

ISSN 0280-5316
ISRN LUTFD2/TFRT--5484--SE

Design av ubåtsstyrautomat som minimerar inverkan av vågstörningar

Per Neving

Institutionen för Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola
September 1993

**TILLHÖR REFERENSBIBLIOTEKET
UTLÅNAS EJ**

Department of Automatic Control Lund Institute of Technology P.O. Box 118 S-221 00 Lund Sweden		<i>Document name</i> MASTER THESIS	
		<i>Date of issue</i> September 1993	
		<i>Document Number</i> ISRN LUTFD2/TFRT--5484--SE	
<i>Author(s)</i> Per Neving		<i>Supervisor</i> Rolf Johansson, Dan Lindelöf, Håkan Svegerud	
		<i>Sponsoring organisation</i>	
<i>Title and subtitle</i> Design av ubåtsstyrautomat som minimerar inverkan av vågstörningar. (Design of controllers for submarines that reduce the effect of waves).			
<i>Abstract</i> <p>This thesis is concerned with wave and weight disturbances on submarines by means of simulation. The wave model is made after an International Towing Tank Conference (ITTC) wave spectrum and provides both force and torque disturbances.</p> <p>Controllers that reduce the effects of waves were designed. This was done for submarines with different length and mass to check whether there is a relationship between a good controller and the length and mass of the submarine. State feedback was used to control the submarine. The controllers have been designed using LQG-design.</p> <p>Weight disturbances are simulated by pumping water to the submarine's tanks. It is desirable to compensate for the weight error as fast as possible and in a way that minimizes the submarine's resistance in water.</p>			
<i>Key words</i>			
<i>Classification system and/or index terms (if any)</i>			
<i>Supplementary bibliographical information</i>			
<i>ISSN and key title</i> 0280-5316		<i>ISBN</i>	
<i>Language</i> Swedish	<i>Number of pages</i> 93	<i>Recipient's notes</i>	
<i>Security classification</i>			

Sammanfattning

Examenarbetet handlar om våg- och viktstörningar på ubåtar. För att kunna simulera vågstörningar har en vågmodell utvecklats. Vågmodellen är gjord efter ett International Towing Tank Conference (ITTC) vågspektrum och ger både kraft- och momentstörningar.

Regulatorer som motverkar vågstörningar tas fram. Detta görs för ubåtar med olika längd och massa för att se om det finns något samband mellan lämpliga regulatorer och ubåtens längd och massa. För att reglera ubåten används tillståndsåterkoppling. Regulatorerna har tagits fram med hjälp av LQG-design.

Viktstörningar simuleras genom att pumpa vatten i ubåtens tankar. Man vill att ubåtens automat ska kompensera för viktfelet så fort som möjligt, och på ett sådant sätt att den utgör minsta möjliga motstånd i vattnet.

Förord

Denna rapport är resultatet av ett examensarbete på elektrotekniklinjen vid Lunds Tekniska Högskola.

Arbetet har utförts vid Institutionen för Reglerteknik och Kockums AB i Malmö. Syftet med arbetet har huvudsakligen varit att se hur en ubåt reagerar för våg-störningar och om, och i så fall hur, man kan kompensera för störningarna.

Jag vill här passa på att tacka mina handledare, Rolf Johansson vid Institutionen för Reglerteknik och Dan Lindelöf och Håkan Svegerud vid Kockums AB, för all hjälp under arbetet.

Lund 29 augusti 1993

Per Neving

Innehåll

1	Inledning	5
1.1	Problemformulering	7
2	Vågor	8
2.1	Allmänt om vågor	8
2.1.1	Energien i vågorna	10
2.2	Vågmodeller	10
2.2.1	Pierson-Moskowitz-spektrum	12
2.2.2	Bretschneider-spektrum	12
2.2.3	ITTC-spektrum	12
2.2.4	ISSC-spektrum	13
2.2.5	JONSWAP-spektrum	13
2.3	Mötandefrekvens	13
2.3.1	Allmänt	13
2.3.2	Speciellt för ubåtar	16
2.4	Vågors påverkan på en ubåt	17
2.4.1	Krafter och moment	17
2.4.2	Mätfel	18
2.4.3	Vad som saknas i min vågmodell	18
3	Ubåtsmodellen	20
3.1	Lite om CYPROS	20

3.2	David Taylors formler	20
4	Vågmodellen	22
4.1	Allmänt	22
4.2	Hopkoppling av våg- och ubåtsmodellen.	26
5	Reglering av ubåt utsatt för vågstörningar	28
5.1	Metod att finna lämpliga straffmatriser	29
5.2	Straffmatriser för de olika ubåtarna	32
5.3	Hur straffmatriserna bör se ut	34
5.4	Samband mellan ubåtens massa och straffmatriserna	36
5.5	Samband mellan ubåtens längd och straffmatriserna	37
5.5.1	Förhållandet mellan våglängden och ubåtens längd saknar betydelse	38
5.5.2	Förhållandet mellan våglängden och ubåtens längd är betydelsefullt	39
5.6	Rätt straffmatriser för olika förhållanden och olika ubåtar	42
5.7	Stämmer teorin?	43
5.8	Styr signaler	44
5.8.1	Reducering av roderutslag genom att ändra straffmatriserna	45
5.8.2	Reducering av roderutslag genom att använda korsterm vid LQG-design	46
5.8.3	Reducering av roderutslag genom att ändra återkopplingskonstanterna	48
5.9	Sammanfattning	50
6	Viktstörningar	52
6.1	Beräkning av regulatorer som klarar viktfel.	53
6.2	Design av regulator för att klara ett viktfel på ett ton	56
6.3	Sammanfattning	62

7	Andra aspekter på reglering och vågor	63
7.1	Vågstörningar	64
7.2	Viktstörningar	65
7.3	Bördjupsändring	66
7.4	När påverkas ubåten mest av vågstörningar	67
7.5	Vad händer om man mäter hastigheten fel	68
8	Fortsättning	71
A		73
A.1	Beteckningar i simuleringarna	73
A.2	Simuleringar	73
A.3	Subrutiner	74
A.4	Common-areor	75

Kapitel 1

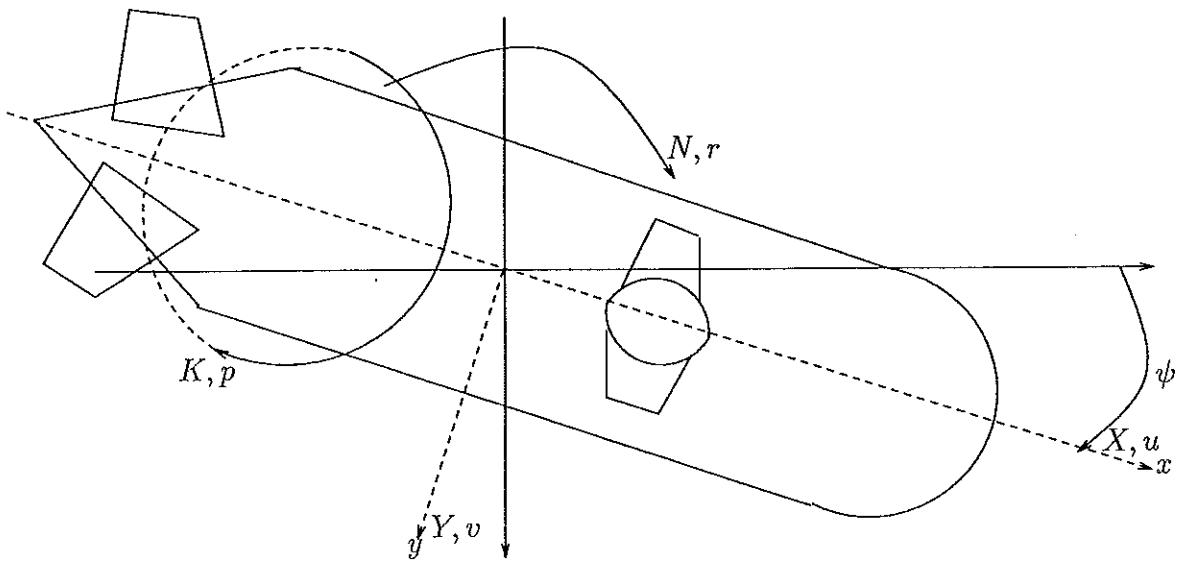
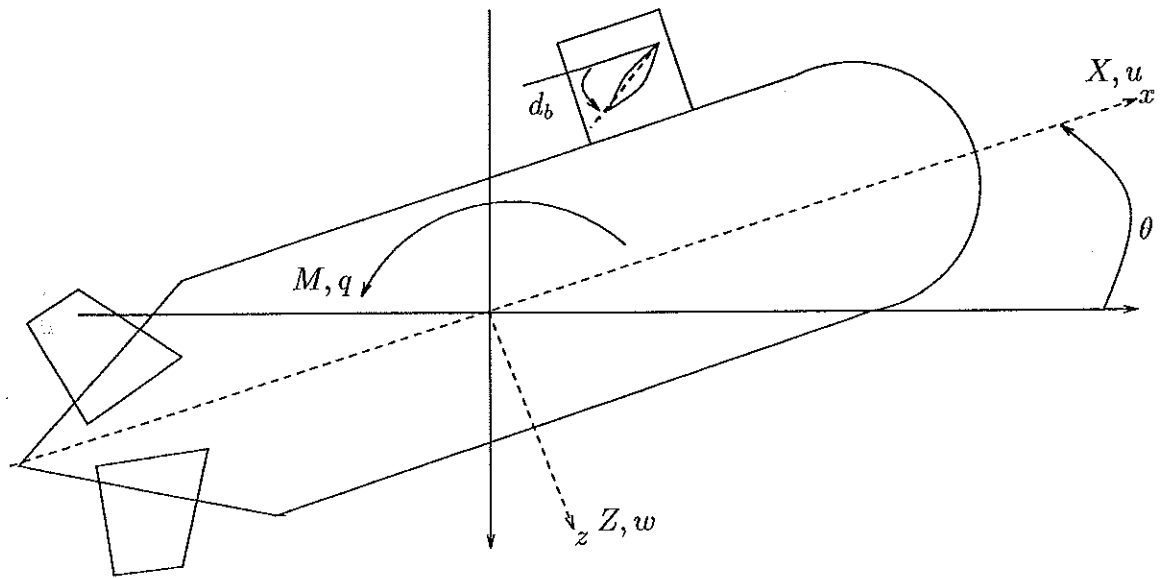
Inledning

En ubåt är utsatt för många typer av störningar, varav den här rapporten berör vågstörningar och viktfel. Vågstörningar är något som en ubåt är utsatt för hela tiden, men verkan blir störst nära ytan. Viktfel uppstår om ubåten inte är rätt avvägd. För att väga av ubåten använder man viktreglertankar som man kan tömma eller fylla med hjälp av pumpar. En rätt avvägd ubåt är bara rätt avvägd för en specifik densitet på vattnet, densiteten ändras dock beroende på olika parametrar. Densiteten är bland annat beroende av temperatur och salthalt. Så fort ubåten kommer in i ett skikt, där vattnets temperatur eller salthalt ändras, kommer ubåten att vara utsatt för viktfel. Viktfel kommer alltså att inträffa ganska ofta.

För att simulera viktfel behöver man bara kunna ändra massan på sin ubåtsmodell, medan vågstörningar kräver en hel del kunskaper om vågteori, och därför kommer huvuddelen av rapporten att handla om vågstörningar.

Rapporten utvärderar olika regulatorer för att klara av vikt- och vågstörningar. Då dessa typer av störningar är helt olika kommer det, inte helt oväntat, att visa sig att en regulator som är effektiv mot vågstörningar inte klarar viktstörningar så bra och vice versa.

För att kunna förstå ubåtsmodellen är det nödvändigt att förstå lite om olika beteckningar för riktningar och farter hos ubåten. Jag kommer att försöka hålla mig till de engelska beteckningarna.



<i>Beteckning</i>	<i>Riktning</i>	<i>Hastighet</i>	<i>Krafter och moment</i>
surge	x	u	X
sway	y	v	Y
heave	z	w	Z
roll	ϕ	p	K
pitch	θ	q	M
yaw	ψ	r	N

Ubåtsmodellen är skriven för simuleringsprogrammet Cypros och har 6 frihetsgrader. Modellen är baserad på David Taylors [1] formler för undervattensfarkoster.

1.1 Problemformulering

Man vill att en ubåt ska följa sitt bördjup så bra som möjligt oberoende av vilket förhållande den rör sig i. Det kommer att visa sig, att när ubåten rör sig nära ytan och det går stora vågor kommer ubåten att vara utsatt för så stora krafter, att det är omöjligt att helt kompensera för vågkrafterna med hjälp av roder. Mindre vågstörningar kan och vill man dock kunna kompensera för. Rapporten kommer att visa hur olika regulatorer och ubåtar klarar sig i olika stora vågor.

Viktstörningar får ubåten att lämna sitt bördjup, men sådana störningar kan man, om inte störningarna är otroligt stora, ganska enkelt kompensera för. Dels vill man att båten snabbt ska komma tillbaka till bördjupet, men kanske viktigare är att båten kompenserar på ett sådant sätt att ubåten gör minsta möjliga motstånd i vattnet. För att kompensera för ett viktfel använder man både aktra och förliga roder samt båtens pitch. Rapporten kommer att visa hur olika regulatorer ger upphov till olika mycket bromsande kraft på ubåten. Ju mindre motstånd ubåten utgör desto mindre energi behövs för ubåtens framdrivning, och ubåten kan tillbringa längre tid i undervattensläge, vilket ju självklart är viktigt.

Kapitel 2

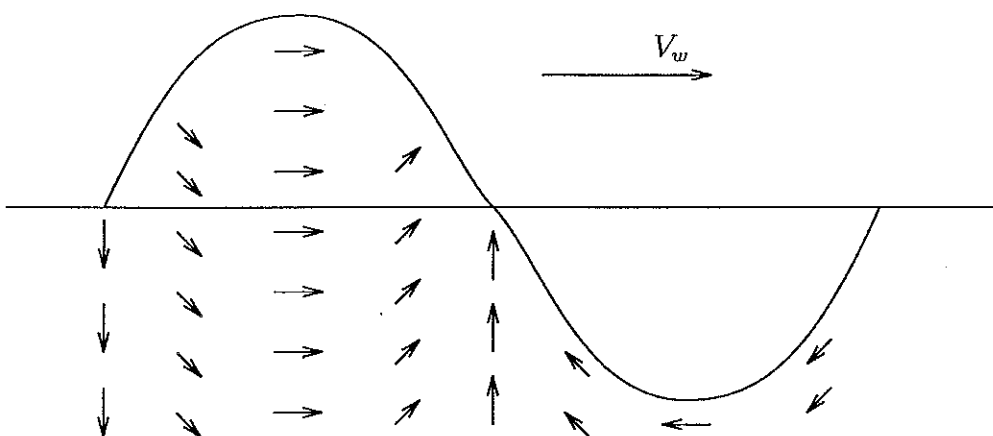
Vågor

2.1 Allmänt om vågor

Havet är hela tiden utsatt för olika typer av störningar såsom vind, tidvatten, båtar i rörelse osv. Vinden är dock det som har mest betydelse för vågor.

En våg är en störning av vattenytan som utbreder sig medan vattnet inte följer med vågen. Vattenpartiklarna rör sig cirkelformat och följer inte alls med vågen.

Vågor kan representeras på många sett. De vanligaste är som sinus- eller cykloidvågor. För enkelhetens skull har jag valt att använda sinusvågor hela tiden.



Figur 2.1: Vattnets rörelse i en våg.

En våg kan beskrivas som

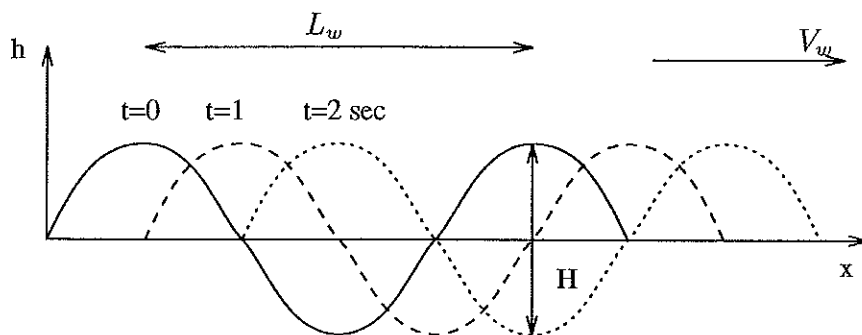
$$h = h_A \sin(\omega t + \epsilon)$$

eller som

$$h = h_A \sin(\omega t + kx + \epsilon)$$

om man även vill ha med läget i formeln.

$k = \frac{2\pi}{L_w}$ och kallas vågtalet.



Figur 2.2: Vattenytans förändring som funktion av tiden och läget.

Vågens utbredningshastighet V_w regleras av tyngdkraften g enligt formeln:

$$V_w = \sqrt{\frac{g \cdot L_w}{2\pi}}$$

Vågtalet k kan också skrivas:

$$k = \frac{\omega^2}{g}$$

$$V_w = \frac{g}{\omega}$$

Utbredningshastigheten V_w är alltså beroende av vågens vinkelhastighet ω .

På djupet z ser vågen ut så här

$$h = h_A e^{-kz} \sin(\omega t + \epsilon)$$

eller

$$h = h_A e^{-\frac{z\omega^2}{g}} \sin(\omega t + \epsilon)$$

Djupet verkar alltså som ett mycket effektivt lågpasfilter.

2.1.1 Energin i vågorna

Vågor innehåller både potentiell och kinetisk energi. Den kinetiska energin beror på vattenpartiklarnas rörelse, och den potentiella energin beror på ändringen av vattennivån.

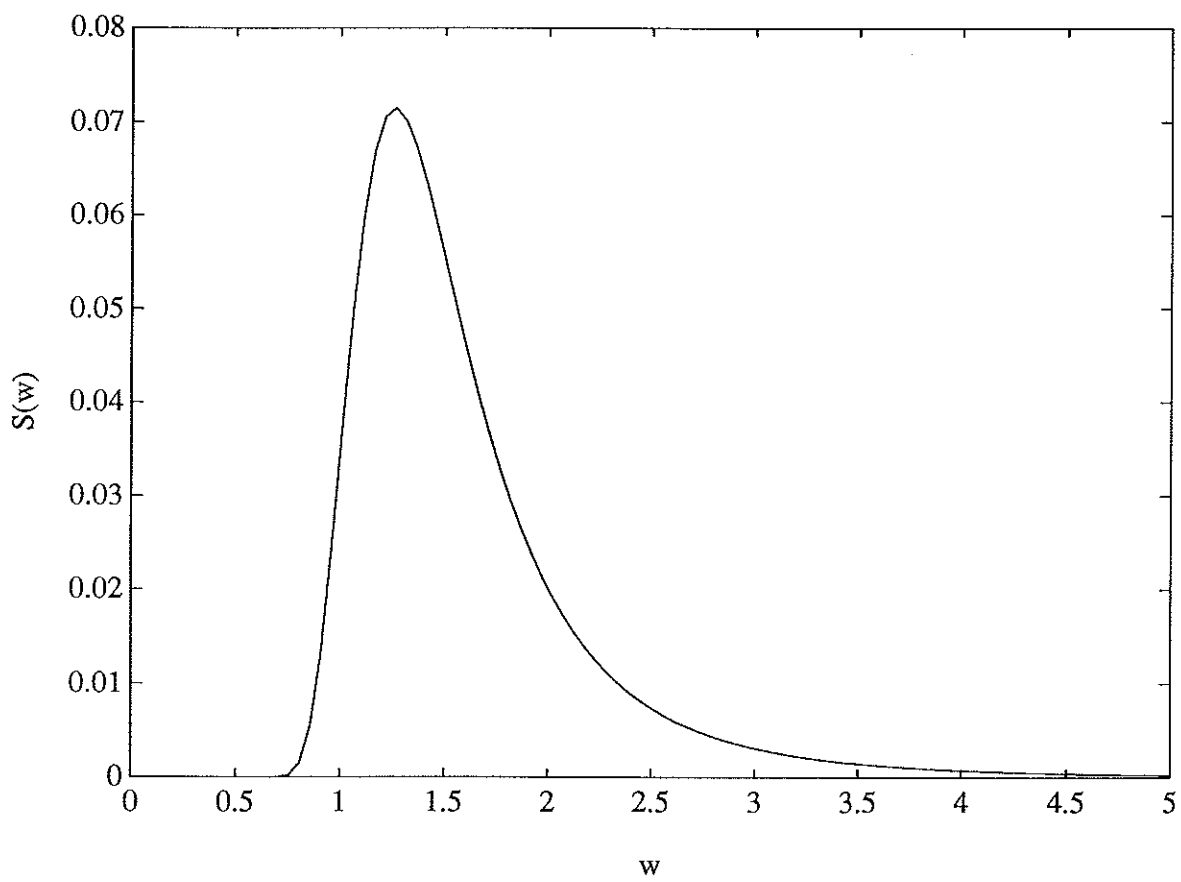
$$E_p = \frac{1}{4} \rho g h_A^2$$

$$E_k = \frac{1}{4} \rho g h_A^2$$

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{2} \rho g h_A^2$$

2.2 Vågmodeller

För att kunna simulera olika konstruktioners beteende i vågor har ett antal vågmodeller tagits fram. De flesta är baserade på mätningar i Nordatlanten och gäller för fullt utvecklade sjö. Det betyder att vindhastigheten och vindriktningen varit konstant i minst 9 timmar. Det förutsätts också att det är djupt (djupet ska överstiga halva våglängden). Mätningarna har sedan Fourier-transformerats för att få ett energi-frekvensspektrum.



Figur 2.3: ITTC-spektrum för $H_{1/3} = 1m$

2.2.1 Pierson-Moskowitz-spektrum

Pierson och Moskowitz har tagit fram ett spektrum som gäller för fullt utvecklad sjö och är baserad på mätningar i Nordatlanten.

$$S(\omega) = \frac{8.1}{10^3} \frac{g^2}{\omega^5} e^{-0.74(\frac{g}{U\omega})^4}$$

där

$S(\omega)$ = spektralfunktion

U = vindhastigheten på 19.5 meters höjd över vattenytan

ω = vågfrekvens

2.2.2 Bretschneider-spektrum

Bretschneiders spektrum gäller både för fullt utvecklad och delvis utvecklad sjö.

$$S(\omega) = \frac{1.25}{4} \frac{\omega_m^4}{\omega^5} H_{1/3}^2 e^{-1.25(\frac{\omega}{\omega_m})^4}$$

där

ω_m = vågornas medelfrekvens

$H_{1/3}$ = signifikant våghöjd för den största tredjedelen av vågorna (obs gäller dubbelamplitud)

2.2.3 ITTC-spektrum

ITTC (International Towing Tank Conference) har också tagit ett spektrum

$$S(\omega) = \frac{0.0081g^2}{\omega^5} e^{-\frac{3.11}{H_{1/3}^2} \omega^4}$$

Detta spektrum är troligtvis det som används mest.

2.2.4 ISSC-spektrum

ISSC (International Ship and Offshore Structure Congress) har tagit fram ett spektrum som kräver att man känner både den signifikanta våghöjden och vågornas medelfrekvens (ω_m).

$$S(\omega) = 0.11 H_{1/3}^2 \frac{\omega_m^4}{\omega^5} e^{-0.44(\frac{\omega_m}{\omega})^4}$$

2.2.5 JONSWAP-spektrum

JONSWAP (Joint North Sea Wave Project) har tagit fram ett spektrum som är baserat på mätningar gjorda i Nordsjön och gäller för icke fullt utvecklade sjö på begränsat djup.

$$S(\omega) = \alpha \frac{g^2}{\omega^5} e^{-1.25(\frac{\omega_m}{\omega})^4} \gamma e^{-\frac{(\omega - \omega_m)^2}{2\sigma^2\omega_m^2}}$$

där $\alpha = 0.076(\bar{X})^{-0.22} (\approx 0.0081)$

$\gamma = 3.3$ för ett genomsnittligt JONSWAP spektrum

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 & \text{för } \omega \leq \omega_m \\ 0.09 & \text{för } \omega > \omega_m \end{cases}$$

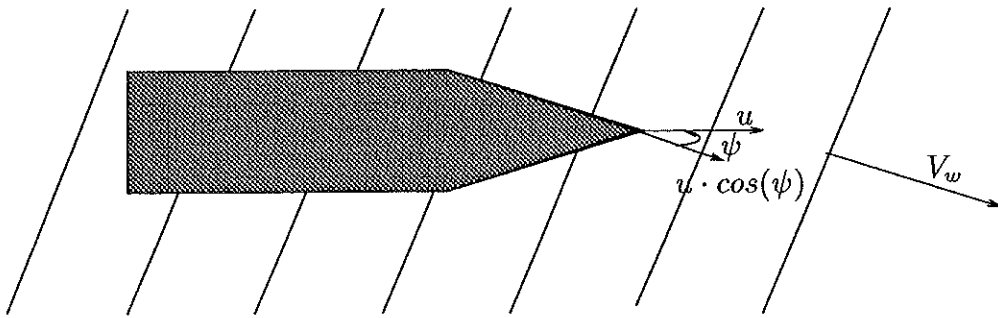
2.3 Mötandefrekvens

2.3.1 Allmänt

En båt som rör sig på havet kommer inte att vara utsatt för samma frekvenser som de man får ur ett vågspektrum.

Båten rör sig i vågens utbredningshastighet med farten

$$u \cdot \cos(\psi).$$



Figur 2.4: Båt som rör sig i vågor.

Om vågens hastighet betecknas med V_w är vågens hastighet relativt båten

$$V_w - u \cdot \cos(\psi)$$

Betecknas våglängden med L_w blir tiden det tar för båten att färdas från vågtopp till vågtopp

$$T_e = \frac{L_w}{V_w - u \cdot \cos(\psi)}$$

vilket är lika med mötandeperioden (indexet e står för det engelska ordet encounter).

$$\text{Allmänt gäller: } T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad V = \frac{g}{\omega}, \quad L = T \cdot V$$

Detta ger

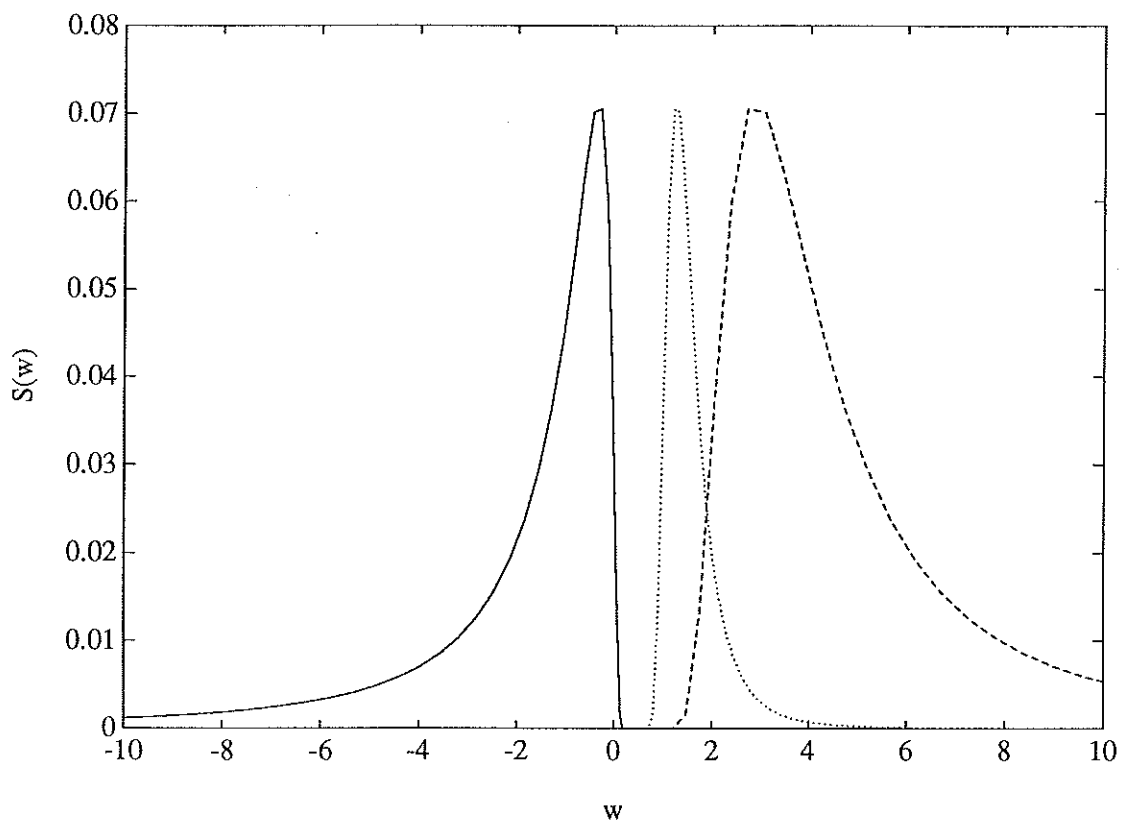
$$T_e = \frac{V_w T_w}{V_w - u \cdot \cos(\psi)} = \frac{T_w}{1 - \frac{u}{V_w} \cos(\psi)}$$

$$\frac{2\pi}{\omega_e} = \frac{\frac{2\pi}{\omega_w}}{1 - \frac{u}{V_w} \cos(\psi)}$$

$$\omega_e = \omega_w \left(1 - \frac{u}{V_w} \cos(\psi)\right)$$

$$\omega_e = \omega_w \left(1 - \frac{u\omega_w}{g} \cos(\psi)\right)$$

$$\omega_e = \omega_w - \frac{u\omega_w^2}{g} \cos(\psi)$$



Figur 2.5: ITTC-spektrum för $u=10$ (heldraget), 0 (prickar) respektive -10 (streckat) m/s. Här har ingen hänsyn tagits till att energiinnehållet ska vara lika stort under alla kurvorna.

Fartygets rörelse ska inte ha någon betydelse för energiinnehållet i vågorna. Alltså ska arean under det transformerade spektrumet vara samma som för det ursprungliga, dvs

$$\int S(\omega_e) d\omega_e = \int S(\omega_w) d\omega_w$$

derivering av

$$\omega_e = \omega_w - \frac{u\omega_w^2}{g} \cos(\psi)$$

ger

$$\frac{d\omega_e}{d\omega_w} = 1 - \frac{2\omega_w u}{g} \cos(\psi)$$

insättes detta i integralekvationen fås

$$S(\omega_e) \left(1 - \frac{2\omega_w u}{g} \cos(\psi)\right) = S(\omega_w)$$

$$S(\omega_e) = S(\omega_w) \frac{1}{1 - \frac{2\omega_w u}{g} \cos(\psi)}$$

Här bör det observeras att det finns en risk för division med 0 om $\left(\frac{2\omega_w u}{g} \cos(\psi)\right) = 1$. Om man färdas med 5 m/s rakt med vågorna ($\psi = 0$) skulle detta inträffa för $\omega_w = 0.98$. Det är alltså inte otroligt, att man ska råka ut för division med 0 och därför måste detta beaktas, men mer om detta i min datorvågmodell.

2.3.2 Speciellt för ubåtar

Det enda som skiljer ubåtar från andra båtar när det gäller mötandefrekvens är att det kommer till ytterligare en dimension. Ubåtens fart relativt vågorna påverkas även av ubåtens pitch (θ). Därför måste formeln för mötandefrekvens skrivas om lite

$$\omega_e = \omega_w - \frac{u\omega_w^2}{g} \cos(\psi) \cos(\theta)$$

$$S(\omega_e) = S(\omega_w) \frac{1}{1 - \frac{2\omega_w u}{g} \cos(\psi) \cos(\theta)}$$

2.4 Vågors påverkan på en ubåt

2.4.1 Krafter och moment

Vågorna kommer att påverka ubåten i alla 6 frihetsgraderna, men eftersom jag är mest intresserad av ubåtens uppförande i djupled, nöjer jag mig med att ta upp ekvationerna i pitch- och heave-led. Enligt Kaplan [2] kan tippmoment och vertikalkrafter för en lång smal modell i regelbundna vågor beskrivas enligt följande:

$$Z_v = -2k\rho g h e^{-zk} \left(1 - \frac{u \cdot \cos \psi}{2V_w}\right) \int_{x_s}^{x_b} A(x) \sin[kx + k(u + V_w)t] dx$$

$$M = 2\rho g h e^{-zk} \left\{ k \left(1 - \frac{u \cdot \cos \psi}{2V_w}\right) \int_{x_s}^{x_b} x A(x) \sin[kx + k(u + V_w)t] dx - \right. \\ \left. - \frac{u}{2V_w} \int_{x_s}^{x_b} A(x) \cos[kx + k(u + V_w)t] dx \right\}$$

där

$A(x)$ = Tvärsnittsarea på avståndet x från tyngdpunkten

Z = Vertikalkraft (N), positiv nedåt

M = Pitchmoment (Nm), positivt för fören uppåt

x_b = Avstånd från tyngdpunkten till fören

x_s = Avstånd från tyngdpunkten till aktern

ρ = Vattnets densitet

k = Vågtalet

h = Våghöjd (dubbelamplitud)

z = Djup under stillvattenytan till huvudaxeln

$u =$ Ubåtens fart

$V_w =$ Våghastigheten

Genom att utveckla sinusuttrycken och lösa integralen kan formlerna för varje djup, fart, riktning och vågfrekvens skrivas om som

$$Z_v = Z_0 \sin(\omega_e t + \epsilon_Z)$$

$$M = M_0 \sin(\omega_e t + \epsilon_M)$$

2.4.2 Mätfel

Ubåtens djupmätare är en tryckgivare som kommer att registrera vågorna eller rättare sagt vågornas djupverkan. En våg enligt följande:

$$h \sin(\omega t)$$

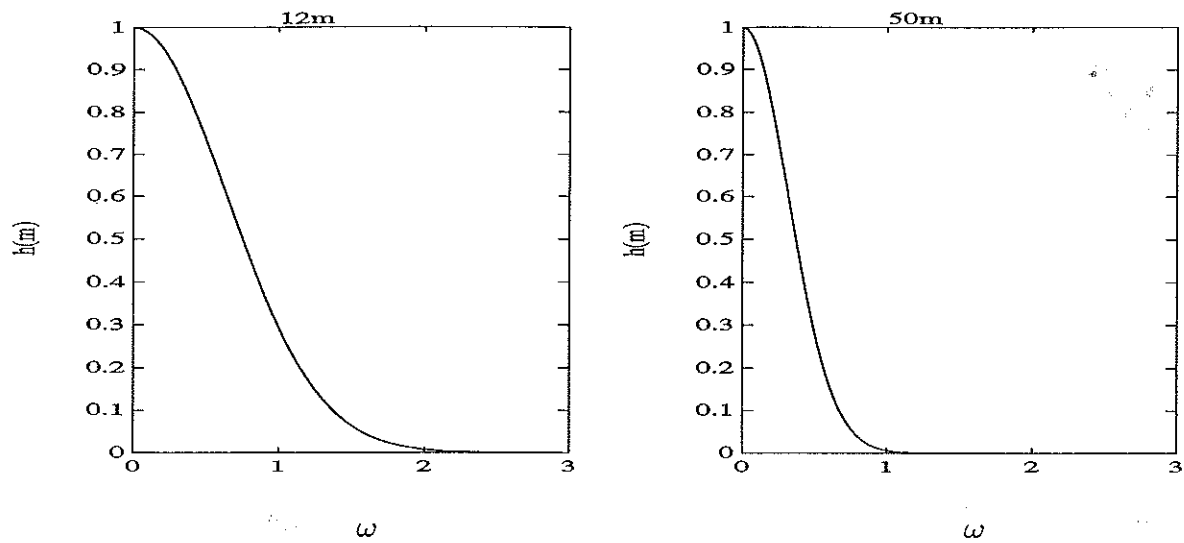
kommer att på djupet z att registreras som

$$h_z = h e^{-kz} \sin(\omega t)$$

Här kan man åter se, att djupet verkar som ett mycket effektivt lågpassfilter.

2.4.3 Vad som saknas i min vågmodell

Min modell tar ingen hänsyn till vågornas påverkan i mer än pitch och heaveled, men jag räknar med att vågornas påverkan av ubåten i de övriga fyra frihetsgraderna har liten påverkan på båtens djuphållning. En värre begränsning är, att modellen inte tar hänsyn till, att vattnets hastighet relativt båten kommer att variera och detta har väldigt stor betydelse för ubåtens dynamik. Om ubåten rör sig med samma fart som vågen kommer roderens hastighet relativt vattnet att vara 0, och rodererna tappar helt verkan. Det är inte ens säkert, att vattnets hastighet är den samma längs hela ubåten.



Figur 2.6: Här ses hur våghöjden 1m uppfattas på 12 respektive 50 meters djup.

Vågens hastighetskomponent fås genom att derivera djuptermen.

$$h\omega e^{-kz} \cos(\omega t)$$

Detta är förvisso hastigheten i djupled, men eftersom vattenpartiklarna rör sig i cirklar kommer samma fart, men med annan fas, också att gälla i x -led.

Kapitel 3

Ubåtsmodellen

3.1 Lite om CYPROS

CYPROS är ett simuleringsprogram som används för att lösa differentialekvationer. Ekvationerna skrivs upp på vanligt sätt, dvs:

$$x' = f(x, u, v)$$

$$y = Cx + w$$

Programmet, som skrivs i FORTRAN, består av subrutinerna x' , u , v , y och w . Före varje simulering bestämmer man begynnelsevärde och börvärde via menyprogram. När man definierat dessa kan man börja simulera. Simuleringen kan avbrytas när som helst, och nya börvärden kan matas in.

3.2 David Taylors formler

Ubåtsmodellen är baserad på David Taylors [1] ekvationer för undervattensfarkoster. Dessa ekvationer är skrivna så att man har krafter och moment på bägge sidor, vilket gör att man inte enbart har derivator i vänsterledet.

$$Ax' = f(x, u)$$

För att kunna använda dessa ekvationer i CYPROS måste ekvationerna skrivas

om till

$$x' = (A1)^{-1} \cdot f(x, u)$$

Att ekvationerna var skrivna så visade sig vara till fördel, när vågmodellen skulle implementeras, eftersom vågornas påverkan på ubåten beskrivs med krafter och moment.

Kapitel 4

Vågmodellen

4.1 Allmänt

Vågmodellen är baserad på ITTC-spektrum med våghöjden ($H_{1/3}$) samt ubåten's fart (u), pitch (θ), riktning (ψ) och djup (z) som inparametrar. ITTC-spektrumet stämmer ganska bra med förhållanden på Östersjön, men inte speciellt bra på Nordsjön eftersom det inte är tillräckligt djupt där. Vågmodellen ger vågorna riktningen 0° . En ubåt som rör sig med $\psi = 0^\circ$ kommer alltså att vara utsatt för aktra vågor (following sea) och en ubåt som rör sig med $\psi = 180^\circ$ är utsatt för förliga vågor (head sea).

Programmet börjar med att leta upp det maximala värdet för $S(\omega)$ för den aktuella våghöjden genom att sätta $S'(\omega) = 0$.

$$S(\omega) = \frac{0.0081g^2}{\omega^5} e^{-\frac{3.11}{H_{1/3}^2 \omega^4}}$$

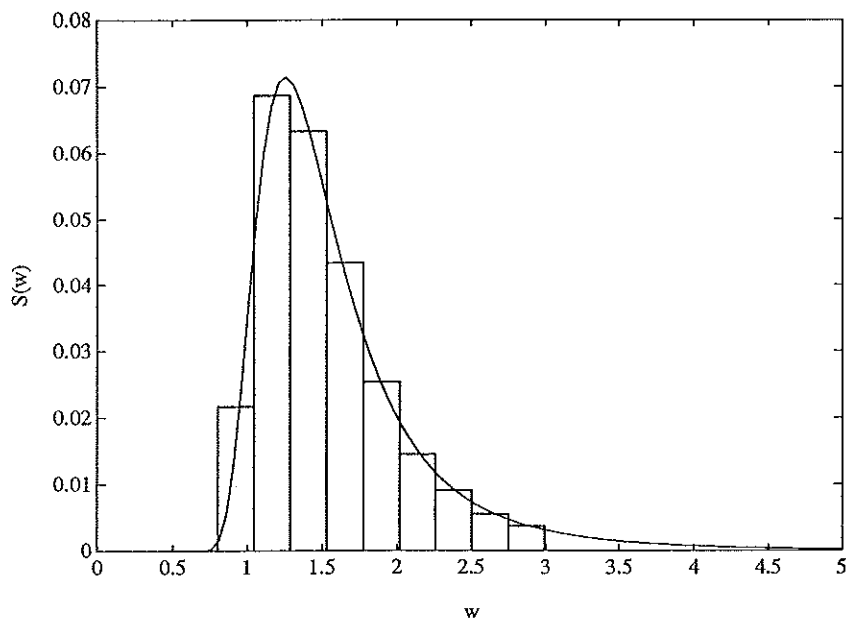
$$\begin{aligned} S'(\omega) &= -5 \cdot \frac{0.0081g^2}{\omega^4} e^{-\frac{3.11}{H_{1/3}^2 \omega^4}} + \frac{0.0081g^2}{\omega^5} \cdot 4 \cdot \frac{3.11}{H_{1/3}^2 \omega^3} e^{-\frac{3.11}{H_{1/3}^2 \omega^4}} = \\ &= \frac{0.0081g^2}{\omega^4} e^{-\frac{3.11}{H_{1/3}^2 \omega^4}} \left(4 \cdot \frac{3.11}{H_{1/3}^2 \omega^4} - 5 \right) = 0 \end{aligned}$$

$$4 \cdot \frac{3.11}{H_{1/3}^2 \omega^4} - 5 = 0$$

$$\omega_{max} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 3.11}{5 \cdot H_{1/3}^2}}$$

$$S_{max} = S(\omega_{max})$$

Programmet letar upp de två punkter på spektrummet som ger $S(\omega) = 0.01 \cdot S_{max}$. Dessa punkter kallas ω_{begin} respektive ω_{end} . Intervallet $\omega_{end} - \omega_{begin}$ delas in i ett antal (vanligtvis 100) lika stora bitar (Δ_ω). $S(\omega)$ räknas ut för dessa frekvenser samt integralen under kurvan enligt $I = \sum_{i=0}^{100} S(\omega_i) \cdot (\Delta_\omega)$. Har ubåten farten 0 eller $\psi = 90^\circ$ är vågorna färdiga, men detta är sällan fallet, och då måste de frekvenstransformerade vågorna räknas ut.



Figur 4.1: Uppdelningen av vågspektrat.

$\omega_{e_{begin}}$ och $\omega_{e_{end}}$ räknas ut genom att transformera ω_{begin} respektive ω_{end} enligt

$$\omega_e = \omega_w - \mu \omega_w^2$$

där

$$\mu = \frac{u \cdot \cos \psi \cdot \cos \theta}{g}$$

Även här delas intervallet $\omega_{e_{end}} - \omega_{e_{begin}}$ upp i ett antal bitar (Δ_{ω_e}), och även här räknas integralen I_e ut.

För att räkna ut våghöjden, h_A , för varje frekvens återvänder vi till energin i en

våg.

$$E = \frac{1}{2} \rho g h_A^2$$

men kan också beräknas som

$$E = S(\omega) \Delta_\omega$$

Detta ger

$$h_A = \sqrt{\frac{2S(\omega)\Delta_\omega}{\rho g}}$$

För att kunna beräkna krafter och moment från vågorna behövs även dubbelamplituden $h = 2 \cdot h_A$

Efter att $\omega_{e_{begin}}$, $\omega_{e_{end}}$ och Δ_{ω_e} bestämts beräknas $\omega_i = \omega_{e_{begin}} + i\Delta_{\omega_e}$ och $S_i = S(\omega_i)$. Kvoten av I och I_e kallar jag scalefactor. Då blir våghöjden

$$h_{A_i} = S_i \Delta_{\omega_e} \text{scalefactor}$$

och

$$h_i = 2 \cdot h_{A_i}$$

Genom att räkna ut innehållet under $S(\omega)$ och $S(\omega_e)$ och räkna ut kvoten mellan dessa slipper jag att ta hänsyn till risken för division med noll som nämns i avsnittet om mötandefrekvens.

För att beräkna vågtalet, k , måste ω_e transformeras tillbaka till ω enligt

$$\omega = \frac{1 + \sqrt{1 - 4\mu\omega_e}}{2\mu}$$

Ekvationen har alltså två möjliga ω för varje ω_e . Vid negativa μ (ubåten går mot vågorna) är inte detta något problem, eftersom man vet att ω ska vara positivt och reelt. Om μ är negativt, måste täljaren också vara negativ. Om ω ska bli

positivt, då måste tecknet före rottecknet vara negativt. Om μ är positiv däremot, kan problem uppstå. Om vi tittar på uttrycket för ω_e , ser vi att det finns ett maximalt värde.

$$\omega_e = \omega_w - \mu\omega_w^2$$

$$\omega_e' = 1 - 2\mu\omega_w = 0$$

$$\omega_w = \frac{1}{2\mu}$$

$$\omega_{e_{max}} = \omega_w - \mu\omega_w^2 = \frac{1}{2\mu} - \mu\left(\frac{1}{2\mu}\right)^2 = \frac{1}{4\mu}$$

Detta innebär att för stigande ω_e väljs minustecken framför rottecknet upp till $\omega_e = \omega_{e_{max}}$ och därefter väljs plustecknet.

Ubåten approximeras med en cylinder med längden L , diametern d och med tyngdpunkten i cylinderns centrum. Det hade inte varit några större problem att använda en bättre approximation av ubåten, men förenklingarna innebär att ubåtsmodellen utsätts för större krafter och moment än en verklig ubåt i motsvarande förhållande.

Nu är tillräckligt känt för att beräkna Z_{0i} och M_{0i} .

$$Z_i = Z_{0i} \sin(\omega_i t + \epsilon_i)$$

$$M_i = M_{0i} \sin(\omega_i t + \epsilon_i)$$

där ϵ_i är en slumpmässig vinkel mellan π och $-\pi$.

$$Z_v = \sum_{i=0}^{100} Z_i$$

$$M = \sum_{i=0}^{100} M_i$$

Z_v -kraften måste delas upp i två komponenter beroende på ubåtens pitch.

$$Z = Z_v \cos \theta$$

$$X = Z_v \sin \theta$$

Även mätstörningen räknas ut

$$h_z = \sum_{i=0}^{100} h_{A_i} e^{-kz} \sin(\omega_i + \epsilon_i)$$

4.2 Hopkoppling av våg- och ubåtsmodellen.

Ubåtsmodellen, enligt David Taylors formler, skrivs på följande vis:

$$A1x' = f(x, u)$$

där

$$x' = \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ w' \\ p' \\ q' \\ r' \\ \vdots \\ x'_n \end{pmatrix}$$

och

$$x = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Om störtermen e läggs till, får vi följande utseende på formeln:

$$A1x' = f(x, u) + e$$

där

$$e = \begin{pmatrix} X \\ 0 \\ Z \\ 0 \\ M \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nu kan x' beräknas genom att högerledet summeras och $(A1)^{-1}$ multipliceras till från vänster.

Nu kan även y räknas ut enligt:

$$y = Cx + w$$

där enbart djuptermen, z , påverkas av w .

$$z_n = z_o + h_z$$

Nu är modellerna för både ubåten och vågorna klara, och det är dags att börja reglera ubåten.

Kapitel 5

Reglering av ubåt utsatt för vågstörningar

Jag har valt att reglera 5 olika ubåtar som utsätts för samma, eller åtminstone liknande, vågstörningar. Den ena ubåten är referensubåten och de övriga är lättare respektive tyngre och längre respektive kortare. Detta är för att se hur ubåtens massa och längd påverkar ubåtens beteende i vågor. När jag varierat längd och massa har jag följt tumregeln:

$$\frac{\sqrt{I_z}}{L} = 0.25$$

I_z är tröghetsradie och används i stället för tröghetsmoment. När längd eller massa ändras, så ändras också tröghetsradien, medan alla andra parametrar i ubåtsmodellen är oförändrade. Alla fem ubåtarna kommer att gå på samma djup och med samma fart, medan våghöjden varierar i en del fall.

Ett enkelt och effektivt sätt att reglera system med flera styrsignaler (förligt och aktert roder) är att använda LQG-design. Eftersom man definierar sitt system med tillståndsmatriser när man använder LQG-design, och eftersom det finns möjlighet att mäta olika tillstånd på en ubåt, är det naturligt att använda tillståndsåterkoppling för att reglera ubåten. Det är djuphastigheten, w , pitchhastigheten, q , pitchen, θ , och djupfelet, z_{diff} , som återkopplas.

$$x = \begin{pmatrix} w \\ q \\ \theta \\ z_{diff} \end{pmatrix}$$

Här kommer jag endast att visa hur jag kommit fram till regulatorn för referensubåten. De övriga 4 kom jag fram till på exakt samma sätt.

5.1 Metod att finna lämpliga straffmatriser

Jag började med att ta fram en regulator med små återkopplingskonstanter. Diagonalelementen i Q- och R-matriserna bestämde jag genom att sätta in kvadraten på inversen på det största värdet som kunde accepteras för respektive tillstånd. Jag valde $w_{max} = 1\text{m/s}$, $q_{max} = 0.05\text{rad/s}$, $\theta_{max} = 0.15$ radianer och $z_{diff_{max}} = 5$ meter. Jag hade förhoppningar om att klara dessa gränser med god marginal, men jag var enbart ute efter en regulator för att kunna komma igång. För rodern valde jag de maximala utslagen till 0.25 respektive 0.20. Det förliga rodert har mindre maximalt utslag, och därför straffas det hårdare. Med dessa antaganden får jag fram följande matriser:

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 400 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 44 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.04 \end{pmatrix}$$

och

$$R = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}$$

Detta gav följande regulator:

$$k = \begin{pmatrix} 0.27 & -17.8 & -3.89 & 0.0443 \\ -0.18 & 3.49 & 1.07 & -0.0185 \end{pmatrix}$$

Jag simulerar i 2000 sekunder med 1 meter höga vågor på 12.5 meters djup. För att kunna utvärdera de olika regulatorerna registrerar jag varianserna för djupfelet respektive för rodern. Rodervariansen är ett mått på hur mycket energi det krävs för att flytta rodern, och därför vill man att den ska vara så liten som möjligt. För att kunna jämföra regulatorer som använder stora aktra roderutslag och små förliga roderutslag med de som har små aktra roderutslag och stora förliga roderutslag, har jag valt att presentera rodervariansen som $u^T u$, i stället för att presentera varianserna för det förliga och det aktra rodert var för sig.

Den första regulatorn ger följande varianser:

djup: 0.87
roder: 0.0079

Jag registrerar också maximum för de olika tillstånden. Den första simuleringen gav följande:

w : 0.2
 q : 0.01
 θ : 0.05
 z_{diff} : 1.6

Genom att använda dessa värden tar jag fram en ny Q -matris på samma sätt som när jag tog fram den första Q -matrisen. Detta ger mig följande matris:

$$Q = \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 400 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.39 \end{pmatrix}$$

Jag väljer att behålla min R -matris och får fram följande regulator:

$$k = \begin{pmatrix} 0.37 & -38.8 & -8.82 & 0.0929 \\ -1.11 & 12.9 & 4.95 & -0.1004 \end{pmatrix}$$

Detta ger upphov till följande varianser:

djup: 0.40
roder: 0.031

Här syns det att det går att styra emot vågorna, eftersom djupvariansen har halverats. Det är kanske lättare att se om man tittar på de maximala tillståndsvärden som simuleringen ger:

w : 0.12
 q : 0.012
 θ : 0.03
 z_{diff} : 0.8

Jag fortsatte på samma sätt i ytterliggare ett par steg, innan jag fick en regulator som jag bedömde gav för stora roderutslag. Då hade jag kommit fram till följande matris:

$$Q = \begin{pmatrix} 70 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.0 \end{pmatrix}$$

Regulatorn ser ut så här:

$$k = \begin{pmatrix} 0.41 & -40.9 & -11.8 & 0.17 \\ -2.28 & 22.4 & 9.6 & -0.25 \end{pmatrix}$$

Detta ger upphov till följande varianser:

djup: 0.30

roder: 0.047

Jag fortsatte med att ändra en av parametrarna åt gången i Q-matrisen uppåt och neråt för att se om det gick att förbättra regulatorn ytterligare. Det behövs ganska rejäla ändringar i Q-matrisen för att få en synbar förändring av regulatorn. Detta beror på att LQG-designen innehåller en kvadrering. Jag valde att ändra en faktor 2 och ibland en faktor 3. Jag kom slutligen fram till följande Q-matris och regulator:

$$Q = \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.5 \end{pmatrix}$$

$$k = \begin{pmatrix} 1.32 & -40.4 & -12.4 & 0.20 \\ -2.0 & 21.7 & 9.44 & -0.27 \end{pmatrix}$$

Detta ger upphov till följande varianser:

djup: 0.29

roder: 0.045

På liknande sätt tog jag fram matriser och regulatorer för den långa, den korta, den tunga och den lätta ubåten.

5.2 Straffmatriser för de olika ubåtarna

För att kunna hitta samband mellan de olika regulatorerna valde jag att normera matriserna så att alla har en etta för djuptermen och får då följande matriser:

Den lätta ubåten

$$Q = \begin{pmatrix} 32 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3200 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 430 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 17.3 & 0 \\ 0 & 26.9 \end{pmatrix}$$

Referensubåten

$$Q = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 400 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 6.4 & 0 \\ 0 & 10.0 \end{pmatrix}$$

Den tunga ubåten

$$Q = \begin{pmatrix} 57 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2880 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 4.57 & 0 \\ 0 & 7.15 \end{pmatrix}$$

Den långa ubåten

$$Q = \begin{pmatrix} 40 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 400 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 80 & 0 \\ 0 & 120 \end{pmatrix}$$

Den korta ubåten

$$Q = \begin{pmatrix} 6.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 10.7 & 0 \\ 0 & 17.1 \end{pmatrix}$$

För att bekräfta att jag funnit lämpliga regulatorer för de olika ubåtarna valde jag att prova med att använda alla Q-matriserna för varje ubåt. Jag valde dock att behålla R-matriserna för att få rimligt stora roderutslag. För den lätta ubåten valde jag hela tiden den R-matris jag tidigare funnit lämplig för den lätta ubåten och tog sedan fram 5 regulatorer med hjälp av mina 5 Q-matriser. På samma sätt gjorde jag sedan med övriga ubåtar. Detta gav upphov till följande tabeller:

Den lätta ubåten:

<i>Q-matris</i>	<i>Varians djup</i>	<i>Varians roder</i>
lätt	0.39	0.036
tung	0.46	0.034
ref	0.49	0.032
kort	0.53	0.032
lång	0.51	0.032

För den tunga ubåten ser det ut så här:

<i>Q-matris</i>	<i>Varians djup</i>	<i>Varians roder</i>
lätt	0.29	0.045
tung	0.28	0.046
ref	0.34	0.044
kort	0.36	0.044
lång	0.34	0.044

För referensubåten ser det ut så här:

<i>Q-matris</i>	<i>Varians djup</i>	<i>Varians roder</i>
lätt	0.30	0.041
tung	0.40	0.045
ref	0.29	0.045
kort	0.36	0.053
lång	0.31	0.046

Den korta ubåten:

<i>Q-matris</i>	<i>Varians djup</i>	<i>Varians roder</i>
lätt	0.37	0.053
tung	0.30	0.058
ref	0.27	0.046
kort	0.28	0.042
lång	0.29	0.044

Slutligen den långa ubåten:

<i>Q-matris</i>	<i>Varians djup</i>	<i>Varians roder</i>
lätt	0.56	0.033
tung	0.55	0.038
ref	0.53	0.035
kort	0.54	0.034
lång	0.53	0.035

Det verkar som jag funnit lämpliga regulatorer. Det är inte helt klart att jag funnit den absolut bästa regulatorn för varje ubåt, men jag har åtminstone funnit regulatorer, som fungerar mycket bra.

5.3 Hur straffmatriserna bör se ut

Jag tycker mig se ett samband mellan talen i *Q*-matrisen och talen i *R*-matrisen. Ett grovt samband skulle då vara:

$$Q = \begin{pmatrix} R(1,1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 \cdot R(1,1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \cdot R(1,1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} R(1,1) & 0 \\ 0 & 1.6 \cdot R(1,1) \end{pmatrix}$$

Man kan fråga sig varför faktorerna 10 och 100 ingår i Q-matrisen. Kanske är det så att det inte är bestämda tal som ska ingå i matriserna utan olika variabler. Variabler man kan tänka sig ska ingå är u och ω . Jag använder amplituden för de olika tillstånden för att finna lämpliga matriser. Om $z_{diff} = A \sin \omega t$ och $\theta = B \sin(\omega t + \epsilon)$ kan w och q bestämmas.

$$z_{diff} = A \sin \omega t$$

$$\theta = B \sin(\omega t + \epsilon)$$

$$w = z' + u\theta = A\omega \cos \omega t + uB \sin(\omega t + \epsilon)$$

$$q = \theta' = B\omega \cos(\omega t + \epsilon)$$

Om man känner A och B kan alltså även amplituderna för w och q bestämmas. När det gäller w är troligen antingen $A\omega$ som dominerar eller uB , och vid mina simuleringar har jag funnit att uB är betydligt större än $A\omega$. Det skulle ge följande matris:

$$Q = \begin{pmatrix} u^{-2} \cdot Q(3,3) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^{-2} \cdot Q(3,3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (A/B)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Hade man sedan kunnat bestämma ett förhållande mellan A och B , hade mycket varit vunnit. Det är troligt att ω ska ingå i ett sådant förhållande. När jag tog fram regulatorerna använde jag samma vågor för den lätta, den tunga och referensbåten och då borde ω vara samma för dessa. Jag bestämmer ω från dessa Q-matriser.

$$\omega = 0.26$$

Medelvärdet av kvoten mellan A och B är 38 och $\omega^{-2} = 15$ vilket är ganska nära. Då får man följande matris:

$$Q = \begin{pmatrix} u^{-2} \cdot \omega^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Jag har provat att använda denna matris för några olika förhållande, och funnit att den fungerar, även om den inte har fungerat lika bra som när jag använder bestämda tal i Q-matrisen. Den skulle troligtvis ge ett bra resultat om man tog fram en regulator speciellt för förliga vågor, där ω är relativt stor, och därmed skulle de tillstånd som är derivator av andra tillstånd bli större. Att ta fram regulatorer speciellt för förliga vågor är dock inget som är aktuellt, eftersom man vill ha regulatorer som klarar det värsta tänkbara förhållandet och det är aktra vågor.

För att kunna använda denna metod så måste man känna ω . Man kan bestämma ω ur en simulering eller en verklig ubåtskörning, men den kan också räknas ut med hjälp av vågspektrum, om man känner ubåtens hastighet och den signifikanta våghöjden.

5.4 Samband mellan ubåtens massa och straff-matriserna

När det gäller ubåtarna med olika massa kan man se att den lättaste ubåten har störst djupvarians och den tyngsta har lägst. Det verkar som en tyngre ubåt klarar vågor bättre och det är inte så förvånande, eftersom det krävs större kraft för att accelerera en större massa. En tyngre ubåt utgör ett trögare system än en lättare.

För att finna R-matrisen börjar jag med de 3 olika tunga ubåtarna. Eftersom de 3 ubåtarna ger olika rodervarians, väljer jag att skala om R-matrisen med respektive rodervarians. Jag antar att rodervariansen är omvänt proportionellt mot roderstraffet. Då ser R(1,1) så här:

lätta ubåten: $17.3 \cdot 0.036 = 0.623$
referensubåten: $6.4 \cdot 0.045 = 0.288$
tung ubåten : $4.57 \cdot 0.046 = 0.212$

Den lätta båten är 30% lättare än referensubåten och den tunga är 30% tyngre. Jag gör antagandet att förhållandet mellan R(1,1) och massan ser ut enligt föl-

jande:

$$R(1,1) \sim m^c$$

Detta skulle innebära att:

$$0.623 = 0.212 \cdot \left(\frac{0.7}{1.3}\right)^c$$

$$\ln 0.623 = \ln 0.212 + c \cdot \ln 0.538$$

$$c = -1.74$$

Om jag sätter in detta c och utgår ifrån referensubåten, får jag följande $R(1,1)$:

$$\text{den lätta ubåten: } 0.288 \cdot 0.7^{-1.74} / 0.036 = 14.9$$

$$\text{den tunga ubåten: } 0.288 \cdot 1.3^{-1.74} / 0.046 = 3.97$$

Det stämmer inte fullständigt, men som tumregel tycker jag att man kan säga att $R(1,1) \sim m^{-2}$.

5.5 Samband mellan ubåtens längd och straffmatriserna

När det gäller förhållandet mellan längd och straffmatriserna blir det hela lite mera komplicerat, eftersom det visade sig att längden påverkade ubåtens känslighet mot vågor mycket mer än massan. Den korta båten, som är 33% kortare än referensbåten, klarade inte av att köra i 1 meter höga vågor, utan jag tvingades minska våghöjden till 0.7 meter. När det gäller den längre ubåten, så klarade den av vågorna så bra att jag kunde öka våghöjden till 1.8 meter.

Det är inte säkert att det är ubåtens längd som är den relevanta faktorn, det kan också vara förhållandet mellan ubåtens längd och våglängden. Tyvärr är det så att våglängden påverkas av våghöjden. Om man antar att alla vågor har samma frekvens som vågspektrats maximum, kan våglängden räknas ut enligt följande:

$$\omega_{max} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 3.11}{5 \cdot H_{1/3}^2}}$$

$$k = \frac{2\pi}{L_w} = \frac{\omega^2}{g}$$

$$L_w = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi g}{\omega^2} = \frac{2\pi g}{\sqrt[4]{\frac{4 \cdot 3.11}{5 \cdot H_{1/3}^2}}} = \frac{2\pi g \cdot H_{1/3}}{1.58} \approx 39 \cdot H_{1/3}$$

Då blir våglängderna 27.3, 39.0 och 70.2 meter och längd-våglängdsförhållandet blir 1.47, 1.55 och 1.14. Jag har valt att både räkna med att förhållandet mellan ubåtens längd och våglängden är betydelsefullt, och att det saknar betydelse.

5.5.1 Förhållandet mellan våglängden och ubåtens längd saknar betydelse

Precis som tidigare börjar jag med att skala bort rodervariansen.

$$\text{korta ubåten: } 10.7 \cdot 0.042 = 0.449$$

$$\text{referensubåten: } 6.4 \cdot 0.045 = 0.288$$

$$\text{långa ubåten: } 80 \cdot 0.035 = 2.80$$

Jag antar, att $R(1,1)$ som funktion av längd och våghöjd ser ut så här:

$$R(1,1) = k \cdot H^a \cdot L^b$$

Genom att logaritmera mina 3 ekvationer får jag ett linjärt ekvationssystem med 3 obekanta.

$$\ln 0.449 = \ln k + a \cdot \ln 0.7 + b \cdot \ln 40$$

$$\ln 0.228 = \ln k + a \cdot \ln 1.0 + b \cdot \ln 60$$

$$\ln 2.800 = \ln k + a \cdot \ln 1.8 + b \cdot \ln 80$$

Detta ger:

$$\ln k = 29.7$$

$$a = 7.47$$

$$b = -7.54$$

Det verkar som om a och b har fått rätt tecken (Större vågor ger upphov till större ändringar av tillstånden, och då måste rodern straffas hårdare för att inte ge upphov till för stora roderutslag. En lång ubåt klarar vågor bättre än en kort, och därför behöver rodern inte straffas så hårt.). Konstanterna verkar väl stora, men det är inte omöjligt att de ska vara så stora, eftersom ubåtsmodellen innehåller både L^3 och L^4 , och LQG-design innehåller i sig själv en kvadrering. Om förhållandet mellan ubåtens längd och våglängden saknar betydelse, får jag följande rörhållande mellan $R(1,1)$ och längd och våghöjd.

$$R(1,1) \sim H^{7.5} \cdot L^{-7.5}$$

5.5.2 Förhållandet mellan våglängden och ubåtens längd är betydelsefullt

Om jag ska ta hänsyn till längd-våglängdsförhållandet också, har jag för många variabler och jag måste på något sätt bli av med antingen våghöjden eller ubåtens längd. Jag kan inte finna något sätt att resonera mig fram till hur ubåtens längd kan påverka straffmatriserna. Våghöjden däremot kan jag relatera till krafterna (och momenten) som verkar på ubåten, och jag antar att det finns ett samband mellan krafterna på ubåten och straffmatriserna. Krafterna (samma resonemang kan man föra när det gäller moment) som olika stora vågor ger upphov till på 12.5 meters djup ser det ut så här:

$$Z_v \sim H$$

Men detta är inte det enda sätt som våghöjden påverkar kraften

$$Z_v \sim e^{-kz}, \quad k = \frac{2\pi}{L_w}, \quad L_w \approx 39 \cdot H$$

$$Z_v \sim e^{-\frac{2\pi z}{39 \cdot H}}$$

$$Z_v \sim H \cdot e^{-\frac{2\pi z}{39 \cdot H}}$$

Om jag räknar ut detta för de olika våghöjderna får jag:

$$0.7 \cdot e^{-\frac{2\pi \cdot 12.5}{39 \cdot 0.7}} = 0.0394$$

$$1.0 \cdot e^{-\frac{2\pi \cdot 12.5}{39 \cdot 1.0}} = 0.1335$$

$$1.8 \cdot e^{-\frac{2\pi \cdot 12.5}{39 \cdot 1.8}} = 0.5880$$

Det hade varit lämpligt att kunna skriva:

$$Z_v \sim H^k$$

Om jag gör detta för den korta båten först får jag följande:

$$0.0394 = 0.1335 \cdot 0.7^k$$

vilket ger

$$k = 3.42$$

Om jag gör samma sak för den långa ubåten blir det så här:

$$0.5880 = 0.1335 \cdot 1.8^k$$

$$k = 2.52$$

Jag väljer att sätta:

$$Z_v \sim H^3$$

Jag antar också att $R(1,1) \sim Z_v^2$, vilket innebär att $R(1,1) \sim H^6$.

Om jag dividerar bort våghöjden, eller rättare sagt den kraft en viss våghöjd ger upphov till, från de skalade $R(1,1)$ -värdena, ser de ut på följande sätt:

$$\text{korta ubåten: } 0.449/0.0394^2 = 289$$

$$\text{referensubåten: } 0.288/0.1335^2 = 16.2$$

långa ubåten: $2.80/0.588^2 = 8.10$

Nu ser min hypotes ut på följande sätt:

$$289 = k \cdot 40^a \cdot 1.47^b$$

$$16.2 = k \cdot 60^a \cdot 1.55^b$$

$$8.10 = k \cdot 80^a \cdot 1.14^b$$

Detta ger :

$$\ln k = 31.5$$

$$a = -6.59$$

$$b = -3.91$$

Även här blir längdtermen stor och negativ, så det verkar som den ska ligga runt -7. När det gäller längd-våglängdstermen är jag mera skeptisk. I min vågmodell finns termen $\sin(\frac{\pi L}{L_w})$ och den är större för 1.47 (≈ 1) och 1.55 (≈ 0.99) än för 1.14 (≈ 0.43) men trots detta är b negativt. Detta innebär att om längd-våglängdsförhållandet är 1.47 är kraften på båten stor, och då borde rodert straffas hårdare och inte som här mindre än fallet blir för 1.14. Jag tycker mig inte kunna se något samband mellan våglängden och ubåtens längd. Jag gjorde även ett försök med $\sin(\frac{\pi L}{L_w})$.

$$289 = k \cdot 40^a \cdot \text{abs}(\sin(1.47 \cdot \pi))^b$$

$$16.2 = k \cdot 60^a \cdot \text{abs}(\sin(1.55 \cdot \pi))^b$$

$$8.10 = k \cdot 80^a \cdot \text{abs}(\sin(1.14 \cdot \pi))^b$$

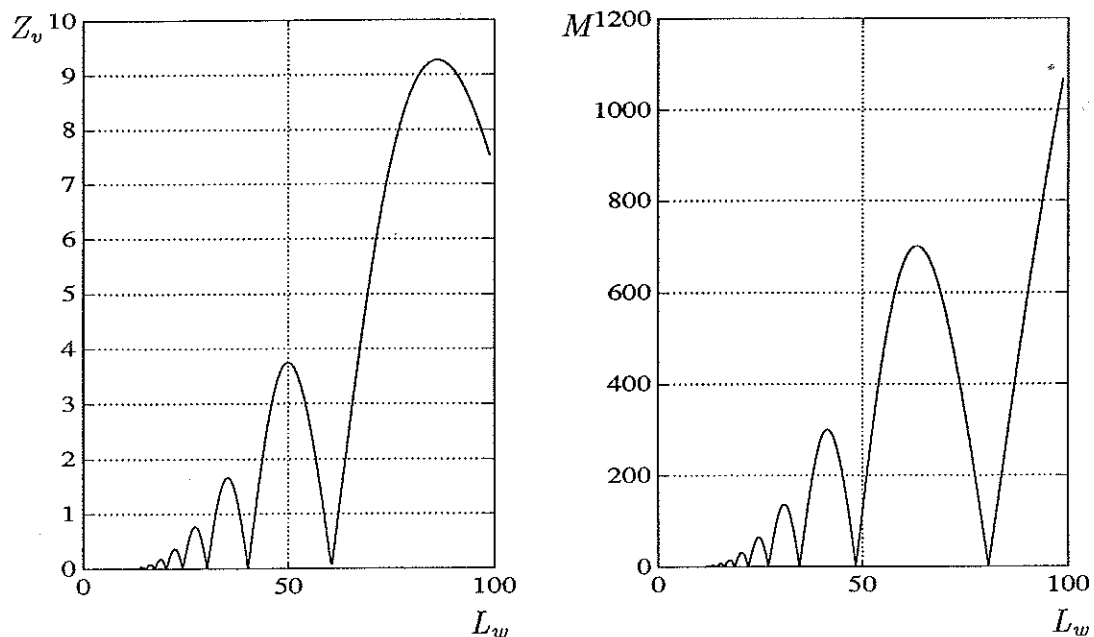
Detta ger :

$$\ln k = 32.0$$

$$a = -7.13$$

$$b = -1.62$$

Detta resultat är inte speciellt mycket bättre. Jag har inte funnit något samband mellan straffmatriserna och längd-våglängdsförhållandet trots att förhållandet finns med i vågmodellen. Detta kan bero på att $Z_v \sim \sin(\frac{\pi L}{L_w})$ och $M \sim \cos(\frac{\pi L}{L_w})$. Kraften når sitt maximum, när momentet når sitt minimum och tvärt om. Kanske är det detta som gör, att jag inte finner något samband mellan straffmatriserna



Figur 5.1: Kraften (Z_v) respektive momentet (M) som funktion av våglängden (L_w). Detta gäller för referensubåten i på 12.5 meters djup. Våghöjden är här, något orealistiskt, oberoende av våglängden.

och längd-våglängdsförhållandet. Det kan också tänkas att jag räknar med fel våglängder. Det är inte säkert att det är vågorna med störst amplitud som påverkar ubåten mest. Eftersom q är derivatan till θ så borde kvoten mellan q och θ vara ω_e . Detta ω_e kan sedan, via ω , användas till att räkna ut L_w . När jag använde dessa våglängder blev dock resultatet inte så mycket bättre och därför väljer jag att helt bortse från längd-våglängdsförhållandet.

5.6 Rätt straffmatriser för olika förhållanden och olika ubåtar

Jag tycker mig ha funnit att man kan ta fram lämpliga straffmatriser om man känner till vilka förhållande en ubåt ska gå i (våghöjd) och hur ubåten ser ut (längd och massa). Jag antar också att kvadraten på det maximala roderutslaget är proportionellt mot rodervariansen. Det finns säkert många fler parametrar som är betydelsefulla. Andra parametrar som man kan tänka sig har betydelse är storleken och formen på rodern, avståndet mellan tornet och tyngdpunkten, avståndet mellan ubåtens tyngdpunkt och tyngdpunkten för den undanträngda massan, ubåtens diameter och så vidare. Troligen är det storleken på roderutsla-

gen, våghöjden och ubåtens massa och längd som har störst betydelse, och därför nöjer jag mig med att ta med dessa. Min slutliga formel ser då ut på följande sätt:

$$R(1,1) = k \cdot \text{roder}^{-2} \cdot H^{7.5} \cdot L^{-7.5} \cdot m^{-2}$$

$$Q = \begin{pmatrix} R(1,1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 \cdot R(1,1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \cdot R(1,1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} R(1,1) & 0 \\ 0 & 1.6 \cdot R(1,1) \end{pmatrix}$$

5.7 Stämmer teorin?

För att bekräfta min teori väljer jag en ubåt som både är tyngre och längre än referensubåten. Eftersom en lång ubåt klarar vågor som är 1.8 meter höga, väljer jag denna våghöjd. Jag utgår ifrån referensubåten och dess straffmatriser. Stämmer min teori så borde jag få en bra regulator som ger ungefär samma ro-dervarians som jag fick för referensubåten med 1 meter höga vågor.

$$R(1,1) = 6.4 \cdot 1.8^{7.5} \cdot 1.33^{-7.5} \cdot 1.30^{-2} = 36.6$$

$$Q = \begin{pmatrix} 36.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3660 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 366 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 36.6 & 0 \\ 0 & 58.6 \end{pmatrix}$$

Detta ger följande regulator:

$$k = \begin{pmatrix} 0.70 & -42.2 & -9.0 & 0.11 \\ -0.92 & 16.5 & 4.5 & -0.10 \end{pmatrix}$$

Det går utmärkt att simulera med denna regulator och det ger följande varianser:

djup: 0.51
roder: 0.033

Detta resultat tycker jag är helt tillfredställande. Djupvariansen är något bättre (0.51 respektive 0.53) än för den långa ubåten, trots att rodervariansen är lite lägre (0.035 respektive 0.033). Att det går att ta fram en regulator som ger detta resultat är helt klart, eftersom en tyngre ubåt är mindre känslig för vågstörningar än en lättare ubåt, men att kunna ta fram en sådan regulator på det här sättet innebär att man kan spara in mycket tid.

Jag trodde att jag skulle få samma rodervarians som för referensubåten, och jag tycker att resultatet någorlunda bekräftar min teori. Variansen har blivit mindre än för referensubåten (0.033 respektive 0.045), vilket bara är bra.

Detta är troligtvis inte den absolut bästa regulatorn för denna ubåt, men jag har fått fram en som klarar av vågor på ett tillfredställande sätt.

5.8 Styr signaler

Om man tycker att man får för stora roderutslag undrar man kanske vilken term som ger upphov till de största roderutslagen. För att kontrollera detta har jag tagit fram de maximala tillståndsvärden jag fick fram med den bästa regulatorn för referensubåten.

w : 0.12
 q : 0.015
 θ : 0.035
 z_{diff} : 0.7

Dessa multiplicerade jag med motsvarande regulator.

$$k = \begin{pmatrix} 1.32 & -40.4 & -12.4 & 0.20 \\ -2.0 & 21.7 & 9.44 & -0.27 \end{pmatrix}$$

För det aktra rodert blir de olika termerna:

$w : 0.12 \cdot 1.32 = 0.16$
 $q : 0.015 \cdot 40.4 = \underline{0.61}$
 $\theta : 0.035 \cdot 12.4 = 0.43$
 $z_{diff} : 0.7 \cdot 0.20 = 0.14$

På motsvarande sätt för det förliga rodert:

$$w : 0.12 \cdot 2.0 = 0.24$$

$$q : 0.015 \cdot 22.0 = 0.33$$

$$\theta : 0.035 \cdot 9.38 = 0.33$$

$$z_{diff} : 0.7 \cdot 0.27 = 0.19$$

Här ser man att det är q -termen för det aktra rodert som ger upphov till de största roderutslagen. Det ser ut på liknande sätt för övriga ubåtar och regulatorer. Om man inte vill ha så stora roderutslag, så bör man försöka att minska q -termen i första hand. Det finns flera sätt att minska q -termen. Man kan minska straffet för q , lägga till en korsterm i LQG-designen, där man straffar q och aktra rodert hårt eller man kan bara minska q -termen och se vilka följder det får.

5.8.1 Reducering av roderutslag genom att ändra straffmatriserna

Min bästa regulator har jag fått fram med följande Q -matris:

$$Q = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 400 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Den mest extrema minskning man kan tänka sig av straffet för q är att sätta det till 0.

$$Q = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Det ger följande regulator:

$$k = \begin{pmatrix} 1.35 & -39.8 & -12.5 & 0.21 \\ -1.98 & 21.4 & 9.3 & -0.27 \end{pmatrix}$$

Detta hjälpte inte speciellt mycket. En minskning av q -termen från 40.4 till 39.8 kan inte innebära någon större minskning av styrsignalen. Det finns en klar

koppling mellan q och θ , och kanske kan man minska q -termen genom att minska straffet för θ . Även här sätter jag straffet till 0.

$$Q = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Det ger följande regulator:

$$k = \begin{pmatrix} 1.44 & -39.3 & -12.2 & 0.22 \\ -1.92 & 21.0 & 9.1 & -0.26 \end{pmatrix}$$

Det här resultatet var inte mycket bättre. Det verkar inte gå att påverka styrsignalen speciellt mycket genom att ändra i Q -matrisen. Man kan även tänka sig att man ändrar i R -matrisen och straffar det förliga rodert lite mindre. Om man till exempel sätter straffen lika stora

$$R = \begin{pmatrix} 6.4 & 0 \\ 0 & 6.4 \end{pmatrix}$$

får man följande regulator:

$$k = \begin{pmatrix} 0.91 & -35.6 & -10.5 & 0.16 \\ -2.57 & 27.7 & 12.2 & -0.36 \end{pmatrix}$$

Detta ger en något mindre q -term för det aktra rodert men en mindre effektiv regulator mot vågstörningar, eftersom det aktra rodert har störst effekt för styrningen av ubåten. Vill man ha mindre styr signaler måste man ändra hela Q - eller hela R -matrisen, men då får man också en regulator som klarar vågor sämre.

5.8.2 Reducering av roderutslag genom att använda kors-term vid LQG-design

Normalt när man använder LQG-design tar man fram en regulator som minimerar kostnadsfunktionen:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

Det finns också en möjlighet att lägga till en korsterm mellan tillstånden och styrsignalerna. Då får man en annan kostnadsfunktion som ska minimeras:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + 2 \cdot x^T N u) dt$$

I detta fall är det korstermen mellan det aktra rodert och q man vill minska. Eftersom det bara är en term vi vill ändra straffet på kan resten av N-matrisen vara 0.

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 10 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Detta ger följande regulator:

$$k = \begin{pmatrix} 1.32 & -40.3 & -12.5 & 0.20 \\ -2.01 & 22.6 & 9.51 & -0.27 \end{pmatrix}$$

Detta är nästan exakt samma regulator som utan N-matrisen.

Det går inte att ha hur stora tal som helst i N-matrisen. I detta fallet får man ett felmeddelande, från Matlab, om N(2,2) större än 60, att matrisen inte är symmetrisk och positiv semidefinit.

Om det största N(2,2)-talet används kan man minska q -termen för det aktra rodert något.

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 60 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

detta ger följande regulator:

$$k = \begin{pmatrix} 1.24 & -38.2 & -12.3 & 0.19 \\ -2.08 & 27.9 & 10.1 & -0.28 \end{pmatrix}$$

Genom att också straffa θ -termen kan ytterligare en liten förbättring uppnås.

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 60 \\ 0 & 7 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

detta ger följande regulator:

$$k = \begin{pmatrix} 1.14 & -36.3 & -11.4 & 0.18 \\ -2.12 & 27.9 & 10.7 & -0.28 \end{pmatrix}$$

Detta är en minskning på drygt 10% (från 40.4 till 36.3), vilket inte är speciellt mycket. En minskning av återkopplingen från q -termen kommer troligtvis att ge upphov till något större variation av q . Då kommer produkten av q och k_q att ha minskat med mindre än 10%, vilket inte är mycket, men kanske tillräckligt för att man ska överväga att använda det.

5.8.3 Reducering av roderutslag genom att ändra återkopplingskonstanterna

Det är q -termen som har störst betydelse för roderutslagen och θ -termen som har näst störst betydelse.

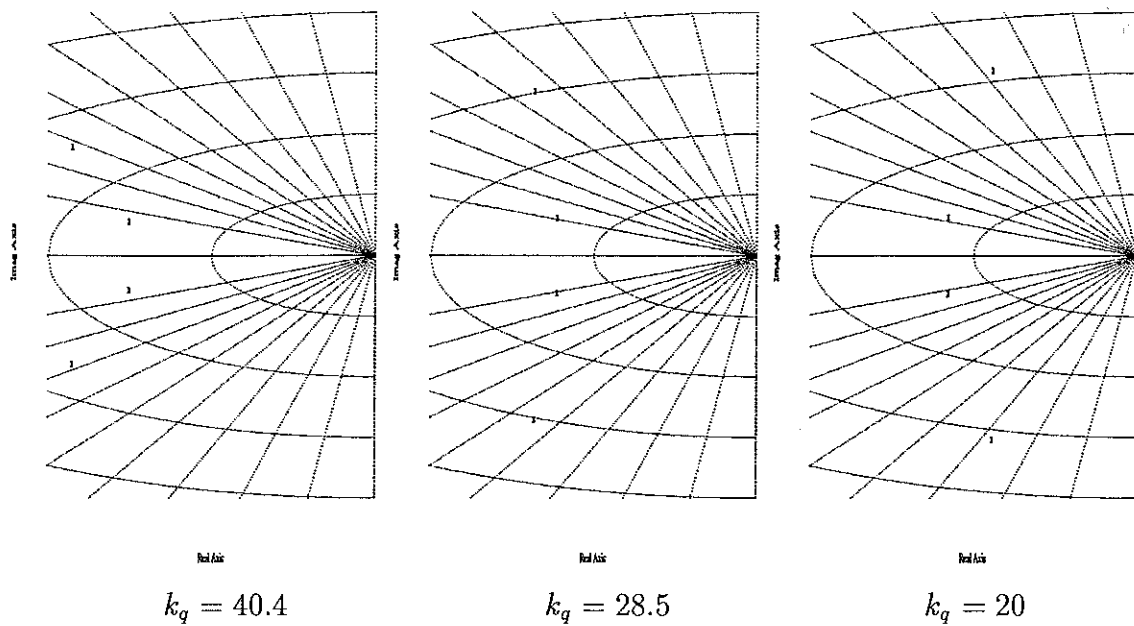
$$q : 0.015 \cdot 40.4 = 0.61$$

$$\theta : 0.035 \cdot 12.4 = 0.43$$

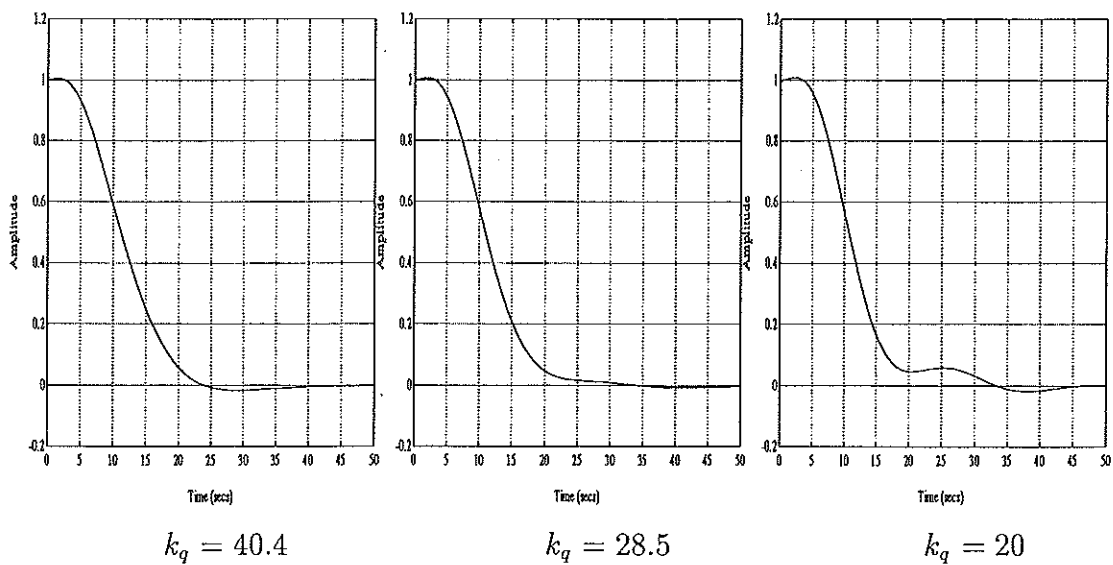
Om man skulle vilja att q -termen påverkade roderutslaget lika mycket som θ -termen skulle den behöva ändras enligt följande:

$$k_q = -40.4 \cdot 0.43 / 0.61 = -28.5$$

Detta förutsätter att q inte kommer att öka, när man minskar återkopplingen från q , och detta är inte speciellt troligt. För att även kompensera för detta måste q -termen kanske ändras till -20. Dessa förändringar påverkar inte förmågan att motverka vågor så mycket, men en regulator i en ubåt ska klara mer än motverka vågor. Man ska bland annat kunna ändra djup och kompensera för ett vikt fel. Genom att minska återkopplingen från q kommer systemet att bli sämre dämpat, eftersom q är en derivata och stor återkoppling av en derivata innebär stor dämpning av systemet. Detta syns ganska tydligt både om man tittar på polernas placering eller systemens stegsvar.



Figur 5.2: Systemets poler om återkopplingen från q ändras.



Figur 5.3: Systemets stegsvar om återkopplingen från q ändras.

Varken polernas placering eller stegsvaren tyder på att det skulle vara lämpligt att enbart minska k_q för att minska roderutslagen. Vill man minska sina roderutslag får man se till att ändra alla återkopplingskonstanter, och detta sker lämpligen genom att öka straffen för rodern eller minska straffen för tillstånden.

5.9 Sammanfattning

Det går att styra emot även ganska stora vågor, men detta kräver ganska stora roderutslag. För min referensubåt har jag lyckats styra den så att variansen i djupled har mer än halverats, vilket jag tycker är överraskande bra med tanke på vilka stora krafter som vågorna påverkar ubåten på.

En tung ubåt är mindre känslig för vågor än en lätt ubåt, vilket inte är speciellt förvånande, eftersom en kraft orsakar större acceleration av en lätt massa än av en tung.

Långa ubåtar klarar vågor bättre än korta. Detta är inte heller förvånande, men att längden har så oerhört stor betydelse tycker jag är överraskande. Om man gör en jämförelse mellan den korta ubåten och referensubåten, ser man att dessa har ungefär samma varianser både för roder och djup. Detta skulle då innebära att en 33% kortare ubåt klarar 30% lägre vågor. En jämförelse mellan den långa ubåten och referensubåten är svårare att göra, eftersom varianserna skiljer sig ganska mycket. Det finns dock inget som säger emot att ubåtens längd är proportionellt mot den våghöjd som ubåten klarar av.

Ett sätt att finna en lämplig regulator mot vågstörningar är att använda LQG-design med följande straffmatriser:

$$Q = \begin{pmatrix} R(1,1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 \cdot R(1,1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \cdot R(1,1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} R(1,1) & 0 \\ 0 & 1.6 \cdot R(1,1) \end{pmatrix}$$

$$R(1,1) = k \cdot \text{roder}^{-2} \cdot H^{7.5} \cdot L^{-7.5} \cdot m^{-2}$$

Detta ger en regulator som klarar vågor på ett ganska bra sätt. Regulatorn har dock väl stora återkopplingskonstanter för q . Ett sätt att minska dessa något är att även använda korstermen N vid LQG-designen. N -matrisen skulle då kunna se ut så här:

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 10 \cdot R(1,1) \\ 0 & R(1,1) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Detta ger inte någon större minskning av roderutslagen, men det är kanske värt att använda ändå, eftersom mindre roderutslag innebär sparad energi.

En alternativ Q-matris kan man ta fram om man kan bestämma den dominerande frekvensen i vågstörningen. Man kan även bestämma ω ur förhållandet mellan θ och q eftersom $q = \theta'$.

$$Q = \begin{pmatrix} u^{-2} \cdot \omega^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Detta är grova regler för att ta fram regulatorer mot vågstörningar. Jag tror inte att de gäller för alla typer av ubåtar, från små turistubåtar till jättelika atomubåtar, men de bör kunna användas för ubåtar som är mellan 30 och 100 meter långa.

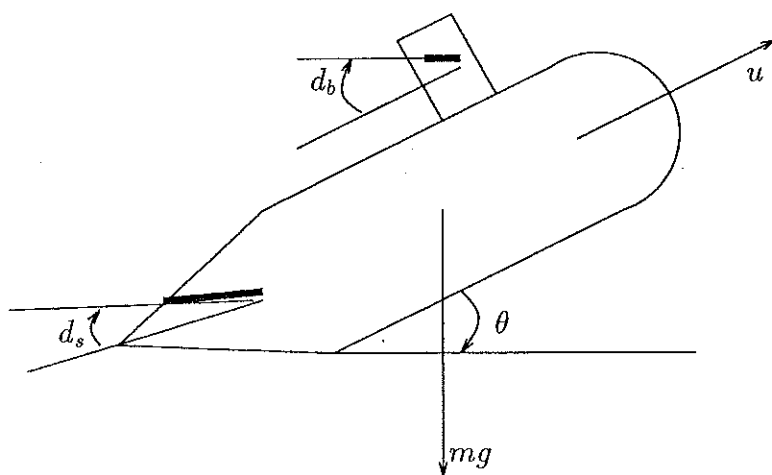
Jag har funnit att reglerna gäller för våghöjder upp till 3 meter, och högre vågor är ovanliga i svenska farvatten.

Jag har tagit fram mina regulatorer för aktra vågor på 12.5 meters djup. Detta är det svåraste förhållandet för en ubåt. Det hade gått att ta fram regulatorer för andra förhållanden, men jag har nöjt mig med att ta fram regulatorer för det svåraste förhållandet, och sedan bara kontrollertat att de klarar andra förhållanden.

Kapitel 6

Viktstörningar

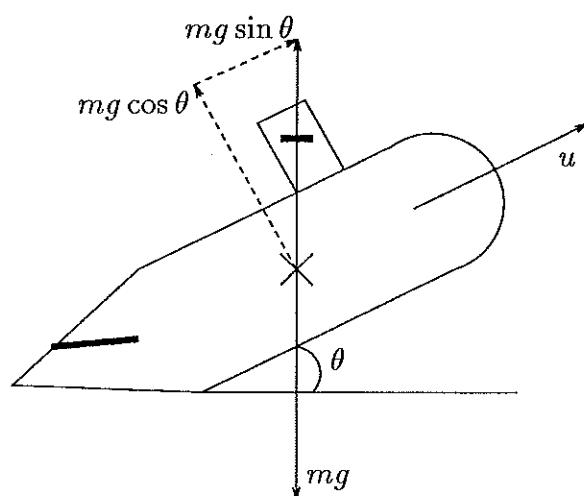
Viktstörningar på en ubåt kan uppstå på många olika sätt, men det är förändringar av vattnets densitet som är det största problemet. Ubåten kommer att passera skikt där vattnets densitet, på grund av temperatur eller salthalt, skiljer sig från det skikt där ubåten avvägdes. För att snabbt (innan pumparna hunnit pumpa in eller ut tillräckliga mängder vatten i viktreglertankarna) kompensera för ett viktfel, har man i huvudsak tre saker till sin hjälp. Dels har man de förliga och aktra rodern, och dels har man ubåtens pitch. Varje viktfel kan man kompensera för på oändligt många sätt, genom att variera roderutslag och pitch. Olika lösningar kommer att ge upphov till att ubåtens utsätts för olika stora bromsande krafter. Dessa krafter vill man minimera för att kunna spara bränsle och utöka maximala tiden man kan vara under ytan.



Figur 6.1: Ubåt utsatt för viktfel $m \cdot g$.

Om ubåten är för tung, som i figur 6.1, måste roderns bärande kraft samt ubåtens lyftande kraft vara lika stort som viktfel. Kraften i ubåtens längdriktning

(propellern ger en kraft i ubåtens längdriktning) kan delas upp i en horisontell del, $F \cos \theta$, och en vertikal del, $F \sin \theta$. Den vertikala kraften är det samma som den lyftande kraften. Utslag på rodern kommer givetvis att ge upphov till ökade bromskrafter, men det gör också pitch enligt figur 6.2. Kraften blir $mg \sin \theta$ eller rättare sagt absolutvärdet av $mg \sin \theta$, eftersom alla bromsande krafter måste vara positiva.



Figur 6.2: Ubåtens vikt fel uppdelat i sina komponenter.

6.1 Beräkning av regulatorer som klarar vikt-fel.

För att beräkna lämpliga regulatorer med hjälp av linjärkvadratiska metoder måste David Taylors formler linjäriseras, eftersom de är olinjära. Det är framför allt farten u som påverkar dynamiken olinjärt. Många parametrar är beroende av u^2 . För att klara detta problem använder man parameterstyrning (gain scheduling) där återkopplingskonstanterna är uträknade för ett antal hastigheter. För hastigheter mellan de man använt vid beräkning av återkopplingskonstanterna interpoleras lämpliga konstanter fram. Eftersom David Taylors formler beskriver ubåten med hjälp av tillstånd, och eftersom de flesta tillstånd kan mätas, är det lämpligt att använda tillståndsåterkoppling.

Den linjäriserade modellen har ungefär samma utseende som vi är vana vid

$$A1x' = A2x + B1u + e$$

$$x = \begin{pmatrix} w \\ q \\ \theta \\ z_{diff} \end{pmatrix}$$

$$e = \begin{pmatrix} g \\ l \cdot g \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot m$$

$$g = 9.81$$

l = avståndet från viktfelet till ubåtens tyngdpunkt.

Formeln skrivs om som

$$x' = Ax + Bu + v$$

Vid jämvikt, det vill säga när ubåten har stabiliserat sig på börvärdet, är $z_{diff} = 0$ och $q = 0$. $w = u \cdot \sin \theta$, men eftersom θ kan anses vara liten blir $w = u \cdot \theta$.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} w' &= a_{11}w + a_{13}\theta + b_{11}d_s + b_{12}d_b + v_1 \\ q' &= a_{21}w + a_{23}\theta + b_{21}d_s + b_{22}d_b + v_2 \\ \theta' &= q = 0 \end{aligned}$$

eller

$$\begin{aligned} w' &= (a_{11} \cdot u + a_{13})\theta + b_{11}d_s + b_{12}d_b + v_1 \\ q' &= (a_{21} \cdot u + a_{23})\theta + b_{21}d_s + b_{22}d_b + v_2 \end{aligned}$$

De bromsande krafterna kallas J

$$J = K1 \cdot d_s^2 + K2 \cdot d_b^2 + mg \cdot \sin \theta$$

Eftersom θ kan anses liten kan J skrivas som

$$J = K1 \cdot d_s^2 + K2 \cdot d_b^2 + mg\theta$$

En ny variabel J_1 beskrivs som

$$J_1 = J + \Gamma_1 w' + \Gamma_2 q'$$

eller

$$J_1 = J + \Gamma_1 \{(a_{11} \cdot u + a_{13})\theta + b_{11}d_s + b_{12}d_b + v_1\} + \Gamma_2 \{(a_{21} \cdot u + a_{23})\theta + b_{21}d_s + b_{22}d_b + v_2\}$$

För att hitta minimum till ekvationen måste J_1 deriveras

$$\frac{\delta J_1}{\delta \Gamma_1} = (a_{11} \cdot u + a_{13})\theta + b_{11}d_s + b_{12}d_b + v_1$$

$$\frac{\delta J_1}{\delta \Gamma_2} = (a_{21} \cdot u + a_{23})\theta + b_{21}d_s + b_{22}d_b + v_2$$

$$\frac{\delta J_1}{\delta d_s} = 2K1d_s + \Gamma_1 b_{11} + \Gamma_2 b_{21}$$

$$\frac{\delta J_1}{\delta d_b} = 2K2d_b + \Gamma_1 b_{12} + \Gamma_2 b_{22}$$

$$\frac{\delta J_1}{\delta \theta} = mg + \Gamma_1(a_{11} \cdot u + a_{13}) + \Gamma_2(a_{21} \cdot u + a_{23})$$

Ur dessa ekvationer kan de rodervinklar, d_s och d_b , som ger upphov till minsta möjliga motstånd för att kompensera för viktfelet bestämmas. Detta gäller visserligen enbart för ett speciellt viktfelet, men andra viktfelet kommer att klaras på ett någorlunda bra sätt. Jag har enbart gjort detta med referensubåten, men det kan göras på samma sätt för vilken ubåt som helst.

6.2 Design av regulator för att klara ett viktfel på ett ton

Genom att sätta $m = 1000\text{kg}$ och lösa ut d_s och d_b ur den deriverade funktionen, J_1 , vet man vilka roderutslag man vill ha. Regulatorn använder tillståndsåterkoppling med tillstånden q , w , θ och z_{diff} . För att vara säker på att ubåten verkligen ställer in sig på bördjupet införs också en integrerande term på djupet z_{diff} kallad z_i . När ubåten befinner sig på bördjupet kommer enbart w , θ och z_i att påverka rodern, medan q och z_{diff} kommer att vara 0. θ kan också lösas ut, och vi vet sedan tidigare att $w = u\theta$. Vi vet dock inget om z_i . Vi vet inte hur långt ubåten gled iväg från bördjupet, när den utsattes för viktfelet (om den över huvud taget befann sig på bördjupet), och vi vet inte hur lång tid det tar för ubåten att komma till bördjupet.

För att beräkna en regulator som ger de önskade rodervinklarna används LQG-design med hjälp av Matlab. För att slippa problemet med storleken på integraltermen väljer jag att enbart använda integralterm på ett av roderna. Genom att variera Q-matrisen går det att pröva sig fram till en regulator där w -termen och θ -termen ger det önskade roderutslaget på rodert utan integralterm. Jag förutsätter att även det andra rodert kommer att ställa in sig i rätt läge, om Q- och R-matriserna är valda på ett lämpligt sätt. Genom att välja om det är det aktra eller förliga rodert som ska ha integralterm, kan storleken på roderutslagen innan ubåten har ställt in sig på bördjupet ändras, och därmed tiden det tar att kompensera för viktfelet. Stora roderutslag gör att ubåten inte kommer så långt ifrån bördjupet, och det tar kort tid för ubåten att komma tillbaka till bördjupet. Alltför stora roderutslag kan givetvis ge upphov till överslängar.

Viktfelsmatrisen, v , kan bestämmas som nämnts tidigare med hjälp av A1- och e-matriserna. Ett annat sätt att bestämma v är att ta en regulator, i stort sätt vilken som helst, och se vilka värden man får för pitch och roder om man simulerar ubåten med ett viktfel. Detta kräver givetvis, att ubåten stabiliserar sig på bördjupet så att z_{diff} -termen blir noll. Med hjälp av pitch och rodervinklar kan v enkelt bestämmas enligt följande:

$$\begin{aligned}v_1 &= -\{(a_{11} \cdot u + a_{13})\theta + b_{11}d_s + b_{12}d_b\} \\v_2 &= -\{(a_{21} \cdot u + a_{23})\theta + b_{21}d_s + b_{22}d_b\}\end{aligned}$$

Vid farten 2U fick jag fram följande värden:

$$\begin{aligned}\theta &= 0.01734 \\ d_s &= 0.00850 \\ d_b &= -0.0284\end{aligned}\quad (\text{Alla vinklar i radianer})$$

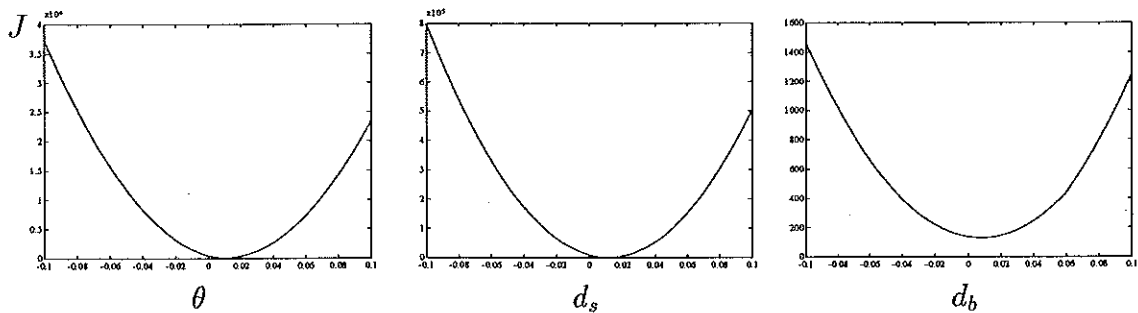
Detta ger i sin tur:

$$\begin{aligned}v_1 &= 0.0035 \\ v_2 &= 7.49 \cdot 10^{-5}\end{aligned}$$

Nu är tillräckligt känt för att räkna ut de vinklar som ger upphov till det lägsta motståndet.

$$\begin{aligned}\theta &= 0.0101 \\ d_s &= 0.0118 \\ d_b &= 0.0081\end{aligned}$$

Detta ger $J = 129$, medan den första regulatoren ger $J = 276$. De bromsande krafter, som man kan påverka, har mer än halverats.



Figur 6.3: Ubåtens motstånd (J) som funktion av θ , d_s och d_b vid farten $2U$. Observera att figurerna har olika skala. Det minsta motståndet är givetvis oberoende av om det är en funktion av θ , d_s eller d_b .

Jag börjar med att bestämma en regulator som saknar integralterm på det aktra roderet. Då måste $u \cdot \theta \cdot k(1, 1) + \theta \cdot k(1, 3)$ vara lika med d_s (eller rättare sagt $-d_s$ eftersom $u = -k \cdot x$). k är återkopplingsmatrisen som är en 2×5 -matris. Till att börja med nöjer jag mig dock med mitt system med 4 tillstånd. Jag utgick

från de straffmatriser jag fick fram när jag letade efter en lämplig vågregulator för referensubåten, dvs:

$$Q = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 400 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 6.4 & 0 \\ 0 & 10.0 \end{pmatrix}$$

Genom att sätta olika konstanter framför R-matrisen provade jag mig fram till en regulator som uppfyllde kraven.

$$k = \begin{pmatrix} 0.0231 & -7.6313 & -1.2590 & 0.0151 \\ -0.0183 & 0.8598 & 0.1891 & -0.0027 \end{pmatrix}$$

Detta är en regulator med små parametrar, och därför är den troligtvis inte speciellt snabb på att kompensera för vikt fel.

För att kunna lägga till en integralterm måste A- och B-matriserna utökas med en femte rad.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Jag väljer sedan att lägga en sådan liten integralterm på det förliga rodert, att polerna från systemet utan integralterm inte flyttas. Jag får då följande regulator:

$$k = \begin{pmatrix} 0.0231 & -7.6313 & -1.2590 & 0.0151 & 0 \\ -0.0183 & 0.8598 & 0.1891 & -0.0027 & -0.001 \end{pmatrix}$$

Om man i stället väljer att ha integraltermen på det aktra rodert, så måste $u \cdot \theta \cdot k(2,1) + \theta \cdot k(2,3)$ vara lika med d_b .

Här är det lättast att få fram en lämplig regulator genom att ändra på Q(1,1).

Genom att ändra i Q-matrisen fick jag fram följande regulator:

$$k = \begin{pmatrix} -0.5841 & -35.1633 & -10.1576 & 0.1968 \\ -2.8924 & 24.9039 & 10.7704 & -0.2742 \end{pmatrix}$$

Detta är en mycket kraftigare regulator och borde därmed ta upp vikt fel mycket snabbare.

När jag ska lägga till integraltemen gör jag på samma sätt som i förra fallet.

$$k = \begin{pmatrix} -0.5841 & -35.1633 & -10.1576 & 0.1968 & 0.005 \\ -2.8924 & 24.9039 & 10.7704 & -0.2742 & 0 \end{pmatrix}$$

Vid simuleringar med dessa regulatorer så ställer sig inte någon av dem in sig på exakt rätt sett. Regulatorn med integralverkan på det förliga rodert når följande värden 3000 sekunder efter att den utsatts för ett vikt fel på 1 ton:

$$\begin{aligned} \theta &= 0.0128 \\ d_s &= 0.0098 \\ d_b &= 0.0160 \\ u &= 4.000 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Detta är inte speciellt långt från de värden jag hoppats få fram. Motsvarande för regulatorn med integralverkan på det aktra rodert:

$$\begin{aligned} \theta &= 0.0021 \\ d_s &= 0.0125 \\ d_b &= 0.0715 \\ u &= 3.988 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Detta motsvarar $J=139$ respektive $J=172$. En ökning av de bromsande krafterna på över 20% ger en hastighetsminskning på 0.3%, vilket måste ses som i stort sätt betydelselöst. Det är alltså inte lönt att lägga ner för mycket arbete för att finna en regulator som minimerar de bromsande krafterna.

Detta är regulatorer som enbart är optimala för vikt fel på 1 ton, men de klarar även andra vikt fel på ett bra sätt. Om viktfelet är 2 ton så är de bästa inställningarna:

$$\begin{aligned}\theta &= 0.0191 \\ d_s &= 0.0240 \\ d_b &= 0.0229\end{aligned}$$

Med min regulator med integralverkan på det aktra rodert ställer ubåten in sig på nästan samma sätt

$$\begin{aligned}\theta &= 0.0282 \\ d_s &= 0.0225 \\ d_b &= 0.0221\end{aligned}$$

Detta ger $J = 410$, vilket inte är så mycket mer än det ideala som är 340. Är viktfelet 10 ton ser det ut på följande sätt:

$$\begin{aligned}\theta &= 0.0957 \\ d_s &= 0.1199 \\ d_b &= 0.1147\end{aligned}$$

Detta är idealt medan min regulator ger:

$$\begin{aligned}\theta &= 0.1408 \\ d_s &= 0.1125 \\ d_b &= 0.1103\end{aligned}$$

Inte heller här har regulatorn ställt in sig långt från det ideala. Min regulator ger $J = 4600$, och de ideala inställningarna ger $J = 4500$. Det verkar som en regulator som är gjord för ett speciellt viktfel, även klarar andra viktfel på ett tillfredställande sätt.

Jag har gjort samma sak vid farten U , och även här började jag med att bestämma v_1 och v_2 med hjälp av de vinklar som ubåten ställde in sig på. Samma regulator som vid dubbla farten används.

$$\begin{aligned}\theta &= 0.0251 \\ d_s &= 0.0102 \\ d_b &= 0.2049\end{aligned}$$

Detta gav sedan

$$v_1 = 0.0031$$

$$v_2 = -2.07 \cdot 10^{-6}$$

Egentligen borde v -matrisen vara samma som vid den högre hastigheten, eftersom både A_1 - och e -matrisen är hastighetsoberoende. Att v -matrisen varierar med hastigheten beror på skillnader mellan den komplexa CYPROS-modellen och den enklare MATLAB-modellen. Den dominerande termen, v_1 , har dock bara ändrat sig med 10%, vilket får anses som litet.

De vinklar som ger upphov till minst motstånd blir:

$$\theta = 0.0637$$

$$d_s = -0.0313$$

$$d_b = 0.1475$$

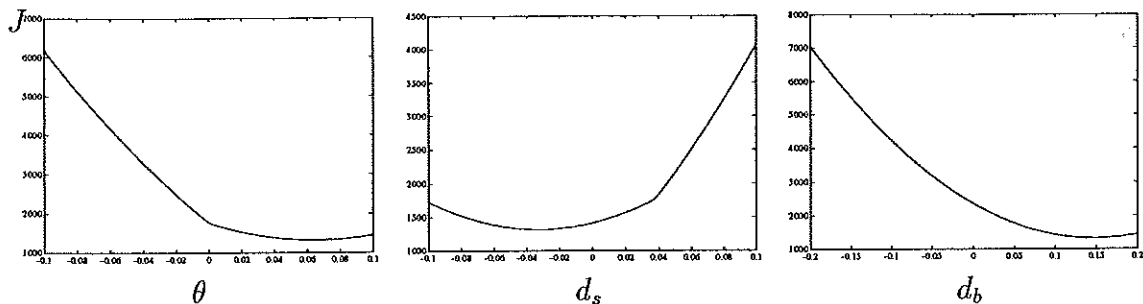
I det här fallet har J minskats från 1450 till 1290. De bromsande krafterna har inte alls minskat lika mycket som vid dubbla farten. Det kan bero på att jag börjat med en bättre regulator, men det är troligare att det beror på att det inte alls är lika känsligt hur man väljer regulator. Om man jämför bilderna 6.3 och 6.4 så ser man att speciellt θ och d_s är mycket flackare runt minimum vid den låga farten än den höga. De bromsande krafterna har ökat mycket när hastigheten minskat. Detta beror på att om farten halveras måste roderutslagen i stort sätt öka en faktor 4 för att få samma effekt. De bromsande krafterna från rodern beror på roderutslagen i kvadrat, och detta innebär att en halvering av farten innebär att den bromsande kraften från rodern har ökat 16 gånger. Det blir inte så illa i det här fallet, eftersom även θ ändras, men det skiljer trots allt en faktor 10.

Det visar sig vara omöjligt att, med hjälp av LQG-design, få fram en regulator som har integratorverkan på förliga rodert och ger önskat utslag för det aktra rodert. Detta beror på att de flesta regulatorer har negativa konstanter framför både w - och θ -termen och då går det inte att uppfylla kraven.

Regulatorn utan integralterm på det aktra rodert blir:

$$k = \begin{pmatrix} -4.2989 & -29.8249 & -1.8826 & 0.0476 \\ -2.9405 & 19.0260 & 3.5639 & -0.0925 \end{pmatrix}$$

Och med integralterm:



Figur 6.4: Ubåtens motstånd (J) som funktion av θ , d_s och d_b vid farten U .

$$k = \begin{pmatrix} -4.2989 & -29.8249 & -1.8826 & 0.0476 & 0.001 \\ -2.9405 & 19.0260 & 3.5639 & -0.0925 & 0 \end{pmatrix}$$

6.3 Sammanfattning

Det är fullt möjligt att hitta en regulator som ger upphov till minsta möjliga motstånd för en viss viktstörning. När ubåten befinner sig på bördjupet kommer enbart w , θ och z_i att påverka rodrarna. Eftersom man inte vet något om z_i , kan man bara ha integratorverkan på ett av rodrarna, om man ska vara säker på att ubåten ställer in sig på rätt vinklar. Det är bäst att ha integratorverkan på det aktra rodrarna, för annars får man regulatorer med onödigt små parametrar, och därmed en regulator som behöver lång tid för att kompensera för ett viktfele.

Skulle viktstörningen vara en annan, krävs det också en annan regulator för att få minsta möjliga motstånd. Det är helt omöjligt att ta fram en regulator för varje tänkbart viktfele, men det har visat sig att en regulator som till exempel klarar viktfele på 1 ton också klarar sig bra för andra typer av viktfele. Hur nödvändigt det är med en regulator som minimerar de bromsande krafterna vid viktfele beror på hur ofta de inträffar och hur snabbt, och bra, man kan kompensera för viktfelet med hjälp av viktreglertankarna. Om detta sker väldigt snabbt så har det inte någon större betydelse att ubåten en kortare stund inte utgör minsta möjliga motstånd i vattnet. Tar det däremot längre tid kan det vara mycket användbart, eftersom man då kan spara energi och utöka tiden under vatten.

Kapitel 7

Andra aspekter på reglering och vågor

En djupregulator på en ubåt ska klara av många olika saker. Den ska bland annat kunna hålla ett önskat djup och kunna gå till ett annat djup om så önskas. Ubåten utsätts hela tiden för olika typer av störningar, bland annat våg- och viktstörningar. Jag har tagit fram regulatorer som klarar en typ av störningar men detta räcker inte, eftersom man inte vet vilken typ av störning som ubåten kommer att utsättas för. Man vet visserligen att om man går på stort djup så är vågstörningarna små, men den taktiska situationen kan tvinga ubåten närmre ytan, och då är ubåten genast utsatt för större vågstörningar.

För att testa mina olika regulatorer har jag valt att ta referensubåten och köra den med samma fart i tre olika förhållanden. Ubåten ska gå i 0.8 meter höga vågor, den ska utsättas för ett viktfel genom att 1000 liter pumpas in i ubåten och den ska byta djup från 12.5 till 13.5 meter.

Jag har valt de två regulatorer som jag fann vara, mer eller mindre, lämpliga mot viktstörningar samt två som ska vara lämpliga mot vågstörningar. Vågstörningsregulatorerna fann jag genom att använda mina teorier från vågstörningskapitlet. För att även kunna klara av viktfel behövdes en integralterm och den fick jag fram genom att utöka systemet med ett tillstånd. Jag valde följande straffmatriser:

$$Q = \begin{pmatrix} 6.4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 640 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 64 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00001 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 6.4 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$$

Jag tog även fram en regulator där jag använde korsterm vid LQG-design.

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 64 \\ 0 & 6.4 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Viktregulatorn med integralverkan på det aktra rodert kallar jag *viktregulator1*. Den ser ut på följande sätt:

$$k = \begin{pmatrix} -0.58 & -35.2 & -10.2 & 0.20 & 0.0005 \\ -2.89 & 24.9 & 10.8 & -0.27 & 0.0 \end{pmatrix}$$

Viktregulator2 ser ut så här:

$$k = \begin{pmatrix} 0.023 & -7.63 & -1.26 & 0.015 & 0.0 \\ -0.018 & 0.86 & 0.19 & -0.0027 & -0.0001 \end{pmatrix}$$

Vågregulatorn som är framtagen utan korsterm kallas *vågregulator1*.

$$k = \begin{pmatrix} 1.52 & -41.8 & -12.8 & 0.21 & 0.0006 \\ -1.95 & 21.6 & 9.49 & -0.28 & -0.0009 \end{pmatrix}$$

Vågregulator2 ser ut så här:

$$k = \begin{pmatrix} 1.34 & -37.4 & -11.9 & 0.18 & 0.0005 \\ -2.09 & 28.5 & 10.8 & -0.29 & -0.0009 \end{pmatrix}$$

Viktregulator1 och de två vågregulatorerna har ungefär lika stora återkopplingskonstanter, medan *viktregulator2* har mycket mindre konstanter.

7.1 Vågstörningar

Simuleringarna är gjorda på 12.5 meters djup, under 5000 sekunder och med 0.8 meter höga vågor. Simuleringarna finns presenterade längre bak som simuleringarna 1-4. Som vanligt när det gäller vågstörningar har jag valt att registrera varianser för djup och roder. Jag har dock valt att presentera både variansen för det aktra och det förliga rodert.

<i>Regulator</i>	<i>Varians djup</i>	<i>Varians aktra roder</i>	<i>Varians förliga roder</i>
<i>viktregulator1</i>	0.16	0.054	0.102
<i>viktregulator2</i>	1.04	0.020	0.004
<i>vågregulator1</i>	0.19	0.082	0.081
<i>vågregulator2</i>	0.19	0.076	0.083

Om man tittar på simuleringarna så ser man ungefär samma sak. *Viktregulator2*, som har mycket mindre återkopplingskonstanter än de övriga 3, har mycket större djupvarians men också mycket mindre rodervarianser. Detta visar åter igen att man kan, och bör, kompensera för vågstörningar.

Det kan tyckas dåligt att en viktregulator har lägre djupvarians än de bägge vågregulatorerna, men detta lyckas den med hjälp av större roderutslag på det förliga rodert och detta är inte bra. Det var bottning av det förliga rodert som gjorde att jag inte kunde använda 1 meter höga vågor med *viktregulator1*.

Man kan se, speciellt för det förliga rodert med *viktregulator2*, att roderorna inte rör sig exakt runt 0 utan ligger lite förskjutna. Detta beror troligen på att ubåten inte är exakt rätt avvägd, och det är detta som gör att ubåten först sjunker en bit. För att kompensera för detta börjar integratordelen att öka och ubåten rör sig runt ett annat jämviktsläge än 0.

Jag tycker att alla fyra regulatorerna klarar vågor på ett bra sätt, även om *viktregulator2* med de små återkopplingskonstanter varierar väl mycket i djupled.

7.2 Viktstörningar

Vid tiden 2000 pumpas 1000 liter vatten in i en tank som befinner sig i ubåtens tyngdpunkt. Detta gör att ubåten sjunker, och för att kompensera för detta ger de olika regulatorerna upphov till olika stora och snabba roderutslag. Man vill att ubåten ska sjunka så lite som möjligt, att den ska återkomma till bördjupet snabbt, man ska använda små roderutslag och när ubåten återkommit till bördjupet ska den ge upphov till lägsta möjliga motstånd i vattnet. Simuleringarna 5–8 visar hur de olika regulatorerna klarar viktstörningar.

De bägge vågregulatorerna och *viktregulator1* sjunker ungefär lika mycket (15 cm), medan *viktregulator2* sjunker betydligt mer (65 cm). Detta beror säkert på de mindre återkopplingskonstanter och är inget konstigt.

De bägge vågregulatorerna, som är väldigt lika, är nästan exakt lika snabba (400 sekunder) på att återkomma till bördjupet. *Viktregulator2* gör att ubåten sjunker ganska mycket men den är relativt snabbt (600 sekunder) tillbaka på bördjupet. Sämre är det med *viktregulator1* som behöver mer än 1500 sekunder för att vara tillbaka på bördjupet. Det tar alltså fyra gånger så lång tid att komma tillbaka som för vågregulatorerna och detta är dåligt.

Alla regulatorerna har ungefär samma beteende för det aktra rodert även om vågregulatorerna har lite större överslängar. När det gäller det förliga rodert så stiger alla till ungefär samma värde även om det tar lite längre tid för *viktregulator2*. När *viktregulator2* och vågregulatorerna har kommit till ytterläget så blir de där, medan *viktregulator1* minskar utslaget långt innan ubåten kommit rätt. Man ser att utslaget minskar ungefär på samma sätt som ubåten närmar sig rätt djup och detta skulle kunna innebära att man nästan bara återkopplar z_{diff} . Detta är inte omöjligt eftersom $w = z' + u \cdot \theta$ och om w -termen har samma tecken som θ -termen kommer θ att återkopplas mycket. Regulatorn försöker få ubåten att komma till bördjupet med ytterst litet pitch. Negativ w -term gör också att z' kommer att återkopplas med ett annat tecken än z_{diff} . För att slippa detta problem måste man ersätta tillståndet w med z' .

Viktregulator1 lyckas ställa in sig så att ubåten har de minsta bromsande krafterna, men det är inte stor skillnad mellan den och de övriga 3 som är exakt lika snabba.

Jag tycker att *viktregulator1* är den regulator som klara viktstörningar sämst trots att den ger upphov till det minsta motståndet. De två vågregulatorerna klarar sig nästan lika bra. Om man ska välja någon av vågregulatorerna eller *viktregulator2* beror på hur stora återkopplingskonstanter man vill använda.

7.3 Bördjupsändring

Ubåten börjar på 12.5 meter och bördjupet är 13.5 meter. Man vill att ubåten ska ändra djup snabbt, utan stora överslängar, med små roderutslag. Simuleringarna med bördjupsändringar är nummer 9 till 12.

Viktregulator1 och de bägge vågregulatorerna bär sig åt på nästan exakt samma sätt. Det tar ungefär 5 sekunder innan ubåten reagerar, den passerar 13 meter efter 12 sekunder och når 13.5 meter efter drygt 20 sekunder. De bägge vågregulatorerna är något snabbare än *viktregulator1*, men de har å andra sidan något större översläng. *Viktregulator2* är betydligt långsammare än de övriga. Det tar 10 sekunder innan ubåten reagerar, 30 sekunder innan den når 13 meter och 45 sekunder innan den når 13.5 meter. *Viktregulator2* ger upphov till den största överslängen, men den är inte mycket större än för övriga regulatorer.

Roderutslagen är också nästan de samma för *viktregulator1* och de bägge vågregulatorerna. *Viktregulator2* ger upphov till mycket mindre roderutslag än de övriga. Det maximala roderutslaget för det aktra rodert är 0.015 för *viktregulator2* och ungefär 0.15 för övriga regulatorer. Det skiljer alltså en faktor 10 när det gäller storleken på roderutslag för det aktra rodert, och skillnaden för det förliga rodert är ännu större.

Alla regulatorerna klarar en bördjupsändring på ett bra sätt. Det är mest en fråga om hur snabbt man vill kunna byta djup och hur stora roderutslag man

vill använda som avgör vilken regulator som är lämpligast.

7.4 När påverkas ubåten mest av vågstörningar

Större vågor ger givetvis upphov till större påverkan på ubåten, och det samma gäller om ubåten befinner sig på ett mindre djup. Det är troligt att även ubårens hastighet relativt vågorna har betydelse. Troligen är effekterna störst om vågspektrats maximum ligger nära 0, vilket innebär att de största vågorna får verka på ubåten under lång tid.

$$\omega_e = \omega_w - \frac{u\omega_w^2}{g} \cos(\psi)$$

Spektrats maximum ligger så här:

$$\omega_w = \sqrt{\frac{4 \cdot 3.11}{5 \cdot H_{1/3}^2}}$$

Om våghöjden är 1 meter är maximum $\omega_w = 1.26$. Om ω_e ska vara 0 så måste:

$$1.26 - \frac{u \cdot 1.26^2}{g} \cos(\psi) = 1.26 \left(1 - \frac{u \cdot 1.26}{g} \cos(\psi)\right) = 0$$

$$1 - \frac{u \cdot 1.26}{g} \cos(\psi) = 1 - u \cdot 0.128 \cos(\psi) = 0$$

Om detta ska vara sant så måste $\cos(\psi)$ vara positivt. Det största värde $\cos(\psi)$ kan anta är givetvis 1, och om jag sätter in detta kan jag räkna ut den lägsta hastighet där det finns risk för vågstörningar med frekvensen 0.

$$u = \frac{1}{0.128} = 7.8 \text{ m/s}$$

Jag har valt att simulera med $u = 12 \text{ m/s}$ och sedan ändra ψ mycket sakta från 0 till 2π . Detta visar simulering 13. För att få vågstörningar av frekvensen 0 måste:

$$1 - 12 \cdot 0.128 \cos(\psi) = 1 - 1.54 \cos(\psi) = 0$$

$$\cos(\psi) = 0.65 \Rightarrow \psi = \pm 0.86$$

Vilket i detta intervall innebär $\psi = 0.86$ och $\psi = 5.42$.

Om man tittar på simuleringen så ser man att de största djupvariationerna sker strax före $\psi = 1$ och någonstans mellan 5 och 6. Det stämmer alltså ganska bra att de största störningarna inträffar när ubåtens hastighet relativt vågorna är så låg som möjligt. Kraftstörningen, kallad QPDIST, och momentstörningen, kallad WPDIST, når sina maximum när ubåtens hastighet relativt vågorna är så stor som möjligt. Detta inträffar ungefär när $\psi = 3$, alltså när ubåten går rakt emot vågorna. Det är dock inte när ubåten är utsatt för dessa stora störningar (200 kN respektive 5MNm) som den påverkas mest, utan dessa stora men relativt högfrekventa störningar filtreras ganska effektivt bort. Att störningarna blir störst när ubåten går emot vågorna beror på att när vågorna görs om till krafter och moment finns det en term som ser ut så här:

$$1 - \frac{u \cos(\psi)}{2V_w}$$

Är $\cos(\psi)$ negativ så förstärks alltså störningarna och är den positiv så försvagas störningarna.

Om ubåten har låg hastighet så kommer den aldrig att utsättas för riktigt lågfrekventa störningar. Om ubåten håller 4 m/s, och vågorna precis som innan är 1 meter höga, så blir den lägsta tänkbara frekvensen som ubåten kan utsättas för:

$$\omega_e = 1.26 - \frac{4 \cdot 1.26^2}{g} = 0.61$$

Det är ganska långt från 0 i de här sammanhangen.

Vid måttlig fart (vad som räknas som måttligt är beroende på vågornas hastighet men det ligger någonstans mellan 5 och 10 m/s) påverkas ubåten mest av vågorna om den färdas rakt med vågorna. Vid högre fart är den utsatt för störst påverkan om den rör så att $u \cos(\psi)$ är lika med V_w . Slutsatsen blir, inte helt oväntat, att ju lägre frekvens där är på störningarna desto större påverkan på ubåten.

7.5 Vad händer om man mäter hastigheten fel

På ubåten använder man parameterstyrning (gain scheduling) där återkopplingskonstanterna är uträknade för ett antal hastigheter. För hastigheter mellan de man använt vid beräkning av återkopplingskonstanterna interpoleras lämpliga konstanter fram. Hastigheten mäts relativt vattnet, och eftersom vågor kan ge upphov till att ubåtens hastighet relativt vattnet kan variera längs ubåten, är det

inte säkert att den hastighet man mäter är den som har betydelse för ubåtens och roderernas dynamik. Hastigheten kan variera längs hela ubåten, och detta är svårt att simulera på ett rimligt sätt, men det går att simulera att ubåten rör sig med en hastighet, medan givaren känner av en annan hastighet, vilket innebär att man väljer fel återkopplingskonstanter. Detta är samma effekt som om man har en hastighetsgivare som visar fel hastighet, vilket inte är en omöjlighet. Jag har valt att hålla ubåtens hastighet konstant och variera återkopplingskonstanterna. Den riktiga regulatorn jämförs med en för 50% lägre fart och en för 50% högre fart. Regulatorn som är beräknad för den låga hastigheten kallas *låg*.

$$k = \begin{pmatrix} 2.60 & -59.6 & -8.2 & 0.15 & 0.0004 \\ -4.36 & 44.3 & 9.10 & -0.31 & -0.0009 \end{pmatrix}$$

Som regulator för den korrekta hastigheten har jag valt *vågregulator1* och kallar *rätt*.

$$k = \begin{pmatrix} 1.52 & -41.8 & -12.8 & 0.21 & 0.0006 \\ -1.95 & 21.6 & 9.49 & -0.28 & -0.0009 \end{pmatrix}$$

Regulatorn som är beräknad för den höga hastigheten kallas *hög*.

$$k = \begin{pmatrix} 0.81 & -29.2 & -13.1 & 0.21 & 0.0006 \\ -1.41 & 15.2 & 10.1 & -0.28 & -0.0009 \end{pmatrix}$$

Jag har valt att simulera med 0.9 meter höga vågor på 12.5 meters djup i 5000 sekunder. Simuleringarna 14–16 visar djup och roder med dessa regulatorer. Det ger följande varianser:

<i>Regulator</i>	<i>Varians djup</i>	<i>Varians aktra roder</i>	<i>Varians förliga roder</i>
<i>låg</i>	0.40	0.14	0.16
<i>rätt</i>	0.27	0.14	0.11
<i>hög</i>	0.27	0.13	0.10

Alla regulatorerna klarar av vågorna på ett någorlunda bra sätt. Regulatorn för den lägre hastigheten har både störst djup- och rodervarians. Den utnyttjar alltså inte sina roder på ett effektivt sätt, och det beror troligtvis på de stora återkopplingskonstanterna för q -termen och eventuellt på w -termen. Regulatorn för den högre hastigheten klarar vågorna på ett väldigt bra sätt. Detta är precis en sådan regulator som jag velat ta fram mot vågorna, alltså en regulator med lite återkoppling från q . Eftersom det inte gick att ta fram en sådan regulator med

LQG-design borde det finnas nackdelar att använda den här. På simuleringarna kan man se att det finns en lågfrekvent term med som inte syns med de andra regulatorerna. Detta kan bero på att man får ett dåligt dämpat polpar med denna regulator. Liten återkoppling från en derivata innebär ett sämre dämpat system. Detta hade troligtvis också visat sig om jag provat med viktstörning eller börvärdesändring, men vågstörningar klarar den alldeles utmärkt.

Om man på grund av vågstörningar eller annat skulle mäta ubåtens hastighet fel, och därmed väljer fel återkopplingskonstanter, så är inte detta hela världen. Ubåten klarar sig ganska bra ändå. Om givaren visar för lågt får man ett väl dämpat system som använder onödigt mycket roder för att motverka vågor. Visar givaren för högt får man ett dåligt dämpat system, som dock klarar vågor på ett bra sätt.

Kapitel 8

Fortsättning

För att fortsätta med arbetet med hur vågor påverkar en ubåt är det dags att börja göra mätningar på befintliga ubåtar. Det är troligtvis svårt att jämföra verkliga ubåtskörningar med datorsimuleringar. På ubåten kan man mäta alla tillstånd som behövs, medan det är svårare att bestämma de yttre faktorerna som signifikant våghöjd och vågornas utbredningsriktning. Genom att ändra våghöjd och utbredningsriktning, samt eventuellt antalet frekvenser man använder i vågmodellen, borde det gå att få en simulering som någorlunda stämmer med den verkliga körningen.

Man bör undersöka om man kan förbättra ubåtens beteende om man filtrerar de olika tillstånden. Det är svårt att säga vilken brytfrekvens filtret ska ha, och hur skarpt det ska vara. Vågspektrats form och ubåtens hastighet och riktning gör att de frekvenser som ubåten är utsatt för kan variera väldigt. Det finns dock ingen anledning att ha högre frekvenser än vad rodern klarar av. Det är meningslöst att skicka ut styrsignaler som rodern inte hinner följa.

Litteraturförteckning

- [1] Feldman J
DTNSRDC Revised Standard Submarine Equations of Motion.
David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center (juni 1979)

- [2] Kaplan P
Application of Slender-Body Theory to Forces Acting on Submerged Bodies
and Surface Ships in Regular Waves.
Journal of Ship Research 1 (1957) :3 p 40-49

- [3] Söderberg Peter
Vågor och fartygsrörelser.
Rapport nr 62 från Institutionen för Skeppshydromekanik, Chalmers Tek-
niska Högskola (augusti 1982)

- [4] Bhattacharyya Rameswar
Dynamics of Marine Vehicles.
Wiley-Interscience Publication

- [5] Åström K.J. och Wittenmark B
Computer Controlled Systems.
Engelwood Cliffs, N.J. :Prentice-Hall (1990)

Bilaga A

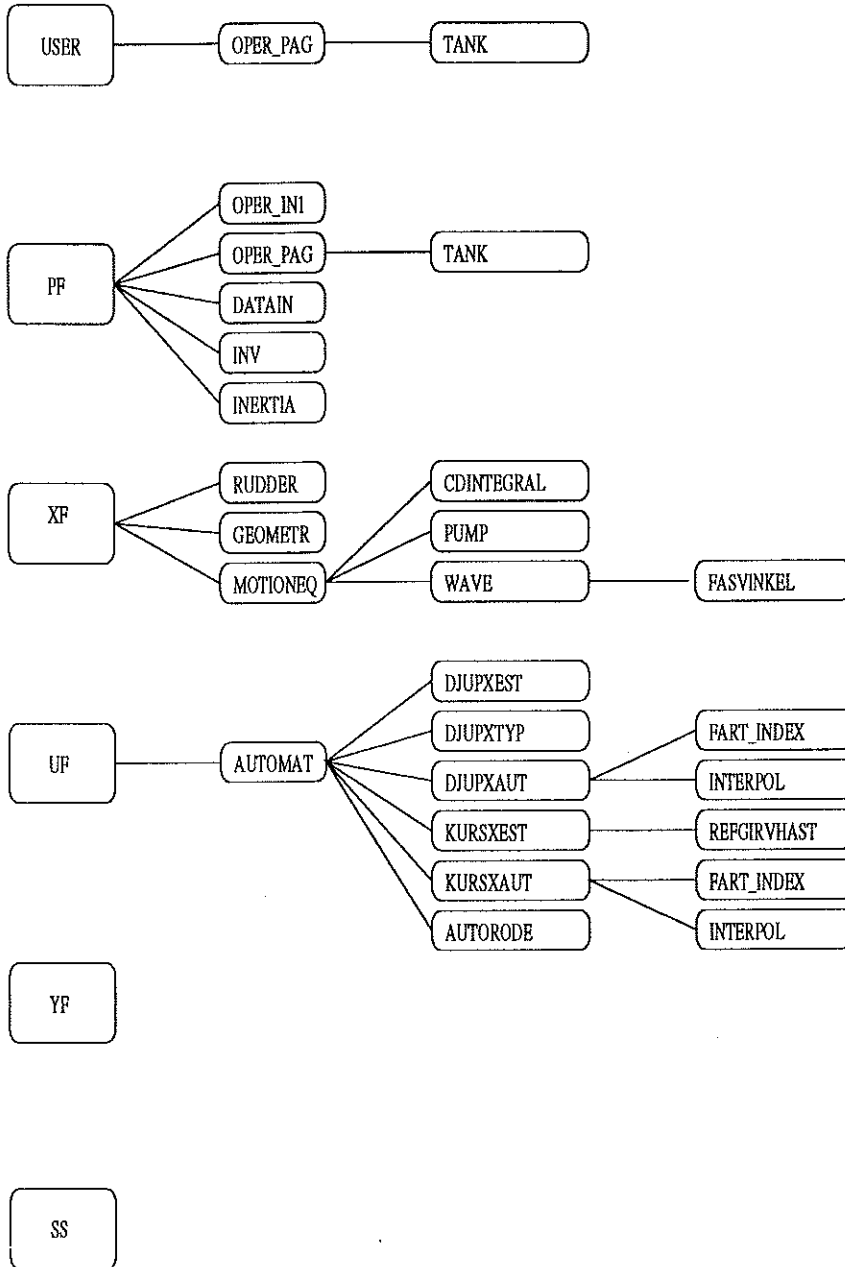
A.1 Beteckningar i simuleringarna

D_SENS:	Djupet som ubåtens djupgivare känner av.
DSU:	Ett av de aktra rodern.
DBP:	Det förliga rodert.
U:	Ubåtens hastighet.
WPDIST:	Kraften som vågorna ger upphov till på ubåten.
QPDIST:	Momentet som vågorna ger upphov till på ubåten.
PSI:	Ubåtens kurs (ψ).

A.2 Simuleringar

- 1: *Viktregulator1* utsatt för vågstörningar.
- 2: *Viktregulator2* utsatt för vågstörningar.
- 3: *Vågregulator1* utsatt för vågstörningar.
- 4: *Vågregulator2* utsatt för vågstörningar.
- 5: *Viktregulator1* utsatt för viktstörningar.
- 6: *Viktregulator2* utsatt för viktstörningar.
- 7: *Vågregulator1* utsatt för viktstörningar.
- 8: *Vågregulator2* utsatt för viktstörningar.
- 9: Bördjupsändring med *viktregulator1*.
- 10: Bördjupsändring med *viktregulator2*.
- 11: Bördjupsändring med *vågregulator1*.
- 12: Bördjupsändring med *vågregulator2*.
- 13: Kursändring ($\psi = 0 - 2\pi$) vid farten 12 m/s.
- 14: En regulator med 50% för låg fart har valts.
- 15: Rätt regulator har valts.
- 16: En regulator med 50% för hög fart har valts.

A.3 Subrutiner



A.4

Common-areor

