

CODEN: LUTFD2/(TFRT-5453)/1-88/(1992)

Adaptiv styrning av ubåt

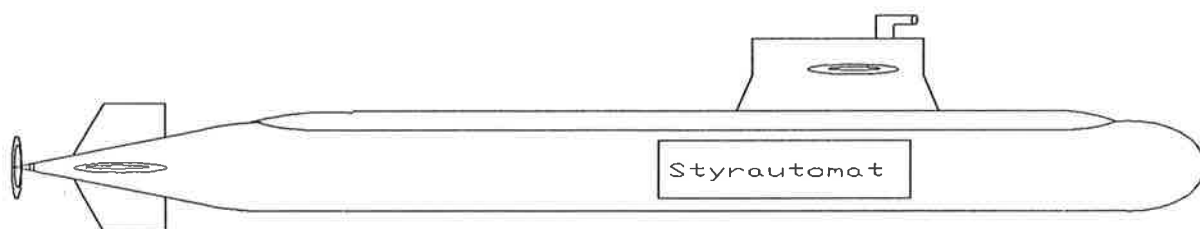
Stefan Johansson
Erik Apelgren

Institutionen för Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola
Februari 1992

Department of Automatic Control Lund Institute of Technology P.O. Box 118 S-221 00 Lund Sweden	<i>Document name</i> Master Thesis	
	<i>Date of issue</i> February 1992	
	<i>Document Number</i> CODEN: LUTFD2/(TFRT-5453)/1-88/(1992)	
<i>Author(s)</i> Stefan Johansson and Erik Apelgren	<i>Supervisor</i> Rolf Johansson and Dan Lindelöf	
	<i>Sponsoring organisation</i>	
<i>Title and subtitle</i> Adaptiv styrning av ubåt. (Adaptive control of a submarine.)		
<i>Abstract</i> This report examines the behaviour of an adaptive controller in a submarine. We have investigated how various disturbances like waves and measurement noise affect the controller.		
<i>Key words</i>		
<i>Classification system and/or index terms (if any)</i>		
<i>Supplementary bibliographical information</i>		
<i>ISSN and key title</i>		<i>ISBN</i>
<i>Language</i> Swedish	<i>Number of pages</i> 88	<i>Recipient's notes</i>
<i>Security classification</i>		

The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 lubbis lund.

Adaptiv styrning av ubåt



*Ett examensarbete av : Erik Apelgren
och
Stefan Johansson*

Utfört på : Kockum AB

*Handledare : Rolf Johansson,
Institutionen för reglerteknik, LTH*

*Dan Lindelöf,
Kockum AB*

Utfört : Hösten/vintern -91/92

Sammanfattning

Denna rapport behandlar en adaptiv styrautomat för djupreglering av en ubåt.

I undersökningen ingår matematisk beskrivning av ubåtens rörelse-ekvationer. Störningsmodeller i form av vågor, viktfel, trimfel och mätbrus har tagits fram.

Vi har studerat uppförandet hos en linjärkvadratisk regulator, där regulatorparametrarna beräknas indirekt, genom att processens dynamik skattas.

Skattningen görs med en rekursiv minsta-kvadrat-skattare. Vi har undersökt fem metoder för denna skattningsprocedur.

I undersökningen av skattaren ingår hur de olika störningarna försämrar skattningen. Vi redovisar olika metoder som minskar inverkan av störningar.

I rapporten ges förslag på faktorer som man bör tänka på vid implementering av ett verkligt system.

Innehållsförteckning

1. Inledning	1
2. Ubåtsmodell.	2
2.1 Rörelseekvationer.	2
2.2 Newtons rörelselagar	3
2.2.1 Tilläggsmassa	5
2.2.2 Lyftkrafter	5
2.2.3 Metacenteravståndet	6
2.2.4 Roderekvationer	7
2.3 Stelkroppsmodell	8
2.4 Tillståndsmo­dell	8
2.5 Poler och noll­stäl­len	10
2.6 Roderdynamik	12
2.7 Styrbarhet och observerbarhet	13
3. Störningar	14
3.1 Vågor och ubåts­ens rörelse	16
3.2 Brus	18
3.3 Fördröjningar	19
3.4 Viktfel	19
3.5 Trimfel	19
4. Parameterskattning	21
4.2 Minsta-kvadrat identifiering	25
4.3 Simuleringar	27
4.4 Val av glömskefaktor	36
4.5 RMK som Kalmanfilter	37
5 Konventionell regulator­design	41
6 Linjä­rkvadratisk regulator	43
6.1 Robusthet	55
6.2 Integrator	56
6.3 Praktiska aspekter	58
6.4 Adaptiv reglering	59

7. Adaptiv regulator baserad på Lyapunov-teori	66
7.1 Simuleringar Lyapunov-baserad regulator	70
7.2 Slutsatser och kommentarer	73
8 Praktiska tips	75
Appendix A RMK	79

1. Inledning

Examensarbetet behandlar adaptiv reglering av en ubåt och hur olika typer av störningar påverkar regleringen.

Vad är adaptiv reglering?

Att adaptera betyder att anpassa sig till yttre omständigheter. Följaktligen är en adaptiv regulator en regulator som kan följa de dynamikvariationer som kan förekomma i ett system.

Dynamikvariationer kan t ex bero på hastighetsförändringar eller att mekaniska detaljer åldras.

Hos ubåtar är det i huvudsak hastigheten som bestämmer dynamikvariationer. Det finns dock andra orsaker till dynamiska förändringar i ubåten, t ex varierande densitet hos vattnet. Densiteten beror bl a på salthalten och temperaturen.

Konventionella regulatorer som sitter i system som kräver höga prestanda behöver finjusteringar med jämna mellanrum. En adaptiv regulator sköter dessa justeringar på egen hand.

Intresset för adaptiva regulatorer har vuxit på senare år tack vare utvecklingen inom datorområdet. Denna utveckling har gjort det möjligt att ta fram adaptiva regulatorer till en rimlig kostnad, eftersom det krävs stor datorkraft för implementeringen. Tidigare var dessa regulatorer begränsade till speciella tillämpningar.

En nackdel med adaptiva regulatorer är att det är svårt att analysera hur störningar påverkar regulatorn. Vi har därför undersökt tänkbara störningsfall som kan uppkomma vid ubåtsstyrning och vilken inverkan störningarna har på regleringen.

Vi har simulerat en adaptiv regulator för djupreglering av ubåten. Examensarbetet har utförts med simuleringsprogrammet Cypros.

2. Ubåtsmodell.

I modellbygget har vi förutsatt att ubåten "svävar". Dvs den av ubåten undanträngda vattenmassan väger exakt lika mycket som ubåten. Vidare har alla korstermer mellan tvär- och rotationshastigheten försummats.

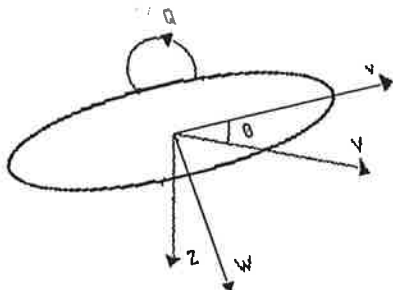


Fig 2.1 Ubåtsmodell

Där

- W: tvärhastigheten
- Q: vinkelhastigheten
- Θ : trimmet
- Z: djupet
- v: fart framåt

2.1 Rörelseekvationer.

En stel kropp nedsänkt i vätska har sex frihetsgrader i sin rörelse, translation utmed tre ortogonala koordinataxlar och rotation kring var och en av dem.

I vår modellbeskrivning ska vi inskränka oss till att behandla tre frihetsgrader, nämligen translation längs z-axeln och x-axeln samt rotation kring y-axeln.

Låt oss nu definiera två koordinatsystem. Det ena koordinatsystemet är rörligt och följer med ubåtens rörelse. Detta koordinatsystem har origo i ubåtens tyngdpunkt. Det andra koordinatsystemet är fast relativt havsbotten.

I fig 2.1 är v och W hastighetsvektorer i det rörliga koordinat-

systemet och Z är en parallellförflyttning av det havsbottenrelaterade, fasta koordinatsystemets z -axel.

Ubåtens koordinatsystem roterar kring y -axeln med vinkelhastigheten Q , vilket medför att hastighetsvektorernas riktning i det rörliga koordinatsystemet ändrar sig relativt det fasta koordinatsystemet.

Låt θ representera hur mycket det rörliga koordinatsystemet är vridet i förhållande till det fasta. Sambandet mellan hastigheterna i det havsbottenrelaterade systemet och det kroppsfasta kan nu formuleras som:

$$\begin{bmatrix} \frac{dZ}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W \cos(\theta) & -v \sin(\theta) \\ 0 & Q \end{bmatrix} \quad (1)$$

Vi kan definiera två matriser $J_1(\theta)$ och $J_2(v, \theta)$, som övergångsmatriser mellan de två koordinatsystemen. $J_1(\theta)$ blir:

$$\begin{bmatrix} \frac{dZ}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W \\ Q \end{bmatrix}$$

$J_2(v, \theta)$ blir:

$$\begin{bmatrix} \frac{dZ}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.2 Newtons rörelselagar

För att beskriva ubåtens dynamik utnyttjar vi Newtons rörelselagar:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(mV) = m \frac{d}{dt}(xv + zW)$$

$$V = (v, W)$$

Vi undersöker nu vad som händer om man vrider enhetsvektorerna z och x en liten vinkel kring y -axeln.

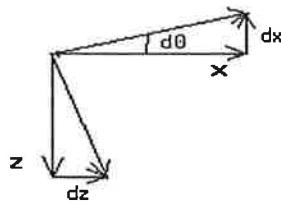


Fig. 2.2 Roterande koordinatsystem

$$dx = -z d\theta \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -z \frac{d\theta}{dt}$$

$$dz = x d\theta \Rightarrow \frac{dz}{dt} = x \frac{d\theta}{dt}$$

Åter till kraftekvationen som nu ser ut så här :

$$\vec{F} = m \frac{d}{dt}(xv + zW) = m(\dot{x}v + x\dot{v} + \dot{z}W + z\dot{W}) = [v = \text{konst}] =$$

$$m(-zv\dot{\theta} + z\dot{W} + xW\dot{\theta}) = m(z\dot{W} - zvQ + xWQ)$$

Lägg märke till att vi har fått med en term i x -led. Denna term "trollar" vi bort genom att tänka oss att vi reglerar pådraget till motorn, så att vi alltid håller konstant hastighet framåt. Kraftekvationen får nu följande utseende:

$$Z = m\dot{W} - mvQ ; Z \text{ yttre kraftpåverkan}$$

Låt oss titta närmare på vridningsrörelsen. I vårt fall samman-

faller koordinataxeln med huvudtröghetsaxeln. Då blir momentekvationen speciellt enkel:

$$M = I_y \dot{Q} ; \text{ Myttre moment}$$

I_y är ubåtens tröghetsmoment vid rotation kring y -axeln.

Vi är redo att formulera ubåtdynamiken i det kroppsfasta systemet:

$$\begin{bmatrix} m\dot{W} \\ I_y \dot{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & mv \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W \\ Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z \\ M \end{bmatrix}$$

Det visar sig att det i Z och M gömmer sig termer som kan uttryckas i W och Q .

2.2.1 Tilläggsmassa

För att accelerera båten räcker det inte enbart att accelerera båtens egen massa. Vi blir också tvungna att accelerera en del av den omgivande vattenvolymen. I vårt fall leder detta fram till:

$$Z_a = Z_W \dot{W} + Z_Q \dot{Q}$$

$$M_a = M_W \dot{W} + M_Q \dot{Q}$$

2.2.2 Lyftkrafter

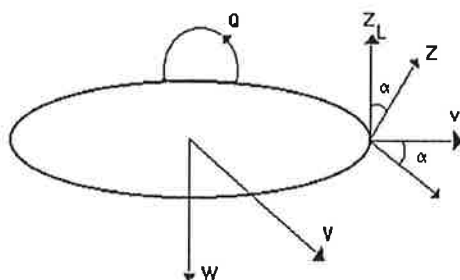


Fig 2.3 Lyftkrafter på båten vid rörelse i horisontalplanet

Det tillkommer även termer som beror på strömningen utmed skrovet.

Om båten rör sig med hastigheterna v framåt och W tvärs skrovet kan anfallsvinkeln α definieras som:

$$\alpha = \arctan \frac{W}{v} \approx \frac{W}{v} \text{ för små } \alpha$$

Båten roterar med vinkelhastigheten Q och nosen uppfattar en anfallsvinkel som blir:

$$\alpha \approx \frac{W - \frac{L}{2}Q}{v}, \text{ för små } \alpha$$

$$\text{Låt } V = \left(v, W - \frac{L}{2}Q \right)$$

Vi får nu en lyftkraft Z som är vinkelrät mot V . Z_L blir:

$$Z_L = -\frac{\rho}{2} A C_L(\alpha) \left(\left(W - \frac{L}{2} \right)^2 + v^2 \right) \cos(\alpha)$$

A effektiva arean

För små vinklar α gäller :

$$\text{Lyftkoefficienten } C_L(\alpha) = \frac{\pi}{2} \frac{b}{L} \alpha$$

$$Z_L = -\frac{\rho \pi b A}{4 L} \frac{W - \frac{L}{2}Q}{v} v^2 \frac{v}{v} \Rightarrow$$

$$Z_L = Z_W v W + Z_Q v Q$$

Momentet M_L uttrycks som:

$$M_L = \frac{L}{2} Z_L \Rightarrow$$

$$M_L = M_W v W + M_Q v Q$$

2.2.3 Metacenteravståndet

På en kropp nedsänkt i vatten verkar två krafter. Båtens egen tyngd och en kraft som är motsatt riktad. Om båtens tyngd är lika stor som den av båten undanträngda vattenmassan är dessa två krafter lika stora. Dessa krafter angriper dock ej i samma punkt.

Det uppkomna momentet strävar efter att hålla båten horisontell i vattnet. Storleken på det uppkomna momentet blir:

$$M = -(mgl) \sin(\theta) = G(\theta)$$

l : metacenteravståndet

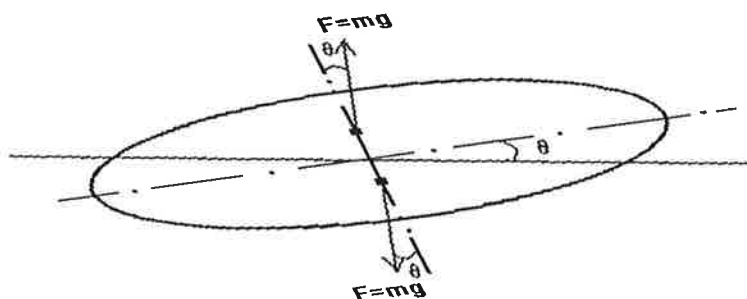


Fig 2.4 Illustration av metacenteravståndet

2.2.4 Roderekvationer

Nu lägger vi sista handen vid modellbygget och tittar hur rodren, våra styrvariabler, påverkar kraft och momentekvationerna. Ubåten har två roderpar, ett i aktern och ett på tornet. Rodren i aktern påverkar ekvationerna enligt:

$$Z_{ar} = Z_{\delta_s} V^2 \delta_s$$

$$M_{ar} = M_{\delta_s} V^2 \delta_s$$

Tornrodren kommer in som:

$$Z_{f_x} = Z_{\delta_b} v^2 \delta_b$$

$$M_{f_x} = M_{\delta_b} v^2 \delta_b$$

2.3 Stelkroppsmodell

Nu är vi nästan helt klara med vår modellbeskrivning av ubåten. Det enda som återstår är att sammanfoga alla lösa ändar till en generell stelkroppsmodell i två frihetsgrader.

Ubåtsdynamiken kan uttryckas som:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + G(\theta) = DU$$

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{W} \\ \dot{Q} \end{bmatrix}; \quad U = \begin{bmatrix} \delta_b \\ \delta_s \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} m - Z_{\dot{w}} & -Z_{\dot{q}} \\ -M_{\dot{w}} & I_y - M_{\dot{q}} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -Z_w v & -m v - Z_q v \\ -M_w v & -M_q v \end{bmatrix}$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ m g l \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} Z_{\delta_s} v^2 & Z_{\delta_b} v^2 \\ M_{\delta_s} v^2 & M_{\delta_b} v^2 \end{bmatrix}$$

2.4 Tillståndsmodell

Inför nu tillståndsvektorn $x=(x_1, x_2)^T$, där $x_1=(W, Q)$ och $x_2=(\theta, z)$. Med hjälp av ekvation (1) kan vi formulera ubåtens dynamik på tillståndsform som:

$$\dot{x}_1 = -M^{-1}Cx_1 - M^{-1}G(\theta)x_2 + M^{-1}DU$$

$$\dot{x}_2 = J_1x_1 + J_2$$

Linjärisering kring $\theta=0$ ger:

$$\dot{x} = Ax + BU$$

Följande värden på modellparametrar har vi fått från Kockums:

$$m = 1 \times 10^6 \text{ kg}$$

$$I_y = 146 \times 10^6 \text{ kgm}$$

$$Z_{\dot{w}} = -1.02 \times 10^6 \text{ kg}$$

$$Z_{\dot{q}} = -6.19 \times 10^6 \text{ kgm}^{-1}$$

$$Z_q = -351 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$Z_w = -42.9 \times 10^3 \text{ kgm}^{-1}$$

$$Z_{\delta_s} = -18.6 \times 10^3 \text{ kgm}^{-1}$$

$$Z_{\delta_b} = -9.30 \times 10^3 \text{ kgm}^{-1}$$

$$M_{\dot{q}} = -283 \times 10^6 \text{ kgm}^2$$

$$M_{\dot{w}} = -4.46 \times 10^6 \text{ kgm}$$

$$M_w = -445 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$M_q = -21.1 \times 10^6 \text{ kgm}$$

$$M_{\delta_s} = -362 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$M_{\delta_b} = 68.2 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$l = 600 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (l = \text{metacenteravståndet})$$

Med dessa värden instoppade blir ubåtens linjäriserade rörelse-
kvationer:

$$A = \begin{bmatrix} -0.0252v & 0.487v & 0.0433 & 0 \\ 0.0013v & 0.0513v & -0.0141 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -v & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.0068v^2 & -0.0052v^2 \\ -0.0008v^2 & 0.0002v^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} W \\ Q \\ \theta \\ Z \end{bmatrix}$$

Hela tillståndsvektorn x är mätbar.

Dela upp B-matrisen i $B=[B_1 \ B_2]$. Överföringsfunktionen från respek-
tive roder till djupet, för öppna systemet, blir:

Bakre rodret :

$$G_o(s) = C(sI - A)^{-1}B_1$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

Tornrodret:

$$G_o(s) = C(sI - A)^{-1}B_2$$

Vid $v = 5 \text{ m/s}$ blir :

$$G_o(s) = \frac{-0.13s^2 - 0.046s - 0.0006}{s^4 + 0.38s^3 + 0.031s^2 + 0.0015s}$$

Anmärkning: "Öppna systemet" innebär att man, i detta fall, stäl-
ler ut en rodervinkel och studerar hur djupet och rodervinkeln hör
samman.

"Slutna systemet" innebär att rodersignalerna genereras av en
återkoppling av systemets utsignaler och/eller tillstånd.

2.5 Poler och nollställena

Ubåtens dynamik är kraftigt hastighetsberoende. Vi får poler och nollställena som förflyttar sig med hastigheten (se fig 2.4).

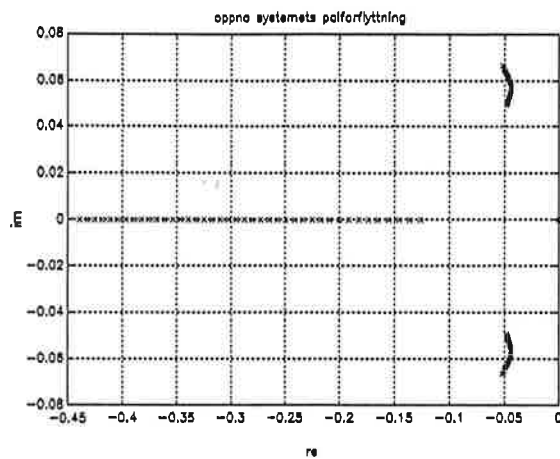


Fig 2.5 Polernas förflyttning för öppna systemet, vid varierande hastighet ($3\text{ m/s} < v < 7\text{ m/s}$).

Öppna systemets poler:

$$\begin{array}{cc}
 -3 \text{ m/s} & -7 \text{ m/s} \\
 0 & 0 \\
 -0.126 & -0.440 \\
 -0.052 + j0.067 & -0.048 + j0.049
 \end{array}$$

Överföringsfunktion från bakre rodret till djupet ($v=5 \text{ m/s}$):

$$Z(s) = \frac{-0.17s^2 + 0.0086s + 0.015}{s^4 + 0.38s^3 + 0.031s^2 + 0.0015s} \delta_s(s)$$

Denna överföringsfunktion kan faktoriseras som:

$$G_{05}(s) = \frac{-0.17(s - 0.32)(s + 0.27)}{s(s + 0.038)(s + 0.044 + j0.056)(s + 0.044 - j0.056)}$$

Notera att det finns nollställena i höger halvplan. Detta innebär att ubåtens överföringsfunktion är ett så kallat icke minfas system. Detta medför begränsningar i hur snabbt systemet kan

göras, eftersom systemets fasmarginal försämras. Dessutom går stegsvaret åt "fel" håll i början av steget.

Ubåten styrs av två roderpar. Styrning med enbart tornrodret ger ett minfssystem medan styrning med enbart bakre rodret ger ett icke minfssystem.

Med två roder har vi möjlighet att välja olika reglerstrategier. Ett sätt är att styra ut rodren åt samma håll. Då utnyttjas lyftkraften på rodren, genom kraftens nedåtriktade komponent kommer båten att sjunka.

Ett annat sätt är att låta rodren motverka varandra. Båten vinklas och med hjälp av hastigheten dyker båten.

Vid låga hastigheter blir roderkrafterna små. Då går det inte att trimma om båten eftersom metacenterkraften motverkar omtrimningen. Då får vi en liten vinkel på båten och lyftkraften på rodret blir dominerande. Båten stiger.

För att bibehålla styrförmågan från det bakre rodret måste tryckkraften på rodret utnyttjas. Detta innebär att rodret måste ställas ut åt "fel" håll om man jämför med styrning vid högre hastighet. Styrningen från det bakre rodret övergår då till ett minfssystem.

Den hastighet där vi får övegång mellan icke minfas- och minfssystem bestäms av metacenterkraftens storlek i förhållande till kraften på rodret. I vårt fall blir denna hastighet:

$$2.12 \text{ m/s}$$

Överföringsfunktion från bakre rodret till djupet ($v=1.5 \text{ m/s}$):

$$G_{01.5}(s) = \frac{-0.015(s + 0.0076 + j0.098)(s + 0.0076 - j0.098)}{s(s + 0.04 + j0.1)(s + 0.04 - j0.04)(s + 0.038)}$$

Lägg märke till det negativa tecknet på förstärkningen i täljaren. Det är därför som rodret måste ställas ut åt fel håll för att man ska kunna djupreglera ubåten vid låga hastigheter.

I våra simuleringar har vi begränsat ubåtens hastighet mellan 3 m/s (5.8 knop) och 7 m/s (13.6 knop).

2.6 Roderdynamik

Vi har en viss mekanisk tröghet i roderställdonen. Det beror bl a på de vattenmassor som rodret skall tränga undan, friktion i lager m m och begränsad effekt i ställdonet.

Detta gör att vi får en begränsad rodervinkelhastighet (0.087 rad/s), dvs det blir en fördröjning mellan önskad och verklig rodervinkel.

Roderdynamiken har modellerats som:

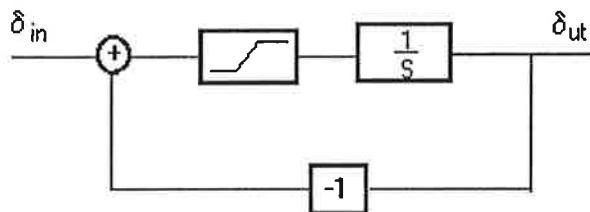


Fig 2.6 Roderdynamik

Rodervinklarna är begränsade så att största rodervinkel beror linjärt på hastigheten.

Största rodervinkel:

- 0.175 rad (10 grader) vid 3 m/s
- 0.105 rad (6 grader) vid 7 m/s

2.7 Styrbarhet och observerbarhet

Dela upp B matrisen i $B=[B_1 \ B_2]$.

Matriserna

$$W_{c1} = [B_1 \ AB_1 \ A^2B_1 \ A^3B_1]$$

$$W_{c2} = [B_2 \ AB_2 \ A^2B_2 \ A^3B_2]$$

har full rang dvs systemet är styrbart från båda rodren.

Detta innebär att alla tillstånd kan styras med insignalerna till rodren. Vid tillståndsåterkoppling är detta av stor betydelse. Eftersom det ger oss möjlighet att placera det slutna systemets poler efter egna önskemål.

Matrisen

$$W_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{bmatrix}$$

har full rang dvs systemet är observerbart.

Det innebär att man kan "se" tillstånden i utsignalen.

Detta har betydelse om tillstånden inte kan mätas. Då kan man återskapa tillstånden med en observatör (t ex Kalman-filter).

3. Störningar

Nu när vi har formulerat ubåtens rörelse ska vi se vilka störningar vi kan råka ut för.

Inom ramen för vårt examensarbete har vi modellerat följande störningar:

Viktfel : Tyngdkraften på ubåten är större än deplacementet.

Trimfel : Här har vi tittat på två fall. Plötslig massökning i fören eller i aktern samt varierande lastfördelning i form av en halvfylld vattentank. Vattentanken rymmer 8 m^3 .

Fördröjningar : Mätsignalfördröjningar på upp till en sekund.

Brus : Brus på mätsignalerna.

Vågor : Hur vågor påverkar prestanda både i regleringen och i parameterskattaren.

Man kan även tänka sig andra störningar:

Strömmar: Hur strömmar påverkar reglering och parameterskattning:

Interferens: Interferens med t ex botten eller trånga passager. Och hur detta i sin tur påverkar skattning och reglering.

De två senast uppräknade störfallen har vi dock inte undersökt.

Hur kan vi modellera dessa störningar. Vi börjar med de mest komplicerade - vågorna.

3.1 Vågor och ubåtens rörelse

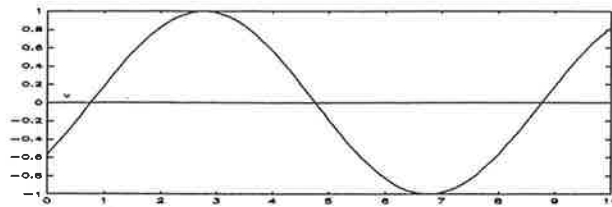


Fig 3.1 Sinusvåg

En sinusformad plan våg har utbredningshastigheten v i positiv x -led. Svängningen i en godtycklig punkt x kan då uttryckas som:

$$f(0, t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

I varje punkt längs x -axeln ser svängningen likadan ut, men den är förskjuten i tiden jämfört med svängningen i punkten x . Efter en tid dt kommer svängningen i x fram till punkten dx . Denna tid kan skrivas som dx/v . Nu kan vi uttrycka en allmän vågrörelse för alla tider t och alla punkter x :

$$f(x, t) = A \sin\left(\omega \left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi\right)$$

Men för att reglera en ubåt i djupled räcker det inte att veta amplituden vid ytan. För en våg vid djupet z gäller:

$$f(x, z, t) = A e^{-kz} \sin\left(\omega \left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi\right), k \text{ vågtalet} = \frac{\omega^2}{g}$$

Vilka krafter och moment ger vågorna upphov till?

Vi går tillbaka till ubåtens rörelseekvationer (kap 2) och formulerar en modell med hänsyn tagen till vågorna:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + g(\theta) = DU + \begin{bmatrix} F_0 \\ M_0 \end{bmatrix} \sin(\omega t + \alpha)$$

Vågorna ger upphov till en tryckvariation längs skrovet. Kraften på ett litet stycke dx är $\rho \cdot g \cdot f(x, z, t) \cdot y(x) \cdot dx \Rightarrow$

$$F_0 = \rho g \int_{L/2}^{-L/2} y(x) f(x, z, t) dx = F_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$y(x)$ båtens bredd

Störkraftamplituden F_0 kan uttryckas dimensionslöst som :

$$\frac{F_0}{\rho g A B L}$$

Det störande momentet blir:

$$M_0 = \rho g \int_{-L/2}^{L/2} x y(x) f(x, z, t) dx = M_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

Det störande momentets amplitud uttrycks dimensionslöst som:

$$\frac{M_0}{\rho g A B L^2}$$

För vår skrovform har SSPA räknat ut normerade kraft- och momentamplituder vid olika djup och våglängder. Dessa visar att påverkan på båten är störst vid våglängder mellan 55 och 110 m. Det är i detta intervall som vi har modellerat vågstörningen.

Intervall mellan 55 och 110 m har vi delat in i tre mindre intervall. I varje intervall har vi approximerat överföringen mellan våglängd och amplitud med räta linjer.

För havsvågor är kopplingen mellan våglängd och vinkelhastighet:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \pi g}{\lambda}} \Rightarrow \omega \in (0.76, 1.07)$$

För att få en realistisk vågmodell blir vi tvungna att summera flera vågor. Om man summerar fem vågor med normalfördelat våglängdsspektrum, får man en god approximation av ett verkligt vågspektrum. Vi har simulerat vågstörningen enligt:

$$f(t) = \sum_{i=1}^5 A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$$

$$A_i \in N(0.6, 0.6)$$

$$\varphi_i \in Re(0, 2\pi)$$

$$\omega_i \in N(0.7, 0.12)$$

I vår modellbeskrivning har vi således inte tagit hänsyn till vågutbredningen i x-led. Om vi hade modellerat vågutbredningen skulle vågspektrum blivit hastighets- och riktningsberoende (beroende på om vi kör med eller mot vågorna).

Den fullständiga vågmodellen blir:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + g(\theta) = BU + \sum_{i=1}^5 \begin{bmatrix} F_{0_i} \\ M_{0_i} \end{bmatrix} \sin(\omega_i t + \varphi_i)$$

3.2 Brus

Vi har modellerat mätbrus som vitt brus med en standardavvikelse som uppgår till 10% av största respektive signalamplitud.

signal	standardavvikelse
W	0.01
Q	0.001
θ	0.01
Z	0.1

3.3 Fördröjningar

Mätsignaler kan fördröjas av två anledningar; tröghet i givarna samt att databussen inte är tillgänglig för mätsignaltransmission.

I det första fallet modelleras fördröjningen som en lågpasfilterring av signalen dvs $S_{\text{mätt}}(t) = (d/(s + d)) \cdot S_{\text{verklig}}$.

Det senare fallet modelleras som en ren fördröjning dvs $S_{\text{mätt}}(t) = S_{\text{verklig}}(t - \tau)$.

Vi räknar med en största fördröjning på en sekund. Detta motsvarar ett lågpasfilter med $d = 1$. För enkelhetens skull har vi räknat med att alla signaler fördröjs lika mycket.

3.4 Viktfel

Viktfel uppkommer när man tagit in för mycket vatten i trimtankarna. Vi har antagit ett viktfel på 5000 kg i en trimtank placerad i ubåtens tyngdpunkt. Detta viktfel ger upphov till en vertikal kraft:

$$F_z = 5000 \cdot g$$

Denna kraft kommer in i den dynamiska ekvationen som:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + g(\theta) = DU + F_z$$

Viktfelets inverkan på massamatrisen M har försummats.

3.5 Trimfel

Två typer av trimfel har behandlats, dels en plötslig viktökning i fören vid exempelvis torpedavfyrning, dels ett variabelt moment i form av en halvfylld vattentank.

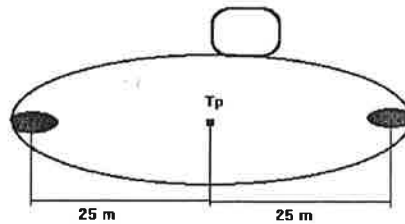


Fig 3.2 Torpedubernas läge

Detta påverkar kraftekvationerna som:

$$M_s = (m_a \cdot 25 \cdot g - m_f \cdot 25 \cdot g) \cdot \cos(\theta) , \quad m_a = m_f = 200 \text{ kg}$$

$$F_s = (m_a + m_f) \cdot g \cdot \cos(\theta)$$

Viktökningens inverkan på massamatriisen har försumrats.

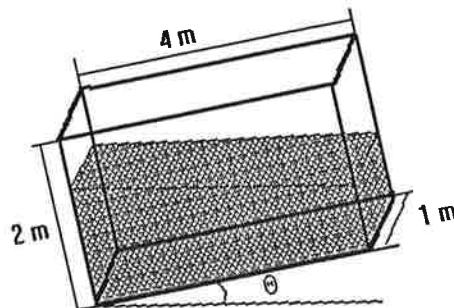


Fig 3.3 Halvfylld vattentank

Den halvfyllda tankens massa antas ingå i de ursprungliga dynamiska ekvationerna och därför får vi endast en ny momentekvation. Vi har förutsatt plan vattenyta, det vill säga inget skvalp eller vågbildning, vid modellering av tanken.

Momentekvationen blir:

$$dm = \rho \cdot g \cdot 1 \cdot (1 - x \cdot \tan(\theta)) \cdot dx$$

$$dM_v = -x \cdot dm$$

$$M_v = \rho g B \cos(\theta) \int_{-L/2}^{L/2} x(1 - x \tan(\theta)) dx =$$

$$\frac{\rho g B L^3}{12} \tan(\theta) \cos(\theta) \quad , \quad |\theta| < 0.464 \text{ rad}$$

$$M_v = \frac{\rho g 16}{3} \tan(\theta) \quad , \quad L = 4 \text{ m} \quad , \quad B = 1 \text{ m} \quad , \quad \cos(\theta) \approx 1$$

Den fullständiga kraftekvationen med hänsyn till alla statiska störningar blir:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + g(\theta) = DU + \begin{bmatrix} F_s + F_z \\ M_s + M_v \end{bmatrix}$$

4. Parameterskattning

En grundsten inom adaptiv reglering är parameterskattning. Man vill skatta processens dynamik och räkna ut en uppsättning regulatorparametrar baserad på denna skattning. Eftersom processens dynamik förändras kontinuerligt behövs metoder för rekursiv uppdatering av parametrarna, dvs skattningarna uppdateras allteftersom vi får tillgång till nya mätvärden.

Dessa olika metoder bygger på att man gör en prediktion av utsignalen baserad på mätsignalerna. Därefter minimerar man prediktionsfelet med avseende på något kriterium.

Ett av de vanligaste kriterierna för minimering av prediktionsfelet är minsta-kvadrat metoden. Där kvadratsumman av prediktionsfelen minimeras med avseende på parametrarna.

Det finns ett flertal metoder för rekursiv parameterskattning. Vi har undersökt rekursiv minsta-kvadrat-skattare (RMK).

4.1 Linjär regression

Problemet är att skatta de okända parametrarna i A- och B-matriserna. Parametrarnas värde finns givna i kap 2.4.

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}v & a_{12}v & a_{13} & 0 \\ a_{21}v & a_{22}v & a_{23} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -v & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11}v^2 & b_{12}v^2 \\ b_{21}v^2 & b_{22}v^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}$ okända parametrar

Eftersom vi använder en regulator baserad på tidskontinuerlig teori, (se kap 6), vill vi skatta processens tidskontinuerliga parametrar. Det finns dock ytterligare ett starkt skäl att skatta tidskontinuerliga parametrar: om processen samplas går vi miste om

den förhandskunskap om a_{13}, a_{23} och $b_{32} - b_{42}$ som vi har. Detta innebär i sin tur att vi måste skatta dubbelt så många parametrar.

Hur ska vi bära oss åt för att skatta de okända parametrarna i A- och B-matriserna?

Vi ställer upp en modell där vi försöker göra skattningar av dW och dQ , baserade på mätsignalerna. Det naturligaste för oss vore att ansätta en regressionsmodell. Denna får formen:

$$\frac{dW}{dt} = a_{11}vW + a_{12}vQ + a_{13}\theta + b_{11}v^2\delta_s + b_{12}v^2\delta_b = \varphi^T\Theta_{01} + a_{13}\theta$$

$$\frac{dQ}{dt} = a_{21}vW + a_{22}vQ + a_{23}\theta + b_{21}v^2\delta_s + b_{22}v^2\delta_b = \varphi^T\Theta_{02} + a_{23}\theta$$

$$\varphi^T = [vW \quad vQ \quad v^2\delta_s \quad v^2\delta_b]$$

$$\Theta_{01}^T = [a_{11} \quad a_{12} \quad b_{11} \quad b_{12}]$$

$$\Theta_{02}^T = [a_{21} \quad a_{22} \quad b_{21} \quad b_{22}]$$

φ kallas regressionsvektor

Θ kallas parametervektor

För enkelhetens skull används i fortsättningen endast regressionsmodellen för W .

Vi vill nu göra en skattning av dW . Men derivering av signaler är mycket vanskligt, eftersom detta leder till en stor förstärkning av de högfrekventa delarna av mätsignalerna. De ostörda mätsignalernas spektrum har sin tyngdpunkt vid låga frekvenser (se fig 4.1). Mätbruset antas däremot ha ett spektrum som är jämnt fördelat mellan låg- och högfrekvens (se kap 3.2).

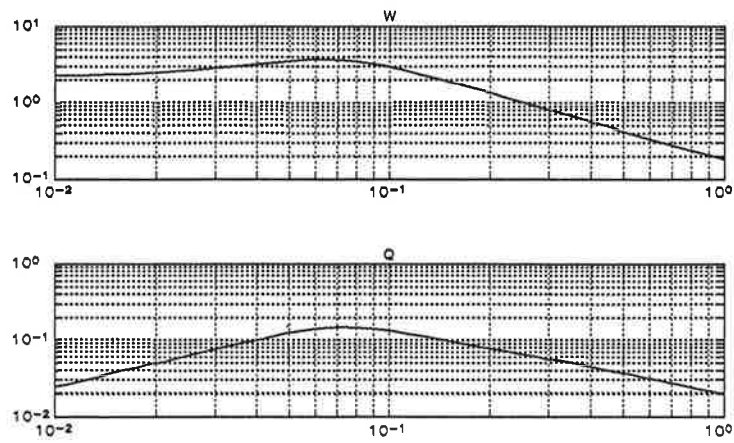


Fig 4.1 Mätsignalspektrum

För att undertrycka brusets högfrekventa del, lågpäss-filtreras mätsignalerna och vi får en ny, filtrerad regressionsmodell:

$$\frac{dW_f}{dt} = \varphi_f^T \theta_0 + \theta_f a_{13}$$

$$W_f = F(p) W(t) \quad , \quad F(p) = \frac{a}{p + a}$$

Med utgångspunkt från denna modell kan vi göra en prediktion av dW_f , baserad på mätsignalerna:

Regressionsmodell 1

$$\frac{d\hat{W}_f}{dt} = \varphi_f^T \hat{\Theta} + a_{13} \theta_f$$

$$e = \frac{dW_f}{dt} - \frac{d\hat{W}_f}{dt}$$

$$\hat{\Theta}^T = [\hat{a}_{11} \quad \hat{a}_{12} \quad \hat{b}_{11} \quad \hat{b}_{12}]$$

e prediktionsfelet

4.2 Minsta-kvadrat identifiering

Tanken bakom regressionsmodellen är att man gör en skattning av utsignalen baserad på mätdata och försöker anpassa parametrarna så att skattningsfelet blir så litet som möjligt. Detta betyder inte att man ska minimera själva skattningsfelet. Istället minimerar man kvadraten på skattningsfelet.

Vi bildar förlustfunktionen $V(\Theta)$.

$$V(\Theta) = \sum_{i=1}^N (\tilde{w}(i) - \varphi^T(i) \Theta)^2$$

Förlustfunktionen minimeras med avseende på Θ . $V(\Theta)$ minimeras då:

$$\hat{\Theta}(t) = R^{-1}(t) \sum_{k=0}^t \lambda^{t-k} \varphi(k) y(k)$$

$$R(t) = \sum_{k=0}^t \lambda^{t-k} \varphi(k) \varphi^T(k)$$

$R(t)$ innehåller mätsignalernas viktade auto- och kors-kovarianser.

Detta leder så småningom fram till en algoritm för rekursiv uppdatering av parametrarna, beviset ges i Appendix A:

Algoritm 1 RMK med exponentiell glömskefaktor

$$\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t-1) + K(t) e(t)$$

$$K(t) = P(t) \varphi(t) = \frac{P(t-1) \varphi(t)}{\lambda + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)}$$

$$P(t) = (I - K(t) \varphi^T(t)) P(t-1) / \lambda$$

Modellen måste anpassas till den tidsdiskreta representationen i Algoritm 1. Vi vill undvika att göra en diskret skattare eftersom vi i så fall blir tvungna att skatta dubbelt så många parametrar. Men man kan formulera regressionsmodellen så att vi skattar A- och B-matrisernas kontinuerliga parametrar.

Detta gör vi genom att differensapproximera derivatan:

$$\frac{dW}{dt} = \varphi^T(t) \hat{\Theta}(t) + a_{13}\theta(t)$$

$$\frac{W(t+1) - W(t)}{h} = \varphi^T(t) \hat{\Theta}(t) + a_{13}\theta(t)$$

$$W(t+1) = h(\varphi^T(t) \hat{\Theta}(t) + a_{13}\theta(t)) + W(t)$$

h : sampeltiden

Om vi väljer h tillräckligt liten blir de diskreta parametrarna lika med de kontinuerliga. Genomgående har vi använt $h=0.1$ s vid implementering av skattaren.

Vi utgår från modellen vi tagit fram tidigare och formulerar om den något:

Regressionsmodell 2

$$\tilde{W}(t) = \varphi^T(t) \hat{\Theta}(t) + e(t)$$

$$\varphi^T(t) = [W(t) \ v \ Q(t) \ v \ \delta_s(t) \ v^2 \ \delta_b(t) \ v^2]$$

$$\tilde{W}(t) = \frac{W(t+1) - W(t)}{h} - a_{13}\theta(t)$$

$e(t)$ prediktionsfelet, antas vara en följd av oberoende stokastiska variabler.

Eftersom vi antar att prediktionsfelet är en följd av oberoende stokastiska variabler kan man uttrycka ett godhetsmått på skattningen i statistiska termer (väntevärde och varians).

Skattningen är väntevärdesriktig om φ och prediktionsfelet e är oberoende. Om däremot prediktionsfelet är korrelerat med φ kommer skattningen att konvergera mot ett värde skilt från Θ_0 (bias). För mer information om skattningens statistiska egenskaper, se Appendix A.

Nackdelen med detta sätt att skatta parametrarna är att vi måste lägga ner stor datorkapacitet på samplingen av processen. Det vore bättre med en skattare där sampelfrekvensen inte är kritisk. Detta kan åstadkommas med lågpas-filtrering av regressorerna och en finurlig omskrivning av regressionsmodellen enligt:

Regressionsmodell 3

$$\text{Filter : } H(s) = \frac{1}{sT + 1}, \text{ inför } W_f(s) = H(s) W(s)$$

Vi får följande filtrerade regressionsmodell:

$$sW_f = \varphi_f^T(s) \Theta + a_{13} \theta_f(s) \Rightarrow sTW_f + W_f - W_f = T(\varphi_f^T \Theta + a_{13} \theta_f) \Rightarrow$$

$$\tilde{W}(t) = \frac{W(t) - W_f(t)}{T} - a_{13} \theta_f(t) = \varphi_f^T(t) \Theta$$

Sedan används RMK för att skatta parametrarna.

Notera likheten mellan regressionsmodell 2 och regressionsmodell 3.

4.3 Simuleringar

För att minska inverkan av störningar måste vi på något sätt ta bort dessa ur regressorerna. Detta kan göras med ett lågpas-filter. Simuleringarna visar stora förbättringar, när regressorerna är lågpas-filtrerade, i parametrarnas benägenhet att driva iväg när mätsignalerna är störda av brus.

Vi provade att lågpas-filtrera regressorerna med ett 3:e ordningens Butterworthfilter ($\omega_g=0.5$ rad/s). Detta gjorde skattaren betydligt mindre störningskänslig.

Nackdelen med filtrering är att man skär bort mycket information ur regressorerna och därigenom får långsammare konvergens hos parametrarna. Men ubåtdynamiken är långsam (se fig 4.1 och 4.2) och effekten av filtreringen är nästan försumbar.

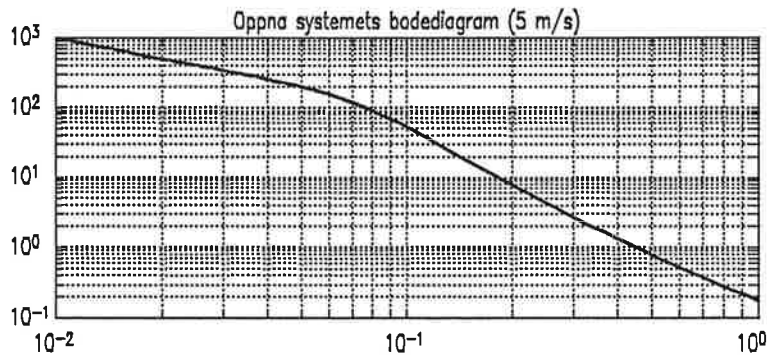


Fig 4.2 Öppna systemets bodediagram

Vi ska nu se hur skattaren, baserad på regressionsmodell 2, uppför sig för de olika störfallen samt hur snabb konvergens vi får vid uppstart. För regressionsmodell 3 får vi likadant uppförande som för regressionsmodell 2, och därför har endast simuleringar för regressionsmodell 2 tagits med i rapporten.

I simuleringarna visar vi genomgående uppförandet hos två av parametrarna, a_{11} och a_{21} . A_{11} är kopplingen mellan accelerationen och hastigheten tvärs ubåten och a_{21} är kopplingen mellan rotationsaccelerationen och tvärhastigheten.

Förutsättningar: Alla simuleringar vid $v=5$ m/s

$$a_{11}=-0.0252, a_{21}=0.0013$$

Regressorfiltrets brytfrekvens (ω_g)=0.5 rad/s

err1 = prediktionsfelet av dW

err2 = prediktionsfelet av dQ

Störfallen enligt kap 3

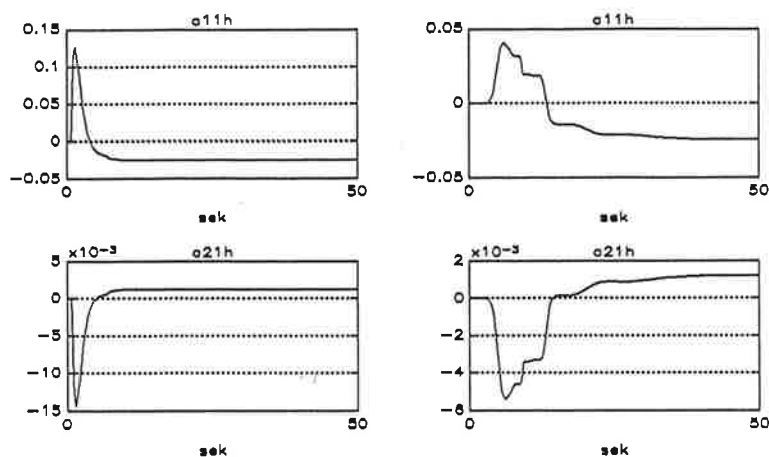


Fig 4.3 De vänstra figurerna visar parameterkonvergensen ,vid uppstart, utan filtrerad regressionsvektor och de högra med.

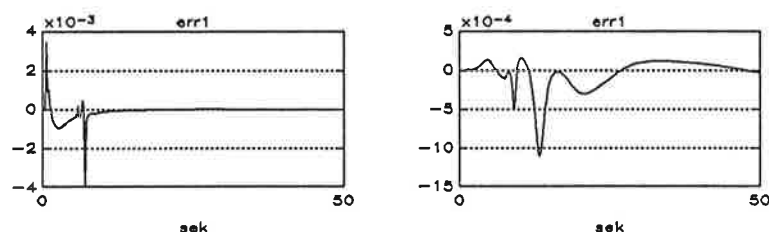


Fig 4.4 Konvergensen hos felet i skattningen, ofiltrerad regressionsvektor till vänster och filtrerad till höger.

Här ser man att konvergensen hos skattningen med filtrerade regressorer endast är obetydligt långsammare än hos skattningen med ofiltrerade regressorer. Dessutom ger filtreringen ett lugnare uppträdande hos parametrarna, vilket gör att regulatorparametrarna också får ett lugnare uppförande. Vi får mjukare, mer skonsamma, roderrörelser.

Om mätsignalerna innehåller brus blir regressorerna och skattningsfelet inte oberoende. Skattningen driver iväg från det rätta värdet (se figur 4.5). Lågpas-filtrering av mätsignalerna gör att skattningen visserligen blir lite felaktig, dock fullt acceptabel ur reglersynpunkt.

Figurerna nedan visar simuleringar där skillnaden mellan filtrerad och ofiltrerad regressionsvektor, vid mätbrus, belyses.

Förutsättningar: 100 sek skattning med ostörda regressorer för att få in parametrarna till rätt värde. Därefter adderas brus till mätsignalerna, vågor eller viktfel till systemet.

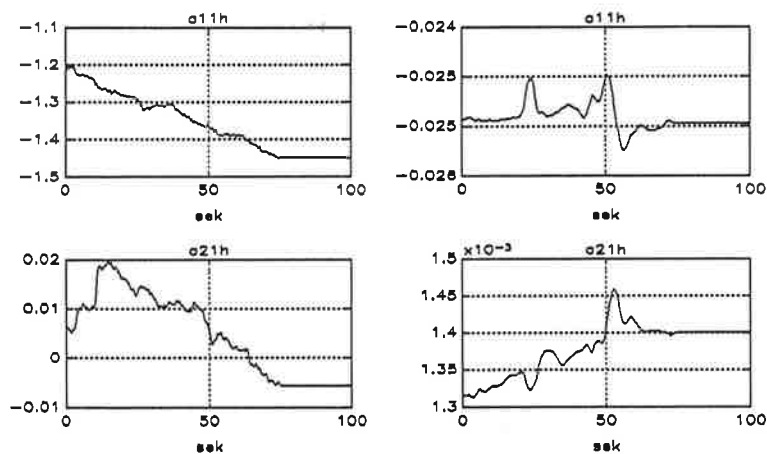


Fig 4.5 Parameterdrift då mätsignalerna är störda av brus. Vänstra figurerna filtrerad- och högra ofiltrerad regressionsvektor.

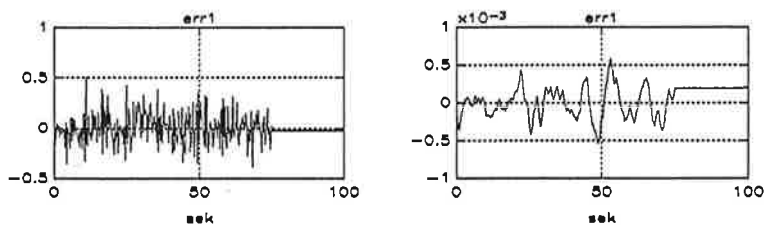


Fig 4.6 Skattningsfelet, (ofiltrerad till vänster).

Lägg märke till att skattningsfelet reduceras med en faktor 1000 när mätsignalerna är filtrerade. Utan filtrering blir skattningarna värdelösa vid regulatordesign. Därför måste slutsatsen bli: Filtrera även om mätsignalerna är ostörda!

Vågstörningen låter sig tyvärr inte filtreras bort på samma sätt som bruset. Men man uppnår ändå en viss förbättring.

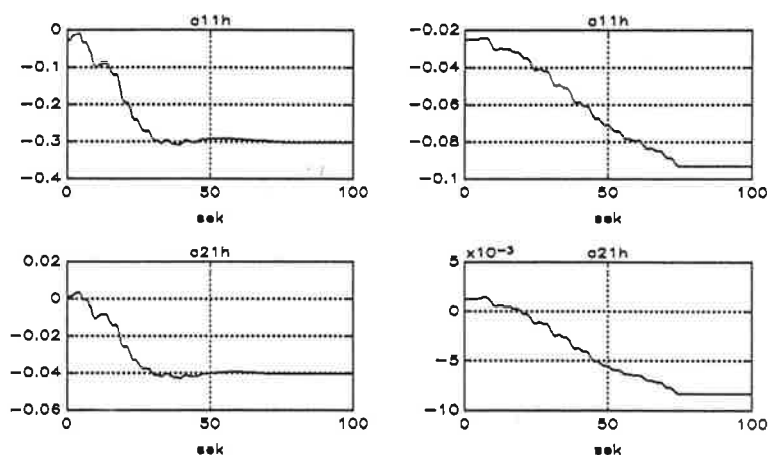


Fig 4.7 Parameterdrift vid vågstörning, ofiltrerad regressionsvektor till vänster.

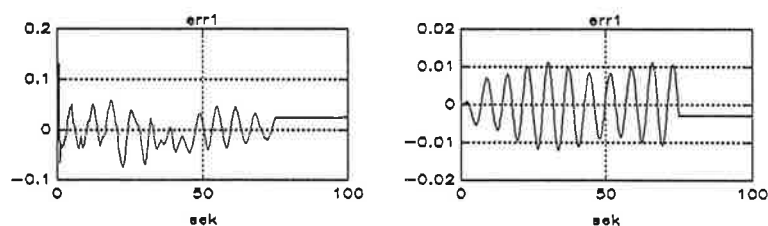


Fig 4.8 Prediktionsfelet vid vågstörning, ofiltrerad regressionsvektor till vänster.

Notera hur vågorna syns i prediktionsfelet. Med filtrering av regressionsvektorn blir prediktionsfelet något mindre, men vågstörningens spektrum (se kap 3.1) interfererar kraftigt med ubåtens eget spektrum (se fig 4.1). Därför lyckas inte ansatsen att filtrera regressionsvektorn.

Man kan anta att skattningsfelet och vågstörningarna är korrelerade. Då finns det möjlighet att eliminera vågstörningarna ur skattningsfelet. Genom att spara gamla värden på felet kan vågornas inverkan på skattningsfelet reduceras. De gamla skattningsfelen kan nu användas som mätsignaler i regressionsmodellen. På detta sätt skattar man även vågornas påverkan på ubåten.

För att eliminera inverkan av en sinusvängning måste två gamla värden av prediktionsfelet sparas. För att eliminera flera sinusvängningar måste man spara två gamla värden för varje svängning som ska elimineras.

För vår modell innebär detta att vi skulle behöva spara tio gamla prediktionsfel. Simuleringarna visar dock att man får ett acceptabelt uppförande hos estimatorn om vi sparar två värden.

Regressionsmodellen kan formuleras som:

Regressionsmodell 4

$$e(t+1) = \tilde{W}(t) - \varphi^T(t) \hat{\Theta}(t) - a_{13}\theta(t) - c_1 e(t) - c_2 e(t-1)$$

utöka regressionsvektorn till:

$$\varphi^T(t) = [W(t) \quad Q(t) \quad \delta_s(t) \quad \delta_b(t) \quad e(t) \quad e(t-1)]$$

parametervektorn blir nu:

$$\hat{\Theta}^T = [a_{11} \quad a_{12} \quad b_{11} \quad b_{12} \quad c_1 \quad c_2]$$

Sedan användes RMK för att skatta parametrarna så att korrelationen mellan skattningsfelet och vågstörningen minimeras.

Simuleringar med regressionsmodell 4 visar på stora förbättringar hos skattningarna. Skattningsfelet reduceras med en faktor 20.

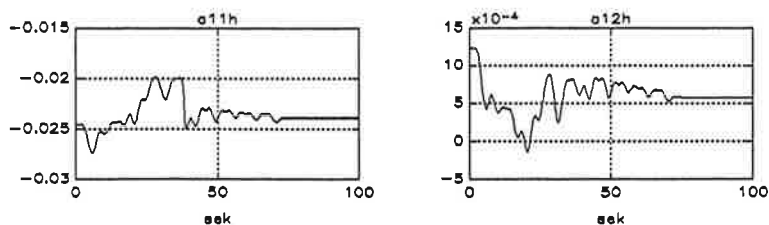


Fig 4.9 Parameterdrift vid vågstörning, regressionsmodell4.

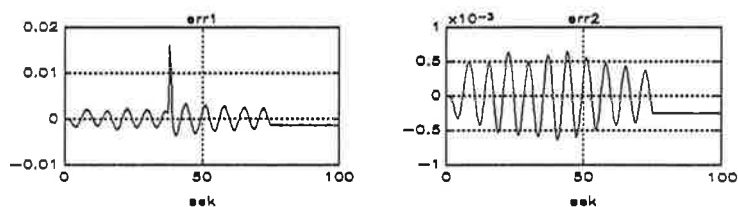


Fig 4.10 Prediktionsfelet vid vågstörning, regressionsmodell 4.

Figur 4.9 visar på stora förbättringar i parameterstabiliteten trots att vi inte har tagit hänsyn till den fullständiga vågmodellen. Det finns, dock utan stöd av simuleringar, anledning att tro att skattningarna blir ännu bättre och mer stabila om man utökade regressionsmodellen med fler gamla prediktionsfel.

Man ser också en stor reduktion av prediktionsfelet (jämför fig 4.8 och 4.10) om man baserar skattningarna på regressionsmodell 4.

Övriga störningar såsom viktfel och trimfel påverkar inte slutvärdet på parametrarna. Men initialfelet i skattningen blir större om vi har vikt- eller trimfel (se fig 4.11).

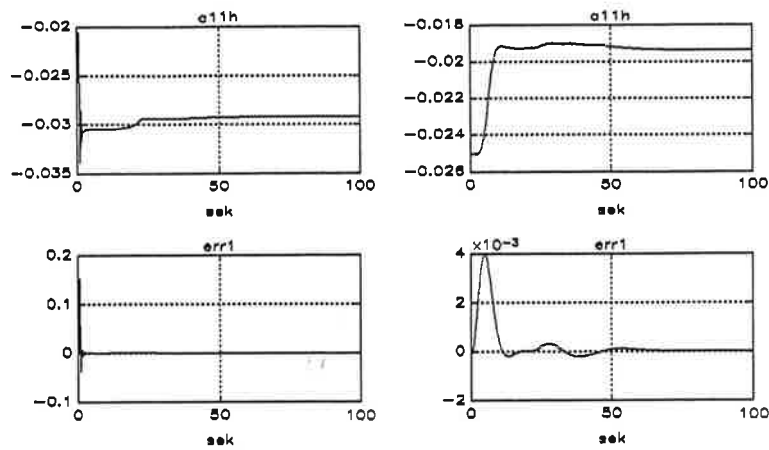


Fig 4.11 Parameter- och prediktionsfelsvariation vid vikt fel. Ofiltrerad regressionsvektor till vänster.

Figurerna ovan visar viktfelets inverkan på skattningen. Endast en börvärdesförändring ger stationärt fel i skattningen. Dock kommer skattningen efter ytterligare några börvärdesförändringar att konvergera mot rätt värde.

Inverkan av vikt- och trimfel kan elimineras. Vikt- och trimfel är statistiska störningar. Dessa kan infogas i regressionsmodellen som en konstant term. Följande regressionsmodell hanterar alla, i vårt examensarbete, förutsatta störningar:

Regressionsmodell 5

$$e(t+1) = \tilde{w}(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t) - a_{13}\theta(t) - c_1e(t) - c_2e(t-1) - 1d(t)$$

utöka regressionsvektorn till:

$$\varphi^T(t) = [w(t) \quad \varrho(t) \quad \delta_s(t) \quad \delta_b(t) \quad e(t) \quad e(t-1) \quad 1]$$

parametervektorn blir nu:

$$\hat{\theta}^T = [\hat{a}_{11} \quad \hat{a}_{12} \quad \hat{b}_{11} \quad \hat{b}_{12} \quad \hat{c}_1 \quad \hat{c}_2 \quad \hat{d}]$$

Sedan används RMK för att skatta parametrarna.

Simuleringarna som följer visar uppförandet hos skattaren som är baserad på regressionsmodell 5. Skattaren stängs efter 40 sek.

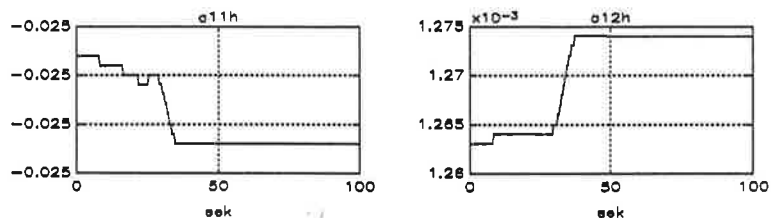


Fig 4.12 Parameterdrift vid viktfele

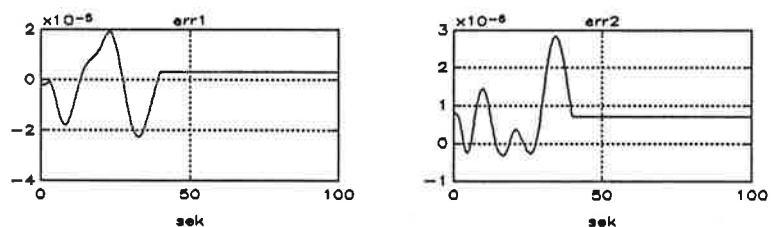


Fig 4.12 Skattningsfel vid viktfele

Figurerna ovan visar att denna skattare hanterar viktfelet bättre än den ursprungliga skattaren (jämför fig 4.11). Ansatsen att låta konstanta störningar "sugas upp" av en konstant i regressorn var alltså riktig.

När vi använder denna regressionsmodell skattas totalt 14 parametrar.

Nu ska vi prova vad skattaren baserad på regressionsmodell 5 klarar av. Vi låter alla störkällor vara aktiva samtidigt.

Skattaren stängs efter 75 sek.

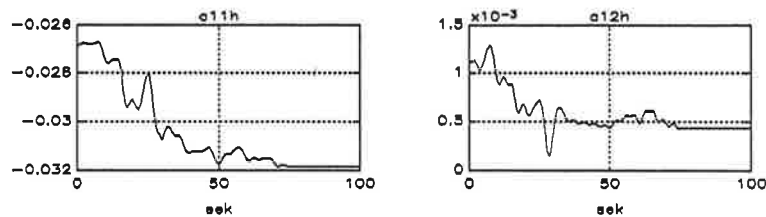


Fig 4.14 Parameterdrift då alla störningar påverkar, filtrerad regressionsvektor.

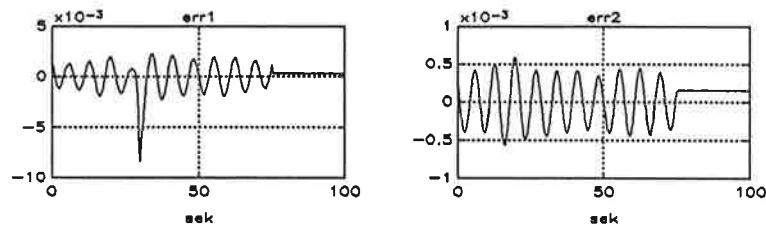


Fig 4.15 Skattningsfelet då alla störningar påverkar, filtrerad regressionsvektor.

I simuleringarna ovan kan man notera att vi lyckas hålla parameterdriften nere trots att alla störningar påverkar samtidigt.

4.4 Val av glömskefaktor

Om systemets dynamik varierar kan dessa variationer följas genom att välja glömskefaktorn $\lambda < 1$. Valet av λ är en kompromiss mellan hur snabba förändringar vi vill kunna följa och störkänsligheten.

Om man väljer litet λ har man möjlighet att följa snabba dynamikvariationer, dock till priset av en större störkänslighet. I vårt fall har vi lyckats hålla stabil parameteruppdatering för $0.994 < \lambda < 1$. På nästa sida illustreras skillnaden mellan olika val av λ .

Förutsättningar: 100 sek skattning vid ($v=5$ m/s)
 Vid $t=100$ ändras a_{12} från 0.487 till 0.6
 Alla andra parametrar är oförändrade
 Regressionsmodell 2

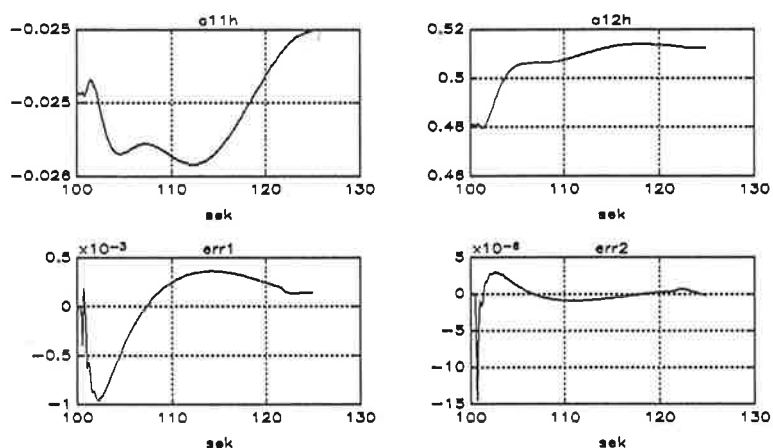


Fig 4.16 $\lambda=0.999$

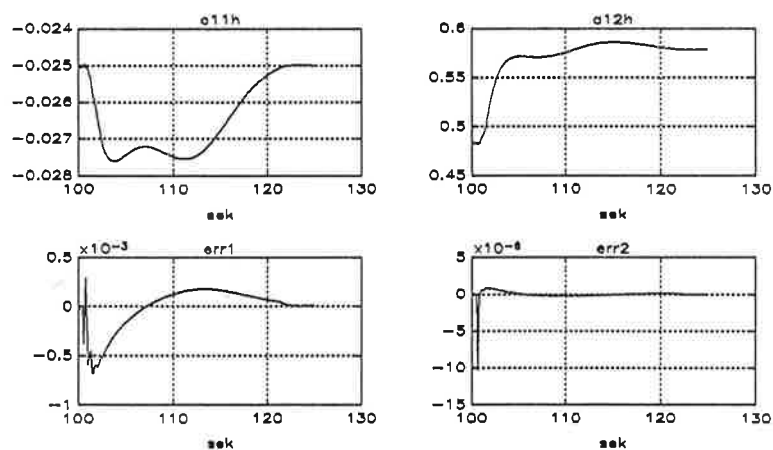


Fig 4.17 $\lambda=0.995$

För $\lambda=0.999$ måste man skatta i 70 sek innan vikten av de första samplen har reducerats till hälften. Medan man för $\lambda=0.995$ endast behöver skatta i 15 sek innan hälften är "glömt". Effekterna av de olika valen av λ framkommer tydligt i fig 4.16 och 4.17. Stor glömskefaktor ger betydligt långsammare konvergens.

4.5 RMK som Kalmanfilter

Vi ska göra en Kalmanfilter-tolkning av RMK och ge förslag på en uppdateringslag för parametrarna, baserad på denna tolkning. Antag att parametrarna uppfyller följande differensekvation:

$$\Theta(k) = \Theta(k-1) + v(k) \quad , \quad E(v(i) v^T(k)) = R_1 \delta_{i,k}$$

$$y(k) = \varphi^T(k) \Theta(k) + e(k) \quad , \quad E(e(i) e^T(k)) = R_2 \delta_{i,k}$$

Kalmanfiltret till denna modell ges av:

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + K(k) \varepsilon(k)$$

$$\varepsilon(k) = y(k) - \varphi^T(k) \hat{\Theta}(k-1)$$

$$K(k) = \frac{P(k-1) \varphi^T(k)}{R_2 + \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)}$$

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1) \varphi(k) \varphi^T(k) P(k-1)}{R_2 + \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)} + R_1$$

Denna parameterskattare ska nu tillämpas på vår regressionsmodell. Vi formulerar regressionsmodellen som:

$$\frac{dW}{dt} = a_{11}W(t) + \dots + b_{12}\delta_b(t) + v(t) \quad , \quad v(t) \text{ okänd störterm}$$

För att få denna modell på tidsdiskret form integreras båda sidor mellan t och $t+h$:

$$W(t+h) - W(t) = a_{11} \int_t^{t+h} W(s) ds + \dots + b_{12} \int_t^{t+h} \delta_b(s) ds + \int_t^{t+h} v(s) ds$$

Vi formulerar denna modell på regressionsform som:

$$W(t+h) - W(t) = \left[\int_t^{t+h} W(s) ds \cdots \int_t^{t+h} \delta_b(s) ds \ 1 \right] \begin{bmatrix} a_{11} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{12} \\ V \end{bmatrix}$$

Delar upp V i en konstantterm V_0 och en term ΔV som varierar med tiden. Med denna beskrivning av processen kan vi ta hand om både statistiska störningar, vikt fel, och varierande, vågor.

Vi får nu följande parametervektor:

$$\Theta = \begin{bmatrix} a_{11} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{12} \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{12} \\ V_0 + \Delta V \end{bmatrix}$$

Parametrarna uppfyller nu följande differensekvation:

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ \Delta V(k) - \Delta V(k-1) \end{bmatrix}$$

$$W(k+1) - W(k) = \varphi^T(k) \hat{\Theta}(k) + e(k)$$

Genom denna formulering kan vi låta störningarna tas upp i parametervektorn genom att, i matrisen R_1 , ange vilken varians de olika parametrarna har.

Vi låter parametern som skattar störningen ha stor varians och därigenom stor frihet att anpassa sig till störningarna. De positioner i R_1 -matrisen som svarar mot processens dynamiska parametrar bör följaktligen ges små värden eftersom processdynamiken förut-

sätts variera långsamt.

För att undvika numeriska problem vid integrationen bör denna utföras på följande sätt:

$$\int_t^{t+10h} W(s) ds = h \sum_{k=t}^{t+9} \frac{W(k+1) + W(k)}{2}$$

Om integreringen sker under en kortare tid blir värdena i regressionsvektorn för små. Detta leder till dålig noggrannhet i skattningarna.

Vi ska här underöka uppförandet hos denna skattare och jämföra med de andra typerna som vi undersökt.

Förutsättningar : Hastighet 5 m/s

Sampeltiden 0.1s dvs skattningarna uppdateras en gång per sekund

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

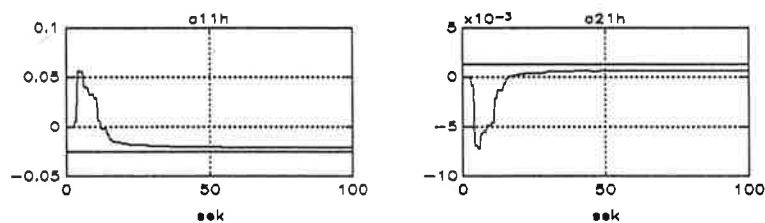


Fig 4.18 Insvängningsförlopp för parametrarna

För att få högre konvergenshastighet hos parametrarna vid uppstart har R_2 valts till 0.2. Initialt väljer vi P till $10000 \cdot I$. Detta initialvärde kan sänkas om man vid uppstart har stor kunskap om parametrarnas värden.

Följande simuleringar visar skattarens känslighet för mätbrus och vågstörningar. För att minska inverkan av bruset har vi ökat R_2 till 0.6. Detta innebär att vi inte litar på skattningarna lika mycket som i föregående fall.

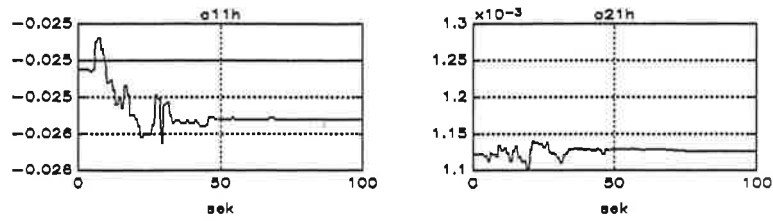


Fig 4.19 Parametervariation vid mätbrus

Genom valet av R_2 minskas inverkan av bruset och vi hindrar därigenom parametrarna att driva iväg.

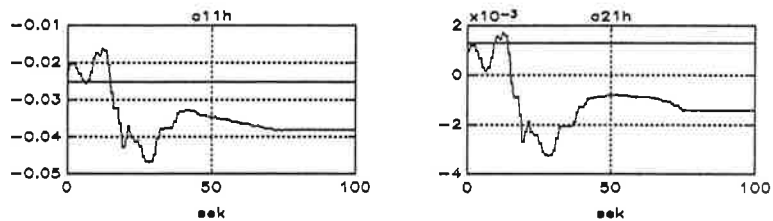


Fig 4.20 Parameterdrift vid vågstörning

Vid vågstörning blir det svårt att minska driften hos parametrarna, på grund av att parametern som ska skatta störningen inte kan variera lika snabbt som vågorna.

5 Konventionell regulatordesign

I detta avsnitt undersöks konventionell tillståndsåterkopplad regulatordesign. Regulatordesignen är baserad på linjära teorier och är tidsberoende, dvs regulatorns parametrar är bestämda i förväg.

Ubåtens dynamik är starkt hastighetsberoende (se kap 2). Därför måste regulatorparametrarna bestämmas då systemet är som snabbast. Då blir systemet stabilt för alla driftsfallen. Detta innebär att prestandan för det slutna systemet avtar med hastigheten.

Den tillståndsåterkopplade regulator som undersökts i detta kapitel reglerar endast bakre rodret.

En tillståndsåterkopplad regulator strävar efter att driva alla tillstånd till noll. Polernas placering i det slutna systemet bestämmer hur detta görs.

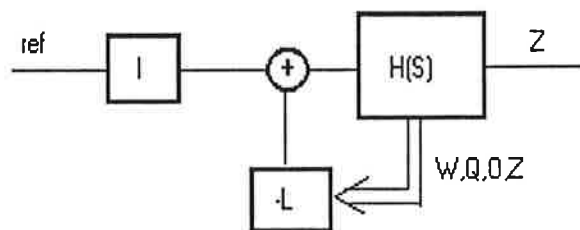


Fig 5.1 Tillståndsåterkopplad regulator

med styrlagen

$$u = ref \cdot l - L \cdot X$$

blir det slutna systemet

$$\dot{X} = (A - B \cdot L) \cdot X + B \cdot ref \cdot l$$

$$Y = C \cdot B \cdot ref \cdot l \cdot (S \cdot I - (A - B \cdot L))^{-1}$$

Matrisen

$$W = [B \ AB \ A^2B \ A^3B]$$

har full rang, dvs systemet är styrbart och polplaceringen kan ske godtyckligt.

Det kan vara svårt att placera polerna lämpligt. Om man anger ett för snabbt slutet system kan detta leda till instabilitet. Ett för långsamt system ger dålig prestanda. Denna avvägning får man göra med stöd av simuleringar. Med hjälp av detta analyseras stegsvar och styrsignal så att man får önskat beteende hos det slutna systemet.

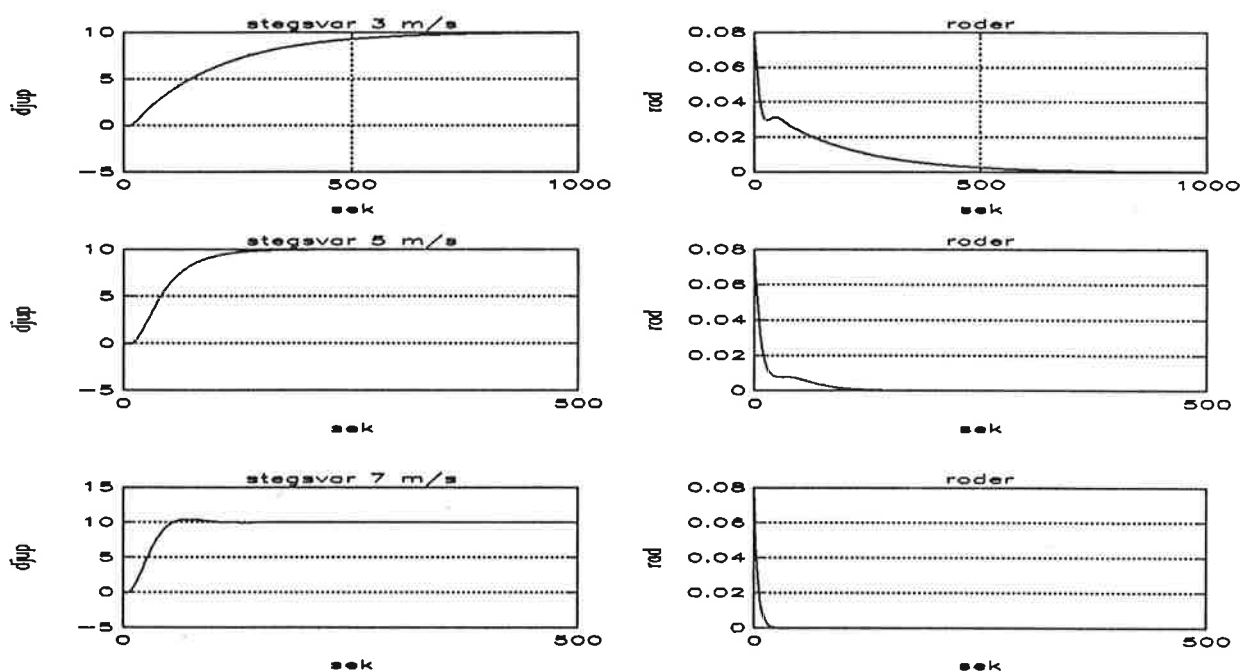


Fig 5.2 - 5.7

Figurerna 5.2 - 5.7 visar stegsvar och roderutslag vid olika hastigheter med en tillståndsåterkopplad regulator. Notera tids-skalan vid 3 m/s.

Med utgångspunkt från öppna systemets poler vid högsta hastigheten (7 m/s), har vi valt det slutna systemets poler något snabbare.

Vid 7 m/s är det öppna systemets poler:

$$\begin{aligned} & 0 \\ & - 0.44 \\ & - 0.05 \pm j 0.05 \end{aligned}$$

Vi har valt vid 7 m/s det slutna systemets poler till:

$$\begin{aligned} & -0.18 \\ & -0.45 \\ & - 0.06 \pm j 0.06 \end{aligned}$$

Detta ger slutna systemets poler vid 5 m/s och 3 m/s:

$$\begin{aligned} 5 \text{ m/s} : & \quad -0.03 \\ & \quad -0.28 \\ & - 0.08 \pm j 0.07 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \text{ m/s} : & \quad -0.005 \\ & \quad -0.12 \\ & - 0.07 \pm j 0.09 \end{aligned}$$

6 Linjärkvadratisk regulator

Med en tillståndsåterkopplad regulator vill man placera det slutna systemets poler på ett sådant sätt att man får ett önskat beteende hos det slutna systemet. Vid linjär polplacering kan det vara svårt att hitta lämpliga poler.

Polplaceringen i en linjärkvadratisk regulator beräknas genom att minimera ett kvadratisk kriterium mellan styrsignalerna och tillstånden. Resultatet av denna minimering ger en linjär optimal regulator. För att man skall kunna utföra denna minimering krävs att systemet är fullständigt känt, dvs A- och B- matriserna är kända.

Denna regulatorstruktur är tilltalande att använda i detta sammanhang, därför att det är lätt att ändra uppförandet på det slutna systemet genom förändringar i minimeringskriteriet. Den är robust och den är lätt att automatisera.

Problemet är att bestämma den återkopplingsmatris L:

$$U(t) = -L(t) X(t)$$

så att

$$J = \int_0^{\infty} E [X(t)^T Q_1 X(t) + U(t)^T Q_2 U(t)] dt$$

minimeras.

Lösningen till minimeringsproblemet ges av Riccatiekvationen:

$$L(t) = Q_2^{-1} B^T S(t) \\ -\frac{d}{dt} S(t) = A^T S(t) + S(t) A + Q_1 - S(t) B Q_2^{-1} B^T S(t)$$

Där Q_1 och Q_2 är positivt semidefinita matriser. Med hjälp av straffmatriserna Q_1 och Q_2 kan man på ett enkelt sätt få önskat beteende hos det slutna systemets stegsvar och styrsignaler.

Vid regleringen används den stationära lösningen till Riccatiekvationen.

Fördelen med en linjärkvadratisk regulator jämfört med konventionell polplacering är:

- enkel att automatisera
- lätt att ändra regulatoruppförande
- man slipper välja polernas läge
- ger alltid stabil lösning

En linjärkvadratisk regulator är en tillståndsåterkopplad regulator och dessa strävar efter att driva alla tillstånd till noll. Vi är tvungna att formulera om vår tillståndsmodell så att den blir anpassad till denna regulatorstruktur. Djupet byts mot djupfelet och vi får en ny A-matris:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -0.0252 v & 0.487 v & 0.0433 & 0 \\ 0.0013 v & 0.0513 v & -0.0141 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & v & 0 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} W \\ Q \\ \theta \\ e_z \end{bmatrix}$$

$$e_z = Ref - Z$$

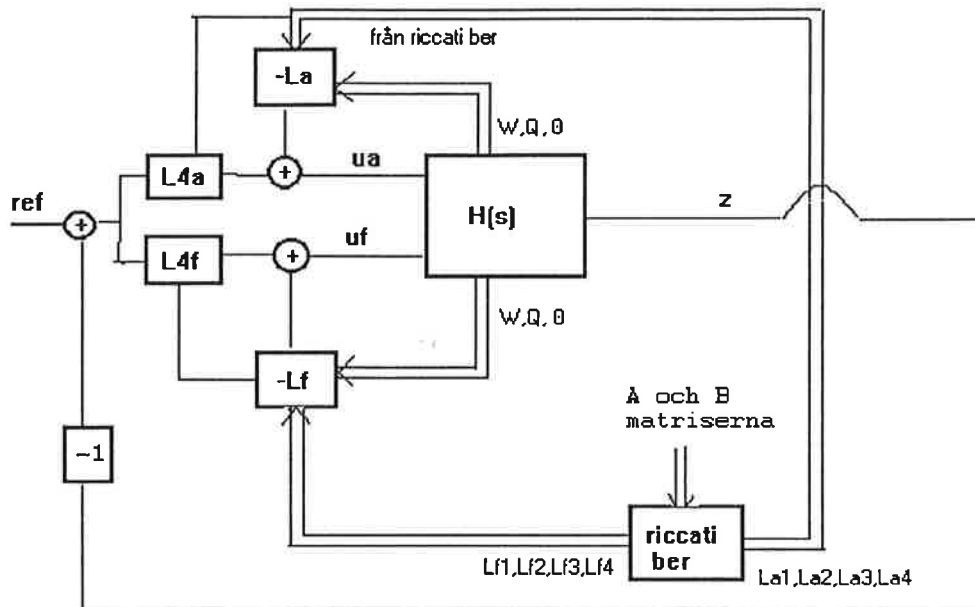


Fig 6.1 Linjärvadratisk regulator

Hur ska straffmatriserna Q_1 och Q_2 väljas ?

I vissa situationer kan det vara nödvändigt att göra snabba nedstigningar och ibland ta det försiktigt. På ett enkelt sätt kan man åstadkomma dessa förändringar genom att välja straffmatriserna Q_1 och Q_2 på ett sådant sätt att man får det önskade uppförandet i sin manöver.

Man väljer straffmatriserna genom att analysera tillstånden och styrsignalernas utseende vid en manöver. Med hjälp av analysen kan man avgöra om t ex något tillståndets amplitud är för stor. Tillståndet begränsas genom att ett högre värde anges i straffmatrisen på den plats som svarar mot detta tillstånd.

Regulatorn beräknar en ny uppsättning parametrar, och återkopplingsfaktorn för det straffade tillståndet ökas.

Vi skall se hur olika val av straffmatriser påverkar regleringen.

Rodersignalerna är begränsade och det är önskvärt ur reglersynpunkt att hålla sig innanför gränserna. Om man specificerar ett för snabbt system kan detta resultera i instabilitet (on - off reglering). Därför blir vi tvungna att straffa styrsignalerna.

Förutsättningar: Ubåtdynamiken är känd ($v=5$ m/s).

Roderbegränsning (0.08 rad).

Roderdynamik, max rodervinkelhastighet (0.1rad/s)

Fall 1:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler : $-0.18 \pm j0.23$
 -0.29
 -0.21

Fall 2:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler: $-0.10 \pm j0.15$
 -0.30
 -0.15

Låt oss se hur ubåten uppför sig i de olika fallen.

Fall 1

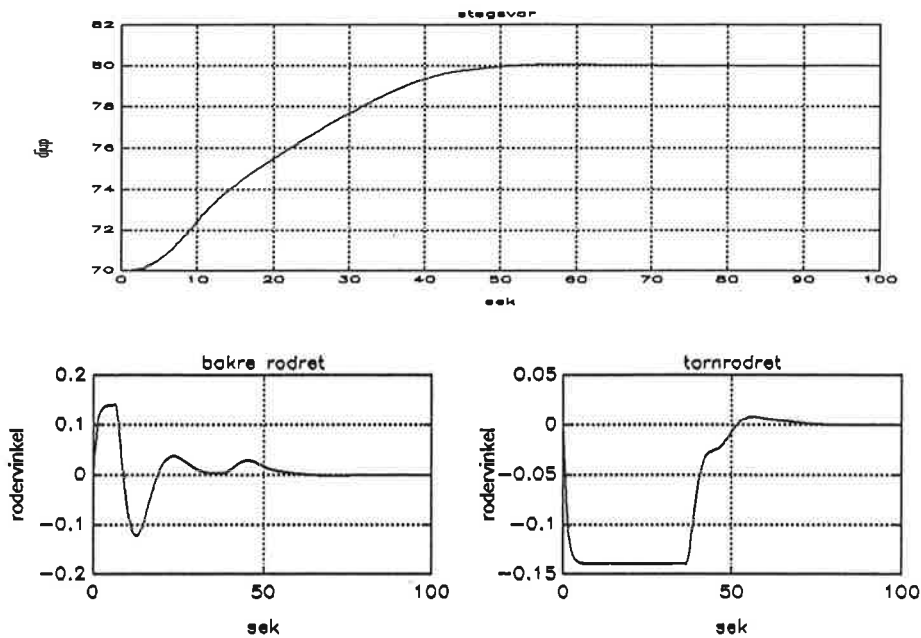


Fig 6.2 - 6.4

Här har vi för litet straff på rodren, eftersom vi slår i begränsningen. Men det slutna systemet är snabbt.

Prestanda vid konstant dykhastighet:

- dykhastighet = 0.34 m/s
- tvärhastigheten = 0.08 m/s
- trimmet = -0.05 rad (2.8°)

Fall 2

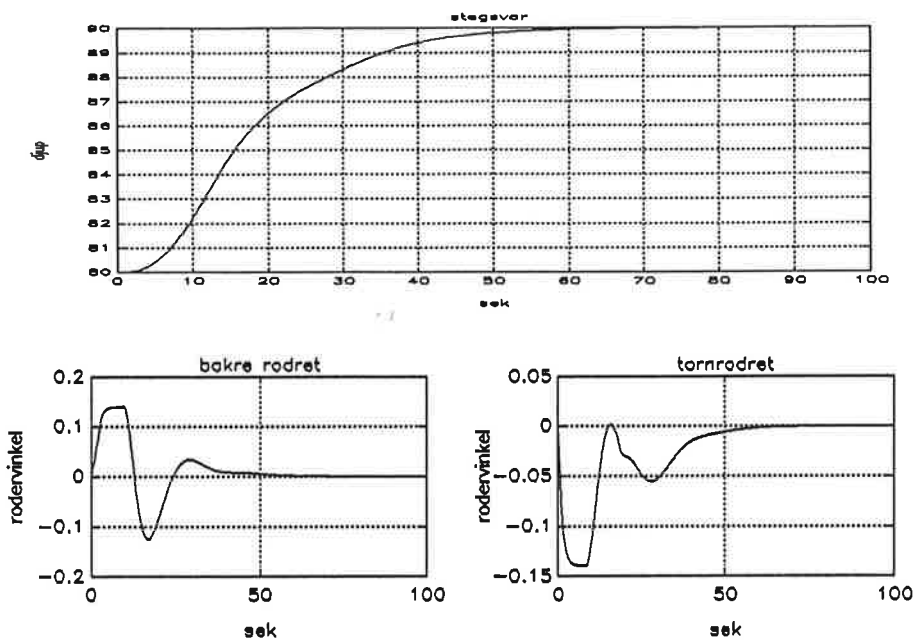


Fig 6.5 - 6.7

Här har vi lagt större straff på rodren och får mjukare roderrörelser. Jämfört med Fall 1 är detta stegsvar obetydligt långsammare. Detta beror på rodervinkelbegränsningarna.

Prestanda vid konstant dykhastighet:

- dykhastighet = 0.56 m/s
- tvärhastigheten = 0.04 m/s
- trimmet = -0.10 rad (5.7 °)

För att inte djupfelstillståndet skall få onormalt stora värden har utsignalen från detta begränsats (10 m). Om inte detta görs kommer djupfelstillståndet att dominera vid stora manövrar och då finns ingen möjlighet att öka eller minska inverkan av de andra tillstånden. Idén med regulatoren har försvunnit och blir i praktiken en P-regulator tills båten närmar sig bördjupet.

Vi skall titta på några fall där tillstånden straffas.

Förutsättningar: Ubåtdynamiken är känd ($v=5$ m/s).

Roderbegränsning (0.08 rad).

Roderdynamik,max rodervinkelhastighet (0.1rad/s)

Djupfelsbegränsning 10m

$$Q_2 = 100 * I$$

Fall 3:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler: $-0.12 \pm j0.12$
 $-0.55 \pm j0.09$

Fall 4:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler: $-0.16 \pm j0.15$
 -0.22
 -0.16

Fall 3

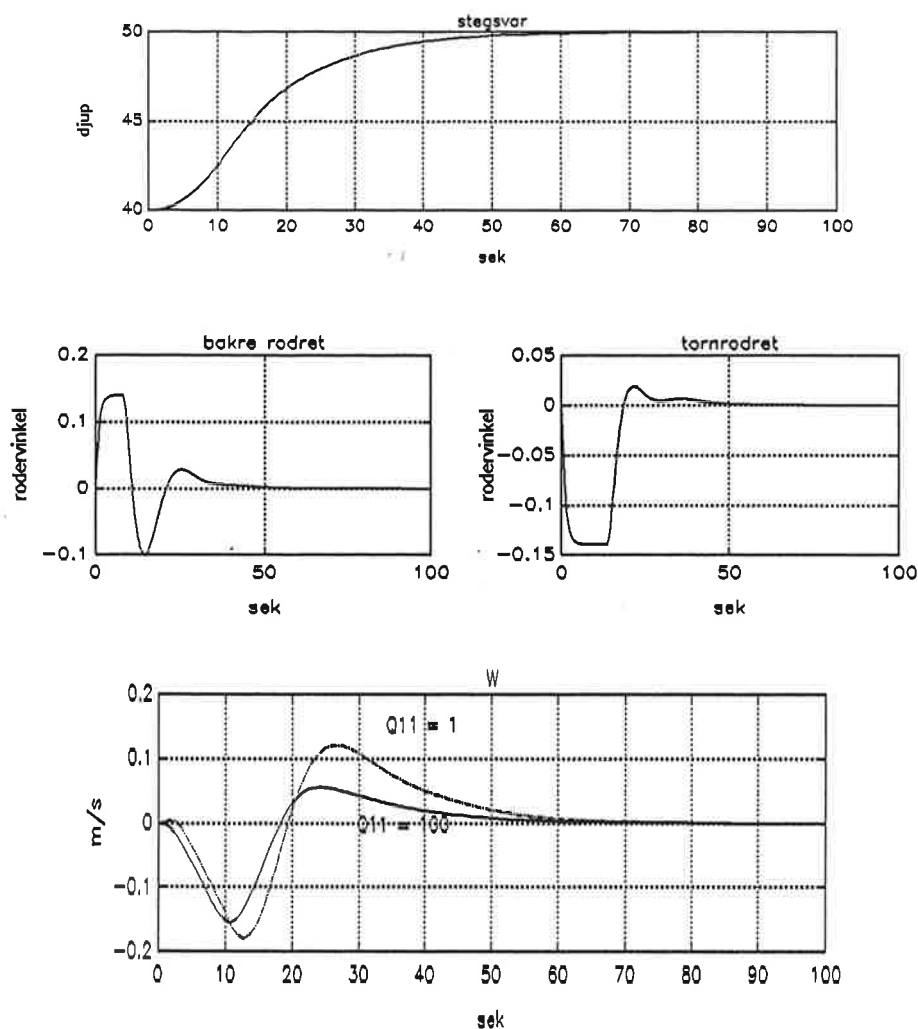


Fig 6.8 - 6.11

Fig 6.11 visar hur straffen påverkar tillstånden. Här har vi lagt större straff på tvärhastigheten, dvs regulatorn lägger större vikt på återkopplingen ifrån tvärhastigheten. För att få en märkbar förändring behövs det stora värden i straffmatrisen.

Här utnyttjas hastigheten hos ubåten för att göra manövern och detta resulterar i att tvärhastighet blir liten.

Prestanda vid konstant dykhastighet:

- dykhastighet = 0.6 m/s
- tvärhastigheten = 0.03 m/s
- trimmet = 0.11 rad (6.3 °)

Fall 4

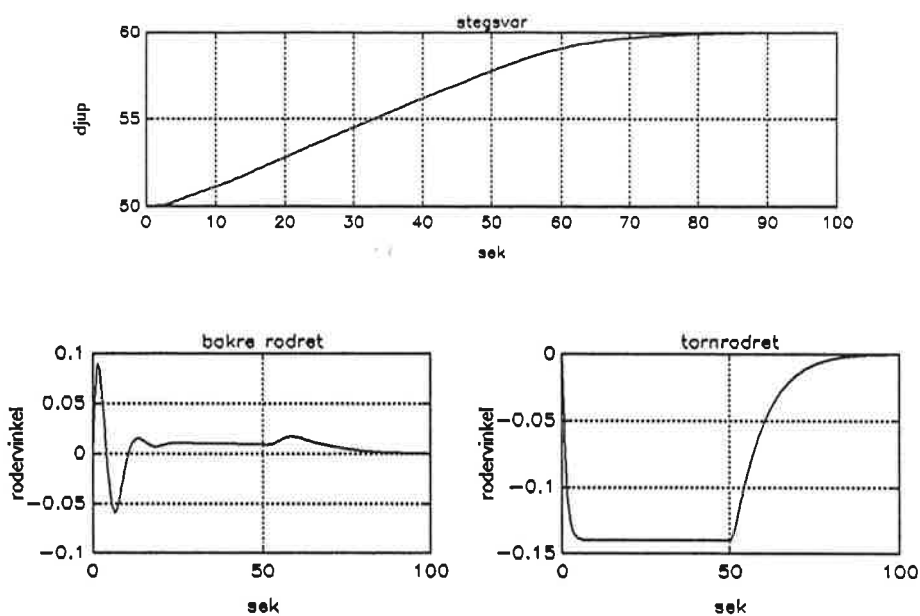


Fig 6.12 - 6.14

I fall 4 har vi stort straff på trimmet jämfört med fall 3. Figuren nedan visar skillnaden på trimmet mellan de olika fallen.

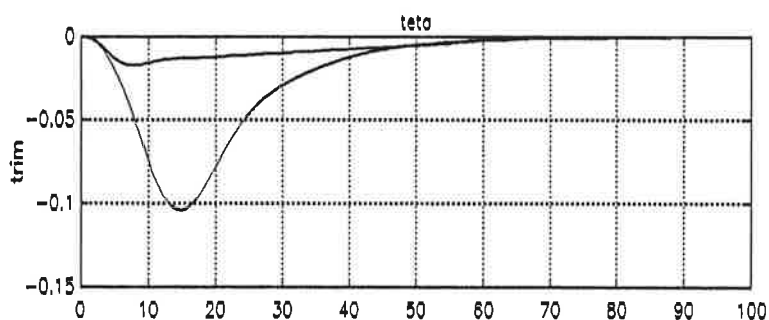


Fig 6.15

Här används nästan enbart lyftkrafterna på rodren för att utföra manövern och detta ger ett litet trimm på ubåten. Att utföra manövern med lyftkrafterna ger ett långsammare stegsvar (jämför med fall 3).

Prestanda vid konstant dykhastighet:

- dykhastighet = 0.18 m/s
- tvärhastigheten = 0.12 m/s
- trimmet = 0.01 rad (0.7 °)

Vi skall titta på ett fall där vi har vågstörningar. Målsättningen är att hålla ett konstant djup (15 m). Det är önsvärt att ligga nära bördjupet och få en så liten pendling kring detta som möjligt.

Strategin blir att minska inverkan av tvärhastigheten och trimmet i regleringen. Då regleras båten nästan enbart av djupfelet.

Förusättningarna är $v = 5$ m/s och $Q_2 = 100 \cdot I$ i båda simuleringarna

I fig 6.16 har straffmatrisen Q_1 valts till:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler : $-0.10 \pm j0.15$
-0.30
-0.15

I fig 6.17 har vi minskat inverkan på tvärhastigheten och trimmet och Q_1 har valts till:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler : $-0.17 \pm j0.23$
-0.30
-0.19

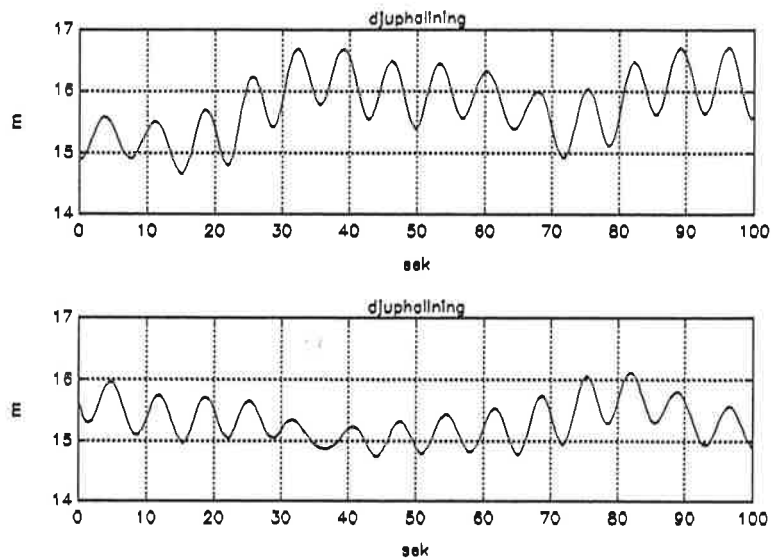


Fig 6.16 - 6.17 Konstant djuphållning vid vågstörningar

I fig 6.16 har båten en stor pendling kring börvärdet och har svårt att hålla konstant djup. Detta beror på att den dynamik som fortplantar sig genom båten syns i W - och θ signalen. Dessa återkopplas och regulatorn försöker att driva dessa tillstånd till noll.

I fig 6.17 har vi minskat inverkan av tvärhastigheten och trimmet och båten regleras nästan enbart av djupfelet E_z . Båten håller djupet bättre och pendlingarna har avtagit något.

6.1 Robusthet

I vår modell har vi roderdynamik, roderbegränsningar och fördröjningar. Detta tar vi inte hänsyn till vid regulatorberäkningarna. Det finns möjlighet att lägga in roderdynamiken i Riccatiekvationen genom att utöka A -matrisen med två tillstånd och återkoppla rodersignalerna så att man får en kaskadkopplad regulator. Detta har vi inte gjort, därför att denna dynamik i jämförelse med roderbegränsningarna har en liten inverkan.

Roderbegränsningarna bestämmer hur snabbt vi kan reglera. Om man specificerar ett för snabbt system leder detta till instabilitet. Därför är det viktigt att titta på styrsignalstorleken. Dessa

olinjäriteter är svåra att beskriva matematiskt. Har man däremot datorstöd vid simuleringar kan man hitta en lämplig konfiguration.

Fördröjningar i mätsignalerna försämrar fasmarginalen och leder till att robustheten blir sämre.

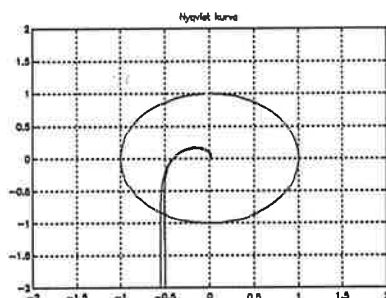


Fig 6.18 Nyqvistdiagram

Fig 6.18 visar Nyqvist kurvan för det öppna systemet, där man ser försämringen i fasmarginalen mellan fördröjda och icke fördröjda mätsignaler. Fördröjningen på 1 sekund i detta systemet har en liten inverkan på fasmarginalen (ca 4 °).

Det är bättre att använda givare som mäter tillstånden än att skatta dessa med en observatör (Kalmanfilter). Införandet av en observatör leder till att robustheten i det slutna systemet försämras.

6.2 Integrator

För att reglera bort stationära störningar som t ex viktfel införs integralverkan i regulatorn.

Införande av integratorverkan i en regulator baserad på tillståndsåterkoppling innebär att vi tillfogar ytterligare ett tillstånd i vår modell.

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{x}_5 = e_z$$

Återkopplingsfaktorn från detta tillstånd beräknas med hjälp av Riccatiekvationen och får ytterligare två återkopplingsfaktorer ifrån integralen av djupfelet.

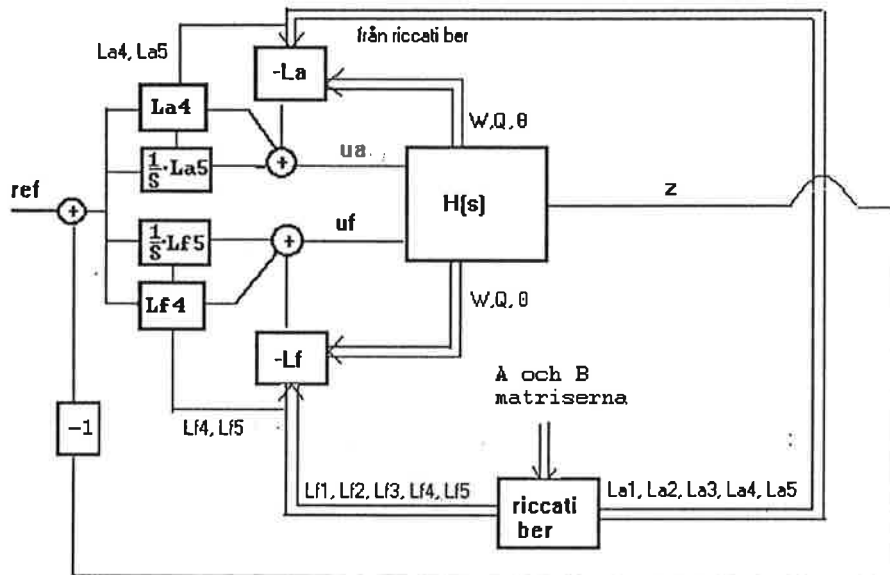


Fig 6.19 Linjärvadratisk regulator med Riccatiberäknad integralterm

För att förhindra integratoruppvridding återkopplas skillnaden mellan den beräknade styrsignalen och den begränsade styrsignalen med en faktor (se figuren nedan).

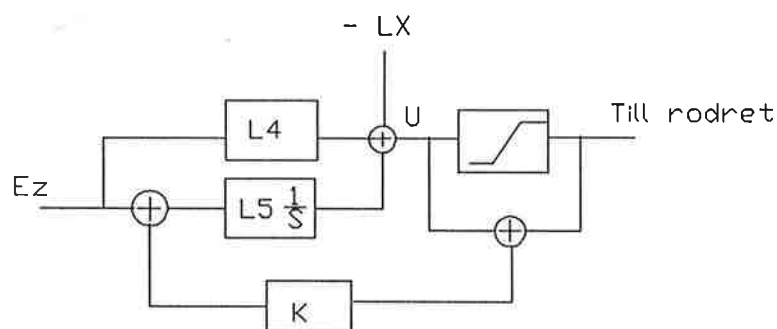


Fig 6.20 Integrator återställning

Vid stora börvärdesförändringar antar integraltermen stora värden som resulterar i en stor översläng i stegsvaret. För att förhindra detta så har vi två olika strategier vid börvärdesförändringar.

Vid små förändringar, upp till 10 m, används konstruktionen som visas i fig 6.20. Över 10 m stängs integraltermen av och kopplas åter in när djupfelet är mindre än 2 m. Detta innebär att vi byter regulatoruppsättning. För att jämna ut skillnader i styrsignalen när bytet sker, justeras denna med integraltermen.

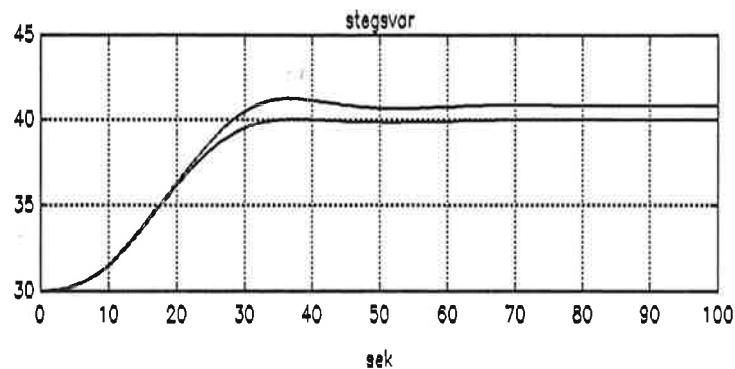


Fig 6.21 Stegsvär med och utan integrator vid viktfel

Fig 6.21 visar att det stationära felet går mot noll vid införande av integralterm.

Införandet av ett extra tillstånd ger systemet en annan konfiguration och detta påverkar valet av straffmatriserna Q_1 och Q_2 .

Här har straffmatriserna valts till :

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 300 & 0 \\ 0 & 300 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler : $-0.08 \pm j0.14$

$-0.11 \pm j0.02$

-0.30

6.3 Praktiska aspekter

För att denna regulator ska kunna göra beräkningarna som uppfyller kriteriet, krävs att systemet är fullständigt känt. Om de skattade parametrarna till regulatorberäkningarna inte stämmer överens med verkligheten, påverkar detta robustheten i regulatorn. Vi ska här titta på hur mycket parametrarna kan ligga fel utan att systemet blir instabilt.

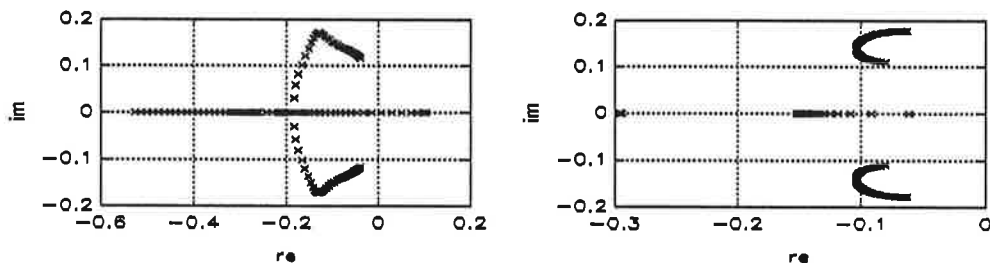


Fig 6.22 - 6.23 Vänstra figuren visar polförflyttning när A-matrisen varierar. Högra figuren visar polförflyttning vid varierande B-matris.

I fig 6.22 varierar a_{11} och a_{12} mellan 0 och 200 % av sant värde, medan a_{21} och a_{22} varierar mellan 200 och 0 %.

I fig 6.23 varierar b_{11} och b_{12} mellan 0 och 200 % av sant värde, medan b_{21} och b_{22} varierar mellan 200 och 0 %.

Den linjärkvadratiske regulatorn konvergerar efter ca 50 iterationer. När beräkningen görs bör man reglera med de gamla regulatorparametrarna. Då beräkningen är avslutad byts regulatoruppsättningen. Byte av regulatorparametrarna bör ske med stötfri övergång för att förhindra ryckig rodersignal (bumpless transfer). Detta kan ske genom att justera tillstånd(en).

I avsnittet 6.2 (integrator) sker ett regulatorbyte, justeringen sker där med integrationstermen. Det är naturligt att använda detta tillstånd för att justera bytet, eftersom detta är ett fiktivt tillstånd.

6.4 Adaptiv reglering

För att få den linjärvadratiska regulatorn adaptiv kopplas denna samman med RMK.

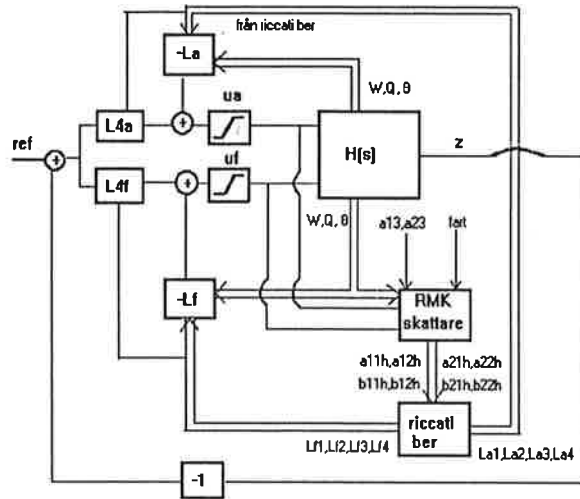


Fig 6.31 Adaptiv linjärvadratisk regulator

Samtliga simuleringar i kapitel 6 är gjorda med denna regulator.

Vid uppstart av den adaptiva regulatorn måste regulatorn initieras så att det genereras styrsignal(er) vid en börvärdesförändring. Ett sätt att åstadkomma detta är initialt ha fasta värden på djupfelsåterkopplingen under en fast tidsperiod. Detta leder till att systemet exciteras, dvs att det kommer signaler ifrån alla tillstånd. Om inte detta görs finns det ingen möjlighet att skatta parametrarna.

Initialt är alla parametrar noll. Vid uppstart kommer det att ta en viss tid innan parametrarna närmar sig sina sanna värden. Därför är det viktigt att regulatorstrukturen ger stabil reglering trots att parametrarna är felaktiga.

Om regleringen påverkas av olika störningar, kommer parametrarna inte längre att konvergera mot de rätta värdena. Därigenom beräknas regulatorn på felaktiga grunder. Regleringen blir sämre.

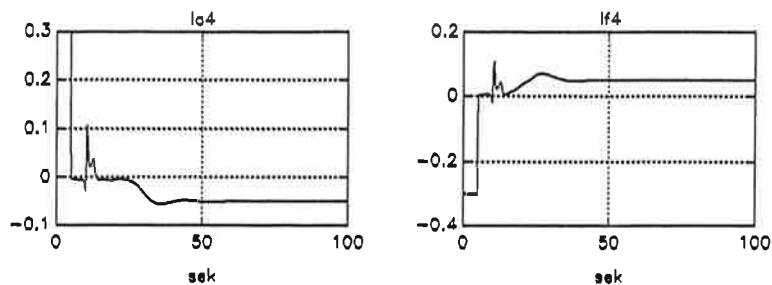


Fig 6.32 - 6.33 Regulatorparametrarnas insvängningsförlopp.

Under de fem första sekunderna är återkopplingen fast, därefter regleras ubåten adaptivt. Efter ca 25 sekunder är regulatorparametrarnas variation liten, beroende på att skattningen närmar sig rätt värden.

Figuren nedan visar inledande stegsvaret. Regulatorn initieras så att slutna systemet blir instabilt. När adaptationen kopplas på efter 5 sekunder ger detta snabbt ett stabilt slutet system.

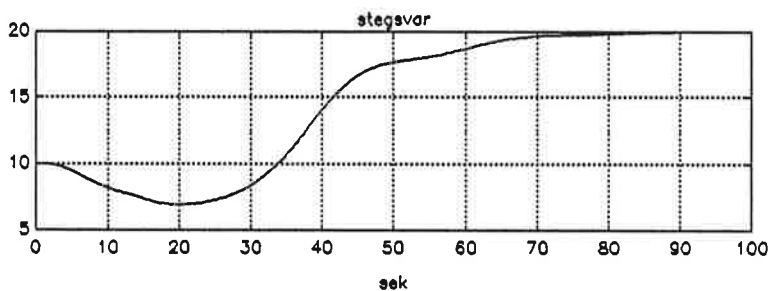


Fig 6.34 Inledande stegsvar

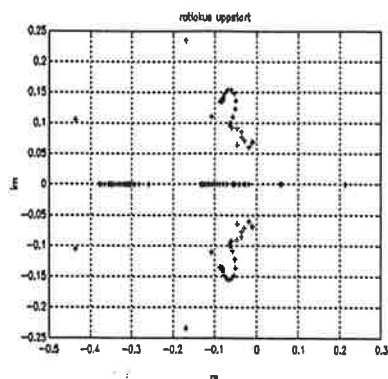


Fig 6.35 Polförflyttning vid uppstart

I initialskedet har vi en fast återkoppling denna ger en pol i höger halvplan ($p=0.21$). När adaptationen kopplas in förflyttas denna snabbt in i vänster halvplan.

Polernas startläge: 0.21 , $-0.17 \pm j0.23$, -0.26

Polernas slutläge : -0.30 , $-0.09 \pm j0.14$, -0.13

Vi ska undersöka några störningsfall. I samtliga fall gäller om inget annat anges;

$Q_1 = I$, $Q_2 = 100 \cdot I$, $v = 5$ m/s och filtrerad regressionsvektor ($\omega_g = 0.5$ rad/s). Regulator utan integralterm.

Vi har inte tagit med några simuleringar i störningsfallet med halvfyllt vattentank. Anledningen är att man inte såg några direkta skillnader med- och utan tank i regleringen.

Fall 1:

Mätsignalerna är fördröjda och störda av brus.

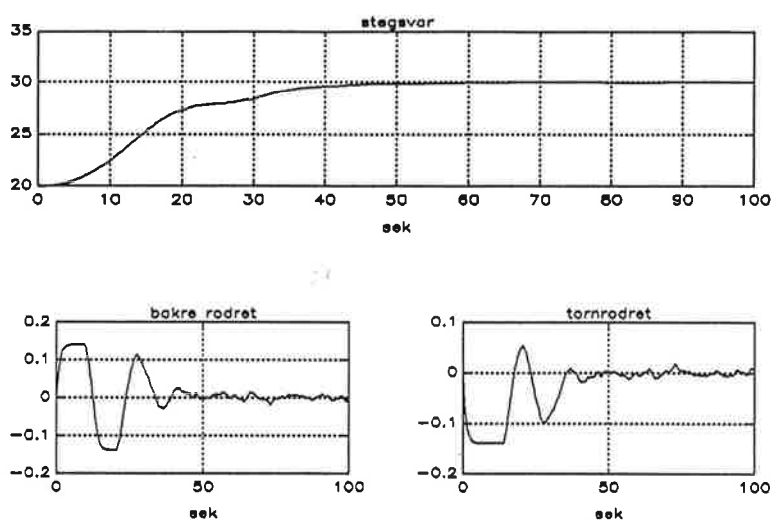


Fig 6.36 - 6.38 Stegsvvar och roderrörelserna vid brusiga och fördröjda mätsignaler.

Man ser i styrsignalerna att dessa är störda av brus. Notera puckeln i stegsvaret, denna beror på fördröjningarna i mätsignalerna. Denna puckel går att reducera genom att ändra straffet på styrsignalerna.

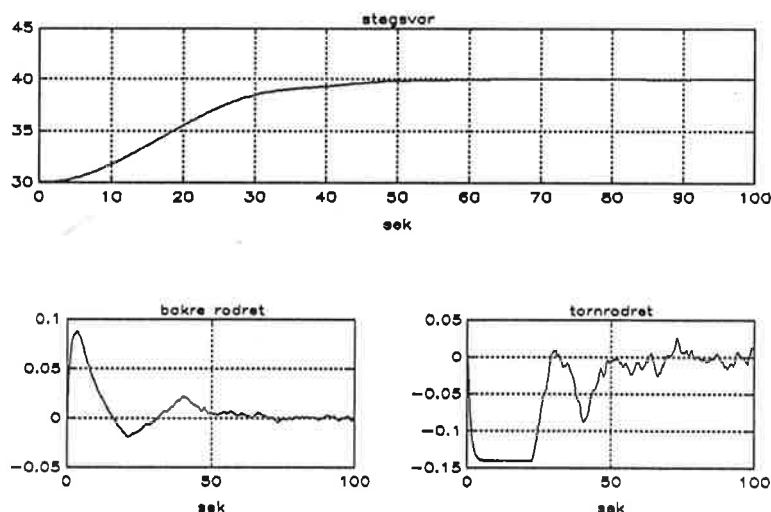


Fig 6.39 - 6.41 Stegsvvar och roderrörelserna med fördröjda och brusiga mätsignaler.

I fig 6.39 - 6.41 är straffet på bakre rodret 500 och tornrodret 50. Puckeln har försvunnit till kostnaden av ett långsammare system.

Fall 2:

Viktfel

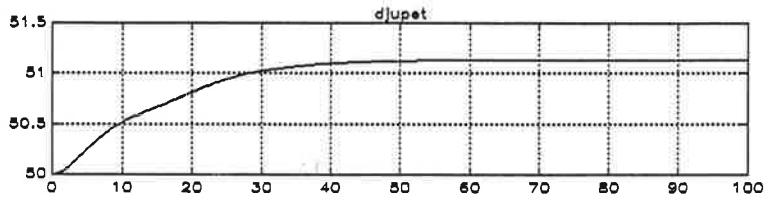


Fig 6.42 Konstant djuphållning vid plötslig viktförändring (5000 kg tyngre).

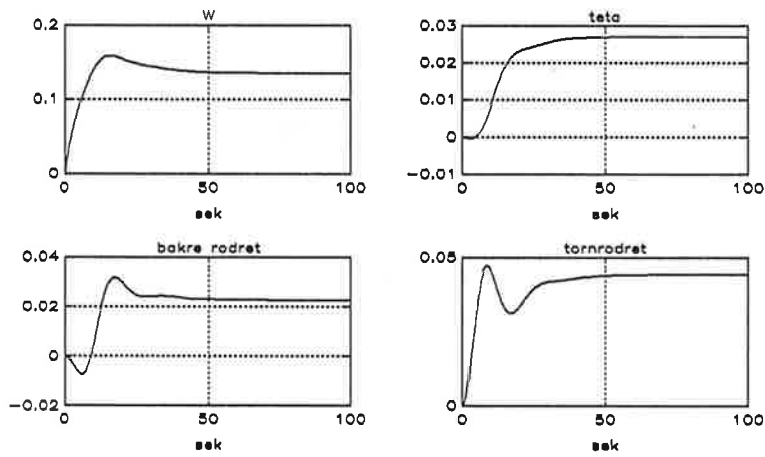


Fig 6.43 - 6.46 Tvärhastigeten, trimmet och roderrörelserna vid plötslig viktförändring.

Fig 6.43 - 6.46 visar när vi får plötslig viktfel på 5000 kg och vilka stationära värden tillstånden går emot.

Fall 3:

Trimfel (torpedavskjutning)

Förutsättningar: Bördjupet är konstant och 5 st torpeder (500 kg) avfyras samtidigt i från fören.

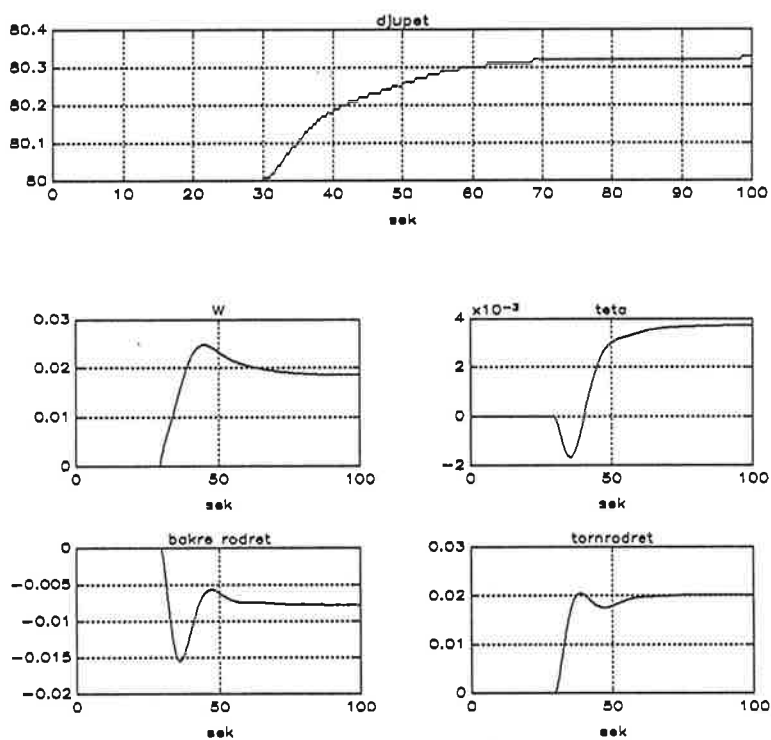


Fig 6.47 - 6.51

Fig 6.47 - 6.51 visar vilka förändringar som uppstår vid torpedavskjutning.

Fall 4:

Vågstörning

Förutsättningar: RMK skattare utan utökad regressionsvektor.

Stegsvar från 20 till 15 m.

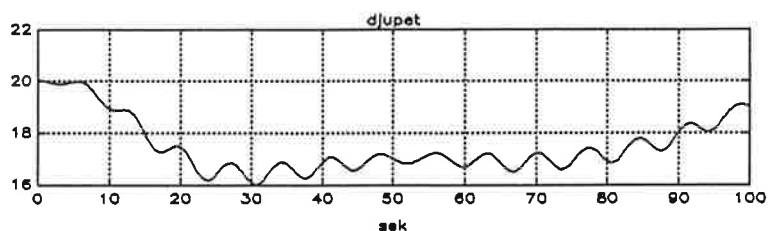


Fig 6.52

Fig 6.52 visar ett steg i från 20 m till 15 m vid vågstörningar. Efter ca 70 sek blir det slutna systemet instabilt, beroende på att de skattade parametrarna har ett för stort fel. Detta leder i sin tur till felaktiga regulatorparametrar.

Med den utökade regressionsvektorn i skattaren har vi möjlighet att minska inverkan av vågstörningen i parameterskattningen.

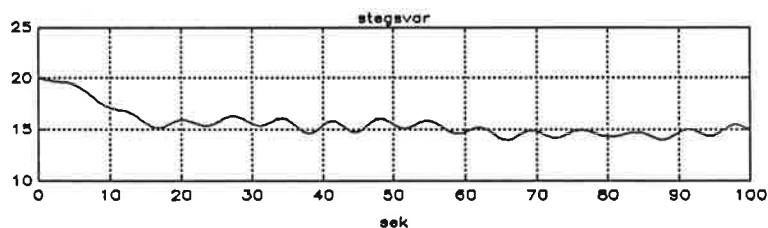


Fig 6.53 Stegsvvar med vågstörningar

Med samma förutsättningar som ovan fast med utökad regressionsvektor. Ger stabil reglering.

7. Adaptiv regulator baserad på Lyapunov-teori

Det finns fler sätt att implementera adaptiva regulatorer. Vi har gjort försök med ett så kallat modellreferenssystem.

Det innebär att vi ger en referensmodell önskat uppträdande för en viss styrsignal. Man gör nu jämförelser mellan det verkliga systemets, i detta fall ubåtens, utsignaler och modellens utsignaler. Med hjälp av skillnaderna i utsignalerna uppdateras regulatorparametrarna så att ubåtens uppträdande blir så likt modellens som möjligt.

Det finns ett flertal sätt att adaptivt uppdatera regulatorparametrarna. En metod som vi har undersökt är Lyapunov-teori. Lyapunovs metod är ett sätt att undersöka stabiliteten hos lösningen till en olinjär differentialekvation.

Lyapunovs stabilitets teorem:

Vi har en differentialekvation på formen:

$$\dot{x} = f(x, t) ; f(0, t) = 0 \quad \forall t \quad (1)$$

Definiera en funktion $V(x, t)$ som uppfyller:

1. $V(0, t) = 0 ; \forall t$
2. V är positivt definit

Ett tillräckligt villkor för asymptotisk stabilitet hos f är att

3. $\frac{dV(x, t)}{dt}$ är negativt definit

Vi ska med ett enkelt exempel illustrera användandet av Lyapunov teori vid implementering av adaptiva regulatorer.

Ex 1. Adaptering av förstärkning

Vi vill reglera förstärkningen till ett första ordningens system.

$$\begin{aligned} \dot{y} &= -2y + u \\ u &= \theta ref \end{aligned}$$

Vi vill följa modellen:

$$\dot{y}_m = -2y_m + ref$$

Vi jämför utsignalen från referenssystemet med processens utsignal och bildar felet $e=y-y_m$. Derivering av felet ger:

$$\dot{e} = \dot{y} - \dot{y}_m = -2e + (\theta - 2) ref$$

Felet går mot noll om parametern θ går mot 2. Vi ska nu försöka ta fram en uppdateringsalgoritm som för θ mot rätt värde. Ansätt en funktion som uppfyller Lyapunovs stabilitets teorem:

$$V(e, \theta, t) = \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{2\gamma} (\theta - 2)^2$$

Denna funktion uppfyller krav 1 om felet är noll och parametern har antagit sitt rätta värde. Funktionen uppfyller alltid krav 2. Derivera V med avseende på t för att se om krav 3 också uppfylls.

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \dot{e}e + \frac{\dot{\theta}}{\gamma}(\theta - 2) = \\ &(-2e + (\theta - 2) ref)e + \frac{\dot{\theta}}{\gamma} (\theta - 2) = \\ &-2e^2 + \left(\frac{\dot{\theta}}{\gamma} + ref e \right) (\theta - 2) \end{aligned}$$

Krav 3 är uppfyllt om parametrarna uppdateras som:

$$\dot{\theta} = -\gamma ref e$$

γ bestämmer konvergenshastigheten

Vi ska ta fram en liknande algoritm för uppdatering av regulatorparametrarna för vår process, ubåten. Först formulerar vi en felmodell genom att jämföra referensmodellen och processen.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ \dot{x}_m &= A_m x_m + B_m u_c \end{aligned} \quad , \text{vi skriver } x_d \text{ och } x_{m,d} \text{ som ref - z och} \\ \text{får följande modell:}$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ u &= \theta^T x \\ \dot{x}_m &= A_m x_m \end{aligned}$$

Felmodell:

$$\begin{aligned} e &= x - x_m \\ \dot{e} &= \dot{x} - \dot{x}_m = A(\theta)x - A_m x_m \Rightarrow \\ \dot{e} &= A_m e + (A(\theta) - A_m)x \end{aligned}$$

Vi når perfekt modellföljning om $A(\theta) - A_m \rightarrow 0$.

Vi söker en funktion som uppfyller Lyapunovs teorem.

Det finns positivt definita symmetriska matriser P och Q som uppfyller

$$A_m^T P + P A_m = -Q$$

I Åström och Wittenmarks bok Adaptive control finns, bland övningsexemplen, följande förslag på Lyapunov funktion:

$$\begin{aligned} V(e, t) &= e^T P e + \text{tr} [(A(\theta) - A_m)^T Q_g (A(\theta) - A_m)] \\ \dot{V}(e, t) &= \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + \text{tr} [\dot{A}(\theta)^T Q_g (A(\theta) - A_m) + (A(\theta) - A_m)^T Q_g \dot{A}(\theta)] = \\ &= e^T (A_m^T P + P A_m) e + \text{tr} [(A(\theta) - A_m)^T P e x^T] + \text{tr} [e x^T P (A(\theta) - A_m) + \text{tr} [\dot{A}(\theta)^T \dots \\ &\quad - e^T Q e + 2 \text{tr} [(A(\theta) - A_m)^T (Q_g \dot{A}(\theta) + P e x^T)] \end{aligned}$$

För att uppfylla Lyapunovs teorem krävs att parametrarna uppdateras som:

$$\dot{\theta} = \frac{Q_g^{-1}}{b_1} P e x^T$$

Vi kan låta b_1 ingå i Q_g -matrisen om tecknet på b_1 är känt, vilket det är.

$$\dot{V}(e, t) = -e^T Q e$$

Vi väljer A_m och Q :

$$A_m = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.29 & -0.72 & 0 \\ 0.0096 & -0.503 & -0.104 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

P blir då:

$$P = \begin{bmatrix} 166.9 & 7.2 & -19.5 \\ 7.2 & 1.2 & -0.5 \\ -19.5 & -0.5 & 12.5 \end{bmatrix}$$

Fördelen med denna algoritm är att den kräver betydligt mindre beräkningskapacitet än minsta-kvadrat algoritmen. Lyapunovs stabilitets-teorem garanterar också en stabil lösning till den adaptiva styrlagen.

Men det finns även nackdelar med detta sätt att göra adaptiva regulatorer. Dels kan det vara svårt att hitta en Lyapunov funktion. Dels blir parameterkonvergensen långsammare än med minsta-kvadrat algoritmen.

Vid ubåtsstyrning är det i huvudsak hastigheten som bestämmer dynamiken. För att få bra styrning måste man då för varje hastighetsintervall ha en referensmodells-uppsättning lagrad. Ändrar man referensmodell måste man också ändra uppdateringsalgoritmen, eftersom P -matrisen bestäms av modellens dynamik.

7.1 Simuleringar Lyapunov-baserad regulator

Fall 1:

Förutsättningar: Hastighet 5 m/s

Styrsignalbegränsning 0.17 rad,

Referensmodellen ubåten ska följa:

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m (ref - x_{m4})$$

$$A_m = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.29 & -0.72 & 0 \\ 0.0096 & -0.503 & -0.104 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_m = \begin{bmatrix} -0.012 \\ -0.0014 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Fall 2:

Förutsättningar: Hastighet 4 m/s

Styrsignalbegränsning 0.17 rad

Referensmodell ubåten ska följa:

Samma som i fall 1, undantaget rad 4 i A_m matrisen som nu är:

$$[1 \ 0 \ -4 \ 0]$$

Fall 1:

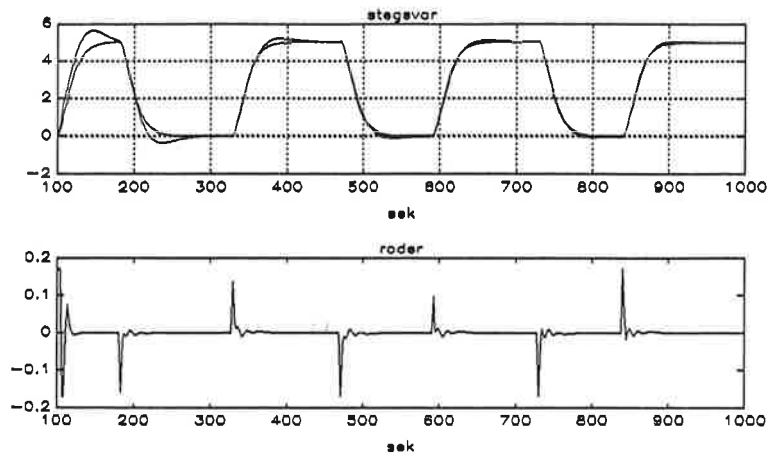


Fig 7.1 Modellföljning 5 m/s.

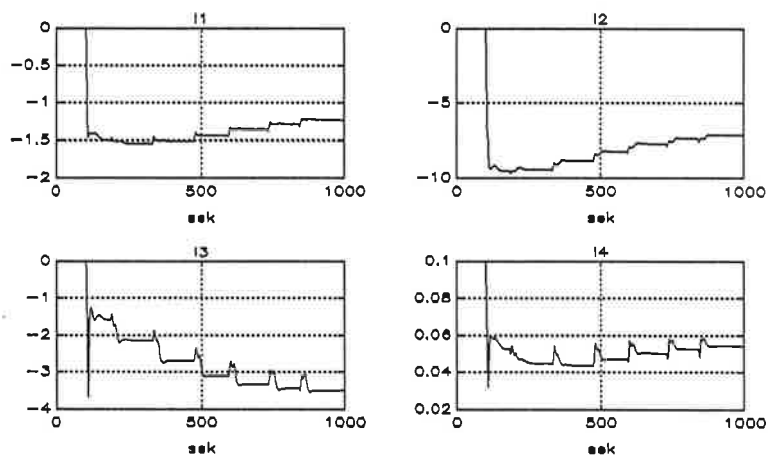


Fig 7.2 Regulatorparametrar

Här uppnår vi perfekt modellföljning efter tre stegsvar. Men parametrarna fortsätter att driva trots att vi har mycket god följning.

Fall 2:

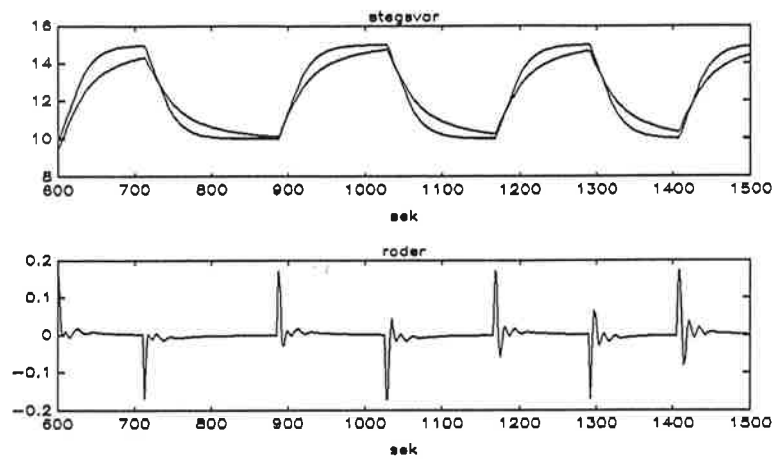


Fig 7.3. Modellföljning 4 m/s.

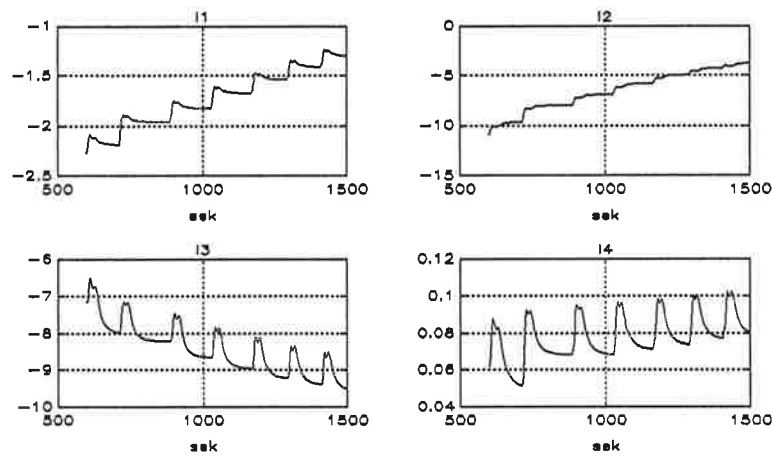


Fig 7.4 Regulatorparametrar 4 m/s

Vid 4 m/s börjar vi få problem med följningen. Detta beror på att vi inte har definierat en modell som är bättre anpassad för den lägre hastigheten.

7.2 Slutsatser och kommentarer

Det är svårt att konstruera en generell adaptiv regulator med modellföljning. En regulator som räknar ut sina parametrar baserat på en skattning av dynamiken är bättre om man vill ha en generell adaptiv regulator.

Svårigheter att hitta en lämplig Lyapunov funktion är också en av nackdelarna med detta sätt att göra adaptiva regulatorer. Men det finns även fördelar med denna metod.

Om man har skapat en korrekt Lyapunov funktion är det slutna systemet garanterat stabilt.

Beräkningen av regulatorparametrar kräver liten beräkningskapacitet, men vinsten i beräkningen av regulatorparametrarna förloras till stor del genom att man måste ha flera modelluppsättningar.

8 Praktiska tips

Adaptiva regulatorer är komplicerade. Vi ska här ge några praktiska råd att tänka på när en adaptiv regulator skall implementeras i ett verkligt system.

Vi har försökt att efterlikna verkligheten vid simuleringarna men når ändå inte ända fram. Regulatorn beräknas på, under drift, skattade parametrar. Då är det av stor betydelse att det finns ett säkerhetsnät inbyggt i algoritmen som klarar situationer som uppstart, avstängning, omkoppling mellan automatisk och manuellt driftsätt osv.

Vid uppstart av estimatorn bör man använda all apriori kunskap man har om systemet. Denna information matas in i estimatorn som initialvärden och man leder in estimatorn i rätt region. Parametrarna får på detta sätt mindre variationer vid första skattningen. Initialvärdet på kovariansmatrisen kan väljas mellan 10 och 10000 och valet är inte kritiskt.

Om någon signal skulle falla bort, eller något annat fel uppstå, måste det finnas någon mekanism som kopplar bort estimatorn samt snabbt övergår till manuellt driftsätt.

För att estimatorn skall kunna skatta de sanna parametrarna är det viktigt att alla signaler till estimatorn blivit behandlade på samma sätt.

Alla signaler måste t ex vara

- lika mycket fördröjda
- filtrerade genom samma typ av filter
- lika mycket fasvridna.

Om någon eller några signaler inte skulle vara filtrerade genom samma typ av filter kommer man att få fel i skattningen.

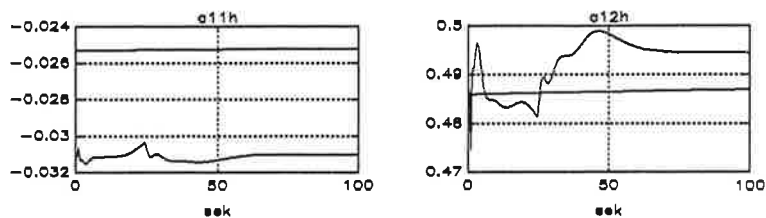


Fig 7.1 Fel i skattning som beror på att ett tillstånd är felaktigt filtrerad (filtret till W har 4 ggr högre brytfrekvens).

Andra faktorer som påverkar skattningsfelet är:

- omodellerad dynamik
- brus och störningar på signalerna
- numeriska beräkningar.

Brus, störningar och omodellerad dynamik försämrar robustheten i estimatorn och ger upphov till parameterdrift.

För att minska inverkan av omodellerad dynamik (t ex vågorna) kan man filtrera signalerna och/eller skatta den.

I avsnittet parameterskattaren beskrivs en metod att skatta den omodellerade dynamiken. Denna metod grundar sig på att vågstörningen är korrelerad med skattningsfelet. På grund av att det finns korrelation är det möjligt att skatta störtermen och sedan använda det skattade värdet i felmodellen.

Vid brus och andra störningar är det vanligaste att filtrera mätsignalerna. Filtrering medför att de sanna parametrarna skattas, men konvergenshastigheten blir lägre. Valet av brytfrekvensen bestäms av snabbheten i systemet. Detta för att inte skära bort väsentlig information.

Genom att stänga av estimatorn (mer om detta beskrivs längre fram i kapitlet) när ubåtens rörelse har avtagit, dvs när signalernas amplitud är liten, kan man minska inverkan av brusiga signaler. Anledningen är att bruset är litet i förhållande till signalernas

amplituder.

En stor förstärkningsfaktor i estimatorn innebär att konvergensthastigheten är hög. Men man bör begränsa förstärkningsfaktorn för att inte äventyra stabiliteten hos estimatorn. Glömskefaktorn λ bör väljas > 0.99 .

När vi inte gör några manövrar och estimatorn är påkopplad under en längre tid får man sk estimatoruppvridning. Detta innebär, att kovariansmatrisen växer exponentiellt och får mycket stora värden, om man inte begränsar den. När vi gör en manöver (t ex vid ett steg) kommer parametrarna att variera kraftigt, även om vi ligger nära de sanna värdena.

Det finns en del metoder att förhindra detta. Dessa bygger på att ändra glömskefaktorn. Åtgärderna leder till att uppvridningstigheten dämpas när dynamiken i systemet är liten. Vid en ny manöver kommer parametrarna att få ett lugnare uppförande.

Ett annat sätt att förhindra estimatoruppvridning är att stänga av estimatorn. Den stängs av när vi inte längre har någon excitation, t ex vid stationaritet. Vid avstängningen kommer parametrarna och kovariansmatrisen att frysas.

Det finns många sätt att stänga av estimatorn. Vi har provat somlig, t ex när någon av mätsignalerna understiger en viss nivå, samt tidsbegränsad uppdatering av parametrarna.

Bästa resultat uppnås med den tidsbegränsade uppdateringen av parametrarna. Estimatorn startas vid en börvärdesförändring $> 1m$, därefter skattas parametrarna i 80 sek sedan stängs den av.

En nackdel med denna metod är att vi får svårt att följa dynamikvariationer, eftersom kovariansmatrisen förblir liten.

Om man har stor apriori kunskap om systemet kan man öka robustheten i skattaren genom att låsa parametrarna inom ett givet intervall. I detta intervall kan parametrarna tillåtas variera fritt. Om någon parameter hamnar utanför detta område har det

inträffat ett fel och man gör en återställning av estimatorn.

Man kan tänka sig att kombinera gain scheduling och adaptiv reglering. Man använder gain scheduling för att hjälpa estimatorn att komma in i rätt region. Därefter får estimatorn finjustera parametrarna.

Appendix A RMK

A1 Diskret parameterskattare

Om man har en differensekvation

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = b_1 u(t-1) + \dots + b_n u(t-n)$$

Kan man bilda en parameter- och regressionsvektor på formen:

$$\Theta^T = [a_1 \dots a_n \quad b_1 \dots b_n]$$

$$\varphi(t)^T = [-y(t-1) \dots -y(t-n) \quad u(t-1) \dots u(t-n)]$$

Nu kan $y(t)$ skattas baserat på gamla värden på y och u , vi bildar skattnings felet $e(t)$.

$$e(t) = y(t) - \varphi(t)^T \Theta$$

Vi bildar förlustfunktionen $V(\Theta)$ för hitta den vektor Θ som minimerar $V(\Theta)$:

$$V(\Theta) = \sum_{i=1}^N (y(i) - \varphi^T(i) \Theta)^2$$

$$\frac{\partial V}{\partial \Theta} = -2 \sum_{i=1}^N y(i) \varphi(i) + 2 \sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i) \Theta = 0$$

$$\Theta_N = \left(\sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N y(i) \varphi(i)$$

$$\text{antag } y(t) = \varphi^T(t) \Theta_0 + e(t) \Rightarrow$$

$$\hat{\Theta} = \left(\sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i) \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i) + \sum_{i=1}^N \varphi(i) e(i) \right) =$$

$$\hat{\Theta}_0 + \left(\sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \varphi(i) e(i)$$

$$\text{sätt } R_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i)$$

$$\hat{\Theta} = \hat{\Theta}_0 + R_N^{-1} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(i) e(i)$$

$$\hat{\Theta} \rightarrow \hat{\Theta}_0 \text{ då } N \rightarrow \infty$$

om $\varphi(i)$ och $e(i)$ oberoende

Lösningen till ovanstående formel kan uttryckas rekursivt.

Vi har:

$$\hat{\Theta}(t) = R(t)^{-1} \sum_{i=1}^t y(i) \varphi(i)$$

$$R(t) = \sum_{i=1}^t \varphi(i) \varphi^T(i) = R(t-1) + \varphi(t) \varphi^T(t)$$

$$\hat{\Theta}(t) = R^{-1}(t-1) \left(\sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i) y(i) + \varphi(t) y(t) \right) =$$

$$R^{-1}(t-1) (R(t-1) \hat{\Theta}(t-1) + \varphi(t) y(t)) =$$

$$R^{-1}(t) [(R(t) - \varphi(t) \varphi^T(t-1)) \hat{\Theta}(t-1) + \varphi(t) y(t)] =$$

$$\hat{\Theta}(t-1) + R^{-1}(t) \varphi(t) (y(t) - \varphi^T(t-1) \hat{\Theta}(t-1))$$

inför $P(t) = R^{-1}(t) \Rightarrow$

$$\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t-1) + P(t) \varphi^T(t) e(t)$$

$$P(t) = (R(t-1) + \varphi(t) \varphi^T(t))^{-1}$$

Vi utnyttjar matrisinversionslemmat så att $P(t)$ kan uppdateras rekursivt:

Matrisinversionslemmat

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}$$

Detta utnyttjas i RLS!

$$P(t) = (R(t-1) + \varphi(t) \varphi^T(t))^{-1} = \begin{bmatrix} A=P^{-1} \\ B=\varphi=D^T \\ C=1 \end{bmatrix} =$$

$$P(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1) \varphi(t) \varphi^T(t) P(t-1)}{1 + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)}$$

Detta ger med exponentiell glömskefaktor följande algoritm:

$$\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t-1) + K(t) e(t)$$

$$K(t) = P(t) \varphi(t) = \frac{P(t-1) \varphi(t)}{\lambda + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)}$$

$$P(t) = (I - K(t) \varphi^T(t)) P(t-1) / \lambda$$

λ : glömskefaktor

Referenslista

Om modellbygget kan man studera i:

Thor-Inge Fossen, Non linear modelling and control of underwater vehicles. 1991.

Vågmodeller och vågornas påverkan på båten kan man läsa om i:

Peter Söderberg, Vågor och Fartygsrörelser. Rapport nr 62, Institutionen för Skeppshydrmekanik (CTH). 1982.

I avsnittet parameterskattaren har följande litteratur används:

Karl J Åström, Björn Wittenmark, Adaptive Control. Addison - Wesley Publishing Co. 1989

Lennart Ljung, Reglerteori moderna analys- och syntesmetoder, 1981

Rolf Johansson, Continuous-time models. Institutionen för Reglerteknik (LTH). 1991.

Den linjärkvadratiske regulatorn ges i:

Lennart Ljung, Reglerteori moderna analys- och syntesmetoder, Studentlitteratur. 1981.

Avsnittet om Lyapunov teori kan man studera i:

Karl J Åström, Björn Wittenmark, Adaptive Control. Addison - Wesley Publishing Co. 1989.

Övrig litteratur som har används:

Karl J Åström, Björn Wittenmark, Computer controlled systems, Prentice - Hall International Editions. 1990.

6 Linjärvadratisk regulator

Med en tillståndsåterkopplad regulator vill man placera det slutna systemets poler på ett sådant sätt att man får ett önskat beteende hos det slutna systemet. Vid linjär polplacering kan det vara svårt att hitta lämpliga poler.

Polplaceringen i en linjärvadratisk regulator beräknas genom att minimera ett kvadratisk kriterium mellan styrsignalerna och tillstånden. Resultatet av denna minimering ger en linjär optimal regulator. För att man skall kunna utföra denna minimering krävs att systemet är fullständigt känt, dvs A- och B- matriserna är kända.

Denna regulatorstruktur är tilltalande att använda i detta sammanhang, därför att det är lätt att ändra uppförandet på det slutna systemet genom förändringar i minimeringskriteriet. Den är robust och den är lätt att automatisera.

Problemet är att bestämma den återkopplingsmatris L:

$$U(t) = -L(t)X(t)$$

så att

$$J = \int_0^{\infty} E [X(t)^T Q_1 X(t) + U(t)^T Q_2 U(t)] dt$$

minimeras.

Lösningen till minimeringsproblemet ges av Riccatiekvationen:

$$L(t) = Q_2^{-1} B^T S(t) \\ -\frac{d}{dt} S(t) = A^T S(t) + S(t) A + Q_1 - S(t) B Q_2^{-1} B^T S(t)$$

Där Q_1 och Q_2 är positivt semidefinita matriser. Med hjälp av straffmatriserna Q_1 och Q_2 kan man på ett enkelt sätt få önskat beteende hos det slutna systemets stegsvar och styrsignaler.

Vid regleringen används den stationära lösningen till Riccatiekvationen.

Fördelen med en linjärvadratisk regulator jämfört med konventionell polplacering är:

- enkel att automatisera
- lätt att ändra regulatoruppförande
- man slipper välja polernas läge
- ger alltid stabil lösning

En linjärvadratisk regulator är en tillståndsåterkopplad regulator och dessa strävar efter att driva alla tillstånd till noll. Vi är tvungna att formulera om vår tillståndsmodell så att den blir anpassad till denna regulatorstruktur. Djupet byts mot djupfelet och vi får en ny A-matris:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -0.0252 v & 0.487 v & 0.0433 & 0 \\ 0.0013 v & 0.0513 v & -0.0141 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & v & 0 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} W \\ Q \\ \theta \\ e_z \end{bmatrix}$$

$$e_z = Ref - Z$$

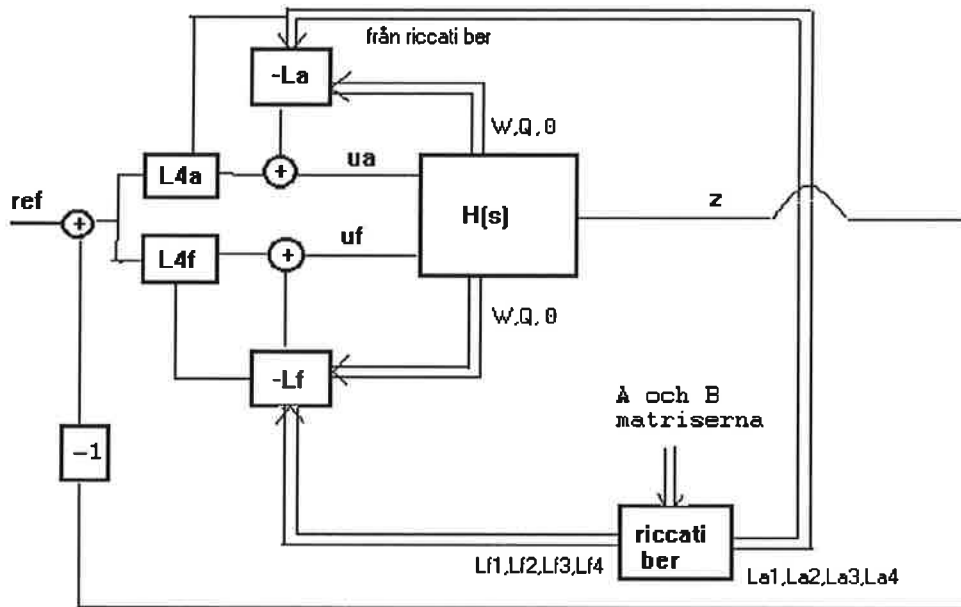


Fig 6.1 Linjärkvadratisk regulator

Hur ska straffmatriserna Q_1 och Q_2 väljas ?

I vissa situationer kan det vara nödvändigt att göra snabba nedstigningar och ibland ta det försiktigt. På ett enkelt sätt kan man åstadkomma dessa förändringar genom att välja straffmatriserna Q_1 och Q_2 på ett sådant sätt att man får det önskade uppförandet i sin manöver.

Man väljer straffmatriserna genom att analysera tillstånden och styrsignalernas utseende vid en manöver. Med hjälp av analysen kan man avgöra om t ex något tillståndets amplitud är för stor. Tillståndet begränsas genom att ett högre värde anges i straffmatrisen på den plats som svarar mot detta tillstånd.

Regulatorn beräknar en ny uppsättning parametrar, och återkopplingsfaktorn för det straffade tillståndet ökas.

Vi skall se hur olika val av straffmatriser påverkar regleringen.

Rodersignalerna är begränsade och det är önskvärt ur reglersynpunkt att hålla sig innanför gränserna. Om man specificerar ett för snabbt system kan detta resultera i instabilitet (on - off reglering). Därför blir vi tvungna att straffa styrsignalerna.

Förutsättningar: Ubåtdynamiken är känd ($v=5$ m/s).

Roderbegränsning (0.08 rad).

Roderdynamik,max rodervinkelhastighet (0.1rad/s)

Fall 1:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Q_2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler : $-0.18 \pm j0.23$
 -0.29
 -0.21

Fall 2:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Q_2 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler: $-0.10 \pm j0.15$
 -0.30
 -0.15

Låt oss se hur ubåten uppför sig i de olika fallen.

Fall 1

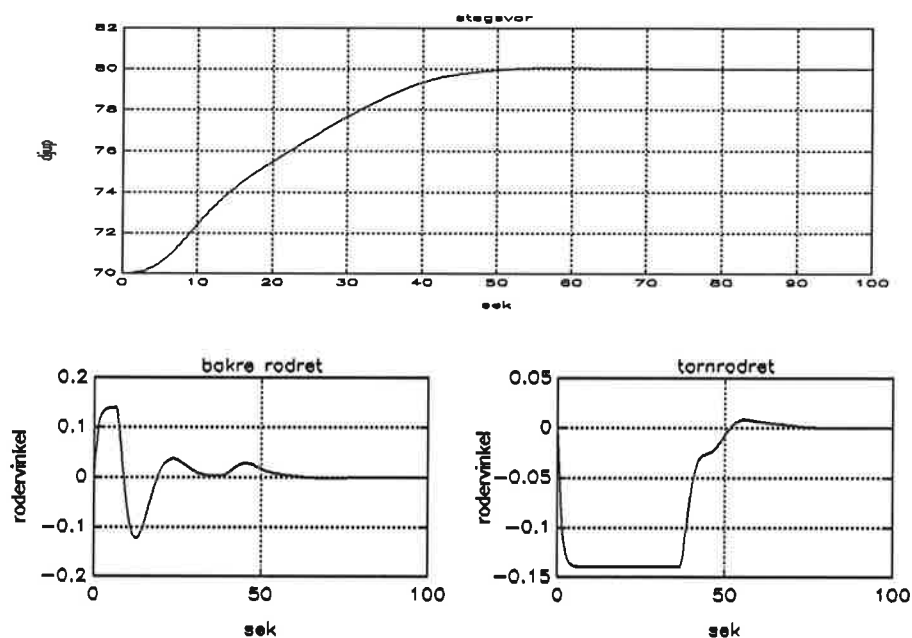


Fig 6.2 - 6.4

Här har vi för litet straff på rodren, eftersom vi slår i begränsningen. Men det slutna systemet är snabbt.

Prestanda vid konstant dykhastighet:

- dykhastighet = 0.34 m/s
- tvärhastigheten = 0.08 m/s
- trimmet = -0.05 rad (2.8 °)

Fall 2

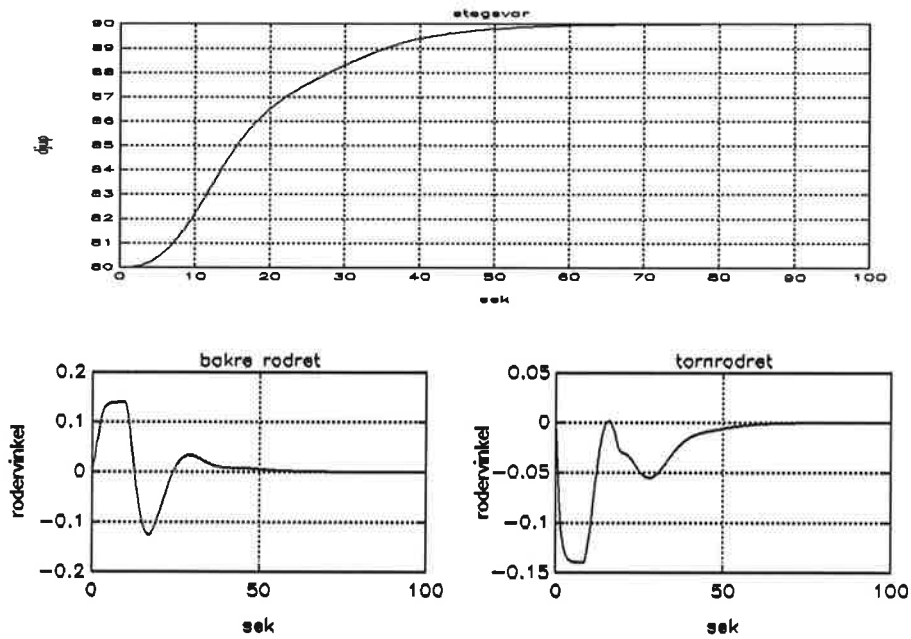


Fig 6.5 - 6.7

Här har vi lagt större straff på rodren och får mjukare roderrörelser. Jämfört med Fall 1 är detta stegsvar obetydligt långsammare. Detta beror på rodervinkelbegränsningarna.

Prestanda vid konstant dykhastighet:

- dykhastighet = 0.56 m/s
- tvärhastigheten = 0.04 m/s
- trimmet = -0.10 rad (5.7°)

För att inte djupfelstillståndet skall få onormalt stora värden har utsignalen från detta begränsats (10 m). Om inte detta görs kommer djupfelstillståndet att dominera vid stora manövrar och då finns ingen möjlighet att öka eller minska inverkan av de andra tillstånden. Idén med regulatorn har försvunnit och blir i praktiken en P-regulator tills båten närmar sig bördjupet.

Vi skall titta på några fall där tillstånden straffas.

Förutsättningar: Ubåtdynamiken är känd ($v=5$ m/s).

Roderbegränsning (0.08 rad).

Roderdynamik,max rodervinkelhastighet (0.1rad/s)

Djupfelsbegränsning 10m

$$Q_2 = 100 \cdot I$$

Fall 3:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler: $-0.12 \pm j0.12$
 $-0.55 \pm j0.09$

Fall 4:

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler: $-0.16 \pm j0.15$
 -0.22
 -0.16

Fall 3

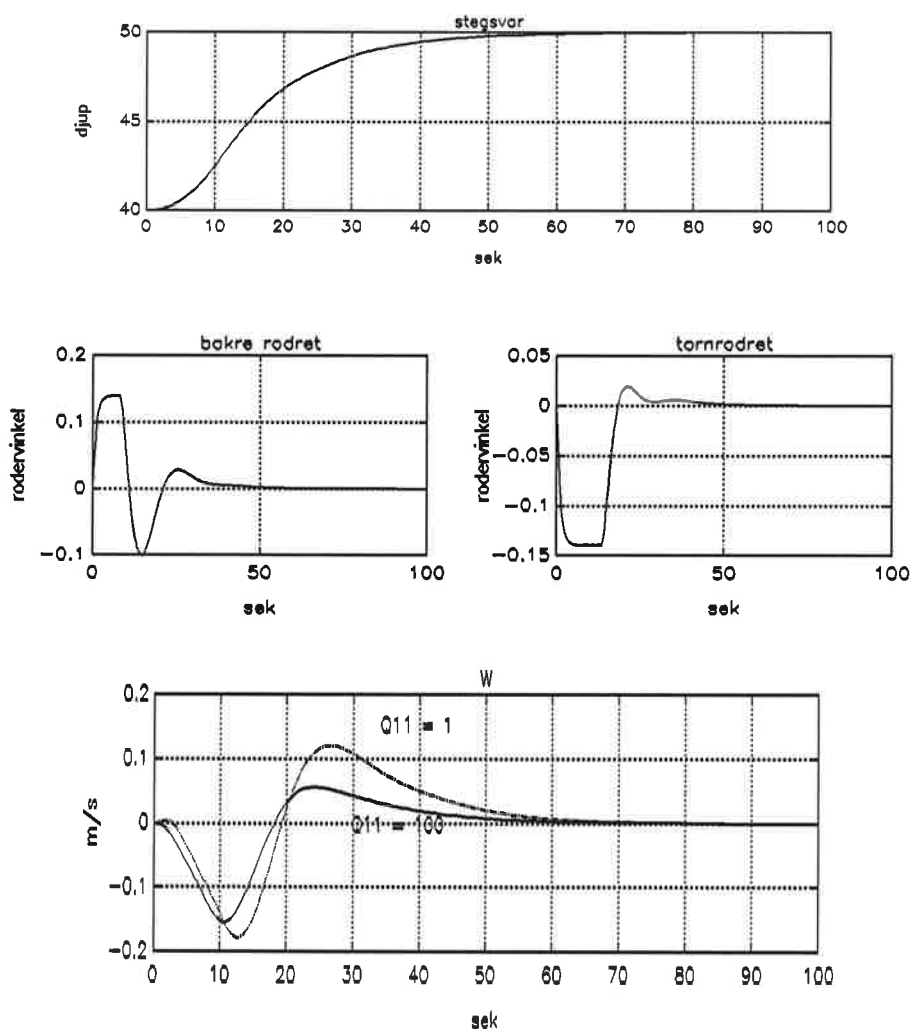


Fig 6.8 - 6.11

Fig 6.11 visar hur straffen påverkar tillstånden. Här har vi lagt större straff på tvärhastigheten, dvs regulatorn lägger större vikt på återkopplingen ifrån tvärhastigheten. För att få en märkbar förändring behövs det stora värden i straffmatrisen.

Här utnyttjas hastigheten hos ubåten för att göra manövern och detta resulterar i att tvärhastighet blir liten.

Prestanda vid konstant dykhastighet:

- dykhastighet = 0.6 m/s
- tvärhastigheten = 0.03 m/s
- trimmet = 0.11 rad (6.3 °)

Fall 4

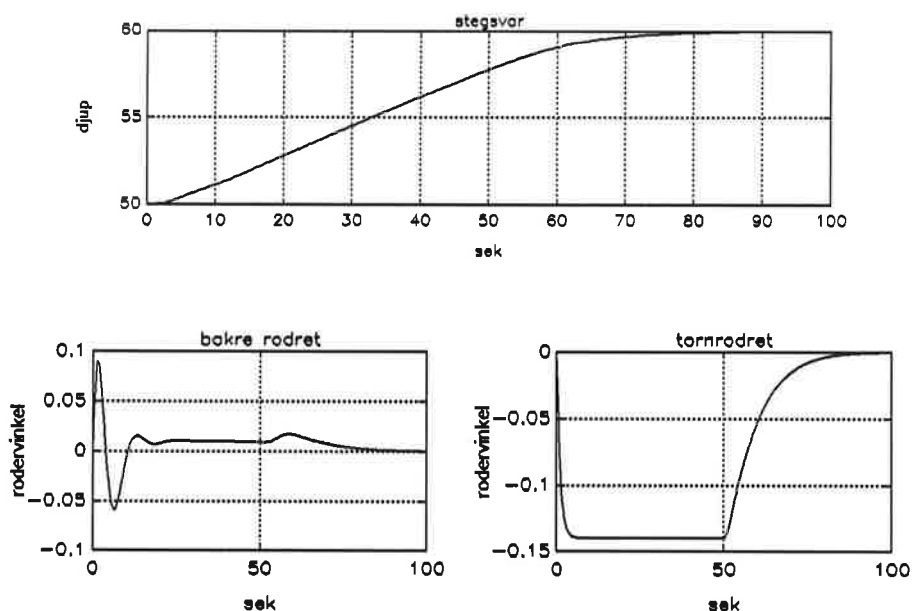


Fig 6.12 - 6.14

I fall 4 har vi stort straff på trimmet jämfört med fall 3. Figuren nedan visar skillnaden på trimmet mellan de olika fallen.

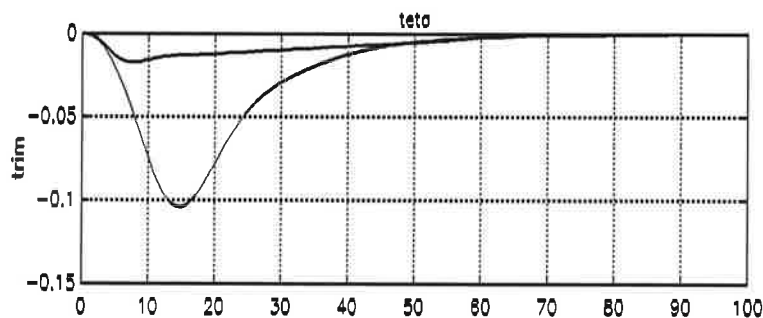


Fig 6.15

Här används nästan enbart lyftkrafterna på rodren för att utföra manövern och detta ger ett litet trimm på ubåten. Att utföra manövern med lyftkrafterna ger ett långsammare stegsvar (jämför med fall 3).

Prestanda vid konstant dykhastighet:

- dykhastighet = 0.18 m/s
- tvärhastigheten = 0.12 m/s
- trimmet = 0.01 rad (0.7 °)

Vi skall titta på ett fall där vi har vågstörningar. Målsättningen är att hålla ett konstant djup (15 m). Det är önsvärt att ligga nära bördjupet och få en så liten pendling kring detta som möjligt.

Strategin blir att minska inverkan av tvärhastigheten och trimmet i regleringen. Då regleras båten nästan enbart av djupfelet.

Förusättningarna är $v = 5$ m/s och $Q_2 = 100 \cdot I$ i båda simuleringarna

I fig 6.16 har straffmatrisen Q_1 valts till:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler : $-0.10 \pm j0.15$
 -0.30
 -0.15

I fig 6.17 har vi minskat inverkan på tvärhastigheten och trimmet och Q_1 har valts till:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler : $-0.17 \pm j0.23$
 -0.30
 -0.19

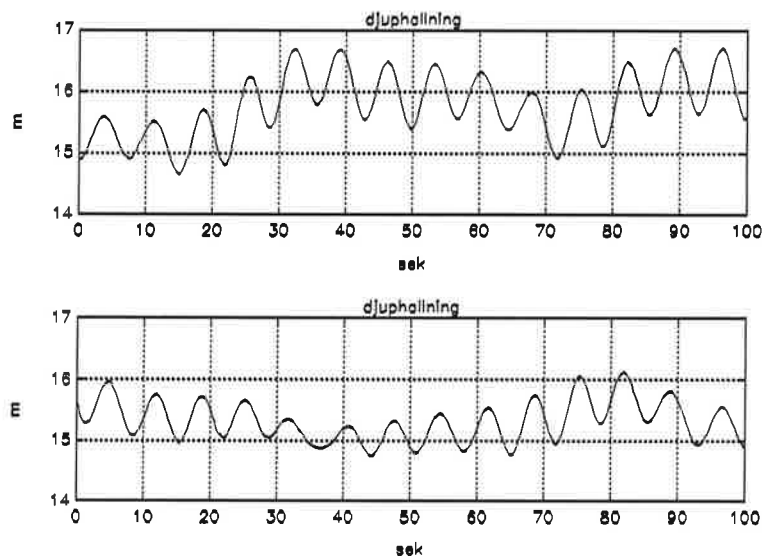


Fig 6.16 - 6.17 Konstant djuphållning vid vågstörningar

I fig 6.16 har båten en stor pendling kring börvärdet och har svårt att hålla konstant djup. Detta beror på att den dynamik som fortplantar sig genom båten syns i W - och θ signalen. Dessa återkopplas och regulatorn försöker att driva dessa tillstånd till noll.

I fig 6.17 har vi minskat inverkan av tvärhastigheten och trimmet och båten regleras nästan enbart av djupfelet E_z . Båten håller djupet bättre och pendlingarna har avtagit något.

6.1 Robusthet

I vår modell har vi roderdynamik, roderbegränsningar och fördröjningar. Detta tar vi inte hänsyn till vid regulatorberäkningarna. Det finns möjlighet att lägga in roderdynamiken i Riccatiekvationen genom att utöka A -matrisen med två tillstånd och återkoppla rodersignalerna så att man får en kaskadkopplad regulator. Detta har vi inte gjort, därför att denna dynamik i jämförelse med roderbegränsningarna har en liten inverkan.

Roderbegränsningarna bestämmer hur snabbt vi kan reglera. Om man specificerar ett för snabbt system leder detta till instabilitet. Därför är det viktigt att titta på styrsignalstorleken. Dessa

olinjäriteter är svåra att beskriva matematiskt. Har man däremot datorstöd vid simuleringar kan man hitta en lämplig konfiguration.

Fördröjningar i mätsignalerna försämrar fasmarginalen och leder till att robustheten blir sämre.

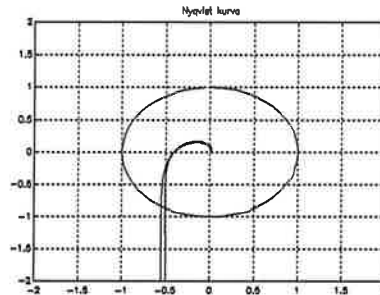


Fig 6.18 Nyquistdiagram

Fig 6.18 visar Nyquist kurvan för det öppna systemet, där man ser försämringen i fasmarginalen mellan fördröjda och icke fördröjda mätsignaler. Fördröjningen på 1 sekund i detta systemet har en liten inverkan på fasmarginalen (ca 4 ').

Det är bättre att använda givare som mäter tillstånden än att skatta dessa med en observatör (Kalmanfilter). Införandet av en observatör leder till att robustheten i det slutna systemet försämras.

6.2 Integrator

För att reglera bort stationära störningar som t ex viktfel införs integralverkan i regulatorn.

Införande av integratorverkan i en regulator baserad på tillståndsåterkoppling innebär att vi tillfogar ytterligare ett tillstånd i vår modell.

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \dot{X}_5 = e_z$$

Återkopplingsfaktorn från detta tillstånd beräknas med hjälp av Riccatiekvationen och får ytterligare två återkopplingsfaktorer ifrån integralen av djupfelet.

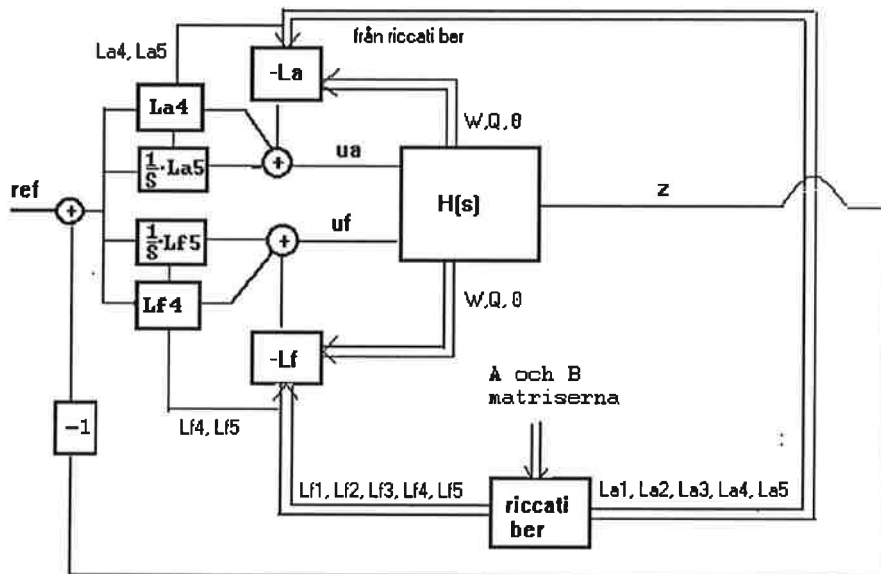


Fig 6.19 Linjärvadratisk regulator med Riccatiberäknad integralterm

För att förhindra integratoruppvridding återkopplas skillnaden mellan den beräknade styrsignalen och den begränsade styrsignalen med en faktor (se figuren nedan).

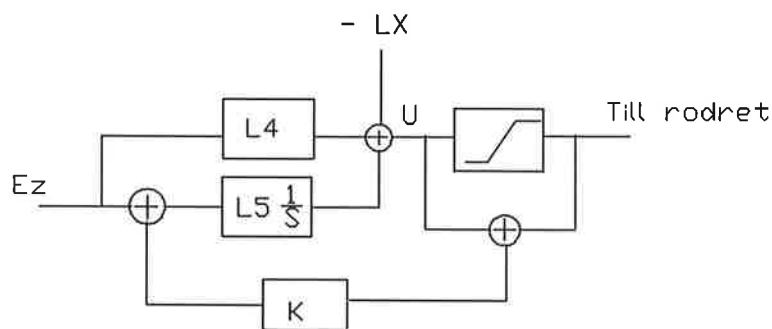


Fig 6.20 Integrator återställning

Vid stora börvärdesförändringar antar integraltermen stora värden som resulterar i en stor översläng i stegsvaret. För att förhindra detta så har vi två olika strategier vid börvärdesförändringar.

Vid små förändringar, upp till 10 m, används konstruktionen som visas i fig 6.20. Över 10 m stängs integraltermen av och kopplas åter in när djupfelet är mindre än 2 m. Detta innebär att vi byter regulatoruppsättning. För att jämna ut skillnader i styrsignalen när bytet sker, justeras denna med integraltermen.

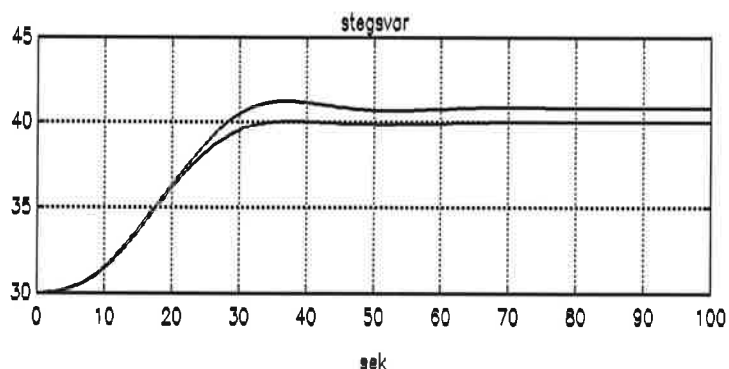


Fig 6.21 Stegsvär med och utan integrator vid viktfel

Fig 6.21 visar att det stationära felet går mot noll vid införande av integralterm.

Införandet av ett extra tillstånd ger systemet en annan konfiguration och detta påverkar valet av straffmatriserna Q_1 och Q_2 .

Här har straffmatriserna valts till :

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 300 & 0 \\ 0 & 300 \end{bmatrix}$$

Slutna systemets poler : $-0.08 \pm j0.14$

$-0.11 \pm j0.02$

-0.30

6.3 Praktiska aspekter

För att denna regulator ska kunna göra beräkningarna som uppfyller kriteriet, krävs att systemet är fullständigt känt. Om de skattade parametrarna till regulatorberäkningarna inte stämmer överens med verkligheten, påverkar detta robustheten i regulatorn. Vi ska här titta på hur mycket parametrarna kan ligga fel utan att systemet blir instabilt.

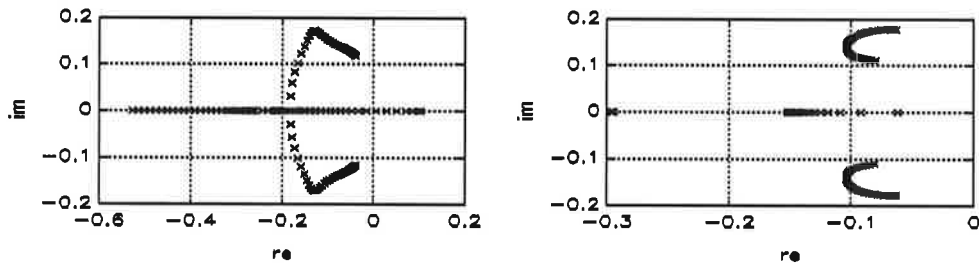


Fig 6.22 - 6.23 Vänstra figuren visar polförflyttning när A-matrisen varierar. Högra figuren visar polförflyttning vid varierande B-matris.

I fig 6.22 varierar a_{11} och a_{12} mellan 0 och 200 % av sant värde, medan a_{21} och a_{22} varierar mellan 200 och 0 %.

I fig 6.23 varierar b_{11} och b_{12} mellan 0 och 200 % av sant värde, medan b_{21} och b_{22} varierar mellan 200 och 0 %.

Den linjärkvadratiske regulatorn konvergerar efter ca 50 iterationer. När beräkningen görs bör man reglera med de gamla regulatorparametrarna. Då beräkningen är avslutad byts regulatoruppsättningen. Byte av regulatorparametrarna bör ske med stötfri övergång för att förhindra ryckig rodersignal (bumbles transfer). Detta kan ske genom att justera tillstånd(en).

I avsnittet 6.2 (integrator) sker ett regulatorbyte, justeringen sker där med integrationstermen. Det är naturligt att använda detta tillstånd för att justera bytet, eftersom detta är ett fiktivt tillstånd.

6.4 Adaptiv reglering

För att få den linjärkvadratiske regulatorn adaptiv kopplas denna samman med RMK.

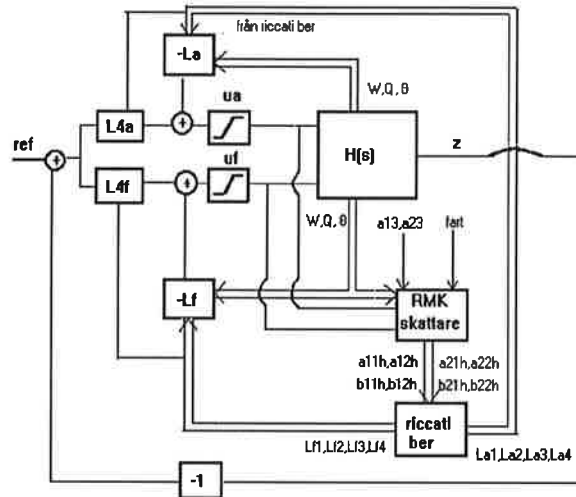


Fig 6.31 Adaptiv linjärkvadratisk regulator

Samtliga simuleringar i kapitel 6 är gjorda med denna regulator.

Vid uppstart av den adaptiva regulatorn måste regulatorn initieras så att det genereras styrsignal(er) vid en börvärdesförändring. Ett sätt att åstadkomma detta är att initialt ha fasta värden på djupfelsåterkopplingen under en fast tidsperiod. Detta leder till att systemet exciteras, dvs att det kommer signaler ifrån alla tillstånd. Om inte detta görs finns det ingen möjlighet att skatta parametrarna.

Initialt är alla parametrar noll. Vid uppstart kommer det att ta en viss tid innan parametrarna närmar sig sina sanna värden. Därför är det viktigt att regulatorstrukturen ger stabil reglering trots att parametrarna är felaktiga.

Om regleringen påverkas av olika störningar, kommer parametrarna inte längre att konvergera mot de rätta värdena. Därigenom beräknas regulatorn på felaktiga grunder. Regleringen blir sämre.

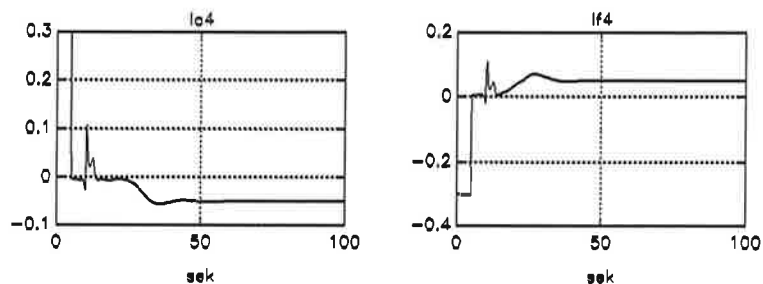


Fig 6.32 - 6.33 Regulatorparametrarnas insvängningsförlopp.

Under de fem första sekunderna är återkopplingen fast, därefter regleras ubåten adaptivt. Efter ca 25 sekunder är regulatorparametrarnas variation liten, beroende på att skattningen närmar sig rätt värden.

Figuren nedan visar inledande stegsvaret. Regulatorn initieras så att slutna systemet blir instabilt. När adaptationen kopplas på efter 5 sekunder ger detta snabbt ett stabilt slutet system.

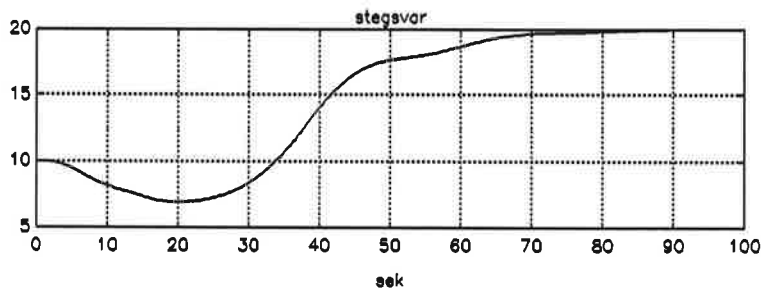


Fig 6.34 Inledande stegsvar

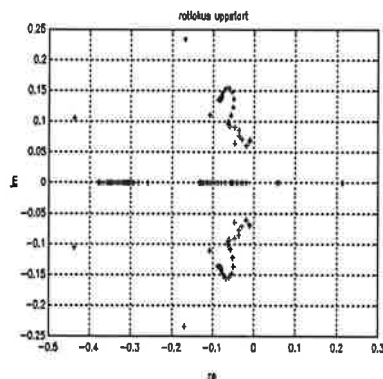


Fig 6.35 Polförflyttning vid uppstart

I initialskedet har vi en fast återkoppling denna ger en pol i höger halvplan ($p=0.21$). När adaptationen kopplas in förflyttas denna snabbt in i vänster halvplan.

Polernas startläge: 0.21 , $-0.17 \pm j0.23$, -0.26

Polernas slutläge : -0.30 , $-0.09 \pm j0.14$, -0.13

Vi ska undersöka några störningsfall. I samtliga fall gäller om inget annat anges;

$Q_1 = I$, $Q_2 = 100 \cdot I$, $v = 5$ m/s och filtrerad regressionsvektor ($\omega_g = 0.5$ rad/s). Regulator utan integralterm.

Vi har inte tagit med några simuleringar i störningsfallet med halvfylld vattentank. Anledningen är att man inte såg några direkta skillnader med- och utan tank i regleringen.

Fall 1:

Mätsignalerna är fördröjda och störda av brus.

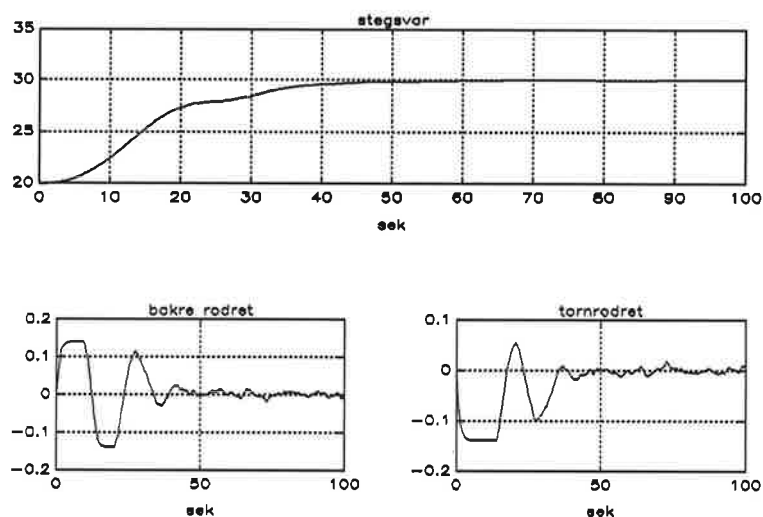


Fig 6.36 - 6.38 Stegsvvar och roderrörelserna vid brusiga och fördröjda mätsignaler.

Man ser i styrsignalerna att dessa är störda av brus. Notera puckeln i stegsvaret, denna beror på fördröjningarna i mätsignalerna. Denna puckel går att reducera genom att ändra straffet på styrsignalerna.

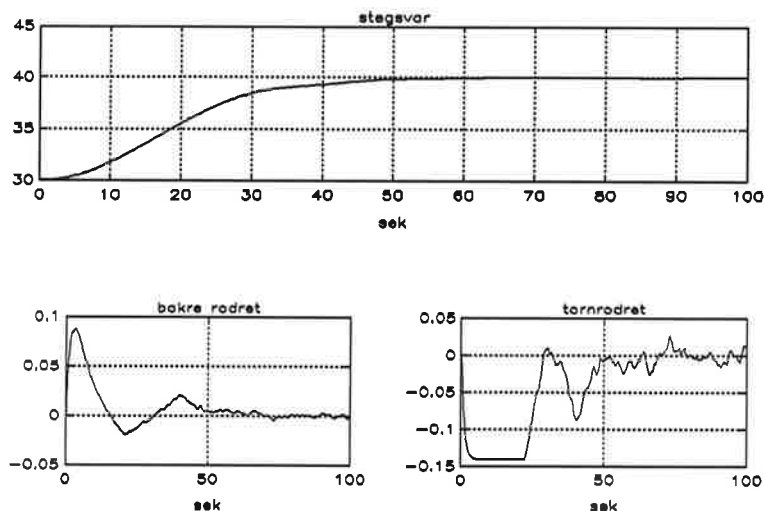


Fig 6.39 - 6.41 Stegsvvar och roderrörelserna med fördröjda och brusiga mätsignaler mätsignaler.

I fig 6.39 - 6.41 är straffet på bakre rodret 500 och tornrodret 50. Puckeln har försvunnit till kostnaden av ett långsammare system.

Fall 2:

Viktfel

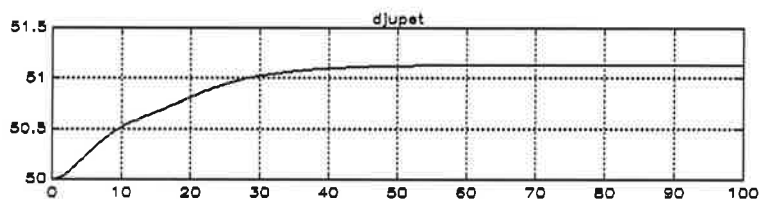


Fig 6.42 Konstant djuphållning vid plötslig viktförändring (5000 kg tyngre).

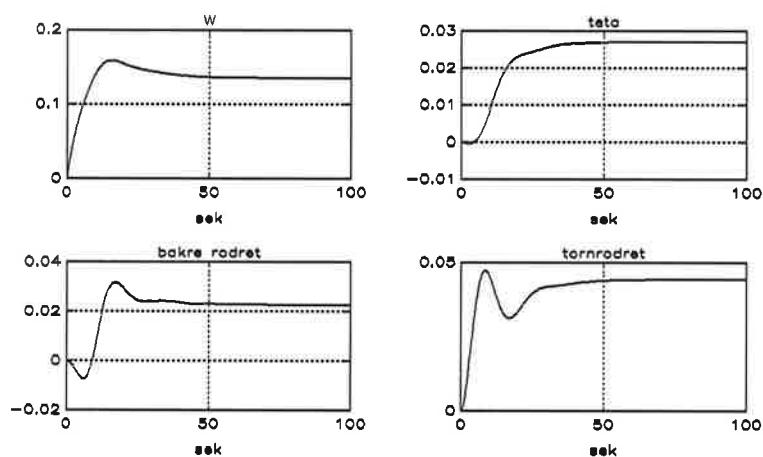


Fig 6.43 - 6.46 Tvärhastigeten, trimmet och roderrörelserna vid plötslig viktförändring.

Fig 6.43 - 6.46 visar när vi får plötslig viktfel på 5000 kg och vilka stationära värden tillstånden går emot.

Fall 3:

Trimfel (torpedavskjutning)

Förutsättningar: Bördjupet är konstant och 5 st torpeder (500 kg) avfyras samtidigt i från fören.

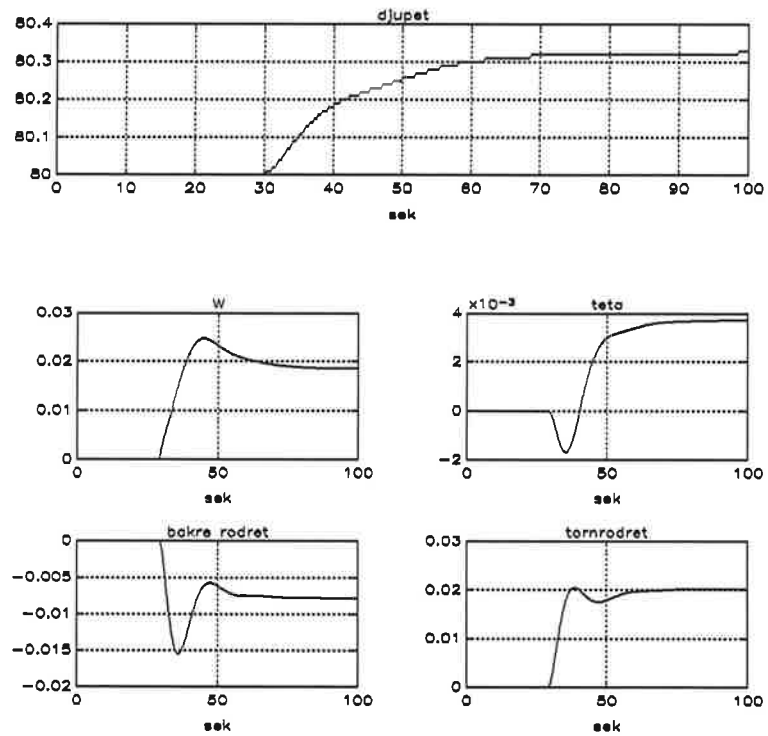


Fig 6.47 - 6.51

Fig 6.47 - 6.51 visar vilka förändringar som uppstår vid torpedavskjutning.

Fall 4:

Vågstörning

Förutsättningar: RMK skattare utan utökad regressionsvektor.

Stegsvar från 20 till 15 m.

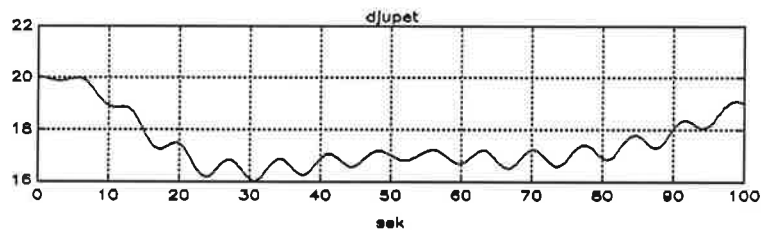


Fig 6.52

Fig 6.52 visar ett steg i från 20 m till 15 m vid vågstörningar. Efter ca 70 sek blir det slutna systemet instabilt, beroende på att de skattade parametrarna har ett för stort fel. Detta leder i sin tur till felaktiga regulatorparametrar.

Med den utökade regressionsvektorn i skattaren har vi möjlighet att minska inverkan av vågstörningen i parameterskattningen.

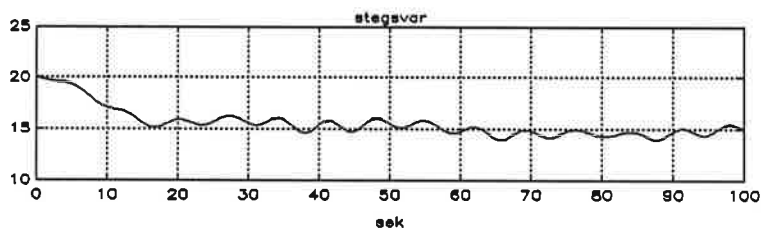


Fig 6.53 Stegsvvar med vågstörningar

Med samma förutsättningar som ovan fast med utökad regressionsvektor. Ger stabil reglering.

7. Adaptiv regulator baserad på Lyapunov-teori

Det finns fler sätt att implementera adaptiva regulatorer. Vi har gjort försök med ett så kallat modellreferenssystem.

Det innebär att vi ger en referensmodell önskat uppträdande för en viss styrsignal. Man gör nu jämförelser mellan det verkliga systemets, i detta fall ubåtens, utsignaler och modellens utsignaler. Med hjälp av skillnaderna i utsignalerna uppdateras regulatorparametrarna så att ubåtens uppträdande blir så likt modellens som möjligt.

Det finns ett flertal sätt att adaptivt uppdatera regulatorparametrarna. En metod som vi har undersökt är Lyapunov-teori. Lyapunovs metod är ett sätt att undersöka stabiliteten hos lösningen till en olinjär differentialekvation.

Lyapunovs stabilitets teorem:

Vi har en differentialekvation på formen:

$$\dot{x} = f(x, t) ; f(0, t) = 0 \quad \forall t \quad (1)$$

Definiera en funktion $V(x, t)$ som uppfyller:

1. $V(0, t) = 0 ; \forall t$
2. V är positivt definit

Ett tillräckligt villkor för asymptotisk stabilitet hos f är att

3. $\frac{dV(x, t)}{dt}$ är negativt definit

Vi ska med ett enkelt exempel illustrera användandet av Lyapunov teori vid implementering av adaptiva regulatorer.

Ex 1. Adaptering av förstärkning

Vi vill reglera förstärkningen till ett första ordningens system.

$$\begin{aligned} \dot{y} &= -2y + u \\ u &= \theta ref \end{aligned}$$

Vi vill följa modellen:

$$\dot{y}_m = -2y_m + ref$$

Vi jämför utsignalen från referenssystemet med processens utsignal och bildar felet $e=y-y_m$. Derivering av felet ger:

$$\dot{e} = \dot{y} - \dot{y}_m = -2e + (\theta - 2) ref$$

Felet går mot noll om parametern θ går mot 2. Vi ska nu försöka ta fram en uppdateringsalgoritm som för θ mot rätt värde. Ansätt en funktion som uppfyller Lyapunovs stabilitets teorem:

$$V(e, \theta, t) = \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{2\gamma} (\theta - 2)^2$$

Denna funktion uppfyller krav 1 om felet är noll och parametern har antagit sitt rätta värde. Funktionen uppfyller alltid krav 2. Derivera V med avseende på t för att se om krav 3 också uppfylls.

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \dot{e}e + \frac{\dot{\theta}}{\gamma}(\theta - 2) = \\ &(-2e + (\theta - 2) ref)e + \frac{\dot{\theta}}{\gamma} (\theta - 2) = \\ &-2e^2 + \left(\frac{\dot{\theta}}{\gamma} + ref e \right) (\theta - 2) \end{aligned}$$

Krav 3 är uppfyllt om parametrarna uppdateras som:

$$\dot{\theta} = -\gamma ref e$$

γ bestämmer konvergenshastigheten

Vi ska ta fram en liknande algoritm för uppdatering av regulatorparametrarna för vår process, ubåten. Först formulerar vi en felmodell genom att jämföra referensmodellen och processen.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ \dot{x}_m &= A_m x_m + B_m u_c \end{aligned} \quad , \text{vi skriver } x_4 \text{ och } x_{m4} \text{ som ref - z och} \\ \text{får följande modell:}$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ u &= \theta^T x \\ \dot{x}_m &= A_m x_m \end{aligned}$$

Felmodell:

$$\begin{aligned} e &= x - x_m \\ \dot{e} &= \dot{x} - \dot{x}_m = A(\theta)x - A_m x_m \Rightarrow \\ \dot{e} &= A_m e + (A(\theta) - A_m)x \end{aligned}$$

Vi når perfekt modellföljning om $A(\theta) - A_m \rightarrow 0$.

Vi söker en funktion som uppfyller Lyapunovs teorem.

Det finns positivt definita symmetriska matriser P och Q som uppfyller

$$A_m^T P + P A_m = -Q$$

I Åström och Wittenmarks bok Adaptive control finns, bland övningsexemplen, följande förslag på Lyapunov funktion:

$$\begin{aligned} V(e, t) &= e^T P e + \text{tr} [(A(\theta) - A_m)^T Q_g (A(\theta) - A_m)] \\ \dot{V}(e, t) &= \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + \text{tr} [\dot{A}(\theta)^T Q_g (A(\theta) - A_m) + (A(\theta) - A_m)^T Q_g \dot{A}(\theta)] = \\ &= e^T (A_m^T P + P A_m) e + \text{tr} [(A(\theta) - A_m)^T P e x^T] + \text{tr} [e x^T P (A(\theta) - A_m) + \text{tr} [\dot{A}(\theta)^T \dots \\ &\quad - e^T Q e + 2 \text{tr} [(A(\theta) - A_m)^T (Q_g \dot{A}(\theta) + P e x^T)] \end{aligned}$$

För att uppfylla Lyapunovs teorem krävs att parametrarna uppdateras som:

$$\dot{\theta} = \frac{Q_g^{-1}}{b_1} P e x^T$$

Vi kan låta b_1 ingå i Q_g -matrisen om tecknet på b_1 är känt, vilket det är.

$$\dot{V}(e, t) = -e^T Q e$$

Vi väljer A_m och Q :

$$A_m = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.29 & -0.72 & 0 \\ 0.0096 & -0.503 & -0.104 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

P blir då:

$$P = \begin{bmatrix} 166.9 & 7.2 & -19.5 \\ 7.2 & 1.2 & -0.5 \\ -19.5 & -0.5 & 12.5 \end{bmatrix}$$

Fördelen med denna algoritm är att den kräver betydligt mindre beräkningskapacitet än minsta-kvadrat algoritmen. Lyapunovs stabilitets-teorem garanterar också en stabil lösning till den adaptiva styrlagen.

Men det finns även nackdelar med detta sätt att göra adaptiva regulatorer. Dels kan det vara svårt att hitta en Lyapunov funktion. Dels blir parameterkonvergensens långsammare än med minsta-kvadrat algoritmen.

Vid ubåtsstyrning är det i huvudsak hastigheten som bestämmer dynamiken. För att få bra styrning måste man då för varje hastighetsintervall ha en referensmodells-uppsättning lagrad. Ändrar man referensmodell måste man också ändra uppdateringsalgoritmen, eftersom P -matrisen bestäms av modellens dynamik.

7.1 Simuleringar Lyapunov-baserad regulator

Fall 1:

Förutsättningar: Hastighet 5 m/s

Styrsignalbegränsning 0.17 rad,

Referensmodellen ubåten ska följa:

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m (ref - x_{m4})$$

$$A_m = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.29 & -0.72 & 0 \\ 0.0096 & -0.503 & -0.104 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_m = \begin{bmatrix} -0.012 \\ -0.0014 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Fall 2:

Förutsättningar: Hastighet 4 m/s

Styrsignalbegränsning 0.17 rad

Referensmodell ubåten ska följa:

Samma som i fall 1, undantaget rad 4 i A_m matrisen som nu är:

$$[1 \ 0 \ -4 \ 0]$$

Fall 1:

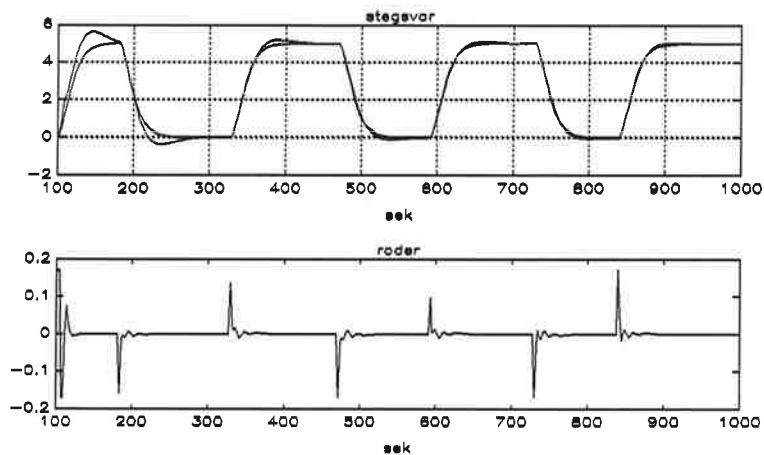


Fig 7.1 Modellföljning 5 m/s.

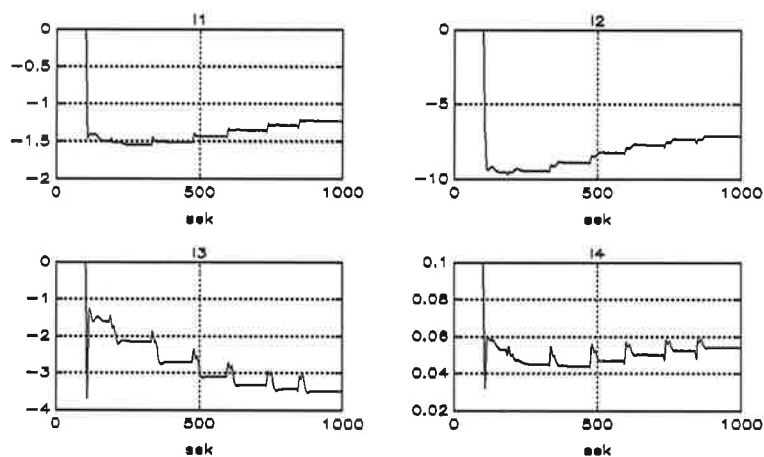


Fig 7.2 Regulatorparametrar

Här uppnår vi perfekt modellföljning efter tre stegsvar. Men parametrarna fortsätter att driva trots att vi har mycket god följlning.

Fall 2:

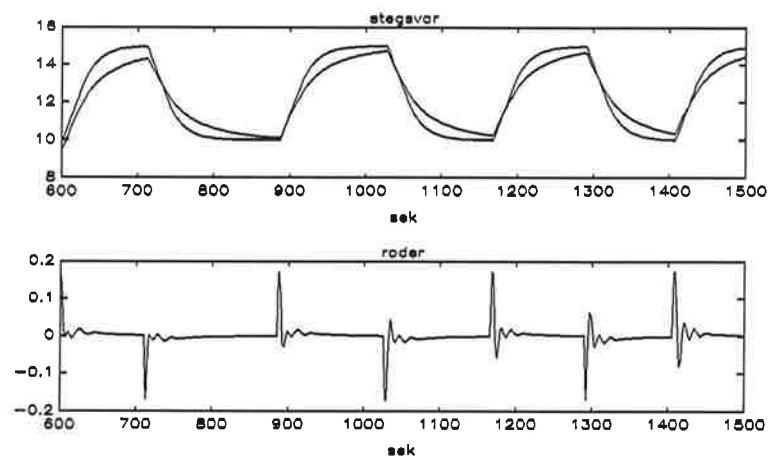


Fig 7.3. Modellföljning 4 m/s.

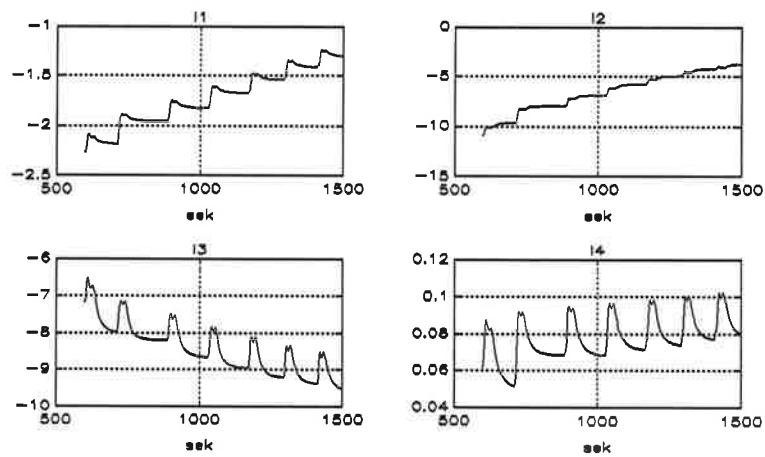


Fig 7.4 Regulatorparametrar 4 m/s

Vid 4 m/s börjar vi få problem med följningen. Detta beror på att vi inte har definierat en modell som är bättre anpassad för den lägre hastigheten.

7.2 Slutsatser och kommentarer

Det är svårt att konstruera en generell adaptiv regulator med modellföljning. En regulator som räknar ut sina parametrar baserat på en skattning av dynamiken är bättre om man vill ha en generell adaptiv regulator.

Svårigheter att hitta en lämplig Lyapunov funktion är också en av nackdelarna med detta sätt att göra adaptiva regulatorer. Men det finns även fördelar med denna metod.

Om man har skapat en korrekt Lyapunov funktion är det slutna systemet garanterat stabilt.

Beräkningen av regulatorparametrar kräver liten beräkningskapacitet, men vinsten i beräkningen av regulatorparametrarna förloras till stor del genom att man måste ha flera modelluppsättningar.

8 Praktiska tips

Adaptiva regulatorer är komplicerade. Vi ska här ge några praktiska råd att tänka på när en adaptiv regulator skall implementeras i ett verkligt system.

Vi har försökt att efterlikna verkligheten vid simuleringarna men når ändå inte ända fram. Regulatorn beräknas på, under drift, skattade parametrar. Då är det av stor betydelse att det finns ett säkerhetsnät inbyggt i algoritmen som klarar situationer som uppstart, avstängning, omkoppling mellan automatisk och manuell driftsätt osv.

Vid uppstart av estimatorn bör man använda all apriori kunskap man har om systemet. Denna information matas in i estimatorn som initialvärden och man leder in estimatorn i rätt region. Parametrarna får på detta sätt mindre variationer vid första skattningen. Initialvärdet på kovariansmatrisen kan väljas mellan 10 och 10000 och valet är inte kritiskt.

Om någon signal skulle falla bort, eller något annat fel uppstå, måste det finnas någon mekanism som kopplar bort estimatorn samt snabbt övergår till manuell driftsätt.

För att estimatorn skall kunna skatta de sanna parametrarna är det viktigt att alla signaler till estimatorn blivit behandlade på samma sätt.

Alla signaler måste t ex vara

- lika mycket fördröjda
- filtrerade genom samma typ av filter
- lika mycket fasvridna.

Om någon eller några signaler inte skulle vara filtrerade genom samma typ av filter kommer man att få fel i skattningen.

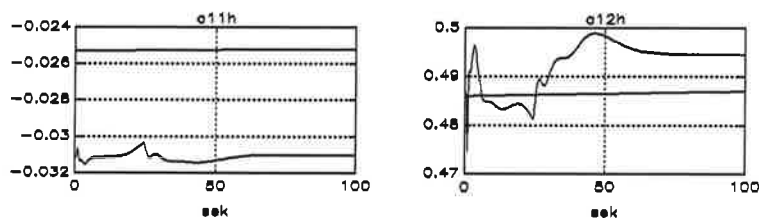


Fig 7.1 Fel i skattning som beror på att ett tillstånd är felaktigt filtrerat (filtret till W har 4 ggr högre brytfrekvens).

Andra faktorer som påverkar skattningsfelet är:

- omodellerad dynamik
- brus och störningar på signalerna
- numeriska beräkningar.

Brus, störningar och omodellerad dynamik försämrar robustheten i estimatorn och ger upphov till parameterdrift.

För att minska inverkan av omodellerad dynamik (t ex vågorna) kan man filtrera signalerna och/eller skatta den.

I avsnittet parameterskattaren beskrivs en metod att skatta den omodellerade dynamiken. Denna metod grundar sig på att vågstörningen är korrelerad med skattningsfelet. På grund av att det finns korrelation är det möjligt att skatta störtermen och sedan använda det skattade värdet i felmodellen.

Vid brus och andra störningar är det vanligaste att filtrera mätsignalerna. Filtrering medför att de sanna parametrarna skattas, men konvergenshastigheten blir lägre. Valet av brytfrekvensen bestäms av snabbheten i systemet. Detta för att inte skära bort väsentlig information.

Genom att stänga av estimatorn (mer om detta beskrivs längre fram i kapitlet) när ubåtens rörelse har avtagit, dvs när signalernas amplitud är liten, kan man minska inverkan av brusiga signaler. Anledningen är att bruset är litet i förhållande till signalernas

amplituder.

En stor förstärkningsfaktor i estimatorn innebär att konvergensthastigheten är hög. Men man bör begränsa förstärkningsfaktorn för att inte äventyra stabiliteten hos estimatorn.

Glömskefaktorn λ bör väljas > 0.99 .

När vi inte gör några manövrar och estimatorn är påkopplad under en längre tid får man sk estimatoruppvridding. Detta innebär, att kovariansmatrisen växer exponentiellt och får mycket stora värden, om man inte begränsar den. När vi gör en manöver (t ex vid ett steg) kommer parametrarna att variera kraftigt, även om vi ligger nära de sanna värdena.

Det finns en del metoder att förhindra detta. Dessa bygger på att ändra glömskefaktorn. Åtgärderna leder till att uppvriddningstigheten dämpas när dynamiken i systemet är liten. Vid en ny manöver kommer parametrarna att få ett lugnare uppförande.

Ett annat sätt att förhindra estimatoruppvridding är att stänga av estimatorn. Den stängs av när vi inte längre har någon excitation, t ex vid stationaritet. Vid avstängningen kommer parametrarna och kovariansmatrisen att frysas.

Det finns många sätt att stänga av estimatorn. Vi har provat somlig, t ex när någon av mätsignalerna understiger en viss nivå, samt tidsbegränsad uppdatering av parametrarna.

Bästa resultat uppnås med den tidsbegränsade uppdateringen av parametrarna. Estimatorn startas vid en börvärdesförändring $> 1m$, därefter skattas parametrarna i 80 sek sedan stängs den av.

En nackdel med denna metod är att vi får svårt att följa dynamikvariationer, eftersom kovariansmatrisen förblir liten.

Om man har stor apriori kunskap om systemet kan man öka robustheten i skattaren genom att låsa parametrarna inom ett givet intervall. I detta intervall kan parametrarna tillåtas variera fritt. Om någon parameter hamnar utanför detta område har det

inträffat ett fel och man gör en återställning av estimatorn.

Man kan tänka sig att kombinera gain scheduling och adaptiv reglering. Man använder gain scheduling för att hjälpa estimatorn att komma in i rätt region. Därefter får estimatorn finjustera parametrarna.

Appendix A RMK

A1 Diskret parameterskattare

Om man har en differensekvation

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = b_1 u(t-1) + \dots + b_n u(t-n)$$

Kan man bilda en parameter- och regressionsvektor på formen:

$$\Theta^T = [a_1 \dots a_n \quad b_1 \dots b_n]$$

$$\varphi(t)^T = [-y(t-1) \dots -y(t-n) \quad u(t-1) \dots u(t-n)]$$

Nu kan $y(t)$ skattas baserat på gamla värden på y och u , vi bildar skattnings felet $e(t)$.

$$e(t) = y(t) - \varphi(t)^T \Theta$$

Vi bildar förlustfunktionen $V(\Theta)$ för hitta den vektor Θ som minimerar $V(\Theta)$:

$$V(\Theta) = \sum_{i=1}^N (y(i) - \varphi^T(i) \Theta)^2$$

$$\frac{\partial V}{\partial \Theta} = -2 \sum_{i=1}^N y(i) \varphi(i) + 2 \sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i) \Theta = 0$$

$$\hat{\Theta}_N = \left(\sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N y(i) \varphi(i)$$

$$\text{antag } y(t) = \varphi^T(t) \Theta_0 + e(t) \quad \Rightarrow$$

$$\hat{\Theta} = \left(\sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i) \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i) + \sum_{i=1}^N \varphi(i) e(i) \right) =$$

$$\hat{\Theta}_0 + \left(\sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \varphi(i) e(i)$$

$$\text{sätt } R_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(i) \varphi^T(i)$$

$$\hat{\Theta} = \hat{\Theta}_0 + R_N^{-1} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(i) e(i)$$

$$\hat{\Theta} \rightarrow \hat{\Theta}_0 \text{ då } N \rightarrow \infty$$

om $\varphi(i)$ och $e(i)$ oberoende

Lösningen till ovanstående formel kan uttryckas rekursivt.
Vi har:

$$\hat{\Theta}(t) = R(t)^{-1} \sum_{i=1}^t y(i) \varphi(i)$$

$$R(t) = \sum_{i=1}^t \varphi(i) \varphi^T(i) = R(t-1) + \varphi(t) \varphi^T(t)$$

$$\hat{\Theta}(t) = R^{-1}(t-1) \left(\sum_{i=1}^{t-1} \varphi(i) y(i) + \varphi(t) y(t) \right) =$$

$$R^{-1}(t-1) (R(t-1) \hat{\Theta}(t-1) + \varphi(t) y(t)) =$$

$$R^{-1}(t) [(R(t) - \varphi(t) \varphi^T(t-1)) \hat{\Theta}(t-1) + \varphi(t) y(t)] =$$

$$\hat{\Theta}(t-1) + R^{-1}(t) \varphi(t) (y(t) - \varphi^T(t-1) \hat{\Theta}(t-1))$$

inför $P(t) = R^{-1}(t) \Rightarrow$

$$\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t-1) + P(t) \varphi^T(t) e(t)$$

$$P(t) = (R(t-1) + \varphi(t) \varphi^T(t))^{-1}$$

Vi utnyttjar matrisversionslemmat så att $P(t)$ kan uppdateras rekursivt:

Matrisinversionslemmat

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}$$

Detta utnyttjas i RLS!

$$P(t) = (R(t-1) + \varphi(t) \varphi^T(t))^{-1} = \begin{bmatrix} A=P^{-1} \\ B=\varphi=D^T \\ C=1 \end{bmatrix} =$$

$$P(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1) \varphi(t) \varphi^T(t) P(t-1)}{1 + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)}$$

Detta ger med exponentiell glömskefaktor följande algoritm:

$$\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t-1) + K(t) e(t)$$

$$K(t) = P(t) \varphi(t) = \frac{P(t-1) \varphi(t)}{\lambda + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)}$$

$$P(t) = (I - K(t) \varphi^T(t)) P(t-1) / \lambda$$

λ : glömskefaktor

Referenslista

Om modellbygget kan man studera i:

Thor-Inge Fossen, Non linear modelling and control of underwater vehicles. 1991.

Vågmodeller och vågornas påverkan på båten kan man läsa om i:

Peter Söderberg, Vågor och Fartygsrörelser. Rapport nr 62, Institutionen för Skeppshydromekanik (CTH). 1982.

I avsnittet parameterskattaren har följande litteratur används:

Karl J Åström, Björn Wittenmark, Adaptive Control. Addison - Wesley Publishing Co. 1989

Lennart Ljung, Reglerteori moderna analys- och syntesmetoder, 1981

Rolf Johansson, Continuous-time models. Institutionen för Reglerteknik (LTH). 1991.

Den linjärkvadratiska regulatorn ges i:

Lennart Ljung, Reglerteori moderna analys- och syntesmetoder, Studentlitteratur. 1981.

Avsnittet om Lyapunov teori kan man studera i:

Karl J Åström, Björn Wittenmark, Adaptive Control. Addison - Wesley Publishing Co. 1989.

Övrig litteratur som har används:

Karl J Åström, Björn Wittenmark, Computer controlled systems, Prentice - Hall International Editions. 1990.

