

CODEN: LUTFD2/(TFRT-5404)/1-42/(1989)

Adaptiv polplacering med automatiskt val av specifikationer

Mårten Åkesson

Institutionen for Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola
Juli 1989

Department of Automatic Control Lund Institute of Technology P.O. Box 118 S-221 00 Lund Sweden		<i>Document name</i> INTERNAL REPORT	
		<i>Date of issue</i> July 1989	
		<i>Document Number</i> CODEN: LUTFD2/(TFRT-5404)/1-42/(1989)	
<i>Author(s)</i> Mårten Åkesson		<i>Supervisor</i> Karl Johan Åström	
		<i>Sponsoring organisation</i> STUF 89-00403P	
<i>Title and subtitle</i> Adaptiv Polplacering med Automatiskt Val av Specifikationer (Adaptive Poleplacement with Automatic Choice of Specifications)			
<i>Abstract</i> <p>This report describes an adaptive controller that can automatically determine appropriate specifications. This is done by an auto-tuning experiment based on relay feedback. This experiment gives suitable closed loop poles as well as initial parameter estimates. The initial estimates are derived from the waveform of the oscillations. The report describes analysis of the waveform and simulations. A complete controller has been implemented in Modula-2 on a PC-DOS machine. The controller has been tested against a process simulated on an analog computer. Results from the experiments are reported.</p>			
<i>Key words</i> Adaptive control, Relay auto-tuning, Pole placement			
<i>Classification system and/or index terms (if any)</i>			
<i>Supplementary bibliographical information</i>			
<i>ISSN and key title</i>			<i>ISBN</i>
<i>Language</i> Swedish	<i>Number of pages</i> 42	<i>Recipient's notes</i>	
<i>Security classification</i>			

The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 lubbis lund.

Adaptiv Polplacering med Automatiskt Val av Specifikationer

Examensarbete
vid
Institutionen för Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola

Handledare: Karl Johan Åström

Mårten Åkesson F-86

10 juli 1989

Innehåll

1	Inledning	3
1.1	Bakgrund	3
1.2	Målsättning	4
1.3	Metoder	5
2	Polplacering	6
2.1	Inledning	6
2.2	Teori	6
2.3	Slutsatser	8
3	Förestimering med relämetoden	9
3.1	Inledning	9
3.2	Beskrivning av relämetoden	9
3.2.1	Metoden med beskrivande funktion	10
3.2.2	En exakt metod	13
3.2.3	Jämförelse mellan metoderna.	15
3.3	Processidentifiering med relämetoden	16
3.3.1	Härledning	16
3.3.2	Andra ordningens modell	17
3.3.3	Simulering	18
3.4	Avslutning	24
4	Adaptiv reglering i Modula-2	26
4.1	Inledning	26
4.2	Programstrukturen	27
4.3	Regulatordesign	28
4.3.1	Bandbredd	28

4.3.2	Den diofantiska ekvationen	29
4.4	Experiment	29
4.5	Avslutning	32
A	Bestämning av processparametrarna	33
B	Simnonprogram	35

Kapitel 1

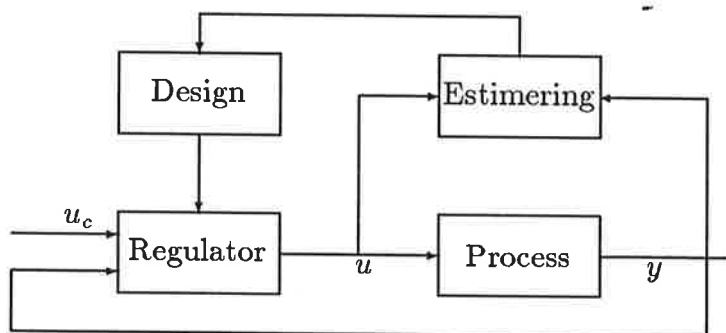
Inledning

1.1 Bakgrund

Det har under en lång tid funnits PID-regulatorer inom många områden av industrin. Men det är inte så länge sedan man utarbetade metoder för att ställa in dem automatiskt. En sådan metod är automatinställning med hjälp av reläåterkoppling. Denna metod är idag så väl utvecklad att det i industrin finns automatinställare som endast behöver en knapptryckning från användaren för att den ska ta fram bra regulatorparametrar och automatiskt starta en PID-regulator med dessa parametrar.

Sedan de adaptiva regulatorerna började användas har de ständigt utvecklats och man börjar nu undersöka om man inte skulle kunna bygga automatinställare även för dessa. Teorin för adaptiva regulatorer är olinjär och uppbyggnaden av dessa är mer komplicerad än uppbyggnaden av PID-regulatorer, vilket försvårar det hela. Därtill kommer att adaptiva regulatorer ofta reglerar processer som ständigt förändras. Detta betyder att automatinställarens resultat har begränsad giltighetstid.

Det finns många olika sorters adaptiva regulatorer, men här kommer vi att begränsa oss till indirekt självinställande regulatorer med en regleralgoritm som bygger på polplacering. I figur 1.1 visas ett blockschema på en sådan regulator.



Figur 1.1: Blockdiagram för en indirekt självinställande regulator.

1.2 Målsättning

Målet med detta examensarbete är att göra en adaptiv regulator som är så användarvänlig som möjligt, dvs en regulator som inte kräver att användaren har någon apriori-kunskap om processen som ska regleras. Helst ska det räcka med att användaren trycker på en knapp för att regulatorn ska initialiseras och startas upp. Detta betyder att regulatorn själv måste kunna handskas med bland annat följande problem:

- Vilken ordning har processen?
- Vilken tidsfördröjning har processen?
- Hur väljer man samplingsintervall?
- Var placeras observerarpoler?
- Hur bestämmer man sin önskade modell?

Dessutom ska regulatorn implementeras realtidsmässigt och användargränssnittet ska göras så att användaren på ett enkelt sätt kan erhålla intressant information om automatinställningen.

1.3 Metoder

För att skaffa sig den apriorikunskap som behövs för att starta den adaptiva regulatören kommer en förestimator som baserar sig på relämetoden att användas. Denna förestimator beräknar en modell av processen ur ett reläexperiment. Genom att studera kurvformen på utsignalen från processen bestäms en insignal-utsignalmodell som används för att initialisera estimatören i den adaptiva regulatören.

Simulering i Simnon används för att kontrollera att förestimatören fungerar, och förslag på tillägg som kan göra den mer allsidig görs. Till exempel skulle förestimatören kunna bestämma modellordning på processen den identifierar genom att leta efter diskontinuiteter i derivatan på utsignalen.

Den slutliga adaptiva regulatören implementeras i Modula-2 och kontrolleras på bland annat en analogmaskin på institutionen.

Kapitel 2

Polplacering

2.1 Inledning

Vid design av adaptiva regulatorer är polplacering ett ofta använt hjälpmedel. Vanligt är att man vill kunna uttrycka sitt önskade system som en överföringsfunktion där placeringen av polerna spelar en viktig roll för systemets uppförande. Genom att ändra polernas lägen kan man erhålla ett system som har önskade egenskaper i speciella frekvensintervall.

2.2 Teori

Processen som ska regleras beskrivs av

$$y = \frac{B}{A}u \quad (2.1)$$

där u är insignalen till processen och y är utsignalen från processen. A och B är polynom av differentialoperatoren d/dt vid kontinuerlig tid eller av skiftoperatoren q vid diskret tid. Det önskade sambandet mellan referensvärde u_c och utsignal är

$$y = \frac{B_m}{A_m}u_c \quad (2.2)$$

För att erhålla det önskade insignal-utsignal-beteendet regleras processen med följande regulator

$$Ru = Tu_c - Sy \quad (2.3)$$

där

$$\text{grad } R \geq \text{grad } T$$

$$\text{grad } R \geq \text{grad } S$$

Villkoren på R , S och T följer av att styrlagen ska vara kausal. Av samma skäl måste A_m och B_m uppfylla villkoret

$$\text{grad } A_m - \text{grad } B_m \geq \text{grad } A - \text{grad } B$$

Om man sätter in (2.1) i (2.3) fås för det slutna systemet

$$y = \frac{BT}{RA + BS} u_c$$

På detta viset erhålls

$$\frac{BT}{RA + BS} = \frac{B_m}{A_m} \quad (2.4)$$

Det slutna systemets överföringsfunktion har vanligtvis högre grad än modellen, vilket medför att poler och nollställen i vänsterledet i (2.4). Polynomet B delas därför i B^+ och B^- där B^+ är monisk och innehåller nollställen som är stabila och kan förkortas. Nämnaren måste alltså vara delbar med B^+ och detta medför att $R = R'B^+$. Den delen av B som inte får förkortas måste ingå som en faktor i B_m och vi har därför att $B_m = B^-B'_m$. Med R , B , B_m faktoriserade erhålles följande modifierade version av (2.4)

$$\frac{T}{R'A + B^-S} = \frac{B'_m}{A_m}$$

Vidare innehåller det slutna systemet ett observerarpolynom som förkortas och vi får

$$T = B'_m A_o \quad (2.5)$$

$$AR' + B^-S = A_o A_m \quad (2.6)$$

Det slutna systemets karakteristiska ekvation blir följande

$$AR + BS = B^+ A_o A_m \quad (2.7)$$

vilket är den diofantiska ekvationen som är central vid polplacering.

Genom att använda den diofantiska ekvationen för att bestämma polynomen R och S och (2.5) för att bestämma T , erhålles en regulator som

får det slutna systemet att efterlikna modellen så bra som möjligt. Önskar man en regulator med integralverkan kan man låta R' innehålla en faktor $(z - 1)$ enligt

$$R' = (z - 1)R'_1$$

I praktiken vill man nästan alltid ha integralverkan.

2.3 Slutsatser

Polplacering är ett smidigt sätt att genom polynomräkning lösa servoproblem inom reglertekniken. Man behöver i förväg bestämma ett observerarpolynom och en önskad modell. Dessutom måste man ange vilka nollställen i processen som kan förkortas och vilka som inte kan förkortas.

För att erhålla integralverkan kan den diofantiska ekvationen enkelt modifieras. En noggrannare beskrivning av polplaceringsmetoden ges i [1].

Kapitel 3

Förestimering med relämetoden

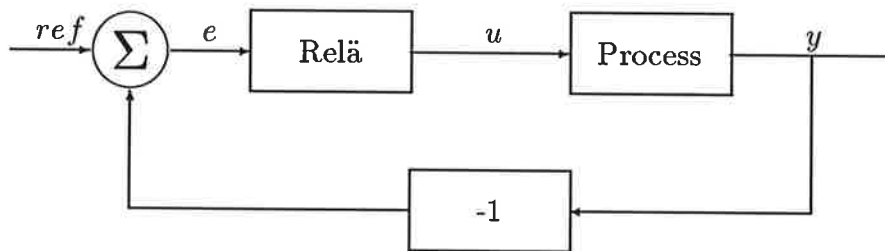
3.1 Inledning

Automatinställare för PID-regulatorer använder sig ofta av relämetoden. Denna går ut på att den aktuella processen återkopplas med ett relä med konstant amplitud d . Se blockschema i figur 3.1. Reläets utsignal byter tecken då processens utsignal y byter tecken så att insignalen och utsignalen till processen ständigt har olika tecken. På detta sätt uppkommer en svängning med konstant period T_v och amplitud a . Ur denna information kan man få tillräcklig kunskap om processen för att kunna bestämma regulatorparametrar till en PID-regulator.

Det är i detta sammanhang inte intressant att bestämma en PID-regulator, men genom att studera kurvformen på utsignalen från processen kan man få tillräcklig information om processen för att kunna bestämma en insignal-utsignalmodell för den. Detta kräver dock att systemet blir tillräckligt exciterat, tex får y inte uppvisa sinusform då enbart två parametrar kan skattas.

3.2 Beskrivning av relämetoden

För att få en känsla för varför en process under reläåterkoppling kan svänga med konstant period och amplitud kommer en approximativ metod som



Figur 3.1: Blockschema för process med reläåterkoppling.

heter *metoden med beskrivande funktion* att behandlas. Eftersom den är approximativ beskrivs också en exakt metod som jämförelse. Båda metoderna finns beskrivna i [2] och [3].

3.2.1 Metoden med beskrivande funktion

Studera systemet i figur 3.1. Antag att referenssignalen är 0 och att en sinusformad oscillation med period T_u har uppstått. Vinkelfrekvensen blir $\omega_u = 2\pi/T_u$. Insignalen till reläet blir då

$$e = a \sin(\omega_u t)$$

Reläets amplitud är d . Första termen i Fourierutvecklingen av reläets utsignal ger

$$u = \frac{4d}{\pi} \sin(\omega_u t)$$

Här försummas alla termer efter den första, vilket betyder att approximationen enbart är bra om processen har lågpasskaraktär. För en linjär process blir utsignalen

$$y = \frac{4d}{\pi} |G(i\omega_u)| \sin(\omega_u t + \arg G(i\omega_u))$$

Vidare gäller

$$e = -y \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned}
a \sin(\omega_u t) &= -\frac{4d}{\pi} |G(i\omega_u)| \sin(\omega_u t + \arg G(i\omega_u)) = \\
&= \frac{4d}{\pi} |G(i\omega_u)| \sin(\omega_u t + \arg G(i\omega_u) + \pi)
\end{aligned}$$

Detta betyder att

$$a = \frac{4d}{\pi} |G(i\omega_u)| \quad (3.1)$$

och

$$\arg G(i\omega_u) = -\pi \quad (3.2)$$

Dessa ekvationer är villkoren för den symmetriska svängningen.

Reläets förstärkning kallas beskrivande funktion

$$N(a) = \frac{\frac{4d}{\pi}}{a} = \frac{4d}{\pi a}$$

och enligt ekvationerna 3.1 och 3.2 är alltså

$$N(a)G(i\omega_u) = -1 \quad (3.3)$$

ett villkor för svängning. Detta betyder att man i ett Nyquist-diagram kan bestämma svängningens period och amplitud ur skärningspunkten mellan kurvorna $G(i\omega)$ och $-1/N(a)$.

I härledningen ovan förutsätts att reläet slår om när e passerar noll. Om systemet utsätts för brus är det en fördel om reläet har hysteres som hindrar det från att slå om på grund av bruset. Denna hysteres påverkar den beskrivande funktionen enligt

$$-\frac{1}{N(a)} = -\frac{\pi}{4d} \sqrt{a^2 - \epsilon^2} - i \frac{\pi \epsilon}{4d}$$

Utan hysteres är den beskrivande funktionen en rät linje ut från origo längs den negativa reella axeln. Med hysteres blir den beskrivande funktionen en rät linje som är parallell med negativa reella axeln, men som har imaginärdelen $-\pi\epsilon/4d$. Se referens [3].

Exempel

För att undersöka rimligheten hos metoden med beskrivande funktion undersöks några exempel. Antag att vi har följande process

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} e^{-Ls}$$

Vi ska med metoden med beskrivande funktion beräkna perioden då denna process återkopplas med ett relä utan hysteres respektive med ett relä med $\epsilon = 0.1$. Två tidsfördröjningar hos processen undersöks: $L = 0$ resp $L = 0.15$.

Exempel 1. $\epsilon = 0, L = 0$. Den beskrivande funktionen $-1/N(a)$ ligger på negativa reella axeln. Överföringsfunktionen

$$G(i\omega) = \frac{1}{(1+i\omega)^2}$$

når inte fram dit förrän ω är oändlig. På grund av fördröjningar i datorn får man en skärningspunkt vid hög, men inte oändlig frekvens.

Exempel 2. $\epsilon = 0, L = 0.15$. Överföringsfunktionen är

$$G(i\omega) = \frac{1}{(1+i\omega)^2} e^{-0.15i\omega} = \frac{1-\omega^2-2i\omega}{1+2\omega^2+\omega^4} e^{-0.15i\omega}$$

Även i detta fall ligger $-1/N(a)$ på negativa reella axeln. Detta betyder att skärningspunkten är den då

$$\text{Im}(G(i\omega_u)) = 0$$

och $\omega_u \neq 0$. Numeriskt bestäms denna till $\omega_u = 3.61$ vilket ger $T_u = 1.74$. Simulering ger perioden 1.82.

Exempel 3. $\epsilon = 0.1, L = 0$. I detta fallet kommer $-1/N(a)$ att ligga på avståndet $\pi\epsilon/4d$ från negativa reella axeln och skärningspunkten fås ur

$$\text{Im}(G(i\omega)) = \text{Im}\left(\frac{1}{(1+i\omega)^2}\right) = -\frac{\pi\epsilon}{4d}$$

Vi får $\omega_1 = 0.0394$ och $\omega_2 = 2.70$ varav ω_1 ger en överföringsfunktion med positiv realdel vilket inte är aktuellt. ω_2 ger perioden $T_2 = 2.33$. Genom simulering fås $T = 2.32$.

Exempel 4. $\epsilon = 0.1, L = 0.15$. På samma sätt som ovan fås $\omega_1 = 0.0366$ och $\omega_2 = 2.25$ och ω_1 förkastas. ω_2 ger $T_2 = 2.79$ som ska jämföras med 2.9 från simulering.

3.2.2 En exakt metod

Den metod som här ska beskrivas härleds genom att utgå från processen $G(s)$ på tillståndsform

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad (3.4)$$

$$y = Cx \quad (3.5)$$

Processen reläåterkopplas enligt figur 3.1 och systemet antas självsvänga med symmetrisk in- och utsignal. Svängningens period är T . Tidpunkterna då reläet slår om betecknas t_k , och symmetrin ger då

$$t_{k+1} - t_k = T/2$$

Antag att reläet ger utsignalen d i intervallet (t_k, t_{k+1}) . Integration av ekvation 3.4 ger då

$$e^{-At} \frac{dx}{dt} - A x e^{-At} = B u e^{-At} \Leftrightarrow$$

$$[x(t) e^{-At}]_{t_k}^{t_{k+1}} = \int_{t_k}^{t_{k+1}} B u e^{-At} dt \Leftrightarrow$$

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) e^{AT/2} + e^{At_{k+1}} d \int_{t_k}^{t_{k+1}} B e^{-At} dt$$

Gör variabelsubstitutionen $s = t_{k+1} - t$ och notera att symmetrin gör att $x(t_{k+1}) = -x(t_k)$

$$x(t_k) = -(I + e^{AT/2})^{-1} d \int_0^{T/2} B e^{As} ds$$

Låt

$$\Phi = e^{AT/2}$$

och

$$\Gamma = \int_0^{T/2} B e^{As} ds$$

Vår ekvation blir

$$x(t_k) = -(I + \Phi)^{-1}\Gamma d$$

Om man tillåter reläet att ha hysteres får man via ekvation 3.5

$$y(t_k) = Cx(t_k) = -C(I + \Phi)^{-1}\Gamma d = -\epsilon \quad (3.6)$$

Det är intressant att notera att vid sampling av processen $G(s)$ med samplingstiden $h = T/2$ fås

$$H_{T/2}(q) = C(qI - \Phi)^{-1}\Gamma$$

Används detta samband i ekvation 3.6 fås

$$H_{T/2}(-1) = -\frac{\epsilon}{d}$$

Detta betyder att man ur puls-överföringsfunktionen $H(q)$ kan beräkna med vilken frekvens en process under reläåterkoppling kommer att självsvänga.

Exempel

För att kontrollera att den exakta metoden stämmer överens med verkligheten undersöks samma exempel som med metoden med beskrivande funktion. Processen är följande:

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^2}e^{-Ls}$$

Exempel 1. $\epsilon = 0, L = 0$. Sampling av

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^2}$$

ger

$$H_h(z) = \frac{(1 - e^{-h}(1+h))z + e^{-h}(e^{-h} + h - 1)}{z^2 - 2e^{-h}z + e^{-2h}}$$

Insättning av $z = -1$ ger

$$H_h(-1) = \frac{-1 + 2e^{-h}h + e^{-2h}}{1 + 2e^{-h} + e^{-2h}}$$

Det räcker att hitta täljarens nollställe, och numeriskt bestäms det till $h = 0$. Täljaren saknar nollställe för positiva h . Detta stämmer bra med Simmon-simuleringen som gav kortvågiga svängningar vars period var beroende av Simmon-programmets samplingstid.

ϵ	L	beskr. funktion	exakt	simulering
0	0	0	0	0
0	0.15	1.74	1.87	1.82
0.1	0	2.33	2.31	2.32
0.1	0.15	2.79	2.88	2.9

Tabell 3.1: Beräknad periodtid med olika metoder.

Exempel 2. $\epsilon = 0, L = 0.15$. När man har en tidsfördröjning i processen blir den samplade överföringsfunktionen komplicerad. För $L = 0.15$ och $z = -1$ blir den

$$H_h(-1) = \frac{1 - (2h + 1.7)e^{0.15-h} - (1.7 + 1.7h + 2h^2)e^{0.15-2h} + 2e^{-h}}{-1 - 2e^{-h} - e^{-2h}} + \frac{(4.15h^2 + 3.5275h + 1)e^{-2h} - h(1.8275 + 2.15h)e^{-2h-0.15}}{-1 - 2e^{-h} - e^{-2h}}$$

Täljaren har nollstället $h = 1.44$, som svarar mot en period på $T = 1.87$. Simulering ger $T = 1.82$.

Exempel 3. $\epsilon = 0.1, L = 0$. Enda skillnaden mot Exempel 1 är att reläet nu har hysteres vilket ger följande ekvation

$$H_h(-1) = \frac{\epsilon}{d}$$

som har nollstället $h = 1.15$, och perioden blir $T = 2.31$. Simulering ger $T = 2.32$.

Exempel 4. $\epsilon = 0.1, L = 0.15$. Som Exempel 2, men med hysteres. Nollstället är $h = 1.44$ som svarar mot $T = 2.88$.

3.2.3 Jämförelse mellan metoderna.

Två olika metoder för beräkning av självsvängningsperioden har behandlats. Resultaten från några exempel med processen

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} e^{-Ls}$$

redovisas i tabell 3.1. Båda metoderna ger mycket bra resultat och överensstämmer väl med simuleringsresultaten. Den approximativa metoden med beskrivande funktion ska fungera bra när processen har lågpasstyp, vilket kan förklara det goda resultatet. Eftersom den exakta metoden kräver en samplad överföringsfunktion kan den bli arbetsam då systemet innehåller tidsfördröjning.

3.3 Processidentifiering med relämetoden

Identifieringsmetoden som är hämtad ur [4] utgår från ett reläexperiment där man sedan stationaritet uppnåtts mäter u och y med bestämda intervall under en halvperiod, enligt figur nedan.

3.3.1 Härledning

Antag att reläamplituden är d . Insignalen till processen blir då under en halvperiod

$$u_0 = u_1 = \dots = u_{n-1} = -1 \quad (3.7)$$

Den tillhörande utsignalen blir

$$y_0, y_1, \dots, y_{n-1} \quad (3.8)$$

Målet är att ta fram en insignal-utsignal modell enligt

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) \quad (3.9)$$

där tidsfördröjningen ges av

$$d = \text{grad}A - \text{grad}B$$

Signalerna Z -transformeras enligt

$$U(z) = -\frac{z^n + z^{n-1} + \dots + z}{z^n + 1} = -\frac{E(z)}{z^n + 1} \quad (3.10)$$

$$Y(z) = \frac{y_d z^n + y_{d+1} z^{n-1} + \dots + y_{d+n-1} z}{z^d (z^n + 1)} = \frac{D(z)}{z^d (z^n + 1)} \quad (3.11)$$

Från ekvation (3.9) följer

$$Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)}U(z) + \frac{Q(z)}{A(z)}$$

där polynomet $Q(z)$ beror på initiala förhållanden för att erhålla stationär periodicitet hos utsignalen. Insättning av Z -transformerna (3.10) och (3.11) ger

$$A(z)D(z) + z^d B(z)E(z) = z^d(z^n + 1)Q(z) \quad (3.12)$$

Detta är en ekvation av grad $N + n$ där $N = \text{grad}A$ och n är antal mätpunkter per halvperiod. Q får grad $N - d$ och n måste väljas så stort att man kan identifiera de okända parametrarna i A -, B - och Q -polynomen.

3.3.2 Andra ordningens modell

Antag att man söker en andra ordningens modell för ett system. Insignal-utsignal modellen är då

$$Y(z) = \frac{1}{z^d} \frac{b_0 z^2 + b_1 z + b_2}{z^2 + a_1 z + a_2} U(z) \quad (3.13)$$

där d är känd. Ekvation (3.12) blir för detta fall

$$z^d(z^2 + a_1 z + a_2)D(z) + z^d(b_0 z^2 + b_1 z + b_2)E(z) = z^d(z^n + 1)(q_0 z^2 + q_1 z + q_2)$$

Eftersom z^d är en faktor i A kan man förkorta bort z^d . För övrigt måste q_2 (Q -polynomets koefficient för grad 0) vara 0 eftersom vänsterledet saknar komponenter av grad 0. Detta innebär att antalet sökta parametrar måste vara mindre än eller lika med $N - d + n = 2 + n$. n väljs därför till 5.

För att kunna lösa (3.12) krävs att man har kunnat mäta koefficienterna i D -polynomet. Eftersom stationaritet råder kan man använda sig av att

$$y_{n+k} = -y_k \quad (3.14)$$

och $D(z)$ kan bestämmas ur $y_0 \dots y_{n-1}$. Tex gäller för $d = 1$ för ett andra ordningens system att

$$D(z) = y_1 z^5 + y_2 z^4 + y_3 z^3 + y_4 z^2 - y_0 z$$

Ökas tidsfördröjningen till $d = 2$ fås

$$D(z) = y_2z^5 + y_3z^4 + y_4z^3 - y_0z^2 - y_1z$$

Man ser en cyklisk permutation när d ökas. Detta kan användas när ekvation (3.12) löses för olika d .

Om man som ett exempel väljer tidsfördröjningen $d = 1$ så blir ekvation (3.12)

$$z(z^2 + a_1z + a_2)(y_1z^5 + y_2z^4 + y_3z^3 + y_4z^2 - y_0z) + z(b_0z^2 + b_1z + b_2)(z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z) = z(z^5 + 1)(q_0z^2 + q_1z)$$

Identifiering av koefficienter i denna ekvation leder till ett linjärt ekvationssystem ur vilket modellparametrarna kan beräknas. Lösningen till detta ekvationssystem finns redovisat i Appendix A. Önskar man parametrarna för en annan tidsfördröjning är det bara att byta y -värdena inbördes genom cyklisk permutation om man också tar hänsyn till att $\bar{y}_5 = -y_0$ osv.

3.3.3 Simulering

För att identifieringsmetoden som har beskrivits i föregående avsnitt ska fungera i praktiken, finns det vissa problem som måste lösas. Till exempel förutsätter metoden att tidsfördröjningen är känd. Ett annat problem är att systemet måste exciteras tillräckligt för att man ska kunna skatta alla modellparametrarna.

Bestämning av tidsfördröjning

För ett första ordningens system överensstämmer tidsfördröjningen med tiden det tar för utsignalen att från reläomslag nå sitt maximala utslag. För ett andra ordningens system stämmer inte detta, men man bör kunna använda läget för maximalt utslag för att bestämma tidsfördröjningen även i detta fall.

Genom att simulera reläexperiment för olika system med varierande tidsfördröjningar kan man bilda sig en uppfattning om hur systemets tidsfördröjning kan kopplas till läget för maximalt utslag. Processen antas ha följande struktur

$$G(s) = \frac{b_1s + b_2}{s^2 + a_1s + a_2} e^{-Ls} \quad (3.15)$$

L	T	$MaxTid$	$\frac{L}{T}$	a	α
0.15	1.82	0.41	0.082	0.10	0.17
0.2	2.08	0.47	0.096	0.13	0.15
0.5	3.3	0.77	0.15	0.29	0.078
0.56	3.5	0.82	0.16	0.32	0.067
1	4.76	1.2	0.21	0.50	0.089
1.37	5.7	1.5	0.24	0.62	0.20
2	7.14	2.1	0.28	0.77	0.30
3	9.26	3.0	0.32	0.89	0.35
4	11.3	4.0	0.35	0.95	0.38
7	17.3	7.0	0.405	1.0	0.34

Tabell 3.2: Resultat från simulering med reläåterkoppling utan hysteres. Reläamplituden är 1.

Framför allt har systemet

$$G(s) = \frac{b}{(s+a)^2} e^{-Ls}$$

studerats noggrant. I tabell 3.2 och tabell 3.3 redovisas resultatet av simuleringar med processen

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} e^{-Ls}$$

under reläåterkoppling. I tabell 3.2 saknar reläet hysteres, medan i tabell 3.3 är hysteresen $\epsilon = 0.1$. Tidsfördröjningen L ökas efterhand. Detta medför att Nyquistkurvan korsar negativa reella axeln för allt lägre frekvenser, vilket medför att periodtiden ökar med L .

$MaxTid$ är den tid det tar för processens utsignal att efter reläomslag nå sitt maximala utslag. Det maximala utslaget (amplituden) betecknas a .

När man transformerar ett system från kontinuerlig tid till diskret tid innebär det bland annat att tidsfördröjningen L diskretiseras. Om $L < h$ får man en faktor z i nämnaren i sin diskreta överföringsfunktion $H(z)$. Om $h < L < 2h$ får man en faktor z^2 i nämnaren och så vidare. Eftersom systemet samplas 5 gånger per halvperiod blir samplingstiden $h = T/10$. Alltså måste man undersöka när tidsfördröjningen passerar multiplar av $T/10$. Detta är orsaken till att kolonnen L/T finns i tabell 3.2.

L	T	$MaxTid$	$\frac{L}{T}$	a	α
0	2.32	0.29	0	0.16	0.73
0.15	2.9	0.43	0.052	0.23	0.72
0.2	3.0	0.47	0.067	0.25	0.69
0.5	3.9	0.74	0.13	0.38	0.49
0.56	4.1	0.76	0.14	0.41	0.44
1	5.2	1.2	0.19	0.56	0.25
1.37	6.1	1.5	0.22	0.67	0.074
2	7.5	2.1	0.27	0.79	0.14
3	9.6	3.0	0.31	0.91	0.25
4	12	4.0	0.33	0.96	0.31
7	18	7.0	0.39	1.0	0.39

Tabell 3.3: Resultat från simulering med reläåterkoppling med hysteres ($\epsilon = 0.1$). Reläamplituden är 1.

Variabeln α är till för att kontrollera att insignalen till processen ej blir för lik en ren sinussignal. Det skulle betyda att man inte skulle kunna skatta mer än 2 parametrar, vilket är alldeles för litet eftersom vi vill kunna identifiera ett andra ordningens system. Formeln för α är följande

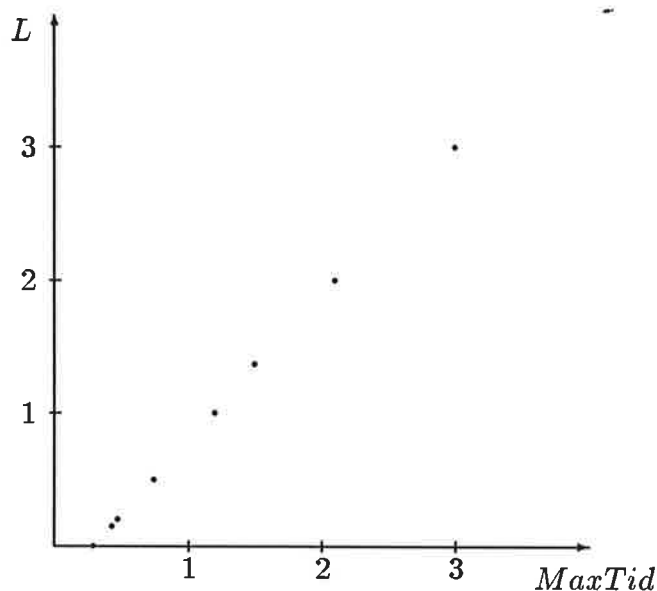
$$\alpha = \frac{|y_0 - y_1 - y_2 + y_3 + y_4|}{\max|y_i|}$$

Denna är noll för en ren sinussignal och får alltså inte bli för låg.

Om man vill undersöka hur tidsfördröjningen kopplas till läget för maximalt utslag, ser man i tabell 3.2 och 3.3 att för stora tidsfördröjningar ($L > 3$) överensstämmer den med $MaxTid$. För att få en uppfattning om kopplingen för små tidsfördröjningar kan man plotta L som funktion av $MaxTid$. Detta är gjort i figur 3.2 för reläet med $\epsilon = 0.1$. Här ser man hur punkterna ansluter sig till en rät linje som skär L -axeln en bit från origo. Detta kan man förstå genom följande resonemang.

Härledning. Processen kan approximeras med

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = u(t - L)$$



Figur 3.2: Tidsfördröjningen L som funktion av det maximala utslaget läge $MaxTid$. $\epsilon = 0.1$.

där L är tidsfördröjningen. När reläet börjar en negativ halvperiod är $y(0) = \epsilon$ och $dy(0)/dt = v$, där v är utsignalens lutning tills $t = L$.

Vid tiden $t = L$ ändras utsignalens lutning, och $y(t)$ bör följa tidsfunktionen

$$y(t) = \epsilon + Lv - u_0(t - L)^2 + v(t - L), \quad t > L$$

där u_0 är reläamplituden d . Eftersom vi söker tiden för maximalt utslag $MaxTid$ är det bara att derivera $y(t)$. Vi får

$$\frac{dy}{dt} = 2d(L - MaxTid) + v = 0 \Leftrightarrow L = MaxTid - \frac{v}{2d}$$

vilket är en rät linje vars avstånd från origo beror på lutningen v på utsignalen. \square

Ovanstående resonemang ger oss en möjlighet att bestämma tidsfördröjningen L genom att mäta lutningen på utsignalen vid reläomslag. För att verifiera resultatet av härledningen beräknas tidsfördröjningen med denna metod för processen

$$G(s) = \frac{b}{(s + a)^2} e^{-Ls}$$

$MaxTid$	v	L_{ber}	sant L
0.44	0.46	0.21	0.15
0.76	0.48	0.52	0.5
1.2	0.49	0.96	1

Tabell 3.4: Bestämning av tidsfördröjningen ur v och $MaxTid$.
 $a = 1, b = 2$.

$MaxTid$	v	L_{ber}	sant L
0.24	0.19	0.15	0.15
0.57	0.18	0.48	0.5
1.0	0.17	0.92	1

Tabell 3.5: Bestämning av tidsfördröjningen ur v och $MaxTid$.
 $a = 2, b = 1$.

där a och b varieras. Resultatet redovisas i tabellerna 3.4, 3.5 och 3.6. Jämför man den beräknade tidsfördröjningen med $MaxTid$ ser man att L_{ber} hamnar klart närmast L .

Vi har alltså en metod att bestämma tidsfördröjningen för ett andra ordningens system. Metoden fungerar inte lika bra för ett första ordningens system, eftersom L då överensstämmer med $MaxTid$. Ett möjligt sätt att skilja modellordningarna åt är att undersöka om utsignalen har någon diskontinuitet i sin derivata. Om så är fallet är systemet av första ordningen. Denna möjlighet har på grund av tidsbrist inte utnyttjats, utan vi förutsätter att systemet är av grad 2.

$MaxTid$	v	L_{ber}	sant L
0.17	0.025	0.16	0.15
0.51	0.022	0.50	0.5
1.0	0.018	0.99	1

Tabell 3.6: Bestämning av tidsfördröjningen ur v och $MaxTid$.
 $a = 3, b = 1$.

L	h	$H(z)_{\text{identifierad}}$	$H(z)_{\text{ber}}$
0.15	0.29	$\frac{0.011z^2+0.044z+0.0024}{z(z^2-1.6z+0.63)}$	$\frac{0.085z^2+0.046z+0.0026}{z(z^2-1.5z+0.56)}$
1.37	0.61	$\frac{0.079z^2+0.13z+0.024}{z^3(z^2-0.99z+0.22)}$	$\frac{0.079z^2+0.13z-0.0026}{z^3(z^2-1.1z+0.29)}$
4	1.2	$\frac{0.14z^2+0.32z+0.015}{z^4(z^2-0.62z+0.095)}$	$\frac{0.15z^2+0.31z-0.041}{z^4(z^2-0.62z+0.097)}$

Tabell 3.7: Processidentifiering med reläåterkoppling. $\epsilon = 0.1$.

Skattning av modellparametrar.

När den kontinuerliga tidsfördröjningen L är känd kan man räkna ut den diskreta tidsfördröjningen d om man vet samplingstiden. Från avsnitt 3.3.2 kommer vi ihåg att en andra ordningens modell kräver att vi samplar 5 gånger per halvperiod, vilket betyder att $h = T/10$.

Samplar man en kontinuerlig modell enligt

$$G(s) = \frac{b_1s + b_2}{s^2 + a_1s + a_2} e^{-Ls}$$

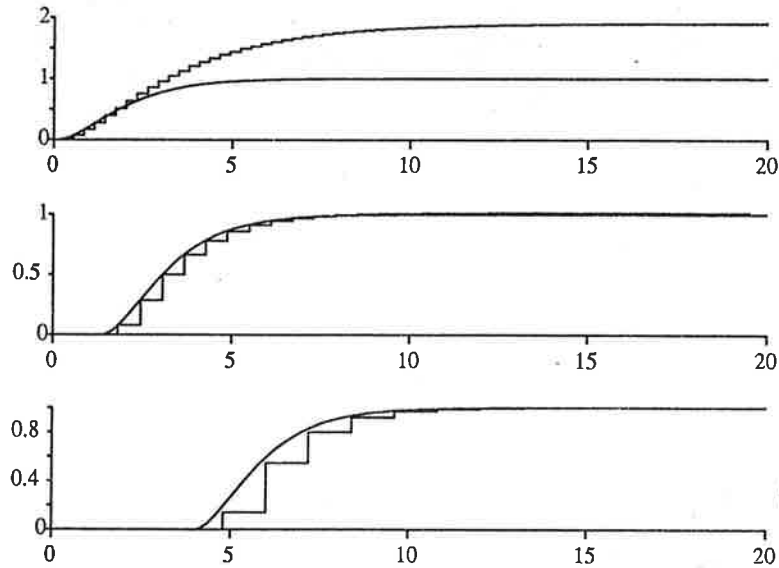
får man följande diskreta modell

$$H(z) = \frac{b_0z^2 + b_1z + b_2}{z^d(z^2 + a_1z + a_2)}$$

Koefficienterna i $H(z)$ kan man bestämma tex genom metoder beskrivna i [5]. Detta är gjort för systemet

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} e^{-Ls}$$

för ett antal olika L och används för att kontrollera identifieringsmetoden som bygger på reläåterkoppling. I appendix B kan man se hur reläestimatoren är implementerad. Tabell 3.7 visar några exempel på hur identifieringsmetoden fungerar för vårt system. Låter man de tre identifierade processerna matas med ett steg, blir stegsvaren enligt figur 3.3. När tidsfördröjningen är så kort som $L = 0.15$ identifieras en modell som har dubbelt så stor statistisk



Figur 3.3: Stegsvår för den identifierade modellen respektive det sanna systemet. (överst) $L = 0.15$, (mitten) $L = 1.37$, (nedan) $L = 4$.

förstärkning som det sanna systemet. Snabbheten är däremot ungefär lika, och det är det viktiga när man ska beräkna sin regulator för processen. Fel i den statistiska förstärkningen kan man reglera bort utan större problem.

För längre tidsfördröjningar stämmer även den statistiska förstärkningen bra.

3.4 Avslutning

Detta kapitel har behandlat hur man med hjälp av reläåterkoppling kan identifiera en process. Två olika teoretiska metoder har beskrivits för att förklara varför ett system under reläåterkoppling börjar självsvänga. Jämförelser med datorsimuleringar bekräftar metodernas giltighet.

Identifieringsmetoden som har använts utnyttjar utsignalens kurvform vid bestämning av processparametrarna. Till exempel används lutningen vid reläomslag och läget för maximalt utslag för att bestämma tidsfördröjningen i systemet.

Den framtagna modellen är beskriven i diskret tid, och samplingstiden för ett andra ordningens system är en tiondel av periodtiden. Härmed

har man bestämt samplingstiden för en adaptiv regulator som ska använda processmodellen för initialisering av sin estimator.

Kapitel 4

Adaptiv reglering i Modula-2

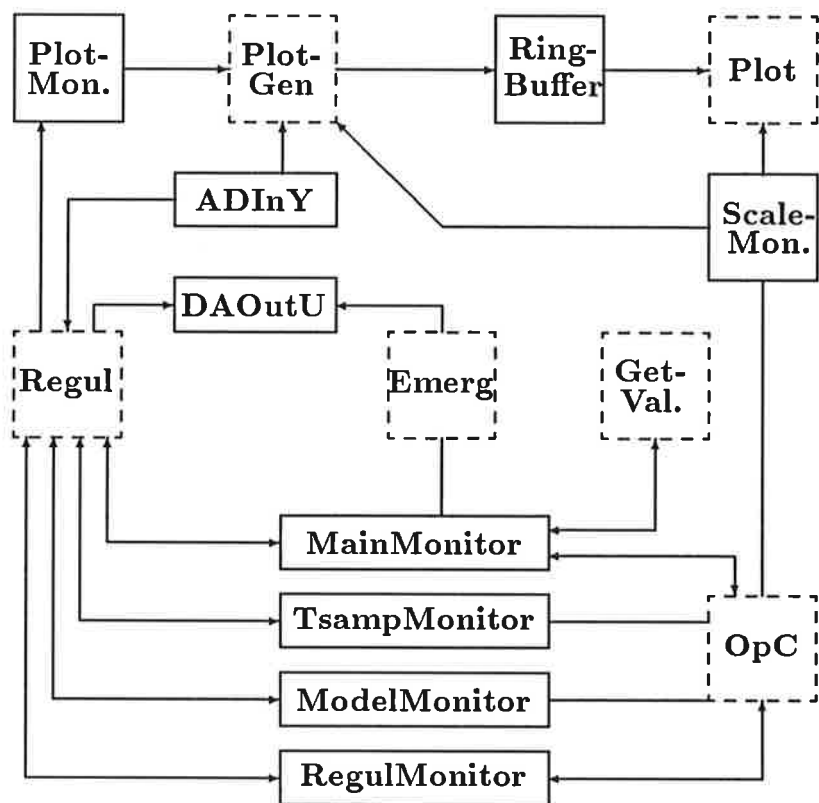
4.1 Inledning

I detta kapitel ska vi visa hur relämetoden kan användas för att initialisera en adaptiv regulator. Ett program skrivs i Modula-2 för en indirekt självinställande regulator med automatisk uppstart. Först utförs reläexperimentet, därefter sätts den adaptiva regulatorn igång.

Eftersom förestimatoren använder sig av kurvformen från ett reläexperiment för processidentifieringen är det viktigt att svängningarna är symmetriska kring en stationär nivå. För att åstadkomma detta jämför man längden av positiva och negativa halvperioder och justerar den stationära nivån vid obalans. Exakt hur denna justering görs kan man läsa i referens [6].

Det är viktigt att systemet exciteras ordentligt vid reläexperimentet och möjlighet att styra reläamplituden finns därför. Brusmätning görs för att bestämma hysteresen, och reläets amplitud kan sedan anpassas.

Den adaptiva regulatorn är en indirekt självinställande regulator och implementeringen av den algoritmen har gjorts av Michaël Lundh, och dessa programdelar har därför lånats från hans *Toolbox*-system. Detta beskrivs i referens [7].



Figur 4.1: Processgraf. Helt dragna boxar är monitorer, sträckade processer.

4.2 Programstrukturen

För att realisera den automatiska regulatorn används i stort sett samma programstruktur som finns beskriven i referens [8]. Den rapporten behandlar ett projektarbete som bland annat gick ut på att implementera en automatinställare för PID-regulatorer. Det är samma ide' i detta examensarbete, fast det här handlar om att starta upp en adaptiv regulator. Processgrafen beskrivs i figur 4.1.

Regulatorn kan befinna sig i två moder, manuell mod och adaptiv mod. I den manuella moden kan man själv styra insignalen till en önskad nivå, och när stationaritet infunnit sig kan man starta upp den adaptiva regulatorn genom att byta till adaptiv mod.

I den adaptiva moden börjar regulatorn med att kontrollera stationar-

itet, och sedan mäter den brusnivån. Sedan startas reläexperimentet med att amplituden styrs till lämplig nivå, och symmetrin kontrolleras.

När reläexperimentet är klart identifieras processen och den adaptiva regulatorn startas automatiskt upp. Den identifierade modellen lagras i *ModelMonitor* där man via *OpCom* kan erhålla A - och B -koefficienter samt tidsfördröjningen i systemet.

Enligt *Toolbox*-systemet lagras modellen sedan i en global variabel *GlobalData* som dessutom innehåller information om reglerdesignen. Tex finns den önskade modellen här såväl som observerarpolynomet.

Sampligstiden finns lagrad i *MainMonitor* och bestäms vid reläexperimentet som en tiondel av svängningsperioden.

Reglerparametrarna lagras i *RegulMonitor* och användaren kan nå dem via *OpCom*.

4.3 Regulatordesign

Modellen som har identifierats är en andra ordningens modell med tidsfördröjning, dvs

$$H(q) = \frac{b_0q^2 + b_1q + b_2}{q^d(q^2 + a_1q + a_2q)}$$

där d är tidsfördröjningen som kan vara mellan 1 och 5 sampel.

Det är i servoproblem önskvärt att systemet i kontinuerlig tid uppför sig som

$$G_m(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2} \quad (4.1)$$

Det betyder att statiska förstärkningen är 1, relativa dämpningen ζ och snabbheten ω_0 . Har systemet högre ordning väljer man att lägga den tredje polen i $\alpha = -\omega_0$ och man får dessa tre poler att ligga på en cirkel med radie ω_0 i det komplexa talplanet. Ytterligare poler placeras i $-\infty$ som i diskret tid motsvarar poler i origo.

4.3.1 Bandbredd

Ett systems bandbredd är den frekvens vid vilken amplituden har sjunkit till $1/\sqrt{2}$ av amplituden vid frekvensen 0. Den beskriver alltså frekvensintervallet inom vilket systemet överför en insignal till utsignal med någorlun-

da bibehållen amplitud. Det är därför av intresse att göra regulatorer som gör bandbredden hos det slutna systemet så hög som möjligt. Samtidigt vill man inte att bandbredden är så hög att högfrekventa störningar, tex mätbrus förstärks.

Bandbredden hos systemet 4.1 är proportionellt mot ω_0 , så när man bestämmer ω_0 bestämmer man också bandbredden. Vid sampling begränsas den maximala tänkbara bandbredden till Nyquistfrekvensen vilket man måste tänka på när man specificerar ω_0 i ekvation 4.1.

4.3.2 Den diofantiska ekvationen

För att erhålla önskat uppförande hos sitt slutna system måste den diofantiska ekvationen lösas. Detta kräver att man även specificerar ett observerarpolynom vars grad bestäms av

$$\text{grad}A_0 \geq 2\text{grad}A - \text{grad}A_m - \text{grad}B^+ + l - 1$$

där l är 1 i vårt fall eftersom vi önskar en integrator i regulatorn. Eftersom vi inte tolererar förkortning av nollställena är $B^+ = B$.

Observerarpolynomets nollställena måste vara stabila, dvs ligga inom enhetscirkeln i diskret tid. Den snabbaste regulatorn får man om man väljer alla nollställena i origo, men man kan få bättre uppförande om man flyttar ut dem en bit från origo.

4.4 Experiment

Det färdiga programmet består av ca 3200 rader. Samplingtidens undre gräns bestäms av den tid minstakvadrat-skattaren tar för att uppdatera modellen samt den tid det tar att uppdatera tillstånden i regulatorn vid varje sampel. Dessutom tar plottningen av signalerna en hel del datortid. Den minsta möjliga samplingtiden med plottning är därför 0.20 sekunder.

För att undersöka programmets kvalitet provkors det på en process som produceras av en analogmaskin som erbjuder möjligheter för smidiga processändringar. Den kontinuerliga överföringsfunktionen för processen som undersöks är

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

Valfri tidsfördröjning åstadkommes genom att insignalen fördröjs i programmet.

Under reläexperimentet är samplingstiden $h = 0.01$ sekunder vilket är tillräckligt för att få hög noggrannhet vid processidentifieringen. Den identifierade diskreta modellen är beräknad för en långsammare sampling, eftersom h specificeras till en tiondel av reläsvängningsperioden. För ovanstående process blir den minsta möjliga samplingstiden 0.23 sekunder om man har en hysteres som är en tiondel av reläamplituden. Hysteresen bestäms av brusnivån. Dock låter vi den aldrig gå ner till noll, eftersom ett andra ordningens system utan tidsfördröjning saknar skärningspunkt med negativa reella axeln. Detta skulle ge en reläsvängning med alltför kort period.

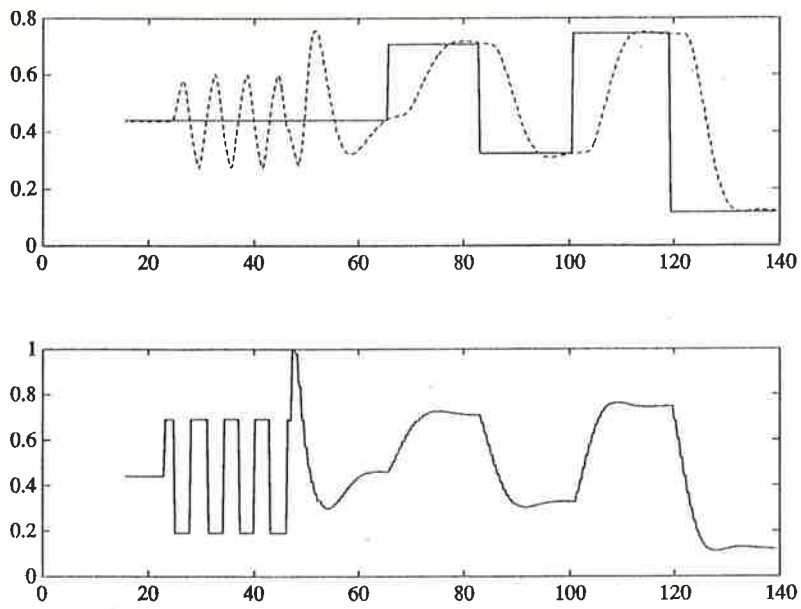
När reläexperimentet är över byter programmet samplingstid och den adaptiva regulatorn ska kopplas in. Den diofantiska ekvationen löses därför för modellen som har identifierats och regulatorn går därefter med konstanta R, S, T -parametrar i 20 sampel för att den adaptiva skattaren ska hinna uppdatera sina filtertilstånd. På detta sätt åstadkommes en mjukare övergång till den adaptiva regulatorn.

Programmet körs för många olika tidsfördröjningar och man kan konstatera att det klarar fördröjningar i området $0 < L < 3h$ bra. Ett exempel som har behandlats teoretiskt i tidigare kapitel är tidsfördröjningen $L = 1.37$ sekunder. Detta svarar mot en diskret tidsfördröjning på 3 sampel. I figur 4.2 kan man följa signalerna under ett helt experiment. Regulatorn är snabb utan någon större översläng. Modellparametrarna visas i figur 4.3. A -parametrarna skattas bra i reläexperimentet och ändras inte mycket av minsta kvadratskattaren. Teoretiskt ska a_1 vara -1.1 och a_2 vara 0.29 . Även B -parametrarna skattas relativt bra i reläexperimentet men minsta kvadratskattaren har lite problem med b_0 och b_2 . Teoretiska värden är $b_0 = 0.079$, $b_1 = 0.13$, $b_2 = -0.0026$. Möjligen kan det sämre resultatet för B -parametrarna bero på för dålig excitation av styrsignalen.

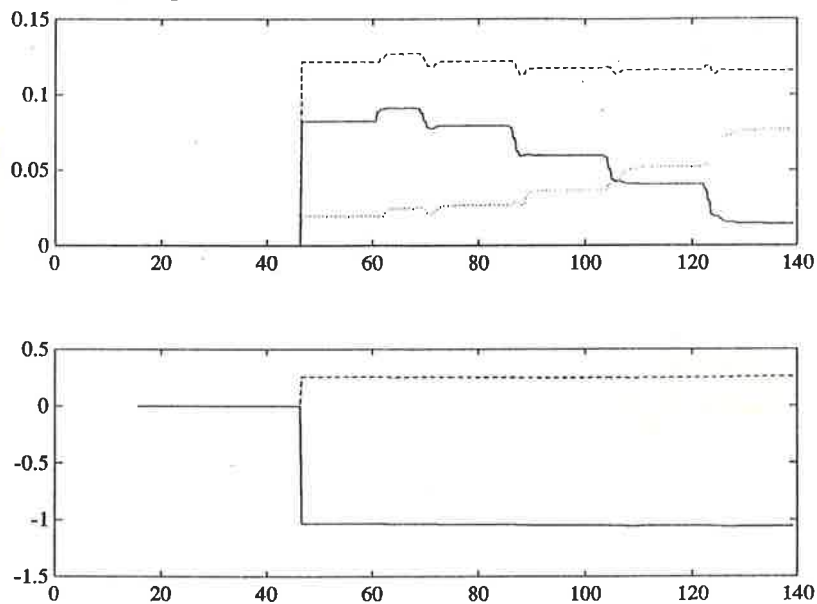
Ökas L till 4 är uppträdandet sämre. Detta kan förstås om man studerar den rekursiva minsta-kvadratskattaren närmare. Antag att modellen beskrivs av

$$y(t) + a_1y(t-1) + a_2y(t-2) = b_0u(t-1) + b_1u(t-2) + b_2u(t-3)$$

Här är tidsfördröjningen $0 \leq L \leq h$. Ökas tidsfördröjningen till $h \leq L \leq 2h$ hade man behövt skatta en ny koefficient i B -polynomet nämligen b_3 , osv. Ju större tidsfördröjningen blir, desto fler B -parametrar saknar man.



Figur 4.2: Signaler som funktion av tiden i sekunder under ett experiment med $L = 1.37$. I översta figuren visas börvärde och styrsignal. I undre figuren visas styrsignalen.



Figur 4.3: Modellparametrar som funktion av tiden under ett experiment med $L = 1.37$. I översta figuren visas b_0 (heldragen), b_1 (streckad), b_2 (prickad). I undre figuren visas a_1 (heldragen), a_2 (streckad).

4.5 Avslutning

Ett program har skrivits i *Modula - 2* som realiserar en adaptiv regulator med automatiskt val av specifikationer. Med automatiskt val av specifikationer menar vi att regulatorn initialiserar sig själv genom att ur ett reläexperiment ta fram apriorikunskap om processen den ska reglera. Regulatorn har varit en indirekt självinställande regulator med rekursiv minsta-kvadratskattning som processidentifieringsalgoritm. Designmetoden var polplacering med en integrator i R -polynomet för att ta bort stationära fel.

Appendix A

Bestämning av processparametrarna

I detta appendix kommer ekvation 3.12 att lösas för tidsfördröjningen $d = 1$.
Ekvationen är i detta fall

$$z(z^2 + a_1z + a_2)(y_1z^5 + y_2z^4 + y_3z^3 + y_4z^2 - y_0z) + \\ + z(b_0z^2 + b_1z + b_2)(z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z) = z(z^5 + 1)(q_0z^2 + q_1z)$$

Identifierar man nu koefficienter får man följande ekvationssystem

$$\begin{cases} b_0 - q_0 = -y_1 & (1) \\ b_0 + b_1 + y_1a_1 - q_1 = -y_2 & (2) \\ b_0 + b_1 + b_2 + y_2a_1 + y_1a_2 = -y_3 & (3) \\ b_0 + b_1 + b_2 + y_3a_1 + y_2a_2 = -y_4 & (4) \\ b_0 + b_1 + b_2 + y_4a_1 + y_3a_2 = y_0 & (5) \\ b_1 + b_2 - y_0a_1 + y_4a_2 - q_0 = 0 & (6) \\ b_2 - y_0a_2 - q_1 = 0 & (7) \end{cases}$$

Om man gör variabelsubstitutionen $B(1) = b_0 + b_1 + b_2$ kan man ur ekvation (3), (4) och (5) få

$$a_2 = \frac{(y_4 - y_3)(y_2 - y_4) + (y_3 + y_0)(y_2 - y_3)}{(y_1 - y_2)(y_2 - y_4) - (y_1 - y_3)(y_2 - y_3)}$$
$$a_1 = \frac{(y_4 - y_3)(y_2 - y_4) - (y_1 - y_2)(y_2 - y_4)a_2}{(y_2 - y_3)(y_2 - y_4)}$$

$$B(1) = -y_3 - y_2 a_1 - y_1 a_2 \quad -$$

Lägger man ihop ekvation (1) och (6) respektive (2) och (7) fås

$$q_0 = \frac{y_1 + B(1) - y_0 a_1 + y_4 a_2}{2}$$

$$q_1 = \frac{y_2 + B(1) + y_1 a_1 - y_0 a_2}{2}$$

Därefter kan B -koefficienterna fås ur (1), (2) och (7) enligt

$$b_0 = q_0 - y_1$$

$$b_1 = q_1 - y_2 - b_0 - y_1 a_1$$

$$b_2 = q_1 + y_0 a_2$$

Önskar man parametrarna för en annan tidsfördröjning får man dem genom cyklisk permutation.

I räkningarna ovan har förutsatts att reläamplituden är 1. Om så inte är fallet, multipliceras B -koefficienterna i ekvation 3.12 med reläamplituden d .

Appendix B

Simnonprogram

I detta appendix finns de Simnonprogram som har använts vid olika simuleringar med reläexperiment. Ursprungligen fanns Simnonprogram för ett första ordningens system skrivna av Karl-Johan Åström. Dessa har jag utökat till andra ordningen.

Den kontinuerliga processen ser ut enligt följande:

```
continuous system pc
"Processen
input u
output y
state x1 x2
der dx1 dx2
dx1=-a1*x1+x2
dx2=-a2*x1+b*u
y=x1
b:1
a1:2
a2:1
end
```

Tidsfördröjningen åstadkommes med operationen *delay*.

Reläet åstadkommes av programmet *reg*, som också mäter utsignalens värde fem gånger per halvperiod.

```

discrete system reg
"Sköter reläomslag och plockar ut 5 punkter per halvperiod av utsignalen
input e
output u
state uold n k
state tp tn dpos dneg t0 t5 emax emin
state yf0 yf1 yf2 yf3 yf4 yf5 yf6 yf7 yf8 yf9
state tmap tmip tmax tmin dir
new nuold nn nk
new ntp ntn ndpos ndneg nt0 nt5 nmax nmin
new nf0 nf1 nf2 nf3 nf4 nf5 nf6 nf7 nf8 nf9
new ntmap ntmip ntmax ntmin ndir
time t
tsamp ts
u=if e>eps or e>-eps and uold>0 then relamp else -relamp
nuold=u
nn=if u*uold<0 then n+1 else n
ts=t+h
c0=uold<0 and u>0
c1=abs(t-t0-dpos/5)<h
c2=abs(t-t0-2*dpos/5)<h
c3=abs(t-t0-3*dpos/5)<h
c4=abs(t-t0-4*dpos/5)<h
c5=uold>0 and u<0
c6=abs(t-t5-dneg/5)<h
c7=abs(t-t5-2*dneg/5)<h
c8=abs(t-t5-3*dneg/5)<h
c9=abs(t-t5-4*dneg/5)<h
cdir=abs(t-t5-tmax/3)<h
ntp=if c0 then 0 else if u>0 then tp+h else tp
ntn=if c5 then 0 else if u<0 then tn+h else tn
ndpos=if c5 then tp else dpos
ndneg=if c0 then tn else dneg
nt0=if c0 then t else t0
nt5=if c5 then t else t5
ntmap=if e>emax then t-t0 else tmap
ntmip=if e<emin then t-t0 else tmip

```

```

nf0=if n>nstart-1 and c0 then yf0+(-e-yf0)/k else yf0
nf1=if n>nstart and c1 then yf1+(-e-yf1)/k else yf1
nf2=if n>nstart and c2 then yf2+(-e-yf2)/k else yf2
nf3=if n>nstart and c3 then yf3+(-e-yf3)/k else yf3
nf4=if n>nstart and c4 then yf4+(-e-yf4)/k else yf4
nf5=if n>nstart and c5 then yf5+(-e-yf5)/k else yf5
nf6=if n>nstart and c6 then yf6+(-e-yf6)/k else yf6
nf7=if n>nstart and c7 then yf7+(-e-yf7)/k else yf7
nf8=if n>nstart and c8 then yf8+(-e-yf8)/k else yf8
nf9=if n>nstart and c9 then yf9+(-e-yf9)/k else yf9
ntmax=if n>nstart and c0 then tmax+(tmap-tmax)/k else tmax
ntmin=if n>nstart and c0 then tmin+(tmip-tmin)/k else tmin
nk=if n>nstart and c0 then k+1 else k
nmax=if n<nstart then 0 else if e>emax then e else emax
nmin=if n<nstart then 0 else if e<emin then e else emin
"Bestämning av utsignalens lutning vid reläomslag
ndir=if n<nstart then 0 else if cdir then (-e-yf5)/(t-t5) else
dir
amp=(nmax-nmin)/2
k:1
n:1
eps:0.1      "Hysteres
relamp:1     "Reläamplitud
h:0.01
nstart:3
end

```

Estimeringen av processparametrar sköts av programmet estim.

```

discrete system estim
"Utför parameterestimeringen
input y0 y1 y2 y3 y4 tmax tmin dpos dneg dir
time t
tsamp ts
initial
ts=19.9
sort
a=y1

```



```

b=y2
c=y3
d=y4
e=y0
ay1=abs(y1)
ay2=abs(y2)
ay3=abs(y3)
ay4=abs(y4)
ay0=abs(y0)
alfa=abs(y0-y1-y2+y3+y4)/max(max(max(max(ay0, ay1), ay2), ay3), ay4)
maximal=(tmax+tmin-dpos)/2
tper=dpos+dneg
"Lutningen används för att bestämma tidsfördröjningen
Ldelay=if maximal<0.3*tper then maximal-dir/(2*relamp) else maximal
k=Ldelay<0.1*tper
l=Ldelay<0.2*tper
m=Ldelay<0.3*tper
n=Ldelay<0.4*tper
maxdtper=maximal/tper
x1=if k then a else if l then b else if m then c else if n then
d else -e
x2=if k then b else if l then c else if m then d else if n then
-e else -a
x3=if k then c else if l then d else if m then -e else if n then
-a else -b
x4=if k then d else if l then -e else if m then -a else if n then
-b else -c
x5=if k then -e else if l then -a else if m then -b else if n then
-c else -d
a2=((x4-x3)*(x2-x4)+(x3-x5)*(x2-x3))/den
den=(x1-x2)*(x2-x4)-(x1-x3)*(x2-x3)
a1=((x4-x3)*(x2-x4)-(x1-x2)*(x2-x4)*a2)/((x2-x3)*(x2-x4))
bett=-x3-x2*a1-x1*a2
q0=(bett+x5*a1+x4*a2+x1)/2
q1=(bett+x1*a1+x5*a2+x2)/2
b0=(q0-x1)/relamp
b1=(q1-b0*d-x1*a1-x2)/relamp

```

```

b2=(-x5*a2+q1)/relamp
ts=t+10
relamp:1
end

```

För att koppla ihop de olika delarna finns programmet con2. På grund av datorsystemet kan man inte erhålla tecknen [och] i programlistningen. Därför används symbolerna (och) istället.

```

connecting system con2
time t
ref=0
u(pc)=u(reg)
td1(delay)=t-0.5      "L=0.5, i detta fall.
u1(delay)=y(pc)
e(reg)=ref-y1(delay)
y0(estim)=-yf0(reg)
y1(estim)=-yf1(reg)
y2(estim)=-yf2(reg)
y3(estim)=-yf3(reg)
y4(estim)=-yf4(reg)
tmax(estim)=tmax(reg)
tmin(estim)=tmin(reg)
dpos(estim)=dpos(reg)
dneg(estim)=dneg(reg)
dir(estim)=dir(reg)
end

```

Ett användbart macro för att göra ett reläexperiment med processidentifiering är auto.

```

macro auto
let n1.delay=0           "Initierar operationen delay
let n2.delay=1
let space.delay=3000
syst delay reg pc2 estim2 con2
axes h 0 40 v -1.5 1.5  "Plottar in- och utsignal som
fuktion av tiden

```

```
plot u(pc) y1(delay)
simu 0 40
disp
disp amp
end
```

Referenser

- [1] Åström, K. J., och B. Wittenmark, 1984. *Computer Controlled Systems: Theory and Design*, Prentice-Hall Information and System Sciences Series. Kapitel 10.
- [2] Åström, K. J., och B. Wittenmark, 1989. *Adaptive Control*, Addison-Wesley Series in Electrical Engineering: Control Engineering. Kapitel 8.
- [3] Åström, K. J., och T. Hägglund, 1988. *Automatic Tuning of PID Reulators*. Research Triangle Park, N.C.: Instrument Society of America. Avsnitt 3.3.
- [4] Åström, K. J., och T. Hägglund. *A New Auto-tuning Design*, Automatica.
- [5] Åström, K. J., och B. Wittenmark, 1984. *Computer Controlled Systems: Theory and Design*, Prentice-Hall Information and System Sciences Series. Kapitel 3.
- [6] Hang, C. C., och K.J. Åström. *Practical aspects of PID Auto-tuners based on relay feedback*, Automatica. Avsnitt 2.2.
- [7] Lundh, M, 1988. *A TOOLBOX for Discrete Time Design and On-Line Control*, CODEN:LUTFD2/(TFRT-7382)/1-12/(1988).
- [8] Andersson, U., Persson, O., och M. Åkesson, 1989. *Automatinställning med parameterstyrning*.