerare för att skatta tillstånden ω_1 , ω_2 samt $\theta_1 - \theta_2$, och utifrån detta beräkna momentet i vekheten. Men då okänd last gör de parametrar som behövs för att beräkna $\dot{\omega}_2$ okända, går det inte att välja observerarparametrar, så att man får en korrekt skattning av tillstånden utan att känna lasten. Man kan då tänka sig att utveckla någon form av robust observerare (med avseende på J_L), vilket kan betraktas som ett optimeringsproblem. Vi vill istället lösa problemet genom att utnyttja systemets struktur.

4.1 Direkt beräkning

Från ekvation 2.1 får man fjädermomentet till:

$$T_s = u - d_1\omega_1 - J_1\dot{\omega}_1$$

Då accelerometrar är dyra måste istället $\dot{\omega}_1$ estimeras på något sätt.

$$\hat{T}_s = u - d_1 - J_1\hat{\omega}_1$$

Detta är den bästa skattningen om ingen ytterligare information om T_s finns. Estimeringen kan t.ex göras med fasavancering (4.1).

$$\hat{T}_s(s) = u(s) - d_1\omega_1(s) - J_1\frac{s}{sT + 1}\omega_1(s) \quad (4.1)$$

Estimatorn 4.1 fungerar bara för det linjära servot. I det olinjära fallet kan man lägga till en term som tar hand om friktionen när servot är i rörelse. Vid stillastående kommer däremot momentet att skattas till motormomentet. Estimatorn för det olinjära systemet kan inte göras hur snabb som helst, då friktionsmodellen vi använder bara fungerar för låga frekvenser.

Resonemanget ovan kan överföras till diskret tid med någon av de vanliga approximationsmetoderna. När man övergår till diskret tid kan man få problem med kvantiseringsbrus och att man kan inte sampla tillräckligt fort.

4.2 Förenklat system

Ett sätt att förenkla problemet är att ansätta fjädermomentet konstant. Antagandet är ej uppfyllt, men bör fungera bra vid låga frekvenser och under förutsättning att eventuella laststörningar också är långsamma. Om man dessutom antar att fjädermomentet är mindre än motorns elektriska moment, kan man förhoppningsvis få en bättre skattning av fjädermomentet. En fungerande reglering ska dessutom ge ett konstant fjädermoment.

Kontinuerlig tid

Den kontinuerliga modellen av ett förenklat system är

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{T}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{d}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega \\ T_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \end{pmatrix} u \quad (4.2)$$

Vi vill ha ett snabbt system och med förutsättningen att mätvärdena är bra, kan därför en Luenbergerobserverare användas för att skatta T_s , vilket ger

$$\hat{T}_s = \frac{1}{s\frac{J}{k} + 1}u - \frac{d}{s\frac{J}{k} + 1}\omega - \frac{sJ}{s\frac{J}{k} + 1}\omega$$

Detta är samma sak som direkt beräkning om k är stort och τ i ekvation 4.1 litet.

Diskret tid

En fördel med ansatsen konstant fjädermoment är att det är lätt att överföra systemet (4.2) till diskret tid och att från detta nya system beräkna en observerare.

$$\begin{pmatrix} \omega(kh+h) \\ T_s(kh+h) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega(kh) \\ T_s(kh) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma \\ 0 \end{pmatrix} u(kh)$$

$$\phi_1 = e^{-\frac{d}{J}h}$$

$$\phi_2 = \frac{1}{d}(e^{-\frac{d}{J}h} - 1)$$

$$\gamma = -\phi_2$$

Luenbergerobserveraren blir då

$$\hat{T}_s(kh|kh) = K\omega(kh) - K\phi_1\omega(kh-h) + (1 - K\phi_2)\hat{T}_s(kh-h|kh-h) - K\gamma u(kh-h)$$

där förstärkningen K väljs så att önskad snabbhet erhålls (figur 4.2). I diskret tid kan observerarpolen läggas på negativa reella axeln, vilket saknar motsvarighet i kontinuerlig tid. Resultatet blir en snabb men brus känslig observerare. Friktionen kommer in likadant som styrsignalen, varför man kan skriva.

$$u(kh) = u(kh) - T_{fm}$$

Med den friktionsmodell vi har kan man skriva.

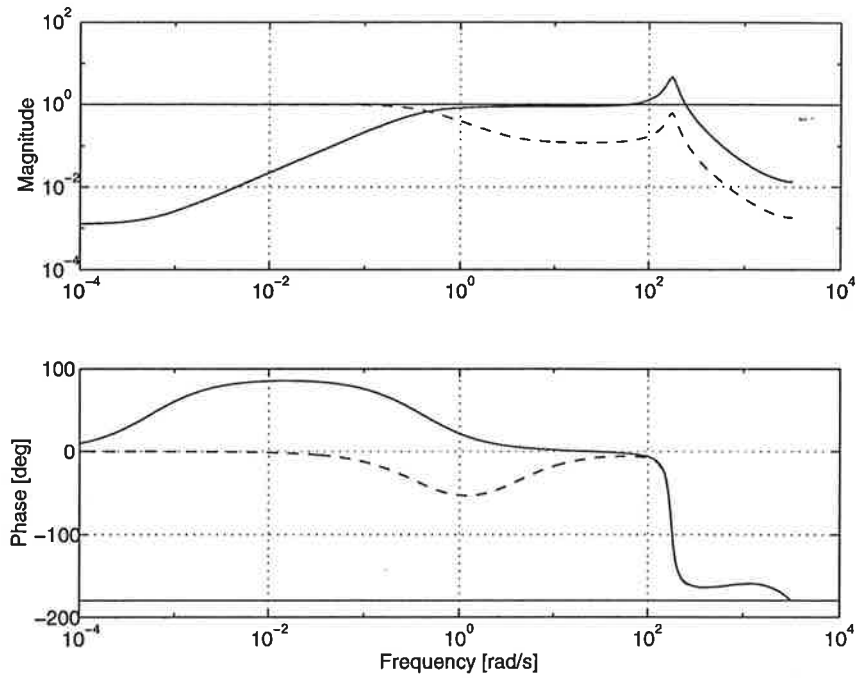
$$T_{fm} = T_f \text{sign}(\omega(kh))$$

Detta gäller bara när $|\omega(kh)| > 0$. Med denna friktionsmodell blir observeraren

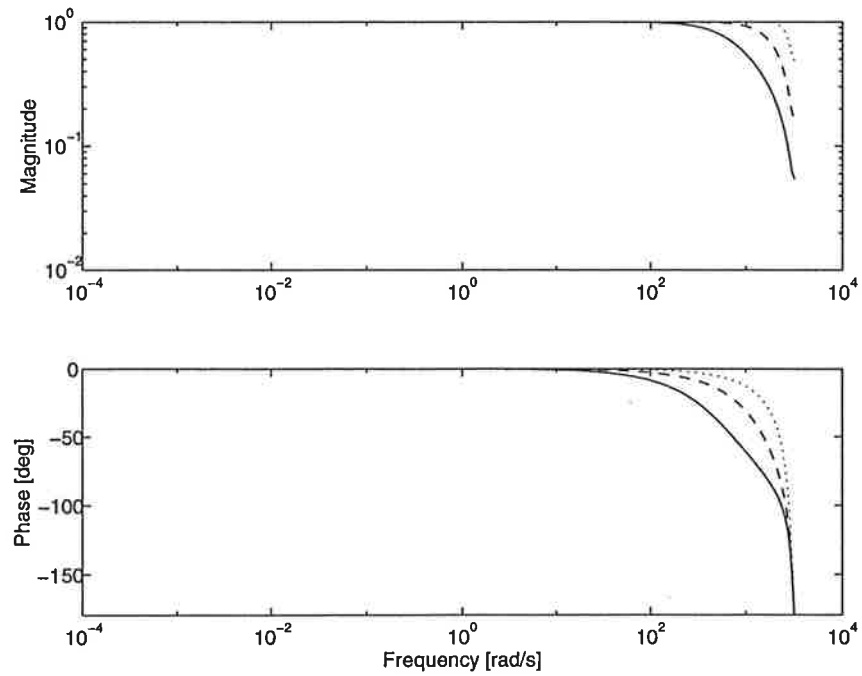
$$\begin{aligned} \hat{T}_s(kh|kh) = & K\omega(kh) - K\phi_1\omega(kh-h) + (1 - K\phi_2)\hat{T}_s(kh-h|kh-h) \\ & - K\gamma(u(kh-h) - T_f \text{sign}(\omega(kh - \Delta h))) \end{aligned} \quad (4.3)$$

där $\Delta = 1$ när friktionen är konstant. Eftersom friktionen inte alltid är konstant över ett samplingsintervall, kan man prova att låta Δ variera för att se om man kan få bättre resultat.

I simuleringarna ersätts $\text{sign}(\cdot)$ med 0 när $|\cdot| < \epsilon$ och med $\text{sign}(\cdot)$ när $|\cdot| \geq \epsilon$.



Figur 4.1 Bode diagram för momentet i vekheten, från insignal u (heldragen) och störning T_d (streckad), $f_{samp} = 1kHz$ och maxlast.

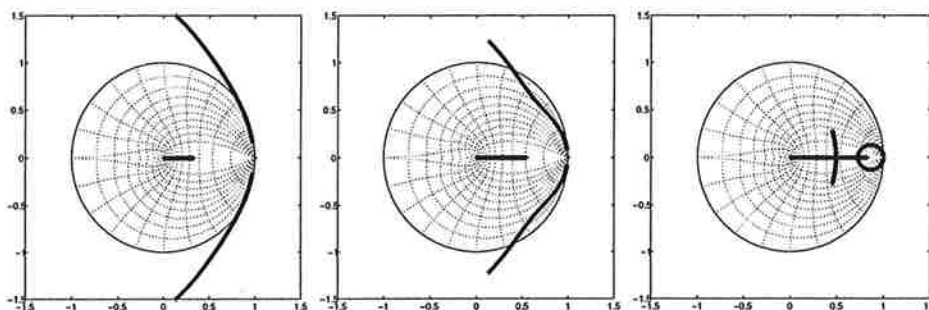


Figur 4.2 Överföringsfunktionen för \hat{T}_s/T_s , när observeraren har pol i 0.5 (heldragen), 0 (streckad) och -0.5 (prickad), $f_{samp} = 1kHz$ och maxlast.

5. Momentreglering

5.1 Enkel återkoppling

Om man kunnat återkoppla från verkligt moment, så hade problemet varit löst, då det studerade systemet har en maximal fasvridning på 160° . Momentestimatoren ger dock fasvridning vid höga frekvenser, vilket gör att man måste sampla snabbt för att få det slutna systemet snabbt. Vid simulering har deadbeatobserverare använts för att få så liten fasvridning som möjligt. För



Figur 5.1 Rotort för återkoppling av skattat moment $k=0-150$, $f_s = 1kHz$ till vänster, $f_s = 2kHz$ i mitten, $f_s = 8kHz$ till höger.

att det ska fungera måste man sampla snabbare än vad vi kan göra, både med hänsyn till beräkningshastighet och den använda friktionsmodellen.

5.2 Modell

Då systemet (4.2) används för att skatta lastmomentet, kan det tyckas naturligt att utgå ifrån detta då momentregulatorn ska konstrueras. Detta fungerar inte då tillståndet T_s enligt vår ansats inte är styrbart. Vad som kan göras utifrån den förenklade modellen är en *hastighetsregulator för motorn* som inte påverkas av lasten. Om denna regulator provas på den fullständiga modellen, blir inte resonansen dämpad.

Då man använder sig av hela servomodellen för att göra syntes har man problemet att lastens tröghetsmoment och dämpning är okänd. Utgående från detta kan följande resonemang göras. När lasten accelereras från stillastående är det lättast att få upp momentet om lasten är stor och lastens dämpning stor. Om regleringen av detta lastfall ger acceptabel belastning på mekaniken, så kommer varje annat lastfall också att vara acceptabelt. Vid retardation är maxlast och liten dämpning det värsta fallet. Regulatordesignen har gjorts på retardationsfallet. (Linjär simulering i MATLAB har givit att det inte är någon större skillnad.)

5.3 Polynomsyntes

Regulatordesign med polynomsyntes är att man ansätter en styrlag

$$R(q)u(k) = T(q)u_r(k) - S(q)y(k)$$

där R,S,T är polynom i skiftoperatoren q . Processen som ska regleras ges av

$$H(q) = \frac{B(q)}{A(q)}$$

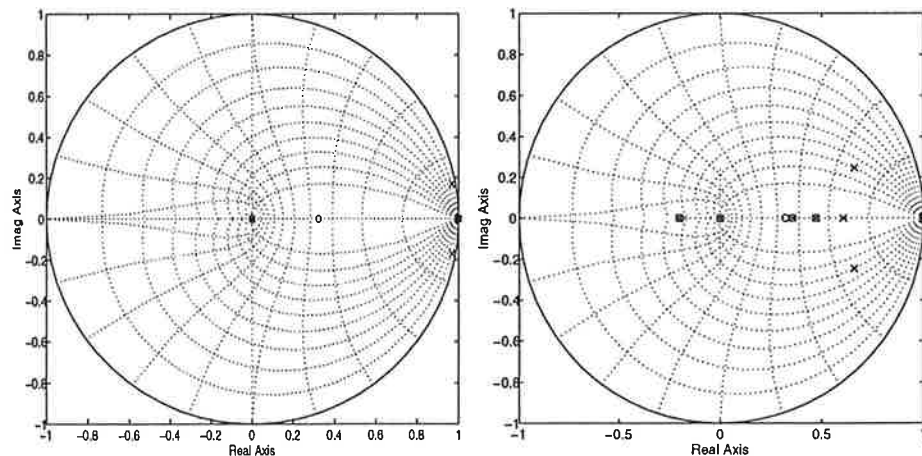
Det slutna systemet kan då skrivas som:

$$y(k) = \frac{B(q)T(q)}{A(q)R(q) + B(q)S(q)}u_r(k)$$

Genom att välja R,S,T polynomen kan man således välja sitt slutna system [1].

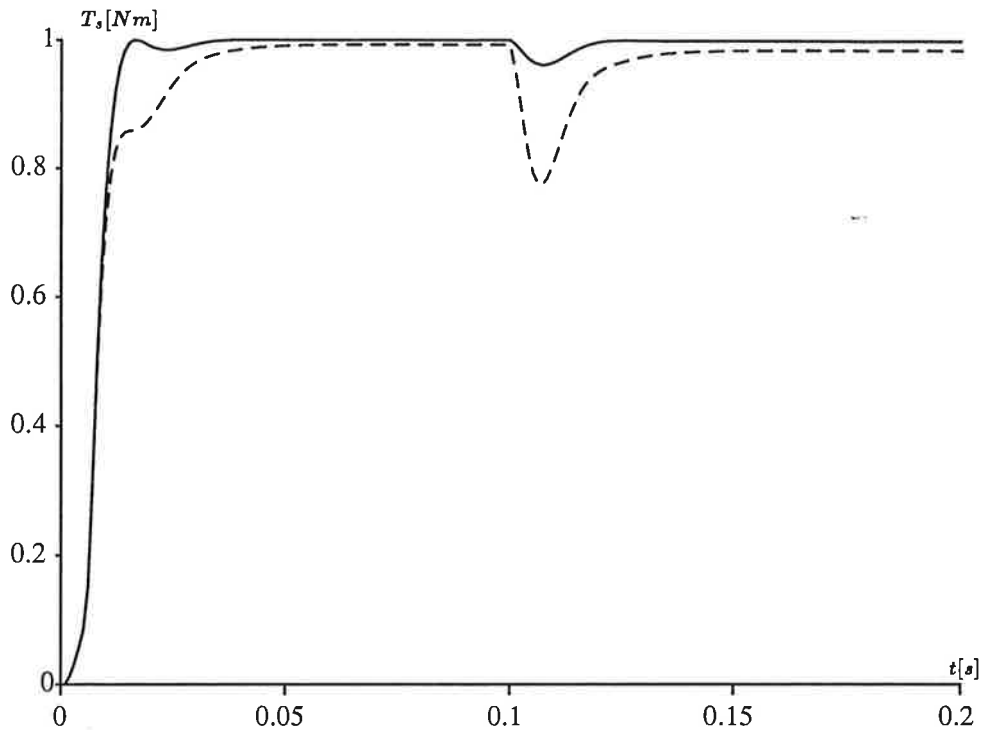
Designen har gjorts på systemet sammansatt av servo och estimator vilket är ett icke-minimumfas system. Detta är en smula underligt då både det ursprungliga systemet och momentestimatorn är minimumfas system. Att det ändå blir så beror troligen på att estimatorn är gjord utgående från ett förenklat system. Både regulator med och utan integralverkan har provats. Linjär simulering har gett resultatet att det inte är någon större skillnad sett från referensen, konstanta laststörningar tas naturligtvis inte bort helt och hållet om det inte finns en integrator med, men det stationära felet är litet.

Ett problem vid polplacering är hur man ska välja slutna systemets poler.



Figur 5.2 Poler och nollställen för okompenserat och kompenserat system.

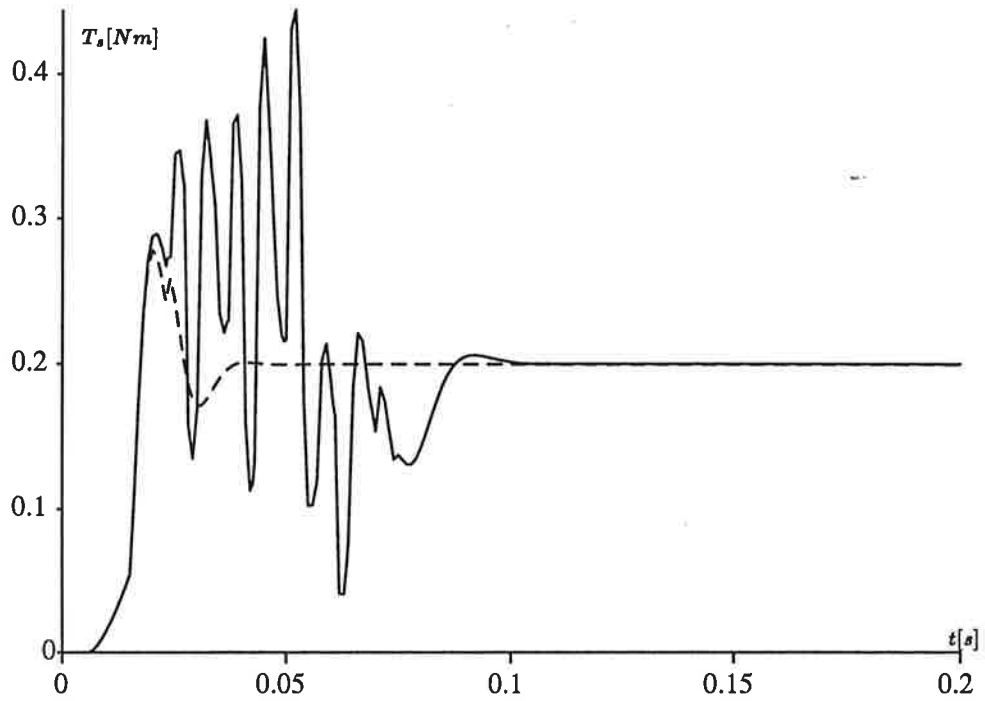
I de följande simuleringarna har de placerats med en snabbhet ω och med en minsta dämpning på 0.7. Observerarpolynomets snabbhet har varierats mellan 0.7-3 gånger snabbare än slutna systemet. En observerare som är 1.5 gånger snabbare än slutna systemet har gett bra prestanda vad gäller hur snabbt slutna systemet kan göras och hur styvt slutna systemet är mot laststörningar. Momentobserverarens pol har fått ligga kvar på sitt ursprungliga ställe. Bäst resultat har erhållits med $\Delta = 0$ i ekv 4.3.



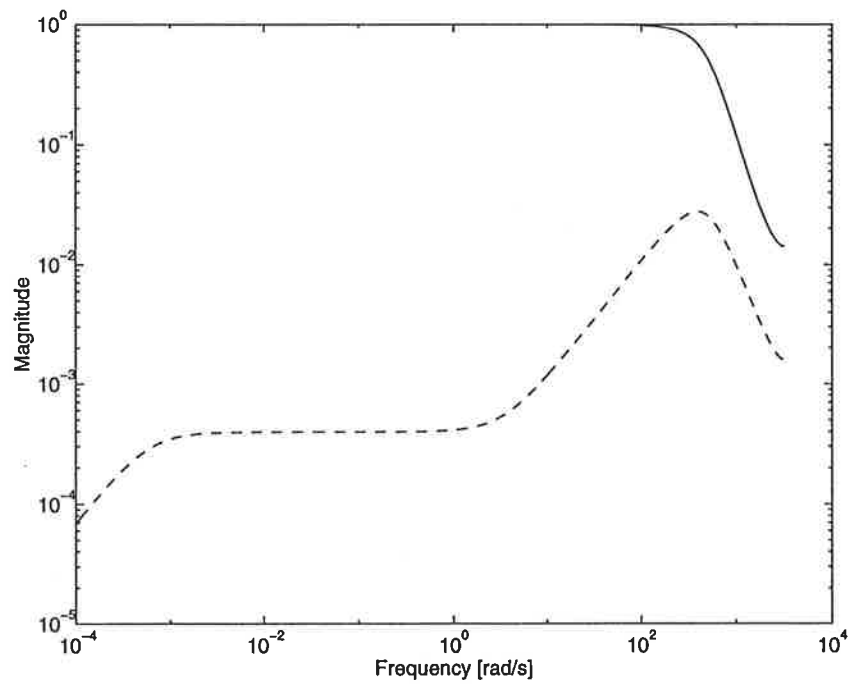
Figur 5.3 Stegsvår för momentreglering med olastat (streckad) och maxlastat (heldragen) system. Vid 0.1s sker en stegformad laststörning med amplitud 1. Regulator utan integrator.

De flesta av de provade regulatorerna har tyvärr den egenskapen att det kan uppkomma gränsvängning. Teorin med beskrivande funktion [5] visar att den kan bero på motorfriktionen. Detta resultat stöds av empiriska resultat där alla tre olinjäriteterna har provats enskilt och parvis. Gränsvängningen uppkommer i det här fallet p.g.a att regulatorn (G_R i figur 5.6) är instabil. Enligt [6] är en instabil regulator ett tillräckligt men inte nödvändigt villkor för att limit cycle ska uppkomma. För att undvika gränsvängning kan regulatorns snabbhet minskas. Den regulator som använts vid simuleringarna nedan har bandbredden $\omega = 300$ rad/s. Om denna minskas till $\omega = 100$ rad/s försvinner svängningarna. Denna bandbredd är dock för liten för att dämpa ut resonansen så fort som önskas. Dessutom är förstärkningen för låg för att klara alla lastfall bra. Den klarar inte heller små referenser p.g.a den låga förstärkningen.

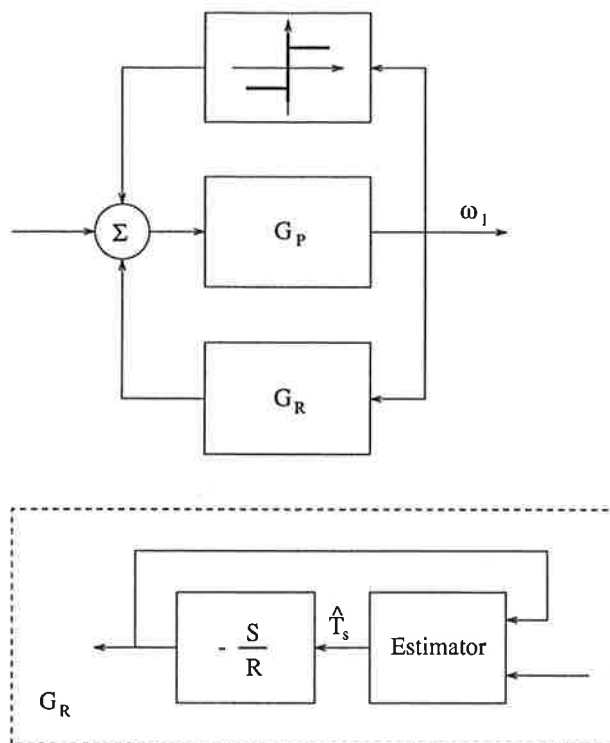
Designen ger ett polöverskott på två i T/R, d.v.s det tar två sample innan referensen påverkar servot. För att undvika detta har T utökats med två nollställen i origo. Detta eftersom nollställen i origo inte påverkar frekvensgången i T/R. Bättre prestanda kan troligen uppnås med en annan placering av dessa två nollställen. Stegsvaren för stora steg (figur 5.3) är tillfredsställande, antagligen beroende på att olinjäriteterna kan försummas p.g.a referensvärdets storlek. Amplituden på det lilla steget (figur 5.4) är illa valt, då momentet som behövs för att få lasten att röra sig är 0.18 Nm. Med integrerande regulator blir stegsvaren hackigare, och det tar längre tid innan de antar sitt stationära värde. Uppförandet vid små referenser beror helt och hållet på motorfriktionen.



Figur 5.4 Stegsvär för momentreglering med olastat (streckad) och maxlastat (heldragen) system. Regulator utan integrator. Det otrevliga uppförandet vid maximal last beror på motorfriktionen.



Figur 5.5 Moment i vevketen för återkopplat system. Från referens (heldragen) och störning (streckad).



Figur 5.6 Blockschema för systemet som studeras med beskrivande funktion.

5.4 Andra designmetoder

Som tidigare nämnts är ett problem med polynomsyntes att önska sig ett slutet system. Då standardvarianten inte fungerade bra har ytterligare två alternativ provats. En egen variant av polynomsyntes och LQ reglering.

Modellbaserad polynomsyntes

Enklaste sättet att dra nytta av den modell av servot man har är att ta överföringsfunktionen från insignal till moment i vekheten

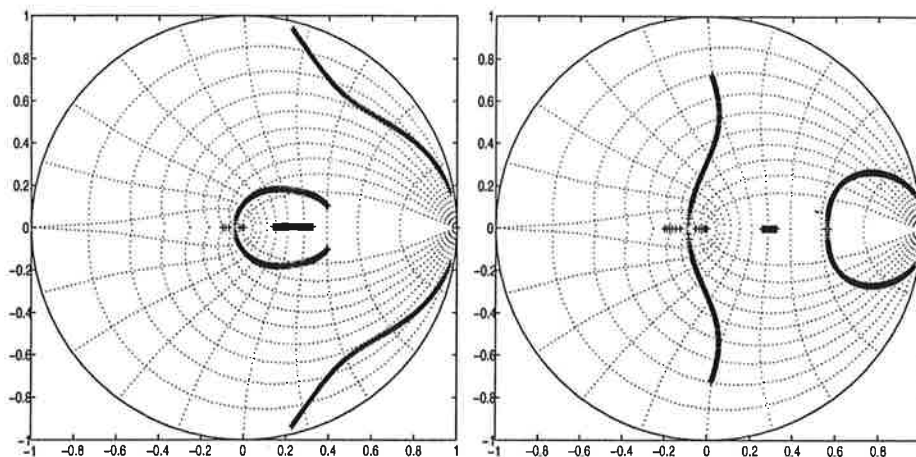
$$T_s(k) = \frac{b_1 q^2 + b_2 q + b_3}{q^3 + a_1 q^2 + a_2 q + a_3} u(k)$$

och invertera den. Man får då ett icke-kausalt system. Om den icke kausala delen ersätts med referensen får man en dead-beat regulator. Då vi inte har en perfekt modell och inte heller det rätta värdet på utsignalen (momentet), väljs istället den icke-kausala delen till ett första ordningens system.

$$T_s(k+1) = T_s(k) + \lambda(T_{ref}(k) - T_s(k)), \quad 0 < \lambda \leq 1$$

Parametern λ styr på något sätt regulatorns snabbhet. Genom att byta $T_s(k)$ mot $\hat{T}_s(k)$ får man styrlagen till:

$$\begin{aligned} u(k) &= \frac{(a_1 + 1 - \lambda)q^2 + a_2 q + a_3}{b_1 q^2 + b_2 q + b_3} \hat{T}_s(k) + \frac{\lambda q^2}{b_1 q^2 + b_2 q + b_3} T_{ref}(k) \\ &= \frac{T(q)}{R(q)} T_{ref}(k) - \frac{S(q)}{R(q)} \hat{T}_s(k) \end{aligned}$$



Figur 5.7 Rotort för momentreglerat system $kS(q)$ där $k = 0 - 1$, $\lambda = 0.7$ till vänster, $\lambda = 0.3$ till höger.

Även i detta fall får T polynomet två nollställen som kan väljas fritt. I simuleringarna har de lagts i närheten av de dåligt dämpade polerna (figur 5.7). Precis som tidigare kvarstår problemet med lastens tröghetsmoment och dämpning. I detta fall har lasten valts maximal och dämpningen har beräknats efter var man vill ha regulatorpoler på följande sätt.

Den kontinuerliga modellen från insignal till moment har nollställen i $-d_2/J_2$ och i $-k_f/d_f$. Vid snabb sampling flyttas nollställena enligt

$$z_i \approx e^{s_i h}$$

där s_i är kontinuerligt nollställe och h samplingstiden. Dessa nollställen blir regulatorns poler. Eftersom estimatorn tappar fas vid höga frekvenser måste antingen förstärkningen vid höga frekvenser vara liten eller fasförlusten liten. I detta fall har regulatorn gjorts snabb. Bäst resultat har erhållits med den flyttbara polen på negativa reella axeln. Detta har ingen motsvarighet i kontinuerlig tid, och det finns ingen reell dämpning som kan åstadkomma detta. För att få polen till önskat ställe har den först placerats på positiva reella axeln och sedan speglats över till den negativa axeln. Den resulterande regulatorn har mycket dålig lågfrekvensförstärkning. Därför har den parallellkopplats med en PI-regulator. Detta svarar naturligtvis mot en ny regulator på polynomform.

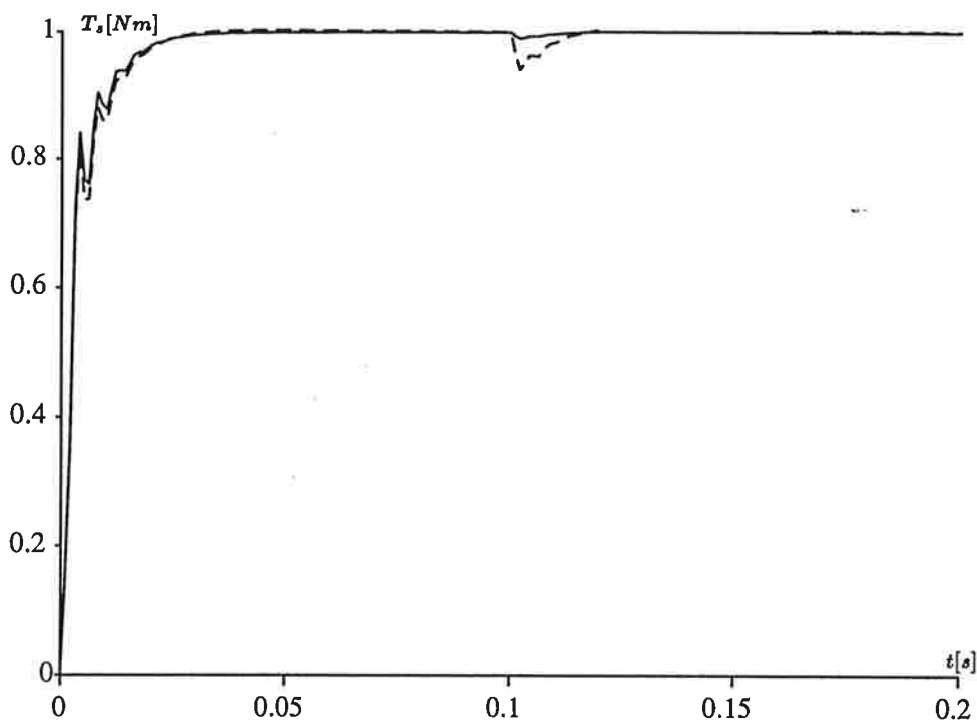
Prestanda vad gäller snabbhet och laststörningar är bra men tyvärr är även denna regulator instabil, varför gränsvängning uppträder när hastigheten är noll. För stora referenser fungerar denna design bra (figur 5.8). Vid små referenser slutar den inte att svänga, vilket har gjort att denna design inte har använts vid fortsatta simuleringar.

LQ

Vid LQ reglering ska en regulator som minimerar förlustfunktionen

$$J = E \left\{ \int_0^{Nh} [x^T(t)Q_{1c}x(t) + 2x^T(t)Q_{12c}u(t) + u^T(t)Q_{2c}u(t)]dt + x^T(Nh)Q_{0c}x(Nh) \right\}$$

bestämmas. Där N är ett heltal, h är samplingstiden, $x(t)$ är tillstånden i systemet som ska regleras, $u(t)$ är insignalerna till detta system och Q_{0c} ,



Figur 5.8 Momentstegsvar med elastat (streckad) och maxlastat (heldragen) system, modellbaserad regulator. Vid 0.1s sker en stegformad laststörning med amplitud 1, $k = 1$ (k i figur 5.7) och $\lambda = 0.2$.

Q_{1c} , Q_{2c} är symmetriska och positivt definita matriser. En enkel variant på förlustfunktion är att bara straffa på in- och utsignaler. Det stationära fallet

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (T_s^2(t) + \rho u^2(t)) dt$$

har då approximerats med

$$J = E[\hat{T}_s^2(k) + \rho u^2(k)]$$

Med denna förenkling får man det slutna systemets poler till $P(q)$ där

$$rP(q)P(q^{-1}) = \rho A(q)A(q^{-1}) + B(q)B(q^{-1})$$

Regulatorn

$$u(k) = -\frac{S(q)}{R(q)}y(k)$$

fås genom att lösa

$$A^*(q)R^*(q) + q^d B^*(q)S^*(q) = P^*(q)C^*(q)$$

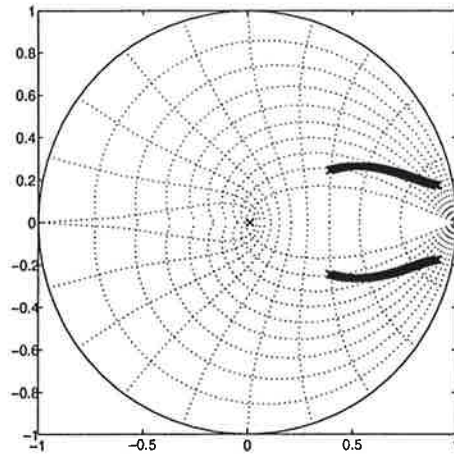
där

$$d = \deg(A) - \deg(B)$$

och

$$A^*(q) = A(q^{-1})q^{n_A}$$

där $n_A = \deg(A)$ och $C(q)$ är observerarpolynomet (se [1]).



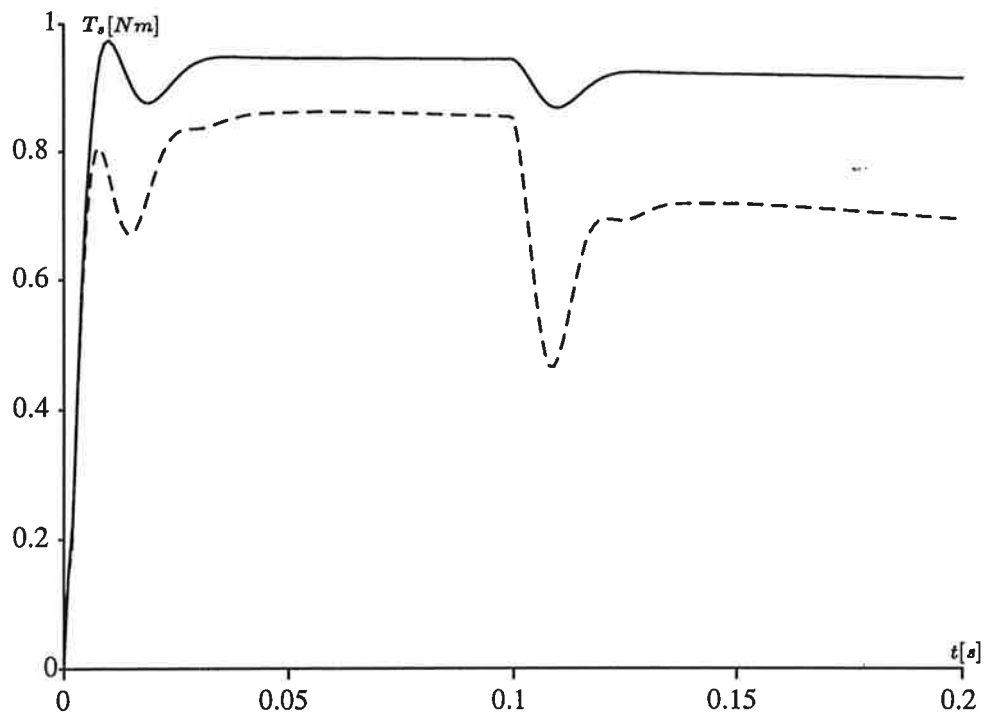
Figur 5.9 Rotort för $\rho A(z)A(1/z) + B(z)B(1/z) = 0$ där $\rho \in [0.001 \ 1]$.
 $H(q) = B(q)/A(q)$ och $\hat{T}_s(k) = H(q)u(k)$.

Efter att ha bestämt det slutna systemet för ett antal ρ (figur 5.9), bedömdes $\rho = 0.017$ som ett bra val. Detta värde på ρ ger en dämpning på 0.7. Förutom ρ måste även observerarpolynomet bestämmas. Observerarpolynomet har betydelse för hur systemet reagerar på laststörningar och mätbrus. Observerarpolynomet har bestämts som vid vanlig polynomsyntes, d.v.s något snabbare än det slutna systemet. Observerarens snabbhet kan påverka stabiliteten på systemet sammansatt av regulator och estimator (figur 5.6). I simuleringarna har observeraren valts så, att systemet sammansatt av regulator och estimator är stabilt. Detta har inneburit att det inte uppträder några gränsvängningar.

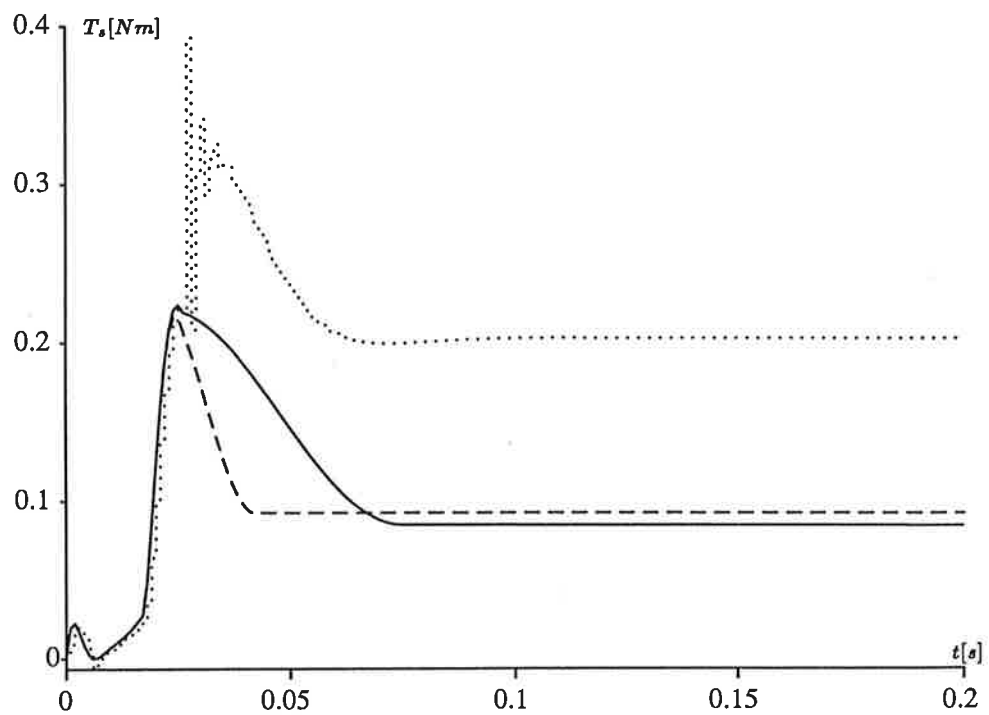
Ett problem med den provade regulatorn är att lågfrekvensförstärkningen är liten. Detta syns i figur 5.10, där momentet hela tiden avtar. Ett sätt att avhjälpa detta är att utöka regulatorn med integralverkan, en sådan utökning kan dock få systemet sammansatt av regulator och estimator att bli instabilt.

Det underliga uppträdandet vid små referensvärden (figur 5.11) beror på att momentestimatorn bara fungerar, när motorn är i rörelse. När motorn står stilla skattas momentet i vekheten till motorns elektriska moment. Man kan då tänka sig att istället sätta momentet till noll när systemet är i vila, simulering med en sådan estimator syns i figur 5.12.

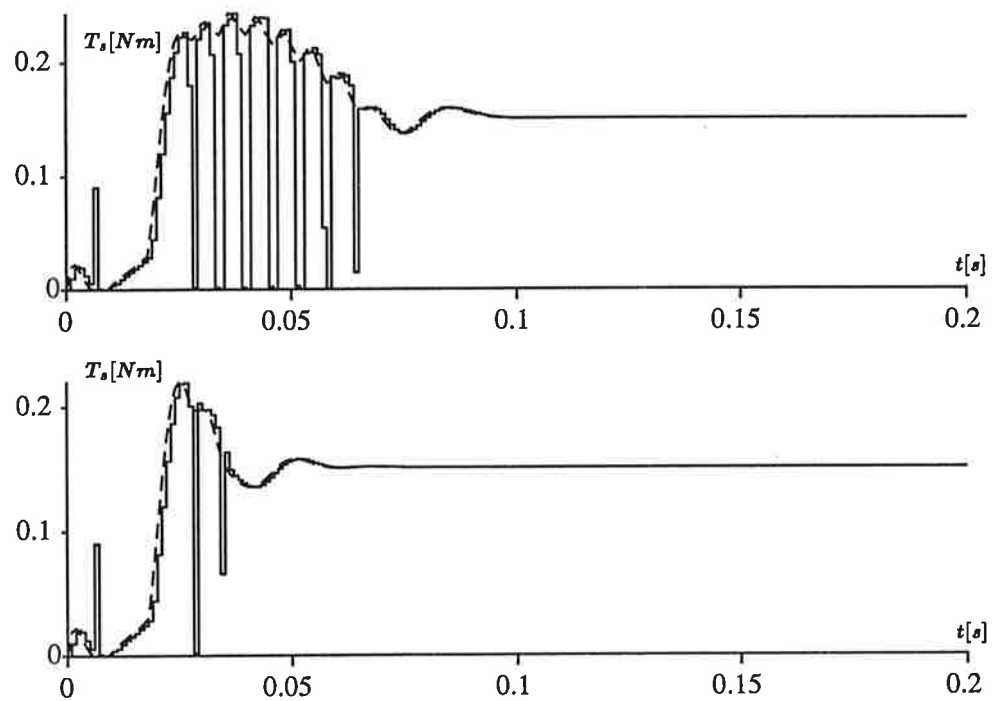
Man kan förmoda att fullständig LQG-reglering, d.v.s utan reduktion till det stationära fallet, kommer att ge bättre lågfrekvensförstärkning.



Figur 5.10 Momentreglering med LQ regulator, maxlastat system (heldragen) och elastat system (streckad), $\rho = 0.017$. Vid 0.1s sker en laststörning med amplitud 1.



Figur 5.11 Momentreglering med LQ regulator, maxlastat system (heldragen), elastat system (streckad) och estimerat moment vid maxlast (prickad), $\rho = 0.017$, referensmoment 0.2.

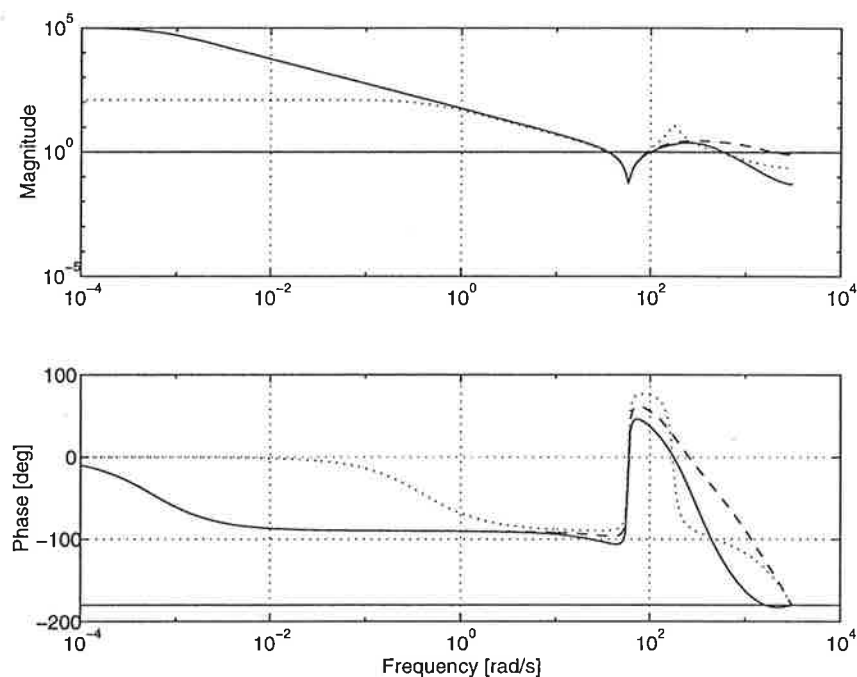


Figur 5.12 Momentreglering med LQ regulator och estimator där momentet skattas till noll vid låga hastigheter. Skattat moment (heldragen) och verkligt moment (streckat). System med maxlast överst och olastat system underst, $\rho = 0.017$, referensmoment 0.2.

6. Hastighetsreglering

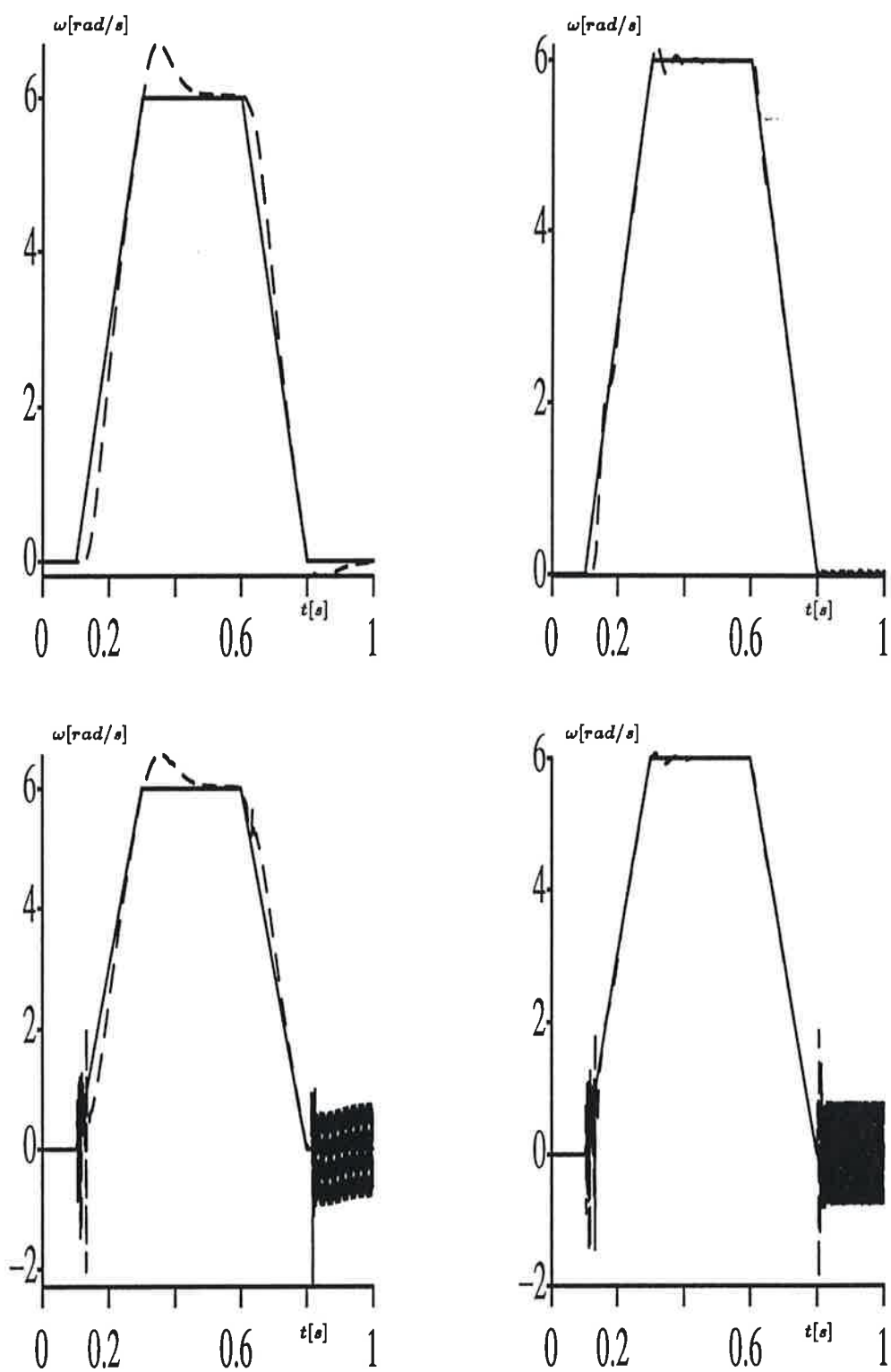
Hastighetsreglering av det kompenserade systemet blir nästan samma sak som hastighetsreglering av det ursprungliga systemet, med det undantaget att man med inre momentreglering har en större fasförlust vid höga frekvenser. Att göra en hastighetsregulator som tillvaratar resonansdämpningen som har åstadkommit med momentregulatorn, kräver en mer avancerad regulator än en PID regulator. Detta har dock inte gjorts utan istället har PI reglering av systemet studerats. PI regulatorn har varit försedd med anti-windup, men även med möjlighet att styra I-delen till mättning. Detta för att kunna accelerera med maximalt moment. Problemet med denna möjlighet är att avgöra när denna maximala acceleration ska utnyttjas.

Även vid hastighetsreglering uppträder gränssvängning p.g.a samma skäl som vid momentreglering. Bäst resultat har erhållits med $\Delta = 1$ i ekv 4.3. Precis

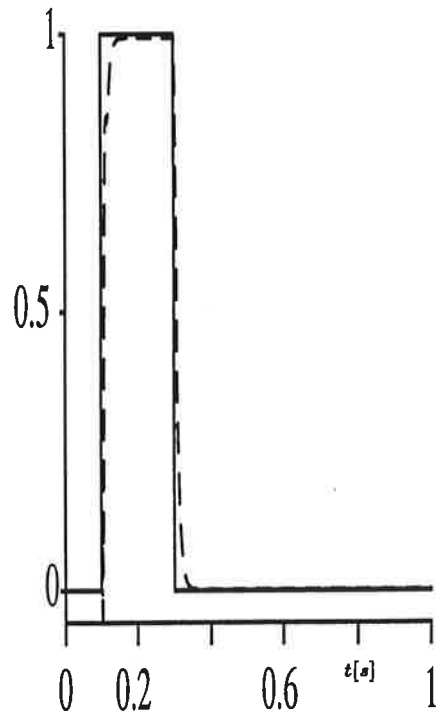
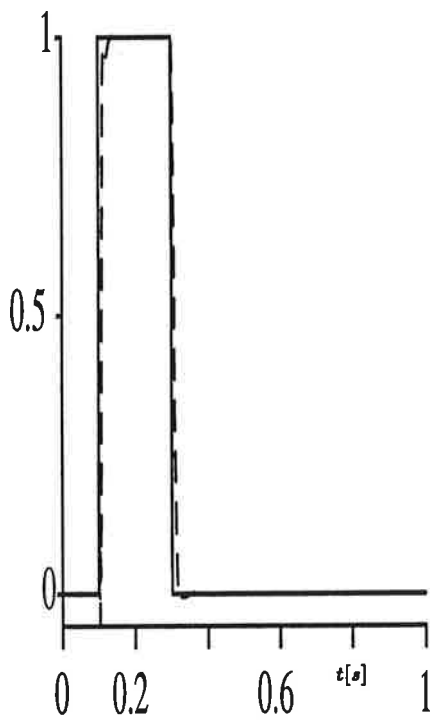
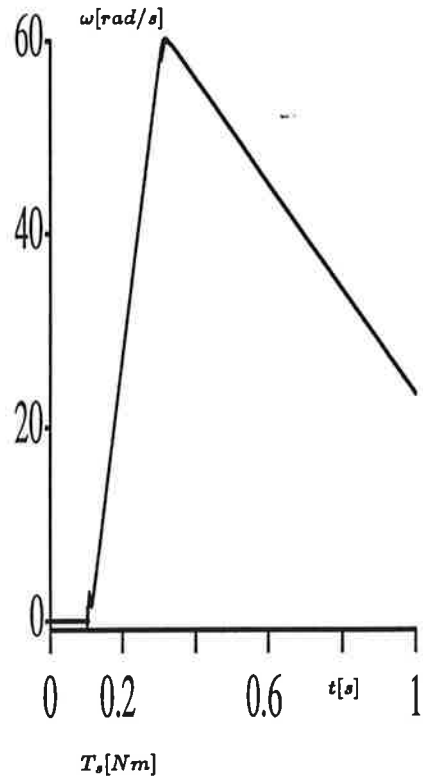
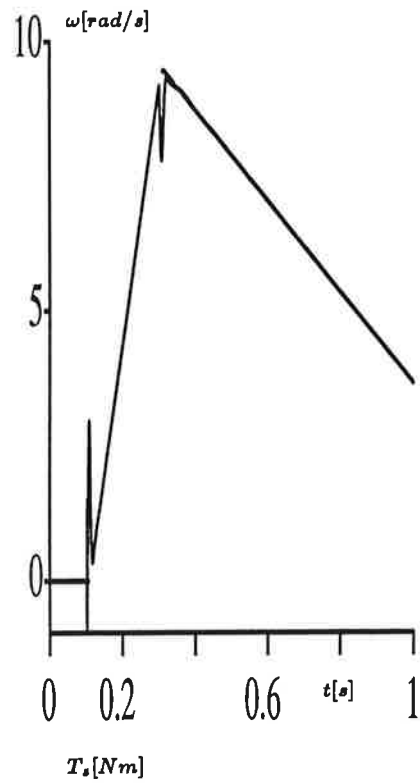


Figur 6.1 Bode diagram till ω_1 för okompenserat system (prickat), modellbaserad RST reglering (streckad) och vanlig RST reglering (heldragen).

som vid vanlig reglering kan man förbättra referensföljningen med framkoppling. Skillnaden är att framkopplingen ska vara accelerationsreferens gånger *lastens tröghetsmoment*, eftersom momentregulatorn tar hand om motorns tröghetsmoment. Med rätt framkoppling kan man få mycket bra referensföljning, vilket framgår av figur 6.2.



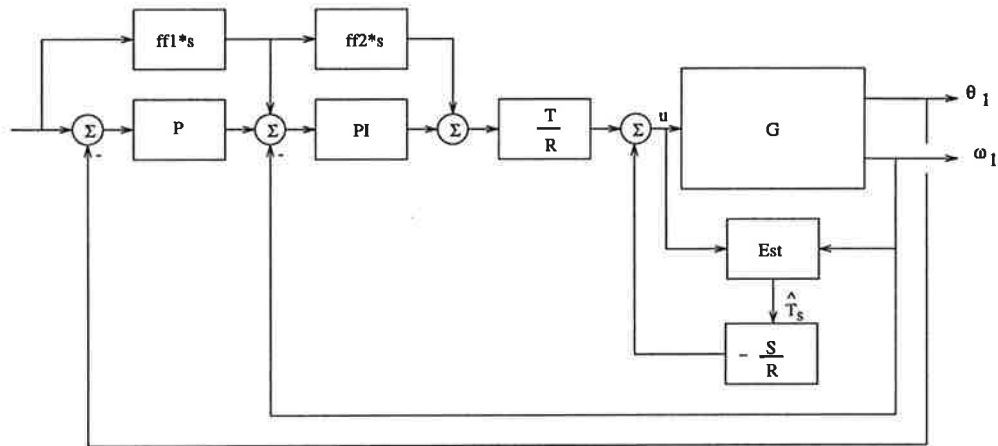
Figur 6.2 Hastighetsreglering av kompenserat system med PI regulator med framkoppling baserad på minsta last. Systemet är lastat med maxlast till vänster och olastat till höger. Heldragen linje är hastighetsreferens. Streckad linje är lasthastighet (i övre figurerna) och motorhastighet (undre figurerna).



Figur 6.3 Acceleration med konstant moment vid två olika lastfall. System med maxlast till vänster och olastat system till höger. Motorhastighet (heldragen) och lasthastighet (streckad) i övre figurerna. Momentreferens (heldragen) och moment (streckad) i undre figurerna.

7. Positionsreglering

Positionsregulatorn är en P-regulator med deriverande framkoppling från referensen. När positionsreferensen är konstant uppkommer en gränsvängning med amplitud $\pm 0.1 \text{ mrad}$ på motorn. Detta resultat har erhållits med $\Delta = 1$ i ekv 4.3. Lastpositionen driver långsamt iväg, vilket troligen beror på numeriska problem med den använda friktionsmodellen. Momentregulatorn i följande si-

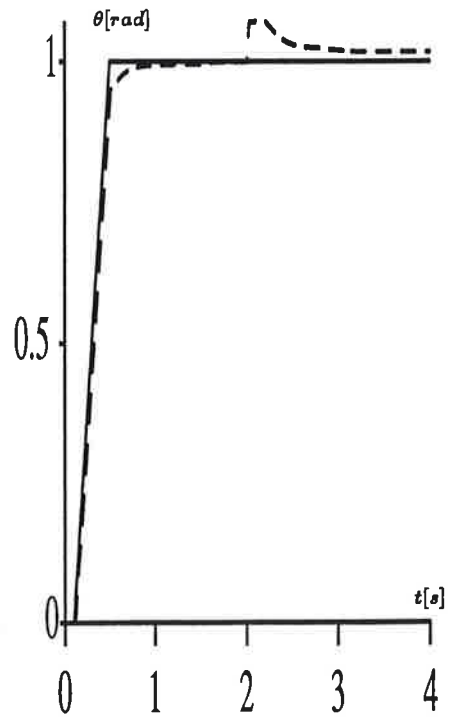
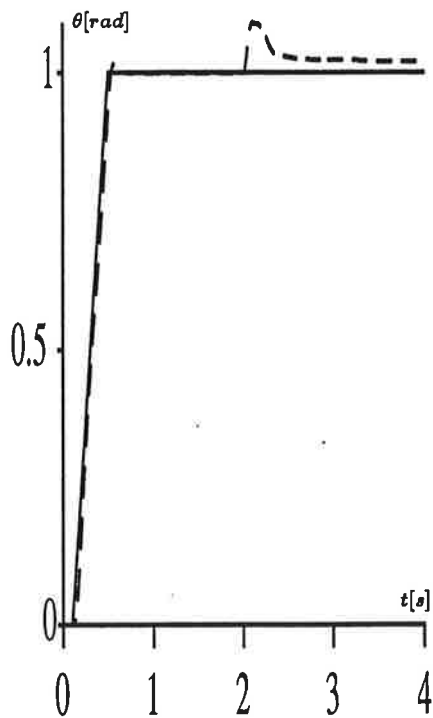
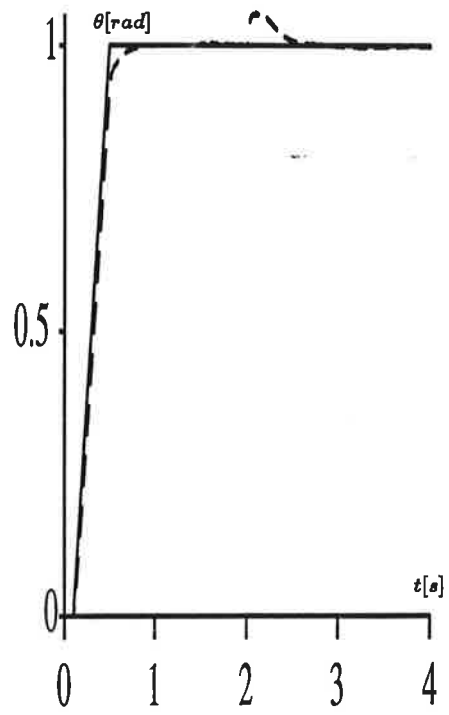
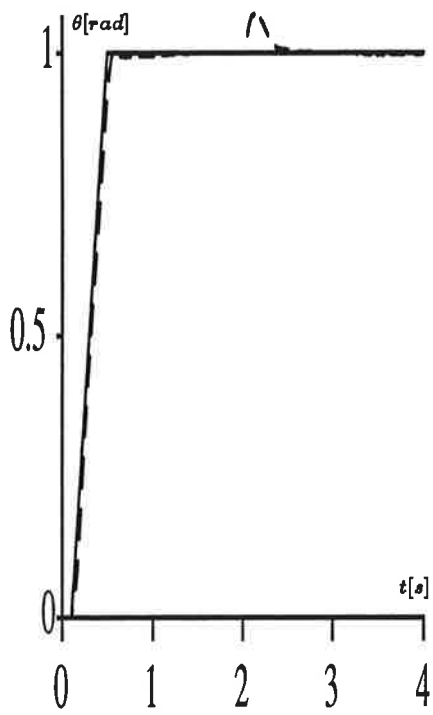


Figur 7.1 Blockschemata för positionsregulatorn.

mulering är samma som använts för simuleringarna i figur 5.3 och figur 5.4. Övriga parametrar är:

| | |
|----------------|----------------------|
| K_θ | 10 |
| ff_1 | 0.7 |
| K_ω | 1 |
| T_{i_ω} | 0.1 |
| ff_2 | $\frac{0.003}{ff_1}$ |

Med ett annat val av positionsreferens än ramp, kan ff_1 troligen göras större varvid man får bättre referensföljning. Med den referens som använts får man översläng om ff_1 ökas.



Figur 7.2 Positionsreglering med två olika lastfall. Positionsregulator med framkoppling, hastighetsregulator utan framkoppling. System med maxlast till vänster och olastat system till höger. Positionsreferens (heldragen) och motorposition (streckad) i övre figurerna. Positionsreferens (heldragen) och lastposition (streckad) i undre figurerna. Vid 2s sker en stegformad laststörning med amplitud 1.

8. Okänd vinkelhastighet

Vid positionsreglering är det inte säkert, att man har vinkelhastigheten tillgänglig. Nedan beskrivs två sätt att närma sig problemet.

8.1 Utökad observerare

Genom att utöka modellen (4.2) med position, kan man komma åt problemet med okänd vinkelhastighet.

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{T}_s \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{d}{J} & -\frac{1}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega \\ T_s \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

Från detta system kan en momentobserverare som drivs av positionen bestämmas. I diskret tid blir systemet

$$\begin{pmatrix} \omega(kh+h) \\ T_s(kh+h) \\ \omega(kh) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \phi_{31} & \phi_{32} & 1 \end{pmatrix}}_{\Phi} \underbrace{\begin{pmatrix} \omega(kh) \\ T_s(kh) \\ \theta(kh) \end{pmatrix}}_x + \underbrace{\begin{pmatrix} \gamma_1 \\ 0 \\ \gamma_3 \end{pmatrix}}_{\Gamma} u(kh)$$

med Luenbergerobserverare

$$\hat{x}(kh|kh) = [I - KC][\Phi \hat{x}(kh-h|kh-h) + \Gamma u(kh-h)] + Ky(kh)$$

där

$$K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Om man vill ha observerarpolerna i p_1 och p_2 ska k_1 och k_2 väljas enligt

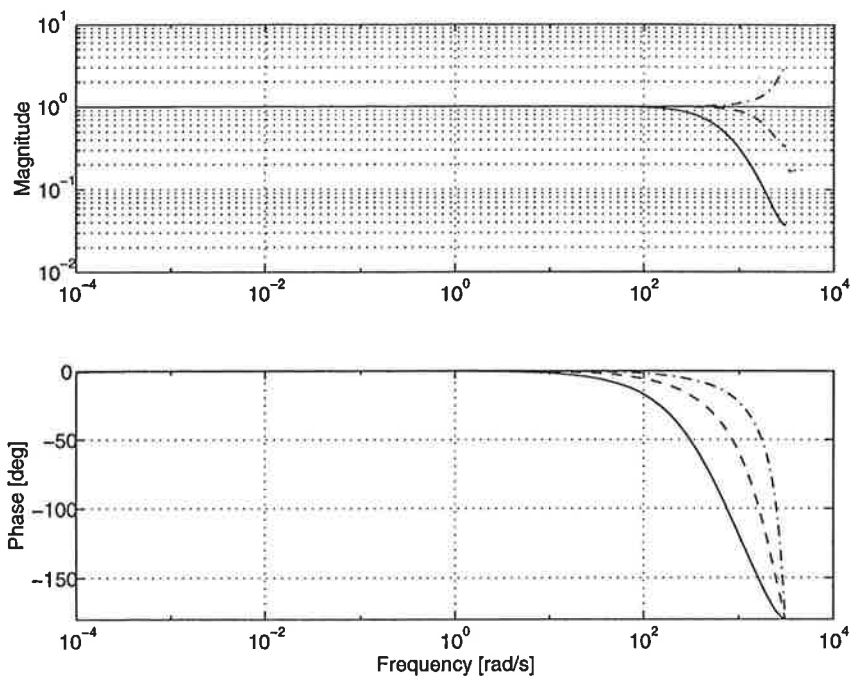
$$k_2 = \frac{-p_1 + p_1 p_2 + 1 - p_2}{\phi_{31} \phi_{12} - \phi_{32} \phi_{11} + \phi_{32}}$$

$$k_1 = \frac{-\phi_{32} p_1 p_2 + (p_1 + p_2 - \phi_{11}) \phi_{32} \phi_{11} + (1 + \phi_{11} - p_1 - p_2) \phi_{31} \phi_{12}}{\phi_{31} (\phi_{31} \phi_{12} - \phi_{32} \phi_{11} + \phi_{32})}$$

Reglering utifrån detta system fungerar bra, men man måste minska prestandakraven jämfört med om man har vinkelhastigheten tillgänglig (figur 8.1).

8.2 Multirate

Det enklaste sättet att lösa problemet med okänd vinkelhastighet är att derivera läget. Detta måste göras vid en mycket högre samplingsfrekvens för att regleringen ska bli stabil. Om man istället kör observeraren dubbelt så snabbt som regulatorn och lägesderiveringen dubbelt så fort som observeraren, så fungerar det bra om man bara tittar på riktigt moment. Det skattade momentet svänger däremot med regulatorns nyquistfrekvens.



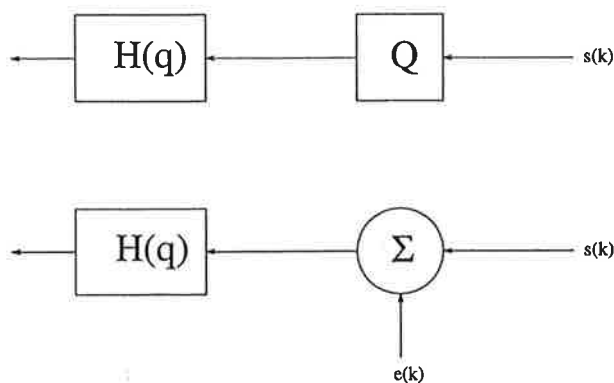
Figur 8.1 Överföringsfunktionen för \hat{T}_s/T_s , när observeraren har dubbelpoler i 0.5 (heldragen), 0 (streckad) och -0.5 (streckprickad).

8.3 Kvantiseringseffekter

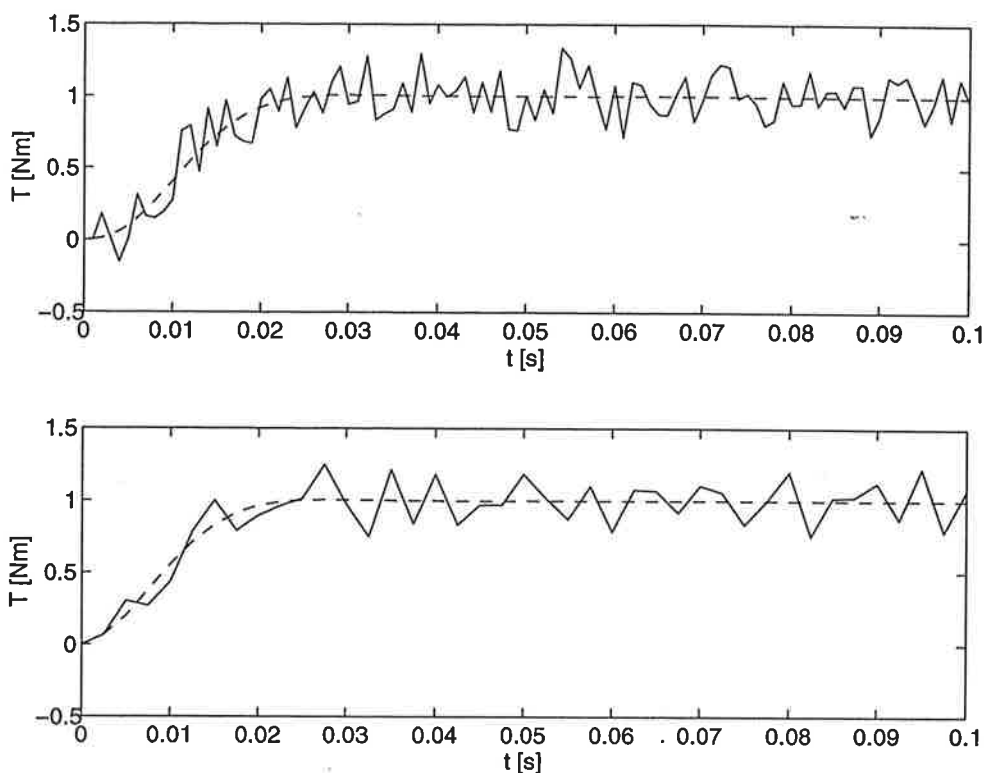
Vid alla simuleringar har signalen ansetts vara perfekt känd. Visserligen är signalen känd med god noggrannhet, men kvantiseringen har försummats. Kvantisering är en olinjär operation, där man ytterst sällan kan räkna exakt. För att approximativt kunna räkna med kvantiseringseffekter brukar man ersätta kvantiseringsfelet med rektangelfördelat vitt brus. Detta medför att man ska vara försiktig med derivering av en kvantiserad signal. Att det inte är bra att derivera med differenskvot ses av nedanstående beräkning, där $S_q(k)$ är den kvantiserade signalen.

$$S_q(k) = S(k) + e(k)$$

När kvantiseringsbruset deriveras med bakåtapproximation blir variansen för



Figur 8.2 Modell av kvantisering $e(k)$ är rektangelfördelat vitt brus med amplitud i intervallet $\pm 1/2$ lsb.



Figur 8.3 Momentreglering av linjär modell där kvantiseringen simuleras med rektangelfördelat vitt brus, återkoppling endast från position. Upplösningen är $\pi/2^{13}$ rad/bit. Regulatorspecifikationen är lika i båda fallen, $f_s = 1kHz$ överst och $f_s = 400Hz$ underst. Observerarpoler i origo. Streckad linje är simulering utan kvantisering.

det deriverade bruset.

$$V \left[\frac{e(k) - e(k-1)}{h} \right] = \frac{2}{h^2} V[e(k)]$$

Detta ger att man ska sampla långsamt eller approximera derivering på något annat sätt i multirate alternativet.

En annan sak att beakta vid val av samplingshastighet är egenskaperna vid krypkörning, d.v.s med hastigheter nära noll. Då servot är i rörelse ska det helst förflytta sig minst en lsb per samplingsintervall, eftersom man annars kan få problem med momentpulsning och oljud. Detta ger i vårt fall minsta hastighet till:

$$\omega_{min} = \frac{2\pi}{2^n} \cdot \frac{1}{h}$$

Om $n = 14$ och $h = 0.001$ blir $\omega_{min} = 0.38 \text{ rad/s}$.

9. Slutsatser och fortsatt arbete

Syftet har varit att åstadkomma aktivt dämpande positionsreglering, som är okänslig för lastvariationer. Den metod som har provats fungerar bra på linjära servon. På olinjära servon får man gränsvängning p.g.a. motorfriktionen. Denna gränsvängning har liten amplitud och hög frekvens men måste ändå elimineras. Detta eftersom slitaget på motor och växellåda annars blir orimligt stort.

Momentestimatoren är mycket bruskänslig, särskilt om man bara har tillgång till motorpositionen. Åt detta kan man inte göra mycket, då momentestimatoren bygger på kraftig fasavancering. Med en annan regulatorstruktur på momentregulatorn kan man ev få momentregleringen att bli mindre bruskänslig, framförallt bör LQG reglering provas.

Jämförelse med Concad har inte kunnat göras, då den version av Concad som har funnits tillgänglig erbjudit begränsad funktionalitet. Detta har inneburit att simulering och regulatordesign inte har kunnat göras i Concad. Då Concad och den robot som finns tillgänglig inte använder sig av samma datorsystem, har det inte heller gått att göra fullskala experiment.

Vid fortsatt arbete kan följande saker behandlas.

- Simulering med bättre friktionsmodell.
- Simulering där motor och motorförstärkare modelleras.
- Hur parametern Δ i ekvation 4.3 påverkar regleringen.
- Studera om servo och momentestimator alltid är ett icke minimum-fas system.
- Om det går att bestämma en stabil regulator som ger ett önskat slutet system (kan eventuellt eliminera gränsvängning).
- Studera momentreglering med LQ regulator då systemet har utökats med en integrator.
- Friktionskompensering.
- Studera adaptiv momentframkoppling.
- Implementering av momentregulator.
- Prov av ny version av Concad.

Problemet med stabil regulator kan formuleras enligt nedan. Från figur 9.1 får man

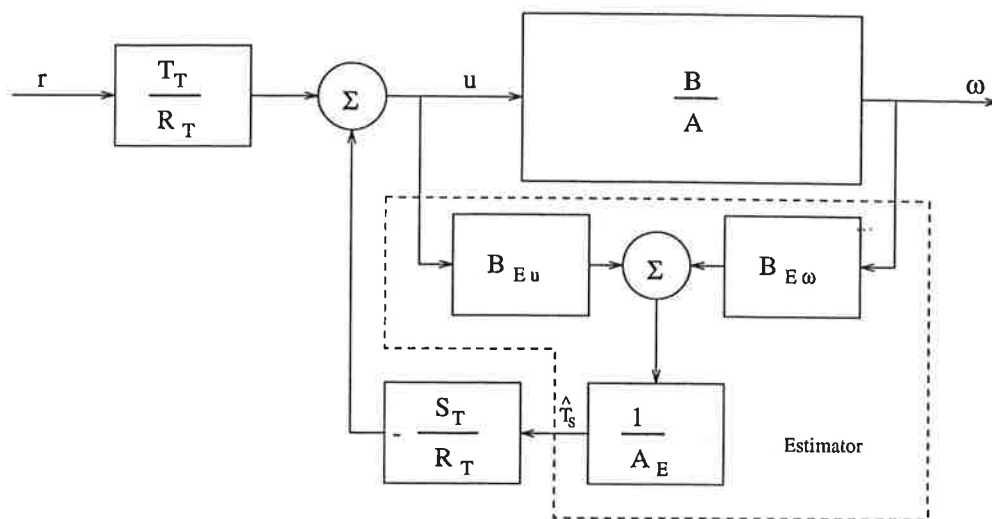
$$\frac{B_{Eu}u + B_{E\omega}\omega}{A_E} \cdot \frac{-S_T}{R_T} + \frac{T_T}{R_T}r = u$$

vilket ger

$$u = \frac{T_T A_E}{S_T B_{Eu} + A_E R_T} r - \frac{S_T B_{E\omega}}{S_T B_{Eu} + A_E R_T} \omega$$

öppna systemet till \hat{T}_s är

$$\hat{T}_s = \frac{B B_{E\omega} + A B_{Eu}}{A A_E} u$$



Figur 9.1 Process med momentestimator och momentregulator.

vilket ger det slutna systemet

$$\hat{T}_s = \frac{(BB_{E\omega} + AB_{Eu})T_T A_E}{(BB_{E\omega} + AB_{Eu})S_T B_{E\omega} + AA_E(S_T B_{Eu} + A_E R_T)} r = \frac{B_m}{A_m} r \quad (9.1)$$

Problemet är nu att bestämma R_T , S_T och T_T givet A , B , B_{Eu} , $B_{E\omega}$ och A_E så att (9.1) uppfylls under bivillkoret att

$$S_T B_{Eu} + A_E R_T = 0$$

har alla nollställen innanför enhetscirkeln. Om detta problem har en lösning, så är det ändå inte säkert att den stabila regulatorn tar bort gränssvängningen, då den fullständiga momentestimatorn (4.3) är olinjär. Men med förhoppningen att detta kommer att fungera avslutas detta arbete.

Referenser

- [1] K J Åström and B Wittenmark, *Computer-controlled systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1990 chap 9-12,
- [2] K J Åström and B Wittenmark, *Adaptive control*, Addison-Wesley, Reading Mass., 1989
- [3] R Johansson, *System modelling and identification*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1993, pp. 280-308
- [4] T Kailath, *Linear Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1980 pp. 281-285
- [5] H K Khalil, *Nonlinear systems*, Macmillan Publishing Co, 1992 pp. 351-369
- [6] A Wallenborg and K J Åström, "*Limit cycle oscillations in high performance robot drives*" Technical report TFRT-7376, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden

A. Program

```

CONTINUOUS SYSTEM rob          " File name: rob2
"
" General robot model with friction, backlash and two inertias.
" =====
"
"          +----+      b1 ----+      k1          +----+
"          |      |      +-----|---VVVVVV---+   |      |
"   Mi     |      |      | ----+                   |      | J2 |   Md
"   )---| J1 |---+                   +---| + |---(
"          |      |      |   c1 ----+                   |      | JL |
"          |      |      +-----| |-----+         |      |
"          +----+          ----+                   +----+
"          f1 xxxx c10                                f2 xxxx c20
"          -----
"
" The static friction is kfx times the sliding friktion fx,
" for inertia Jx.
"
" The disturbance torque Md acts in the opposite direction
" of the input Mi.
"
" Created by: KN 870526          Last update by: MH 940412
" -----
"
INPUT Mi          " Torque input on inertia 1      ; motor torque.
INPUT Md          " Neg torque input on inertia 2 ; disturbance.
"
OUTPUT vmotor    " Velocity of inertia 1          ; motor velocity.
OUTPUT rpos      " Position of inertia 1          ; motor angel.
OUTPUT Tt " Torque in transmission
OUTPUT vload    " Velocity of inertia 2          ; load velocity.
OUTPUT lpos     " Position of inertia 2          ; load angel.
"
STATE s1 s2     " Position of inertias.
STATE v1 v2     " Velocity of inertias.
DER ds1 ds2
DER dv1 dv2
"
TIME t
" -----
"
" Inertia no. 1:
" -----
"
" Torque calculations:
Mv1 = IF abs(s2-s1)<b1/2 then 0 else k1*sign(s1-s2)*abs(abs(s1-s2)-b1/2)
M1  = Mi - Mv1 - c1*(v1-v2) - c10*v1
Mf1 = IF abs(v1)<eps THEN kf1*f1*sign(M1) ELSE f1*sign(v1)
"

```

```

" Dynamics:
dv1 = IF abs(v1)<eps and abs(M1)<kf1*f1 THEN 0 ELSE (M1 - Mf1)/J1
ds1 = v1
"
" Inertia no. 2:
" -----
"
" Torque calculations:
M2 = -Md + Mv1 + c1*(v1-v2) - c20*v2
Mf2 = IF abs(v2)<eps THEN kf2*f2*sign(M2) ELSE f2*sign(v2)
"
" Dynamics:
dv2 = IF abs(v2)<eps and abs(M2)<kf2*f2 THEN 0 ELSE (M2 - Mf2)/(J2 + JL)
ds2 = v2
"
" Output:
" -----
"
vmotor = v1
rpos = s1
vload = v2
lpos = s2
Tt = c1*(v1-v2)+Mv1
"
"-----
"
J1 : 0          " Inertia.
J2 : 0          "
JL : 0          " Additional load inertia.
k1 : 0          " Rigidity.
b1 : 0          " Backlash.
c1 : 0          " Dynamic (viscous) friction, inertia 1 to 2.
c10: 0          " 1 to case.
c20: 0          " 2 to case.
f1 : 0          " Sliding friction
f2 : 0          "
kf1: 1          " Static friction divided by sliding friction.
kf2: 1          "
"
eps: 0.0001    " Stick speed.
"
END

```

```

discrete system tc
" Torque estimator
input w1 tt u
output tshatt

state wold u1old x2
new nwold nu1old nx2

time t
tsamp ts

INITIAL
k2=(c10*(1-p))/(exp((-c10/J1)*h)-1)
ku=1-p
c=-k2*exp((-c10/J1)*h)

SORT
" Torque estimate
Tfric=if abs(w1)<eps then 0 else sign(w1)*f1
tshattl=k2*w1+c*wold+(1-ku)*x2+ku*u1old-ku*Tfric
nx2=tshattl
tshatt=tshattl

nwold=w1
nu1old=u
ts=t+h

"parameters
J1:0      "Moment of inertia
c10:0     "viscous damping
f1:0      "static friction
h:0.001   "sampling interval
p:0       "observer pole
eps:0.0001
end

```

```

function [A,B,C,D]=robm(J1,J2,c10,c20,k,c1)
% function [A,B,C,D]=robm(J1,J2,c10,c20,k,c1)
% J1, J2 moment of inertia motor, load
% c10, c20 viscous damping " "
% k, c1 rigidity, damping in transmission
% a flexible servo out1=w1 out2=w2 out3=torque
% in1 =u in2 =Tl
% states w1 theta1-theta2 w2
A = [ -(c10+c1) -k c1 ;
      1 0 -1 ;
      c1 k -(c20+c1) ];
A(1,:) = A(1,+)/J1;
A(3,:) = A(3,+)/J2;
B = [1/J1 0 0;0 0 1/J2]';
C = [1 0 0;0 0 1;c1 k -c1];
D = [0 0;0 0;0 0];

```

```

function [a,b,c,d]=estsyst(h,jl,p,d1)
%
% function [a,b,c,d]=estsyst(h,jl,p,d1)
% flexible servo with torque estimator
% h sampling interval
% jl load moment of inerita
% p observer pole
% d1 damping on load
% in1=ref, in2=t1
% out1=w1, out2=w2, out3=Ts, out4=Ts
r1par
if (nargin==4)
    cl=d1;
end

[a1,b1,c1,d1]=robm(J1,J2+jl,cm,cl,k,cf);
[a2,b2,c2,d2]=c2dm(a1,b1,c1,d1,h,'zoh');

a3=[-cm/J1 -1/J1;0 0];
b3=[1/J1;0];
c3=[1 0];
d3=0;
[a4,b4,c4,d4]=c2dm(a3,b3,c3,d3,h,'zoh');
fi1=a4(1,1);fi2=a4(1,2);gam=b4(1);
K=(1-p)/fi2;

a=[a2 zeros(3,2);K*(p-fi1) 0 0 p 0;0 0 0 0 p];
b=[b2;0 0;K*gam 0];
c=[c2 zeros(3,2);K 0 0 1 -1];
d=[d2;0 0];
C=K*[1 -fi1];

```

```

function [a,b,c,d,r,s,t]=rstreg(h,jdim,jl,wo,damp,alpha,p1)
% function [a,b,c,d,r,s,t]=rstreg(h,jdim,jl,wo,damp,alpha,p1)
% calculate R,S,T torque controller
% output a,b,c,d: torque controlled system
ripar
[phid,gamd,cdd,ddd]=estsyst(h,jdim,p1,0);
[phil,gaml,cld,dld]=estsyst(h,jl,p1);
[B,A]=ss2tf(phid,gamd(:,1),cdd(4,:),ddd(4,1));
[Bm,Am]=minreal(B,A,1e-5);
Bm=Bm(2:5);
w=roots(Bm);
Bminus=Bm(1)*poly(w(1));Bplus=poly(w(2:3));
Bm1=[1 0 0];
angle=acos(damp)*180/pi;
ao=real(poly(exp(roots(polybutt(1,alpha*wo,angle))*h)));
am=real(poly(exp(roots(polybutt(4,wo,angle))*h)));
[r,s,t]=rstd(Bplus,Bminus,Am,Bm1,am,ao);
[as,bs,cs,ds]=tf2ss(s,r);
[a1,b1,c1,d1]=feedback(phil,gaml,cld,dld,as,bs,cs,ds,-1,4);
[a2,b2,c2,d2]=tf2ss(t,r);
b2=[b2 zeros(size(b2))];
c2=[c2;zeros(size(c2))];
d2=[d2 0;0 1];
[a,b,c,d]=series(a2,b2,c2,d2,a1,b1,c1,d1);
*****
% calculate controller that minimizes
%  $E[y^2(k)+\rho*u^2(k)]$ 
h=0.001;
p=0.01;
jdim=0.015;
[a,b,c,d]=estsyst(h,jdim,p);
[ab,bb,cb,dm]=minreal(a,b,c,d);
[am,bm,cm]=dbalreal(ab,bb,cb);
[B,A]=ss2tf(am,bm(:,1),cm(4,:),dm(4,1));
Cprim=real(poly(exp(roots(polybutt(4,300,acos(0.7)*180/pi))*h)));
asym=conv(A,fliplr(A));
bsym=conv(B,fliplr(B));
rpp=rho*asym+bsym;
rootsp=roots(rpp);
srpp=sort(rootsp);
P=real(poly(srpp(1:4)));
[Rstar,Sstar]=dab(fliplr(A),fliplr(B),conv(fliplr(Cprim),fliplr(P)));
R=fliplr(Rstar);
S=fliplr([0 Sstar]);
[as,bs,cs,ds]=tf2ss(S,R);
[am,bm,cm,dm]=estsyst(h,jl,0.1);
[a1,b1,c1,d1]=feedback(am,bm,cm,dm,as,bs,cs,ds,-1,4);
[a2,b2,c2,d2]=tf2ss(5.77*Cprim,R);
b2=[b2 zeros(size(b2))];
c2=[c2;zeros(size(c2))];
d2=[d2 0;0 1];
[a1,b1,c1,d1]=series(a2,b2,c2,d2,a1,b1,c1,d1);

```