

CODEN: LUTFD2/(TFRT-5379)/1-32/(1988)

Glapp och friktion i servosystem

Anders GM Dahlberg

Institutionen för Reglerteknik
Lunds Tekniska Högskola
Maj 1988

Department of Automatic Control Lund Institute of Technology P.O. Box 118 S-221 00 Lund Sweden		<i>Document name</i> Master Thesis	
		<i>Date of issue</i> May 1988	
		<i>Document Number</i> CODEN: LUTFD2/(TFRT-5379)/1-32/(1988)	
<i>Author(s)</i> Anders GM Dahlberg		<i>Supervisor</i> Stefan Lindström, Karl Johan Åström	
		<i>Sponsoring organisation</i> Bofors Aerotronics AB	
<i>Title and subtitle</i> Glapp och friktion i servosystem Backlash and friction in servosystems			
<i>Abstract</i> <p>This report describes a model for simulation of backlash and friction effects in electrically powered rotating mechanical systems. A tank fire control system is treated as an example. The simulation package Simnon is used for all simulations.</p>			
<i>Key words</i>			
<i>Classification system and/or index terms (if any)</i>			
<i>Supplementary bibliographical information</i>			
<i>ISSN and key title</i>			<i>ISBN</i>
<i>Language</i> Swedish	<i>Number of pages</i> 32	<i>Recipient's notes</i>	
<i>Security classification</i>			

The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 lubbis lund.

Innehåll

- 0 Inledning
- 1 Friktionsmodellen
- 2 Glappmodellen
- 3 Servot
- 4 Motormodellen
- 5 Växelmodellen
- 6 Gyromodellen
- 7 Slutna systemets egenskaper
- 8 Digitalt servo
- 9 Slutsatser
- 10 Referenser

Appendix

- A Programkod
- B Elektronisk schema för servot

0. Inledning

Detta examensarbete har gjorts till största delen under sommaren 1987 på Bofors Aerotronics AB, Lidingö, samt till viss del under samma höst på Institutionen för Reglerteknik vid Lunds Tekniska Högskola.

Två mål mot ett

Arbetet har haft två mål, dels att ta fram en allmän modell av glapp och friktion i servosystem, dels att genom modellen ge medel att förbättra ett existerande system. Det system till vilket modellen anpassats är ett eldledningssystem för stridsvagnar och de parametrar som använts vid simuleringar har valts så att de skulle kunna representera något mer eller mindre typiskt stridsvagnstorn. Just med tanke på detta system har hastighetsåterkoppling från gyro via ett olineärt PID-servo använts. Avslutningsvis har även en digital implementering av servot gjorts.

Sand i ögonen

Glapp och friktion existerar i större eller mindre grad i alla kraftöverföringar, men nonchaleras oftast vid konstruktion av reglersystem. Den allmänt utbredda reglerteorin bygger nästan helt på lineära system och de små men förtretliga olineariteter som alla verkliga system innehåller lineariseras snabbt och lätt kring någon vilopunkt runt vilken man avser att reglera.

Glapp och friktion däremot, är tyvärr lite för olineära för att detta skall fungera. Därför väljer man i de flesta fall att göra som strutsen enligt uppgift faktiskt inte gör, det vill säga, att stoppa huvudet i sanden. I just det fall jag studerat har detta visat sig vara en helt olämplig strategi.

Stridsvagnstorn är tunga saker, och det aktuella systemet används framförallt för modernisering av gamla och slitna vagnar. Därför kan glapp och friktion i kraftöverföring och tornlagring vara såväl stora som varierande.

Men hur?

Under arbetet har jag tyvärr inte haft tillgång till någon stridsvagn att skruva och mäta på, så jag har fått nöja mig med en persondator.

Modellen har realiserats i simuleringsspråket Simnon som utvecklats på Institutionen för Reglerteknik vid Lunds Tekniska Högskola. All programkod finns redovisad i appendix A.

Resultatet

Arbetet har inte genererat den slutgiltiga patentlösningen på all världens glapp- och friktionsproblem, vilket ju inte heller var avsikten. Modellen i sig är resultatet, och gjorda simuleringar har gett resultat som verkar rimliga. Framtiden och eventuella omkonstruktioner av systemet får utvisa om modellen är tillräcklig.

Svaret på frågan om hur man löser problemen med glapp och friktion återstår alltså för eftervärlden att finna, såvida man inte tillhör de som anser att fråga och svar är komplementära; kännedom om det ena utesluter all kännedom om det andra⁽¹⁾.

1. Friktionsmodellen

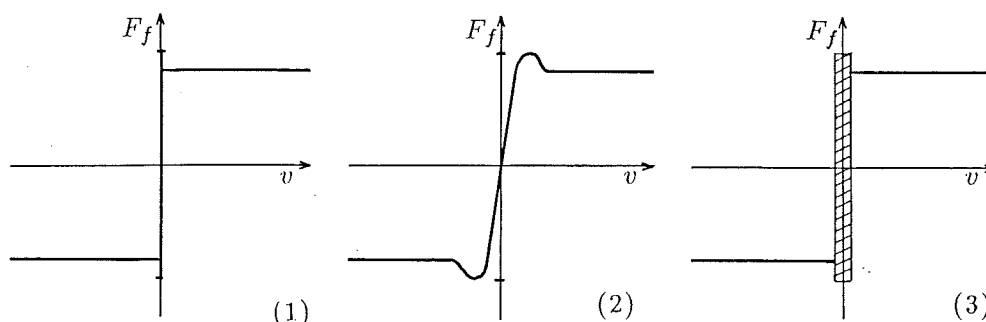
Friktion är ett mycket välkänt och vardagligt fenomen. I några få tillämpningar är friktionen önskvärd, exempelvis i skosulor, bromsklossar och bildäck, men i många fall är friktionen högst oönskad. Friktion ökar energiförbrukning och slitage och ställer dessutom till med problem i många reglersystem.

Trots att vi dagligen stöter på och utnyttjar friktion så råder en viss oenighet om hur friktionen egentligen bör beskrivas⁽²⁾⁽³⁾, den enda riktigt säkra utsaga som verkar kunna göras är att friktionen alltid är motriktad rörelsen.

Uppdelning

Friktion kan rent allmänt uppdelas i två delar, torrfriktion och viskös friktion eller viskös dämpning. Torrfriktionen är i stort sett endast beroende av rörelsens riktning, medan den viskösa friktionen även beror på rörelsens hastighet.

Vid inte allt för höga hastigheter är den viskösa friktionen direkt proportionell mot hastigheten och därför mycket enkel att modellera, varför här i fortsättningen endast torrfriktionen kommer att diskuteras.



Figur 1.1 Några olika friktionsmodeller.

Stiction

Torrfriktionen ger upphov till en kraft, eller vid roterande rörelse ett moment, som motverkar den kraft, eller moment, som accelererar den aktuella kroppen. Här betraktar vi endast roterande rörelse och därför kommer i fortsättningen friktionen att ses som ett moment.

I vila är friktionsmomentet, upp till en viss gräns, exakt lika stort som det drivande momentet men motriktat detta. Om det drivande momentet ökas över denna gräns sättes lasten i rörelse. Ofta räknar man då med att friktionsmomentet sjunker något, så kallad slip-stick friction eller stiction, så att friktionen i rörelse är mindre än i vila.

Modellering

Modell 1 ovan representerar den oftast använda idealiseringen. Praktiskt är den dock oanvändbar. Dels existerar inte, i en numerisk simulering, den exakta nollan, dels är varken $F_f = F_f(V)$ eller $V = V(F_f)$ entydiga avbildningar. I modell 2 fås en entydig avbildning från V till F_f , men modellen är tveksam

såväl fysikaliskt som numeriskt. Den tredje modellen är den som använts här. Den känns fysikaliskt trovärdig och den fungerar bra i Simnon där det inte krävs en entydig avbildning mellan hastighet och friktion.

Modellen är lättare att implementera programmeringstekniskt än rent matematiskt. När hastigheten ligger i intervallet $-V_{eps} < V < V_{eps}$ beror friktionsmomentet enbart på det drivande momentet, när hastigheten ligger utanför intervallet beror friktionen endast på hastigheten.

Intervallet runt nollan är ju nödvändigt med tanke på numerisk precision men man önskar naturligtvis att göra det så litet som möjligt. Man måste dock vara medveten om ett problem. Nollintervallet och steglängden i integrationsalgoritmen måste vara avpassade så att inte programmet råkar "kliva över" nollan. Det kan vara lämpligt att prova några olika steglängder tills man får konsistenta resultat.

I simuleringarna har ALGOR RK använts. Då man inte kan välja steglängden explicit har den påverkats genom att felmarginalen minskats till ERROR 0.0001.

2. Glappmodellen

Glapp i mekaniska kraftöverföringar är ett problem som är mycket svårt att komma ifrån. Man kan i många fall få bort glappet med hjälp av förspända kugghjul m.m., men då till priset av elasticiteter. Glapp har också nackdelen att tendera till att öka med tiden genom förslitning.

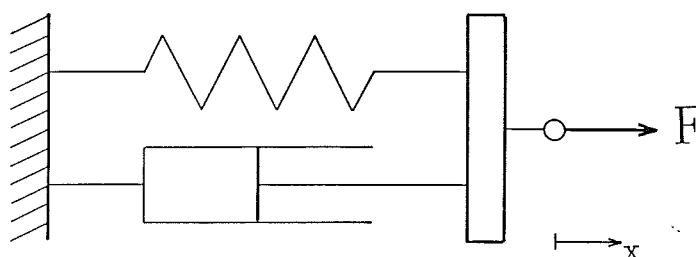
Modellering

Glapp kan i sin enklaste form modelleras som en ren hysteres, alltså en amplitudberoende tidsfördröjning när accelerationen byter tecken. Dock uppstår då frågan om vad som händer i själva kontaktögonblicket. ⁽⁴⁾⁽⁵⁾

Först betänker man den sedvanliga fullständigt elastiska materialmodellen som oftast används för metaller, men inser snart att den leder till mycket obehagliga svängningar i systemet. Någon form av dämpning måste införas, och det förefaller ju inte otroligt att den elastiska modellen inte stämmer särskilt bra vid de relativt snabba förlopp det här blir fråga om.

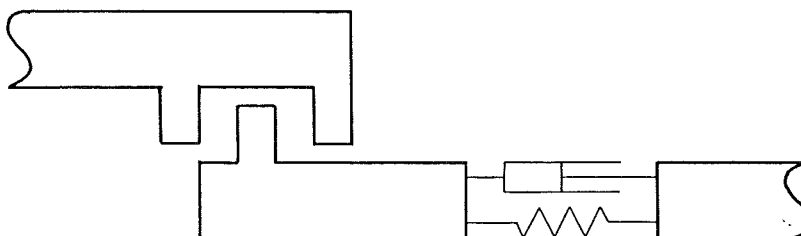
En enkel modell som visar sig fungera bra är Kelvins materialmodell där även hänsyn tas till deformationshastigheten.

$$F = K_s \cdot x + D_s \cdot \frac{dx}{dt} \quad (2.1)$$



Figur 2.1 Kelvins materialmodell.

Om rotationen transformeras till en linjär rörelse får man följande modell.

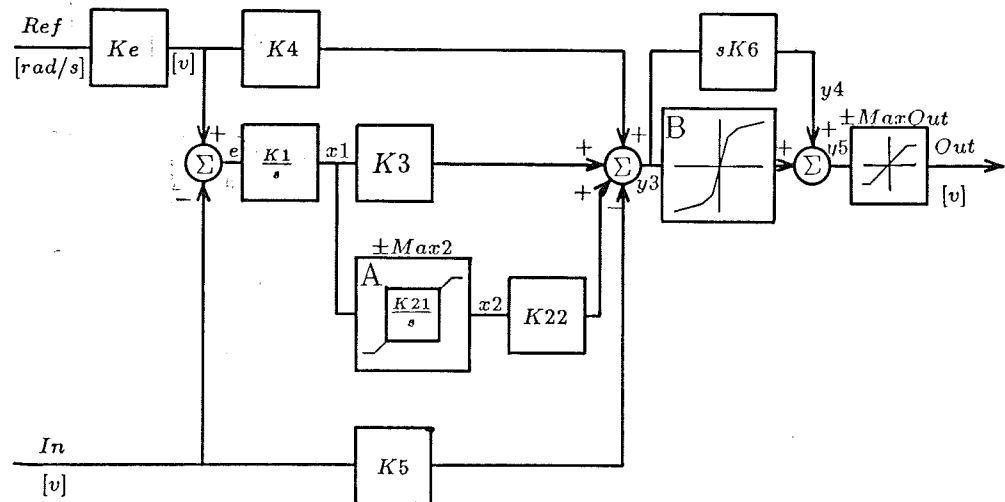


Figur 2.2 Den använda glappmodellen.

Styvhetskonstanten K_s och dämpningen D_s har i simuleringarna avpassats för ett realistiskt resultat. Väljs dämpningen för liten relativt styvheten uppstår kraftiga svängningar i systemet.

3. Servot

Servot har modellerats efter en existerande analog konstruktion och är i princip ett olineärt PID-servo.



Figur 3.1 Blockschemata för servot.

Olineariteter

De ingående olineariteterna är, förutom begränsningen av utsignalen, två. Dels har vi den begränsade andraintegratorn *A* som har till funktion att ställa in sig på ett värde motsvarande torrfraktionen i kraftöverföringen, dels den olineära förstärkningen *B* som kan anta tre olika värden, beroende på felets y_3 storlek.

Överföringsfunktion

Överföringsfunktionen kan lineärt approximeras med

$$G_s(s) = \frac{(\alpha s + \beta)(\gamma + \delta s)}{s} \quad (3.1)$$

$$U_{out} = G_s(s) \cdot e$$

d.v.s en PID-regulator på faktorform, där α, β, γ och δ beror på runt vilken punkt man lineariserat.

Detta är dock endast av principiellt intresse här eftersom avsikten med modellen är att den skall vara olineär.

Ett förenklat elektroniskema av servot återfinns i appendix B.

4. Motor och amplitdyn

4.1 Amplitdynen

Mellan servot och motorn är inkopplat en amplitdyn, en typ av elektromekanisk strömförstärkare.

Amplitdynen är i princip en likströmgenerator som drivs med konstant hastighet. Med en liten ström i en styrlindning kan man styra en mycket större ström i ankarlindningen. Effektförstärkningen kan typiskt vara i storleksordningen 10^4 . Skillnaden mellan elektrisk effekt ut och elektrisk effekt in motsvarar den effekt som krävs för att mekaniskt driva amplitdynen.

Överföringsfunktion

Om förstärkningen räknas in i motorns överföringsfunktion är amplitdynens överföringsfunktion approximativt

$$G_a = \frac{1}{1 + \tau_a s} \quad (4.1)$$
$$U_{out} = G_a \cdot U_{in}$$

För en närmare beskrivning av amplitdynens verkningsätt hänvisas till ref. (6)

4.2 Motorn

Uspänningen från amplitdynen driver en ström genom motorns ankarlindning, dock måste även hänsyn tas till den mot-Emk som motorn genererar. Denna är proportionell mot motorns vinkelhastighet.

Överföringsfunktionen från spänning till ström blir

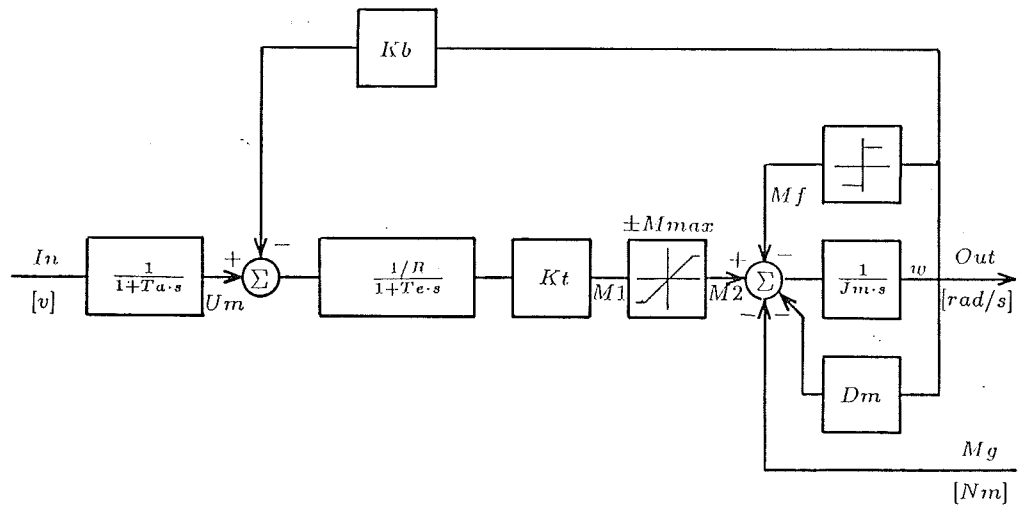
$$G_e(s) = \frac{1/R}{1 + \tau_e s} \quad (4.2)$$
$$I = G_e(s) \cdot (U_{in} - K_b)$$

Strömmen ger upphov till ett vridmoment som för mindre strömmar är proportionellt mot strömmen, men som för större strömmar planar ut till ett konstant värde, motorns maxmoment.

Vridmomentet motverkas sedan av torrfriktion enligt kapitel 1. Det resulterande momentet ger upphov till en vinkelacceleration hos ankaret och den utgående axeln. Accelerationen motverkas av viskös friktion som bromsar med ett moment proportionellt mot vinkelhastigheten. Dessutom motverkas rotationen av den last som motorn driver. Lasten bromsar via växellådan med momentet M_g .

Blockschema

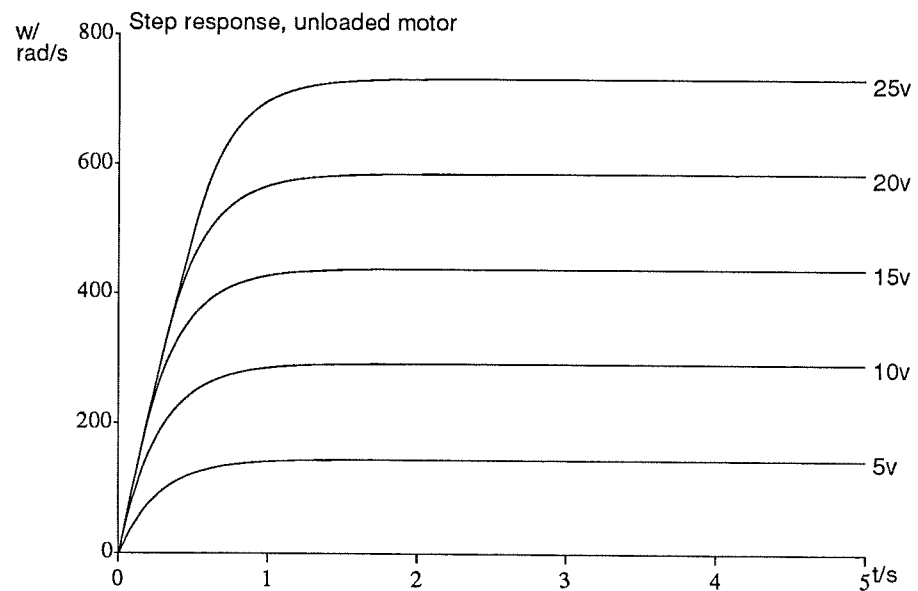
Motorns blockschema ser inklusive amplitdynen ut som



Figur 4.1 Blockschema för motor och amplitdyn.

Stegsvar

Motormodellen ger vid simulering mycket trovärdiga resultat. Stigtiden vid ett steg är i storleksordningen s vilket helt beror på den mekaniska trögheten. De elektriska tidskonstanterna hos amplitdynen och motorn är några ms och därför helt försumbara i sammanhanget.



Figur 4.2 Motormodellens stegsvar.

5. Växellåda och last

Växellådan ses här något förenklat som bestående av två kugghjul med ett visst inbördes glapp p definierat som hälften av den vinkel som den utgående axeln kan vridas fritt om den ingående axeln låsts.

Vinkelhastigheten hos den ingående axeln växlas ner en faktor N , och sedan integreras skillnaden mellan in- och utgående vinkelhastighet, vilket ger det relativa vinkelläget mellan kugghjulen. Innan kuggarna fått kontakt med varandra sker ingen kraftöverföring till den utgående axeln. Kraftöverföringen sedan kontakt uppnåtts har modellerats som i kapitel 2 med

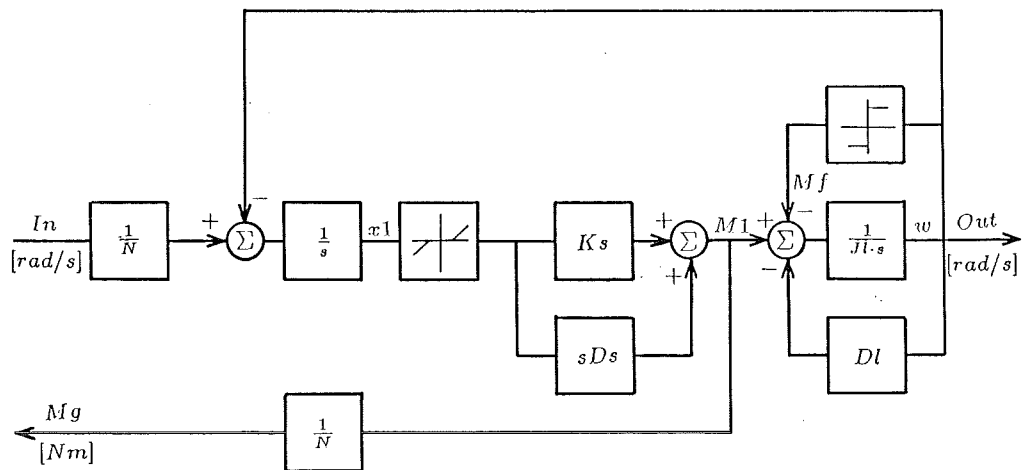
$$F = K_s \cdot x + D_s \cdot \frac{dx}{dt} \quad (2.1)$$

Momentet fås genom multiplikation med radien hos den utgående axels kugghjul. Det nu uppkomna momentet bromsar även motorn, men sett från motorn reducerat en faktor N . Momentet motverkas av torrfriktion, och det resulterande momentet sätter lasten i rotation.

Eventuell tröghet och viskös friktion i växellådan kan föras till motorns eller lastens tröghet respektive dämpning.

Blockschema

Växellådan får följande blockschema



Figur 5.1 Blockschema för växellådan inklusive last.

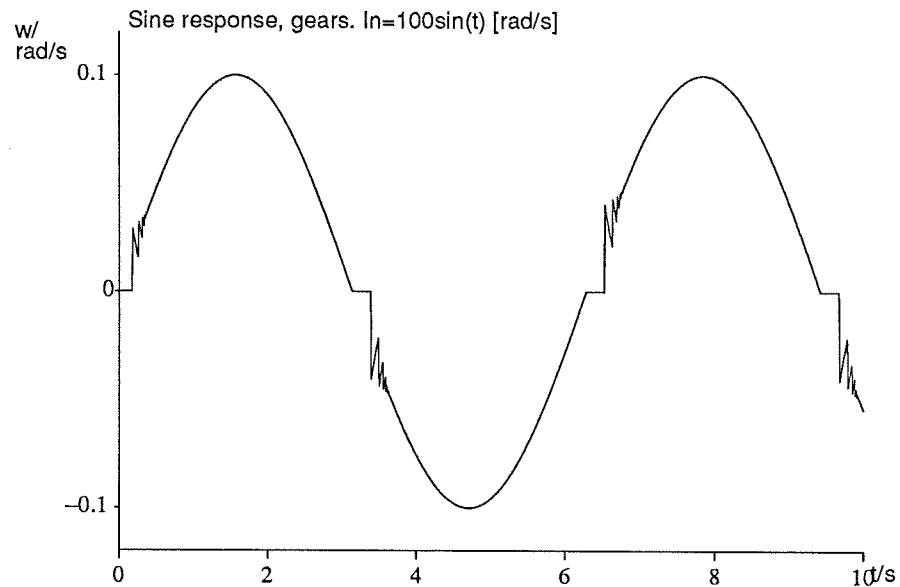
Simulering

Vid simulering av växellådan har använts en sinusformad insignal.

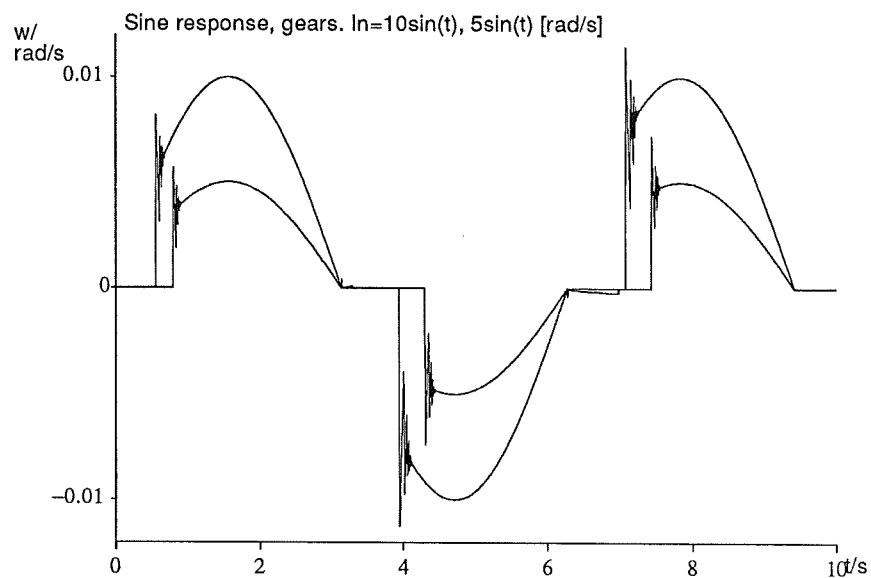
Precis som väntat ser man att glappet ställer till problem när vinkelhastigheten byter tecken. Den svängning som uppstår i kontaktögonblicket beror på kuggarnas elasticitet.

Glappet ger, relativt sett, störst problem vid låga hastigheter och är med de parametrar som använts vid simuleringarna det som sätter den undre gränsen för det användbara hastighetsområdet.

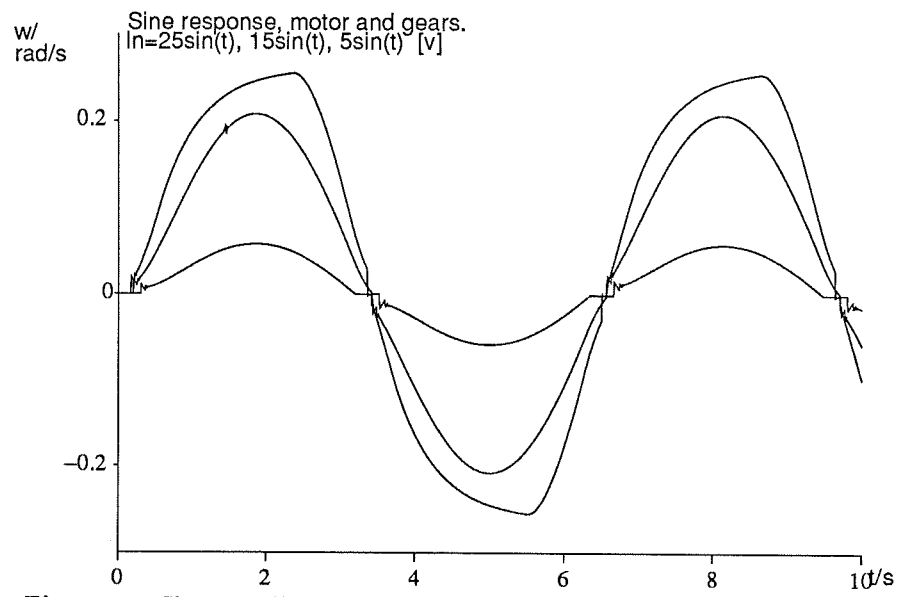
Om en sinusformad inspänning till motorn simuleras och vinkelhastigheten hos växellådans utgående axel används som utsignal, ser man samma effekter vad gäller glappet, men dessutom märks vid de högsta hastigheterna motorns begränsningar som en deformation av kurvtopparna.



Figur 5.2 Sinussvar för växellådan.



Figur 5.3 Sinussvar för växellådan.

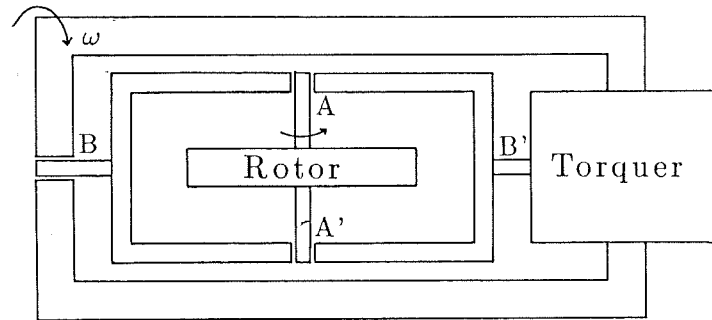


Figur 5.4 Sinussvar för motor och växellåda. Motorns mätning syns tydligt vid den högsta amplituden.

6. Gyrot

I stället för en tachometer har, i den applikation som legat till grund för detta arbete, hastighetsåterkopplingen gjorts genom ett s.k. återkopplat rategyro.

Principer



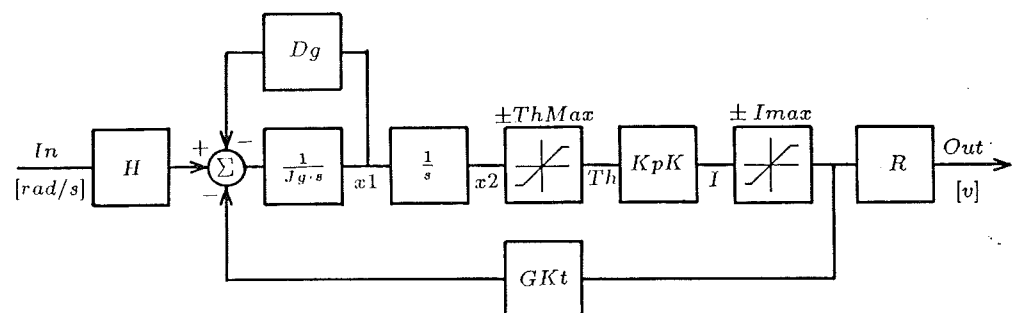
Figur 6.1 Förenklad modell av gyrots mekaniska uppbyggnad.

Gyroprincipen bygger på att en kropp med ett stort rotationströghetsmoment strävar efter att behålla sin orientering i rummet.

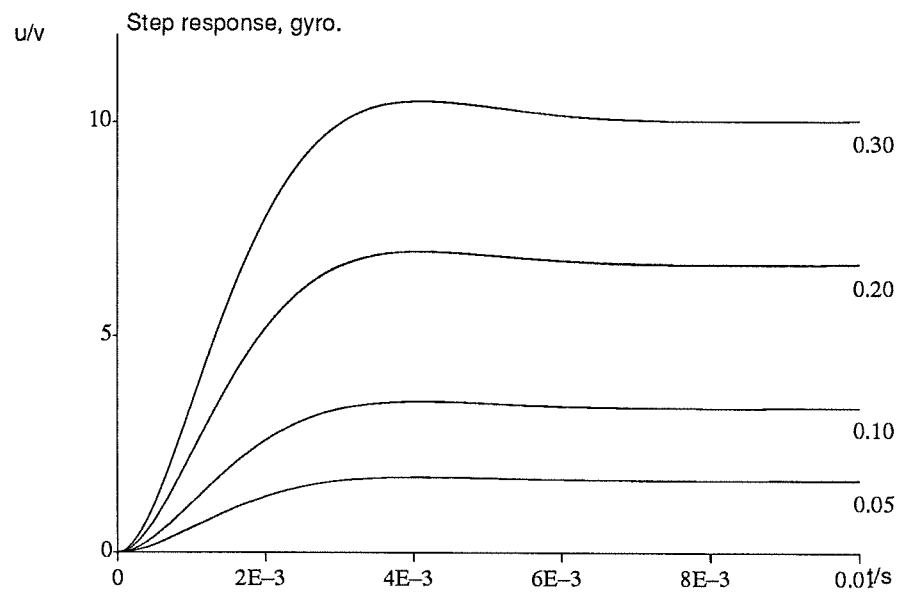
Gyrot är uppbyggt kring en rotor som roterar med en hög konstant vinkelhastighet. Om rotorupphängningen ges en vinkelhastighet ω vinkelrät mot rotorns rotationsaxel AA' kommer rotorn att vridas, relativt upphängningen, kring axeln BB' . Vinkeln uppmäts och ger upphov till en signal som förstärks och får driva en s.k. torquer, i princip en elmotor, som återför rotorn till neutralläget.

Strömmen genom torquern är proportionell mot den ingående vinkelhastigheten ω och används alltså som utsignal.

Blockschema



Figur 6.2 Blockschema för återkopplat rategyro.

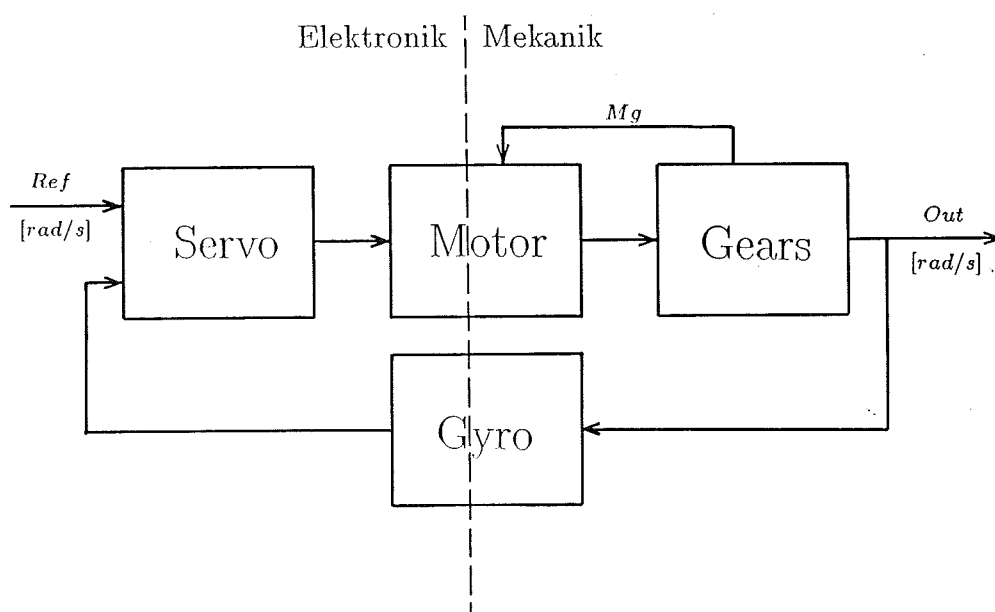


Figur 6.3 Gyromodellens stegsvar.

Stegsvar

Simulering av gyromodellens stegsvar ger mycket goda resultat. Stigtiden är i storleksordningen ms , vilket i den aktuella tillämpningen är helt försumbart. En liten översläng fås vid de högsta hastigheterna, men den påverkar knappast systemet negativt.

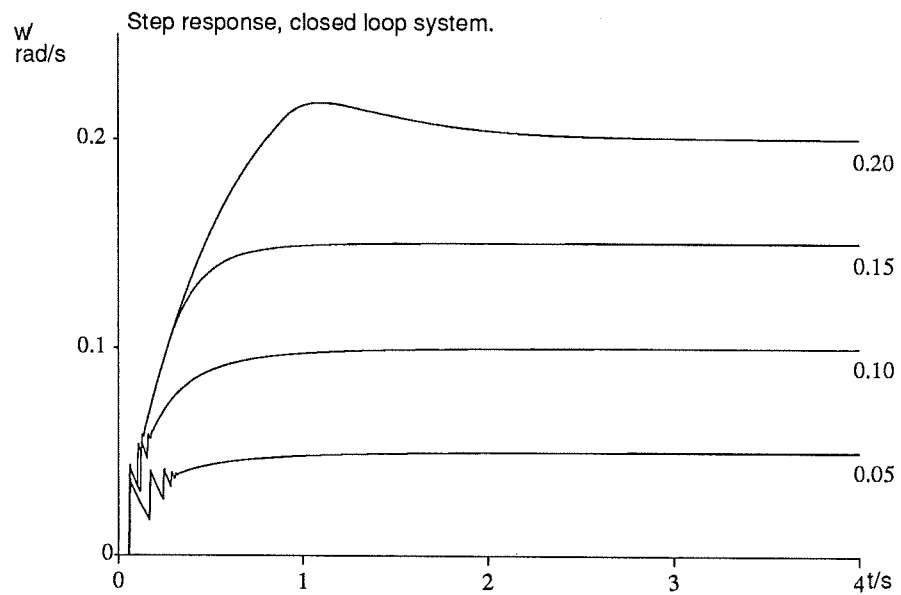
7. Det slutna systemet



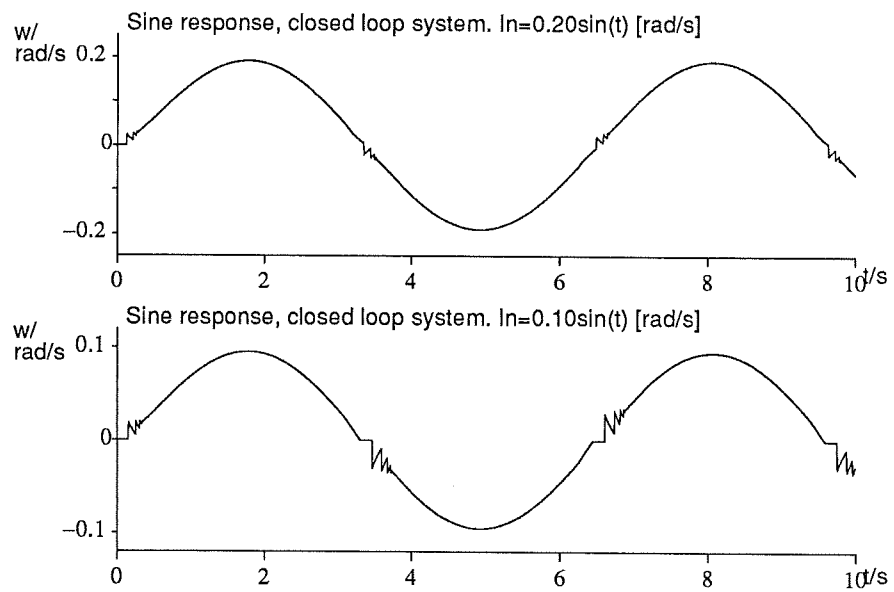
Figur 7.1 Blockschemat för det slutna systemet.

Det slutna systemet visar sig fungera bra. De parametrar som använts vid simuleringarna (defaultvärdena i programmen) representerar relativt svåra fall. Friktionsmomentet $1200Nm$ i växellåda och last ligger långt över vad systemet specificerats för, men är samtidigt ett värde som återfunnits i försök. Glappet i utgående axeln $1,5mrad$ åt vardera hållet är inte så allvarligt ur positioneringssynpunkt, men sätter en undre gräns för det användbara hastighetsområdet.

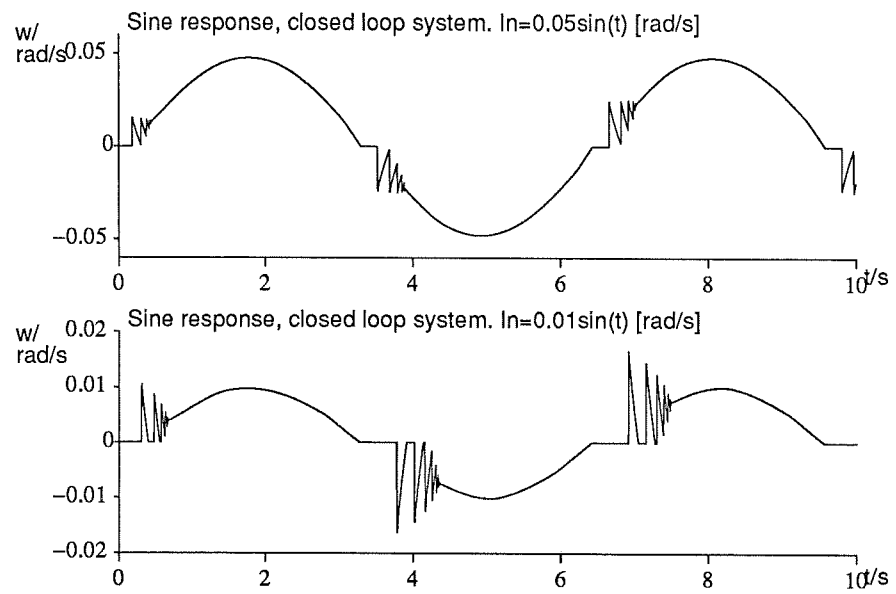
Utsignalen, vinkelhastigheten hos växellådans utgående axel, följer referenssignalen mycket väl utom just när hastigheten växlar tecken, då glappet ger sig till känna. Stigtiden till full hastighet, omkring $250mrad/s$ är drygt en sekund, och systemet kan följa en sinussignal ner till $10mrad/s$. Om man bara kör åt ett håll kan systemet, när väl glappet tagits upp, följa mycket mindre signaler.



Figur 7.2 Stegsvär för det slutna systemet.



Figur 7.3 Sinussvar för det slutna systemet. Glappet märks tydligast vid låga signalamplituder.

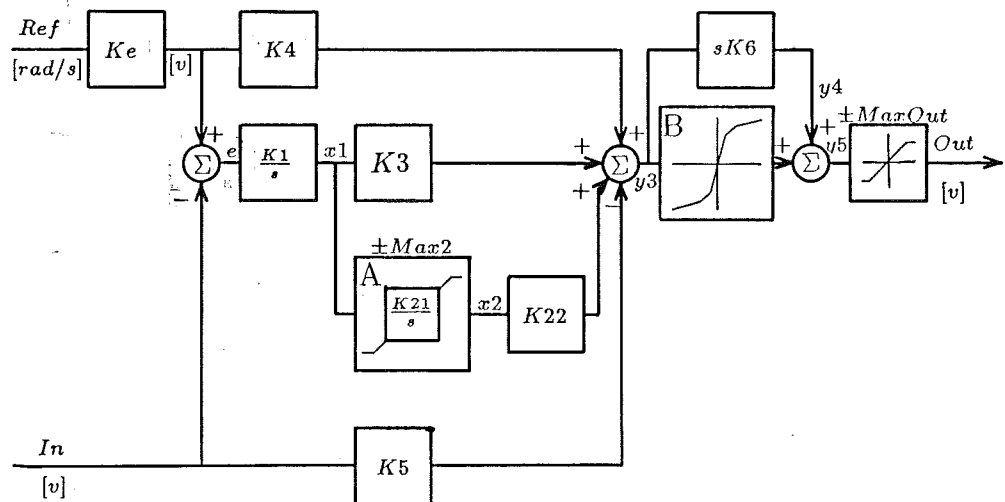


Figur 7.4 Sinussvar för det slutna systemet. Systemet kan följa en signal väl ner till 0.01 rad/s .

8. Digitalt servo

Avslutningsvis har även en digital implementering av servot gjorts. Ekvationerna har ordnats för att i högsta möjliga grad minska tidsfördröjningen mellan inläsning av ärvärde och utmatning av börvärde. Insignalerna har förutsatts samplade med first-order-hold.

8.1 Analog analogi



Figur 8.1 Blockschema för servot.

Översättningen från det analoga servot har gjorts mycket rättframt, men några punkter förtjänar att nämnas.

Derivationen har, för att garantera stabiliteten, gjorts med bakåtapproximation vilket, i Simmon, kräver ett programmeringstekniskt trick.

Den önskade signalen y_4 är proportionell mot derivatan av signalen y_3 , men för att minska brus känsligheten används istället

$$y_4 = \frac{K_6 p}{1 + \frac{K_6}{N} p} y_3$$

där $p = \frac{d}{dt}$ är differentialoperatoren. Detta har approximerats med

$$y_4(kh) = \frac{K_6}{K_6 + Nh} y_4((k-1)h) + \frac{K_6 N}{K_6 + Nh} (y_3(kh) - y_3((k-1)h))$$

vilket ju är ekvivalent (translaterat ett samplingsintervall) med

$$y_4((k+1)h) = \frac{K_6}{K_6 + Nh} y_4(kh) + \frac{K_6 N}{K_6 + Nh} (y_3((k+1)h) - y_3(kh))$$

som i Simmon blir $ny_4 = (K_6 / (K_6 + N * h)) * y_4 + (K_6 * N / (K_6 + N * h)) * (ny_3 - y_3)$

Om vi för att öka läsbarheten inför som konvention att $x(k) = x(kh)$,
 $x(k+1) = x((k+1)h)$ et.c. kommer servot att se ut som följer.

$$\begin{aligned}
 e(k) &= K_e \cdot Ref(h) - In(h) \\
 y_3(k) &= K_4 K_e \cdot Ref(k) + K_3 \cdot x_1(k) + K_{22} \cdot x_2(k) - K_5 \cdot In(k) \\
 y_a(k) &= \begin{cases} 8,51 \cdot |y_3(k)| & |y_3(k)| < 0,107 \\ 0,32 + 5,43 \cdot |y_3(k)| & 0,107 < |y_3(k)| < 0,184 \\ 0,87 + 2,43 \cdot |y_3(k)| & 0,184 < |y_3(k)| \end{cases} \\
 y_4(k) &= \frac{K_6}{K_6 + Nh} y_4(k-1) + \frac{K_6 N}{K_6 + Nh} (y_3(k) - y_3(k-1)) \\
 y_5(k) &= sgn(y_3(k)) \cdot y_a(k) + y_4(k) \\
 Out(k) &= \begin{cases} y_5(k) & |y_5(k)| < MaxOut \\ sgn(y_5(k)) \cdot MaxOut & i \text{ övrigt} \end{cases} \\
 x_1(k+1) &= x_1(k) + K_1 h \cdot y_4(k) \\
 x_2(k+1) &= \begin{cases} x_2(k) + K_{21} h \cdot x_1(k) & (|x_2(k)| < Maxx_2) \vee (x_1 x_2 < 0) \\ x_2(k) & i \text{ övrigt} \end{cases}
 \end{aligned}$$

8.2 Filter

För att undvika aliasing måste insignalen till servot filtreras. Frekvenser högre än den så kallade Nyquistfrekvensen d.v.s halva samplingsfrekvensen måste filtreras bort.

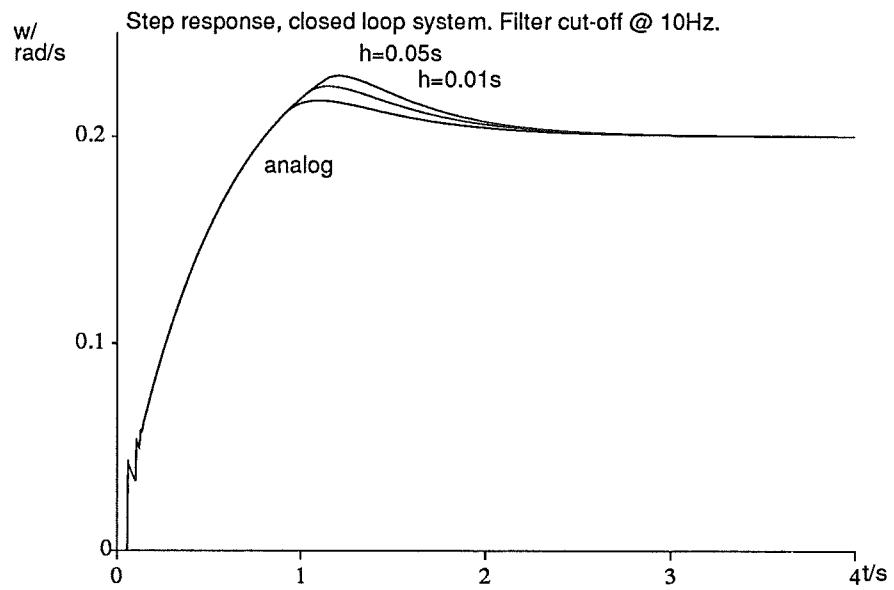
Därför har ett andra ordningens lågpas Butterworthfilter införts mellan gyrot och servot i det slutna systemet.

Simulering har givit att samplingsintervallet bör ligga mellan 10ms och 50ms, vilket ger brytfrekvens för filtret 50Hz respektive 10Hz.

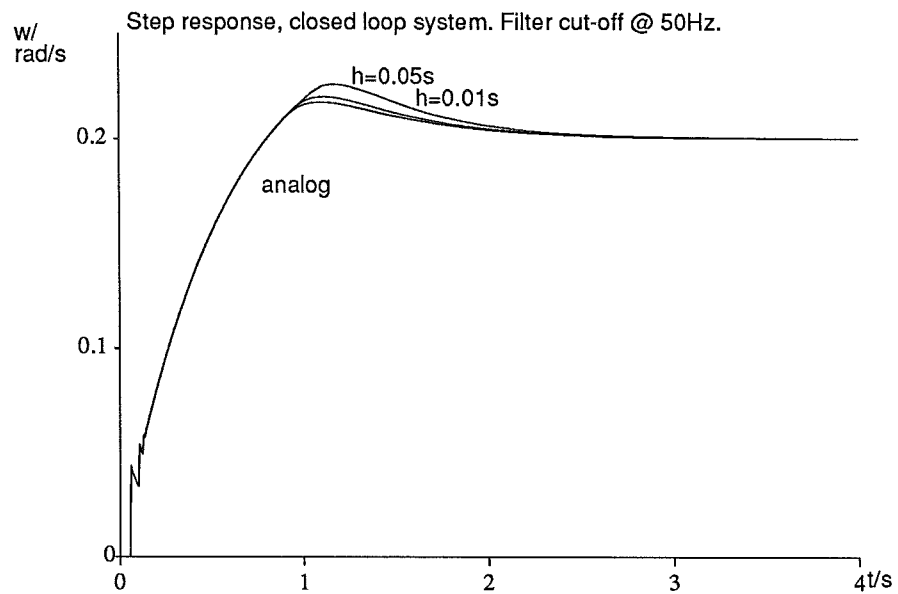
Allmänt gäller att en digital implementering av en analog konstruktion ger sämre prestanda än den analoga, men att kortare samplingsintervall ger prestanda närmare det analoga servots.

Stegsvar

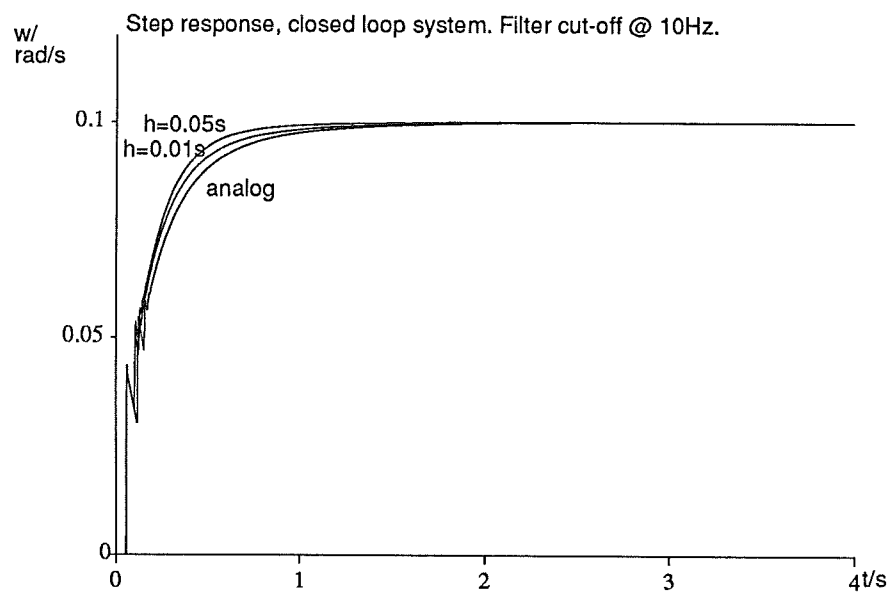
Simulering av det samplade systemet ger att prestanda ligger mycket nära det analoga systemets, i synnerhet då samplingsfrekvensen 100Hz och cut-off frekvensen 50Hz används. Som bonus får man dessutom, tack vare filtret, stabilare egenskaper vid låga hastigheter med det digitala servot.



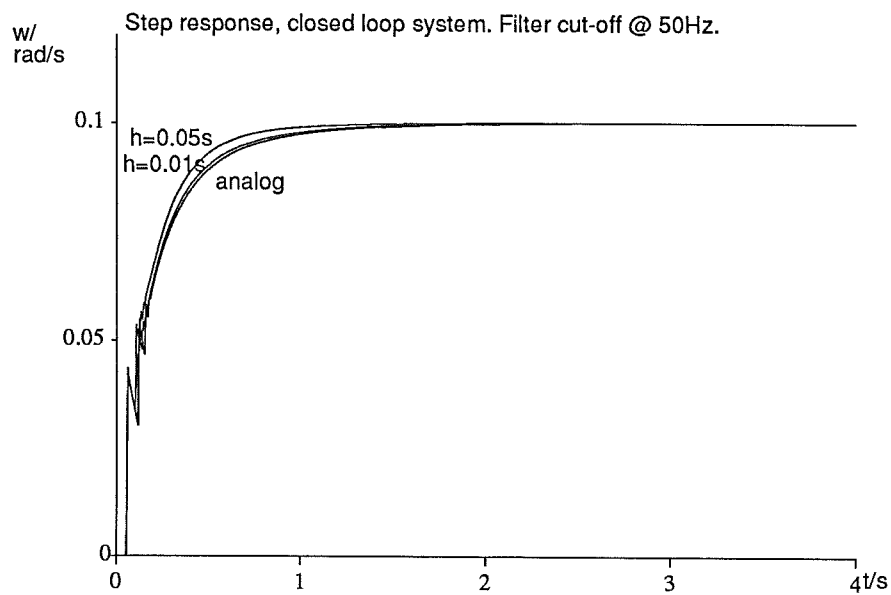
Figur 8.2 Stegsvär för det slutna samplade systemet jämfört med det analoga.



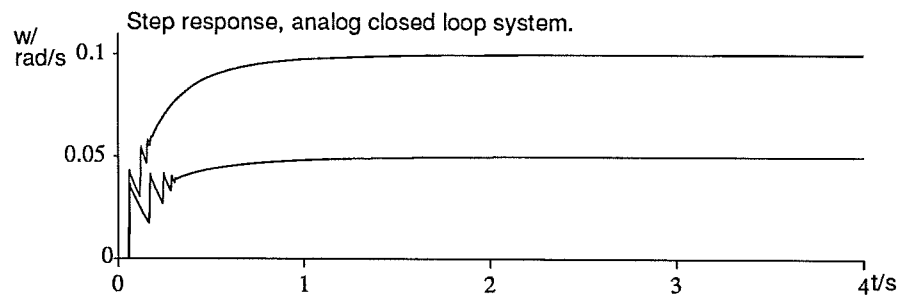
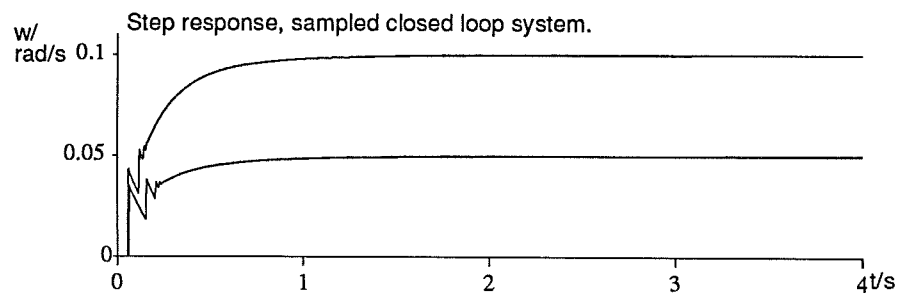
Figur 8.3 Stegsvär för det slutna samplade systemet jämfört med det analoga.



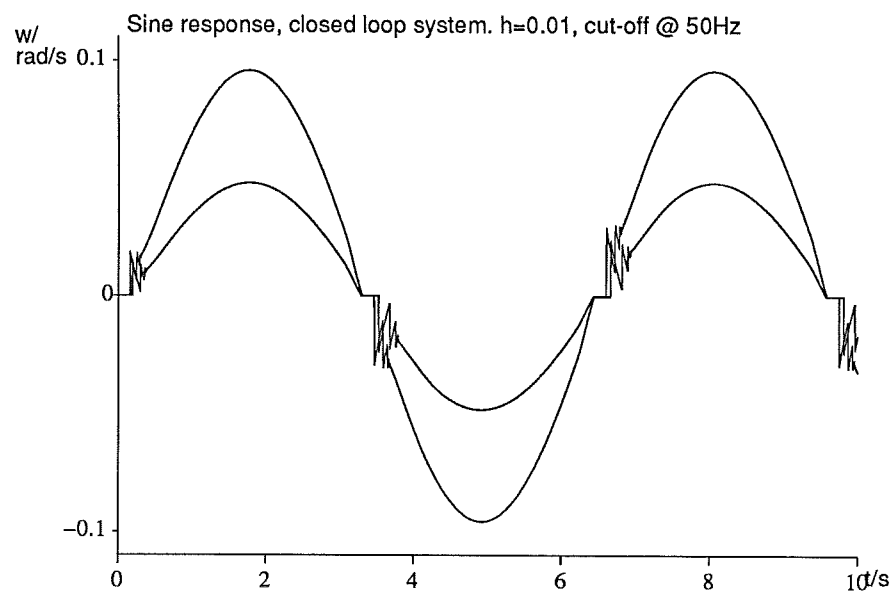
Figur 8.4 Stegsvär för det slutna samplade systemet jämfört med det analoga.



Figur 8.5 Stegsvär för det slutna samplade systemet jämfört med det analoga.



Figur 8.6 Stegsvär för det slutna samplade, repektive analoga systemet. Det samplade systemet har mindre transienter vid låga hastigheter.



Figur 8.7 Sinussvar för det slutna samplade systemet.

9. Slutsatser

Den här beskrivna modellen har visat sig fungera bra i simuleringar. Erfarna bedömare har ansett simuleringsresultaten trovärdiga. De parametrar som använts har dels hämtats från datablad, dels ur mätprotokoll från fältprov. Några parametrar har skattats då data ej fanns tillgängliga.

Om noggrannare simuleringar behövs, får parametrarna mätas upp mer specifikt. Sådana mätningar skulle även bidra till att verifiera modellen.

Åtgärder

Vilka åtgärder kan då tas för att reducera glapp- och friktionsproblem? De mekaniska åtgärder som kan vidtas i form av förbättrade lager, noggrannare växlar och dylikt är ur teknisk synpunkt de bästa. De hindras dock av, nog så viktiga, ekonomiska hänsynstaganden.

De reglertekniska, eller elektroniska, möjligheter som finns för att råda bot på problemen är små, främst när det gäller glappet. Om man kan förutse åt vilket håll rörelsen skall ske, kan man mjukt och försiktigt ta upp glappet. I vissa system kan detta vara möjligt, men i regel existerar förmågan att se in i framtiden endast på Kiviks marknad.

Friktionsproblemet har större förutsättningar att lösas. En metod som ännu står på försöksstadiet, men ger gott hopp, är adaptiv friktionskompensering. Den yttre reglerloopen kan vara mycket enkel och förutsätta ett friktionslöst system, medan en inre loop via en modell skattar friktionen och kompenserar för den. Om modellen görs adaptiv kan systemet fungera bra även under varierande yttre omständigheter.⁽⁷⁾

När jag började skriva, hade jag redan gjort upp en innehållsförteckning och bar hela boken alldeles klar i huvudet. Det oaktat framskred arbetet tämligen långsamt, emedan en del av min tid är ägnad åt allvarligare sysselsättningar.

–Anthelme Brillat-Savarin
ur Smakens fysiologi (1826)

10. Referenser

- (1) ADAMS, DOUGLAS (1982): *Life, the universe and everything*, Pan Books Ltd, London.
- (2) KARNOPP, DEAN (1985): "Computer simulation of slip-stick friction in mechanical dynamic systems," *J. Dyn Syst Meas Control Trans ASME*, **107**, 100–103.
- (3) ODEN, J.T. and J.A.C. MARTINS (1984): "Models and computational methods for dynamic friction phenomena," *Comp Meth Appl Mech Eng*, **52 n 1–3**, 527–634.
- (4) GOODMAN, T.D. (1963): "Dynamic effects of backlash," *Machine Design*, **23** May, 150–157.
- (5) IIDA, H., A. TAMURA and Y. YAMADA (1983): "Vibrational characteristics of friction between gear teeth," *Bull JSME*, **28 no. 241**, 1512–1519.
- (6) FITZGERALD, A.E. and C. KINGSLEY JR (1952): *Electric machinery*, McGraw-Hill, New York, NY.
- (7) CANUDAS, C, K.J ÅSTRÖM and K. BRAUN (1987): "Adaptive friction compensation in DC motor drives," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, **RA-3**, 681–685.
- (8) BIGLEY, W.J. and V.J RIZZO, "Wideband modern control of microprocessor-based tracking and pointing systems," Lockheed Electronics Company, Inc., Plainfield NJ.
- (9) HOROWITZ, P. and W. HILL (1980): *The art of electronics*, Cambridge University Press, Cambridge, Mass.
- (10) ÅSTRÖM, K.J. and B. WITTENMARK (1984): *Computer-controlled systems, theory and design*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

A. Programkod

```
CONTINUOUS SYSTEM Servo
INPUT Ref In
OUTPUT Out
STATE x1 x2 x3
DER dx1 dx2 dx3
"
"
"
dx1=K1*(Ke*Ref-In)
dx2=IF (abs(x2)<Max2) OR (x1*x2<0) THEN K21*x1 ELSE 0
y3=K4*Ke*Ref+K3*x1+K22*x2-K5*In
y4=K6*(y3-x3)/td
dx3=y4/K6
y=abs(y3)
ya=IF y<.107 THEN 8.51*y ELSE IF y<.184 THEN .32+5.43*y ELSE .87+2.43*y
y5=sign(y3)*ya+y4
Out=IF abs(y5)<MaxOut THEN y5 ELSE sign(y5)*MaxOut
"
"
"
K1:3.33
K21:45.5
K22:0.01
K3:1
K4:1.3
K5:1.3
K6:0.08
Max2:7.5 "[v]
Ke:33.51 "[v/(rad/s)]
td:0.01 "Derivative time constant
MaxOut:26 "[v]
END
```

```

CONTINUOUS SYSTEM Motor
INPUT In Mg
OUTPUT Out
STATE Um M1 w
DER dUm dM1 dw
"
"
"
dUm=(In-Um)/Ta
dM1=((Kt/R)*(Um-Kb*Out)-M1)/Te
M2=IF abs(M1)<Mmax THEN M1 ELSE sign(M1)*Mmax
Mf=IF (abs(M2)<Kst) and (abs(w)<weps) THEN M2 ELSE sign(w)*Kft
dw=(M2-Mf-Mg-Dm*w)/Jm
Out=w
"
"
"
Ta:0.004           "[s]
Te:0.004           "[s]
R:0.03             "[ohm]
Kt:0.03            "[Nm/A]
Kb:0.03            "[v/(rad/s)]
Mmax:10            "[Nm]
Dm:0.004           "[Nm/(rad/s)]
Jm:0.009           "[kgm2]
Kst:0.12           "[Nm]
Kft:0.1            "[Nm]
weps:1.0E-5        "[rad/s]
END

```

CONTINUOUS SYSTEM Gears

INPUT In

OUTPUT Mg Out

STATE x1 w

DER dx1 dw

"

"

"

dx1=In/N-w

M1=IF abs(x1)<p THEN 0 ELSE Ks*(x1-sign(x1)*p)+Ds*(In/N-w)

Mg=M1/N

Mf=IF (abs(M1)<Kst) AND (abs(w)<weps) THEN M1 ELSE sign(w)*Kft

dw=(M1-Mf-Dl*w)/Jl

Out=w

"

"

"

N:1000

p:1.5E-3 " [rad]

Ks:1.0E9 " [Nm/rad]

Ds:1.0E6 " [Nm/(rad/s)]

Kst:1.2E3 " [Nm]

Kft:1.0E3 " [Nm]

weps:1E-5 " [rad/s]

Dl:30E3 " [Nm/(rad/s)]

Jl:10E3 " [kgm2]

END

```

CONTINUOUS SYSTEM Gyro
INPUT In
OUTPUT Out
STATE x1 x2
DER dx1 dx2
"
"
"
dx1=(H*In-GKt*Iout-Dg*x1)/Jg
dx2=x1
Th=IF abs(x2)<ThMax THEN x2 ELSE sign(x2)*ThMax
I=K*Kp*Th
Iout=IF abs(I)<Imax THEN I ELSE sign(I)*Imax
Out=R*Iout
"
"
"
H:5.72E-3          "[Nm/(rad/s)]          f0=172 Hz
GKt:0.06           "[Nm/A]              zeta=0.71
Dg:6.86E-3        "[Nm/(rad/s)]
Jg:4.5E-6          "[kgm2]
ThMax:10E-3       "[rad]
Kp:46              "[v/rad]
K:1.9              "[A/v]
Imax:0.15         "[A]
R:351              "[ohm]
END

```

```

DISCRETE SYSTEM DigServo
INPUT Ref In
OUTPUT Out
STATE x1 x2 y3 y4
NEW nx1 nx2 ny3 ny4
TIME t
TSAMP ts
"
"
"
e=Ke*Ref -In
ny3=K4*Ke*Ref+K3*x1+K22*x2-K5*In
ny4=(K6/(K6+N*h))*y4+(K6*N/(K6+N*h))*(ny3-y3)
y=abs(ny3)
ya=IF y<.107 THEN 8.51*y ELSE IF y<.184 THEN .32+5.43*y ELSE .87+2.43*y
y5=sign(ny3)*ya+ny4
Out=IF abs(y5)<MaxOut THEN y5 ELSE sign(y5)*MaxOut
ts=t+h
nx1=x1+K1*h*e
nx2=IF (abs(x2)<Max2) OR (x1*x2<0) THEN x2+K21*h*x1 ELSE x2
"
"
"
K1:3.33
K21:45.5
K22:0.01
K3:1
K4:1.3
K5:1.3
K6:0.08
Max2:7.5 " [v]
Ke:33.51 " [v/(rad/s)]
MaxOut:26 " [v]
h:0.01 " [s]
N:50
END

```

```
CONTINUOUS SYSTEM Filter
INPUT In
OUTPUT Out
STATE x1 x2
DER dx1 dx2
"
"
"
wf=6.283*f
dx1=wf*wf*In-2*z*wf*x1-wf*wf*x2
dx2=x1
Out=x2
"
"
"
f:10
z:0.7
END
```


B. Principschema för servot

