

CODEN: LUTFD2/(TFRT-5433)/1-42/(1991)

Identifiering av öppet system ur experiment utförda under återkoppling

Katarina Fredriksson

Institutionen for Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola
februari 1991

Department of Automatic Control Lund Institute of Technology P.O. Box 118 S-221 00 Lund Sweden		<i>Document name</i> MASTER THESIS	
		<i>Date of issue</i> February 1991	
		<i>Document Number</i> CODEN:LUTFD2/(TFRT-5433)/1-42/(1991)	
<i>Author(s)</i> Katarina Fredriksson		<i>Supervisor</i> Rolf Johansson, Magnus Akke	
		<i>Sponsoring organisation</i> Sydkraft AB	
<i>Title and subtitle</i> Identifiering av öppet system ur experiment utförda under återkoppling Identification of open loop system based on experiments performed in closed loop			
<i>Abstract</i> This volume describes a study of different methods for identifying systems operating in closed loop. The results are to be applied on power generating systems.			
<i>Key words</i>			
<i>Classification system and/or index terms (if any)</i>			
<i>Supplementary bibliographical information</i>			
<i>ISSN and key title</i>			<i>ISBN</i>
<i>Language</i> Swedish	<i>Number of pages</i> 42	<i>Recipient's notes</i>	
<i>Security classification</i>			

The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 lubbis lund.

Detta examensarbete har utförts på uppdrag av Sydkraft i samarbete med institutionen för Reglerteknik vid Lunds Tekniska Högskola.

Handledning : Tekn. lic. Magnus Akke, Sydkraft AB
Högskolelektor Rolf Johansson, Reglerteknik LTH

Innehållsförteckning

1. Inledning.....	1
1.1. Bakgrund	1
1.2. Problem.....	1
2. Arbetsgång.....	3
3. Systemet \mathcal{S}	3
4. Experimentvillkor \mathcal{X}	4
4.1. Referenssignaler.....	4
4.2. Brus.....	6
4.3. Samplingsintervall.....	6
4.4. Koherensspektrum.....	6
4.5. Mätvärdesbehandling.....	6
5. Modellstruktur \mathcal{M}	6
6. Identifieringsmetoder \mathcal{I}	8
6.1. Spektralanalys.....	8
6.2. Direkt identifiering.....	9
6.3. Indirekt identifiering.....	9
7. Validering.....	11
8. Modellreduktion.....	15
8.1. Excitationsordning.....	17
9. Identifiering av regulatorparametrar.....	19
9.1. Systemet.....	19
9.2. Experimentvillkor.....	19
9.3. Mätvärdesbehandling.....	19
9.4. Identifiering.....	20
9.5. Validering.....	22
10. Experiment med analogmaskin.....	22
10.1. Systemet.....	22
10.2. Experimentvillkor.....	22
10.3. Identifiering och validering.....	23
11. Rekommendationer för identifiering.....	29
12. Slutsatser.....	30
13. Referenser.....	30
Appendix.....	31

1. Inledning

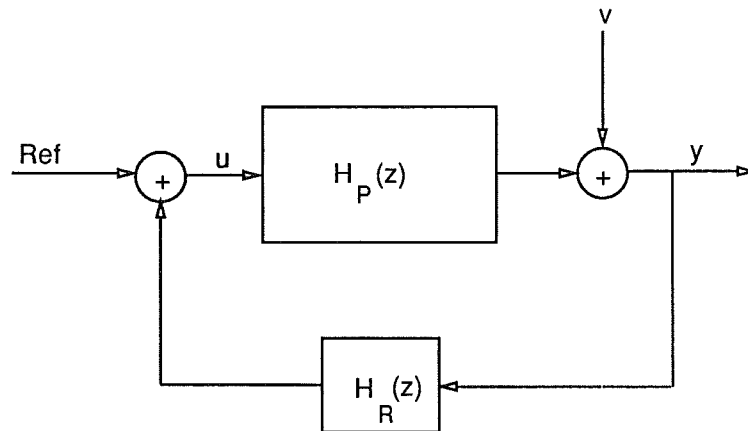
1.1 Bakgrund

För att kunna simulera stora kraftsystem är man inom kraftindustrin intresserad av att ta fram dynamiska modeller för varje enskild generator samt för dess turbin- och spänningsregulator. Det finns därför ett behov av att utföra experiment för att kunna identifiera dessa parametrar. I praktiken är det dock nödvändigt att utföra försök på kraftsystem under återkoppling och att den vägen identifiera det öppna systemets dynamik. Inom elkraftindustrin känner man ofta systemets överföringsfunktion relativt väl och det är istället tidigare installerade regulatorer man vill identifiera. Detta arbete beskriver en studie av metoder för identifiering av slutna reglersystem. Studien omfattar såväl simuleringar som experiment utförda i labmiljö. Syftet är att komma fram till lämplig metodik för identifiering av turbin- och spänningsregulatorer i kraftverk.

1.2 Problem

Identifiering i slutna krets möts inte sällan av en negativ attityd inom industrin pga att man ofta erhåller otillfredställande resultat. Följande exempel antyder något om problemets art.

EXEMPEL 1—Identifiering med fixt referensvärde
Betrakta följande system



Figur 1. System under återkoppling

$$y_{k+1} + ay_k = bu_k + v_{k+1} \quad (1)$$

där u är insignal, y är utsignal och v är vitt brus med egenskaperna $E\{v_k\} = 0$ och $E\{v_i v_j^T\} = \delta_{ij}$. Systemet har återkopplas med

$$u_k = -Ky_k \quad (2)$$

Överföringsfunktionen H_P mellan insignal u och utsignal y kan beräknas som kvoten mellan korsspektrum för insignal och utsignal och autospektrum för insignalen.

$$H_P(e^{i\omega h}) = \frac{S_{uy}(i\omega)}{S_{uu}(i\omega)} \quad (3)$$

Autospektrum S_{uu} för utsignalen och korspektrum S_{uy} mellan insignal och utsignal

$$S_{uu}(i\omega) = \left| \frac{K^2}{1 + (a + bK)e^{i\omega h}} \right|^2 \quad (4)$$

$$S_{uy}(i\omega) = \frac{1}{1 + (a + bK)e^{-i\omega h}} \cdot \frac{K}{1 + (a + bK)e^{i\omega h}} \quad (5)$$

Den skattade överföringsfunktionen blir

$$\hat{H}_p(e^{i\omega h}) = \frac{\hat{S}_{uy}(i\omega)}{\hat{S}_{uu}(i\omega)} = \frac{1}{K} \quad (6)$$

Man har således identifierat återkopplingen istället för processen. Om man hade utfört någon form av experiment med variation av referensvärdet skulle man emellertid ha fått en entydig lösning till problemet. \square

EXEMPEL 2

Betrakta följande system

$$y_{k+1} = -ay_k + bu_k + v_{k+1} \quad (7)$$

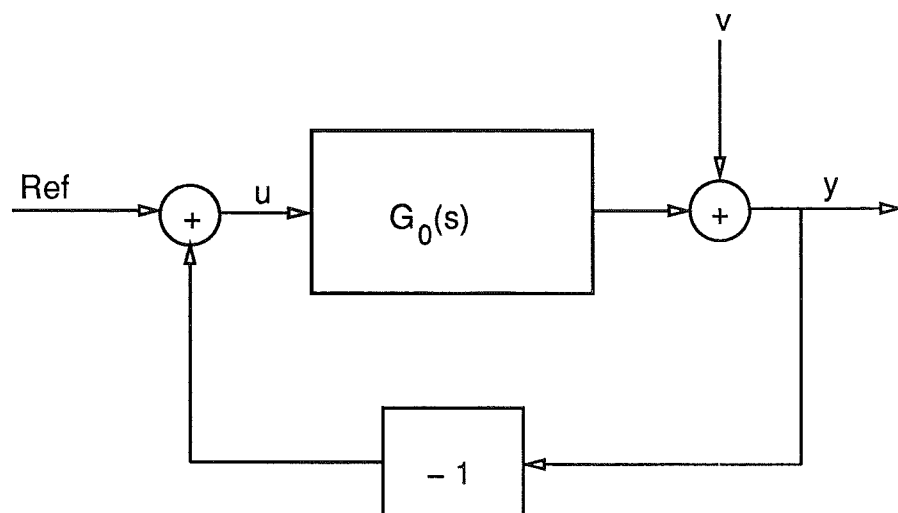
$$u_k = -Ky_k \Rightarrow u_k + Ky_k = 0 \quad (8)$$

Den andra ekvationen kan multipliceras med en godtycklig konstant λ och adderas till den första ekvationen.

$$\Rightarrow y_{k+1} = (-a + \lambda K)y_k + (b + \lambda)u_k + v_{k+1} \quad (9)$$

Parametrarna a och b blir inte entydigt bestämda, utan vi kan för varierande värden på λ hitta sådana a och b som uppfyller ekvationen. Det räcker alltså inte att känna till regulatorparametrarna och modellstrukturen för att erhålla en entydig lösning. Problemet kvarstår tills vi varierar referenssignalen till systemet. \square

Gustavsson, Ljung och Söderström menar i artikeln 'Identification of Processes in Closed Loop - Identifiability and Accuracy Aspects' att identifiering i sluten krets inte nödvändigtvis är sämre än identifiering utan återkoppling. Syftet med att införa återkoppling i ett system är vanligtvis att minska utsignalens varians. Mätdata kommer därmed att innehålla mindre information och erhållna skattningar av parametrar kommer att få sämre noggrannhet. Den begränsande variabeln för identifieringsexperiment är ofta variansen i utsignalen. En jämförelse mellan experiment i öppen respektive sluten krets bör därför göras med krav på samma varians i utsignalerna. Experiment i sluten krets har under dessa förutsättningar visat sig ge väl så goda resultat. Direkt identifiering med prediktionsfelsmetod ger enligt artikelförfattarna korrekta skattningar i flera fall av återkoppling.



Figur 2. Slutet system

2. Arbetsgång

Uppgiften löstes genom empirisk undersökning av identifierbarheten hos ett känt reglersystem. Ett kontinuerligt system byggdes upp och genererades i SIMNON och olika identifieringsmetoder i MATLAB, System Identification Toolbox, studerades. Dessutom utfördes försök på en analogmaskin samt identifiering av en spänningsregulator med utgångspunkt från inspelade data. Hur resultatet av identifieringen utfaller beror på

- Systemet
- Experimentvillkoren
- Modellansatsen
- Identifieringsmetoden

Programlistor för SIMNON- och MATLAB-moduler återfinns i Appendix.

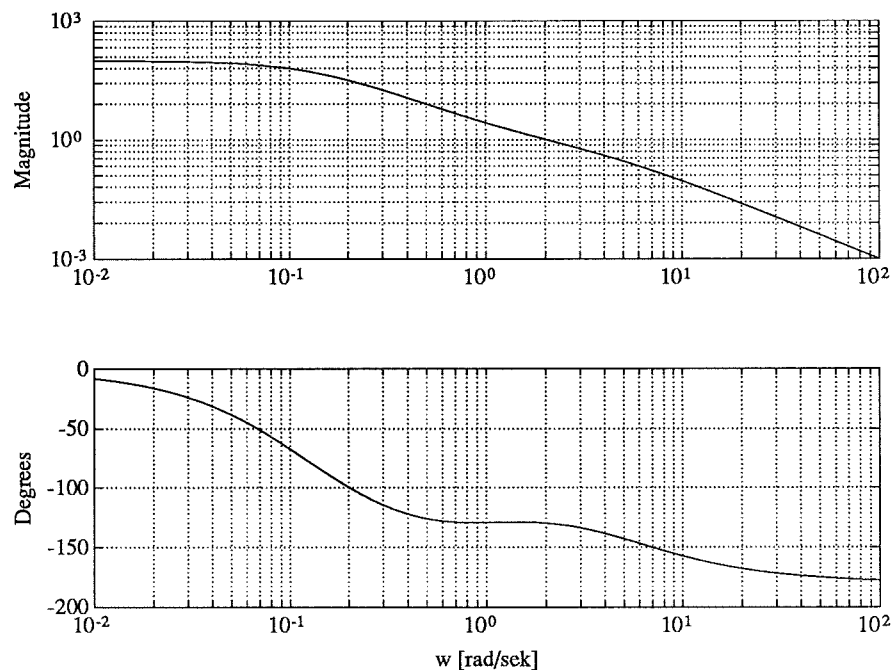
3. Systemet s

Som process valdes ett tredje ordningens system med ett nollställe. Detta kan tänkas representera den samlade dynamiken för spänningsregleringen hos en kraftgenerator med dess typiska tidskonstanter. Det öppna systemets överföringsfunktion $G_0(s)$ var

$$G_0(s) = \frac{10(1+s)}{s^3 + 5.3s^2 + 1.52s + 0.1} = \frac{100(1+s)}{(1+10s)(1+0.2s)(1+5s)} \quad (10)$$

Systemets poler ligger i $-5, -0.2$ och -0.1 och den statiska kretsförstärkningen är 100. Detta system återkopplades med -1 . Se Fig.2. Det slutna systemets överföringsfunktion $G_S(s)$ blir då

$$G_S(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} = \frac{10(s+1)}{s^3 + 5.3s^2 + 11.52s + 10.1} \quad (11)$$



Figur 3. Bodediagram för öppna systemet, kontinuerlig tid

Dess poler ligger i $-1.596 \pm 1.498i$ resp -2.108 och det slutna systemet får en statisk förstärkning på 0.99.

Det öppna systemets Bodediagram återfinns i Fig.3. Skärfrekvensen w_c ligger på 2 rad/sek.

Följande beteckningar kommer att användas:

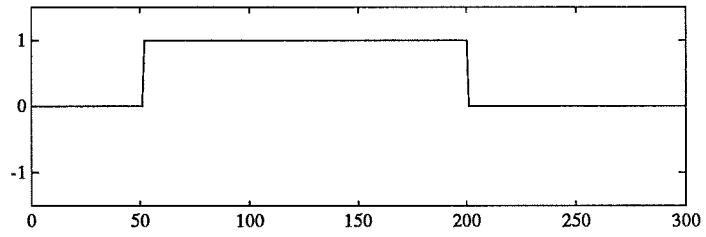
- $G_0(s)$: kontinuerlig modell för öppna systemets överföringsfunktion
- $G_S(s)$: kontinuerlig modell för slutna systemets överföringsfunktion
- $H_0(q)$: diskret modell för öppna systemets överföringsfunktion
- $H_S(q)$: diskret modell för slutna systemets överföringsfunktion
- $\hat{G}_0(s)$: skattning av $G_0(s)$
- $\hat{G}_S(s)$: skattning av $G_S(s)$
- $\hat{H}_0(s)$: skattning av $H_0(s)$
- $\hat{H}_S(s)$: skattning av $H_S(s)$

4. Experimentvillkor \mathcal{X}

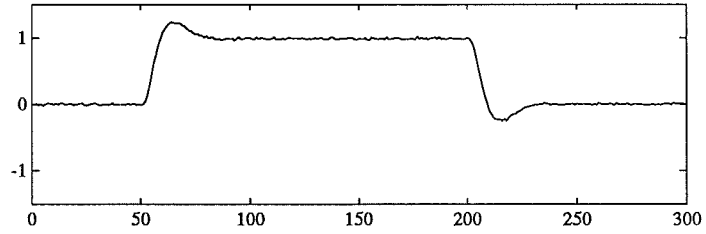
4.1 Referenssignaler

Som referenssignaler till systemet testades

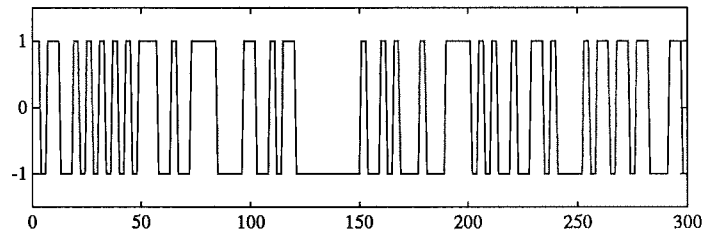
- Steg upp och ner.
- PRBS - signal som varierar stokastiskt mellan 1 och -1. Minsta tid till omslag är 0.3 sek.
- Sinussignal - $\sin(\omega t + \phi)$ där fasen $\omega = 1$ och ϕ varierar som en PRBS mellan $\pm \frac{\pi}{2}$. Minsta tid till omslag är 1.0 sek.



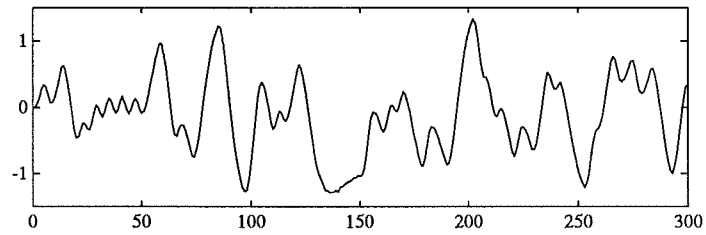
(a) Insignal



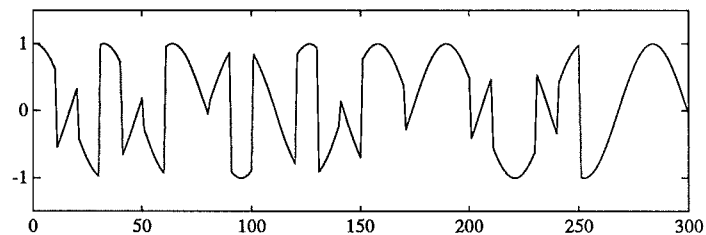
(a) Utsignal



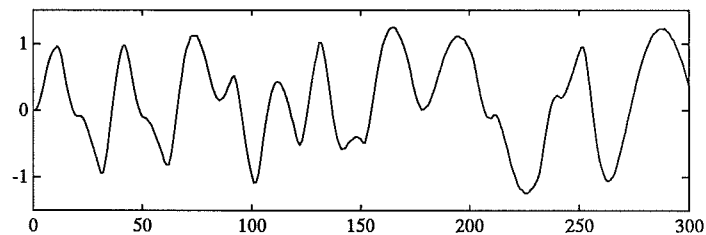
(b) Insignal



(b) Utsignal



(c) Insignal



(c) Utsignal

Figur 4. Referenssignal och utsignal för : a) steg b) PRBS c) sinus med PRBS-varierande fas, låg brusnivå.

Amplituden sattes till 1.0 i samtliga fall. Mätserierna återfinns i Fig.4.

4.2 Brus

Försök gjordes vid två olika brusnivåer, vid 0.01 resp 0.10 av amplituden hos referenssignalen. Bruset genererades med kommandot NORM(t) i SIMNON, vilket innebär normalfördelat diskret brus med väntevärde 0 och varians 1. Samplingsintervallet för bruset var 0.02 sek.

4.3 Samplingsintervall

Om antalet mätpunkter är fixt måste man vid val av samplingsintervall göra en avvägning. Väljer man ett stort samplingsintervall får man endast lite information om högfrekvensegenskaperna. Väljer man det litet kommer bruset att få större inflytande och man får mindre information om det lågfrekventa beteendet hos systemet. Det inträffar då mycket lite mellan mätningarna dvs. $y(t) \approx y(t-1)$. De identifierade polerna kommer därför att samlas kring $z = 1$ i det komplexa planet och modellen blir mycket störningskänslig. En tumregel är, enligt Söderström och Stoica, att välja samplingsintervallet till 10% av insvängningstiden hos ett stegsvar. För det aktuella systemet motsvarar detta en samplingsperiod på ca 0.2 sek. Jag valde dock en något snabbare sampling, $h=0.1$ sek. Mätperioden sattes till 30 sek. En längre mätning gav inte något märkbart bättre resultat. Experimentets längd bör väljas till åtminstone $\geq 5 - 10$ gånger den största tidskonstant som skall bestämmas.

4.4 Koherensspektrum

Före identifiering bör man alltid studera koherensspektrum för sina mätsignaler för att orientera sig om inom vilket frekvensområde man kan förvänta sig få god identifiering. Låg koherens kan vara ett tecken på kraftiga eller periodiska störningar eller på olineariteter i processen. Koherensfunktionen mellan u och y definieras av sambandet

$$\gamma_{yu}(i\omega) = \frac{|S_{yu}(i\omega)|}{\sqrt{S_{uu}(i\omega)S_{yy}(i\omega)}} \quad (12)$$

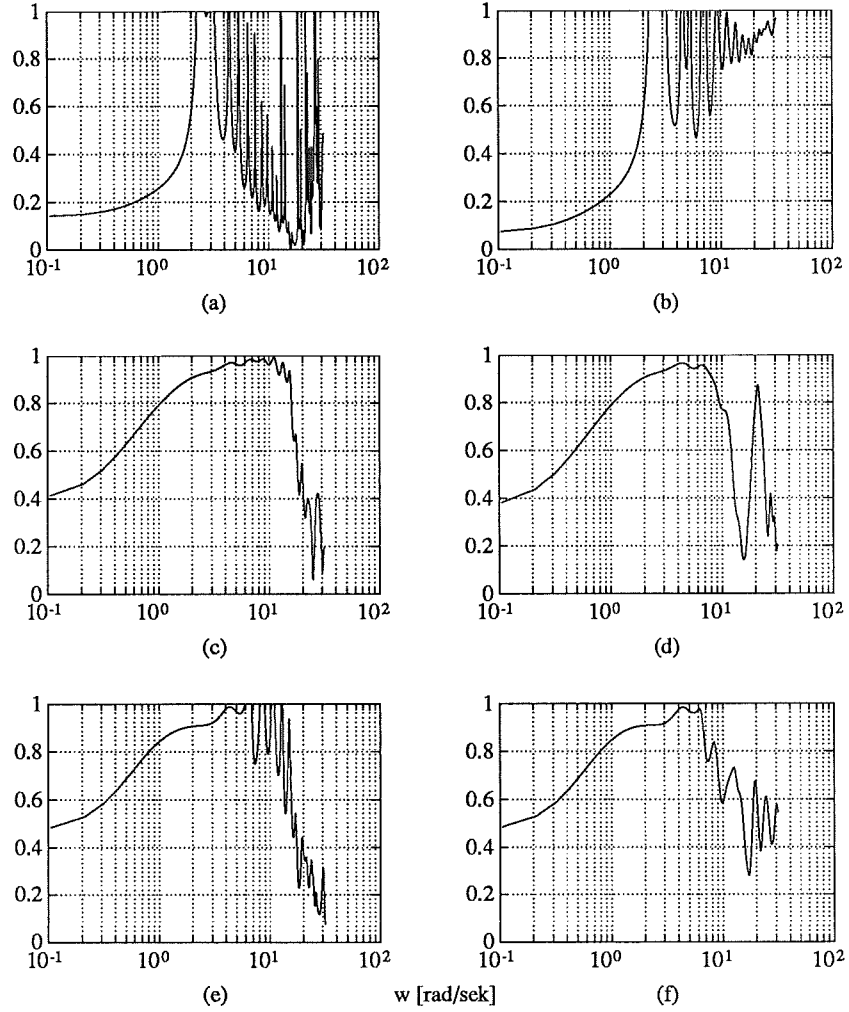
Koherensfunktionen för de olika mätserierna återfinns i Fig.5. För stegformad referenssignal har man dålig koherens utom i ett smalt intervall kring skärfrekvensen. För PRBS samt för sinus med PRBS-varierande fas har man god koherens i intervallet $\omega = \{0.1, 10\}$ rad/sek, dvs för ungefär $\{0.02, 2\}$ Hz.

4.5 Mätvärdesbehandling

Vid identifiering vill man beskriva ett systems beteende kring dess jämviktsläge. Arbetspunkten måste därför subtraheras från mätdata. Ofta känner man dock inte den exakta arbetspunkten, men genom att dra bort medelvärdet från mätsignalerna kompenserar man för konstanta störnivåer.

5. Modellstruktur \mathcal{M}

Man skiljer på modellbaserad och icke-modellbaserad analys. En icke-modellbaserad framställning kan vara en funktion eller en graf, som erhålles vid spektralanalys.



Figur 5. Koherensspektrum för: a) steg, låg brusnivå b) steg, hög brusnivå c) PRBS, låg brusnivå d) PRBS, hög brusnivå e) sinus med PRBS-varierande fas, låg brusnivå f) sinus med PRBS-varierande fas, hög brusnivå. Kvoterna mellan signal-brus förhållande uppgick i experimentet till $SNR(PRBS)/SNR(sinus)=0.77$, $SNR(PRBS)/SNR(steg)=0.71$ samt $SNR(sinus)/SNR(steg)=0.93$.

I modellbaserad identifiering utnyttjas parametrar t.ex. koefficienter till en differensekvation. Den allmänna SISO-modellen har följande utseende

$$A(q^{-1})y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(t - k) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t) \quad (13)$$

där u är insignal till systemet, y är utsignal, e är brus med vitbrusegenskaperna $E\{e\} = 0$, $E\{e_i e_i^T\} = \lambda^2$ och $E\{e_i e_j^T\} = 0$, $i \neq j$.

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na}$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$$

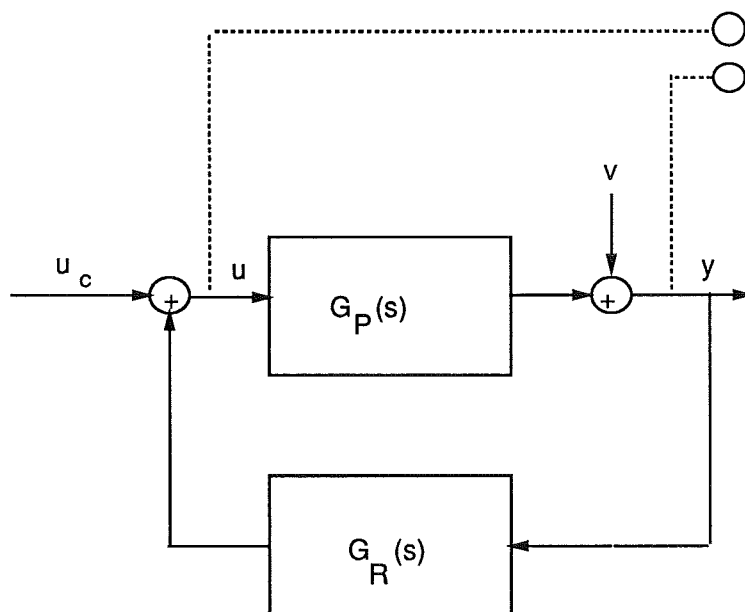
$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_{nd} q^{-nd}$$

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{nf} q^{-nf}$$

Av denna finns specialfall som ARMAX-modellen

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t - k) + C(q^{-1})e(t) \quad (14)$$



Figur 6. Direkt identifiering

och Box-Jenkinsmodellen

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(t - k) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t). \quad (15)$$

Samtliga beräknas i MATLAB med en iterativ prediktionsfelsmetod. Fördelen med Box-Jenkinsmodellen relativt ARMAX är att den använder olika polynom för att modellera insignal-utsignaldynamik respektive brusegenskaper. En nackdel är att antalet parametrar är större och att variansen i skattningarna därmed ökar för given experimentlängd.

6. Identifieringsmetoder \mathcal{I}

Identifiering gjordes med

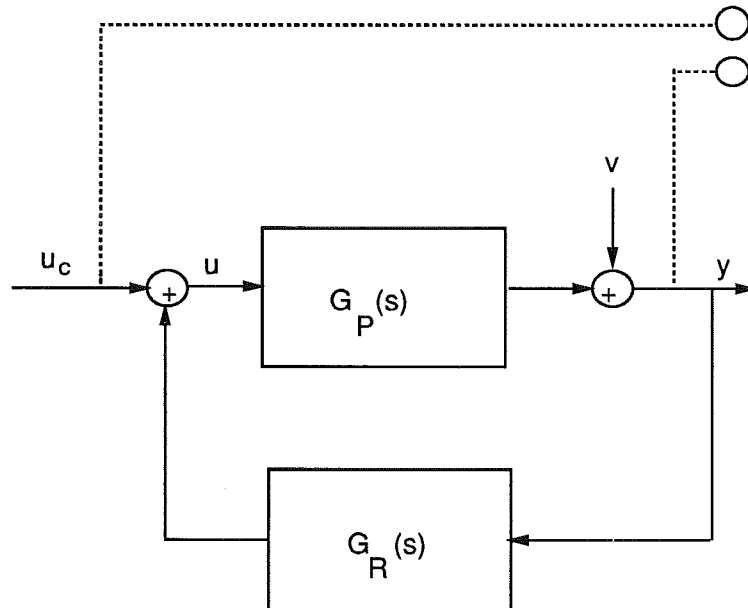
- Spektralanalys
- Direkt metod
- Indirekt metod

Det samplade systemet ligger nära gränsen till instabilitet, med diskreta poler i $0.9866 \pm 0.0329i$. Identifiering med ARMAX- och PEM-ansatser i MATLABs System Identification Toolbox ledde därför i flera fall till instabila modeller. Identifiering gjordes istället med Box-Jenkinsansats med gott resultat.

6.1 Spektralanalys

Det finns två grundläggande metoder för skattning av en icke-parametrisk överföringsfunktion. Båda grundar sig på Fouriertransform. Ett sätt är att beräkna kvoten mellan den diskreta Fouriertransformen av insignal respektive utsignal.

$$\hat{H}_0(e^{i\omega h}) = Y(i\omega)/U(i\omega) \quad (16)$$



Figur 7. Indirekt identifiering

Ett annat sätt är att beräkna kvoten mellan autospektrum och korsspektrum för signalerna.

$$\hat{H}_0(e^{i\omega h}) = \hat{S}_{uy}(i\omega) / \hat{S}_{uu}(i\omega) \quad (17)$$

Den diskreta Fouriertransformen är definierad endast i diskreta frekvenspunkter

$$\omega_k = \frac{2\pi}{Nh} k \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

där N är antalet mätpunkter och h är samplingsintervallet. För beräkning av överföringsfunktion på detta sätt utnyttjas funktionen `spa` i MATLAB.

6.2 Direkt identifiering

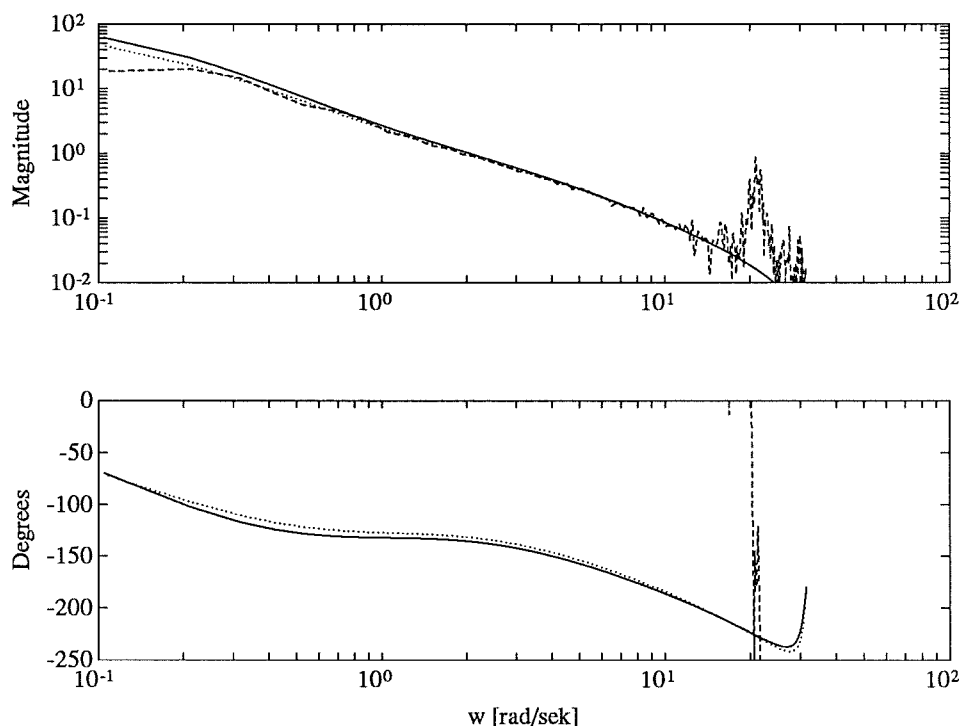
Den direkta metoden innebär att signalerna mäts direkt vid processens ingång och utgång enligt Fig.6. I det aktuella fallet är $G_P(s) = G_0(s)$ och $G_R(s) = -1$. Identifiering sker som om experimentet utförts i öppen krets. Man får därmed det öppna systemets överföringsfunktion $\hat{H}_0(q)$ i ett steg, vilken i MATLAB kan omräknas till $\hat{G}_0(s)$ med funktionen `d2c`.

Vid transformering tillbaka till kontinuerlig tid uppkommer problemet att antalet nollställen inte är entydigt bestämt av den diskreta överföringsfunktionen. Både system med ett och system med två nollställen i kontinuerlig tid översätts som system med två nollställen i diskret tid.

6.3 Indirekt identifiering

Indirekt metod innebär att man mäter den yttre referenssignalen till systemet och identifierar dynamiken hos det slutna systemet, se Fig.7. För att därefter kunna beräkna det öppna systemets överföringsfunktion krävs att återkopplingen är linjär, tidsinvariant och känd. I det aktuella fallet är $G_P(s) = G_0(s)$ och $G_R(s) = -1$. $\hat{H}_S(q)$ räknas först om till kontinuerlig tid i MATLAB och $\hat{G}_0(s)$ beräknas sedan ur sambanden

$$\hat{H}_S(q) \Rightarrow \hat{G}_0(s) \quad (18)$$



Figur 8. Överföringsfunktion för systemet (heldragen), modell erhållen från spektralanalys (streckad), modell från prediktionsfelsmetod (prickad). PRBS som referenssignal, låg brusnivå.

$$\hat{G}_S(s) = \frac{\hat{B}(s)}{\hat{A}(s)} = \frac{\hat{G}_0(s)}{1 + \hat{G}_0(s)} \quad (19)$$

$$\Rightarrow \hat{G}_0(s) = \frac{\hat{G}_S(s)}{1 - \hat{G}_S(s)} = \frac{\hat{B}(s)}{\hat{A}(s) - \hat{B}(s)} \quad (20)$$

Genom detta tvåstegsförfarande ökar antalet felkällor och hur känsligheten i parameterskattningarna påverkas åskådliggörs i nedanstående exempel.

EXEMPEL 3

Hur stort blir felet i skattningen av det öppna systemet om vi har ett fel i skattningen av det slutna systemet? Antag att vi har skattat en modell till det slutna systemet.

$$\hat{G}_S = G_S + \Delta G_S \text{ med } \Delta G_S = 0.01G_S.$$

$$\Rightarrow \hat{G}_0 = \frac{G_S + \Delta G_S}{1 - G_S - \Delta G_S} = \frac{1.01G_S}{1 - 1.01G_S} \quad (21)$$

Det relativa felet i skattningen av det öppna systemet

$$\begin{aligned} \frac{\Delta G_0}{G_0} &= \left(\frac{G_S}{1 - G_S} - \frac{1.01G_S}{1 - 1.01G_S} \right) / \left(\frac{G_S}{1 - G_S} \right) = \\ &= \frac{(G_S - 1.01G_S^2 - 1.01G_S + 1.01G_S^2) \cdot (1 - G_S)}{(1 - G_S) \cdot (1 - 1.01G_S) \cdot G_S} = \frac{-0.01}{1 - 1.01G_S} \end{aligned} \quad (22)$$

dvs för låga frekvenser där $G_S(s)$ är nära 1 blir det relativa felet i $\hat{G}_0(s)$ stort. Den statiska förstärkningen $G_S(0) = 0.99$ ger

$$\Rightarrow \left| \frac{\Delta G_0(0)}{G_0(0)} \right| = \left| \frac{-0.01}{1 - 1.01 \cdot 0.99} \right| = \left| \frac{-0.01}{1 - 0.9999} \right| = 100. \quad (23)$$

Vi kan alltså räkna med dålig noggrannhet i skattningarna i det lågfrekventa området. \square

Enligt Gustavsson, Ljung och Söderström har indirekt identifiering ingen fördel gentemot direkt identifiering varken gällande identifierbarhet eller noggrannhet i skattningar.

7. Validering

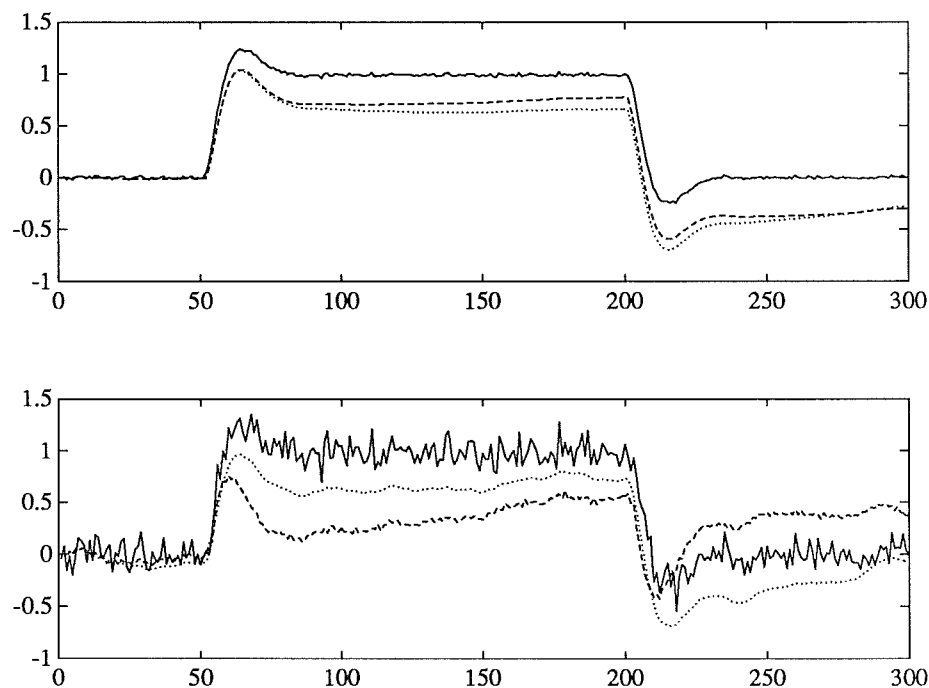
Som kriterium för om en metod är bra eller dålig ur identifieringssynpunkt kan man studera:

- Bodediagram för verklig resp. skattad överföringsfunktion. Dessa studerades för de modeller som tagits fram med hjälp av spektralanalys resp. prediktionsfelsmetod, direkt identifiering, för de olika referenssignalerna. Överensstämmelsen var god i området kring $\omega = \{1.0, 10\}$ rad/sek. I Fig.8 återfinns resultatet för PRBS. Prediktionsfelsmetoden gav något bättre resultat än spektralanalys. Stegsvartestet uppvisade tydligt sämre förutsättningar för identifiering än de andra referenssignalerna. Pol- och nollställesplaceringen för de parametriska modellerna erhöles korrekt vid låg brusnivå, medan de vid den högre brusnivån placerades fel. Standardavvikelsen var större i skattning av poler än av nollställen.
- Simulering av modellen dvs jämföra $y(t)$ och $\hat{y}(t)$ i tidsplanet. För att kunna jämföra de olika modellerna har medelkvadratfelet MSE beräknats.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2 \quad (24)$$

Deterministisk simulering utfördes med kommandot `idsim` i MATLAB. Resultatet återfinns i tabell 1. Simulering av Box-Jenkinsmodellerna gav i stort följande resultat:

- För stegformad referenssignal skattades den statiska förstärkningen felaktigt. Simulering i Fig.9.
- PRBS som referenssignal vid låg brusnivå gav modeller som följer mycket bra och uppvisar mycket låga medelkvadratfel. Vid högre brusnivå skattas en av polerna som en ren integrator med direkt identifieringsmetod. Simulering i Fig.10.
- Sinussignalen med PRBS-varierande fas som referenssignal gav modeller som följer utsignalen bra. De indirekt identifierade modellerna blev dock instabila för hög brusnivå. Simulering i Fig.11.
- Vid ansats av felaktig modellordning följer de direkt identifierade modellerna ganska bra, medan de indirekt identifierade ofta innehåller instabila poler. Medelkvadratfelet blir högre vid en felaktig ansats, förutom vid ansats av en fjärde ordningens modell för stegsvaret. Modellen vinner då på att utnyttja ytterligare en parameter.



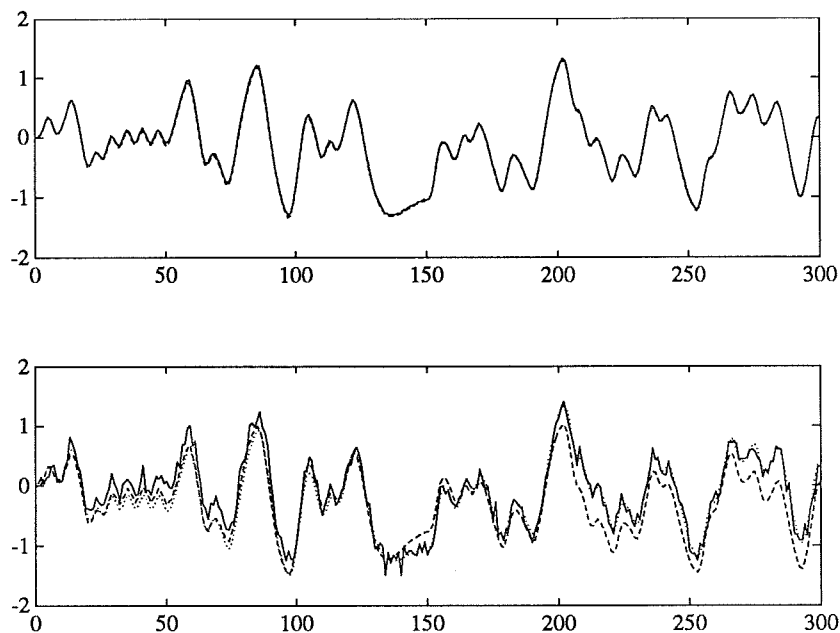
Figur 9. Simulering av Box-Jenkinsmodell med steg som referenssignal, låg resp. hög brusnivå. Systemet (heldragen), direkt identifiering (streckad), indirekt identifiering (prickad).

Tabell 1. Medelkvadratfelet för direkt och indirekt identifierade modeller

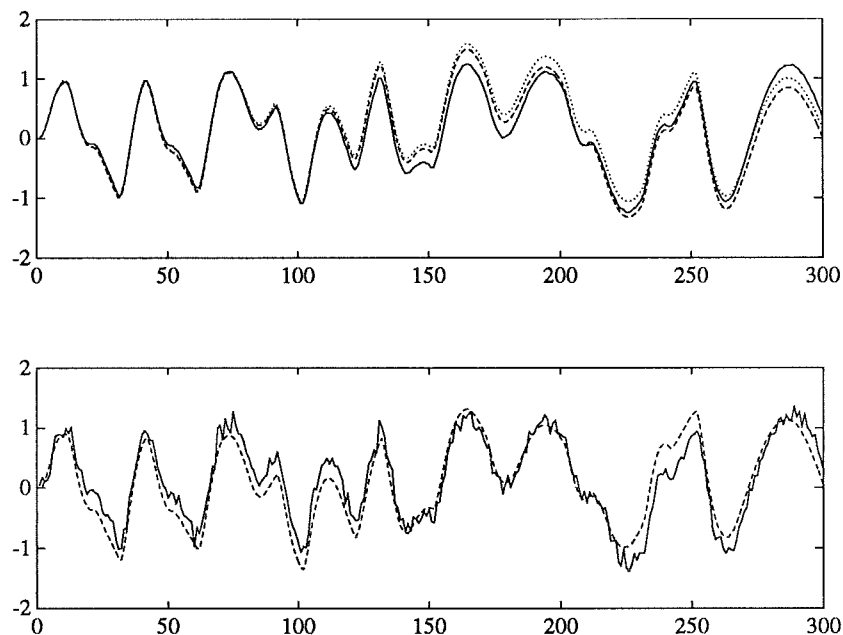
Signal	Modellordning	Direkt identifiering	Indirekt identifiering
Steg, låg brusnivå	2	0.1108	0.1116
"	3	0.0716	0.1040
"	4	0.0569	18.606
Steg, hög brusnivå	2	0.2582	0.1685
"	3	0.2486	0.0930
"	4	0.2496	$2 \cdot 10^4$
PRBS, låg brusnivå	2	0.0314	$1 \cdot 10^7$
"	3	0.00058	0.00051
"	4	0.00063	$3 \cdot 10^7$
PRBS, hög brusnivå	2	0.0745	$8 \cdot 10^3$
"	3	0.0747	0.0313
"	4	0.0766	0.0601
Sinus, låg brusnivå	2	0.0509	$1 \cdot 10^7$
"	3	0.0275	0.0379
"	4	0.0424	$2 \cdot 10^6$
Sinus, hög brusnivå	2	0.0700	$1 \cdot 10^3$
"	3	0.0607	$9 \cdot 10^2$
"	4	0.0603	0.7898

- Det relativa felet $e(i\omega)$ i frekvensplanet

$$e(i\omega) = \left| \frac{G_0(i\omega) - \hat{G}_0(i\omega)}{G_0(i\omega)} \right| = \left| \frac{1}{1 - \hat{G}_S(i\omega)} \right| \cdot \left| \frac{G_S(i\omega) - \hat{G}_S(i\omega)}{G_S(i\omega)} \right| \quad (25)$$

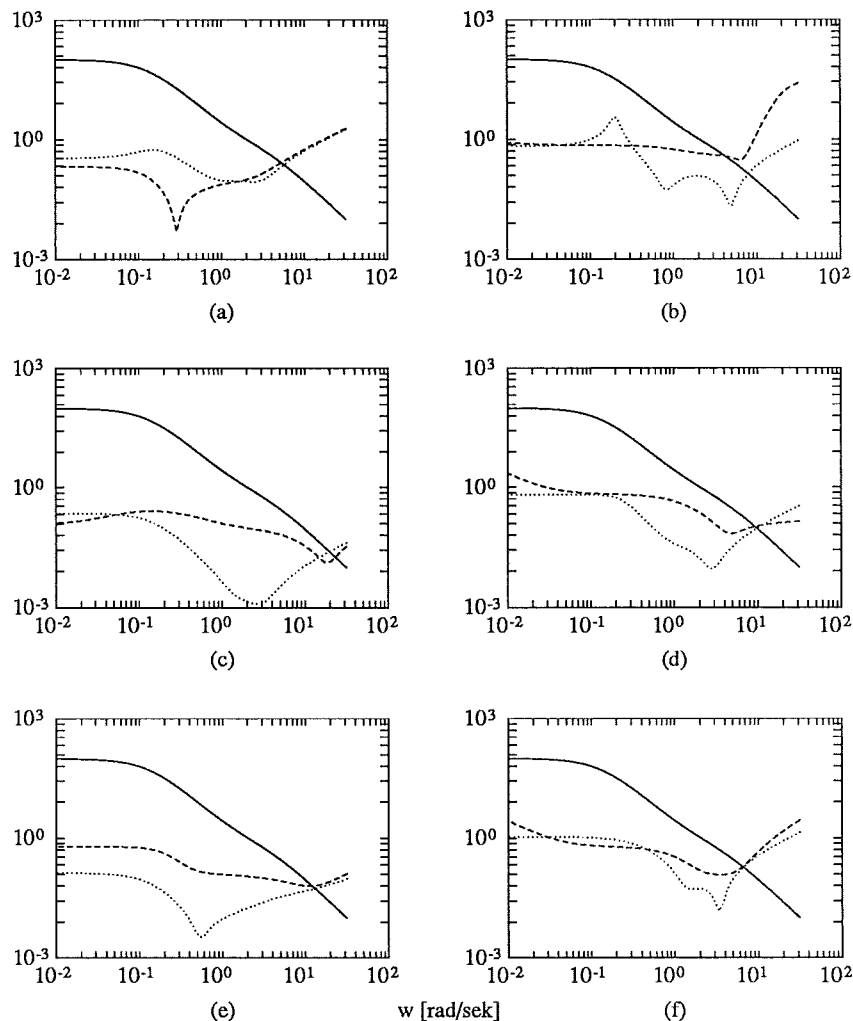


Figur 10. Simulering av Box-Jenkinsmodell med PRBS som referenssignal, låg resp. hög brusnivå. Systemet (heldragen), direkt identifiering (streckad), indirekt identifiering (prickad).



Figur 11. Simulering av Box-Jenkinsmodell från sinus med PRBS-varierande fas som referenssignal, låg resp. hög brusnivå. Systemet (heldragen), direkt identifiering (streckad), indirekt identifiering (prickad). Vid den höga brusnivån blev modellen från indirekt identifiering instabil och har därför utelämnats.

En användbar metod för att välja ut det frekvensområde inom vilket man önskar största möjliga noggrannhet i sin modell är att filtrera regressor- och observationsvektorerna i frekvensplanet. Denna möjlighet har dock inte utnyttjats i undersökningen. För utförligare beskrivning rekommenderas istäl-

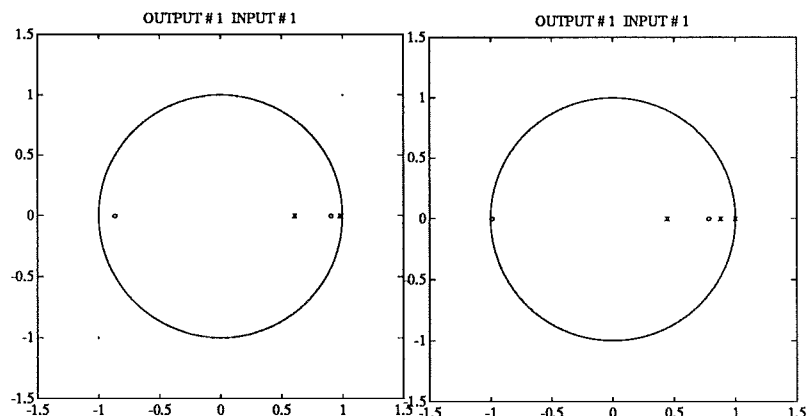


Figur 12. Amplitudkurva för systemets överföringsfunktion (heldragen), relativt fel i överföringsfunktionen för modell vid direkt identifiering (streckad), indirekt identifiering (prickad) för: a) steg, låg brusnivå b) steg, hög brusnivå c) PRBS, låg brusnivå d) PRBS, hög brusnivå e) sinus med PRBS-varierande fas, låg brusnivå f) sinus med PRBS-varierande fas, hög brusnivå.

let Rolf Johanssons kompendium "Modeling and Identification".

De relativa felen $e(iw)$ för de olika modellerna finns tabellerade för några olika frekvenser i tabellerna 2 och 3. Amplituddiagram finns i Fig.12. Lägst relativt fel erhöles vid indirekt identifiering med PRBS som referenssignal. Störst relativt fel erhöles vid direkt identifiering med stegformad insignal.

- Spektralfördelningen hos residualerna för att verifiera antagandet om vitt brus i modellen. Bruset kan betraktas som vitt vid ansats av en tredje ordningens modell för PRBS och sinus-signal som referenssignal. För steg-svarstestet hade brusets i stort sett samma spektralfördelning oavsett modellordning.



Figur 13. Pol- och nollställesplacering diskret tid, för öppna systemet (vänster) samt för reducerad modell från femte ordningen (höger).

Tabell 2. Relativt fel i överföringsfunktionen, direkt identifiering låg brusnivå.

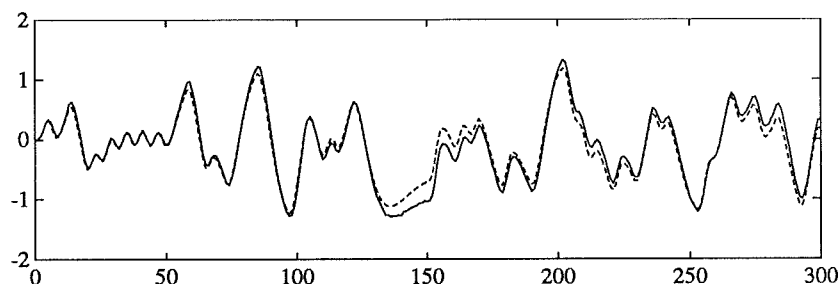
Signal	Modellordning	$e(0.0)$	$e(i0.3)$	$e(i3.0)$	$e(i10)$	ω [rad/sek]
Steg	2	3.1244	0.5030	0.1334	0.6936	
"	3	0.1863	0.0048	0.1365	0.5372	
"	4	0.1200	0.0116	0.1453	0.5970	
PRBS	2	2.2449	0.6454	0.1567	0.0509	
"	3	0.1331	0.2255	0.0846	0.0363	
"	4	0.1164	0.2252	0.0847	0.0376	
Sinus	2	1.9888	0.6459	0.1460	0.7359	
"	3	0.6279	0.2788	0.1005	1.9922	
"	4	2.5376	0.2940	0.1086	6.2906	

Tabell 3. Relativt fel i överföringsfunktionen, indirekt identifiering låg brusnivå.

Signal	Modellordning	$e(0.0)$	$e(i0.3)$	$e(i3.0)$	$e(i10)$	ω [rad/sek]
Steg	2	2.4637	0.2321	0.0752	0.8587	
"	3	0.3448	0.3544	0.0954	0.4982	
"	4	1.1880	0.5397	0.1030	0.4292	
PRBS	2	1.0475	0.8407	0.0098	0.0175	
"	3	0.2734	0.0620	0.0014	0.0104	
"	4	1.0453	0.8488	0.0079	0.0119	
Sinus	2	1.0521	0.8239	0.0392	2.8070	
"	3	0.2114	0.0434	0.0247	6.6038	
"	4	1.0563	0.8095	0.0412	6.1968	

8. Modellreduktion

En dynamisk modell av hög ordning är opraktisk vid simulering. Det kan därför vara av intresse att kunna reducera en modell av onödigt hög ordning. Hur viktigt för att erhålla god identifiering är det, att man ansätter en modell av korrekt ordning, dvs lika hög ordning som systemet? Är det möjligt att ansätta en något för hög ordning och sedan ta fram en användbar modell genom modellreduktion t.ex. via balanserad realisering?



Figur 14. Simulering av en reducerad modell från Box-Jenkinsmodell av ordning 5, direkt identifiering. Systemet (heldragen), modellen (streckad).

En femte ordningens Box-Jenkinsmodell anpassades till mätdata för PRBS som referenssignal genom direkt identifiering. Den skattade modellen transformerades till balanserad tillståndsform genom kommandot `dbalreal` i MATLAB och reducerades till en tredje ordningens modell med hjälp av kommandot `dmodred`. Transformereringen sker med hjälp av en transformationsmatris som bestäms av styrbarhets- och observerbarhetsgramianen Σ . Gramianens diagonalvektor m beskriver varje tillstånds relativa betydelse för systemets insignal-utsignal beteende. Höga värden på diagonalelementen representerar tillstånd av större vikt medan små värden representerar mindre betydelsefulla tillstånd. De mindre betydelsefulla tillstånden kan elimineras. Gramianens egenvärden indikerar i detta fall snarare ett första eller andra ordningens system än ett tredje:

$$m = 1567.7 \quad 0.6554 \quad 0.0481 \quad 0.0034 \quad 0.0032$$

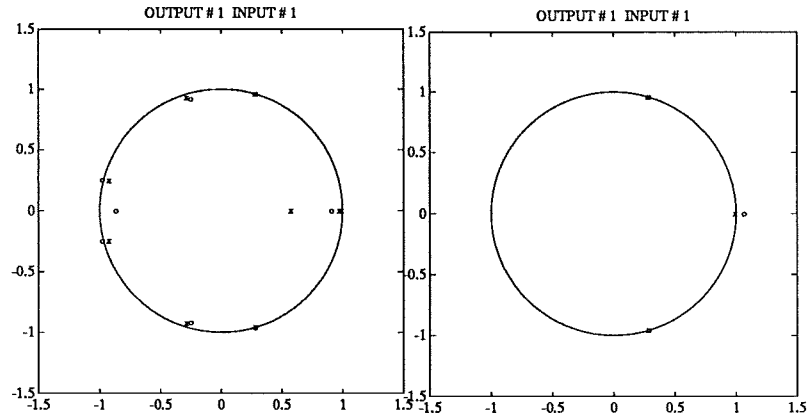
De återstående polerna och nollställena överensstämmer bra med det verkliga systemet. Pol- och nollställesplacering för modellen respektive systemet återfinns i Fig.13. Vid en låg brusnivå anpassar den reducerade modellen ganska bra. Se simulering i Fig.14. Vid högre brusnivå överensstämmer inte längre de reducerade modellens poler och nollställen lika bra. Nollställena är svårast att placera rätt. De andra referenssignalerna ger i princip samma resultat.

Vid försök att med samma metod reducera en nionde ordningens modell blev resultatet inte alls lika bra. Referenssignal var PRBS. Efter balanserad realisering indikerade gramianens egenvärden en tredje ordningens modell:

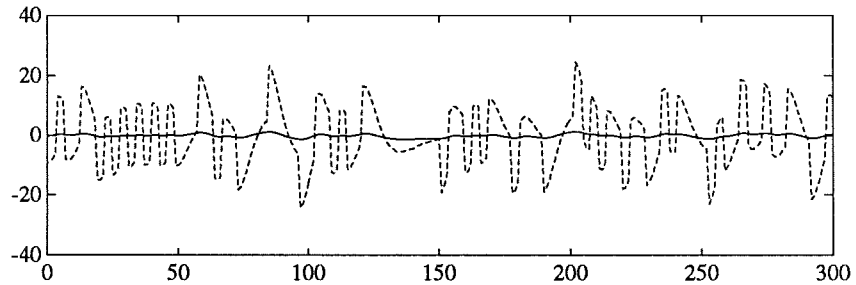
$$m = 62.4255 \quad 62.4252 \quad 45.9407 \quad 4.4749 \quad 0.1426$$

$$0.0142 \quad 0.0137 \quad 0.0025 \quad 0.0019$$

Den reducerade modellen förkortade bort poler och nollställen som ingick i systemet och behöll istället poler och nollställen, som överlappade varandra. Pol- och nollställesdiagram återfinns i Fig.15. Denna felaktiga polplacering resulterade i spikar i utsignalen vid simulering av modellen. Se Fig.16.



Figur 15. Pol- och nollställesplacering diskret tid, balanserad realisering av nionde ordningens modell från PRBS (vänster) samt reducerad till tredje ordningens modell (höger).



Figur 16. Simulering av en reducerad modell från Box-Jenkinsmodell av ordning 9, direkt identifiering. Systemet (heldragen), modellen (streckad).

8.1 Excitationsordning

Man kan dock inte räkna med att kunna ansätta en modell av högre ordning än excitationsordningen på insignalen u . En signal sägs vara tillräckligt exciterande, persistently exciting, av ordning n om följande gränsvärden existerar

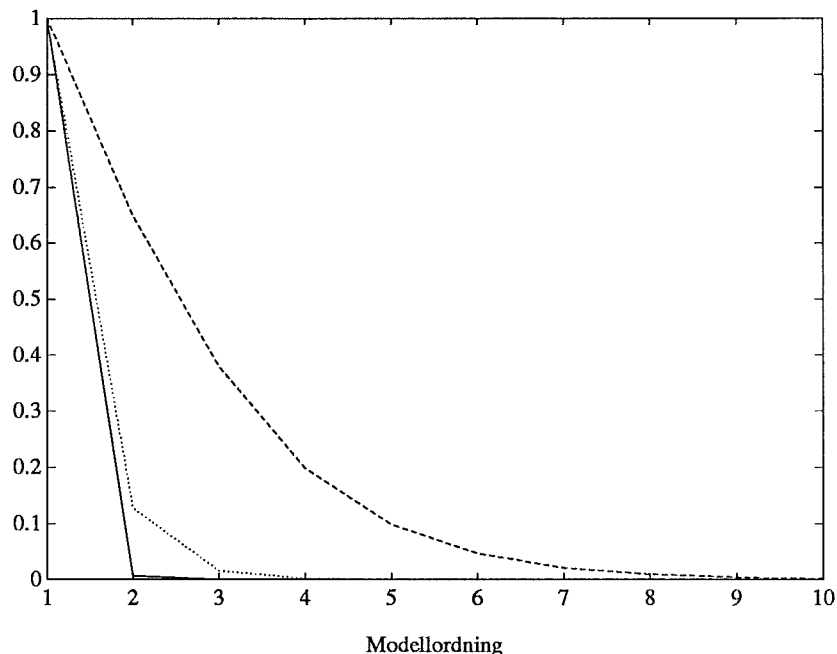
$$\bar{u} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_k \quad (26)$$

$$r_u(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (u_k - \bar{u})(u_{k-\tau} - \bar{u})^T \quad (27)$$

och om matrisen

$$R_u(n) = \begin{pmatrix} r_u(0) & r_u(1) & \dots & r_u(n-1) \\ r_u(-1) & r_u(0) & \dots & r_u(n-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_u(1-n) & r_u(2-n) & \dots & r_u(0) \end{pmatrix} \quad (28)$$

är positivt definit. Matriselementen $r_u(\tau)$ beräknas med kommandot `xcorr` i MATLAB. Vid beräkning av determinanten för R -matrisen finner man inte



Figur 17. Det $R_u(n)$ för insignaler med stegsvar (heldragen), PRBS (streckad) respektive sinus med varierande fas (prickad) som referenssignal. (Normerade värden.)

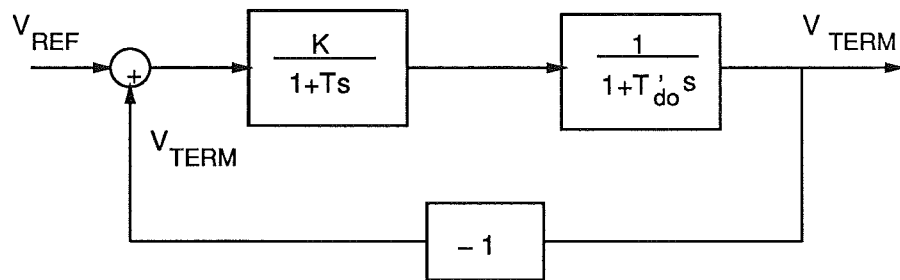
någon skarp gräns för vid vilken ordning man inte längre har tillräcklig information för att ansätta en modell. Se tabell 4. Studium av matrisens singulära element antyder samma problem. I Fig.17. har normerade värden på det $R_u(n)$ för olika insignaler plottats i samma diagram. Den insignal man erhåller med PRBS som referenssignal har betydligt högre excitation än de båda andra insignalerna. Vid stegsvartest kan man inte räkna med att kunna ansätta mer än en andra ordningens modell. Detta förklarar i viss mån varför denna referenssignal lett till så dåliga skattningar.

Tabell 4. Det $R_u(n)$ med PRBS som referenssignal.

n	det $R_u(n)$	n	det $R_u(n)$
1	0.9296	8	0.0089
2	0.6036	9	0.0038
3	0.3534	10	0.0016
4	0.1848	11	0.0007
5	0.0919	12	0.0003
6	0.0438	13	0.0001
7	0.0199	14	0.0000

Vilken ordning på modellansats man väljer verkar således inte vara likgiltigt vid identifiering. Det råder stor oklarhet om hur man skall avgöra, vilken modellordning som kan ansättas utan risk att få tvivelaktiga resultat. Bäst resultat erhålles vid exakt kännedom om systemets ordning. Modellens ordning bör i annat fall ligga så nära det verkliga systemets ordning som möjligt.

Även Gustavsson et al. betonar i sin artikel vikten av att i förväg känna till ordningen på systemet. Det är enligt dem inte möjligt att i efterhand testa ett systems identifierbarhet. För att få högsta möjliga noggrannhet i skattningarna bör modellansatsen innehålla så få parametrar som möjligt.



Figur 18. Modell för spänningsregleringskrets.

9. Identifiering av regulatorparametrar

I ett projekt i Sarawak, Malaysia, utfördes mätningar på spännings- och turbinregulatorer vid fyra olika elkraftstationer. Målet var att ta fram lämpliga dynamiska modeller för datorsimuleringar av dessa regulatorer. För att tillämpa tidigare beskrivna metoder på verkliga data utfördes identifiering av en spänningsregulator på en vattenkraftstation.

9.1 Systemet

En modell för spänningsregulatorn återfinns i Fig.18. Det öppna systemet kan beskrivas som ett andra ordningens system

$$G_0(s) = \frac{K}{(1+Ts)(1+T'd_0s)}. \quad (29)$$

Det återkopplade systemet har överföringsfunktionen

$$G_S(s) = \frac{K/(T \cdot T'd_0)}{s^2 + s \cdot (T + T'd_0)/(T \cdot T'd_0) + (K + 1)/(T \cdot T'd_0)}. \quad (30)$$

Tidskonstanten $T'd_0$ betraktas som känd och har ett värde på 6.90 sek. De sökta parametrarna är förstärkningen K och tidskonstanten T .

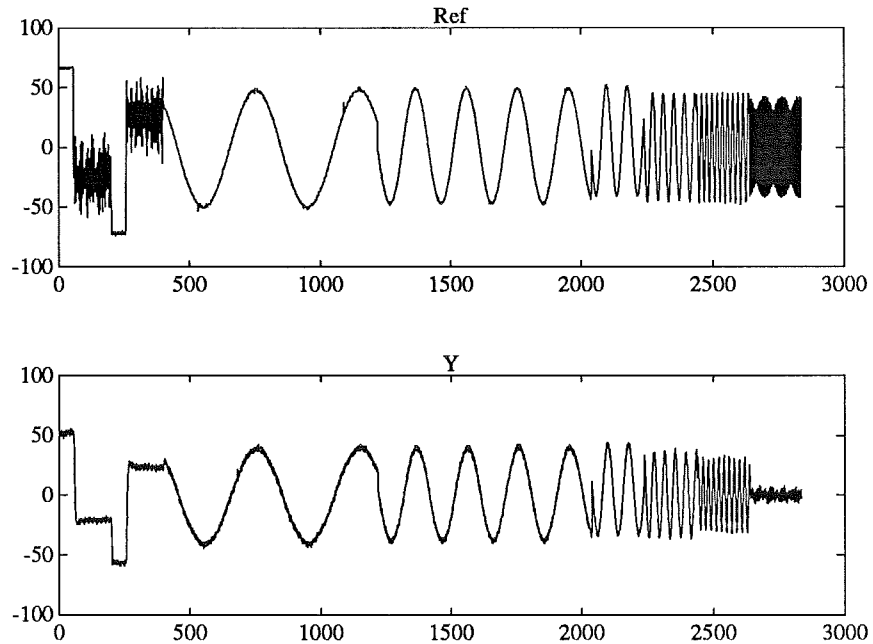
9.2 Experimentvillkor

Experimenten utfördes genom att addera yttre signaler till referensspänningen. Testsignalerna bestod av två stegsvarstest och sex sinussignaler med frekvenserna 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0 resp. 5.0 Hz. Samplingsfrekvensen var 200 Hz.

9.3 Mätvärdesbehandling

Före identifiering subtraherades medelvärden från mätserierna. För att kunna utnyttja MATLABs identifieringspaket för beräkning av en modell som anpassar i samtliga frekvensområden lades mätserierna i en fil efter varandra för referenssignal respektive utsignal. Genom detta förfaringsätt tas inte hänsyn till initialtillstånden, vilket leder till felaktigheter i övergångarna mellan de olika signalerna. Ur praktisk synpunkt är dock detta av mindre vikt då antalet mätpunkter var stort och signalerna innehöll ganska mycket brus. Eftersom systemet inte innehåller några dåligt dämpade poler försvinner dynamiken vid övergångarna relativt snabbt.

Eftersom man endast var intresserad av ett frekvensområde upp till 10 Hz utnyttjades bara var femte mätpunkt för identifiering. Samplingsfrekvensen



Figur 19. Referenssignal och utsignal till systemet.

reducerades alltså till 40 Hz. Dessa mätdata återfinns i Fig.19. Koherensfunktionen uppvisade god koherens mellan insignal och utsignal upp till omkring 11 Hz.

9.4 Identifiering

En andra ordningens Box-Jenkinsmodell ansattes i MATLAB. Överensstämmelsen mellan Bodediagrammet för det uppmätta systemet och den med denna metod identifierade modellen var mycket god. Störst avvikelse erhöles i fasgången vid frekvenser närmare 10 Hz. Anpassningen till det uppmätta systemet var lika god som hos den modell som framtagits med hjälp av 'handplockningsmetodiken' som använts i rapporten. Se Fig.20. respektive diagrammet BA01BODE i SESCO-rapporten. Den beräknade överföringsfunktionen blir översatt till kontinuerlig tid

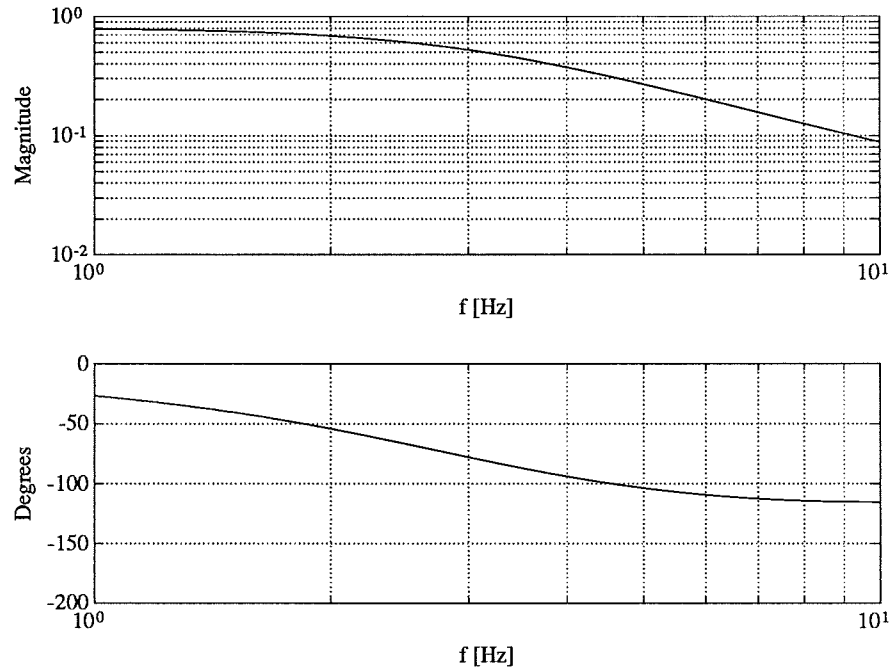
$$\hat{G}_S(s) = \frac{3.4849s + 283.2935}{s^2 + 29.5075s + 347.2946} \quad (31)$$

På grund av problem med entydighet vid översättning från diskret till kontinuerlig tid erhålls ett oönskat nollställe. Detta nollställe har så snabb dynamik, att det saknar praktisk betydelse. Regulatorparametrarna kan beräknas ur sambanden

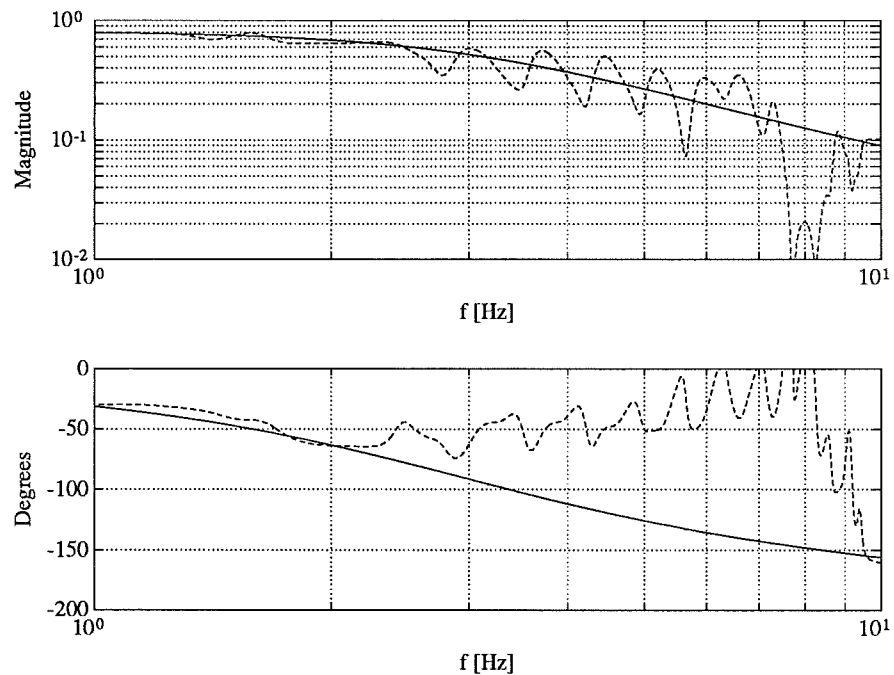
$$\frac{\hat{K}}{(\hat{T} \cdot T'_{do})} = 283.2935 \quad (32)$$

$$\frac{\hat{K} + 1}{(\hat{T} \cdot T'_{do})} = 347.2945 \quad (33)$$

$$\frac{\hat{T} + T'_{do}}{(\hat{T} \cdot T'_{do})} = 29.5075 \quad (34)$$



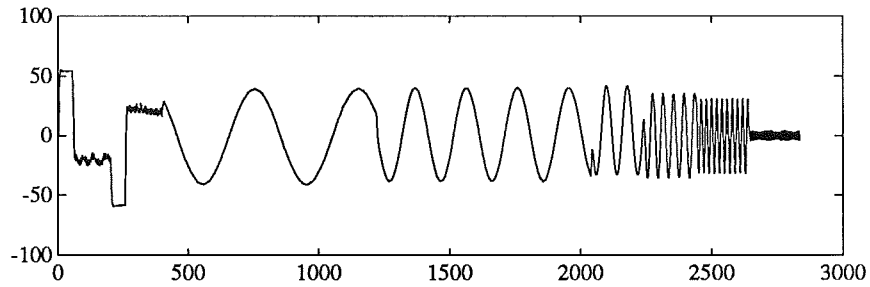
Figur 20. Bodediagram för Box-Jenkinsmodell av andra ordningen, kontinuerlig tid.



Figur 21. Bodediagram för Box-Jenkinsmodell (heldragen) samt modell skattad med spektralanalys (streckad), diskret tid.

Genom utnyttjande av ekvationerna (32) och (34), för vilka variansen i parameterskattningarna var lägst, erhöles $\hat{K} = 65.87$ och $\hat{T} = 0.0337$. Dessa skattade värden kan jämföras med dem som erhållits i rapporten, $\hat{K} = 68$ och $\hat{T} = 0.025$.

Identifiering genom spektralanalys, funktionen `spa` eller `spectrum` i MATLAB, ger betydligt sämre resultat. Se jämförelse med Box-Jenkinsmodellen i



Figur 22. Simulering av Box-Jenkinsmodell av andra ordningen.

Bodediagrammet i Fig.21. Speciellt faszgången överensstämmer mycket dåligt.

9.5 Validering

Simulering av Box-Jenkinsmodellen ger gott resultat. En simulering återfinns i Fig.22. Vid residualtest märks övergångarna mellan de ihopsatta signalerna tydligt som spikar i residualerna vid dessa tidpunkter. Autokorrelationskurvan uppvisar på grund av denna sammansättning ett beroende mellan residualerna. Standardavvikelsen i parameterskattningarna i den diskreta överföringsfunktionen varierade mellan 0.003 och 0.02.

10. Experiment med analogmaskin

För att jämföra de resultat som erhöles vid simuleringar i SIMNON med verkliga experiment realiserades samma tredje ordningens system på en av institutionens analogmaskiner, en 02R/L.

10.1 Systemet

Det öppna systemet $G_0(s)$, ekvation (10), skrevs om på styrbar kanonisk tillståndsform och kopplades sedan upp på maskinen.

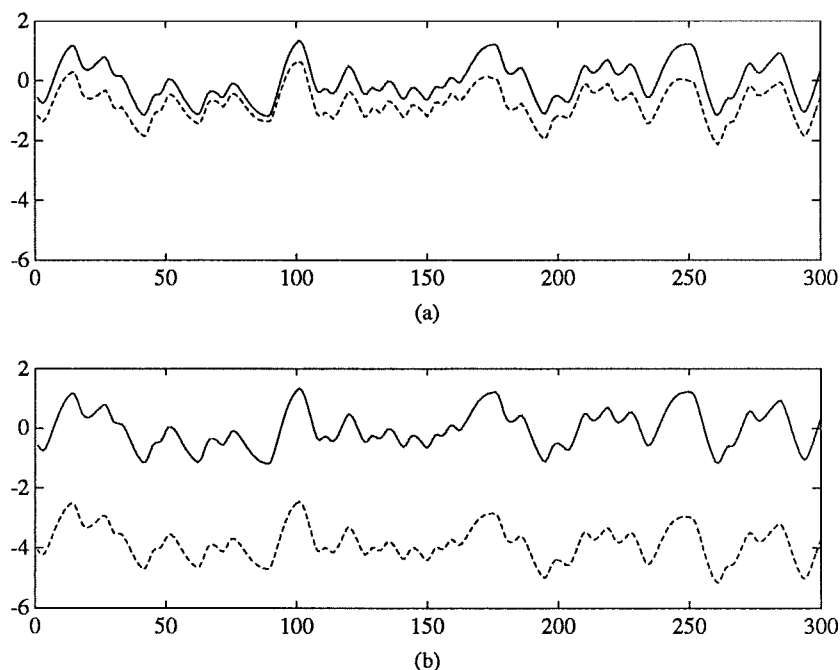
$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} -5.3 & -1.52 & -0.1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \quad (35)$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 10 \end{pmatrix} x \quad (36)$$

Systemet återkopplades som tidigare med $u = ref - y$. Eftersom det är omöjligt att göra inställning av potentiometrar helt exakt och eftersom varje komponent har en viss tolerans kommer det 'i verkligheten' uppkopplade systemet att avvika något från det nominella systemet $G_0(s)$.

10.2 Experimentvillkor

För generering av referenssignaler och loggning av data användes en modifierad version av institutionens Modula2-program LOGGER på IBM-PC. Referenssignaler var som tidigare stegsvarstest, PRBS och sinus-signal med fas som varierar stokastiskt mellan $\pm \frac{\pi}{2}$. Mätningar genomfördes dels med enbart 'naturligt' brus, dels med pålagt brus från en hos analogmaskinen inbyggd brusälla.



Figur 23. Utsignal från systemet (heldragen) samt simulering av Box-Jenkinsmodell (streckad). a) Direkt identifiering, b) indirekt identifiering med PRBS som referenssignal. (Utdrag i mitten av dataserien.)

Samplingsfrekvensen valdes till 10 Hz och antalet mätpunkter i varje mätserie uppgick till 1000. Den tidsfördröjning på 0.5 ms som uppkommer mellan styrsignalen och insignalen till IBM-maskinen är försumbar i sammanhanget.

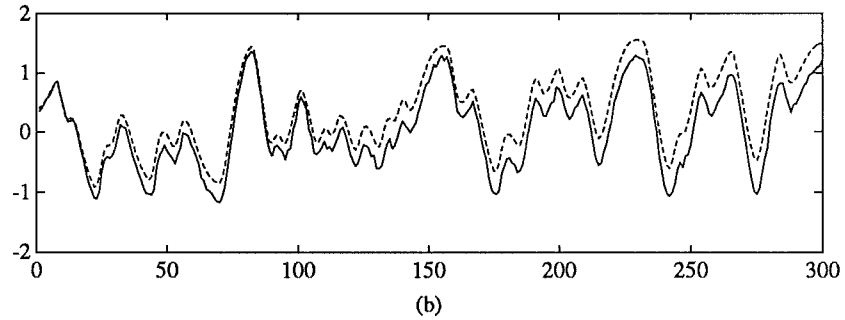
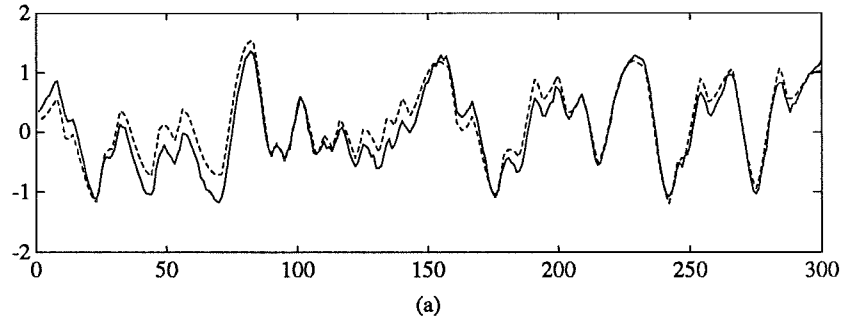
Excitationen hos referenssignalerna varierar kraftigt med signaltyp. För stegsvarstest minskar excitationsgraden med en faktor 1000 vid ökande modellordning, för PRBS med en faktor 2 och för sinus-signalen med en faktor 10. Redan vid tredje ordningen är excitationsgraden så låg för stegsvarstest och sinus-signalen att högre modellansatser inte är meningsfulla.

Koherensfunktionen uppvisade ett starkt samband mellan insignal u och utsignal y upp till ungefär 20 rad/sek, dvs 3 Hz, för PRBS och upp till 12 rad/sek, dvs 2 Hz, för sinus-signalen. Stegsvartestet uppvisade god koherens endast i ett smalt frekvensområde runt skärfrekvensen, i området $\omega = \{2, 5\}$ rad/sek, dvs $\{0.3, 1\}$ Hz.

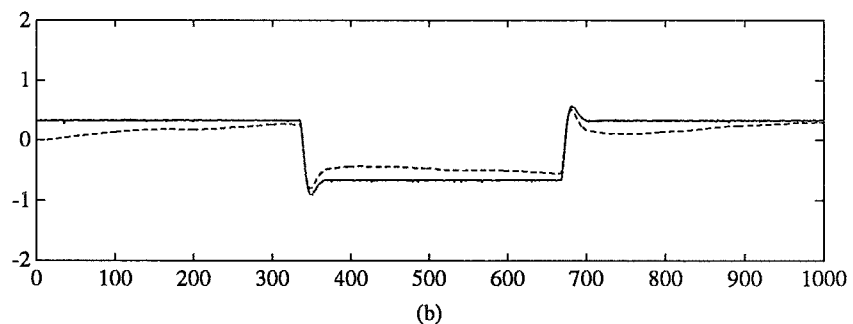
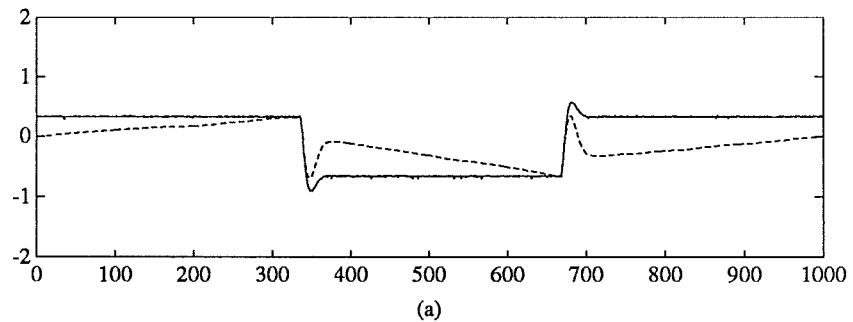
10.3 Identifiering och validering

På samma sätt som tidigare ansattes tredje ordningens modeller av ARMAX- och Box-Jenkinsstruktur. För validering av de identifierade modellerna jämfördes systemets utsignal med simulering av modellen. Skattningen av lågfrekvensförstärkningen uppvisade stor spridning mellan olika identifieringsförsök. Den simulerade utsignalen hamnade därför på en felaktig signalnivå. Det mellanfrekventa beteendet fångades dock upp relativt bra av modellerna. Några olika simuleringar återfinns i figurerna 23 t.o.m. 26.

Vidare jämfördes Bodediagram för de parametriska modellerna skattade med prediktionsfelsmetod med modeller erhållna från spektralanalys. Överensstämmelsen är relativt god i det mellanfrekventa området, medan lågfrekvensförstärkningen skattas mycket dåligt med spektralanalys. Indirekt identifieringsmetod har störst överensstämmelse med det ursprungliga systemet. Bodediagrammen för det nominella systemet samt de skattade modellerna återfinns



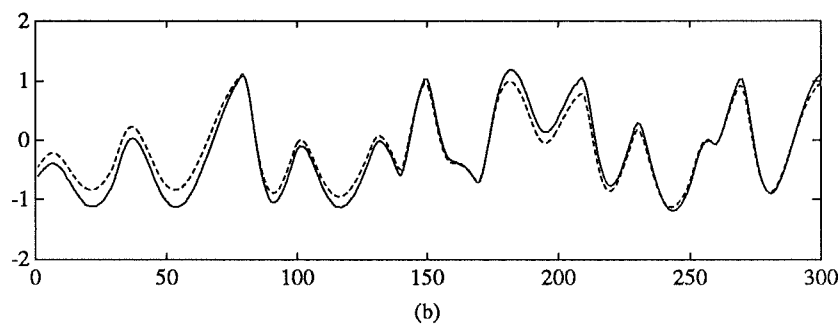
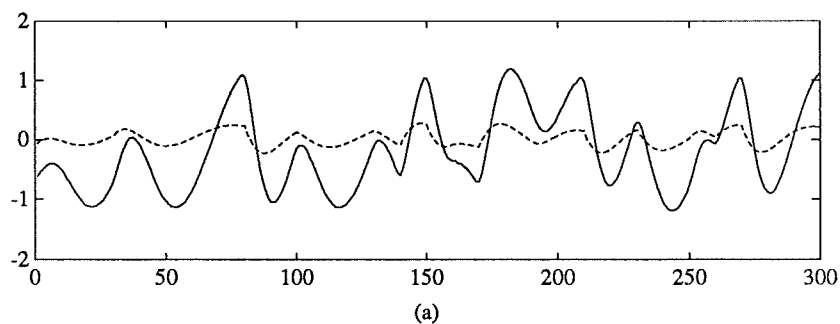
Figur 24. Utsignal från systemet (heldragen) samt simulering av Box-Jenkinsmodell (streckad). a) Direkt identifiering , b) indirekt identifiering med PRBS som referenssignal och pålagt brus. (Utdrag i mitten av dataserien.)



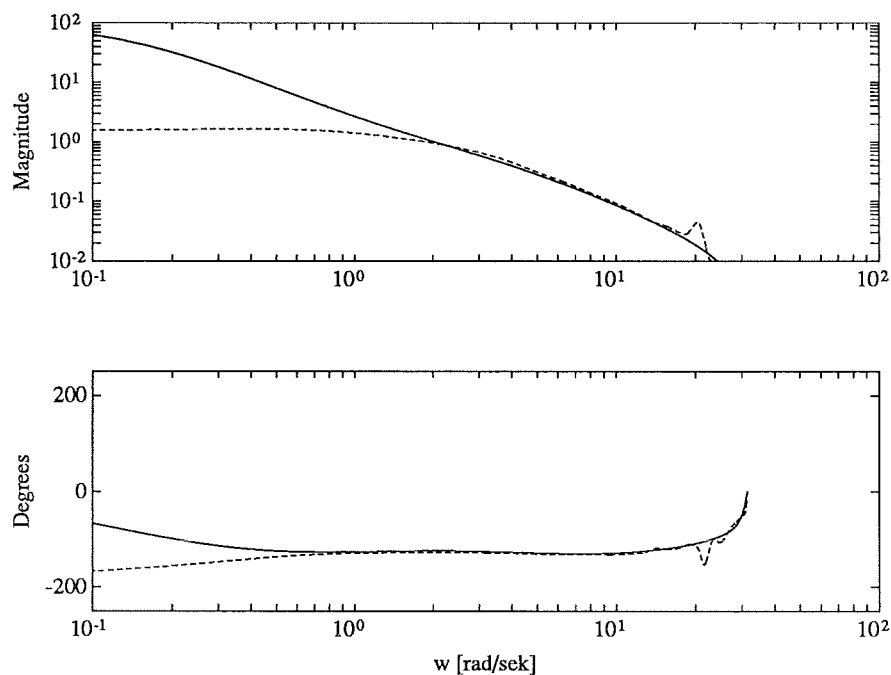
Figur 25. Utsignal från systemet (heldragen) samt simulering av Box-Jenkinsmodell (streckad). a) Direkt identifiering , b) indirekt identifiering med stegsvar som referenssignal.

i Fig.27 och 28.

Residualtester såsom auto- och korskorrelationskurvor samt teckentester - dvs antal nollövergångar hos residualerna, indikerade goda skattningar för identifieringar med indirekt metod och även i de flesta fallen för den direkta metoden. För direkt identifieringsmetod med pålagt brus indikerade korskor-

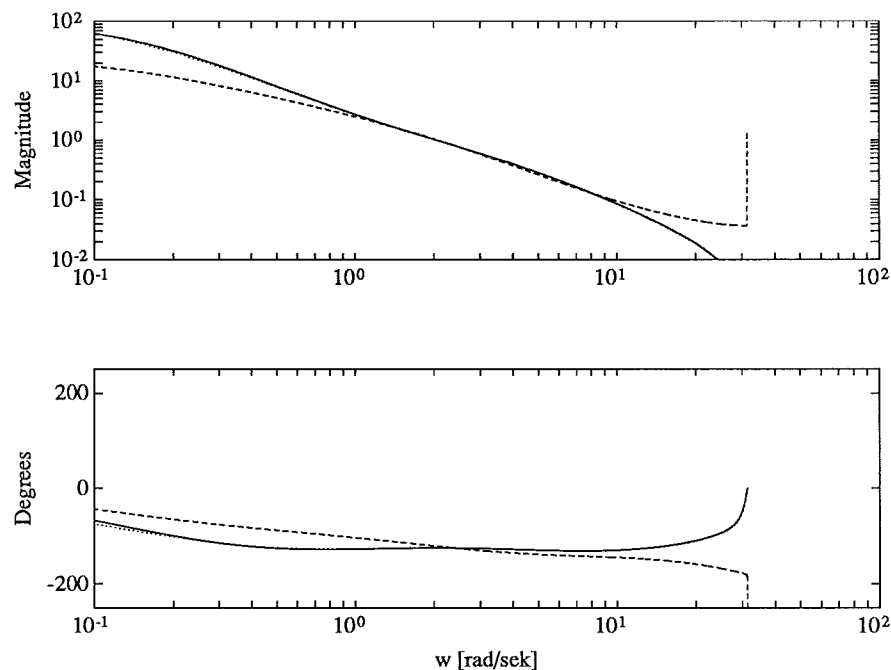


Figur 26. Utsignal från systemet (heldragen) samt simulering av Box-Jenkins-modell (streckad). a) Direkt identifiering, b) indirekt identifiering med sinussignal med varierande fas som referenssignal. (Utdrag i mitten av dataserien.)



Figur 27. Överföringsfunktion för det nominella systemet (heldragen) samt för modell skattad med spektralanalys (streckad). PRBS som referenssignal, utan pålagt brus.

relationen mellan residualer och insignal en för låg modellordning. För att erhålla snygga residualer för denna skattning tvingas man utöka ansatsen till en modell av betydligt högre ordning. Med tanke på den låga excitationsgraden hos insignalen u kan det dock inte anses lämpligt att ansätta en modell med mycket högre ordning än tre.



Figur 28. Överföringsfunktion för det nominella systemet (heldragen) samt för modeller skattade med prediktionsfelsmetod: direkt identifiering (steckad) samt indirekt identifiering (prickad). PRBS som referenssignal, utan pålagt brus.

Det visade sig vara ganska svårt att identifiera fram modeller vars skattade parametrar överensstämmer med det nominella systemets. Nollställena var svårast att identifiera. Skattningarna skiljde sig mest vid direkt identifiering. Detta beror med stor sannolikhet på onoggrannhet i resistorerna i summationspunkten på systemets ingång. Offset tas omhand genom subtraktion av medelvärden från mätdata och inverkar därför inte på skattningarna. Indirekt identifiering gav i vissa fall mycket bra skattningar av det ursprungliga systemet.

Modellansats av Box-Jenkinsstruktur gav bäst resultat. Standardavvikelsen i skattningarna av de diskreta polynomen var i flera fall en knapp tiopotens lägre hos ARMAX-modellerna än hos Box-Jenkinsmodellerna. ARMAX-modellerna blev emellertid inte sällan instabila, varför de ur praktisk synpunkt är oanvändbara för datorsimuleringar.

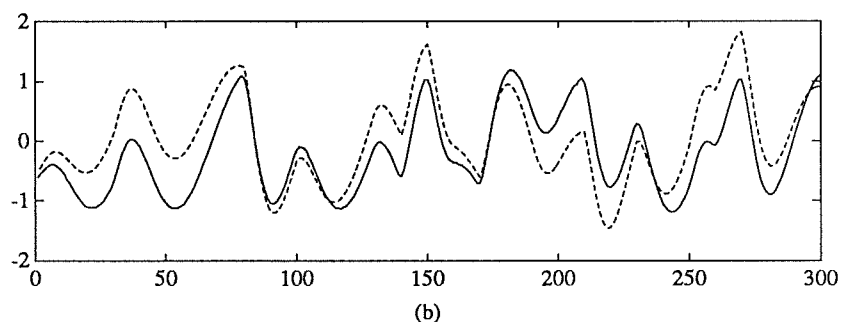
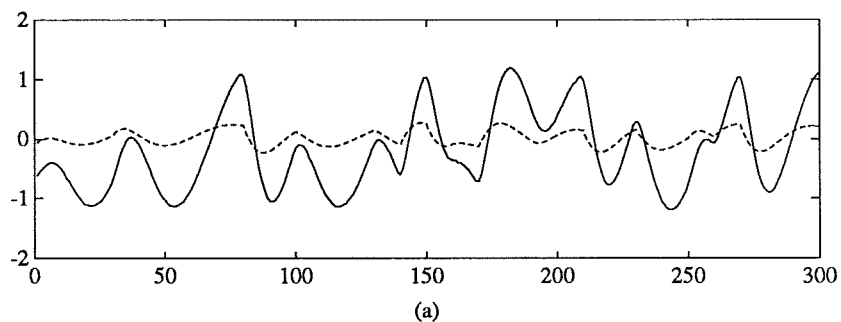
Nedan följer några exempel på identifieringsförsök.

EXEMPEL 4—Inverkan av modellansats och identifieringsmetod

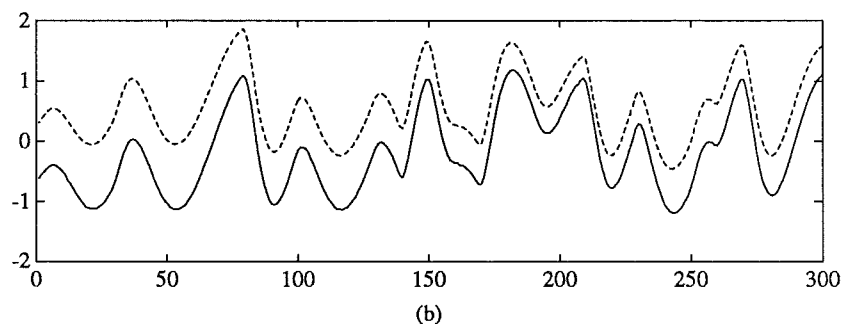
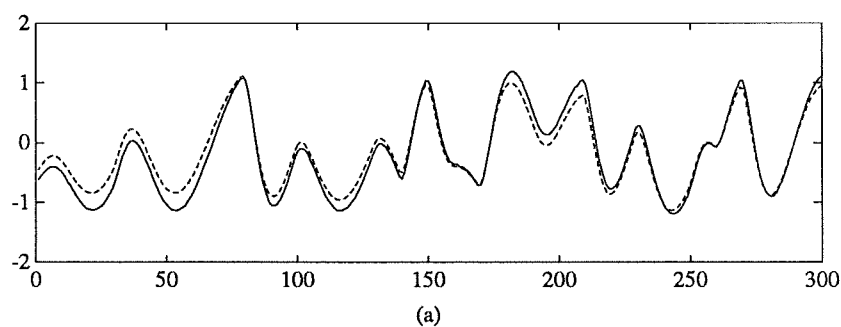
Olika ansatser kan utgående från samma mätserier resultera i helt skilda modeller. Referenssignal var i detta fall en sinus-signal med varierande fas. Antalet mätpunkter var 1000. Identifiering gjordes först med direkt metod. En tredje ordningens Box-Jenkinsmodell ansattes för identifiering av det öppna systemet. Denna ansats gav följande skattning av överföringsfunktionen:

$$\hat{G}_0(s) = \frac{0.6156s^2 + 5.8183s + 2.2561}{s^3 + 11.3807s^2 + 4.5702s - 0.0496} \quad (37)$$

Den statistiska förstärkningen skattades alltså till 45.5196. Detta stämmer dåligt överens med det ursprungliga systemet. Studium av korskorrelationen mellan insignal och residualer indikerar en alltför låg modellordning. Simulering av



Figur 29. Utsignal från systemet (heldragen), simulering av direkt identifierad modell (streckad). a) Box-Jenkins, b) ARMAX.

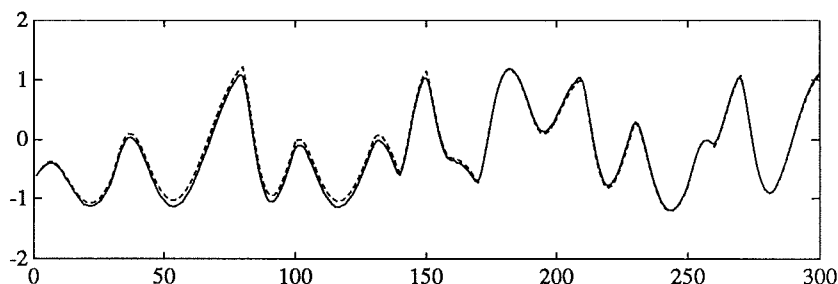


Figur 30. Utsignal från systemet (heldragen), simulering av indirekt identifierad modell (streckad) . a) Box-Jenkins, b) ARMAX.

denna modell gav följdaktligen mycket dåligt resultat, se Fig.29 a. Med ansats av en tredje ordningens ARMAX-modell blev resultatet något bättre.

$$\hat{G}_0(s) = \frac{3.6031s^2 + 127.8047s + 310.9587}{s^3 + 14.1854s^2 + 18.1103s + 65.0067} \quad (38)$$

Skattningen överensstämmer inte heller här med det ursprungliga systemet.



Figur 31. Utsignal från systemet (heldragen), simulering av reducerad Box-Jenkinsmodell (streckad).

Den statistiska förstärkningen skattas till endast 4.7835. Residualtester gav nu bättre resultat, förutom korskorrelationen som uppvisade en topp för området kring $\tau = 0$. Deterministisk simulering av denna modell ger relativt god överensstämmelse med signalens utsignal, se Fig.29 b.

Indirekt identifiering ger betydligt bättre resultat både för ARMAX- och Box-Jenkinsansats. Skattningen av det öppna systemet blir för Box-Jenkinsansats:

$$\hat{G}_0(s) = \frac{0.0049s^2 + 9.9098s + 9.8321}{s^3 + 5.2689s^2 + 1.5155s + 0.0949} \quad (39)$$

samt

$$\hat{G}_0(s) = \frac{-0.0123s^2 + 10.0140s + 11.6554}{s^3 + 5.5624s^2 + 2.1655s - 0.0049} \quad (40)$$

för ARMAX. Dessa båda skattningar ligger nära det ursprungliga systemets överföringsfunktion. Den sistnämnda, ARMAX-modellen, är dessutom en instabil modell. Den statistiska förstärkningen skattas till 103.63 respektive -2363.4. Trots detta uppför sig båda modellerna bra vid simulering. Se Fig.30. Varianserna i polynomskattningarna är lägre för indirekt identifieringsmetod än för direkt.

□

EXEMPEL 5—Modellreduktion

Föregående mätserie anpassades dessutom till en fjärde ordningens Box-Jenkinsmodell. Efter överföring till balanserad realisering samt reducering till en tredje ordningens modell erhöles följande skattning av systemets överföringsfunktion:

$$\hat{G}_0(s) = \frac{1.0472s^2 + 9.6424s + 8.4438}{s^3 + 4.2203s^2 + 0.9783s + 0.1107} \quad (41)$$

Denna överensstämmer relativt väl med det ursprungliga systemet. Den statistiska förstärkningen uppgår till 76.2877. Gramianens egenvärden indikerar dock snarare ett andra ordningens system:

$$m = 13.8016 \quad 5.4746 \quad 0.1218 \quad 0.0135 \quad 0.0128$$

En simulering av modellen återfinns i Fig.31. Box-Jenkinsansats visade sig i det här fallet leda till ett gott resultat genom ansättning av en högre modellordning med efterföljande modellreduktion.

□

11. Rekommendationer för identifiering

- Identifiering bör inledas med enklare experiment som t.ex. stegsvarstest, för att erhålla en första orientering om systemets egenskaper såsom begränsningar och olinjäriteter, lämpligt val av samplingsintervall osv. Därefter kan mer noggranna mätningar genomföras.
- Förutsättningar för att identifiering enligt tidigare beskrivna metoder skall fungera är att systemet uppför sig linjärt. Kontrollera därför att koherensen mellan in- och utsignal är god i det intressanta frekvensområdet. Systemet skall uppvisa symmetri för positiva respektive negativa styrsignaler. Systemet skall dessutom vara tidsinvariant mellan registreringar gjorda vid olika tidpunkter.
- Subtrahera bort medelvärden och trend från mätdata. Filtrering kan också vara önskvärd, för att få större noggrannhet i ett visst frekvensintervall.
- Samplingsfrekvensen måste väljas så att vikningseffekter och interferens med digitala regulatorer undviks. En tumregel är att sampla 5-15 gånger på insvängningstiden för ett stegsvar. Experimentets längd bör vara minst 5-10 gånger större än den längsta tidskonstanten i systemet. Variansen i skattningarna σ^2 är proportionell mot $1/\text{experimentlängden}$. Ett experiment ger sällan mer än två dekader i frekvensplanet.
- Välj referenssignal med hög excitationegrad, om möjligt PRBS. Lämplig minsta period till omslag för PRBS kan vara tre gånger samplingsintervallet. Insignalenergin skall vara hög i det intressanta frekvensområdet. Experimentvillkoren bör likna dem som råder i det sammanhang modellen skall användas.
- Val av amplitud hos testsignalen är en avvägning mellan systemets begränsningar och rådande störningsförhållanden. En tumregel är att effekten av insignalen åtminstone skall vara skönjbar för ögat. Variansen σ^2 är proportionell mot $1/\text{insignaleffekten}$.
- Ansätt inte högre modellordning än excitationen hos mätsignalerna medger. Noggrannheten i parameterskattningarna minskar med antalet parametrar. Variansen i parameterskattningarna skall minska då antalet mätpunkter N ökar. Om så inte är fallet är modellansatsen felaktig.
- Ansätt flera olika typer av modeller: ARMAX, Box-Jenkins, output-error osv. Verifiera att skattningarna överensstämmer med varandra. Jämför Bodediagrammen för prediktionsfelsmetod och spektralanalys. Korsvalidera resultatet med en tidigare inte använd mätserie.
- Både direkt och indirekt metod kan ge goda resultat om identifieringsexperimenten utförts med eftertanke. Om båda typer av mätning är möjlig rekommenderas att utföra identifiering med båda metoderna för att kunna beräkna fram en användbar modell med största möjliga sannolikhet.

12. Slutsatser

- Identifiering i slutna krets ställer högre krav på experiment och excitation än normal identifiering. Det krävs referenssignaler med mycket hög excitationensgrad för att kunna lita på de parameterskattningar identifieringsmetoderna ger. Identifieringen blir dålig framför allt i det lågfrekventa området. Ett stegsvar ger inte tillräcklig information för att kunna identifiera fram en bra modell för simulering. Excitationen hos signalen är alltför låg för att identifiering av högre modellordningar skall vara möjlig.
- Ansats av korrekt modellordning är mycket viktigt för att erhålla bra modeller. Om insignalen haft tillräckligt hög excitationensgrad är det möjligt att ansätta en modell av en något högre ordning och sedan utföra modellreduktion via balanserad realisering. Det krävs dock att man är observant på resultatet då metoden i vissa fall leder till mindre noggranna eller rent av felaktiga modeller.
- Det visade sig vara svårt att identifiera fram en modell vars pol- och nollställesplacering överensstämde med systemets då signalerna innehöll mycket brus. Under fördelaktigare försöksvillkor kan dock parametrarna i systemets överföringsfunktion skattas med relativt god noggrannhet.
- Då systemet ligger nära gränsen till instabilitet kan ansatserna ARMAX och PEM leda till instabila modeller. Box-Jenkinsansats ger i allmänhet bättre resultat.
- Vid simulering av modellerna från SIMNON-systemet gav i samtliga fall direkt identifieringsmetod bättre överensstämmelse med systemets utsignal än indirekt metod. Vid experiment i lab-miljö erhöles dock väl så bra resultat med indirekt metod. Det går därmed inte att säga generellt vilken metod som är bäst.

13. Referenser

- R. JOHANSSON (1990): *Modeling and Identification*, Inst. f. Reglerteknik, Lund.
- T. SÖDERSTRÖM AND P. STOICA (1989): *System Identification*, Prentice Hall Int., United Kingdom.
- I. GUSTAFSSON, L. LJUNG AND T. SÖDERSTRÖM (1977): "Identification of Processes in Closed Loop - Identifiability and Accuracy Aspects," *Automatica*, Vol.13, pp. 59-75.
- SARAWAK ELECTRICITY SUPPLY CORPORATION (1990): "Measuring of Generator Parameters'," *SESCO projekt 5B*.

Appendix

CONTINUOUS SYSTEM s3

"Description:

" Models a third order continuous system

" $Y(s)=(b1*s^2+b2*s+b3)/(s^3+a1*s^2+a2*s+a3)*U(s)+V(s)$

INPUT u v

OUTPUT y

STATE x1 x2 x3

DER dx1 dx2 dx3

TIME t

"Inputs:

" u reference signal + output from system [creg]

" v white noise, output from system [noise]

"Outputs:

" y input to system [creg]

"States:

" x1

" x2

" x3

dx1=-a1*x1-a2*x2-a3*x3+u

dx2=x1

dx3=x2

y=b1*x1+b2*x2+b3*x3+level*v

"Parameters:

a1:5.3 "coefficient in the A(s)-polynomial

a2:1.52 " "

a3:0.1 " "

b1:0 "coefficient in the B(s)-polynomial

b2:10 " "

b3:10 " "

level:1 "noise level

END

Lista 1. Öppet tredje ordningens system.

CONTINUOUS SYSTEM creg

"Description:

" Proportional feedback to system [s3]

INPUT y ref

OUTPUT u

TIME t

"Inputs:

" y output from system [s3]

" ref reference signal

"Outputs:

" u input to system [s3]

$u = -k \cdot y + \text{ref}$

"Parameters:

k:1 "gain

END

Lista 2. Återkoppling hos slutet system.

DISCRETE SYSTEM noise

"Description

" Generates approximately white noise

" with rectangular distribution

" in the interval [-1,1]

OUTPUT e

TIME t

TSAMP ts

"Outputs:

" e white noise, input to system [s3]

$e = \text{NORM}(t)$

$ts = t + h$

"Parameters:

h:0.02 "sampling interval

END

Lista 3. Generering av brus.

DISCRETE SYSTEM prbs

```
"Description:
"   Generates a PRBS-like signal
"   that assumes values -1 or 1
"   with equal probability
```

```
OUTPUT y
TIME t
TSAMP ts
```

```
"Outputs:
"   y   PRBS signal
```

```
a=RECT(t)
y=IF a<0.5 THEN 1 ELSE -1
```

```
ts=t+h
```

```
"Parameters:
h:0.3   "sampling interval
```

```
END
```

Lista 4. Generering av PRBS.

CONTINUOUS SYSTEM sinprbs

```
"Description:
"   Generates a sinus-signal with phase that varies
"   like a PRBS between  $-\pi/2$  and  $\pi/2$ 
```

```
INPUT ph
OUTPUT y
TIME t
```

```
"Inputs:
"   ph  sign of the phase, output from [prbs]
```

```
"Outputs:
"   y   reference signal to system [s3]
```

```
y=SIN(w*t+ph*1.5707963)
```

```
"Parameters:
w=:1    "angle frequency
```

```
END
```

Lista 5. Generering av sinussignal med PRBS-varierande fas.

```
CONNECTING SYSTEM constep
```

```
"Description:
```

```
" Connecting system for simulating  
" system [s3] with feedback [creg],  
" reference signal a step of amplitude 1  
" and white noise from system [noise]
```

```
TIME t
```

```
u[s3]=u[creg]  
v[s3]=e[noise]  
y[creg]=y[s3]  
ref[creg]=IF (t<5 OR t>20) THEN 0 ELSE 1
```

```
END
```

Lista 6. Connecting system för stegformad referenssignal.

```
CONNECTING SYSTEM conprbs
```

```
"Description:
```

```
" Connecting system for simulating  
" system [s3] with feedback [creg],  
" reference signal a PRBS from [prbs]  
" and white noise from system [noise]
```

```
TIME t
```

```
u[s3]=u[creg]  
v[s3]=e[noise]  
y[creg]=y[s3]  
ref[creg]=y[prbs]
```

```
END
```

Lista 7. Connecting system för PRBS som referenssignal.

CONNECTING SYSTEM consinp

"Description:

" Connecting system for simulating
" system [s3] with feedback [creg],
" reference signal a sinus
" with phase that varies
" like a PRBS from [prbs]
" and white noise from system [noise]

TIME t

u[s3]=u[creg]
v[s3]=e[noise]
y[creg]=y[s3]
w[sinprbs]=y[prbs]
ref[creg]=y[sinprbs]

END

Lista 8. Connecting system för sinussignal med PRBS-varierande fas som referenssignal.

MACRO macpl

"Description:

" Simulation 30 sec
" system [s3] under feedback [creg]
" with reference [prbs] and
" white noise [noise], low noise level
" Data stored in fil.d
" Exported to MATLAB in fil.t
" Sampling interval 0.1

SYST s3 creg noise prbs logger conprbs
STORE ref[creg] u[s3] y[s3]
PAR dt[logger]:0.1 "sampling interval
PAR level[s3]:0.01 "noise level is low
TURN SEED 913 "set a fix value of seed
ALGOR rkf45
SIMU 0 30 /fil
ASHOW ref u y
EXPORT fil<fil

END

Lista 9. Simulering och loggning av data med PRBS som referenssignal.

```

function [u,y,r,thu,thr]=loadfile(nn);
% [u,y,r,thu,thr]=loadfile(nn)
% nn=[nb nc nd nf nk]

%Description:
% Loads fil.t to MATLAB and
% returns u,y and r
% Computes Box-Jenkins models thu and thr
% using direct and indirect identification
% and plots simulation of these models

load fil.t
r=fil*[0;1;0;0];
u=fil*[0;0;1;0];
y=fil*[0;0;0;1];
% maximum number of iterations
maxiter=30;
% sampling interval
h=0.1;
%Direct identification
thu=bj([y-mean(y) u-mean(u)],nn,maxiter,-1,-1,-1,h);
%Indirect identification
thr=bj([y-mean(y) r-mean(r)],nn,maxiter,-1,-1,-1,h);
%Computation of open loop transfer function H_0(z)
%from closed loop transfer function H_S(z)
[num,den]=dtrcbj(thr);
[Bd,Ad]=sample(num,den-num,h);
th=mktheta(Ad,Bd,Ad,1,1,-1,h);
%Deterministic simulation of the models
sth=idsim(u,thu);
sthr=idsim(u,th);
clg;
subplot(111);
plot([y sthu sthr]);

```

Lista 10. Inläsning av Simnon-fil till MATLAB, direkt och indirekt identifiering av Box-Jenkinsmodeller, simulering av dessa samt plottning av systemets resp. modellernas ut signaler.


```

function bdpl(Z,th0,thbj)
% bdpl(Z,th0,thbj)
% Z=[y u]

%Description:
% Plots the Bode diagram
% from the spectrum of Z and
% the transfer functions of th0 and thbj
% Sampling interval h=0.1
% Number of measurements N=300

clg;
% sampling interval
h=0.1;
% number of measurements
N=300;
%  $0 < w < 2 * \pi * f_s / 2$ 
w=linspace(0,pi/h,N);
trfth0=trf(th0,-1,w);
trfth0=trfth0(2:301,:);
trfthbj=trf(thbj,-1,w);
trfthbj=trfthbj(2:301,:);
spaZ=spa(Z,300,w,-1,h);
spaZ=spaZ(2:301,:);
subplot(211);
axis([-1 2 -2 2]);
loglog(trfth0(:,1),trfth0(:,2),spaZ(:,1),spaZ(:,2),...
trfthbj(:,1),trfthbj(:,2)));
ylabel('Magnitude');
subplot(212);
axis([-1 2 -250 0]);
semilogx(trfth0(:,1),trfth0(:,3),spaZ(:,1),spaZ(:,3),...
trfthbj(:,1),trfthbj(:,3)));
ylabel('Degrees');
xlabel('w [rad/sek]');

```

Lista 11. Bodeplot för systemet, för modell från spektralanalys samt för identifierad Box-Jenkinsmodell.

```

function [eu,er]=euerbj(thu,thr);
% [eu,er]=euer(thu,thr)

%Description:
% Plots the amplitude for the system G0
% and the relative errors eu and er for
% the transfer functions thu (direct identification)
% and thr (indirect identification)
% Sampling interval h=0.1

h=0.1;
% 1e-2<w<2*pi*fs/2
w=logspace(-2,log10(pi/h),80);
[nu,du]=dtrcbj(thu);
[nr,dr]=dtrcbj(thr);
nu=nu(1,:);
nr=nr(1,:);
[m,p]=bode([0 0 10 10],[1 5.3 1.52 0.1],w);
[magu,phaseu]=bode(nu,du,w);
[magr,phaser]=bode(nr,dr-nr,w);
p=pi/180.*p;
phaseu=pi/180.*phaseu;
phaser=pi/180.*phaser;
axis([-2,2,-3,3]);
G0=m.*cos(p)+i*m.*sin(p);
Gu0=magu.*cos(phaseu)+i*magu.*sin(phaseu);
Gr0=magr.*cos(phaser)+i*magr.*sin(phaser);
eu=abs((G0-Gu0)./G0);
er=abs((G0-Gr0)./G0);
loglog(w,m,w,eu,w,er);

```

Lista 12. Amplitudkurva för systemets överföringsfunktion samt relativt fel i överföringsfunktionen för modell vid direkt och indirekt identifiering.

```

function [Bc,Ac]=dtrcbj(th);
% [Bc,Ac]=dtrcbj(th)

%Description:
% Computes the continuous system G(s)=Bc(s)/Ac(s)
% from discrete model th on theta-form
% Sampling interval h=0.1
h=0.1;
[A,B,C,D,F]=polyform(th);
[a,b,c,d]=tf2ss(B,F);
[As,Bs]=d2c(a,b,h);
[Bc,Ac]=ss2tf(As,Bs,c,d,1);

```

Lista 13. Transformerings av en tidsdiskret Box-Jenkinsmodell på theta-form till kontinuerlig överföringsfunktion.

```

function [theta3,thetan,m]=bal(y,u,nn);
% [theta3,thetan]=bal(y,u,nn)
% nn=[nb nf nc nd nk]

%Description:
%   Computes a Box-Jenkins model thetan of order nn
%   for output-input data y and u
%   Transfers to balanced state-space realization,
%   returns the diagonal of the gramian m
%   and computes reduced model theta3 of order 3
%   Sampling interval h=0.1

n=nn(2);
% sampling interval
h=0.1;
maxiter=30;
thetan=bj([y-mean(y) u-mean(u)],nn,maxiter,-1,-1,-1,h);
[A,B,C,D,F]=polyform(thetan);
[a,b,c,d]=tf2ss(B,F);
[Aa,Bb,Cc,m,T]=dbalreal(a,b,c)
[A,B,C,D]=dmodred(Aa,Bb,Cc,0,4:n);
[num,den]=ss2tf(A,B,C,D,1);
theta3=mktheta(den,num,den,1,1,-1,h);

```

Lista 14. Beräkning av en Box-Jenkinsmodell av given ordning, balanserad realisering samt modellreduktion till en tredje ordningens modell.