

CODEN: LUTFD2/(TFRT-5391)/1-97/(1988)

# Processidentifiering av ubåtdynamik

Thomas Larsson  
Olof Pålsson

Institutionen för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola  
November 1988

**TILLHÖR REFERENSBIBLIOTEKET**

**UTLÅNAS EJ**

Department of Automatic Control  
 Lund Institute of Technology  
 P.O. Box 118  
 S-221 00 Lund Sweden

Document name  
 Master Thesis

Date of issue

November 1988

Document Number

CODEN: LUTFD2/(TFRT-5391)/1-97/(1988)

Author(s)

Thomas Larsson, Olof Pålsson

Supervisor

Rolf Johansson, Dan Lindelöf

Sponsoring organization

Title and subtitle

Process identification applied on the dynamics of a submarine vessel. (Processidentifiering av ubåtsdynamik.)

Abstract

This thesis deals with the process identification problem applied on the dynamics of a submarine vessel. The aim was to create a linear parametric model, preferably on state-space description. After linearization of the non-linear hydrodynamic equations on which the model is based, the identification has been carried out on data from performance tests in plane dives and plane yaw. A major problem, as shown, is to concatenate the identified transfer functions into a state-space model of higher order than three. Furthermore, the identifiability of some certain states is commented.

Key words

Classification system and/or index terms (if any)

Supplementary bibliographical information

ISSN and key title

ISBN

Language

Swedish

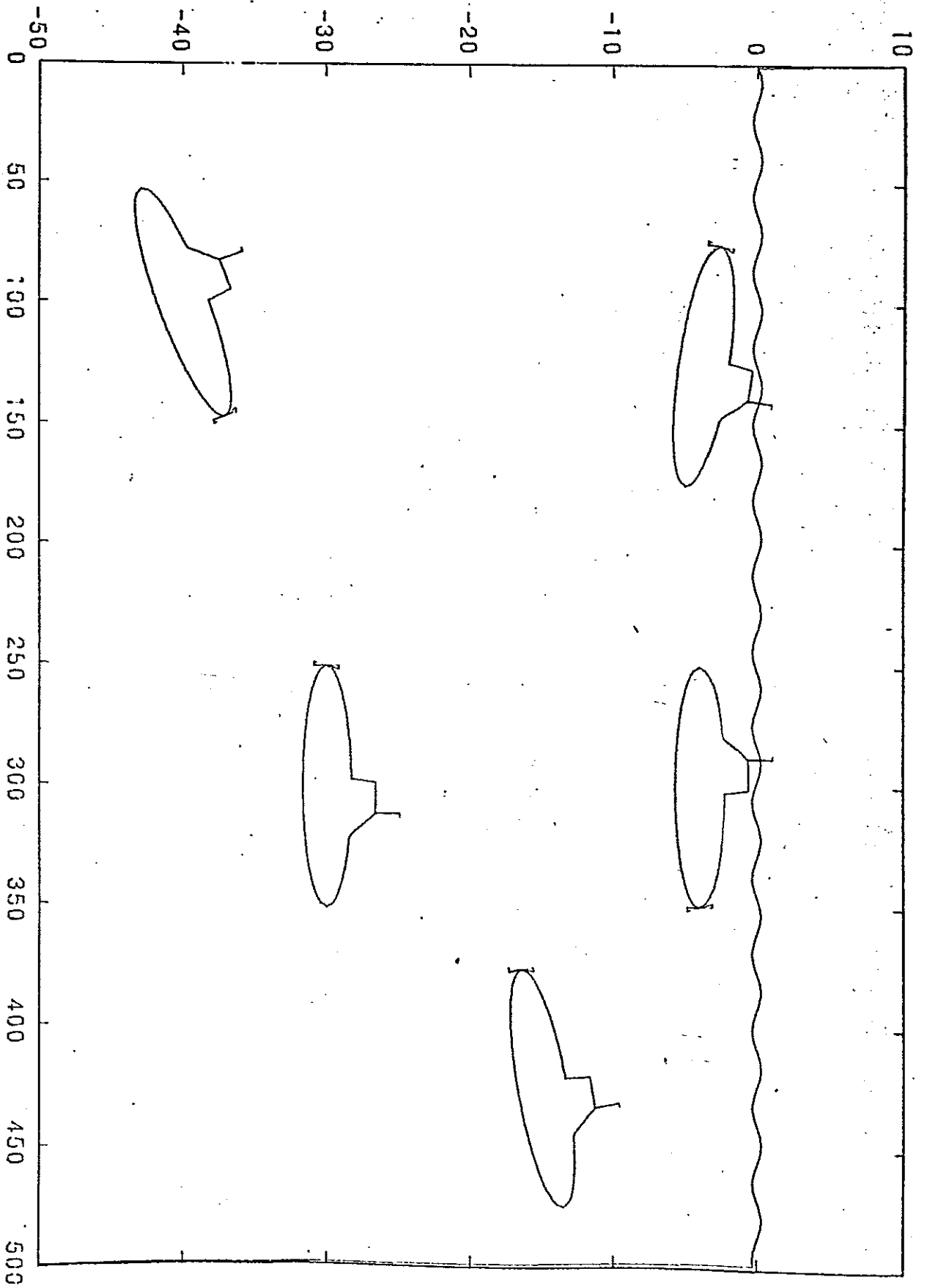
Number of pages

97

Recipient's notes

Security classification

# Processidentifi ering av ubåtsdynamik



Förord.

I följande rapport redovisas resultaten av ett examensarbete på elektrotekniklinjen, Lunds Tekniska Högskola.

Arbetet har utförts vid Kockums Marine i Malmö och vid institutionen för Reglerteknik i Lund. Syftet med arbetet har varit att undersöka möjligheterna med processidentifiering för framtagande av en linjär dynamisk ubåtsmodell, samt för justering av befintlig modell efter prover med den verkliga ubåten.

Vi vill här passa på att framföra vårt stora tack till våra handledare Dan Lindelöf på Kockums Marine och Rolf Johansson vid institutionen för Reglerteknik förutan vars hjälp och stora stöd detta examensarbete aldrig hade blivit vad det blev.

Malmö 1988-09-09

Thomas Larsson

Olof Pålsson

## Innehåll.

<u>kapitel</u>	<u>sida</u>
1 Inledning.....	1
2 Modellbyggnad av ubåt.....	2
Dykmodell på tillståndsform.....	8
Girmodell på tillståndsform.....	9
3 Hjälpmedelspresentation.....	11
Identifieringsmetoder.....	14
4 Identifiering.....	15
4.1 Djupidentifiering.....	15
Mätdata.....	17
Identifiering på mätserie i 4 knop..	18
Identifiering på mätserie i 8 knop..	20
Identifiering på mätserie i 16 knop..	21
övrigt om djupledsidentifiering.....	22
4.2 Giridentifiering.....	25
Identifiering på simulerad signal...	25
Giridentifiering på verkliga data...	25
4.3 Rollidentifiering.....	28
5 Slutsatser.....	30
Diagramförklaringar.....	31
Diagram	
Appendix 1 David Taylors ubåtsekvationer.	
2 Implementerade kommandofiler.	
Litteraturreferenser.	

## 1 Inledning.

För att kunna simulera en ubåts rörelser eller för konstruktion av styrautomat vill man känna dess verkliga beteende väl. Vår uppgift har varit att utifrån mätdata från verkligheten undersöka möjligheterna med processidentifiering på en linjär ubåtsmodell på tillståndsform, dvs att med endast mätdata kunna räkna fram en matematisk modell som beskriver verkligheten. Arbetet har till största delen bestått av av olika identifieringar och simuleringar sedan vi ställt upp dynamiska modeller för båten. Inledningsvis skedde dock vissa litteraturstudier dels i ubåtsdynamik (Axel Johnson Institut), dels i processidentifiering (Åström Wittenmark 1984 och PC-MATLAB user's guide). I kapitel två beskrivs modellbyggnaden av en ubåt med definitioner av koordinat-system, translationshastigheter, rotationshastigheter och vinklar. Där förklaras även vissa viktiga fenomen som medaccelererad vattenmassa, vingverkan och friktionskrafter för att ge en bakgrund till ubåtsekvationerna i appendix 1. I kapitel tre sker en hjälpmedelspresentation med en kort beskrivning av matrisberäkningsprogrammet PC-MATLAB samt lite jämförelse mellan modeller i diskret tid och kontinuerlig tid. Identifieringsarbetet finns redovisat i kapitel fyra. Av sekretessskäl kan inga värden på parametrar anges autentiskt, men relativa varianser tas upp liksom arbetsgången och viktiga iakttagelser. Identifieringarna har skett vid förutsättningen plana rörelser för att få en lätt modell. Identifieringarna redovisas i ordningen djupled, girled samt rolled. I djupled har tre stycken modeller tagits fram för att representera tre olika farter. Dessa modeller finns på tillståndform. I girled fick vi göra en förenklad modell (överföringsfunktion), ty man mäter ej ett tillstånd i den fysikaliska tillståndsmodellen. I rolled fick vi en modell av överföringsfunktionstyp, som blev helt omskalningsbar i fart. Modellen kan på ett fysikaliskt riktigt sätt skalas om för att gälla från lågfart till högfart. Resultatet visade sig bli en ordentlig förbättring av en osannolik modell.

## 2 Modellbyggnad av ubåt.

För att beskriva en ubåts rörelse i vattnet i 3 dimensioner kan man ställa upp i princip 6 ekvationer, vilka beskriver alla typer av rörelser båten kan göra.

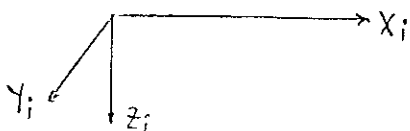
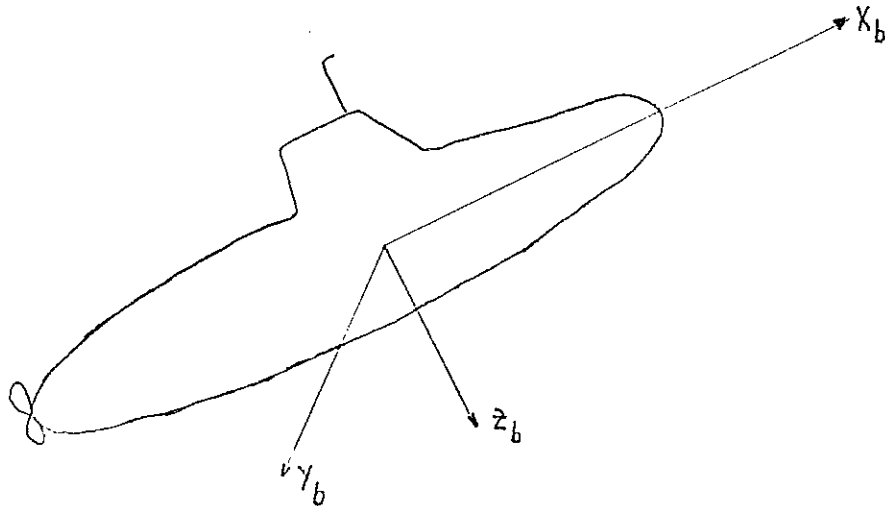
Ekvationerna blir 3 kraftekvationer i båtens skroffasta koordinatsystem samt 3 st momentekvationer runt vardera av båtens 3 skroffasta koordinataxlar.

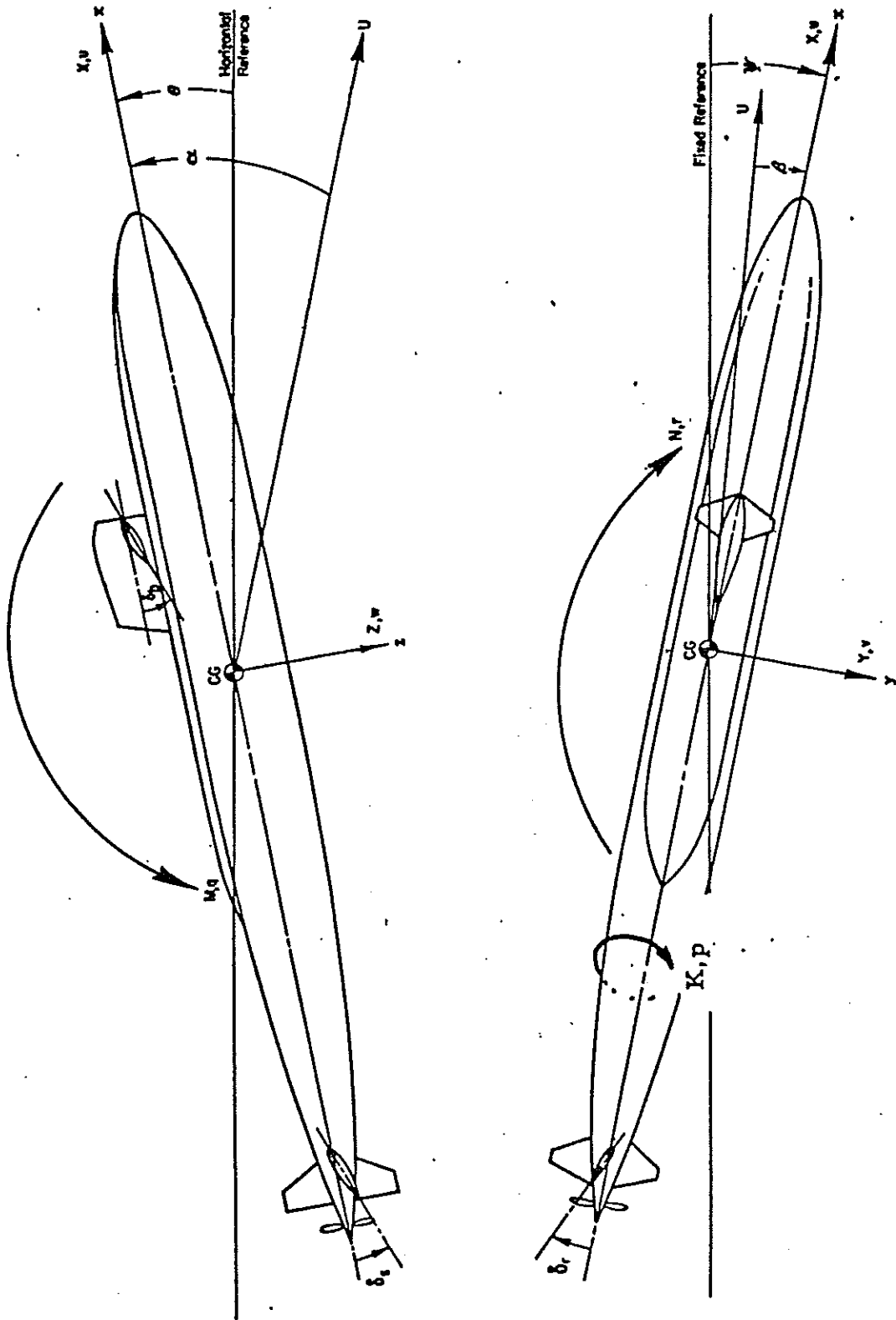
Vi väljer att definiera systemet enligt nedan, där index "b" står för "body" och "i" för "inertiell" dvs ett markfast koordinatsystem och ett skroffast.

\* Vid tiden  $t=0$  tänks de två systemen sammanfalla helt och båten åker därefter iväg med sitt skroffasta system.

\* Origo i båtens system tänks ligga i rörelsecentrum.

\* Båda koordinatsystemen är högerortonormerade.





Figur över positiva riktningar för koordinataxlar, vinklar, hastigheter, krafter och moment.



Vi definierar också rätlinjiga hastigheter i båtens system enligt :

$$u = \frac{dX_b}{dt} \quad (\text{hastighet rakt fram i båtens system})$$

$$v = \frac{dY_b}{dt} \quad (\text{hastighet rakt åt sidan i båtens system})$$

$$w = \frac{dZ_b}{dt} \quad (\text{hastighet rakt nedåt i båtens system})$$

Vinklar vi använder är :

$\theta$  = trimvinkel från horisontlinjen ( pitch ).  
Vi skriver T i diagramblad av utskrifts skäl.

$\psi$  = kursvinkel åt höger mätt från  $X_i$ -riktning ( yaw ).  
Vi skriver PSI i diagramblad.

$\phi$  = rollvinkel positiv åt höger från lodlinjen.  
Vi skriver FI i diagramblad.

Vinkelhastigheter runt båtens koordinataraxlar (  $x_b, y_b, z_b$  )  
sätts i positiv led till : ( högerrotation i respektive  
axels riktning ).

p = runt  $X_b$  axeln.

q = runt  $Y_b$  axeln.

r = runt  $Z_b$  axeln.

OBSERVERA att p ej är lika med rollvinkelns tidsderivata på grund av att båten kan rotera kring tre axlar.  
Istället gäller enligt trigonometriska samband :

$$p = \dot{\phi} - \dot{\psi} * \sin\theta$$

$$q = \dot{\psi} * \cos\theta * \sin\phi + \dot{\theta} * \cos\phi$$

$$r = \dot{\psi} * \cos\theta * \cos\phi - \dot{\theta} * \sin\phi$$

Att sätta ihop helt egna ekvationer för ubåtdynamik ligger utanför detta examensarbete och finns gjort av andra tidigare. För att kunna förstå dessa tas nu upp ett par punkter av centralt intresse.

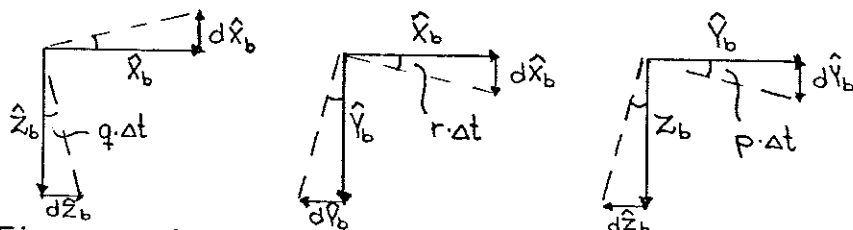
Kraftekvationer längs koordinataxlarna i roterbart system :

I båtens rörliga kordinatsystem har vi enhetsvektorerna  $\hat{X}_b$   $\hat{Y}_b$   $\hat{Z}_b$ , vilka normalt är riktade i enlighet med axlarna. Om båten vrider sig, ändras enhetsvektorernas riktning, och vi får för små vridningar i båtens system :

$$d\hat{X}_b = \hat{Y}_b r dt - \hat{Z}_b q dt \quad (\text{vrid runt } Z_b, Y_b)$$

$$d\hat{Y}_b = -\hat{X}_b r dt + \hat{Z}_b p dt \quad (\text{vrid runt } Z_b, X_b)$$

$$d\hat{Z}_b = \hat{X}_b q dt - \hat{Y}_b p dt$$



Figuren visar rotation vid liten vinkel runt axlarna.

Dividera ovanstående med dt :

$$\frac{d\hat{X}_b}{dt} = \hat{Y}_b r - \hat{Z}_b q$$

$$\frac{d\hat{Y}_b}{dt} = -\hat{X}_b r + \hat{Z}_b p$$

$$\frac{d\hat{Z}_b}{dt} = \hat{X}_b q - \hat{Y}_b p$$

Om man nu utgår från  $\vec{F} = m * \frac{d\vec{U}}{dt}$

där  $\vec{F} = (F_{X_b}, F_{Y_b}, F_{Z_b})$ ,  $\vec{U} = (u, v, w)$

dvs accelerationslagen blir

$$\vec{F} = m * \frac{d}{dt} (\hat{X}_b u + \hat{Y}_b v + \hat{Z}_b w) =$$

$$\vec{F} = m * (\hat{X}_b \frac{du}{dt} + \frac{d\hat{X}_b}{dt} u + \hat{Y}_b \frac{dv}{dt} + \frac{d\hat{Y}_b}{dt} v + \hat{Z}_b \frac{dw}{dt} + \frac{d\hat{Z}_b}{dt} w)$$

Om man stoppar in uttrycken på enhetsvektorernas tidsderivator i Newtons kraftekvation fås :

$$F = m * ( \hat{X}_B (\dot{u} - rv + qw) + \hat{Y}_B (\dot{v} + ru - pw) + \hat{Z}_B (\dot{w} + pv - qu) )$$

Kraften "F=m\*a" räknat på en axel i båtens system blir således beroende av vad som händer på de andra axlarna tack vare att systemet är roterbart.

Samma sak gäller momenten runt båtens tre axlar, momentet runt en axel är en kombination av vad som händer på de andra axlarna. Härledningen gör vi ej.

Medaccelererat vatten :

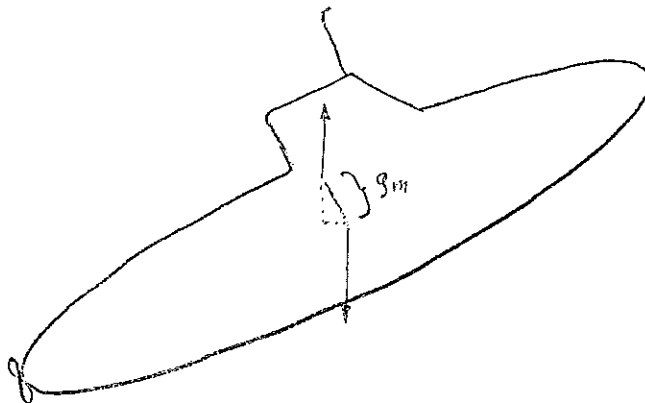
Då båten gör en manöver i vattnet är det ej bara den egna massan som skall accelereras, utan också den vattenmassa som ligger runt skrovet. Detta fenomen kallas "added masses" och i kraftekvationen kommer det in som en konstant multiplicerad med massan. Storleken på konstanten beror på skrovformen hos båten.

I det tredimensionella fallet får man förstärkningskonstanter framför varje term i kraftekvationen ovan, totalt sex konstanter.

Liknande fenomen återspeglas i momentekvationerna.

Metacenteravståndet :

För att stabilisera ubåten måste masscentrum ligga närmare botten än centrum, där lyftkrafterna angriper. Avståndet kallas metacenteravstånd och kan för en ubåt anses konstant i uläge.



Figur : Metacenteravståndet och dess stabiliserande verkan för plan djupledsmanöver.

Som vi ser ovan, får man ett återförande moment på grund av metacenteravståndet, då ubåten lutar gentemot horisontalplanet. Detta kommer in som termer i momentekvationerna men ej i kraftekvationerna.

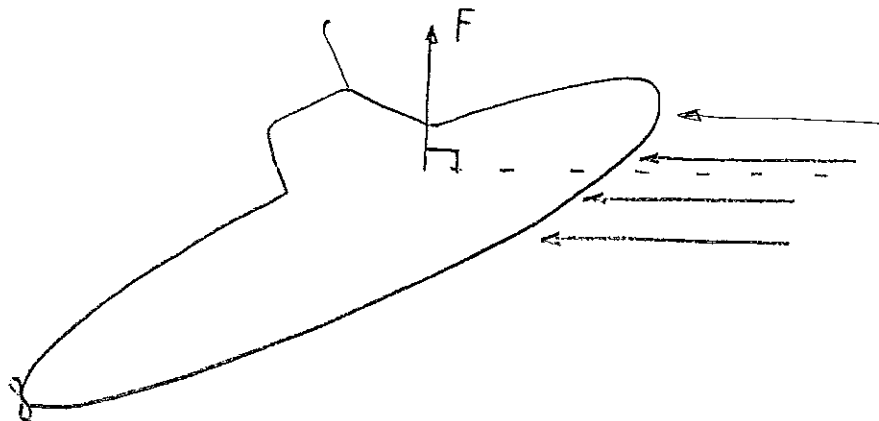
### Hydrodynamiska lyftkrafter :

Då båten rör sig i vattnet, uppstår speciella sk lyftkrafter av samma typ som för en ving med anfallsvinkel. Enligt Joukovis och Kuttas teorem påverkas båten av en kraft som är riktad vinkelrätt mot vatten-anströmningen. Principiellt blir kraften :

$$F = \frac{\rho AV^2 C_l}{2} (\alpha)$$

där  $A$  = effektiv area  
 $V$  = vattenanströmningshastighet  
 $C_l$  = lyftkoefficient beror på  
 $\alpha$  = anfallsvinkeln

Lyftkrafter uppkommer dels vid djupmanöver och dels vid girmanöver.



Figur : Vattenanströmning mot ubåt och lyftkraften angripande vinkelrätt.

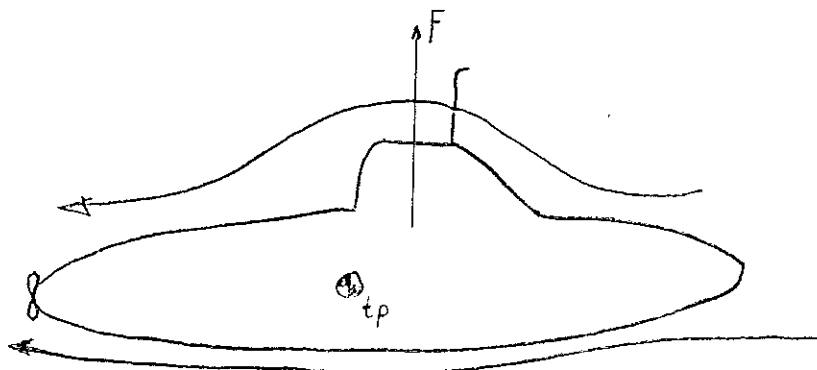
### Lyft av torn :

Då båten är osymmetrisk på grund av tornet och överbyggnad, så får vattnet som strömmar förbi tornet en ökad hastighet. Enligt Bernoullis lag så ökar då det dynamiska vattentrycket, det statiska minskar och ubåten accelereras i negativ  $z_b$ -led.

Kraften bidrar också med ett moment, då den ej angriper rakt ovanför origo.

Storleken på kraften blir proportionell mot hastigheten  $u$  i kvadrat och proportionalitetsfaktorn söks.

Det kan vara svårt att skilja denna lyftkraft från den som uppkommer vid felavvägning.



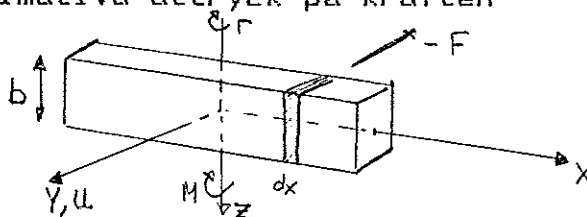
Figur : Lyftkraft pga osymmetri i höjddled.

### Friktionskrafter :

Då en kropp rör sig i en viskös vätska med konstant hastighet  $u$  och med rotation  $r$  rad/s, gäller följande approximativa uttryck på kraften och momentet.

$$-dF = \frac{\rho b (u+rx)^2}{2} dx$$

$$-dM = \frac{\rho b x (u+rx)^2}{2} dx$$



Vi konstaterar här endast att uttrycken innehåller kvadratiska termer och blandtermer. Det är dessa krafter som ger "väghållningen" i tex en gir.

### roderkrafter :

Då rodret är en vinge gäller tidigare resonemang om att roderkraften är proportionell mot  $u$  i kvadrat och alltid riktad vinkelrätt mot vattenanströmningen.

### Centripetalkrafter :

Om en kula roterar i ett snöre, påverkas den av en centripetalkraft enligt  $F=mv^2/r$ . Längs en axel i ubåten är det rotationer kring de två andra axlarna som ger upphov till kraften längs axeln.

### David Taylor Research Centers ubåtsekvationer : (bilaga 1)

I USA har man för US NAVY utarbetat en uppsättning ekvationer med hänsyn till ovan beskrivna fenomen. Man anger alla koefficienter i det sk prim-systemet (SNAME 1950). Ekvationerna är av sin natur olinjära.

Det vi skall göra är, att efter linjärisering bestämma så många av dessa koefficienter som är möjligt med hjälp av mätningar gjorda på svenska ubåten Västergötland.

Tidigare har man förlitat sig på modellförsök och fullskaleförsök för att bestämma koefficienterna.

Det skulle dock bli mycket billigare och enklare, om Kockums själva kunde uppdatera modellen efter fullskaleförsök. För att göra det enklare för oss så antar vi att endast plana rörelser förekommer, dvs ren dykning resp ren gir. Vi förutsätter också att båten är avvägd dvs den svävar i vattnet vid 0 knop. Det senare visar sig vara ett problem. Farten anser vi också som konstant, trots att den kan variera med upp till en knop i vissa fall. Vi vill med hjälp av de givna ekvationerna ställa upp en modell på tillståndsform för att däri identifiera koefficienterna.

## Dykmodell på tillståndsform.

Vi söker något som ser ut enligt :

$$\dot{X} = AX + BU$$

För att få fram det använder vi ekvationerna för respektive normalkraft och moment runt  $Y_b$  axeln.

Vi antar ren dykning

$$u = \text{konstant} \Rightarrow \dot{u} = 0$$

$$p = \dot{p} = 0$$

$$v = \dot{v} = 0$$

$$r = \dot{r} = 0$$

samt att båten är avvägd.

Vi stryker alla blandtermer, integralerna för lyftkrafterna vilka visade sig bli olinjära samt alla kvadratariska termer.

Det vi får fram ser ut enligt nedan

$F_{\text{normal}}$  ger

$$\begin{aligned} \dot{w} \left( m - \frac{1}{2} \rho l^3 Z'_w \right) + \dot{q} \left( -m x_g - \frac{1}{2} \rho l^4 Z'_q \right) &= w u \left( \frac{1}{2} \rho l^2 Z_w \right) + q u \left( m + \frac{1}{2} \rho l^3 Z'_q \right) \\ + u^2 \frac{1}{2} \rho l^2 \left( Z'_{\delta_s} + Z'_{\delta_{sn}} \left( n - \frac{1}{C} \right) C \right) \delta_s &+ \frac{1}{2} \rho l^2 Z'_{\delta_b} u^2 \delta_t + \frac{1}{2} u^2 \rho l^2 Z'_* \end{aligned}$$

$M_y$  ger

$$\begin{aligned} \dot{w} \left( -m x_g - \frac{1}{2} \rho l^4 M'_w \right) + \dot{q} \left( I_y - \frac{1}{2} \rho l^5 M'_q \right) &= w u \left( \frac{1}{2} \rho l^3 M'_w \right) + q u \left( \frac{1}{2} \rho l^4 M'_q - m x_g \right) \\ + u^2 \frac{1}{2} \rho l^3 \left( M'_{\delta_s} + M'_{\delta_{sn}} \left( n - \frac{1}{C} \right) C \right) \delta_s &+ \frac{1}{2} \rho l^3 u^2 M'_{\delta_b} \delta_t + w (z_b - z_g) \theta + \frac{1}{2} \rho l^3 u^2 M'_* \end{aligned}$$

Detta är ett uttryck av typen

$$a \dot{X} = bX + cU \quad ; \quad X = (w \ q)^t \quad U = (\theta \ \delta_s \ \delta_t \ \text{ETT})^t$$

multiplisera matriserna med  $a^{-1}$  från vänster och man får en tillståndsform.

Genom att observera att

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi$$

och att i vårt plana fall  $\dot{\theta} = q$ , kan vi skriva systemet enligt nedan. Vi låter  $\theta$  ingå som ett tillstånd, då det inte är en verklig insignal.

$$\begin{pmatrix} \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ \theta \\ q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_s \\ \delta_t \\ \text{ETT} \end{pmatrix}$$

Insignalen ETT är konstant och svarar mot tornets lyftkraft, moment och likspänningsnivåer i mätsignalerna. Vid identifieringen har vi i detta system 12 parametrar att bestämma, och vi vill sedan gå tillbaka till de "primade" parametrarna i uttrycken mitt på sidan 8.

### Girmodell på tillståndsform

En ren gir har betydligt fler kopplingseffekter än en ren dykning. I en gir lutar båten alltid inåt i kurvan (roll) och nosen vill gå mot ytan pga moment från rodren och tornet. Hastigheten  $u$  minskar något, då rodren ställs ut. Propellern vill också vrida (gira) båten samt ge den en konstant rollvinkel.

Vi antar enligt tidigare, att  $u$  är konstant, och att dykvinkeln  $\theta$  är 0 under giren.

Vi använder ekvationerna för  $F_y$   $M_z$   $M_x$ , där vi stryker blandtermer, olinjära termer samt de olinjära integralerna för lyftkrafterna. Det vi får fram blir :

$$\begin{pmatrix} (m x_g - \frac{1}{2} S_1^4 Y_r') & (m - \frac{1}{2} S_1^3 Y_v') & 0 & (-m z_g - \frac{1}{2} S_1^4 Y_p') \\ (I_z - \frac{1}{2} S_1^5 N_r') & (m x_g - \frac{1}{2} S_1^4 N_v') & 0 & (-I_{zx} - \frac{1}{2} S_1^5 N_p') \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ (-I_{zx} - \frac{1}{2} S_1^5 K_r') & (-m x_g - \frac{1}{2} S_1^4 K_v') & 0 & (I_x - \frac{1}{2} S_1^5 K_p') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{v} \\ \dot{\phi} \\ \dot{p} \end{pmatrix} =$$

$$U \cdot \begin{pmatrix} (\frac{1}{2} S_1^3 Y_r' - m) & (\frac{1}{2} S_1^2 Y_v') & 0 & (\frac{1}{2} S_1^3 Y_p') \\ (\frac{1}{2} S_1^4 N_r' - m x_g) & (\frac{1}{2} S_1^3 N_v') & 0 & (\frac{1}{2} S_1^4 N_p') \\ 0 & 0 & 0 & 1/u \\ (\frac{1}{2} S_1^4 K_r' + m z_g) & (\frac{1}{2} S_1^3 K_v') & \frac{w}{u} (z_b - z_g) & (\frac{1}{2} S_1^4 K_p') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ v \\ \phi \\ p \end{pmatrix} +$$

$$U^2 \cdot \begin{pmatrix} (Y_{dr}' + Y_{drn}' (n - \frac{1}{C}) C) & (\frac{1}{2} S_1^2 Y_*') \\ (N_{dr}' + N_{drn}' (n - \frac{1}{C}) C) & (\frac{1}{2} S_1^3 N_*') \\ 0 & 0 \\ (K_{dr}' + K_{drn}' (n - \frac{1}{C}) C) & (\frac{1}{2} S_1^3 K_*') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta r \\ \text{ETT} \end{pmatrix}$$

Vi observerar att  $\dot{\theta} = q \cos\phi - r \sin\phi$  och vid plan rörelse blir  $q = \dot{\theta}$ . Vi ansätter att dykvinkeln är 0 under hela giren vilket är nästan sant. Detta system är av typ

$$\begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{v} \\ \dot{\phi} \\ \dot{p} \end{pmatrix} = A1 \begin{pmatrix} r \\ v \\ \phi \\ p \end{pmatrix} + B1 \begin{pmatrix} \delta r \\ ETT \end{pmatrix}$$

Systemet styrs nu endast av kurs-rodret och ETT-signalen som är med på grund av osymmetrier i båtens höjdled. Dessa anses dock försumbara i sammanhanget.



### 3 Hjälpmedelspresentation.

Processidentifiering är ett omfattande arbete som man naturligtvis inte sitter och gör för hand med papper och penna. För det första kräver det stora mängder mätdata, för att man skall kunna lära känna ubåtens egenskaper. För det andra krävs det bra algoritmer för att på ett effektivt sätt utföra beräkningar med god konvergens och numerik. Under det arbete som behandlas i den här rapporten har programpaketet "MATLAB" använts. Det innehåller ett antal identifieringsrutiner för olika sätt att beskriva ett dynamiskt system. De rutiner vi har använt är "PEM" och "IV4". "PEM" står för "prediction error method" och utgår från en modell enligt :

$$y(t) = G(q)*u(t) + H(q)*e(t)$$

Metoden går helt enkelt ut på att minimera prediktionsfelet, det vill säga skillnaden mellan skattad och uppmätt utsignal genom att optimera  $G(q)$  och  $H(q)$ . För normalfördelat brus  $e(t)$  kommer denna metod att sammanfalla med Maximum-Likelihoodmetoden (kap 7, Ljung 1987).

IV4 är en "fyrstegsraket" som bygger på instrumentvariabelmetoden. De första stegen används för att skapa instrumenten, dvs filtrerade versioner av insignalerna, och i det sista steget används dessa i en instrumentvariabelalgoritm (kap 7.6, Ljung 1987).

Nu kan man inte med Matlab identifiera en hel tillståndsmodell på en gång, utan man får identifiera fram överföringsfunktioner för att sedan sammanfoga dessa till en tillståndsmodell. Problem kan då uppstå, om nämnarna i det tänkta systemets överföringsfunktioner inte stämmer överens. Då kan man inte hur som helst föra samman dessa till ett system, utan man får kanske angripa identifieringsproblemet på annat vis.

Matlabs algoritmer ger modellen i bakåtskiftoperatorn  $q^{-1}$  och arbetar alltså i diskret tid, medan de tillståndsmodeller som angivits för ubåtens olika plana rörelser är angivna i kontinuerlig tid. I kontinuerlig tid har vi systemet

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$Y = CX + Du$$

medan samma modell i tidsdiskret representation ges av

$$X(k+1) = \phi X(k) + \Gamma u(k)$$

$$Y(k) = CX(k) + Du(k)$$

Sambandet mellan de båda representationerna, då sampeltiden är en sekund ges av

$$\phi = e^A$$

$$\Gamma = \int e^{As} ds B = \Psi B$$

och omvänt

$$A = \ln(\phi)$$

$$B = \text{inv}(\Psi) \cdot \Gamma$$

där  $\ln$  är matrislogaritmen.

Antag att vi har ett tredje ordningens system i kontinuerlig tid och motsvarande i diskret tid. En överföringsfunktion från en styrsignal till ett tillstånd ges då av

$$X(s) = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} * U(s)$$

respektive

$$X(k) = \frac{c_1 q^2 + c_2 q + c_3}{q^3 + d_1 q^2 + d_2 q + d_3} * U(k)$$

Den tidsdiskreta överföringsfunktionen anges ofta i bakåtskiftoperatorn  $q^{-1}$  och blir då

$$X(k) = q^{-1} \frac{c_1 + c_2 q^{-1} + c_3 q^{-2}}{1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} + d_3 q^{-3}} * U(k)$$

Eftersom ubåten utgör ett trögt system, kan man emellertid med god approximation ange den kontinuerliga tidsderivatan som skillnaden mellan två sampel då det bara är en sekund mellan dem.

$$\dot{X}(k) = X(k) - X(k-1)$$

Detta ger konsekvensen, att man kan ersätta  $s$  i den tidskontinuerliga överföringsfunktionens Laplacetransform med  $(1-q^{-1})$  och på så sätt lätt ta sig från kontinuerlig till diskret tid.

$$X = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} * U$$

övergår då till

$$X(k) = \frac{(b_1 + b_2 + b_3) - (2b_1 + b_2)q^{-1} + b_1 q^{-2}}{(1 + a_1 + a_2 + a_3) - (3 + 2a_1 + a_2)q^{-1} + (3 + a_1)q^{-2} - q^{-3}} U(k)$$

Vi får alltså ett enkelt samband mellan koefficienterna i de båda fallen.

## Identifieringsmetoder.

Vi har för identifiering av tillståndmodeller i huvudsak använt oss av två metoder.

- 1) Approximation av derivatan med  $\dot{X} = X(k) - X(k-1)$ .  
Algoritm "iv4".  
Implementerad i "identall".
- 2) Identifiering av överföringsfunktioner och användning av matlabs "cont"-funktion för att gå över till kontinuerlig tid. Algoritm "iv4" finns implementerad i "cident".

Det har visat sig, att ingen av metoderna är generell. Går inte den ena, så går den andra och tvärt om. Metoderna klarar lätt av att få fram de enskilda raderna i tillståndsmodellen. Problemen uppstår först när raderna sätts ihop till ett system.

"Identall" är generell och klarar alla tillståndsmodeller medan "cident" är specialgjord för vår dykmodell. "Identall" och "cident" ger som resultat de tidskontinuerliga A- och B-matriserna.

## 4 Identifiering.

### 4.1 Djupidentifiering.

Vid djupledsidentifieringarna antar vi alltså, att ingen roll eller sidomanöver uppkommer och att hastigheten  $u$  förblir förhållandevis konstant under dykmanövern. Den linjäriserade tillståndsmodellen blir då som på sidan 8 :

$$\begin{pmatrix} \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ \theta \\ q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta_s \\ \delta_t \\ ETT \end{pmatrix}$$

De inledande identifieringarna utfördes på data från Kockums simuleringsmodell, vilken bygger på en olinjär modell av ubåten. Insignalen ETT fanns ej med i de tidiga modellerna, då vi antog att den lyftkraft, som härrör från tornets lyftkraft i vattnet, var försumbar. Dessutom var tornrodren passiva under hela manövern för att bäst försöka fånga de aktra rodrens inverkan på dyk-rörelsen. Den resulterande tillståndsmodellen blev då :

$$\begin{pmatrix} \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ \theta \\ q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} \\ 0 \\ b_{31} \end{pmatrix} \cdot \delta_s$$

Den första simuleringsfilen var i hastigheten 8 knop och bestod av 112 sampelvärden per signal. För ett tredje ordningens system får vi överföringsfunktionen till ett tillstånd

$$H(q^{-1}) = q^{-1} \frac{c_1 + c_2 q^{-1} + c_3 q^{-2}}{1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} + d_3 q^{-3}}$$

De framidentifierade överföringsfunktionerna för  $w$  och  $\theta$  som bäst följde den verkliga signalen erhöles med hjälp av "IV4". Dessvärre fick koefficienterna i nämnarna helt olika värden i de två överföringsfunktionerna, även polerna spred sig väsentligt.

Därmed kunde de inte sättas samman i en tredje ordningens tillståndsmodell, vilket vi önskade. En annan angreppspunkt blev då, att åter utgå från den kontinuerliga tillståndsmodellen med tillståndsekvationerna :

$$(1) \dot{w} = a_{11}w + a_{12}\theta + a_{13}q + b_{11}\delta_s$$

$$(2) \dot{q} = a_{31}w + a_{32}\theta + a_{33}q + b_{31}\delta_s$$

Approximera derivatan med  $(1 - q)/h^{-1}$  enligt sidan 13.

Omskrivning av (1) ger då :

$$w(1 - \frac{1}{1-a_{11}}q^{-1}) = \frac{a_{12}}{1-a_{11}}\theta + \frac{a_{13}}{1-a_{11}}q + \frac{b_{11}}{1-a_{11}}\delta_s$$

och motsvarande för (2)

$$q(1 - \frac{1}{1-a_{33}}q^{-1}) = \frac{a_{31}}{1-a_{33}}w + \frac{a_{32}}{1-a_{33}}\theta + \frac{b_{31}}{1-a_{33}}\delta_s$$

Genom att utnyttja tillstånden i högerleden som extra insignaler vid identifieringen erhöles mer information samtidigt som vi ur resultatet direkt kunde identifiera parametrarna i den kontinuerliga tillståndsmodellen. Resultatet blev också en bättre likhet med verkliga mätdata vid simulering än vad de båda tidigare överföringsfunktionerna gav.

Vid identifiering av ytterligare simuleringsfiler i andra farter fick vi som bäst följande kvoter mellan parametrarna i respektive tillståndsmodell för en halvering av hastigheten  $u$  : ( Se föregående sida för modellens utseende. )

$$\begin{pmatrix} 0.47 & 0.9 & 0.47 \\ & & 1 \\ 0.3 & 0.77 & 0.55 \end{pmatrix} \text{ respektive } \begin{pmatrix} 0.21 \\ \\ 0.24 \end{pmatrix}$$

Idealt borde kvoten mellan parametrarna blivit

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 0.5 \\ & & 1 \\ 0.5 & 1 & 0.5 \end{pmatrix} \text{ respektive } \begin{pmatrix} 0.25 \\ \\ 0.25 \end{pmatrix}$$

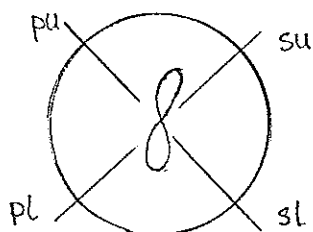
Trots att "mätsignalerna" var helt brusfria, fick vi inte fram bättre kvoter än så här vilket kunde vara en fingervisning om hur förväntningarna i en brusigare och mindre ideal miljö bör vara ställda.

Vid en omskalning av en modell identifierad i 4 knop till 8 knop, så erhöles vid simulering av den omskalade modellen en något svag förstärkning jämfört med önskad kurva.

Genom att addera till brus till signalerna fick vi en någorlunda uppfattning, om hur mycket brus en signal kunde innehålla, utan att identifieringen gick snett. De plottade kurvorna ( diagram D1, D2, D3 ) visar det maximalt godtagbara bruset lagt ovanpå respektive kurva. Signal/brusförhållandet rör sig omkring 20 dB.

#### Mätdata.

De riktiga mätserierna var upptagna under provkörningar med systerubåtarna Västergötland och Södermanland. De var naturligtvis inte lika rena från brus som de simulerade signalerna. Värst utsatta var de så kallade rategyrona som mäter vinkelhastigheterna. Dels innehöll de nollfel ( "bias" ), och dels var de så brusiga, att en direkt användning av dem hade varit omöjlig. Istället för en kraftig filtrering av dem och under förutsättningen om plana rörelser valde vi att derivera fram vinkelhastigheterna direkt ur de vinkelgivare ombord som mäter vinklarna till det inertiella koordinatsystemet. Detta visade sig ovanligt lyckat, då vinkelgivarna hade fin upplösning ( 360 / 16384, dvs 14 bitars givare ) och var helt fria från brus ned till upplösningssgränsen. Det kritiska med detta förfarande ligger i, att det förutsätter plana rörelser, men det var just sådana rörelser vi skulle identifiera på. Den enda translationshastighet som mäts ombord är u. Djupet mäts dels med en grovdjupgivare med upplösning på ca 10 cm, dels med en findjupgivare med upplösning på ca 1 cm. Tyvärr bottenar den senare redan vid 25 m. Rodervinklarna är direkt uppmätta för tornrodren, medan de aktra rodren har mätts var för sig och räknats om till ekvivalenta sido- respektive djuproder.



Bakre roder kryssroder.

Alla rodervinklar definieras som positiva för rodrets bakkant nedåt.

Effektiva sidorodret  $\delta_r$  definieras :

$$\delta_r = (pu - pl - su + sl) / 4$$

Effektiva dykrodret  $\delta_s$  definieras :

$$\delta_s = (pu + pl + su + sl) / 4$$

Translationshastigheten  $w$  mäts ej men behövs vid identifiering i djupled. Vad som då återstår är att räkna fram den ur givna mätdata. Generellt gäller :

$$w = (\dot{Z} + u \sin \theta - v \cos \theta \sin \phi) / \cos \theta \cos \phi$$

och vid plan dykning är  $v = \dot{\phi} = 0$ .

För att få en bra  $w$ -signal krävs det en brusfri djupsignal med god upplösning (litet kvantiseringsbrus), då denna skall deriveras. Djupsignalen är i och för sig väldigt ren från brus men problem i form av kvantiseringsbrus uppstår, då man är hänvisad till mätningar med grovdjupgivare.

Sjunkhastigheten ligger i storleksordningen några gånger upplösningen hos givaren per sekund vilket resulterar i en klart kvantiserad signal. Mycket av den effekten fick vi dock bort genom att dra ett medelvärde över tre värden på djupsignalen. Då ubåten som sagt utgör ett trögt system, drog vi slutsatsen, att detta förfarande inte kunde påverka dynamiken i signalen.

Under de riktiga körningarna har även tornrodret använts, varför även det har fått ingå som insignal i samtliga fall. Dessutom insågs mycket snart, att även den konstanta insignalen "ETT" för ubåtens vingverkan genom vattnet (tornets lyftkraft) måste vara med. Denna signal kan nämligen också ta till sig verkan av en eventuell felavvägning av ubåten, en sak som kan vara nog så förtretlig.

#### Identifiering på mätserie i 4.2 knop.

Ut.778 är en körning i 4.2 knop som spänner över 265 s. Djupmätningar fanns tillgängliga både från findjupgivare och grovdjupgivare. Tre identifieringssätt prövades därför, dels att identifiera  $w$  beräknat ur findjup, dels med  $w$  beräknat ur grovdjupgivaren, där djupsignalen först filtrerats i ett trebitars firfilter (medelvärde över 3 s) och slutligen en identifiering där såväl  $u$ ,  $\theta$  och findjup genomgått denna behandling innan  $w$  räknats fram. Låt oss kalla de tre olika modellerna 778a, 778b och 778c. För de båda första gav "iv4" bäst resultat medan den tredje modellen togs fram med "pem". Utseendet på modellerna följer sidan 8. Vad vi kunde konstatera var att översta raden i både A- och B-matrisen var väldigt osäker ur identifieringssynpunkt, då parametrarna där spred sig mycket mellan de olika metoderna. För understa raden i matriserna gav skattningarna på parametrarna ett intryck av, att de inte ändrade sig särskilt mycket beroende på vilken metod man använde.



Den modell som bäst följde verkligheten var 778c ( se diagram D4). Denna modell var också lyckad vid simulering på andra 4-knopskörningar, bla ut.702 ( diagram D5) och ut.781 (diagram D6). I de fall där djupkurva finns med är den framintegrerad enligt :

$$\dot{Z} = -u \sin \theta + w \cos \theta$$

$$Z(t) = Z(0) + \sum_k \dot{Z}(k) * dt \quad (dt = 1 \text{ s})$$

och motsvarar en så kallad öppen körning.

Hur säker är då den här skattningen av modellen ?

Ett mått på det får man om man tittar på varianserna hos de framidentifierade tidsdiskreta parametrarna ur vilka vi har bestämt de kontinuerliga. För 778c får vi för respektive tillståndsekvation de relativa varianserna :

$$(1 - a_1 q^{-1})w = b_1 \theta + b_2 q + b_3 \delta s + b_4 \delta t + b_5 \text{ETT}$$

iv4: 1.3      55      1.8    0.8      3      5

pem: 0.02      1      0.2    0.8      0.007    0.5

för tillståndsekvationen

$$(1 - a_1 q^{-1})q = b_1 w + b_2 \theta + b_3 \delta s + b_4 \delta t + b_5 \text{ETT}$$

blev relativa varianserna :

iv4: 0.004    0.07    0.02    0.04    0.1      0.1

pem: 0.1      0.2      0.07    0.09    0.2      0.1

Av detta drar vi slutsatsen, att relativa variansen över lag var mycket mindre för q än för w.

Vi kunde också se att parametrarna för w varierar väldigt mellan olika identifieringar, medan de är i stort sett lika för q.

### Modellens u-beroende

Vi förutsätter, att vi har konstant u-hastighet under manövrarna. Detta är inte helt sant. När man ställer ut ett roder, fungerar detta också som en broms. Denna förlust av fart gör, att parametrarna i vår tillståndsmodell minskar. För att undersöka hur känslig modellen är för störningar i u, har vi med hjälp av vår kunskap om parametrarnas u-beroende simulerat 778c-modellen för 10% ändring av u. Detta finns redovisat i diagram D8. Som man ser så ger det en ändring av toppvärdet med ca 20%

Stationära värden är också intressanta att titta på för att se, om en modell är rimlig. Den bör tex inte, som somliga identifieringar faktiskt gjorde, för ett positivt dykroder förutsäga ett positivt 0 dvs peka uppåt med nosen. Det stationära värdet kan räknas fram om man lägger på en konstant insignal. Man använder då slutvärdesteoremet :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \Rightarrow$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s(sI - A)^{-1} B u_{stat} / s = -A^{-1} B u_{stat}$$

Stationära värden finns i diagram D18, plottade mot motsvarande för SSPAs linjäriserade modell.

### Identifiering på mätserie i 8.4 knop.

Mätningarna i ut.860 innehåller 388 värden per signal. Liksom i fallet med ut.778 har tre identifieringar utförts med w framtaget på samma sätt som på sid 18. Vi kan kalla de här modellerna 860a, 860b och 860c. Dock skall nämnas, att findjugggivaren bottnade i slutet av mätserien, varför 860a bara bygger på de 240 första värdena. Denna modell fick också helt andra parametervärden med skillnad både i tecken och storleksordning. Tydligt innehöll den första av de två dykmanövrerna alldeles för lite information om systemet (för kort mätserie). 860c var annars den modell som visade sig bäst kunna efterlikna de verkliga tillstånden. Denna modell finns redovisad i diagram D9. De framidentifierade parametrarnas relativa varianser i tillståndsekvationen

$$(1 - a_1 q^{-1})w = b_1 \theta + b_2 q + b_3 \delta s + b_4 \delta t + b_5 \text{ETT}$$

blev med

iv4: 0.007    0.2    0.6    0.4    0.4    0.6

pem: 0.04    0.2    1.3    0.2    0.2    0.3

och för tillståndsekvationen

$$(1 - a_1 q^{-1})q = b_1 w + b_2 \theta + b_3 \delta s + b_4 \delta t + b_5 \text{ETT}$$

blev de med

iv4: 0.04    0.1    0.2    0.2    0.5    0.2

pem: 0.04    0.4    0.04    0.4    0.5    0.5

Trots att varianserna inte riktigt anger det, så var det stor skillnad i ändringen på parametervärdena för w och q, då man använder pem respektive iv4. Parametrarna för w ändrade sig väldigt mycket (tom tecken i somliga fall), medan parametrarna för q var nästan helt stilla.

B60c har även korskörts med andra rodersekvenser i såväl det egna fartområdet (8 knop) som i 4 och 16 knop. I 8 knop gäller det mätserierna ut.858 och ut.859 (diagram D10 och D11). Resultatet var väl överensstämmande med verkligheten vad det gäller tillstånden. Djupet är framintegrerat ur tillstånden och skiljer sig mot ut.858 ungefär som en ramp. Orsaken återfinns i  $\theta$ -signalen, då den simulerade  $\theta$ -signalen hela tiden ligger något högre än den riktiga. Nedskalad till 4 knop kördes modellen mot ut.778 med knappt acceptabelt resultat (diagram D12) och uppskalad till 16 knop mot ut.465 blev resultatet rent dåligt (diagram D13).

Modellens känslighet för parametervariationer i samband med mindre fartändringar visade sig bli ungefär som för 778c (diagram D14). Stationära värden har vi tagit fram precis som för 778c, och de finns redovisade i diagram D19 tillsammans med vad SSPAs koefficienter ger.

#### Identifiering på mätserie i 16 knop.

Ut.465 innehåller bara 119 sampel per mätsignal. Det är en alltför kort serie att identifiera på, men mycket längre var knappast någon fil i hög fart. Detta beror på, att proven är tagna för att verifiera styrautomaten på ubåten. Därför bestämmer man sig för en dykmanöver, låter automaten utföra den, vilket går fort i höga farter, och är sedan nöjda. Överhuvudtaget visade det sig mycket svårt att identifiera djupmanövrar i hög fart. Av tre olika körningar var det bara en som överhuvudtaget gav en stabil modell och det var ut.465. För att få något som helst resultat var vi tvungna att dra ett medelvärde på Z, som bara gavs med grovdjupgivare. Det visade sig behövas ett 10 sampel långt medelvärdesbildande firfilter.

Relativa varianserna för tillståndsekvationen

$$(1-a_1q^{-1})w=b_1\theta + b_2q + b_3\delta_s + b_4\delta_t + b_5ETT.$$

blev för

iv4:	0.2	3.3	0.3	2.7	1	1
pem:	0.1	0.7	0.9	1	2.8	6

och för tillståndsekvationen

$$(1-a_1q^{-1})q=b_1w + b_2\theta + b_3\delta s + b_4\delta t + b_5ETT.$$

blev relativa varianserna för

iv4	0.06	1.6	0.3	0.5	0.4	6
pem	0.08	1	0.2	1.2	0.2	30

Dock blev som tidigare trots relativa varianserna parametrarna i q-ekvationen mera lika vid de två metoderna än vad de blev i w-ekvationen. Den modell vi ansåg vara bäst fick bygga på "iv4".

Denna går bra i 16 knop på såväl sina egna insignaler (Diagram D15) som på de båda körningar som det inte gick att hitta någon tillståndsmodell till (diagram D16 D17). Vid en jämförelse med de tidigare tillståndsmodellerna såg vi ingenting av det fartberoende, som skulle motivera en nedskalning enligt det förväntade beroendet. Dessutom får vår högfartsmodell bland annat fel tecken i sina stationära värden (diagram D20). Detta talar för att det ej är en perfekt modell. Dynamiskt fungerar den dock.

#### Övrigt om djupledsidentifiering.

Förutom de tre tidigare nämnda modellerna har ett antal andra körningar också identifierats med skiftande resultat. Ofta men inte alltid har det gått att hitta en modell som fungerat bra för just det fallet. De modeller vi beskrivit har dessutom gått bra att använda i andra fall. Totalt sett har man kunnat skymta det önskade fartberoendet hos parametrarna i understa raden i tillståndsmatriserna. Fartberoendet på översta raden har vi däremot ej kunnat verifiera.

Det tycks som om överföringsfunktionen för q vore lättare än för w att få bra.

Ett försök att ta fram autokorrelationerna för prediktionsfelen i de olika tillstånden gjordes för 860c (diagram D24). Här ser man tydligt, hur bra kurvan för q är jämfört med den för w. Man vill ju nå en tydlig smal spik i mitten (t=0) och sedan helst inget mer.

Vi har även gjort ett försök att räkna fram de hydrodynamiska konstanterna ur ut.860. Om man sätter upp tillståndmodellen enligt :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \delta s \\ \delta t \\ \text{ETT} \end{pmatrix}$$

med koefficienternas utseende enligt sidan 8. Vänsterledet innehåller delvis kända storheter som massa och tröghetsmomenten men även okända koefficienter. Här inser man, att för att kunna räkna ut högerledets parametrar med hjälp av vår identifierade modell, så måste vänsterledets parametrar vara kända, ty vi får

$$\begin{pmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{pmatrix} = a^{-1} b \begin{pmatrix} w \\ q \end{pmatrix} + a^{-1} c \begin{pmatrix} \theta \\ \delta s \\ \delta t \\ \text{ETT} \end{pmatrix}$$

Genom att sätta parametrarna lika med de framidentifierade, så kan b och c lösas ut. Därefter löses de hydrodynamiska konstanterna ut ur b och c. Vi antog ett a enligt koefficienter vi fått från SSPA och räknade med hjälp av dessa ut de hydrodynamiska konstanterna i b- och c-matriserna. Frågan var nu hur väl våra framräknade konstanter skulle stämma överens med de som SSPA angivit. kvoterna mellan våra och SSPAs konstanter anges nedan.

$$\begin{array}{llll} Z'_w : 1.4 & Z'_q : 0.8 & M'_w : 1.2 & M'_q : 1.2 \\ Z'_{db} : 0.05 & Z'_* : 1.0 & Z_g - Z_b : 2.9 & c_{22}/u^2 : 1.6 \\ M'_{db} : 4.1 & M'_* : 2.0 & c_{12}/u^2 : 0.7 & \end{array}$$

Detta förutsätter dock, att a-matrisen är den riktiga. Andra modeller har också gett helt olika resultat. Det här är alltså ingen metod att räkna sig fram till en ny uppsättning hydrodynamiska konstanter utan kanske snarare ett sätt att jämföra, hur olik modell man har mot en utgångsmodell, eller hur rimlig den är fysikaliskt.

Ett annat sätt att jämföra är naturligtvis genom simuleringar. Vi har gjort ett antal simuleringar med SSPAs linjäriserade modell på riktiga rodersekvenser. Tre av dessa finns redovisade i diagrambladen ( för ut.781 i D21, ut.858 i D22 och ut.468 i D23). För de tre tidigare framtagna modellerna finns motsvarande korskörningar i diagrambladen D6, D10 respektive D17, varför en direkt jämförelse kan göras. Här måste man dock tänka på, att man jämför en generell modell med tre speciellt valda modeller inom sina fartområden.

Det är också intressant, att titta på vart modellens systempoler tar vägen vid ökande fart. I diagram D25 visar vi hur våra modellers poler hamnar i jämförelse med vad SSPAs koefficienter anger, då dessa stoppas in i tillståndsmodellen på sid 8 ( W  $\theta$  Q ) modellen.

En iakttagelse här är, att polerna till våra modeller blir snabbare ( längre från origo ) vid ökande hastighet, medan SSPAs komplexa poler kryper mot origo istället. Vad gäller relativa dämpningen ligger vi och SSPA mycket lika.

I diagram D26, D27 visas polerna i det mindre systemet med w och q som tillstånd. Då dessa poler blir reella delar vi upp på två diagramblad för överskådlighetens skull. Vi ser, att vi träffat SSPA ganska bra på den pol, som ligger mest negativt. På vår 16-knopsmodell fick vi komplexa poler, vilket SSPA aldrig får.

Vi har även jämfört två fyrknopsmodeller med SSPAs linjära fyrknopsmodell i frekvensplanet ( diagram D27 ). Vår valda modell, 778c, visar sig i frekvensplanet vara mycket lik SSPAs såväl i amplitud som fas, medan den andra modellen ( baserad på mätserie ut.702 ) skiljer sig betydligt mer.

## 4.2 Giridentifiering.

### Identifiering på simulerad signal.

Förutsättningarna är enligt tidigare dvs plan gir. Vi började att försöka identifiera det stora systemet med  $r, v, p$  som tillstånd. Metoden var vår egen "identall" där derivatan approximeras. Vi provade också "cident", där derivatan ej approximeras. Båda metoderna visade, att man ej fick med de snabba svängningarna i  $p$ -signalen utan endast ett medelvärde ( se diagram G1 ).

Vi beslöt därför att dela på systemet, så att vi fick den långsamma dynamiken för  $r$  och  $v$  i ett system, och den snabba för  $p$  i ett. Vi antog också att rollen inte blir så stor, att den spelar "roll" för giren.

Vårt mindre system blev.

$$\begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta r \\ \text{ETT} \end{pmatrix}$$

Här är A-matrisen proportionell mot  $u$

Då  $u$ -båten anses symmetrisk i längsled, antog vi, att ETT-signalen ej gör någon nytta, varför vi strök den.

B-matrisen är proportionell mot  $u^2$ .

Vid providentifiering igen med "identall" och simulerad data fick vi resultat enligt diagram G2 ( 4 knop ), G3 ( 8 knop ) och G4 (12).

Vid detta prov såg vi dock ej mycket av proportionaliteten i A- och B-matriserna trots det goda resultatet.

Vi stoppade in SSPAs koefficienter i vårt mindre system och fick diagram G5, där man ser att modellen går bra utom i höga farter, i dessa två diagram är  $r$  "riktig".

Vi drog slutsatsen, att det var så här vi skulle fortsätta.

I Kockums simuleringsmodell visade det sig att  $v = -10,5 * r$  ( se diagram G6 ), vilket vi ej kan styrka med verkligheten.

Denna tråkiga situation hamnade vi i, då man ej mäter  $v$ -signalen på båtarna.

### Giridentifiering på verkliga mätdata.

Mättsignaler :

Vi deriverar  $\psi$ -signalen med stöd av

$\dot{\psi} = (r \cos\phi + q \sin\phi) / \cos\theta$  och om vi har plan rörelse blir  $r = \dot{\psi}$ . Tyvärr kan vi ej verifiera hur bra denna approximation är ty mättsignalen  $q$  saknas.

$\psi$  mäts med en upplösning av 14 bitar på varvet vilket är bra. Deriveringen utförs genom att ta skillnad mellan närliggande värden i  $\psi$ -signalen.

Signalen  $v$  mätes ej. Rodergivarna har ibland ett konstantfel, vars ursprung är okänt, på olika körningar i samma fart. Därför drog vi bort medelnivån från rodersignalen före identifieringen.

Då vi vill identifiera det mindre girsystemet med  $r$  och  $v$  som tillstånd, får vi problem, om vi ej känner  $v$ .

Vi tog då och genererade en  $v$ -signal med SSPAs ko-  
efficienter och rodersekvensen i det  $r, v$  system man får  
med SSPAs koefficienter.

Totalt fick vi då verkliga  $r$ - och  $\delta r$ -signaler men en simulerad  
 $v$ -serie. Själva identifieringen företogs med "identall"  
och resultatet syns i diagram G7 och G8.

Metoden ger ett hyfsat resultat, men eftersom man  
ej mäter  $v$ -signalen, är man egentligen bara intresserad  
av överföringsfunktionen från  $\delta r$  till  $r$ .

Utseendet av denna fås ur

$$\frac{r(s)}{\delta r(s)} = (1 \ 0) (sI - A)^{-1} B$$

där  $A$  och  $B$  är matriserna ur  $r, v$  systemet.

$$\frac{r(s)}{\delta r(s)} = \frac{b_1 s + b_2}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

här är  $a_1$  proportionell mot  $u$

$a_2, b_1$  mot  $u^2$  och  $b_2$  mot  $u^3$ .

Frågan är nu, om man kan hitta en medelmodell,  
som gäller i alla farter. Det gäller att veta  
hur bra  $a_1, a_2, b_1$  och  $b_2$  kan bestämmas,

och framför allt hur bra denna bestämning stämmer med  
verkligheten. Vi har tagit fram denna överförings-  
funktion för 14 olika girkörningar och därefter plottat  
in koefficienterna i diagram. Körningarna är gjorda med olika  
farter och är uppmätta vid skilda tillfällen.

Medelnivån i rodersignalen drogs bort före identifieringen.

Den enklaste tidsdiskreta ansatsen blir för överförings-  
funktionen  $\frac{r}{\delta r}$

$$(1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}) r(k) = b_1 q^{-1} \delta r(k)$$

Vi använder Matlabs "IV4" algoritm för att bestämma  
de tidsdiskreta koefficienterna.

```
( th=iv4(R,DR,(2 1 1)); )
```

Omräkning till kontinuerlig tid görs via "TF2SS D2C SS2TF"

```
( se Matlabs manual. )
```



Om vi nu i diagram G9 plottar våra identifierade tidskontinuerliga  $a_1$   $a_2$  osv mot de värden (räta linjer) som SSPAs koefficienter föreskriver, så ser vi att vi får våra kryss att väl följa linjerna.

Koefficient  $a_1$  plottas mot  $u$

Koefficient  $a_2, b_1$  plottas mot  $u^2$

Koefficient  $b_2$  plottas mot  $u^3$

Att kryssen stämmer överens med linjen tolkar vi som att giren är tämligen linjär.

"Akaikes final prediction error" var hela tiden runt  $10^{-6}$   
Det definieras av :

$$\frac{(1 + \frac{n}{N})}{(1 - \frac{n}{N})} * e^2$$

Där  $n$  = antal estimerade parametrar

$N$  = mätseriens längd ( här 150-400 sampelvärden )

$e = y - \hat{y}$  dvs felet mellan modell och verklighet.

Ett så lågt FPE som  $10^{-6}$  tyder på god estimering.

Då vi identifierade fick för ett system enligt :

$$(1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}) r(k) = b_1 \delta r(k)$$

Som typiska värden på de tidsdiskreta parametrarnas relativa varianser genomgående i våra 14 försök :

0    0.04    0.1    0.1

Detta visar också att identifieringen har gått bra, när den första signifikanta siffran i skattningsvariansen ligger minst en tiopotens under första siffran hos den skattade parametern.

I diagram G10-G13 visas våra identifierade modeller körda på några av de 14 mätserierna. Samtidigt visas också resultatet av den modell som SSPAs konstanter anger.

### 4.3 Rollidentifiering.

Enligt tidigare har vi i girled ett system av typen

$$a\dot{X} = bX + cU$$

$$\text{där } X = (r \ v \ p)^t \quad U = (\delta r \ \phi \ \text{ETT})^t$$

Om man ställer upp systemet komplett, ser man att det går att skriva om vänstersidan, så att den blir triangulär. (Gauss-eliminering där  $r, v$  elimineras)  $p$  blir då i understa raden en linjärkombination av  $r, v, p, \phi, \delta r$  och ETT.

$$p = b_1 r + b_2 v + b_3 p + b_4 \phi + b_5 \delta r + b_6 \text{ETT}$$

$$\text{Då } \dot{\phi} = p + \dot{\psi} \sin \theta$$

och  $\theta$  antas vara 0 så blir  $\dot{\phi} = p$ .

Differentialekvationen kan då skrivas :

$$\dot{\phi} + a_1 \dot{\phi} + a_2 \phi = b_1 r + b_2 v + b_3 \delta r + b_4 \text{ETT}$$

Här är  $a_1, b_1$  och  $b_2$  proportionella mot  $u$  medan

$b_3$  och  $b_4$  är proportionella mot  $u^2$ .

övriga koefficienter är oberoende av  $u$ .

Vi approximerar derivatan med  $(1-q^{-1})$ .

Den tidsdiskreta motsvarigheten av differential-  
ekvationen blir

$$((1+a_1+a_2)+(-2-a_1)q^{-1}+q^{-2}) \phi(k) = b_1 r(k)+b_2 v(k)+b_3 \delta r(k)+b_4 \text{ETT}$$

Denna överföringsfunktion identifieras med  
 $th=iv4((FI(R \ V \ DR \ ETT), (2(1 \ 1 \ 1 \ 1), (0 \ 0 \ 0 \ 0)))$ .

Den tidskontinuerliga överföringsfunktionen  
fås genom att gå baklänges.

Vid beräkning av  $r$  filtrerar vi först  $\psi$  i ett 3-bitars  
firfilter med koefficienterna  $(1/3 \ 1/3 \ 1/3)$ , fasför-  
skjuter signalen till rätt fasläge samt deriverar fram  
 $r$  genom att bilda differensen av två intilliggande  
 $\psi$  värden ( $f_{\text{sampel}} = 1 \text{ Hz}$ ).

Detta med stöd av att  $r = \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi$   
och i plant fall  $r = \dot{\psi}$ .

Då  $v$ -signalen ej mäts ansätter vi  $v = -10.5 * r + e$ .

Där  $e$  är svagt brus för att ej få numeriska problem  
vid identifieringen.

Vi identifierade på verkligheten och fick fram en överföringsfunktion för rollvinkeln  $\phi$ . I diagram G14 uppe till vänster syns uppmätt  $\phi$  samt skattat  $\phi$  med vår överföringsfunktion körd på sig själv. Då vi kör vår modell, använder vi som insignaler de verkliga rodersignalerna, framderiverad r-signal, v som vi sätter till  $v = -10.5 * r$  samt ETT-signalen. I diagram G14-G16 syns denna överföringsfunktion korskörd i flera olika farter, där omskalning av parametrarna skett enligt vad som tidigare angetts. Detta är den modell som bäst har infriat det fysikaliska fartberoendet bland alla nu nämnda modeller i djup-, gir- och rolled. Den går också som synes mycket bra såväl i högfart som i lågfart. På de girprov vi fått oss tillhanda, misslyckades aldrig modellen att följa verkligheten.

Egentligen borde överföringsfunktionen  $\phi/\delta r$  vara av 4:e graden för att kunna styras av  $\delta r$  ensam då den härstammar från en 4:e ordningens modell ( se sid 9 ). Detta gick ej alls att identifiera, utan för att Matlab skulle ge vettigt resultat var vi tvungna att gå ned till en andra ordningens modell (  $\phi, \dot{\phi}$  tillstånd,  $\delta r$  ETT insignaler ). Detta skulle kunna förklaras med att överföringsfunktionen då får endast 4 okända parametrar mot tidigare 8, vilket ställer mindre krav på längden av mätserierna. Dessutom hade  $\phi$  och  $\dot{\phi}$  dynamik helt skild från r och v. Detta blev ej så bra som vår tidigare beskrivna rollmodell, men den styrs i gengäld bara av rodet ensam. I diagram D18-D20 visas resultaten av sådana modeller. Där ser man, att modellen går bra i sin egen fart, men omskalning är i princip omöjlig.

Trots att den bygger på en approximerad insignal v, väljer vi den tidigare modellen med det fysikaliska fartberoendet, då den bäst beskriver verkligheten i alla farter.

Som slutfas på rollproven visas hur vår modell går jämfört med Kockums simulatormodell, se diagram G21. Där lutar simulatormodellen åt fel håll i giren.

Vår modell behåller alltid stabiliteten oberoende av hur den skalas om.

## SLUTSATSER.

Särskilt djupledsidentifieringen har varit vansklig. Här spelar avvägning och trimning en stor roll. I synnerhet parametrarna i översta raden i den kontinuerliga tillståndsformen har visat sig vara osäkra. Vi lyckades inte finna det fartberoende mellan modeller i olika farter som vi önskade. Däremot fann vi modeller som gick bra att använda vid de farter, de var identifierade för. Detta leder tankarna till "gain scheduling".

I girled fann vi, att de parametervärden SSPA angav verkade stämma bra med verkligheten om man vill ha en generell modell för alla farter. För en säker förbättring krävs fler och bättre identifieringar. Den stora skillnaden kom i rollen, där den modell som nu finns (även i simulatören) och bygger på SSPAs koefficienter helt enkelt rollade åt fel håll och dessutom med mycket liten vinkel. För detta har vi fått en klart bättre modell.

För att få bättre resultat krävs det främst längre mätserier (100-200 värden/skattad parameter, de serier vi identifierat på har genomgående varit för korta och händelselösa ).

Dessutom krävs större noggrannhet, vad gäller avvägning och intrimning av ubåten inför mätningen för att kunna jämföra mätserier från olika tillfällen.

Dessutom måste körningarna vara mer specialkomponerade för identifiering. Det vore tex intressant att använda PRBS ( "binärt pseudobrus" ) som rodersignal. Det är även önskvärt, att man mäter v och w åtminstone på de speciella mätturenerna.

Då det finns bättre programvara för identifiering av tillståndsmodeller direkt än den vi gjort, borde sådan införskaffas. ( Till exempel "State space toolbox" till Matlab ) Vid djupmanövrar där både torn- och aktra-roder varit verksamma, har de varit det på ett väldigt "korrellerat" sätt. För att särskilja deras inverkan på rörelsen måste de användas mera oberoende av varandra under samma manöver, dessutom med rimliga utslag.

Sampeltiden för registreringarna är bra, den bör åtminstone ej ökas.

Det har visat sig lättare att ta fram verklighets-trogna överföringsfunktioner än att ta fram hela tillståndsmodellen. Ett problem har nämligen varit att sammanföra överföringsfunktioner till en stabil tillståndsmodell.

Vad gäller datorkapaciteten är en PC-dator knappast tillräcklig i längden för de tunga beräkningar som krävs, varken i avseende på exekveringstid eller minnesutrymme.

## Diagramförklaring.

Då vårt plotterprogram ej kunde skriva vettiga figurtexter valde vi att specificera dessa nedan.

### Diagram

- G1 Proidentifiering på simulerad mätdata, (rvp-system). Vi har här tillgång till både r,v och p signal. Kurvorna för r och v går i varandra medan modellen för p ej hänger med.
- G2 Proidentifiering med simulerade mätdata (rv-system). Kurvorna går i varandra. 4 knop.
- G3 Proidentifiering med simulerade mätdata (rv-system). Kurvorna går i varandra. 8 knop.
- G4 Proidentifiering med simulerade mätdata (rv-system). Kurvorna går i varandra. 12 knop.
- G5 SSPAs koefficienter i en modell med r och v som tillstånd. Gi.207 = 12 knop simulerad mätfil. Gi.472 är 16 knop verlig mätfil. 788 är 8 knop verklig. 784 är 4 knop verklig mätfil.
- G6 Simulatorens får v att vara -10 till -11 gånger r. Vänstra visar denna proportionalitet. Högra visar kvoten  $-10.5 * r/v$  för simulatorens.
- G7 För att prova möjligheten att identifiera en rv-tillståndsmodell vid gir så skapade vi mha rodersekvensen och simulatorens en simulerad v-signal till den verkliga r signalen. Därefter identifierades r,v modellen med riktig r och simulerad v. Det som kom ut ur modellen kallas RLJUG och VLJUG. Underst visas 8-knopsprov och överst 4 knops.
- G8 Metod enligt diagram G7 men fil 864 är i 8 knop och gi.863 i 4 knop.
- G9 Vi plottade våra 14 modellers koefficienter mot den linje SSPAs koefficienter anger. Då koefficienterna i överföringsfunktionen är proportionella mot  $u, u^2$  och  $u^3$  så får x-axlarna också dessa skalor för att det skall bli en rät linje.
- G10 Några av våra 14 modeller körda på den serie de är identifierade för. Som jämförelse har vi kört den modell som SSPAs koefficienter anger parallellt. Modellen är överföringsfunktionen  $r/\delta r$ . 725 är i 8 knop, 724 i 8, 723 i 8 och 726 i 12 knop.
- G11 Enligt G10, 722 i 5 knop, 721 i 5, 756 i 16 knop.

## Diagramförklaring.

### Diagram

G12 Enligt G10 754 är i 4 knop.

G13 Proidentifiering av simulerad rolldata.  
Modell var med  $\delta r, r, v$  och ETT som insignaler.  
Kurvorna för  $\phi$  och  $\psi$  skattad går i varandra.  
Tyvärr har simuleringsdata ej mycket att göra med  
verkligheten. Kurvorna är i 4,8 och 12 knop.

G14 Vår rollmodell med  $\delta r, r, v$  och ETT som insignal körd  
på 723 som är 8 knop, 724 8 knop, 756 16 knop, 754  
4 knop.

G15 Enligt G14 men rollmodellen korskörd nu på 726 som  
är 12 knop, 722 5 knop, 727 12 knop och 721 som  
är 6 knop.

G16 Ännu fler korskörningar av rollmodell enligt diagram  
G14. 728 är 11 knop 725 är 8 knop.

G17 Den tidigare rollmodellen var körd med också  $r$  och  $v$   
som insignaler. Nu skulle den egentliga överförings-  
funktionen från  $\delta r$  till  $\phi$  vara av fjärde ordningen,  
då den är tagen ur ett fjärde ordningens system.  
Men Matlab vägrade ge vettiga modeller för fjärde  
ordningens överföringsfunktion, vare sig med  
"iv4" eller "pem". Vi var tvungna att gå ned  
till andra ordningens system för att överhuvudtaget  
få fram en modell. Denna modell går bra i sin fart  
( övre vänstra ), men kan ej skalas om till andra farter  
( se övriga bilder i diagrammet.)  
726 är i 12 knop, 727 i 12, 723 i 8 och 756 i 16 knop.

G18 Modell framtagen enligt G18 men här i 8 knop. Modellen  
går bra i sin fart men kan ej skalas om. 722 i 5 knop,  
725 i 8 knop, 727 i 12 knop.

G19 Rollmodell framtagen enligt G18 men nu i 5 knop.  
Modellen går bra i sin fart men går ej att skala om.  
722 är i 5 knop, 721 i 5.7 knop, 754 i 4 knop och  
723 i 8 knop.

G20 Här visas överst kurs simulerad, till höger den svaga  
kurvan är den roll simulatorn ger, den kraftiga den  
roll vår modell ger ( den med  $\delta r, r, v$  och ETT som  
insignaler. Underst ett verkligt fall med samma  
girhastighet och roll samt rollen vår modell ger.

## Diagramförklaring.

### Diagram för plan dykrörelse

- D1 Maximala bruset vid vilket simuleringen fortfarande gav bra resultat efter en identifiering. Grundsignalerna är "idealt brusfria" simulatorsignaler. Vid körningarna har tornrodret varit passivt.  
Fart 4 knop.  $\sigma_D = 10^{-4}$   $\sigma_\theta = 10^{-3}$   $\sigma_w = 5 \cdot 10^{-3}$   $\sigma_s = 5 \cdot 10^{-3}$   
Här ser man w-signalen som ursprunglig, brusig och identifierad simulerad.
- D2 Enligt D1 men här det maximala bruset på rodersignalen för att modellen skulle gå bra.
- D3 Enligt D1 men här q-signalen som ursprunglig, brusig och identifierad simulerad.
- D4 w,  $\theta$ , q och djup dels verkliga signaler och dels simulerade med modell 778c. Mätserien u=4 knop är den som modellen är identifierad för.
- D5 Modell 778c korskörd på annan mätserie, ut.702 i 4 knop. Verkliga respektive simulerade kurvor för w,  $\theta$  och q.
- D6 Modell 778c korskörd mot mätserie ut.781, 4 knop verkliga respektive simulerade kurvor för w,  $\theta$  och q.
- D7 Känsligheten för variationer i u hos modell 778c. För mittenkurvan är u 4 knop för den övre 4.4 knop och för den undre 3.6 knop. Tillstånden w,  $\theta$  och q.
- D8 w,  $\theta$ , q och djup, dels mätresultat dels simulering efter identifiering av modell 860c. u=8 knop.
- D9 Modell 860c korskörd på mätserie ut.858. Riktiga och simulerade kurvor för w,  $\theta$ , q och djup u=8 knop.
- D10 Modell 860c korskörd mot mätserie ut.859 i 8 knop. Kurvorna visar verkliga och simulerade w,  $\theta$ , q och djup.
- D11 Modell 860c omskalad till 4 knop och korskörd mot mätserie ut.778. Kurvorna visar w,  $\theta$  och q, verkliga och simulerade.

## Diagramförklaring.

### Diagram för plan dykrörelse

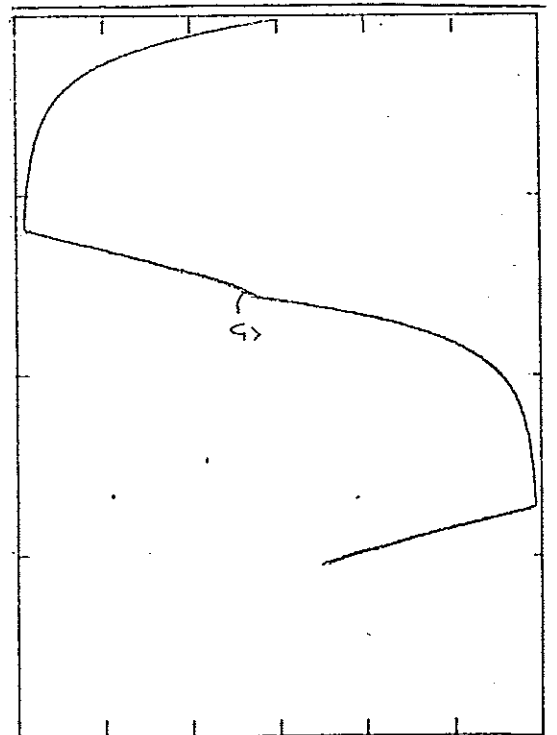
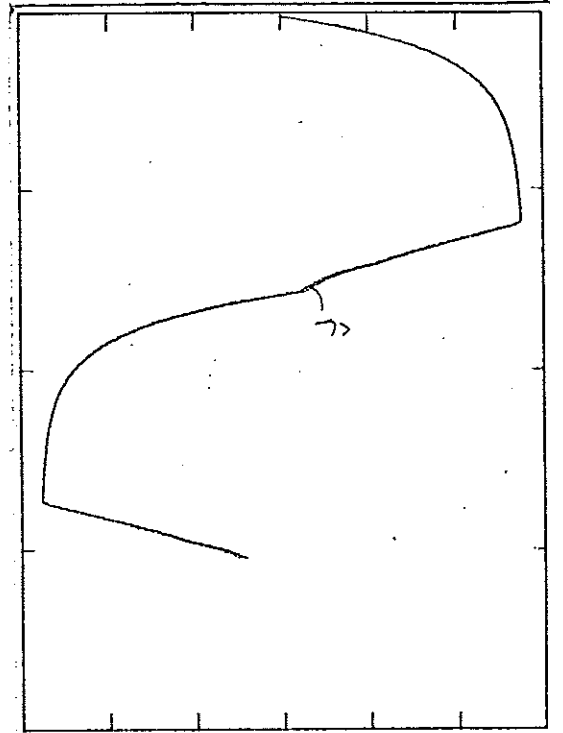
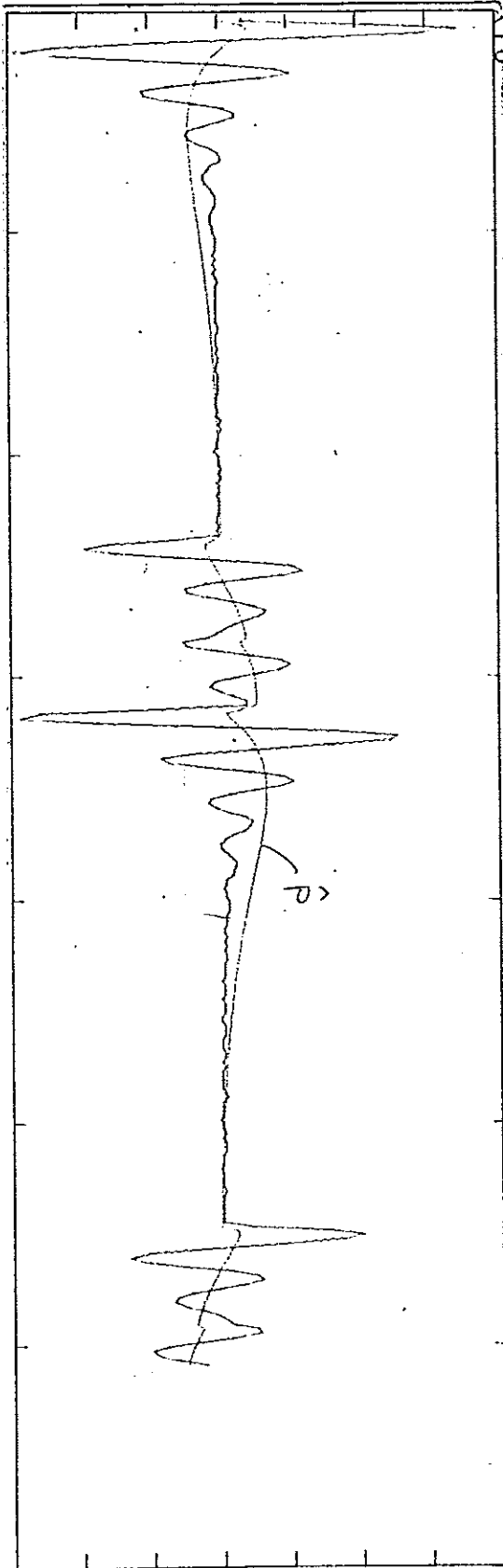
- D12 Modell 860c omskalad till 16 knop och där korskörd mot mätserie ut.465. Lagg märke till hur den simulerade signalen dröjer kvar längre.  $w, \theta$  och  $q$ .
- D13 Känsligheten för störningar i  $u$  hos modell 860c. Mittkurvan hos varje tillstånd representerar  $u=8$  knop, den övre 8.8 knop och den undre 7.2 knop.
- D14 Signaler simulerade och verkliga efter identifiering av modell ut.465. mätserie ut.465,  $u=16$  knop  $w, \theta, q$  och djup.
- D15 Modell 465 (16 knop) korskörd mot mätserie ut.467 i 16 knop. Riktiga resp simulerade  $w, \theta$  och  $q$ .
- D16 Modell 465 korskörd mot mätserie ut.468 i 16 knop. Verkliga och simulerade  $w, \theta$  och  $q$ . Det stora bruset i  $w$  beror på att den bygger på grovdjupgivare och inte behandlats på något sätt.
- D17 Stationära värden  $w$  och  $\theta$  plottade mot roderutslag för  
1: modell byggd på SSPAs koefficienter  
2: modell 860c nedskalad till 4 knop  
3: modell 778c  $u=4$  knop.
- D18 Enligt D17 men  $u=8$  knop.  
1: modell byggd på SSPAs koefficienter.  
2: modell 860c i sin fart 8 knop.
- D19 Enligt D17 men  $u=16$  knop.  
1: modell byggd på SSPAs koefficienter.  
2: modell 465 i sin fart.
- D20 Tillstånden  $w, \theta$  och  $q$  ur mätserie ut.781 i 4 knop samt efter simulering på modell som bygger på SSPAs koefficienter. Jämför gärna med D6.
- D21 Enligt D20 men i 8 knop mot mätserie ut.858. Jämför gärna med D9.
- D22 Enligt D20 men i 16 knop mot mätserie ut.468. Jämför gärna med D16.
- D23 Autokorrelation hos prediktionsfelen hos  $w, \theta$  och  $q$  för modell 860c. Här ses att skattningen för  $q$  är bäst. Så var det alltid.

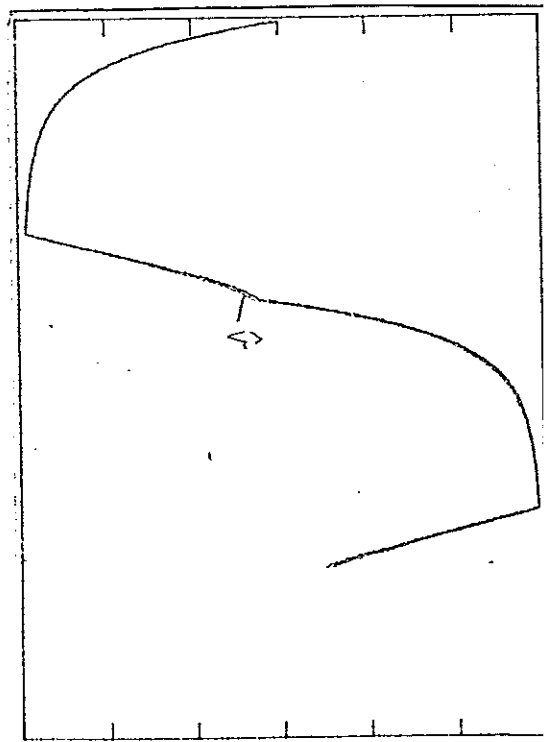
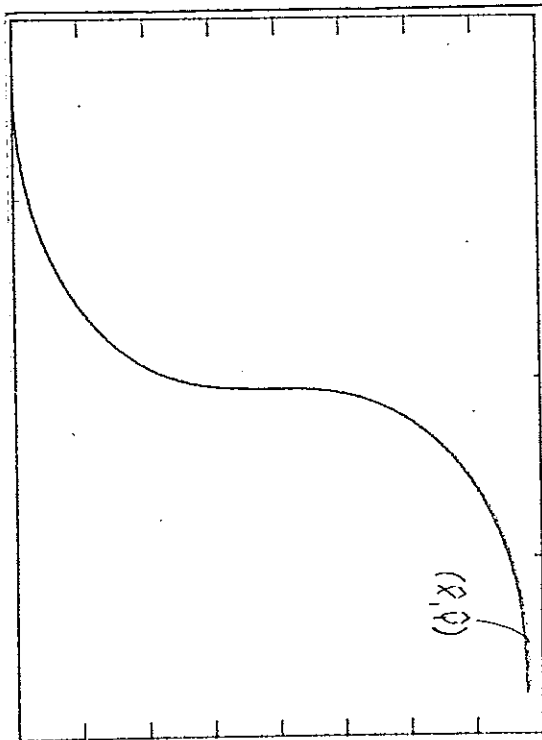
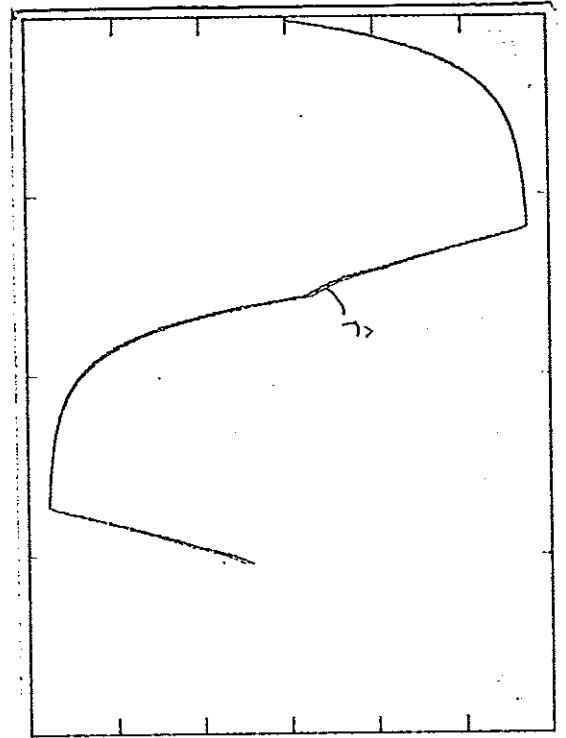
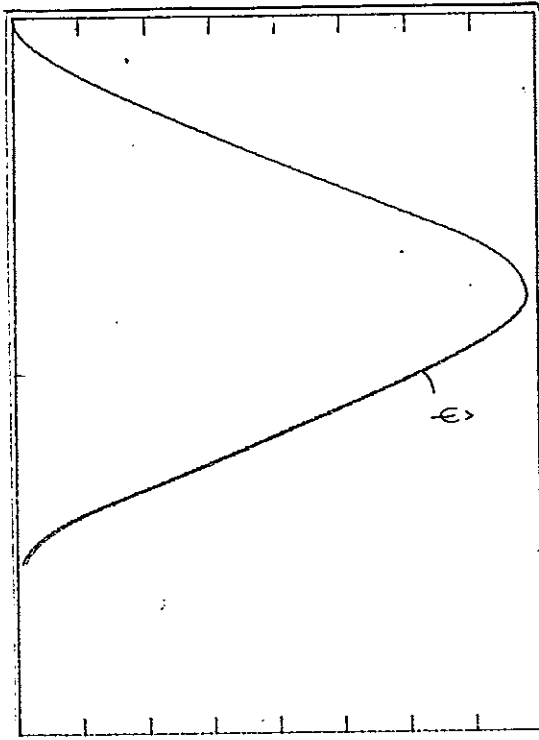


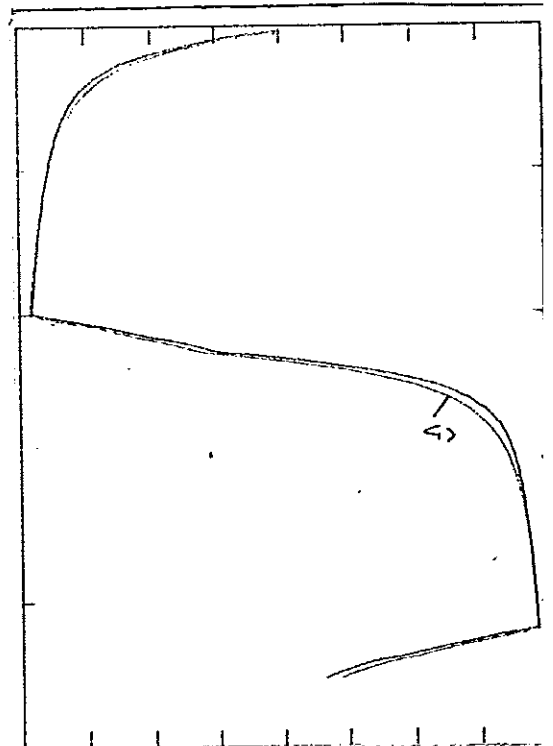
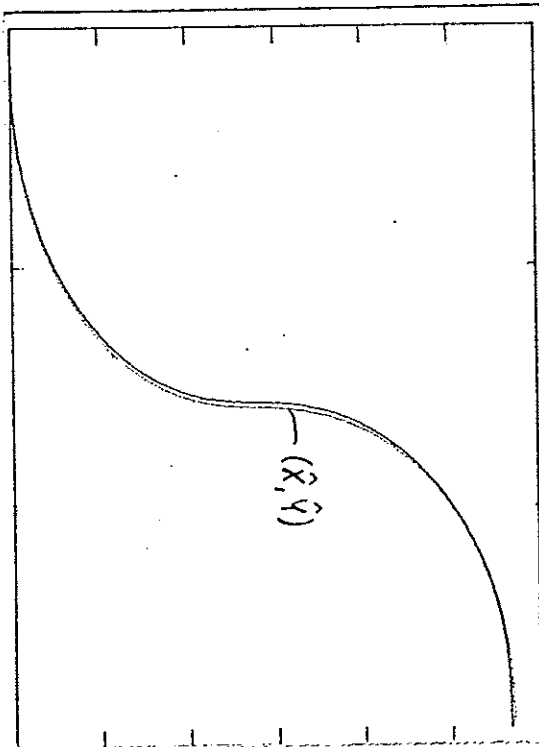
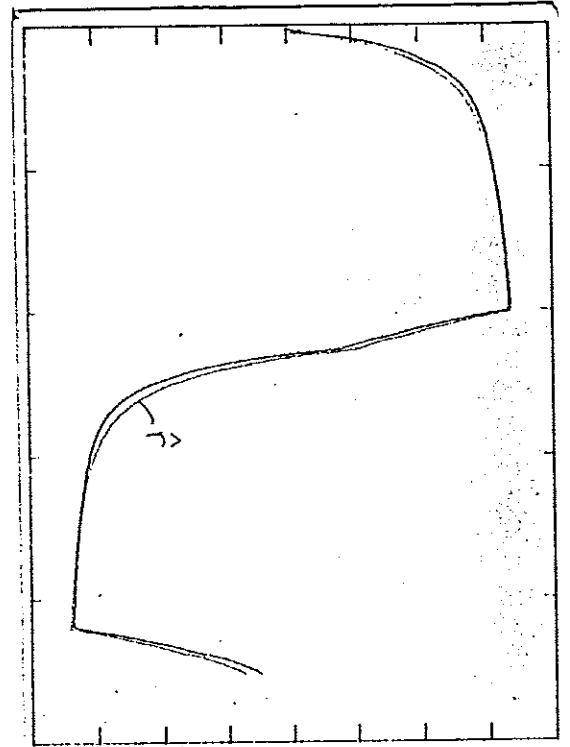
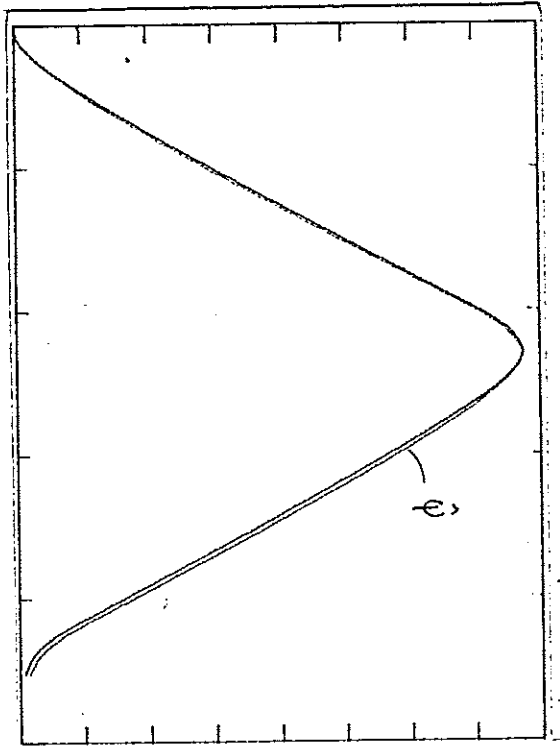
## Diagramförklaring.

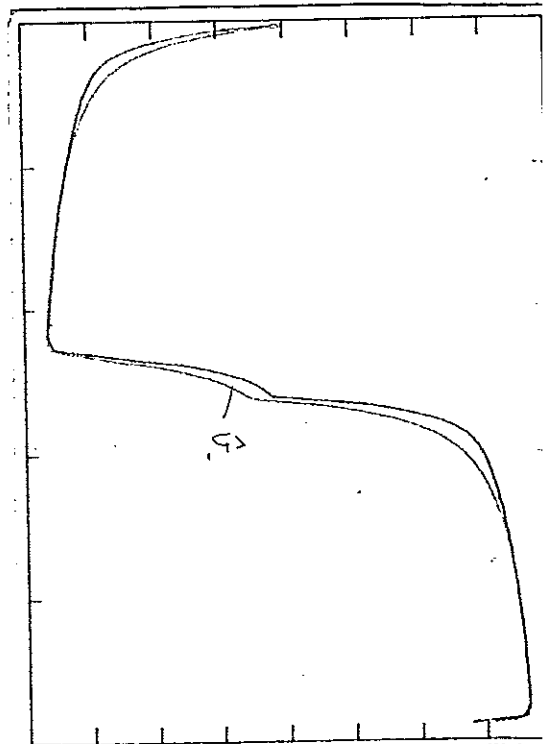
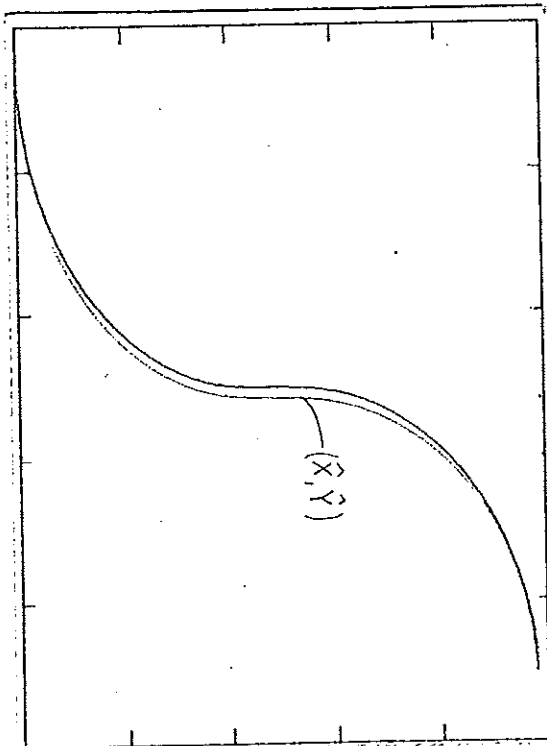
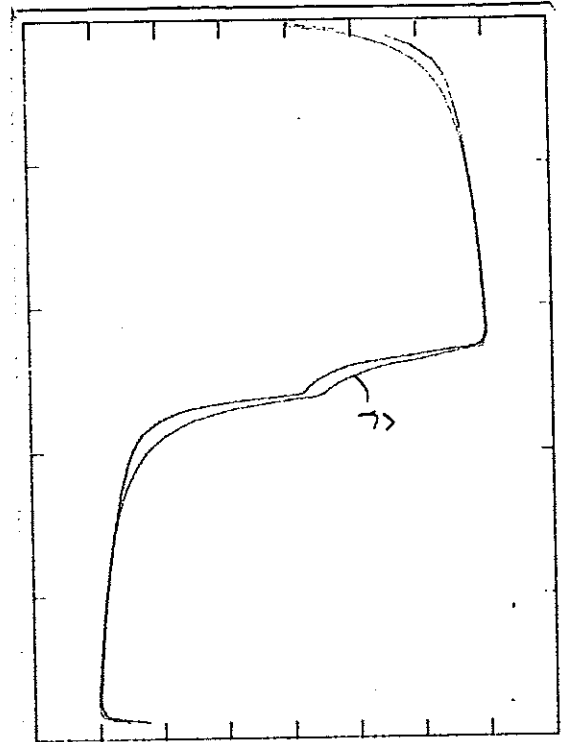
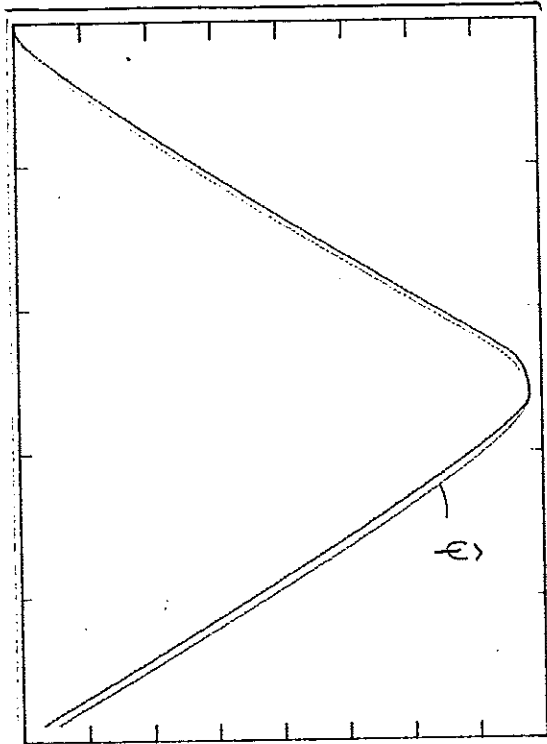
Diagram för plan dykrörelse

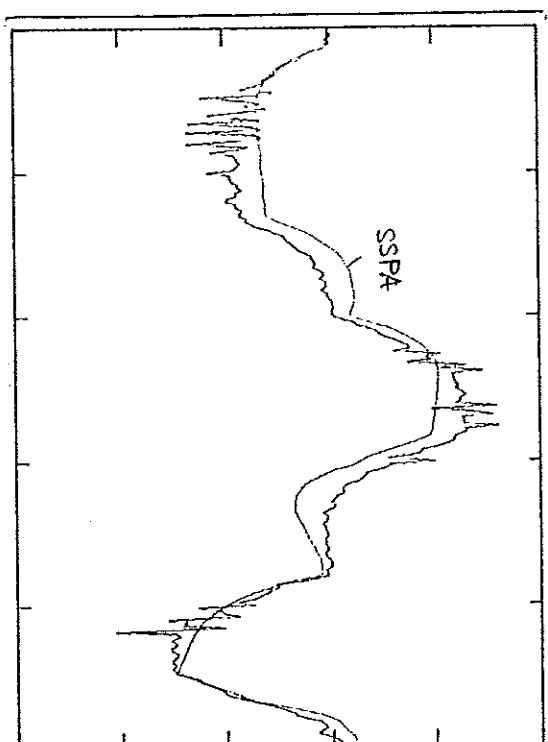
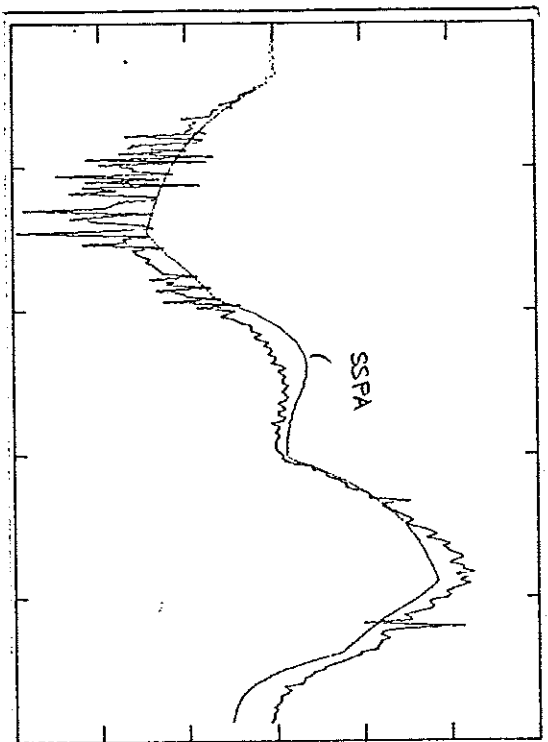
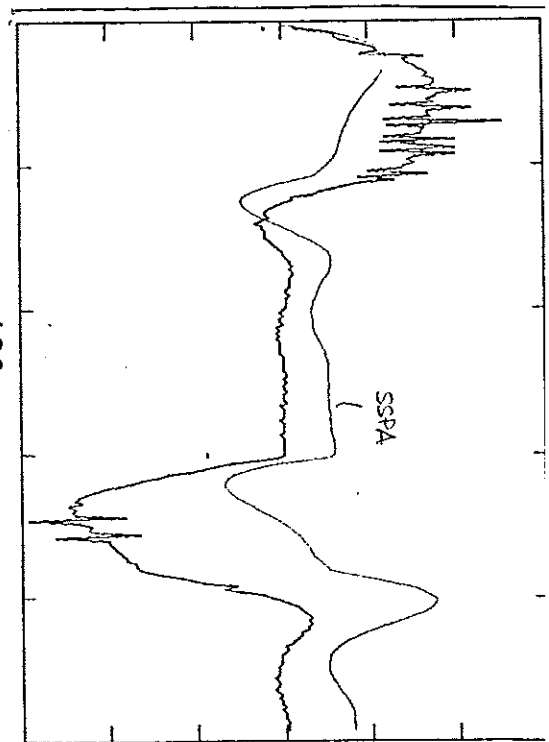
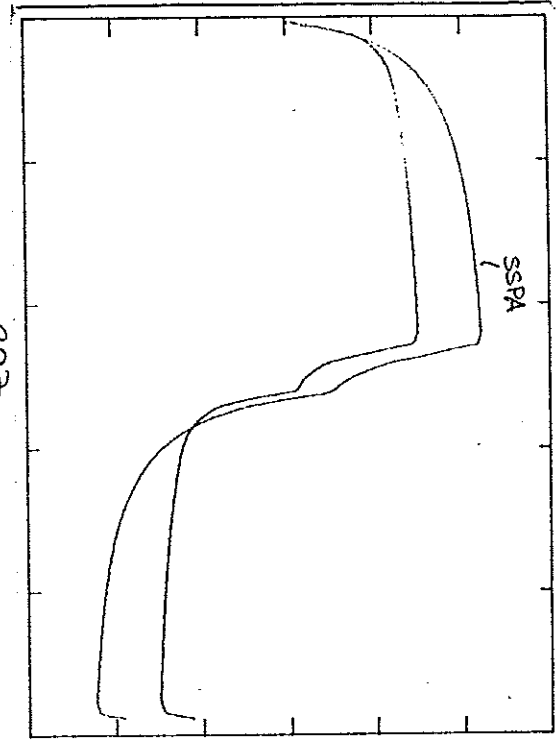
- D24 Poldiagram för tillståndsmodellen  $w\theta q$  med  $\delta_s$   $\delta_t$  ETT som insignaler. De tätare kryssen bygger på SSPAs koefficienter.
- o : pollägen för 778c modellen i 4 knop
  - \* : pollägen för 860c modellen i 8 knop
  - + : pollägen för 465 modellen i 16 knop
- Pilarna anger ökande  $u$ , siffror vid speciella  $u$ .
- D25 Poldiagram för tillståndsmodellen med  $wq$  som tillstånd och  $\theta$ ,  $\delta_s$ ,  $\delta_t$  och ETT som insignaler. Då polerna är reella visar endast hälften av polantalet i detta diagram. Första polen för SSPAs modell i 4, 8, 12 och 16 knop. Dessutom inlagda : första pol för 778c, 860c och 465.
- D26 Enligt D25 men andra polen.
- D27 En jämförelse i frekvensplanet via Bodediagram mellan SSPAs linjära 4-knopsmodell, 778c och en modell identifierad på ut.702, alla i fyra knop. De två mest förenade kurvorna är SSPAs och 778c.

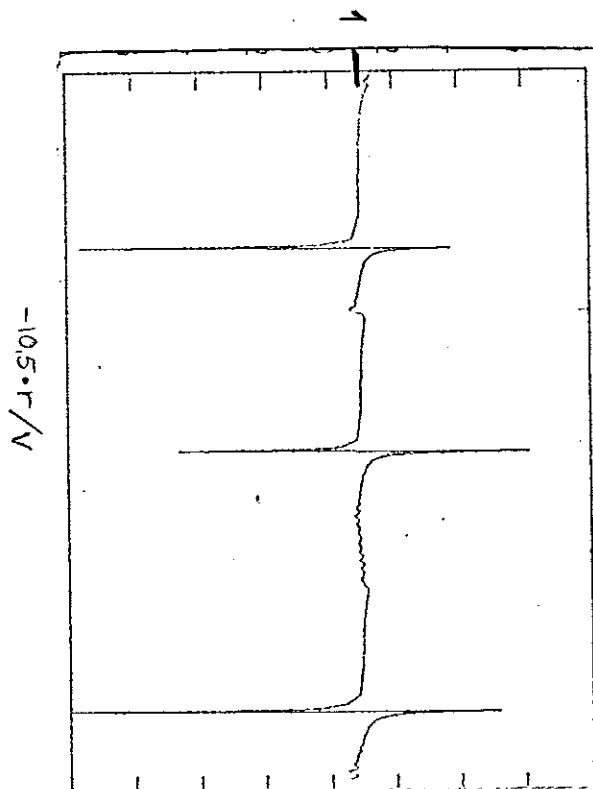
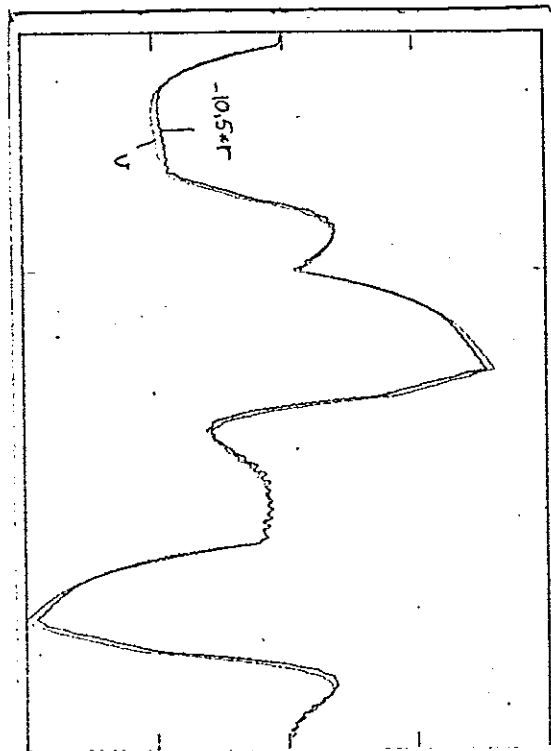
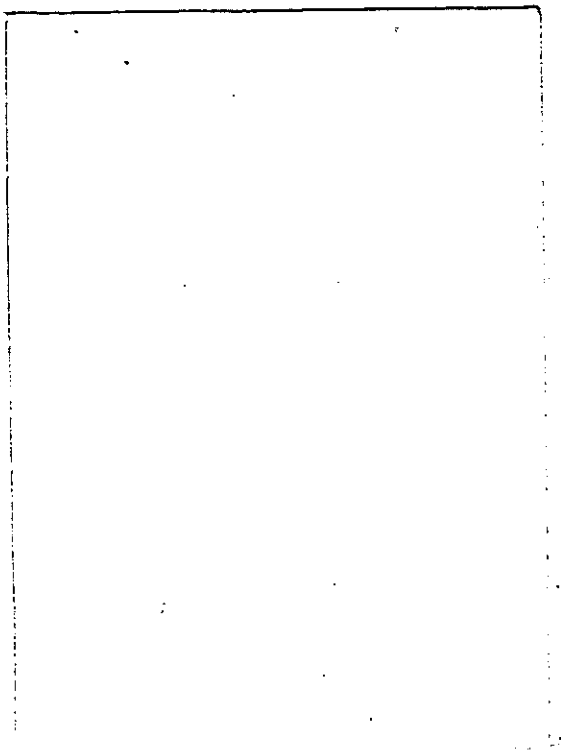


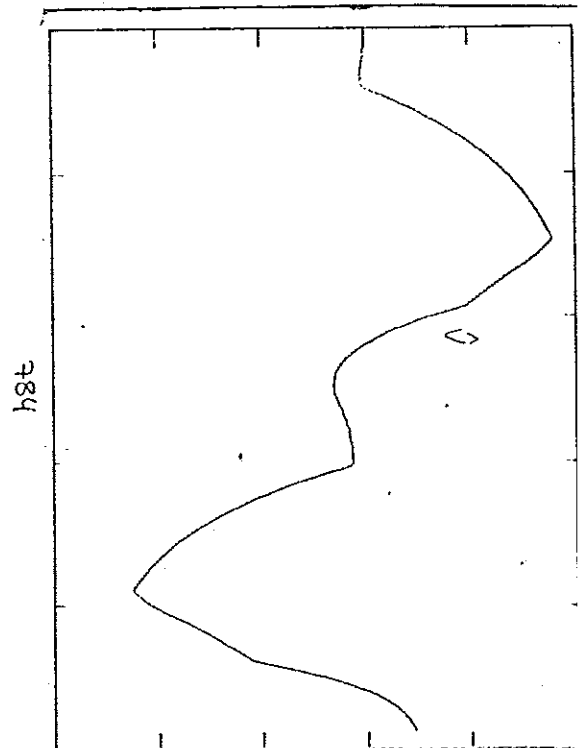
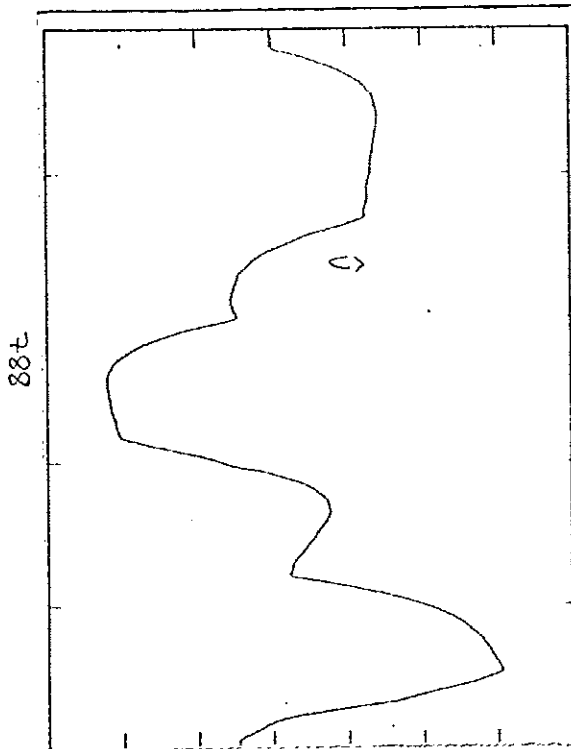
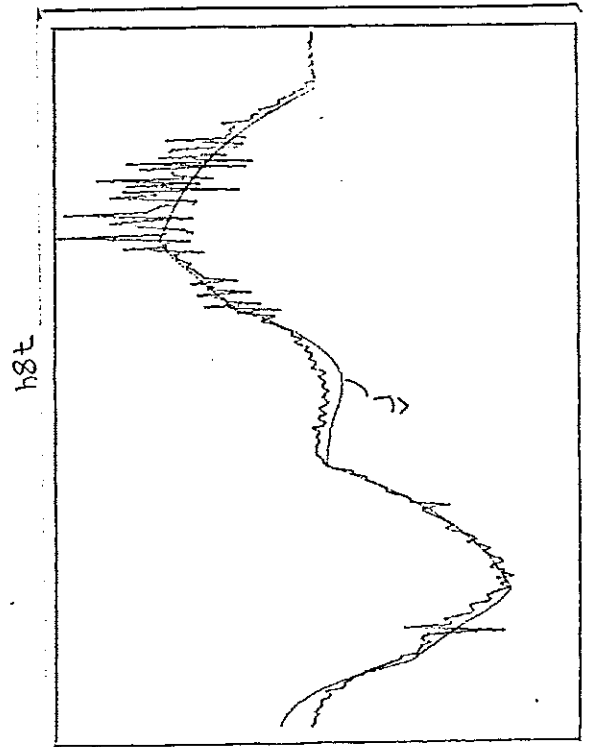
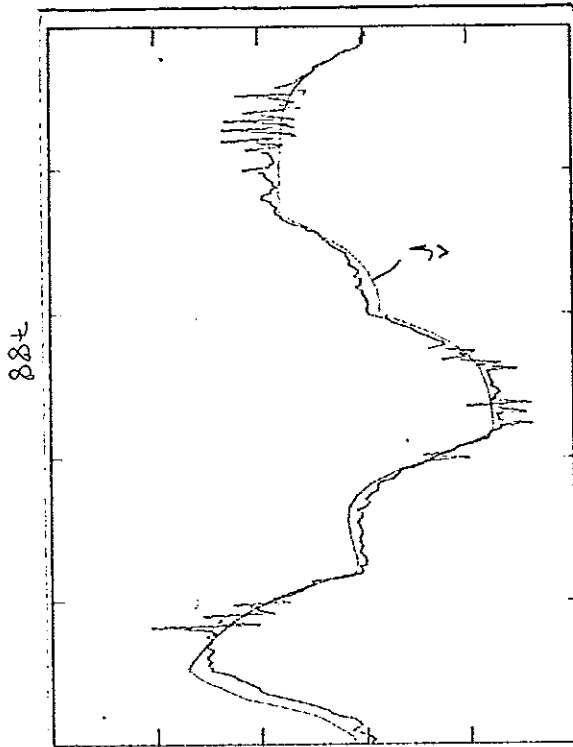






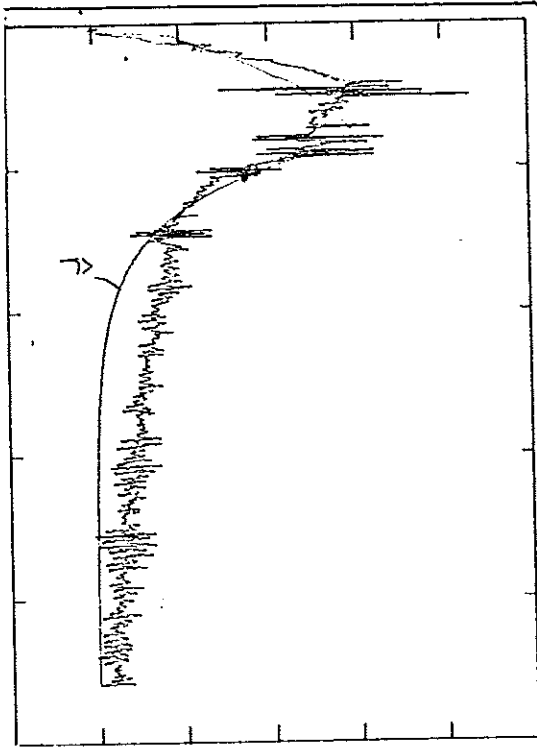




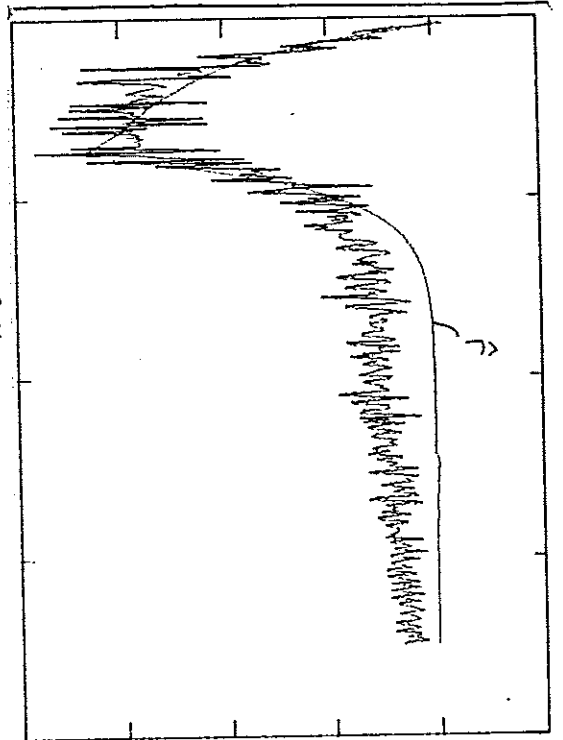




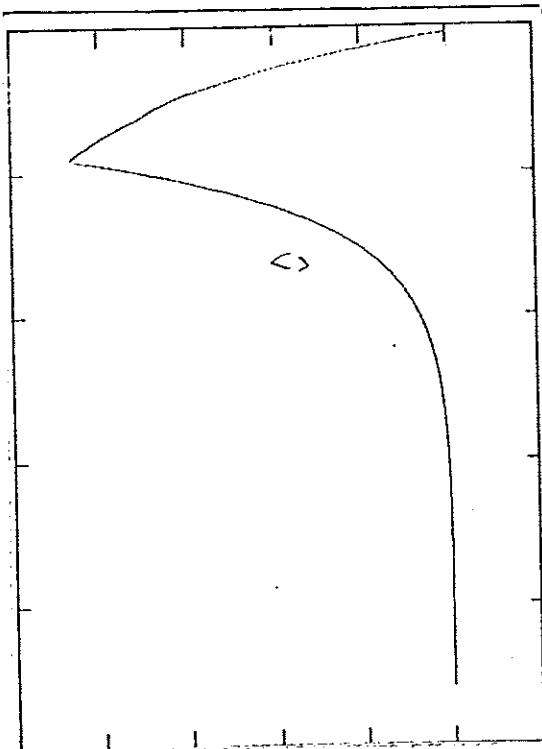
863



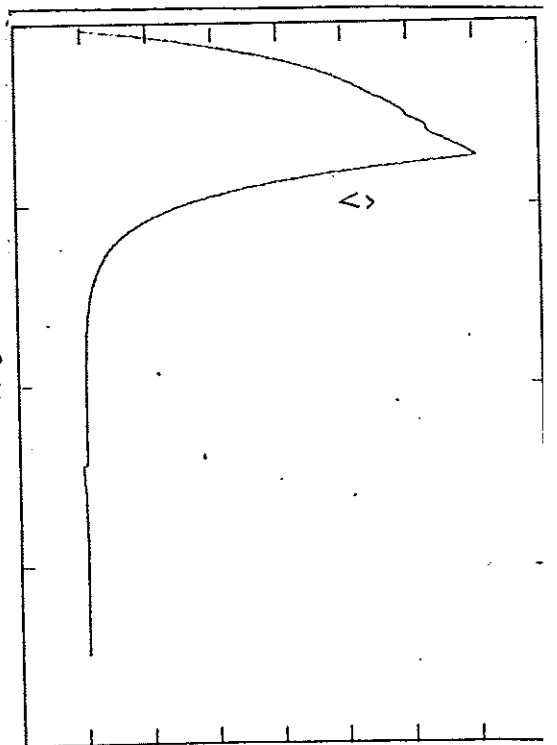
h98

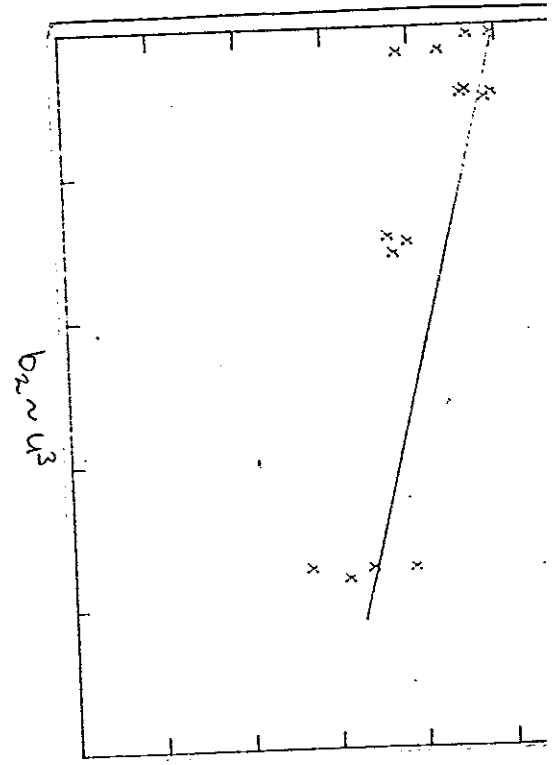
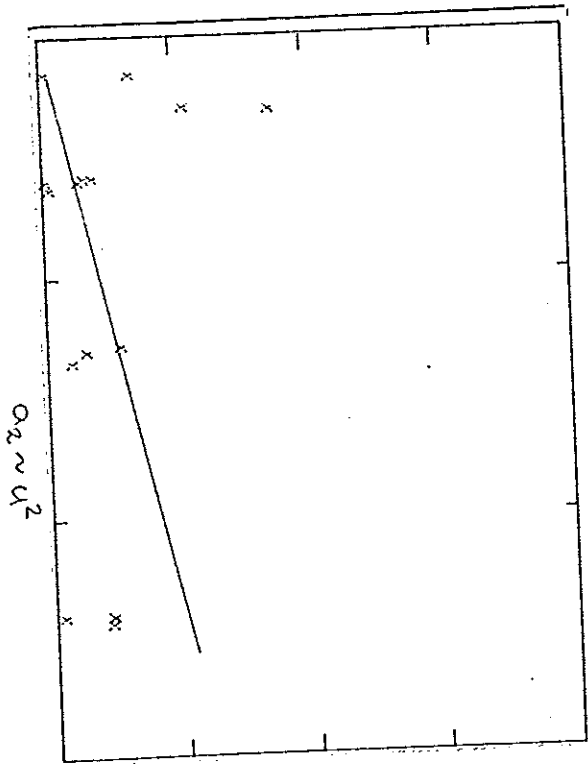
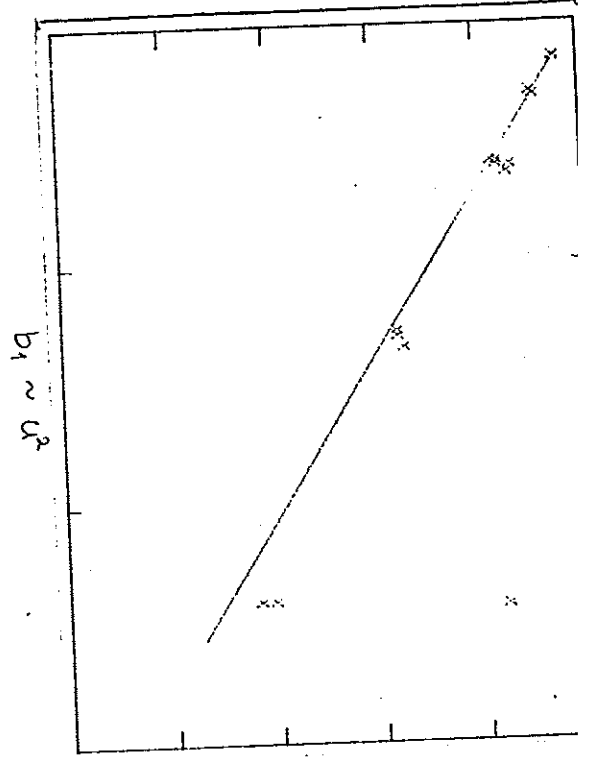
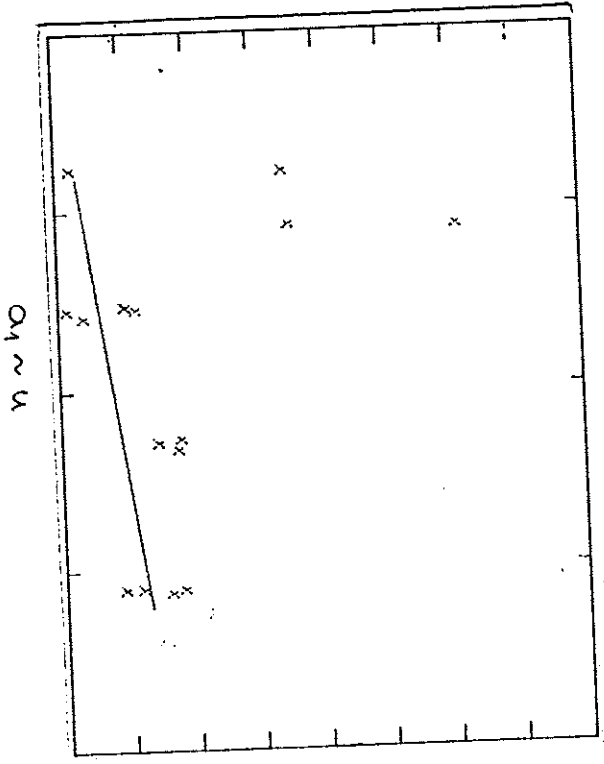


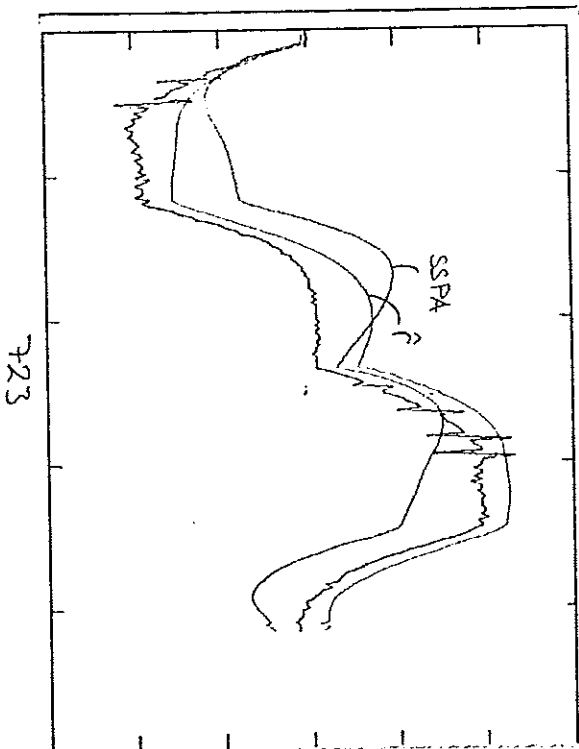
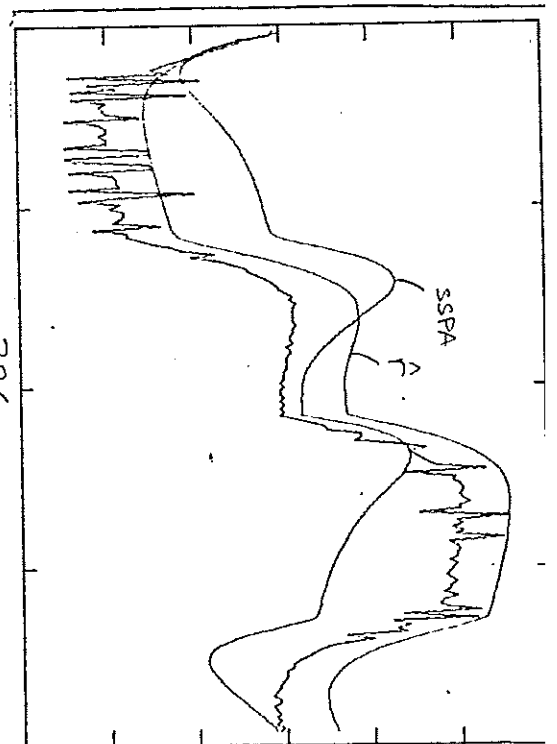
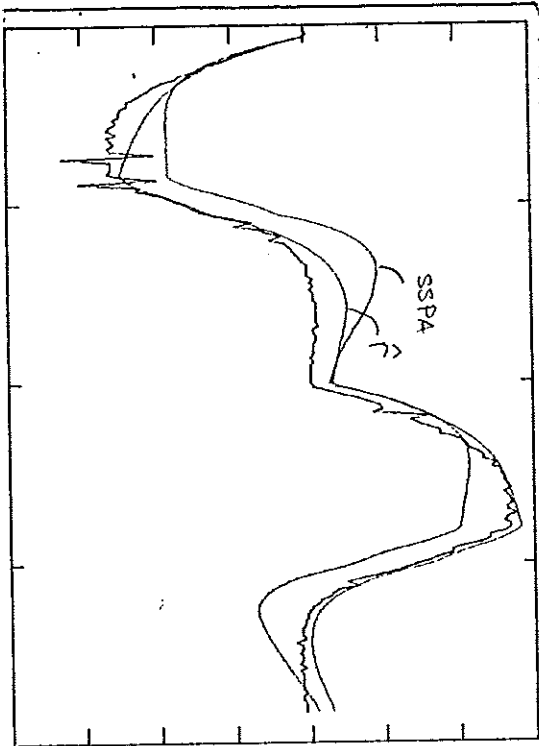
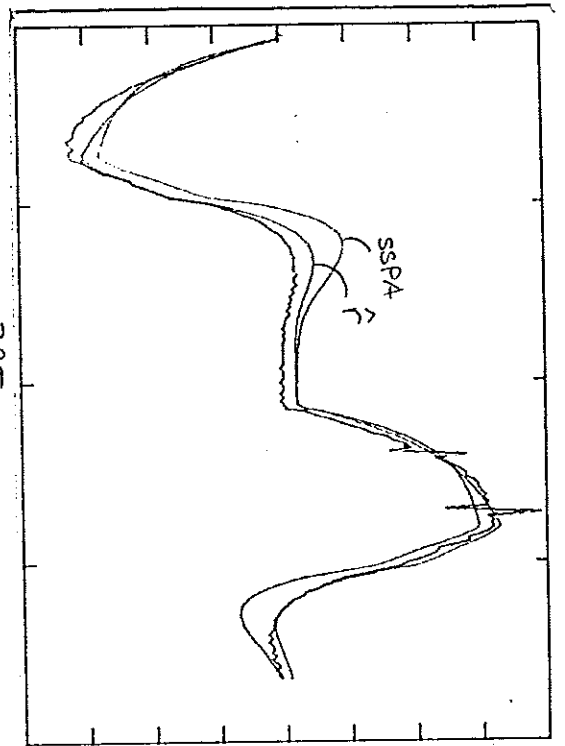
863

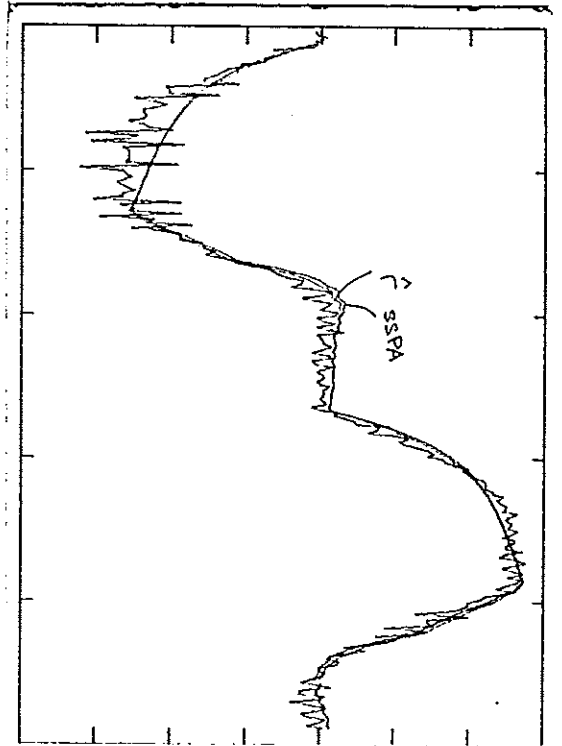


h98

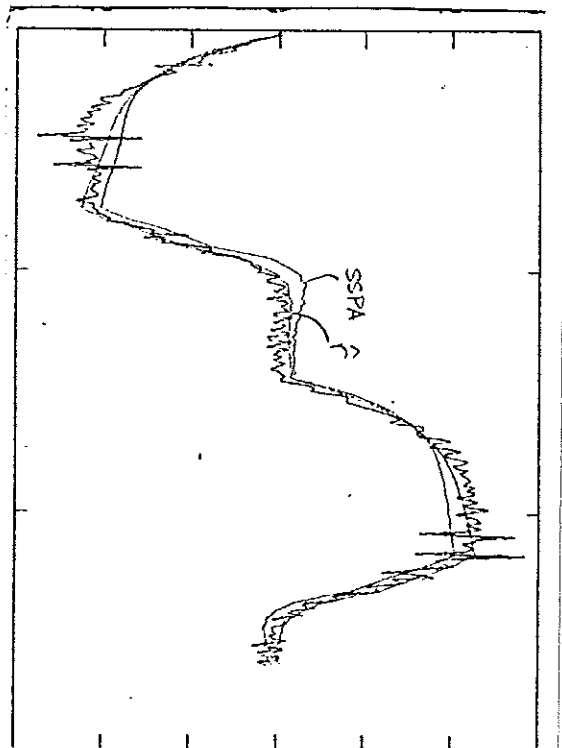
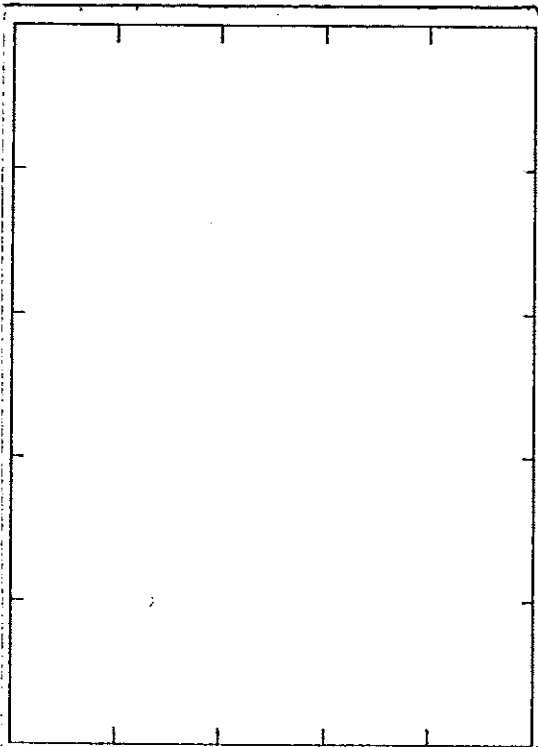




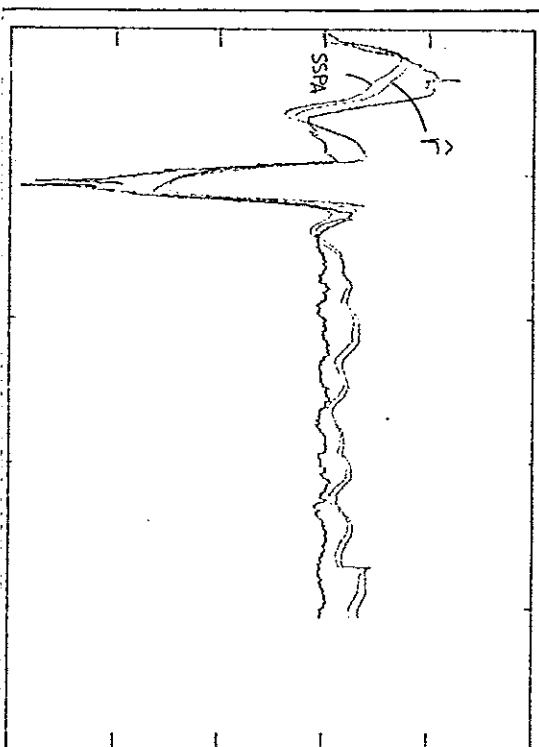




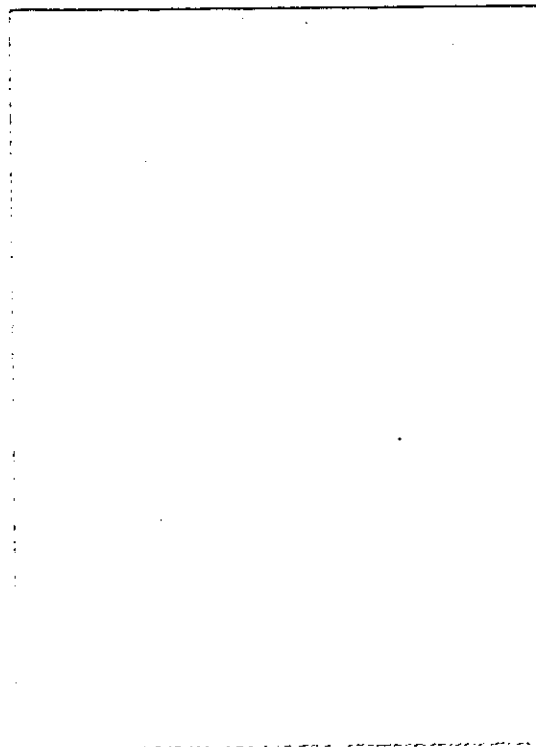
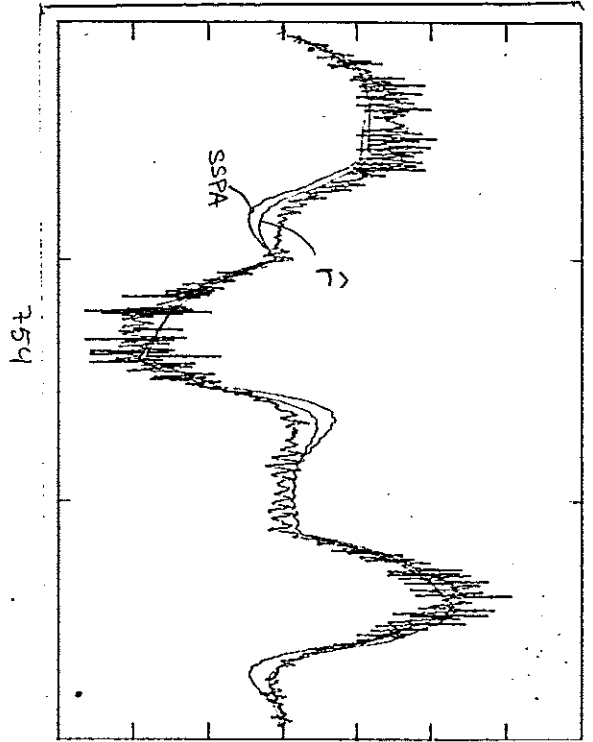
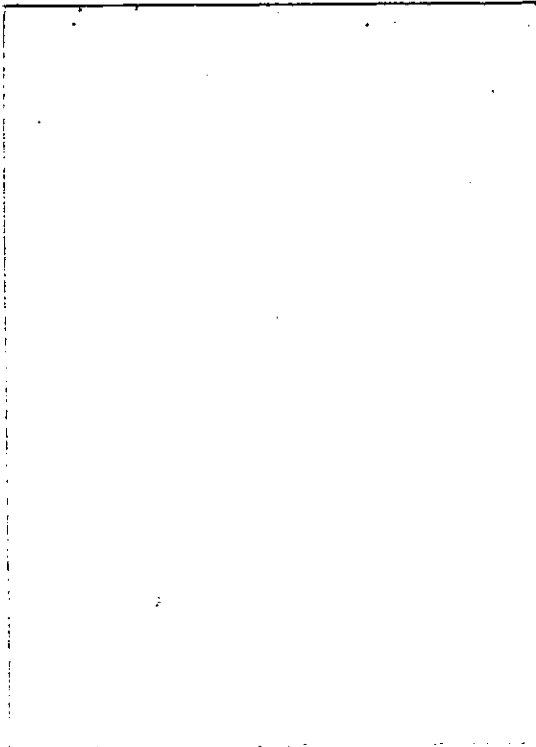
722

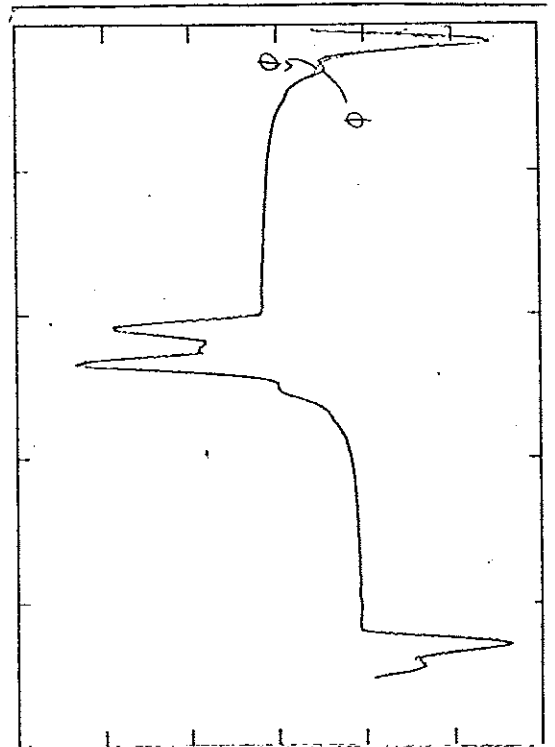
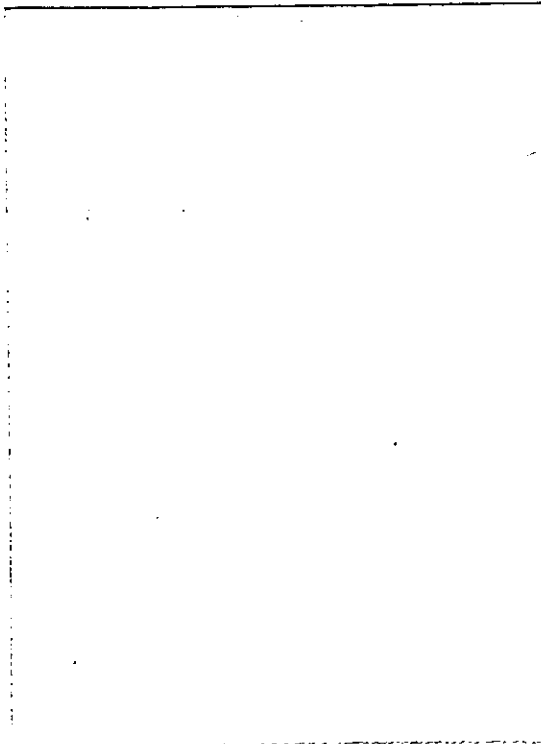
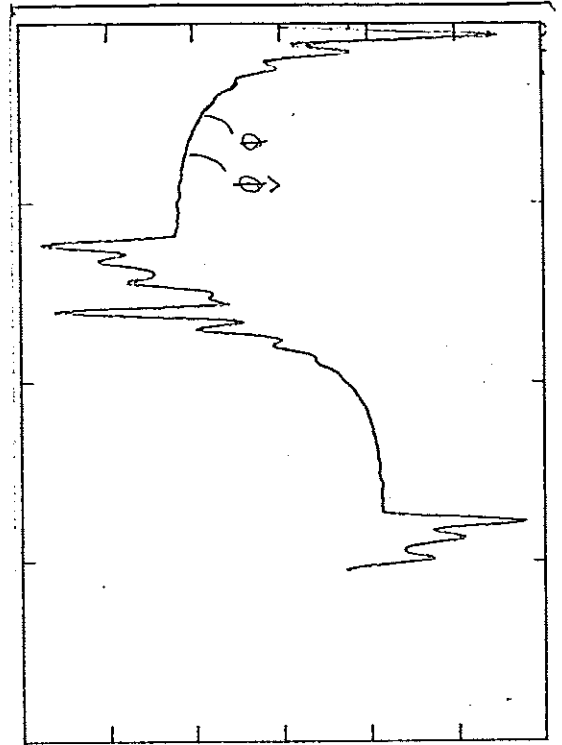
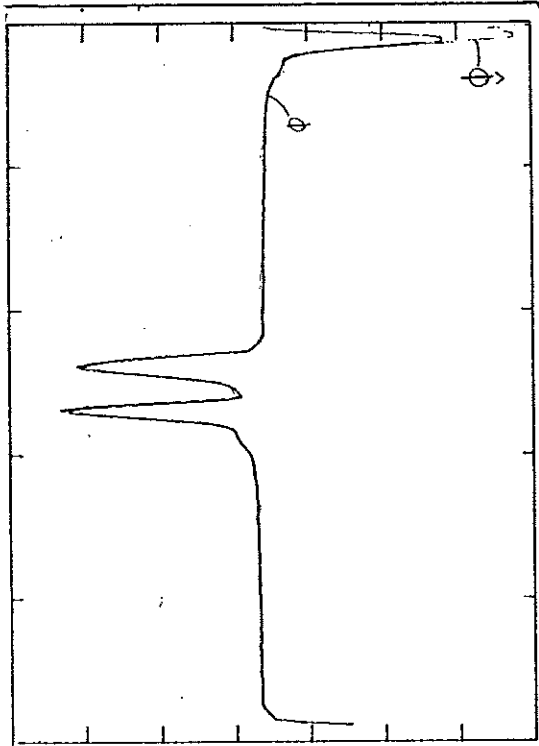


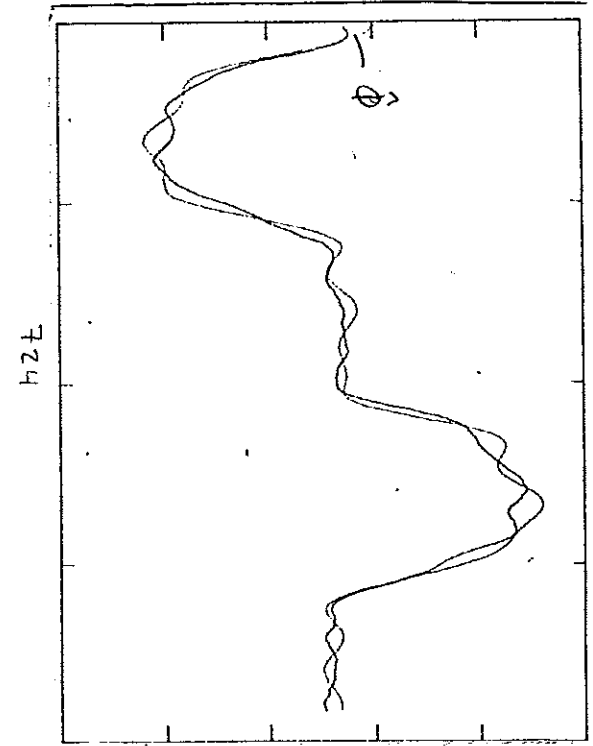
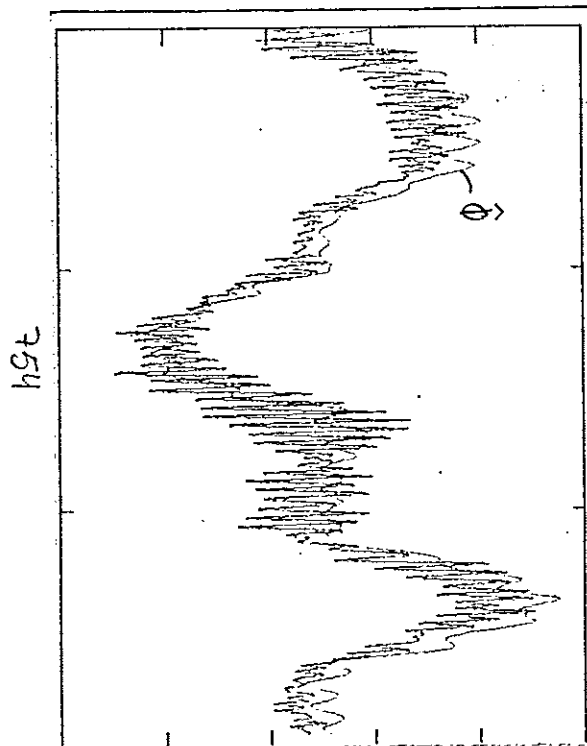
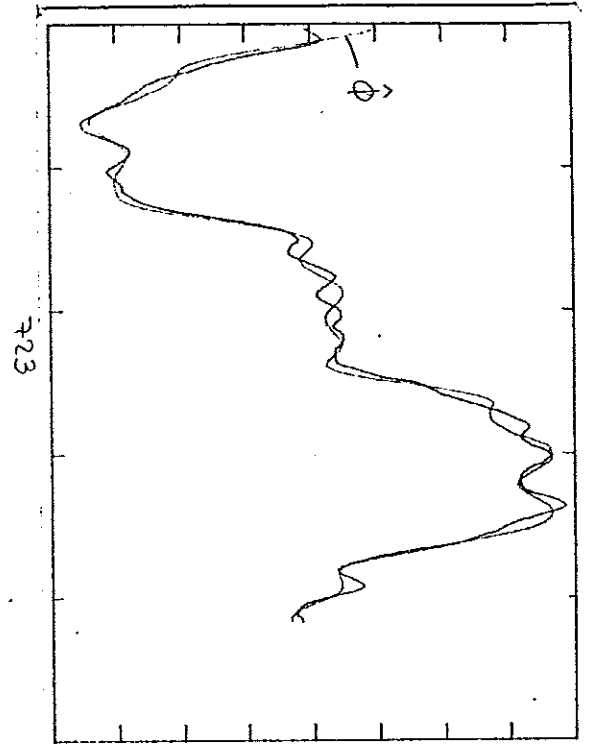
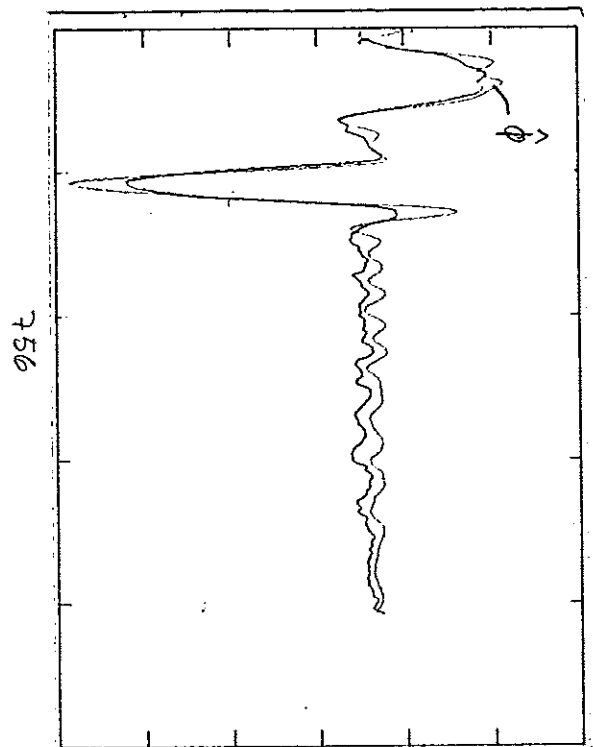
721

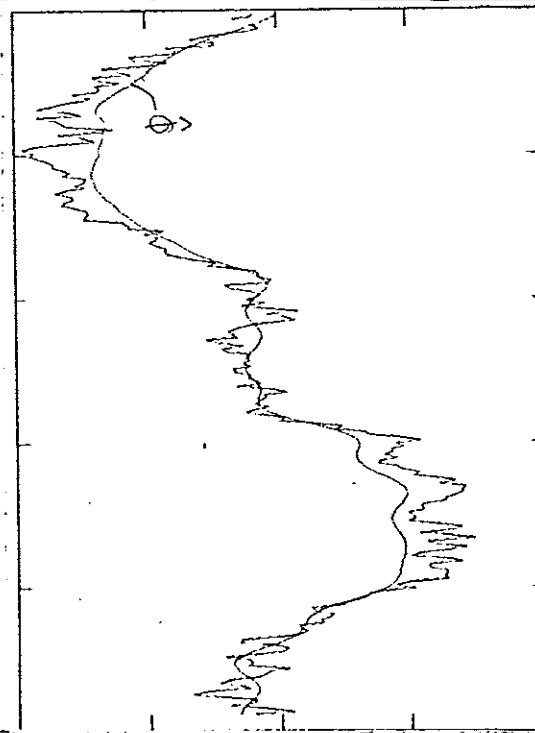
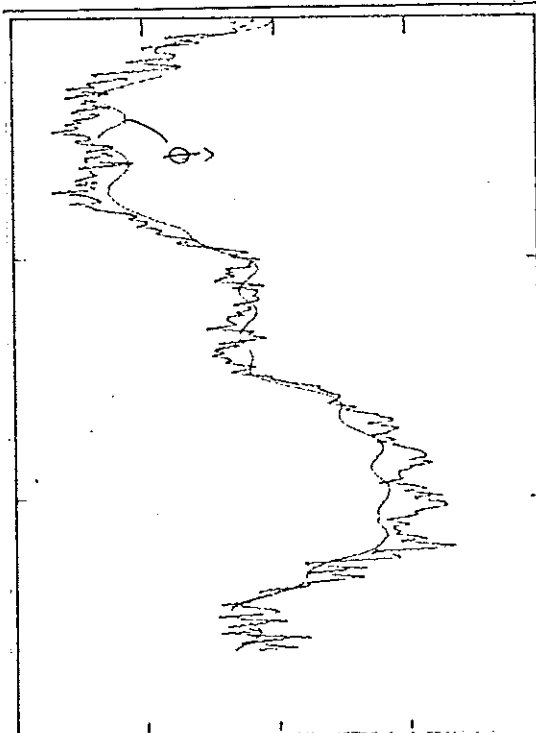
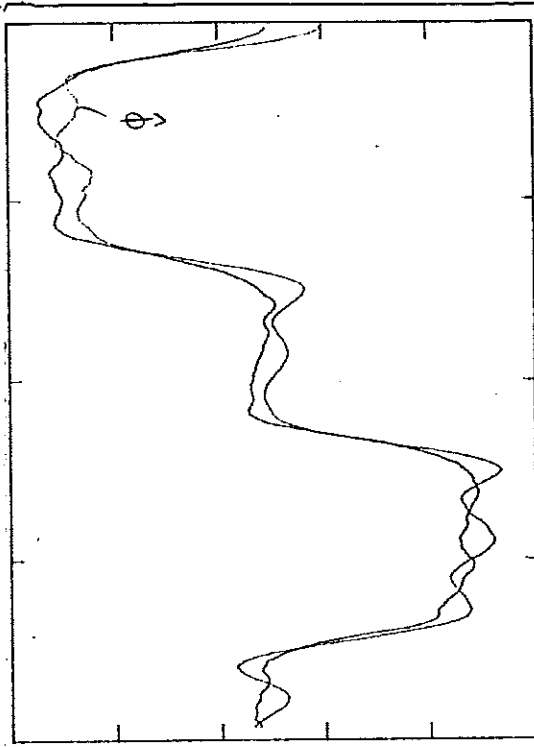
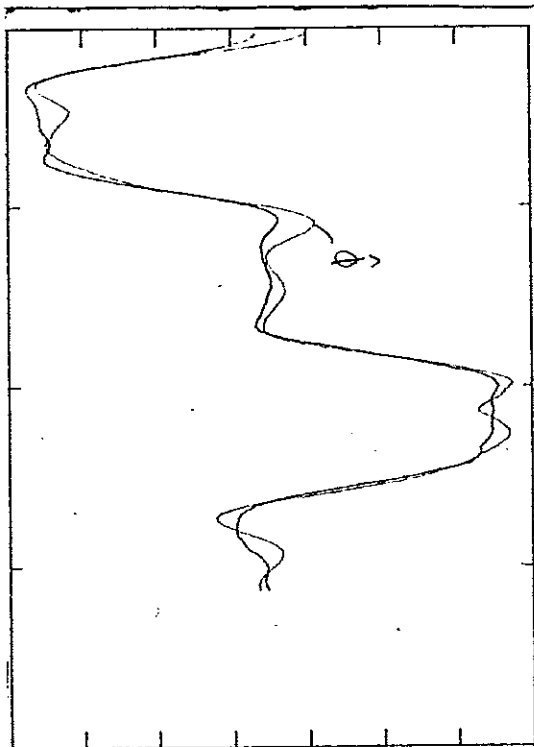


756

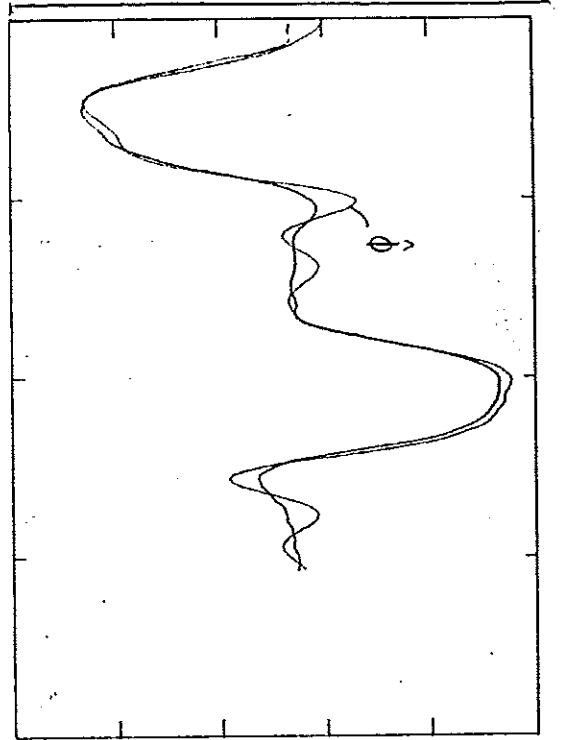




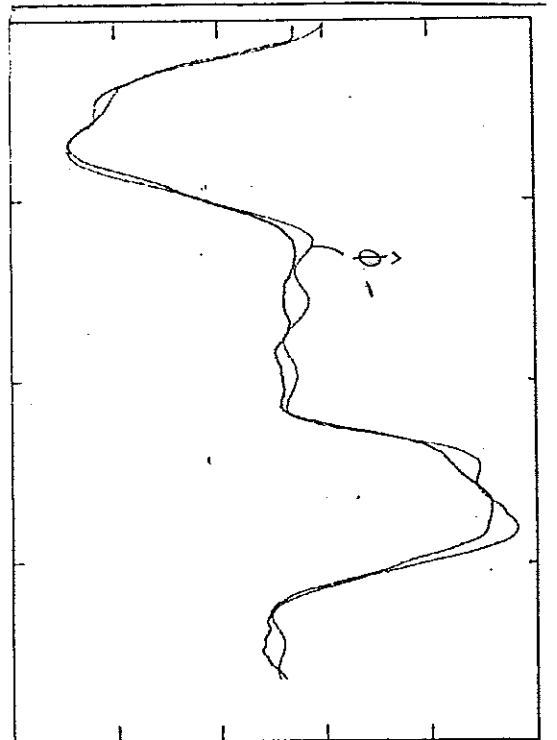
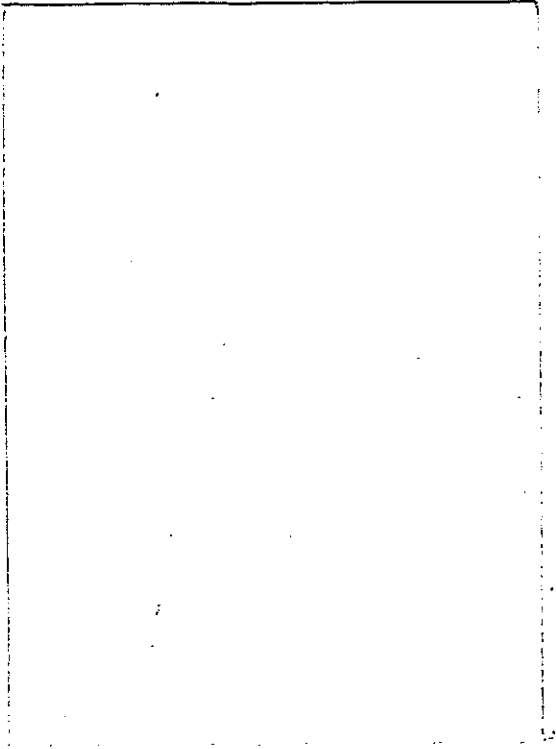




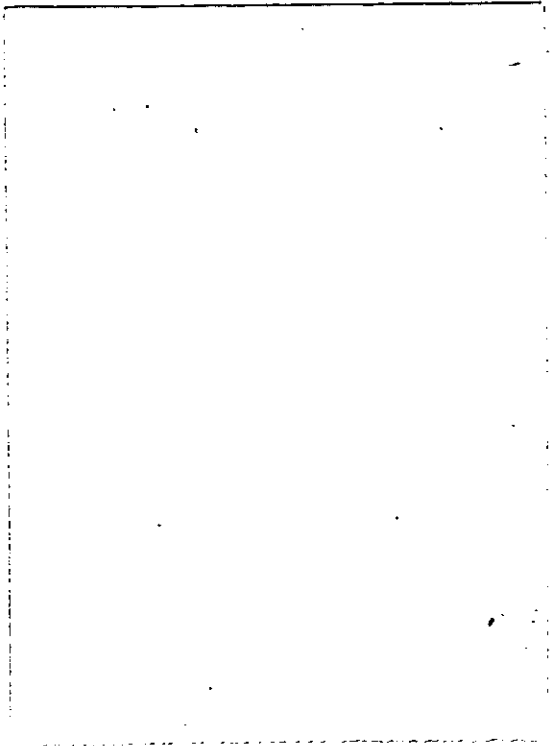


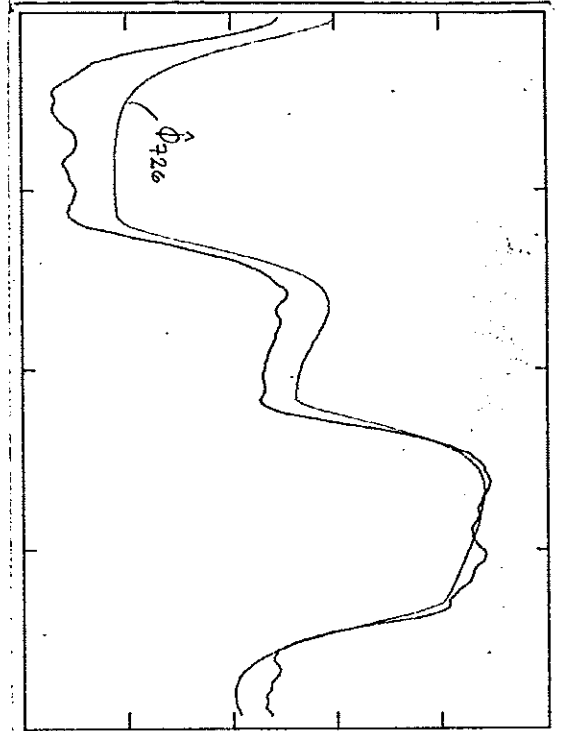


728

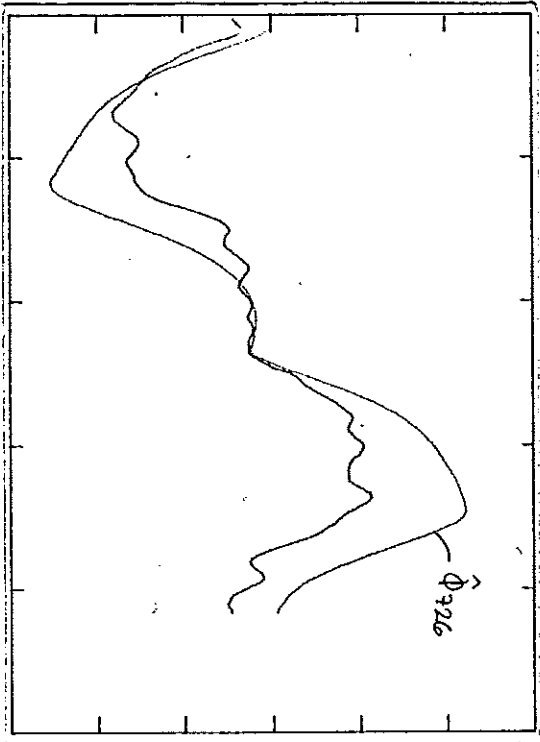


725

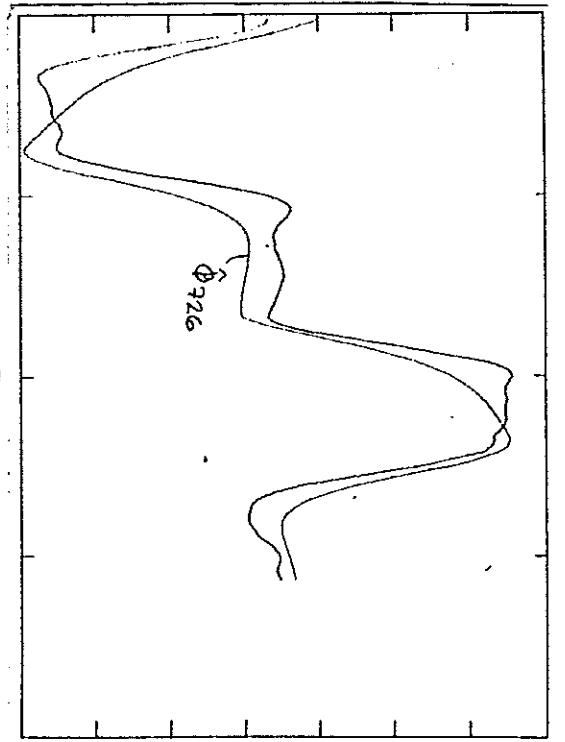




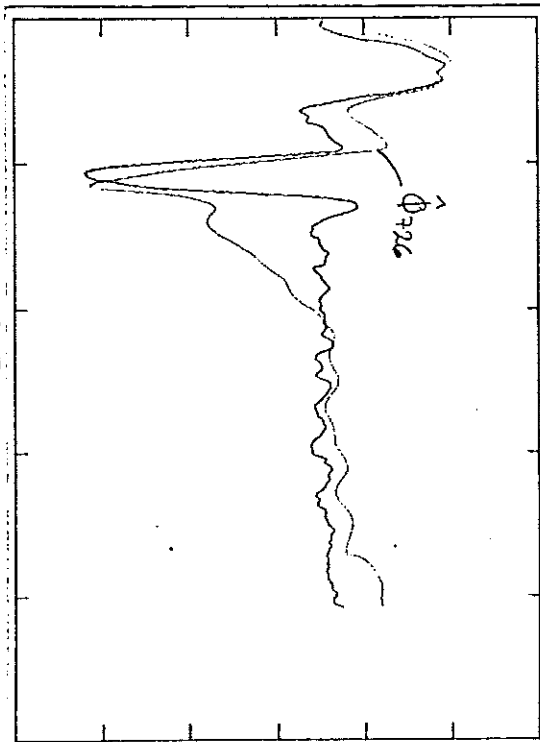
726



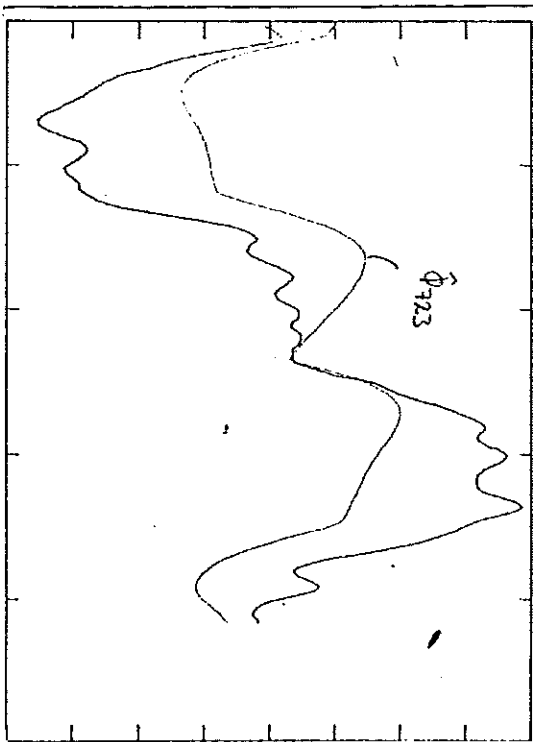
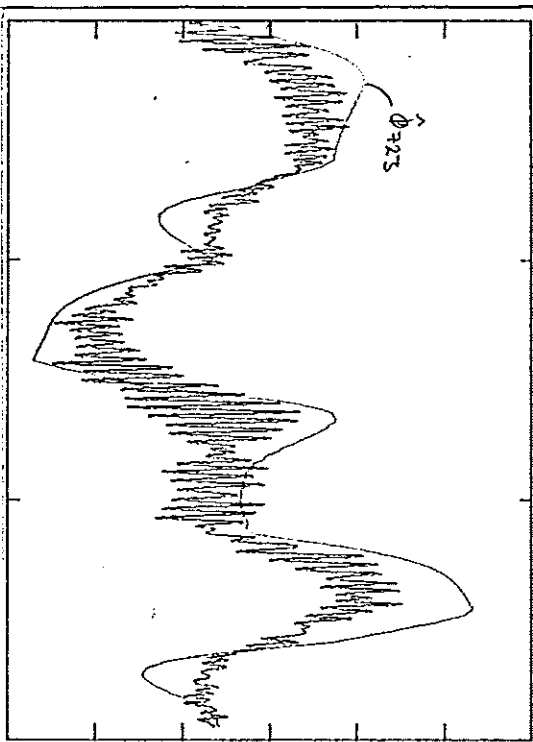
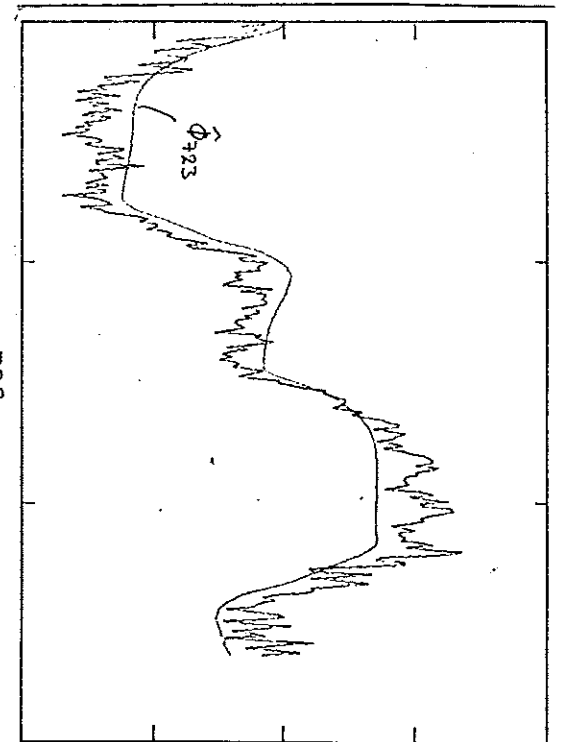
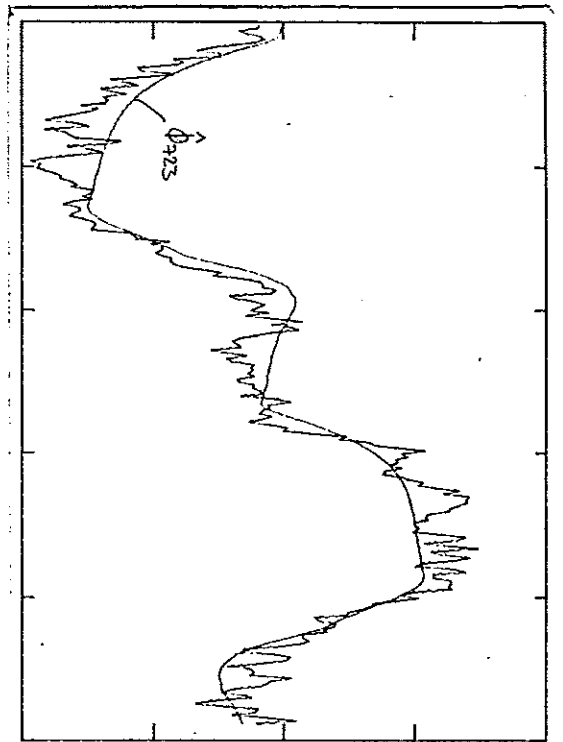
723

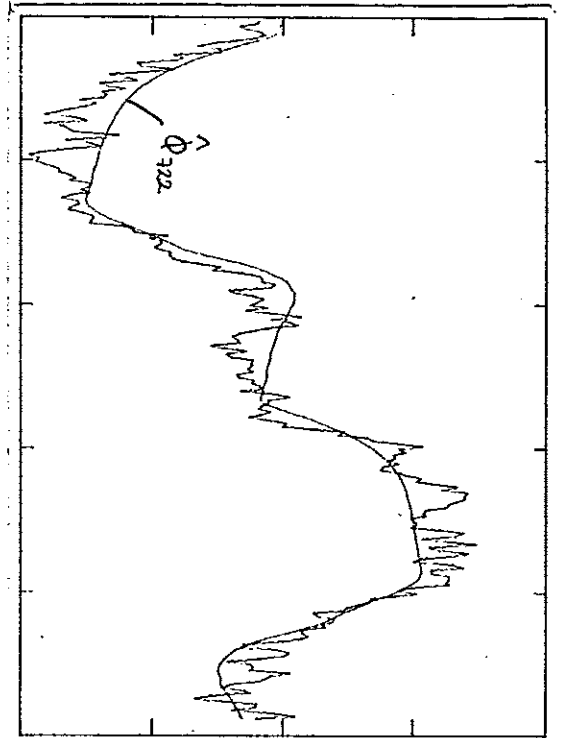


727

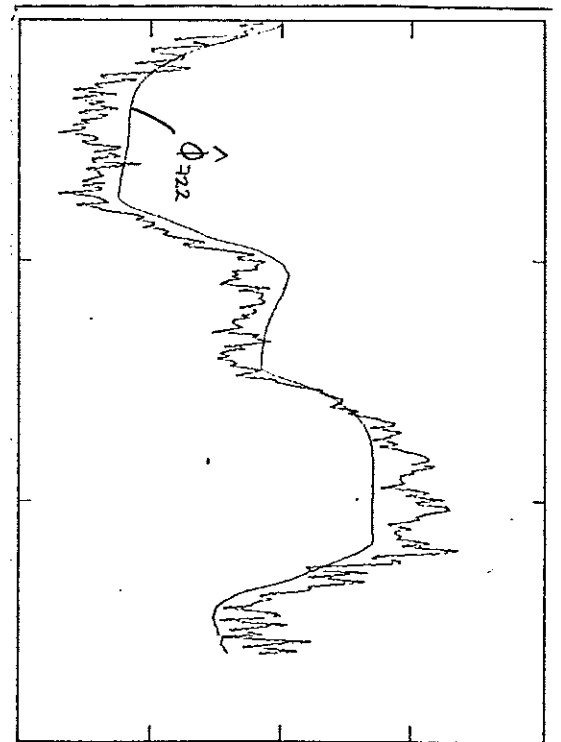


756

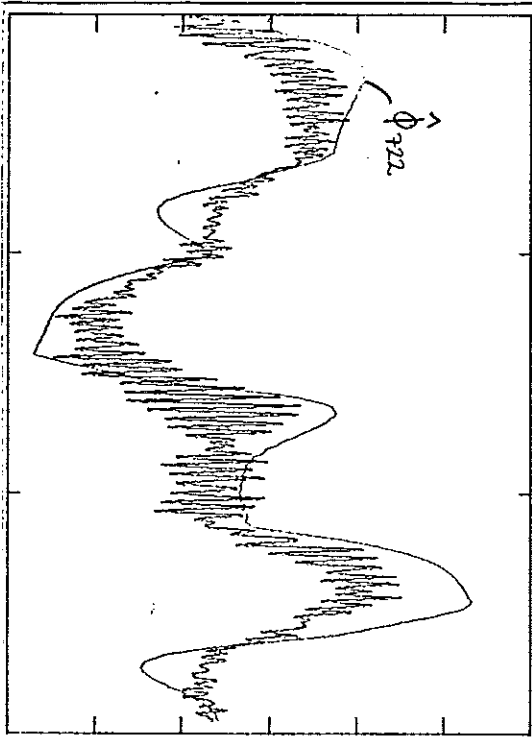




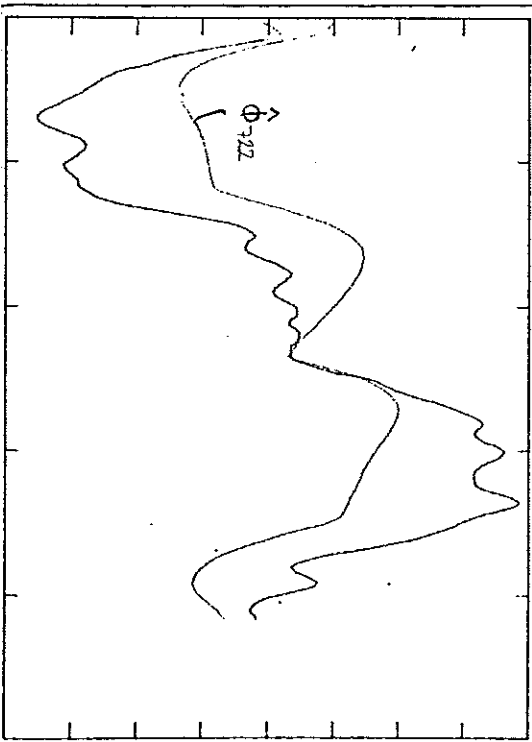
722



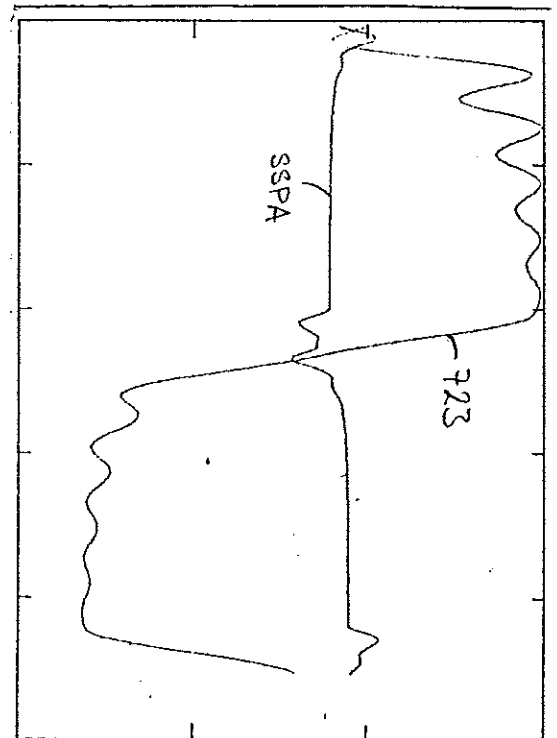
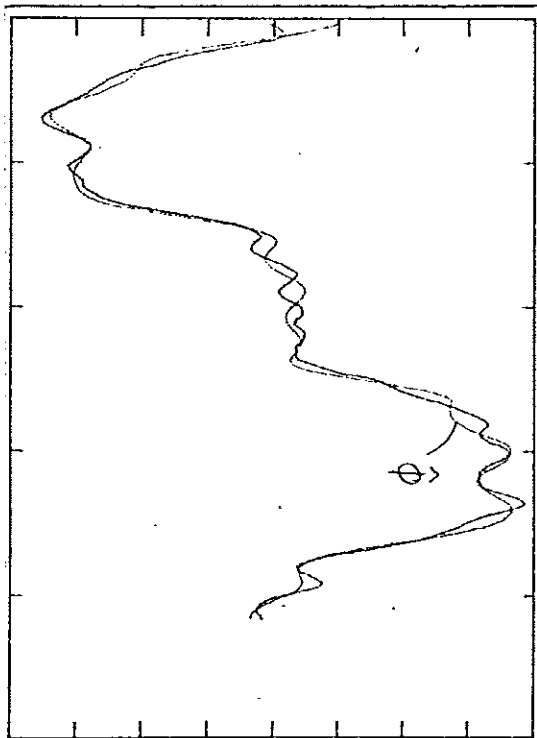
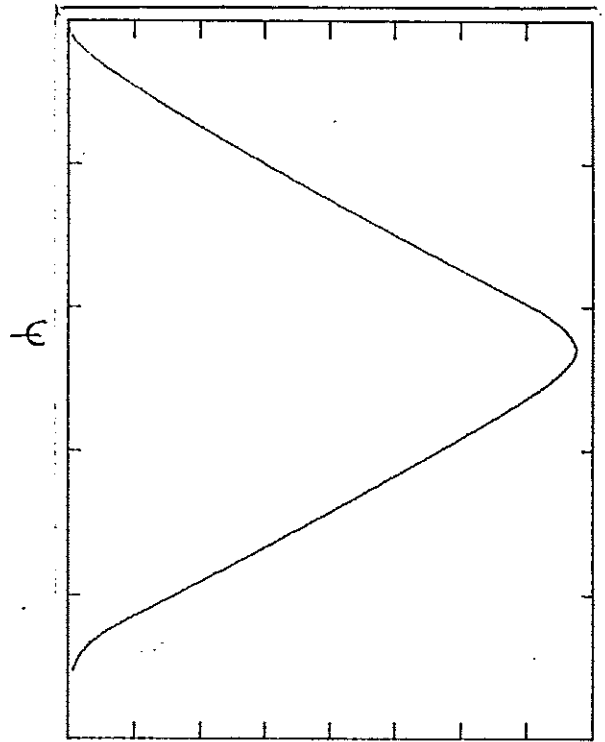
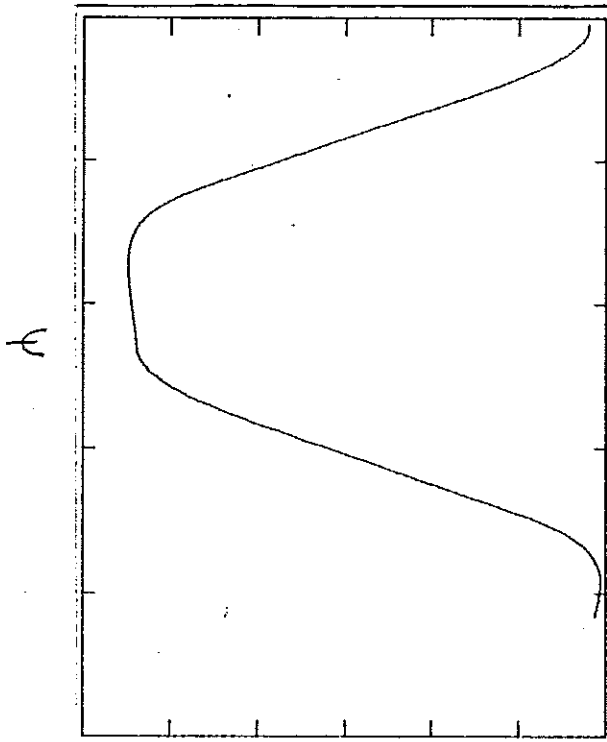
721

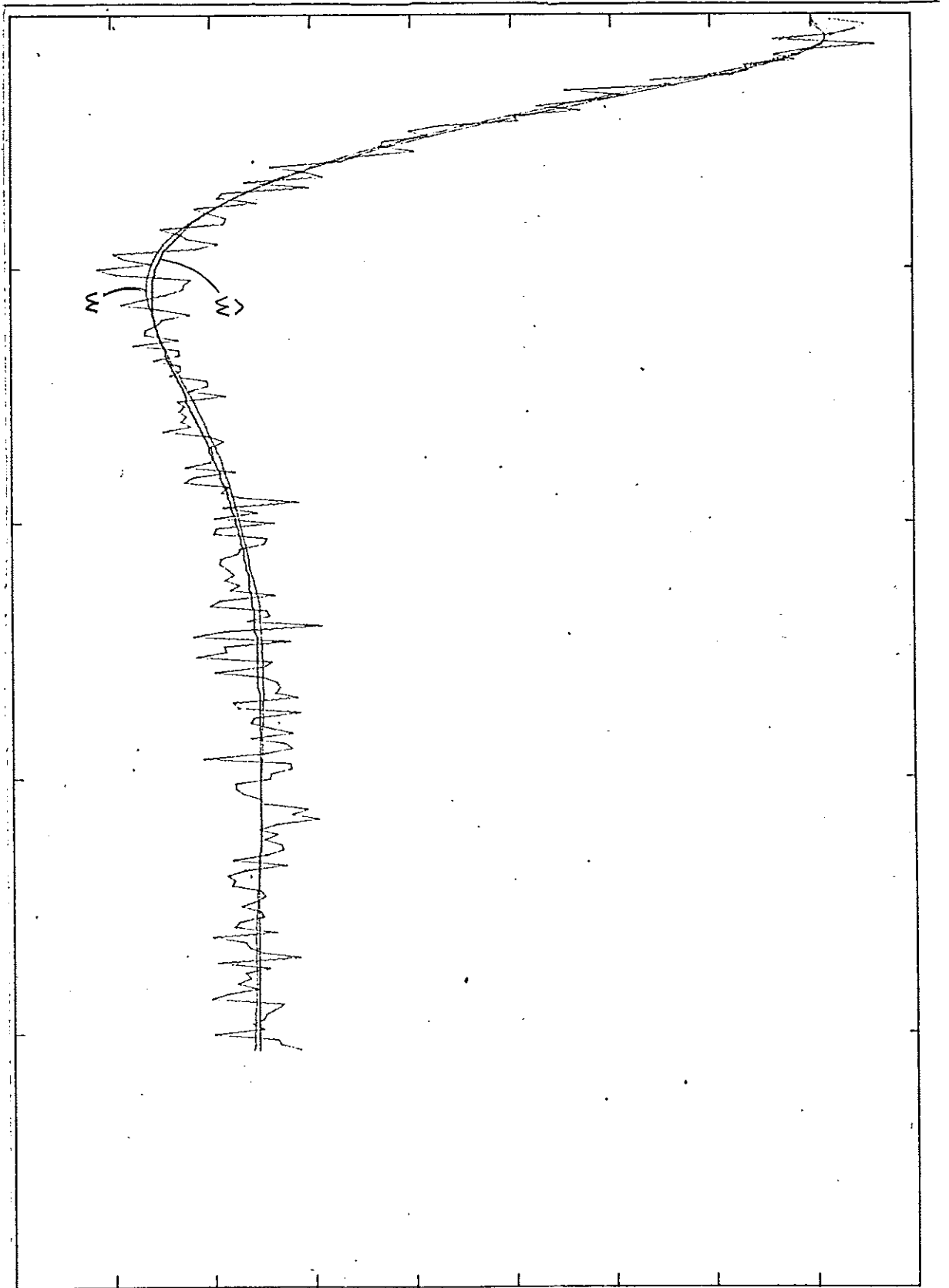


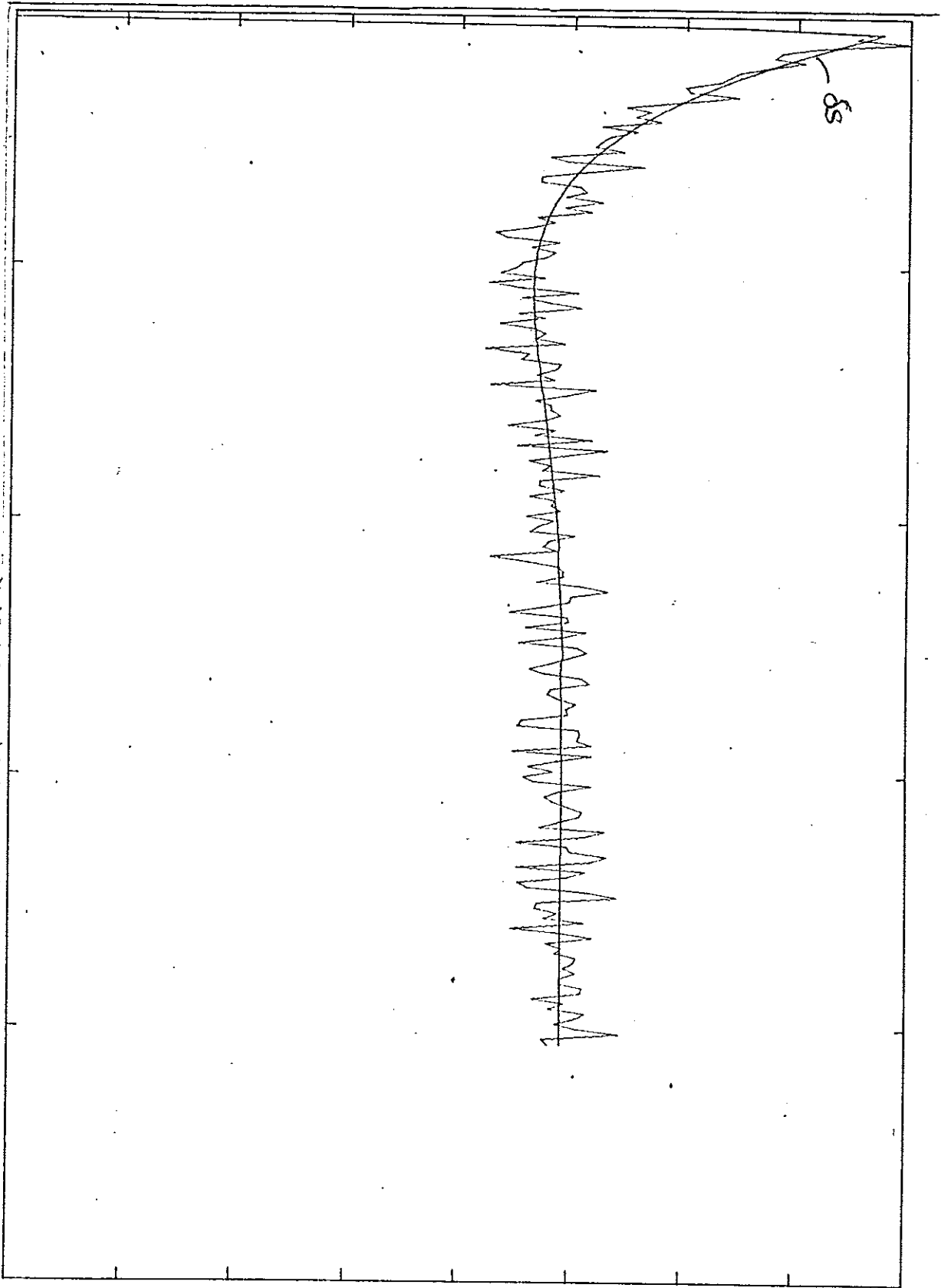
754

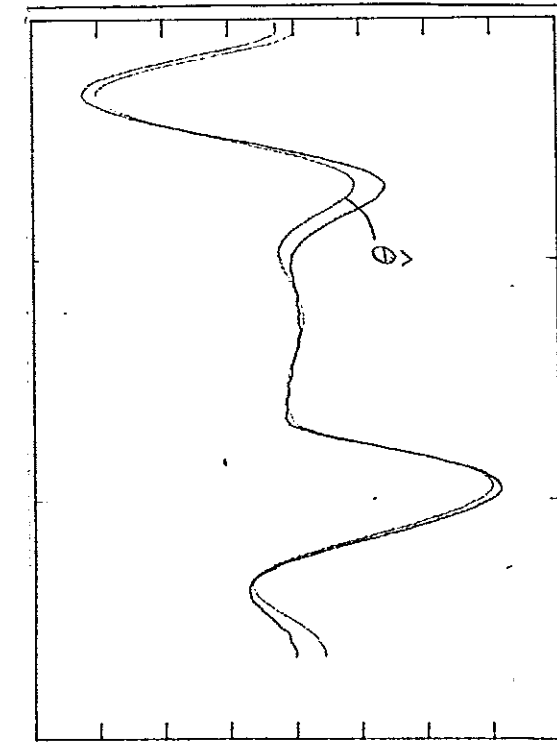
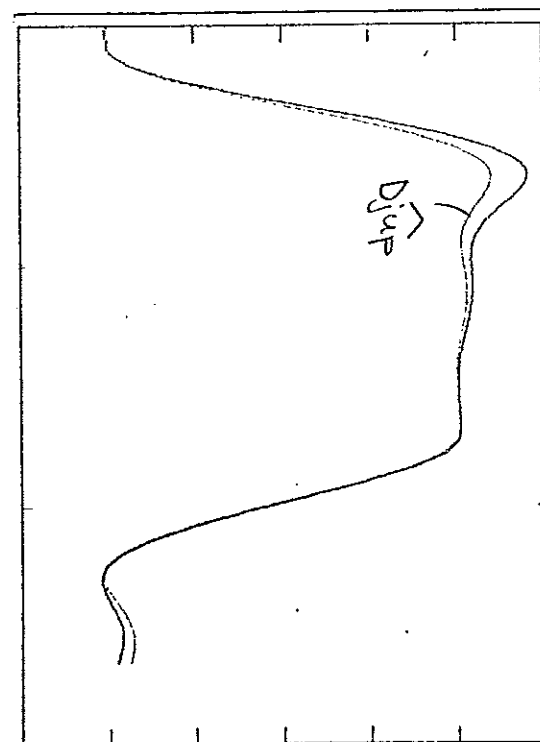
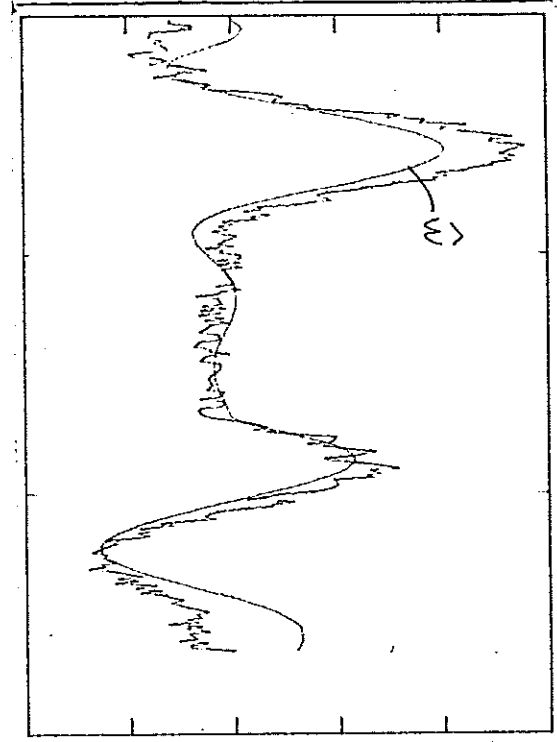
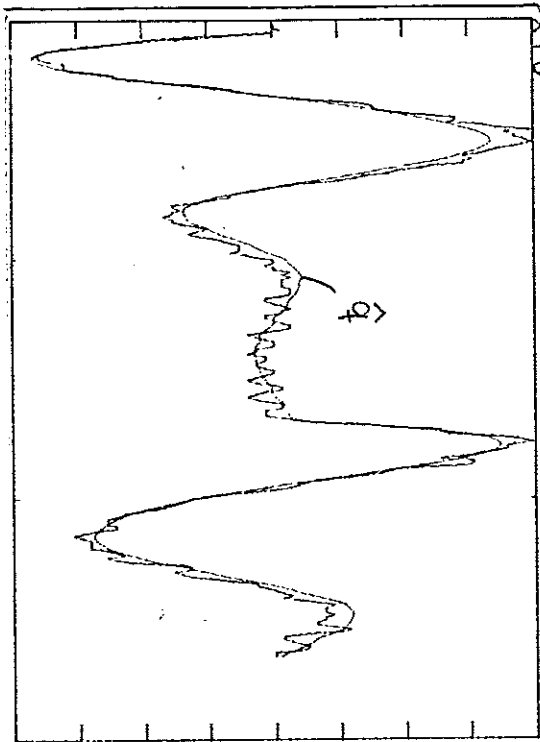


723

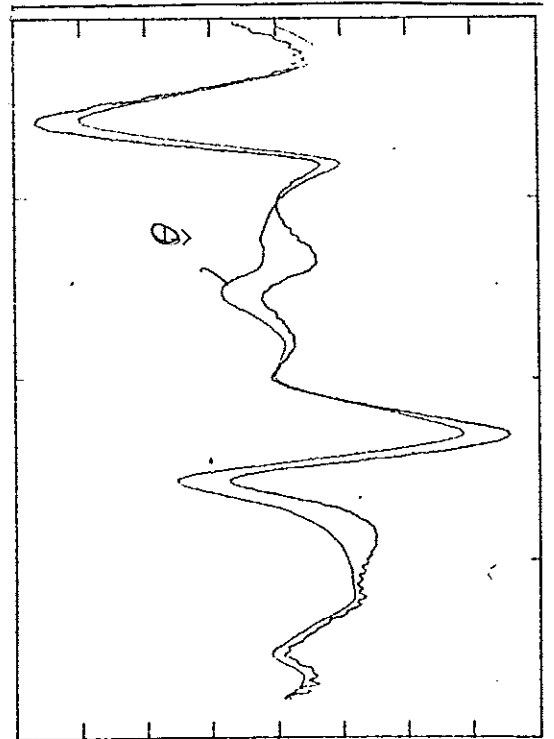
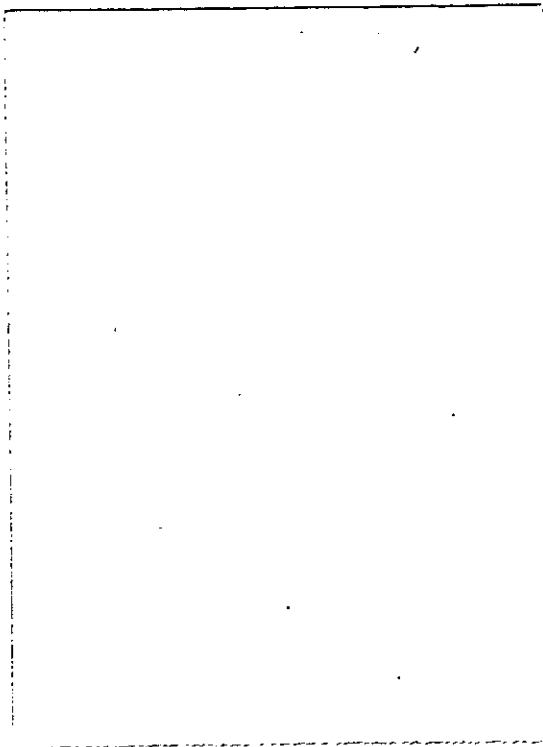
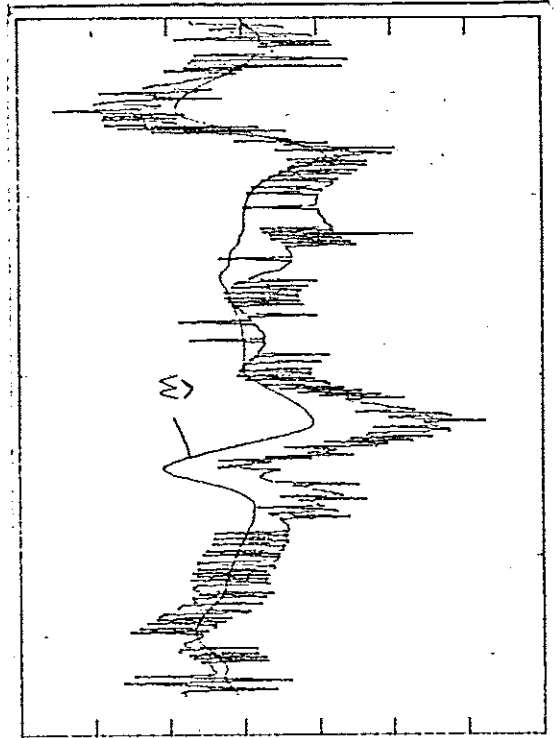
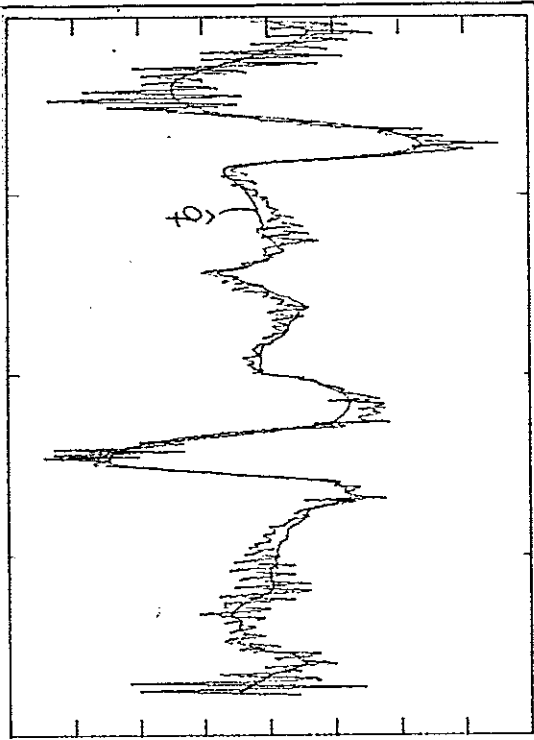


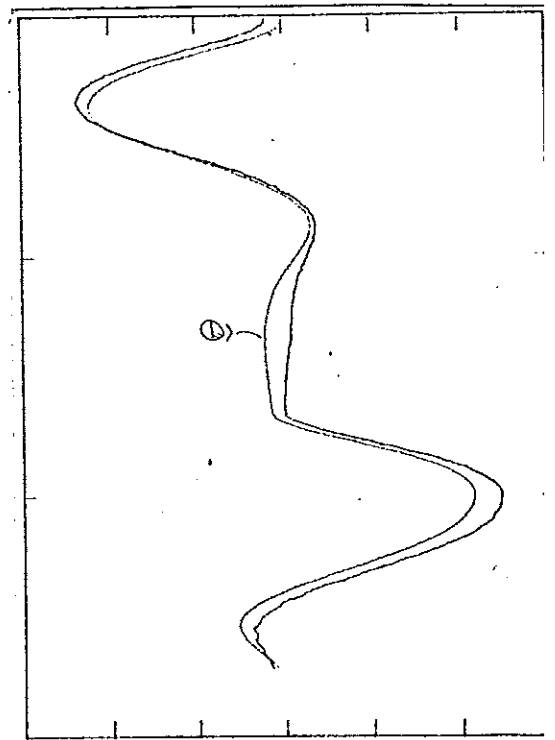
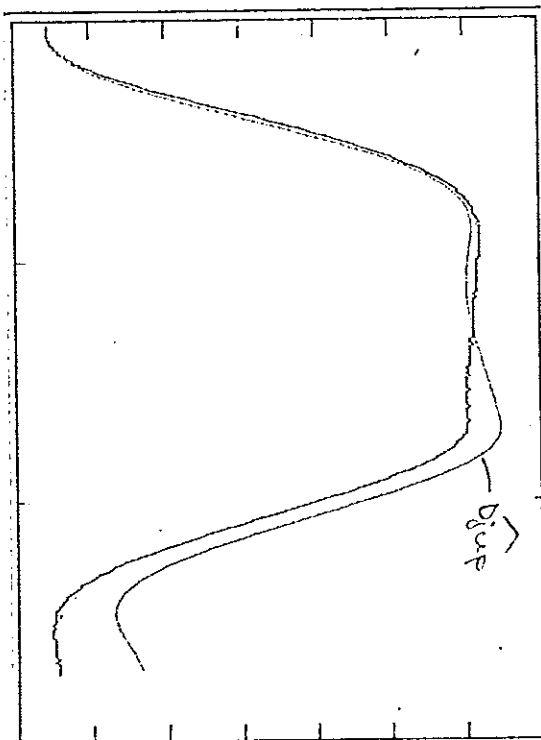
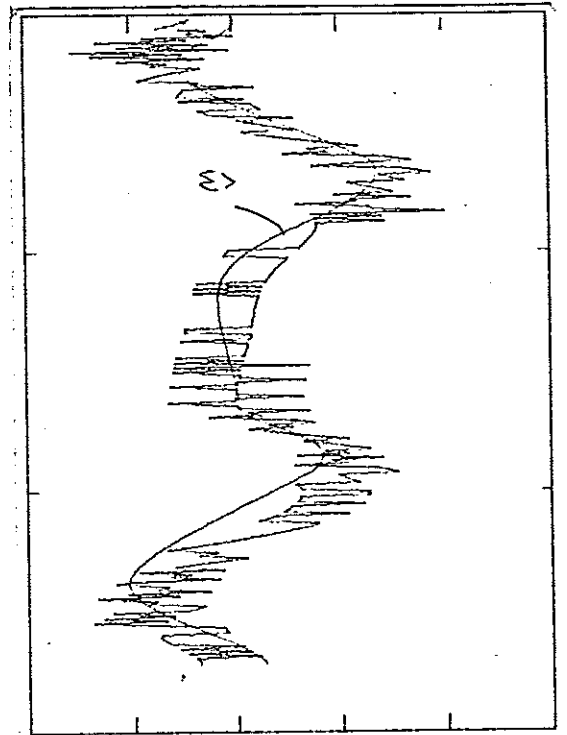
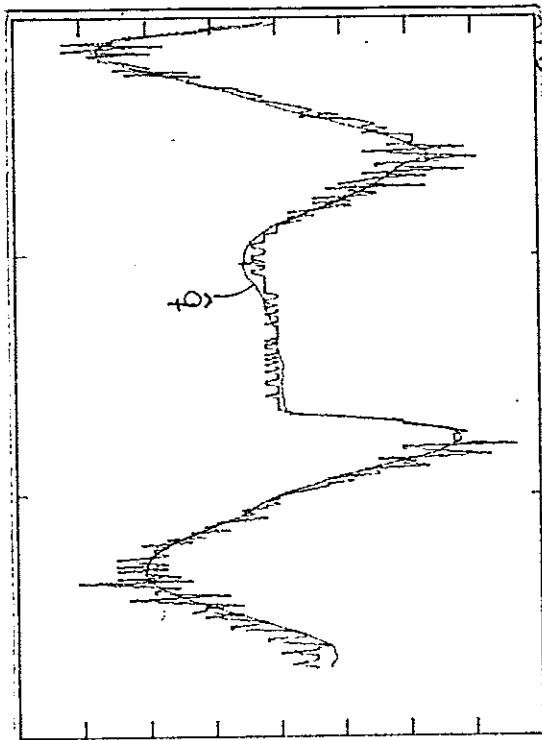


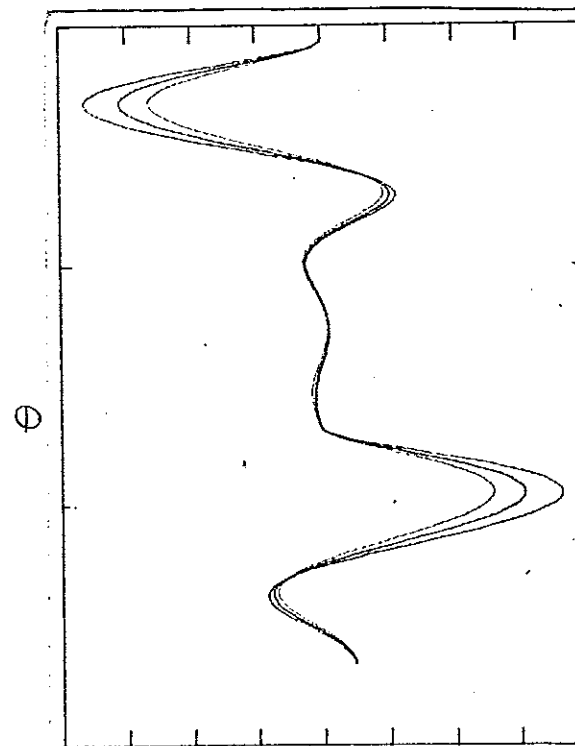
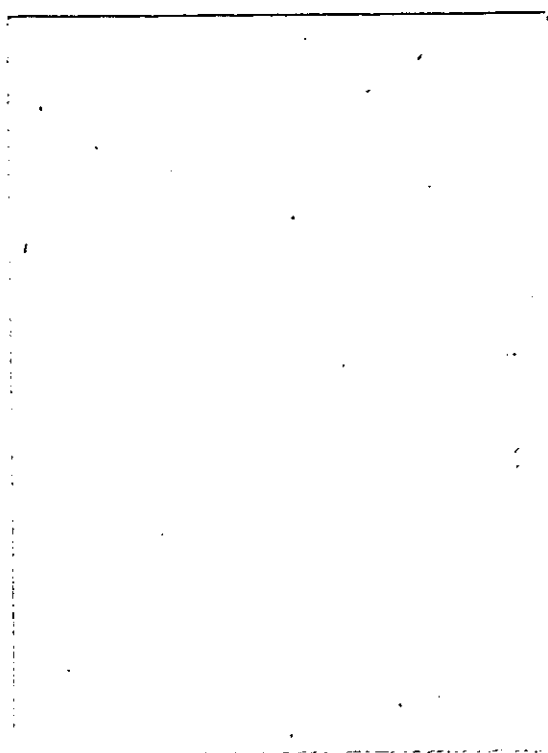
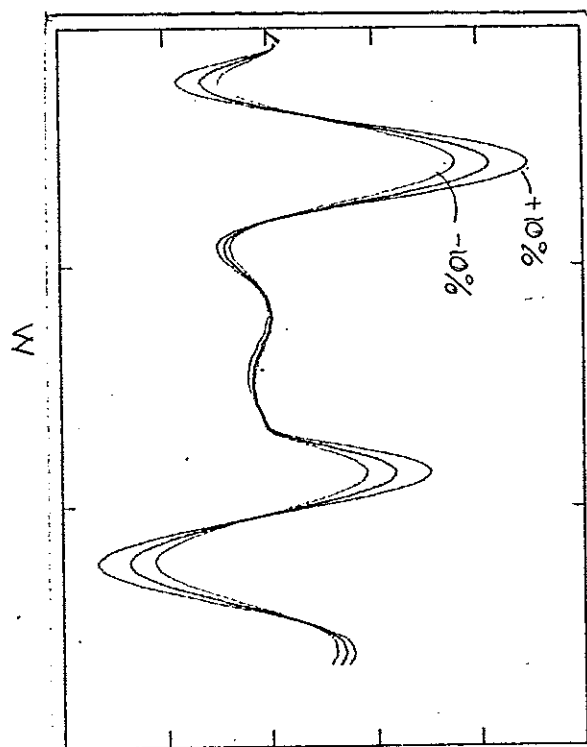
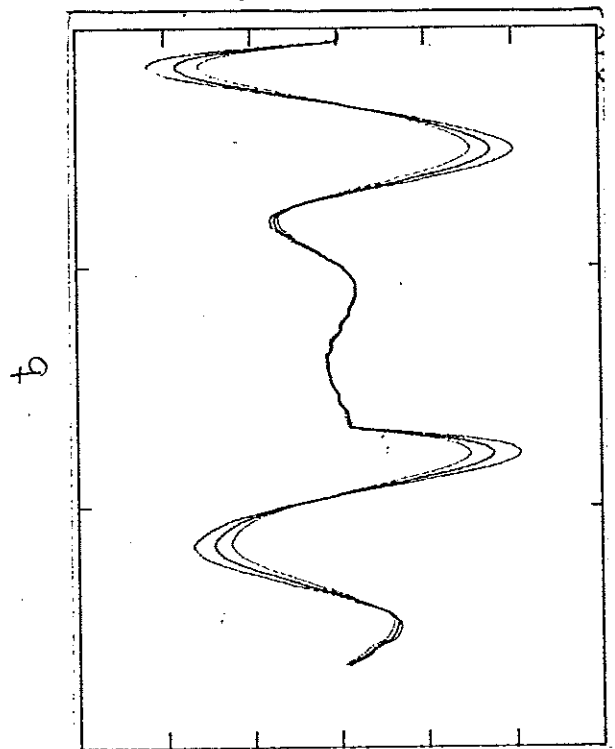


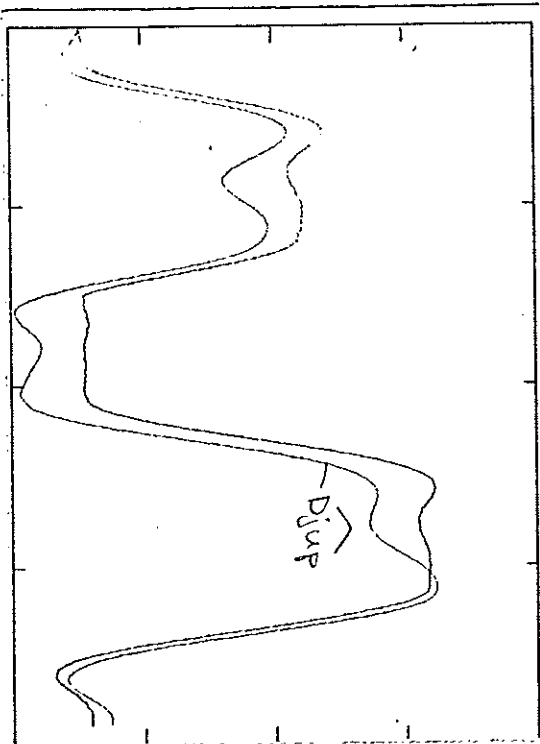
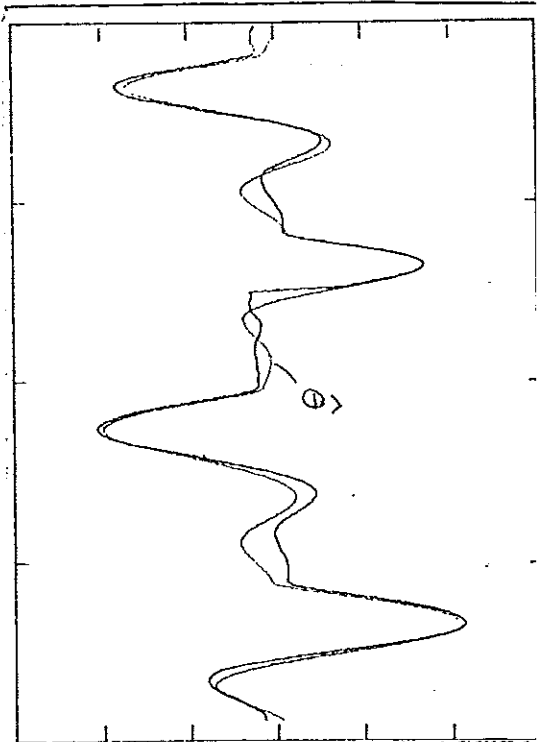
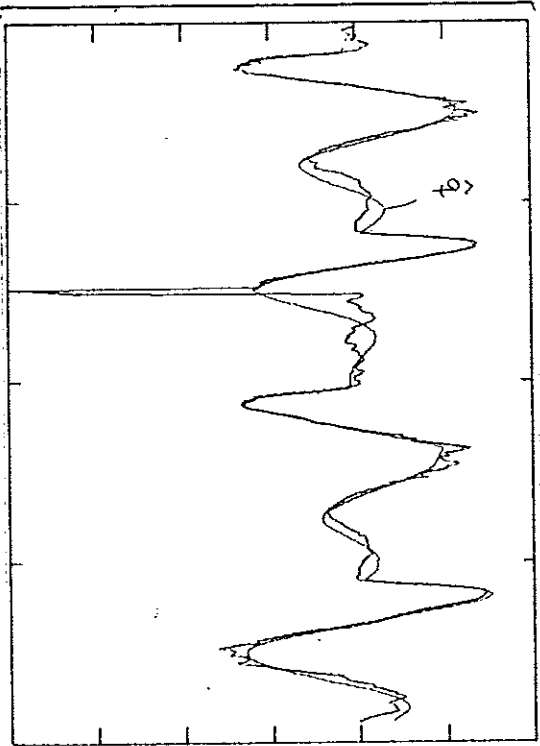
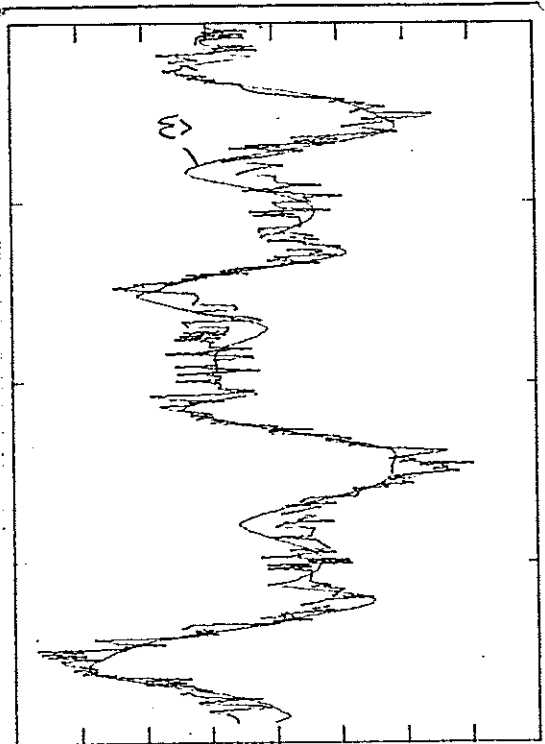


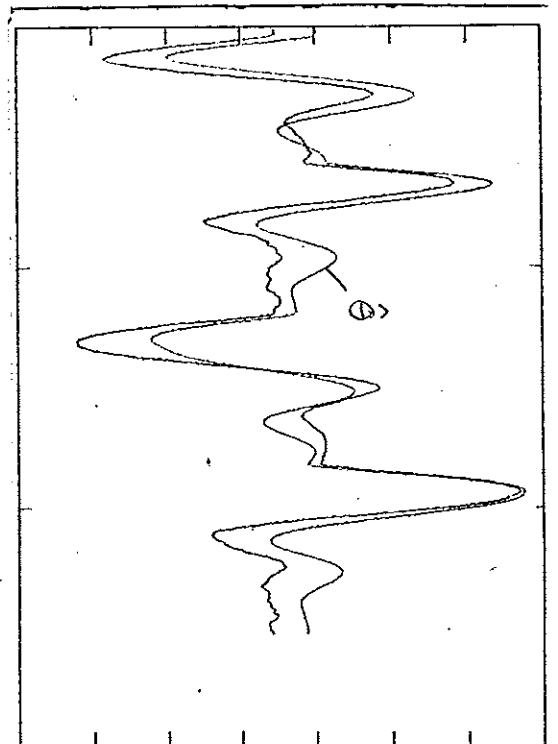
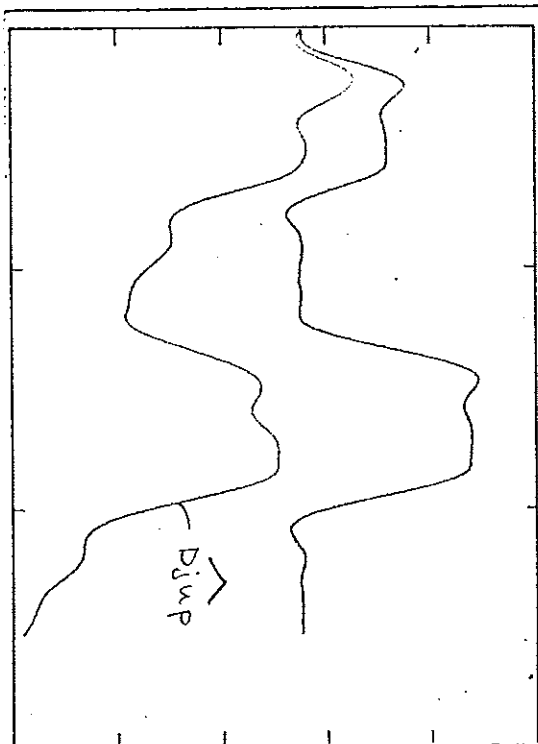
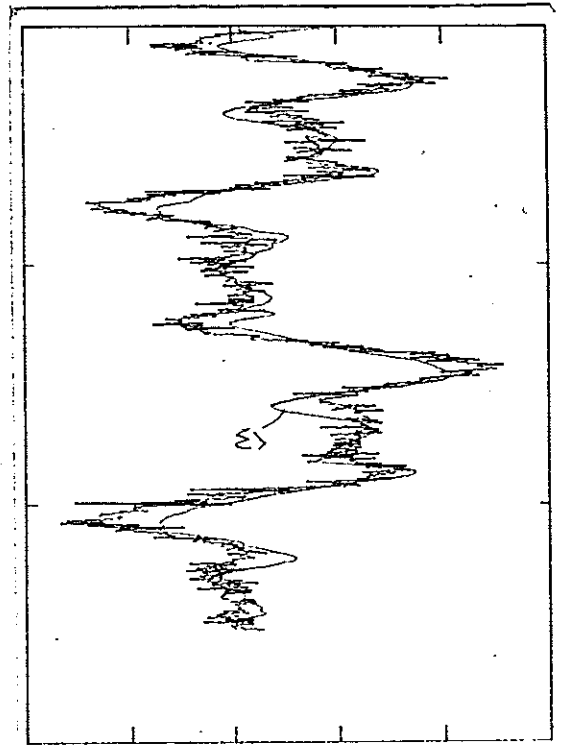
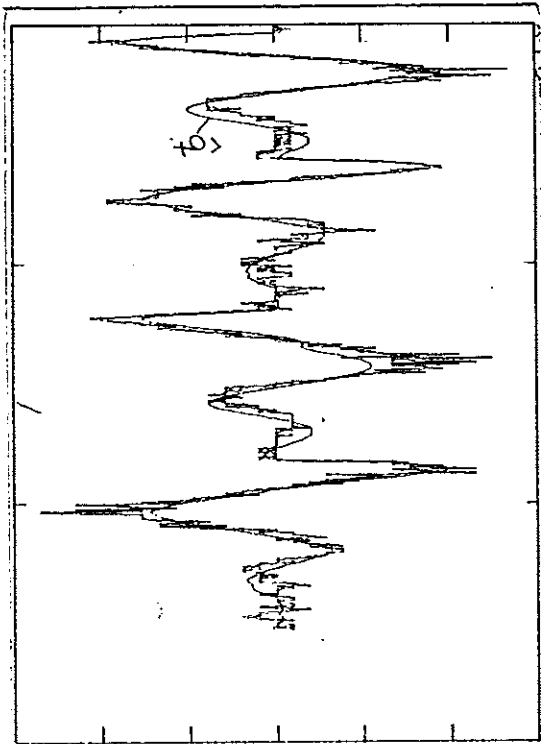


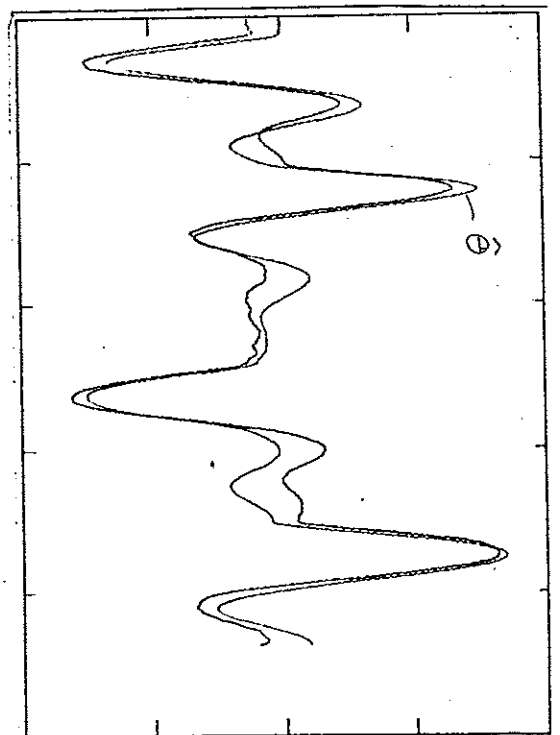
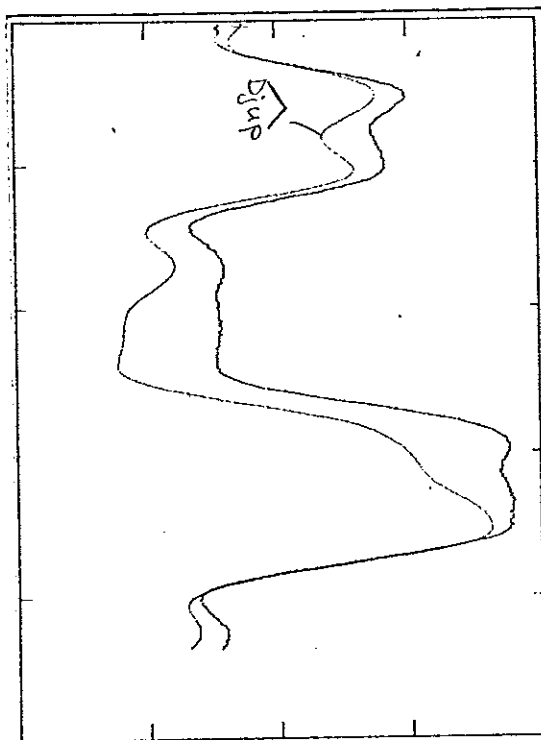
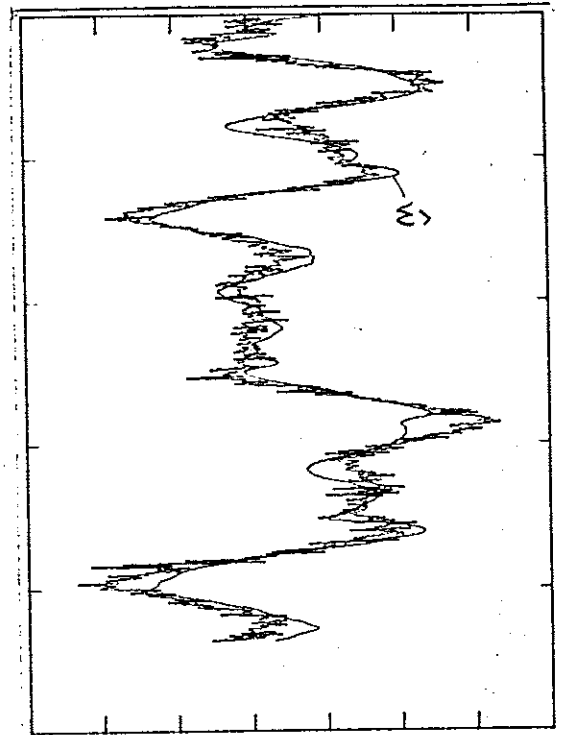
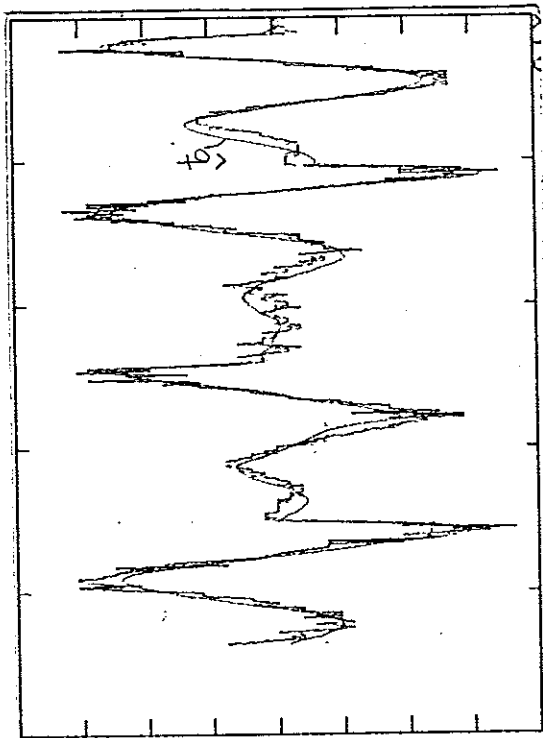


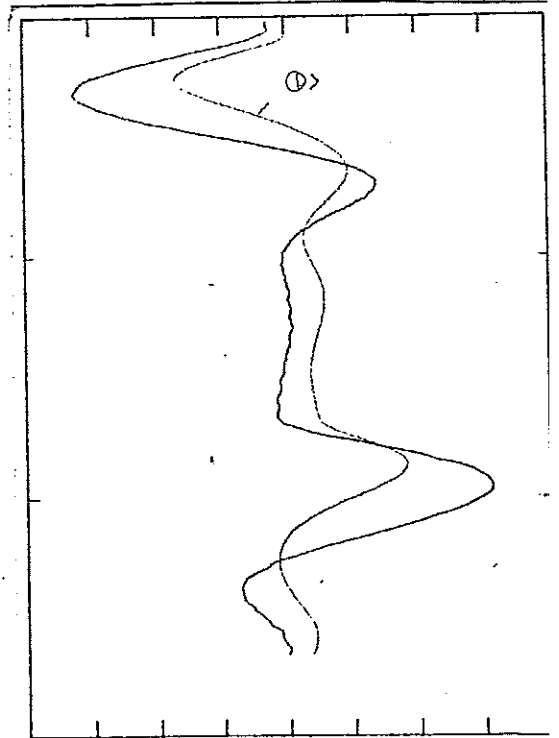
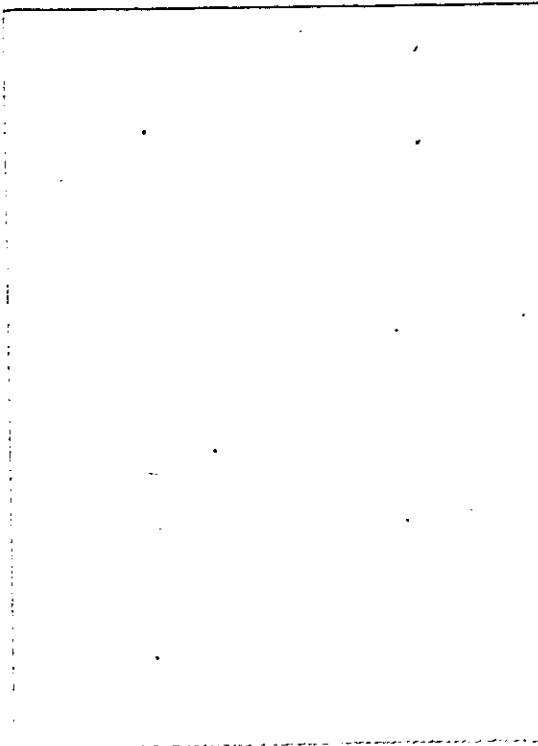
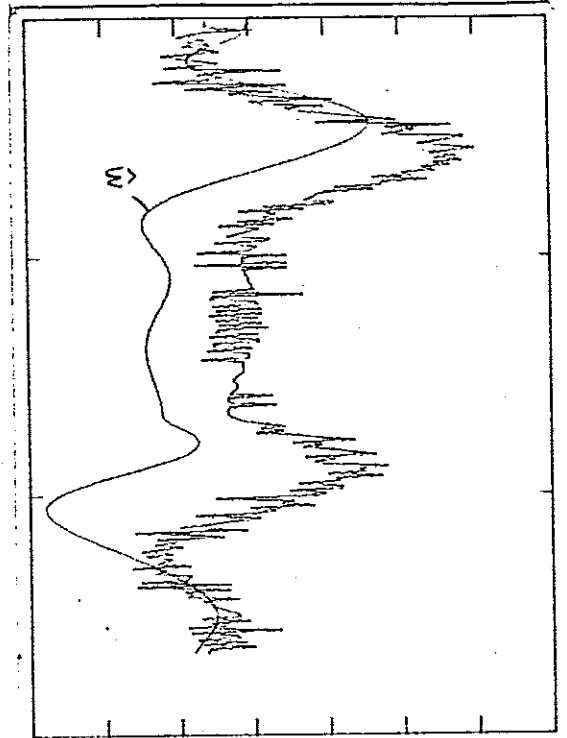
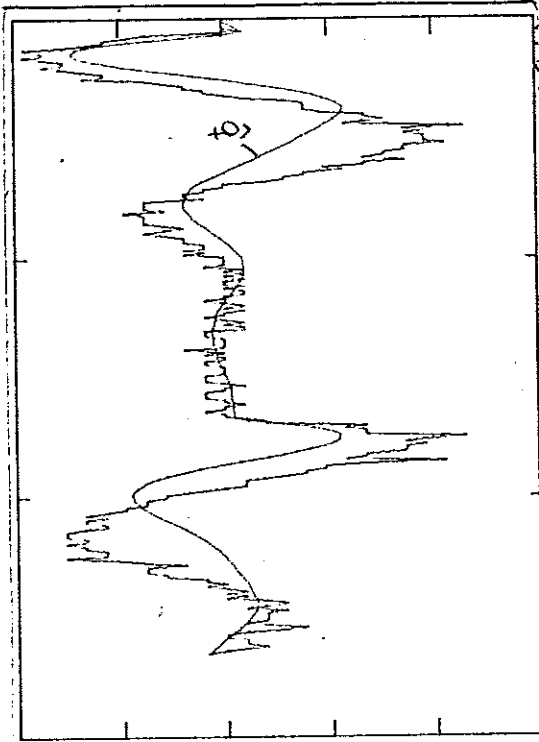


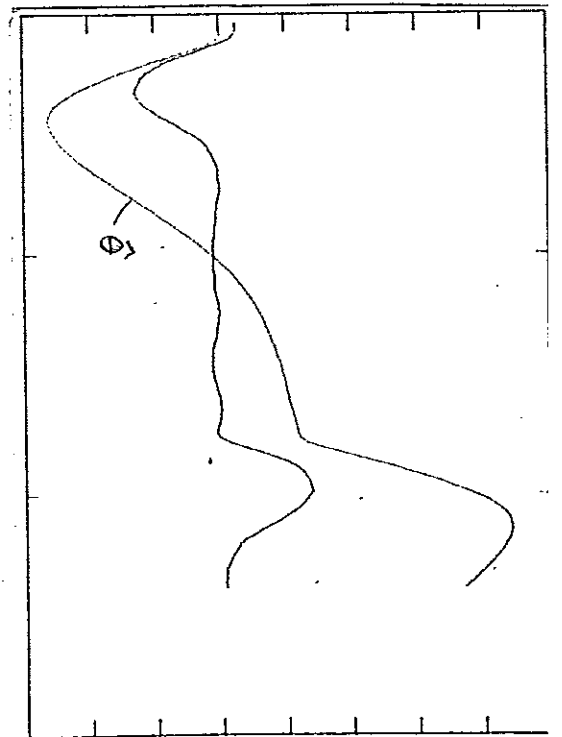
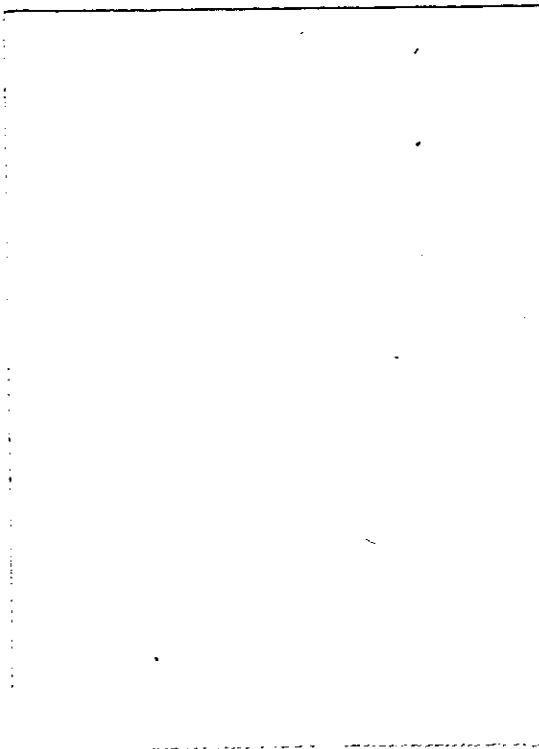
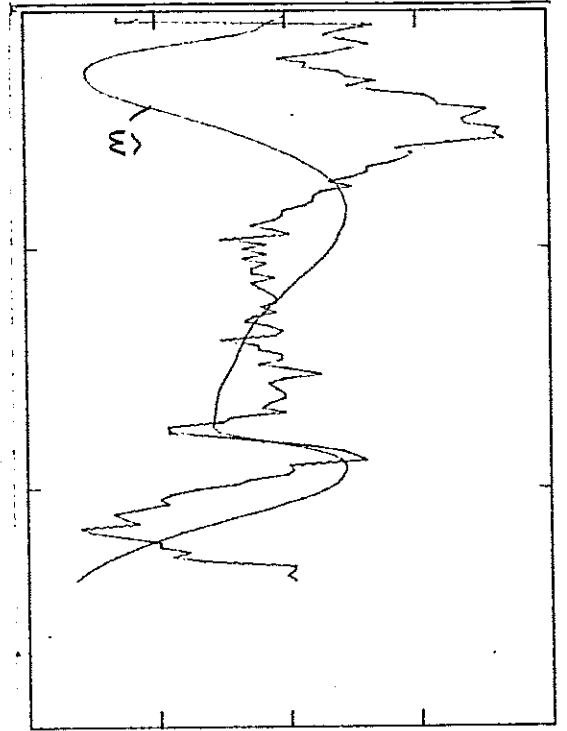
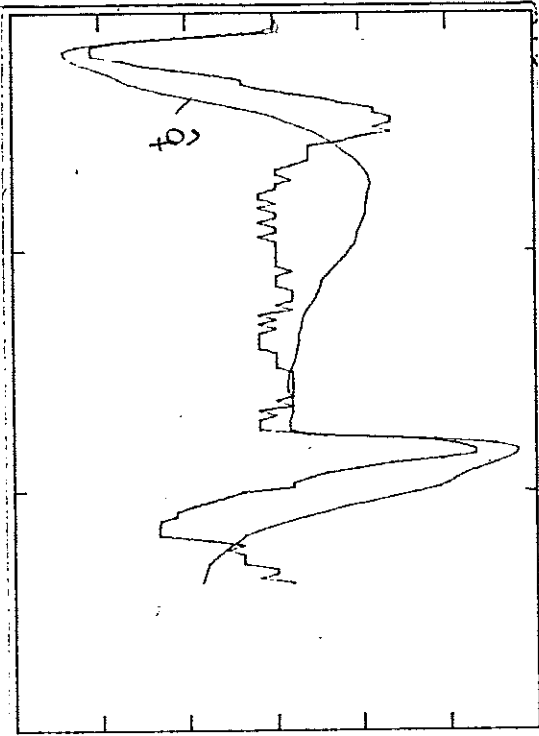




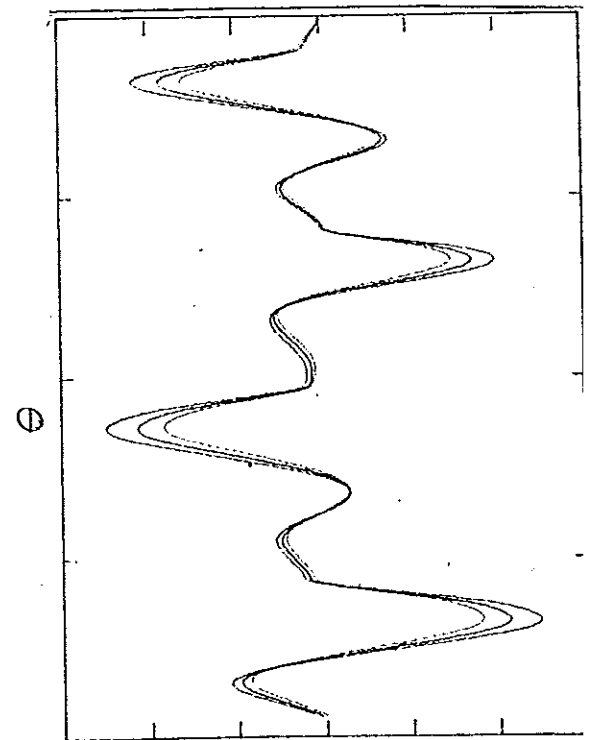
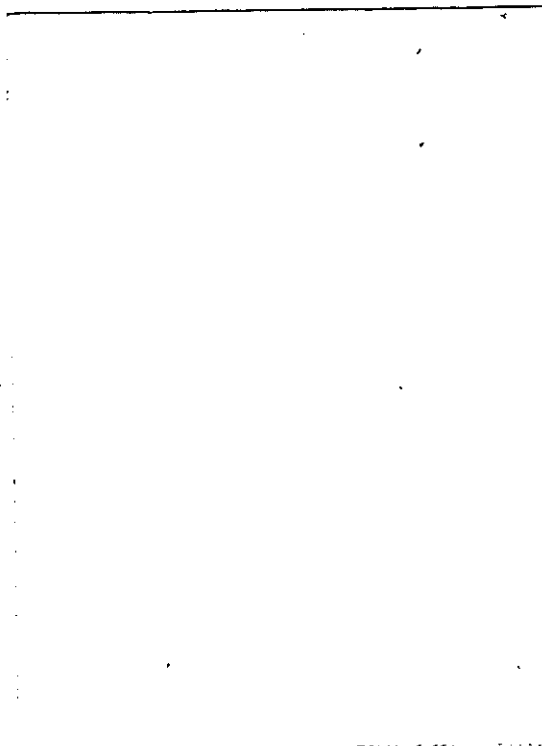
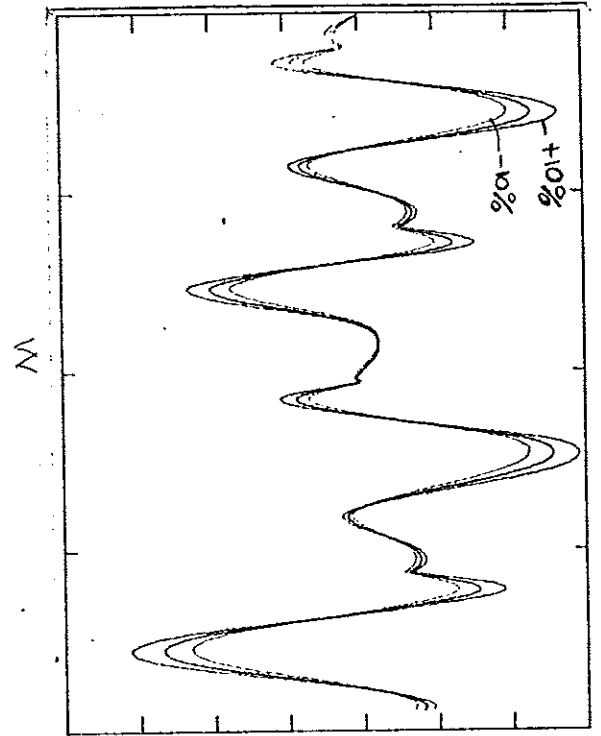
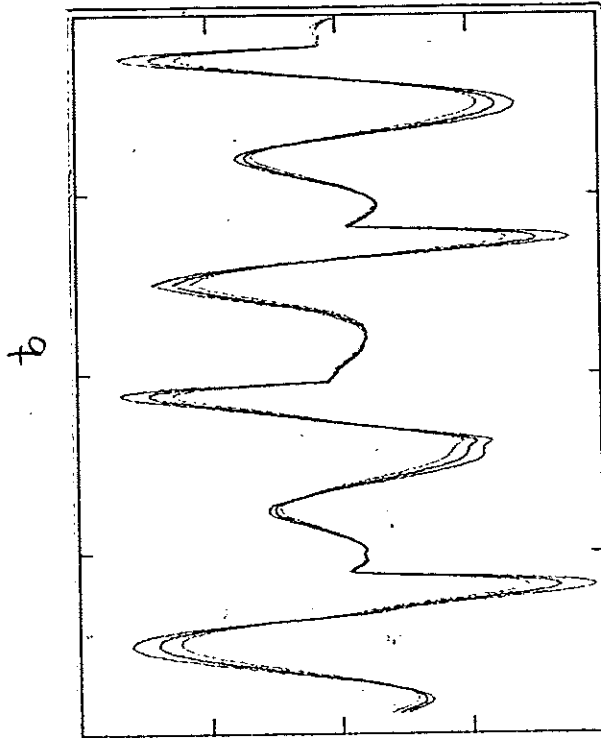


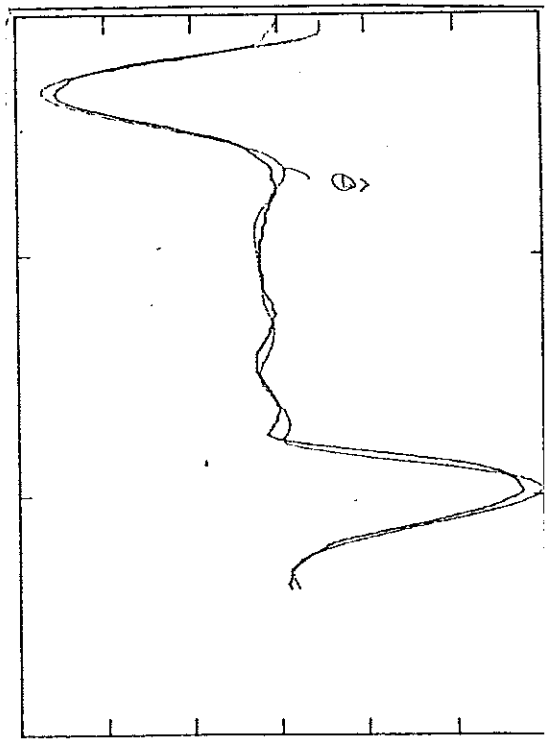
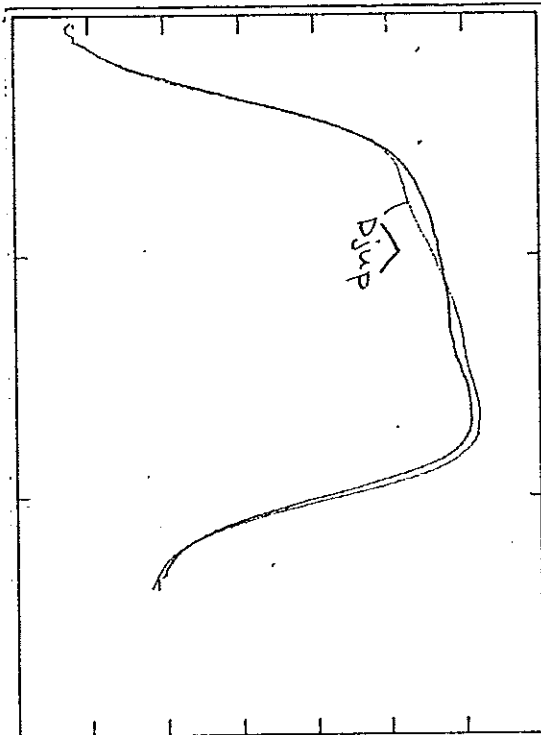
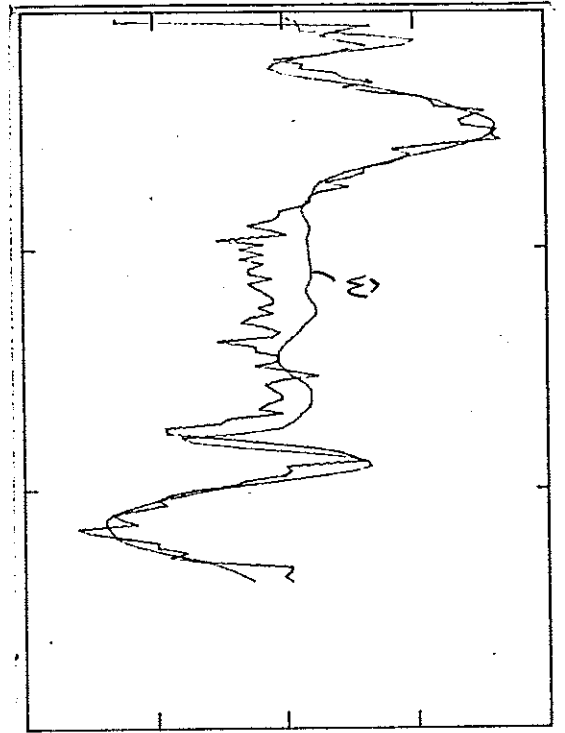
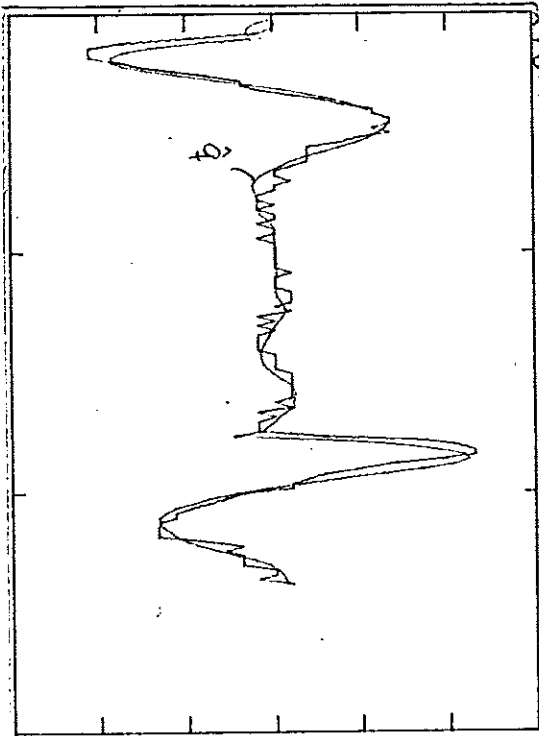


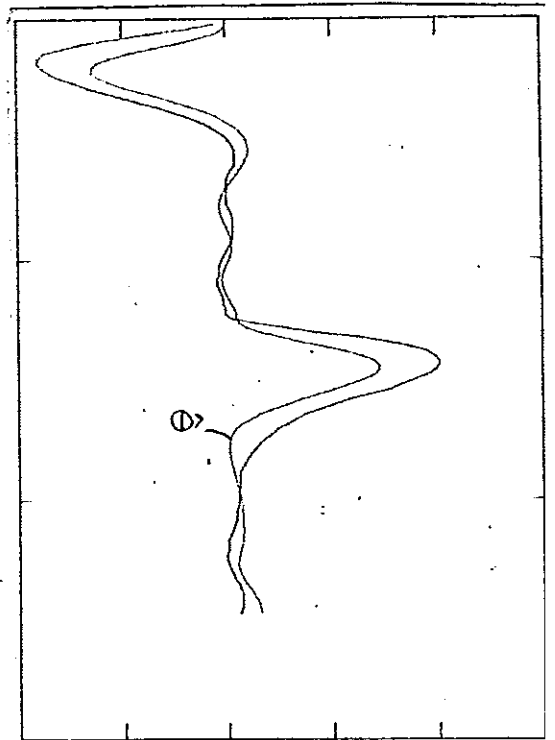
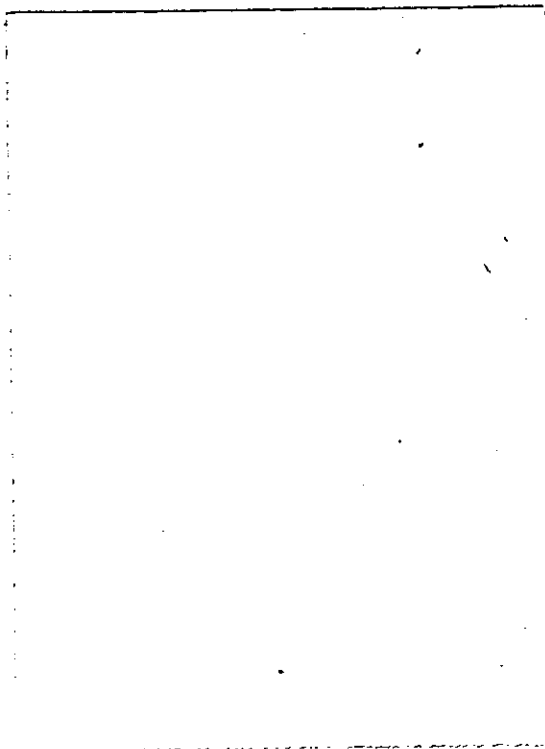
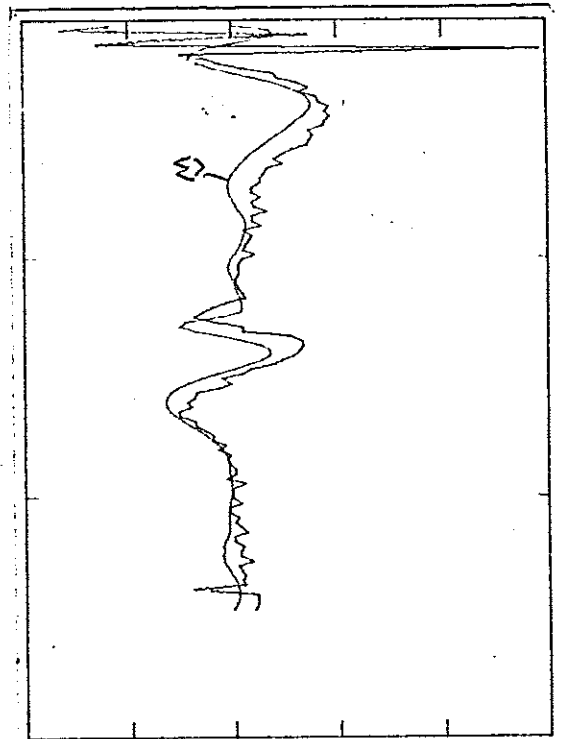
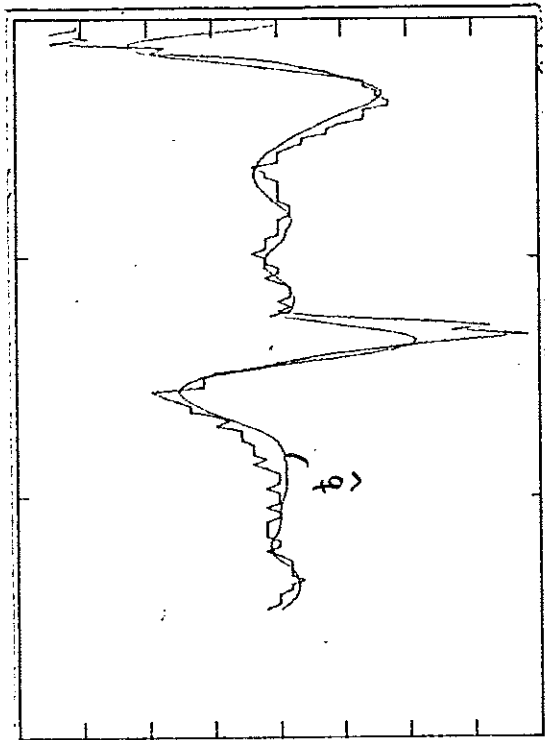


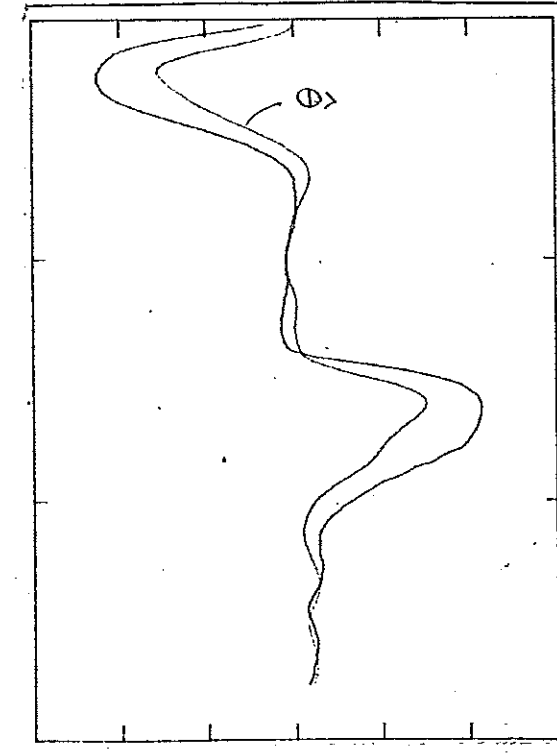
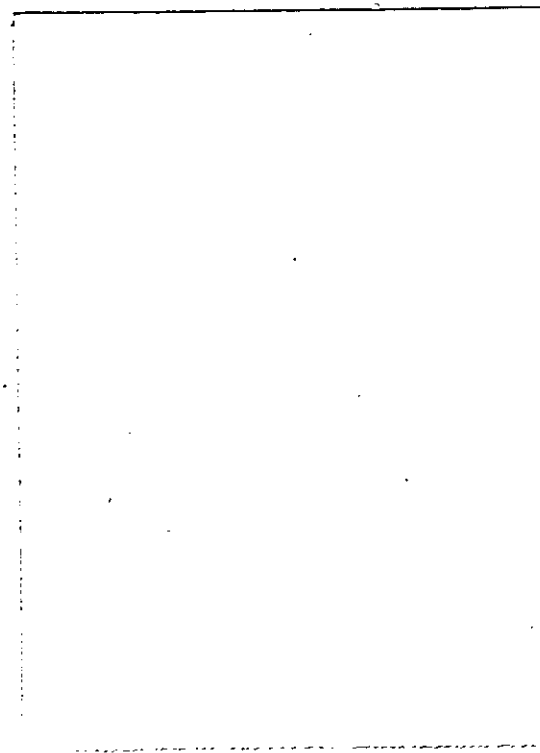
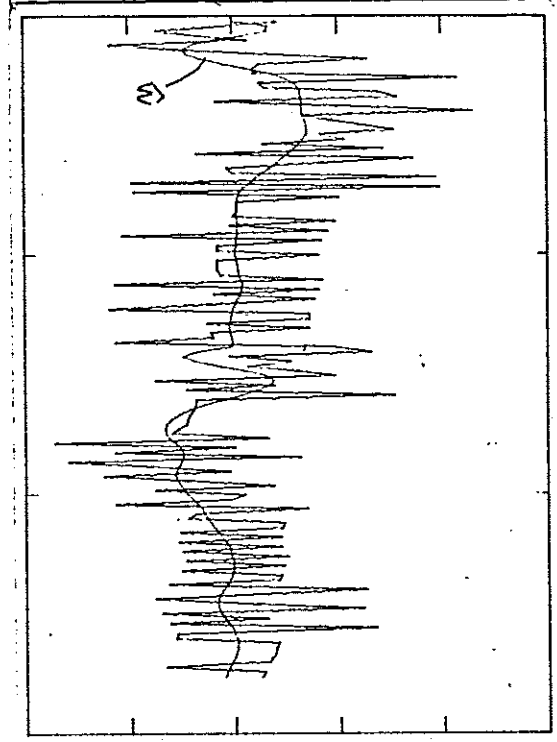
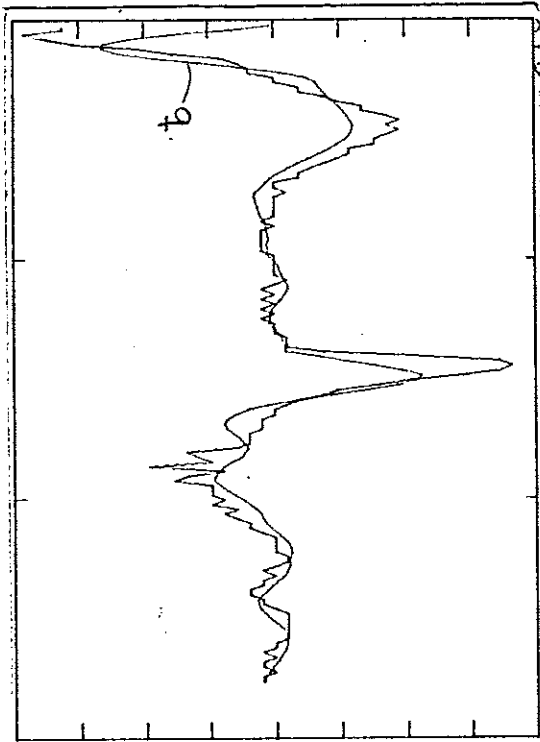


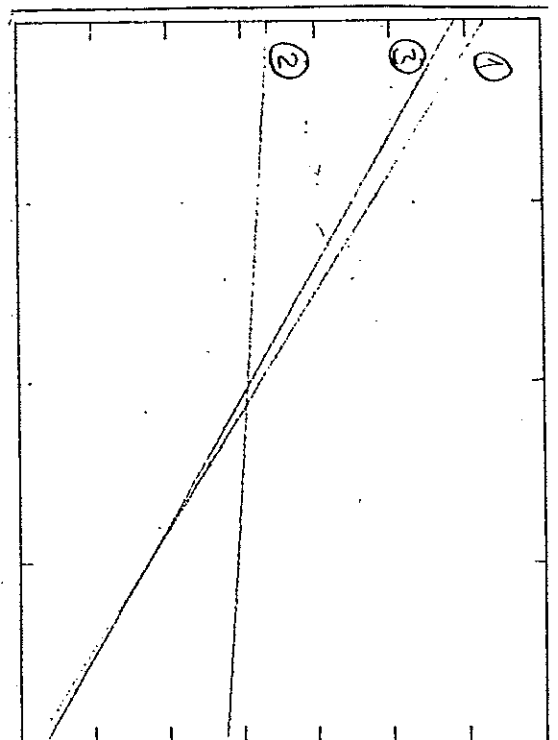
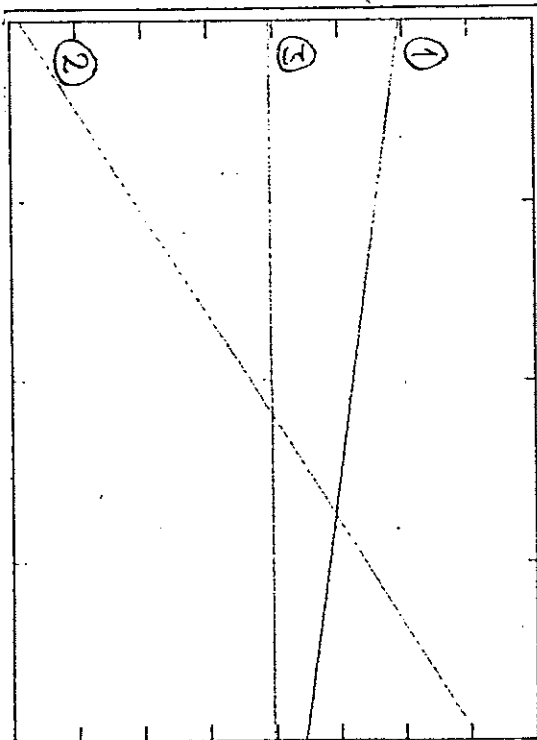
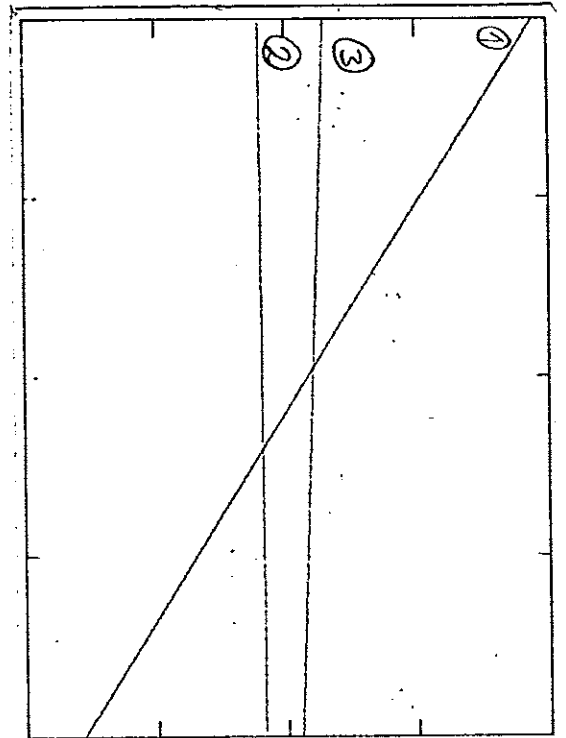
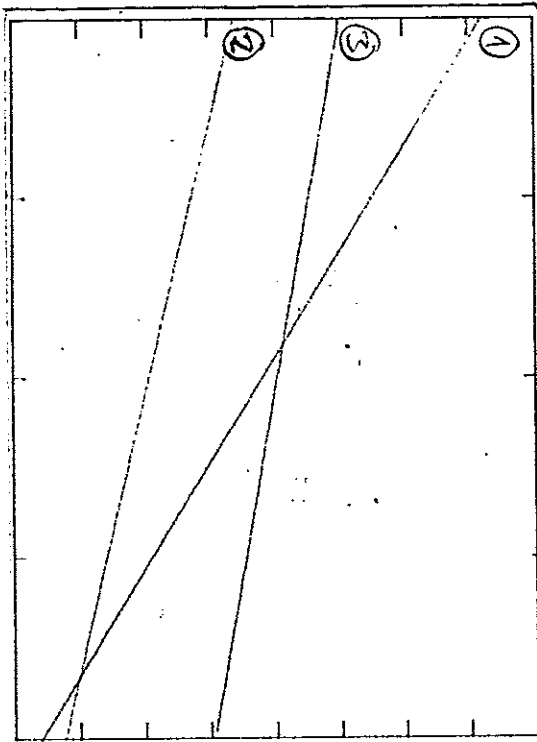


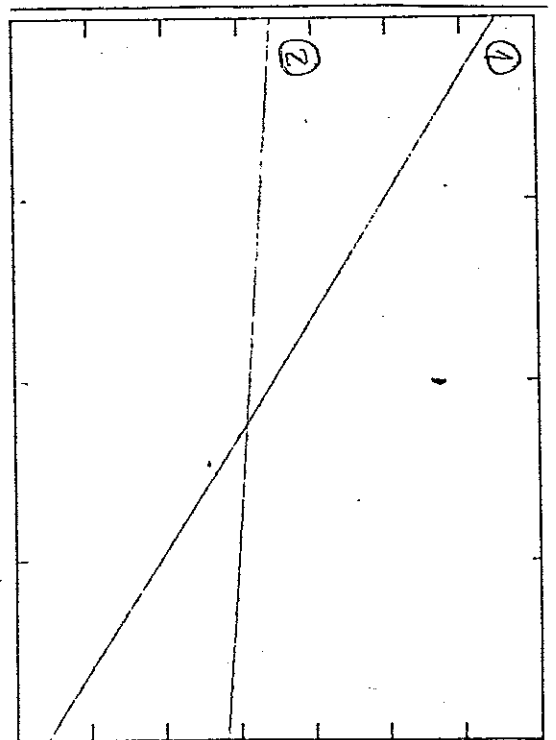
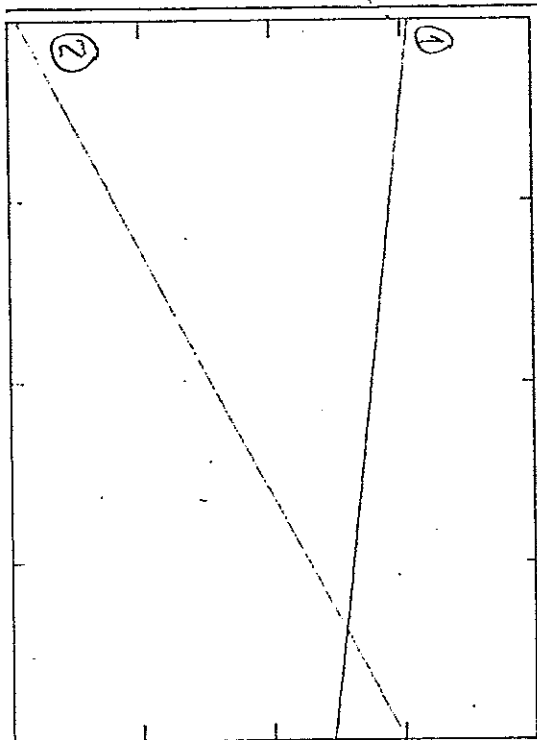
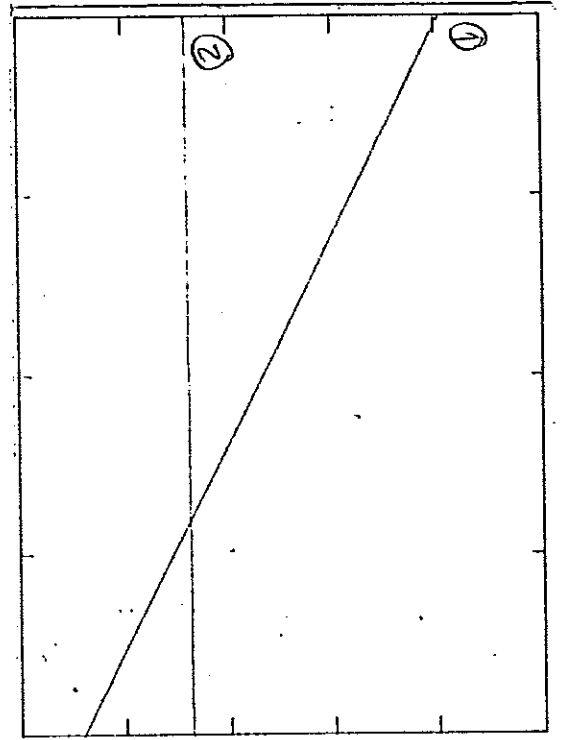
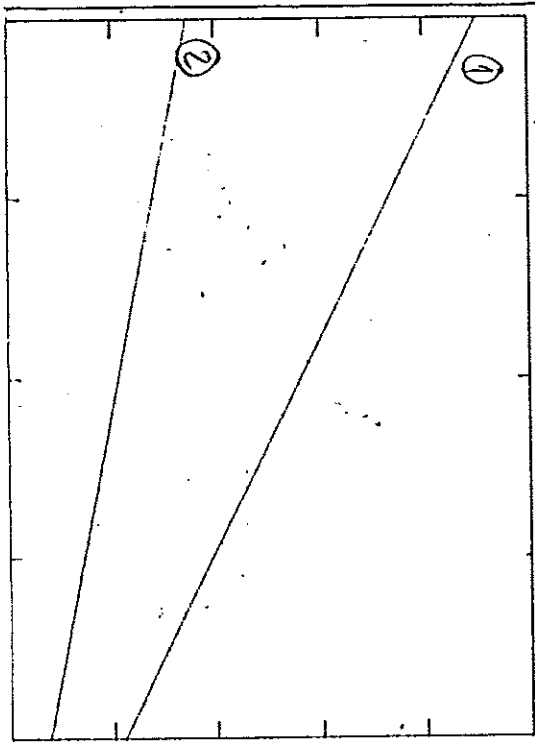


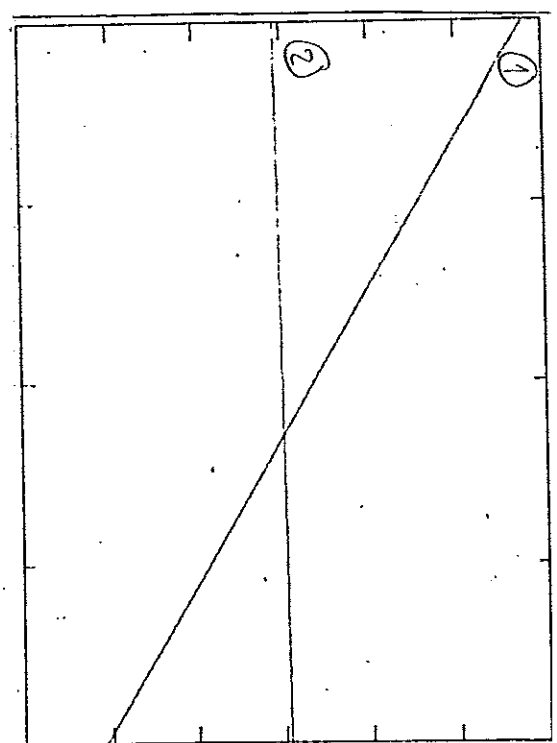
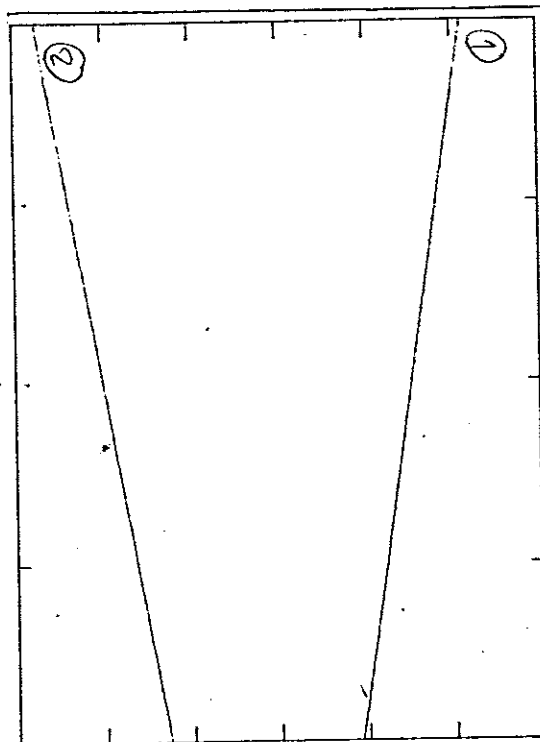
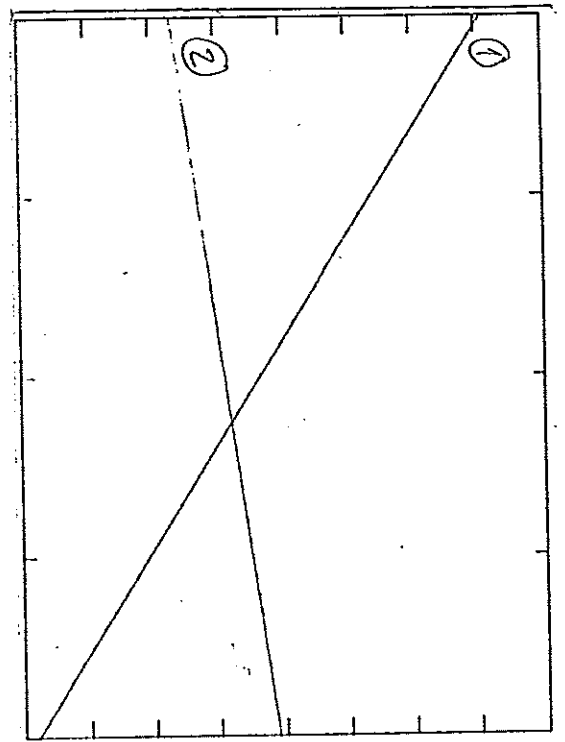
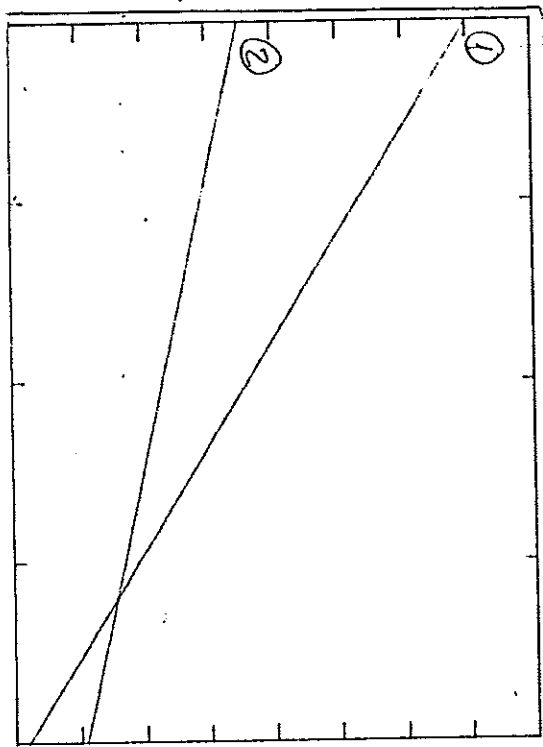


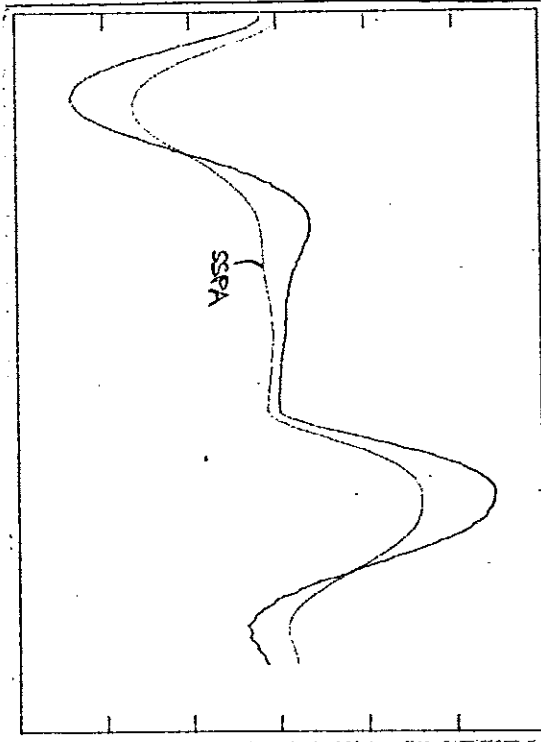
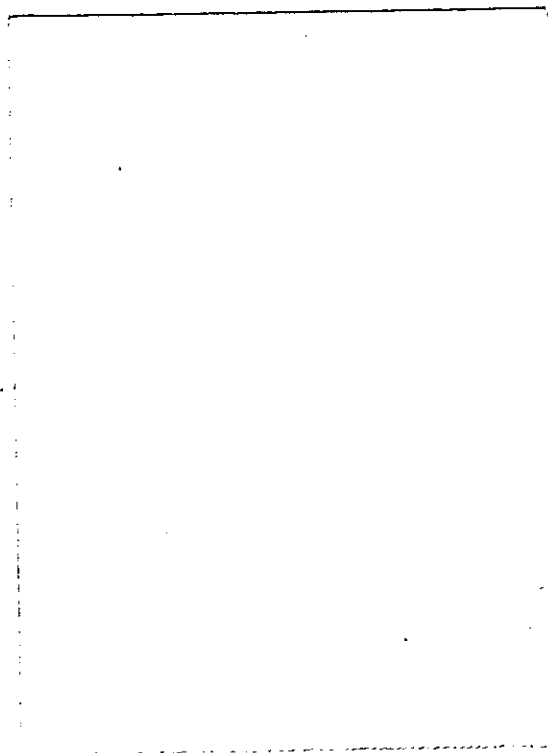
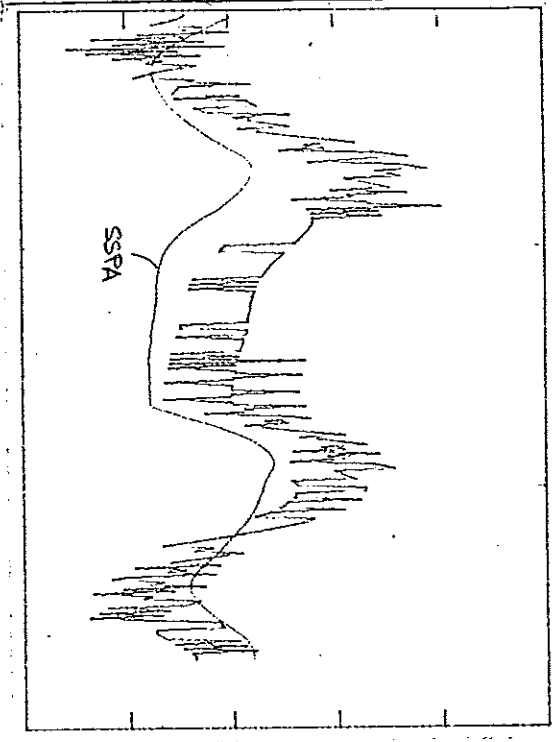
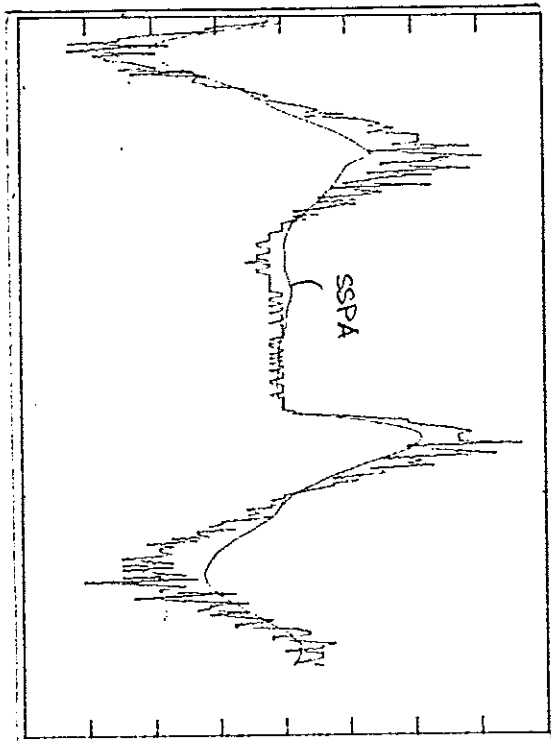




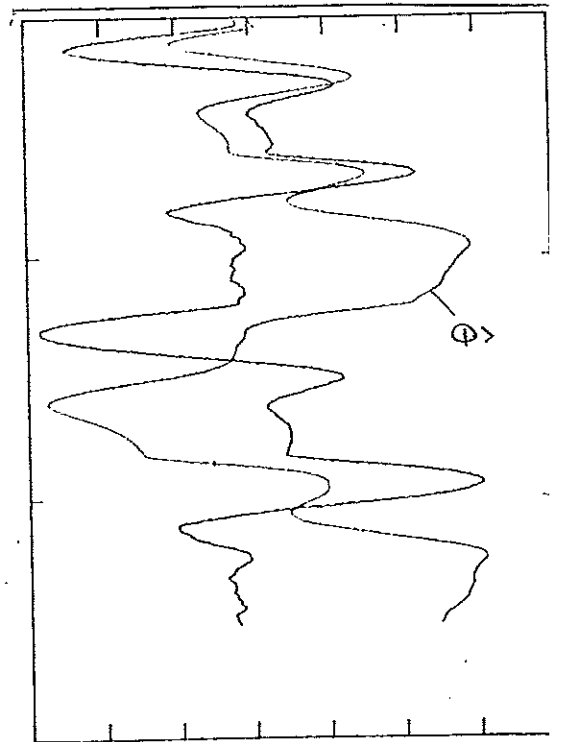
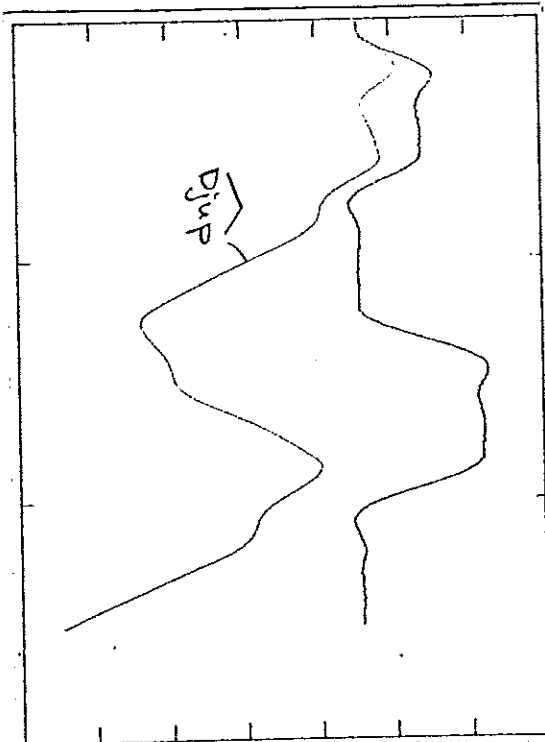
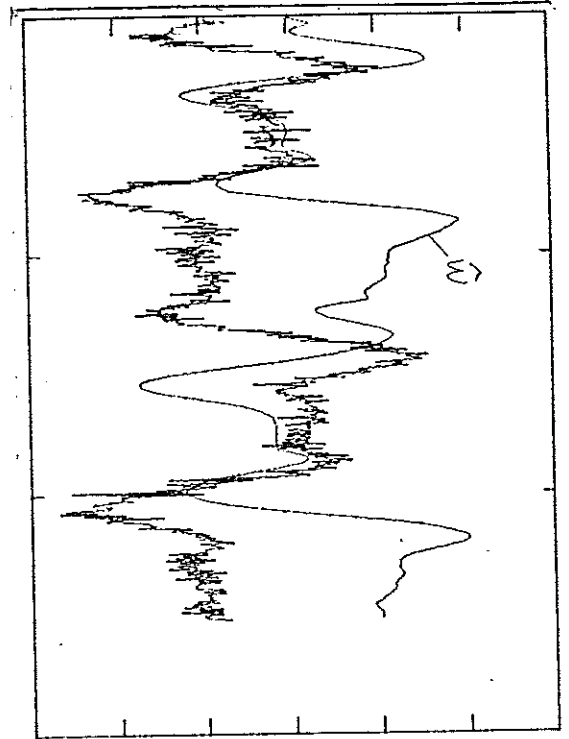
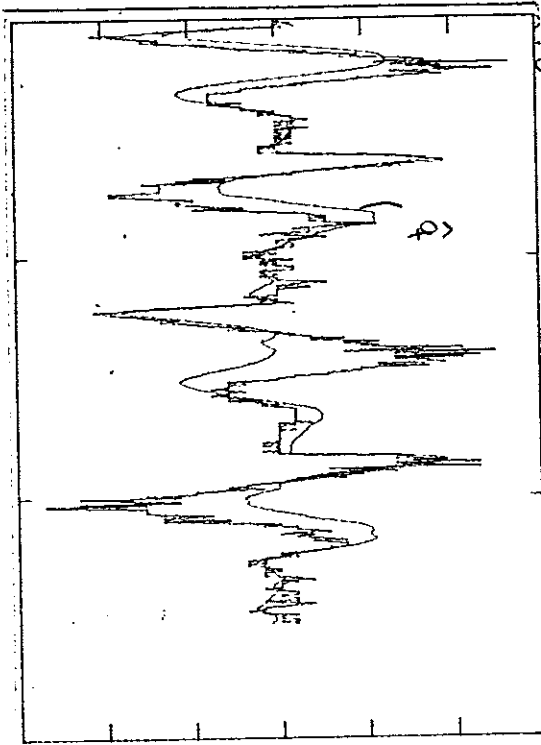


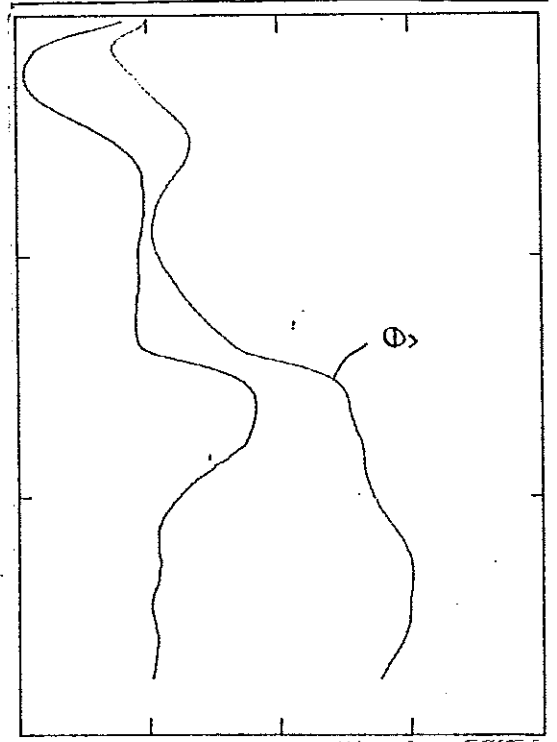
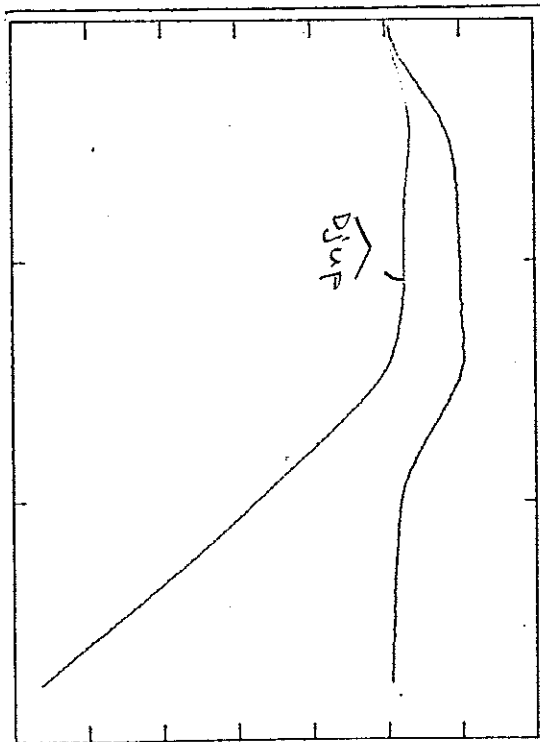
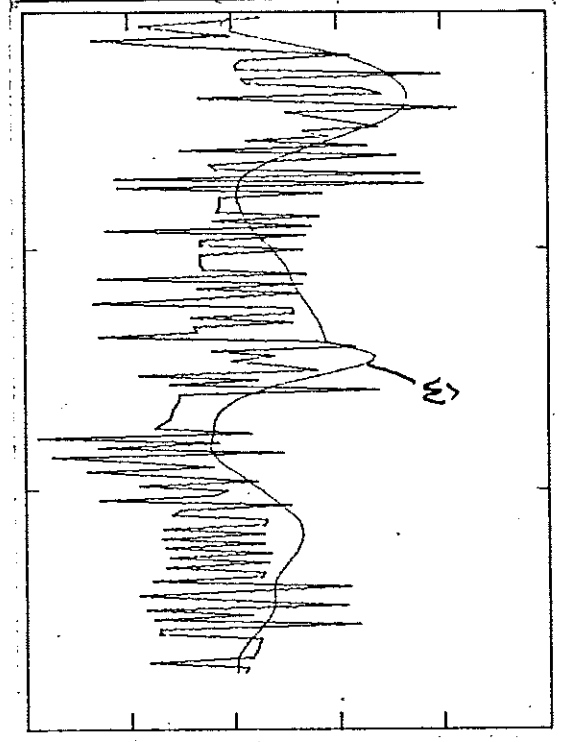
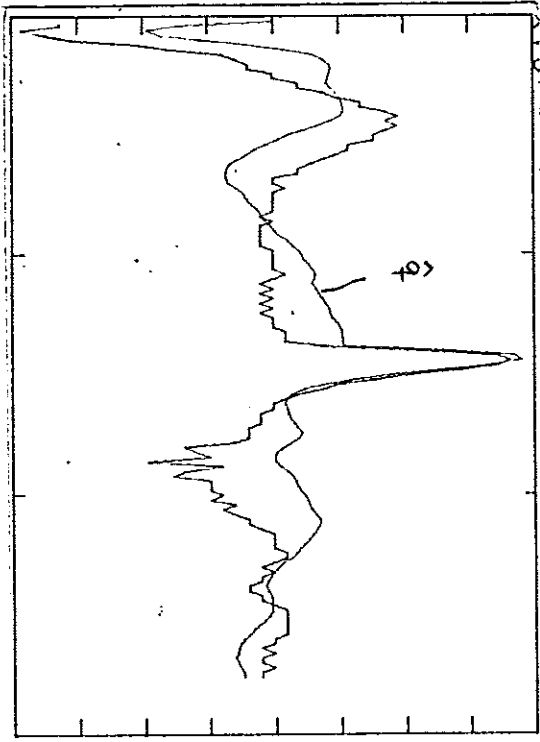


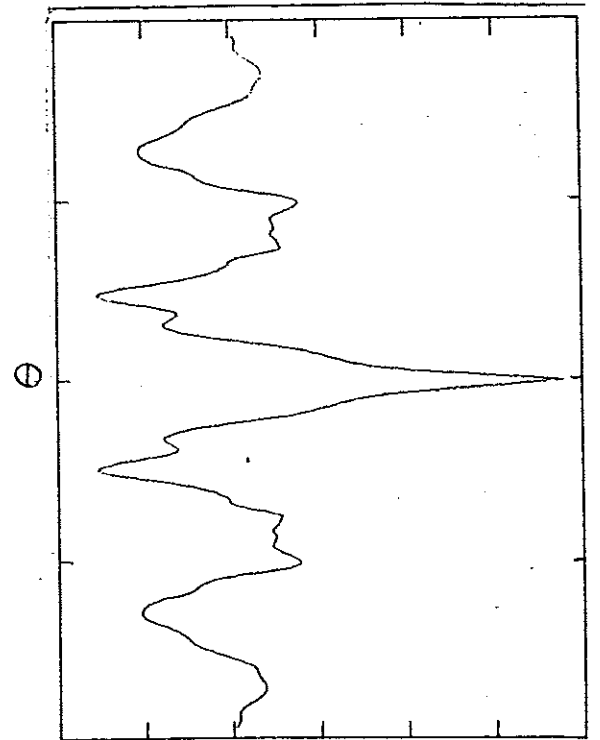
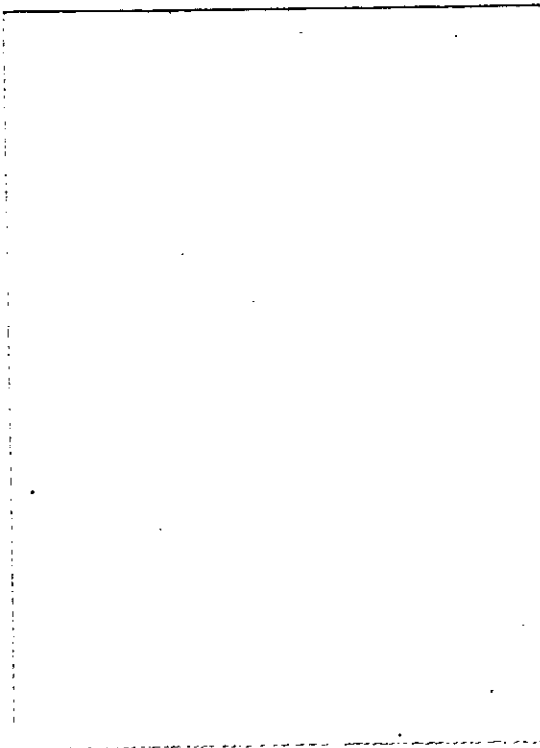
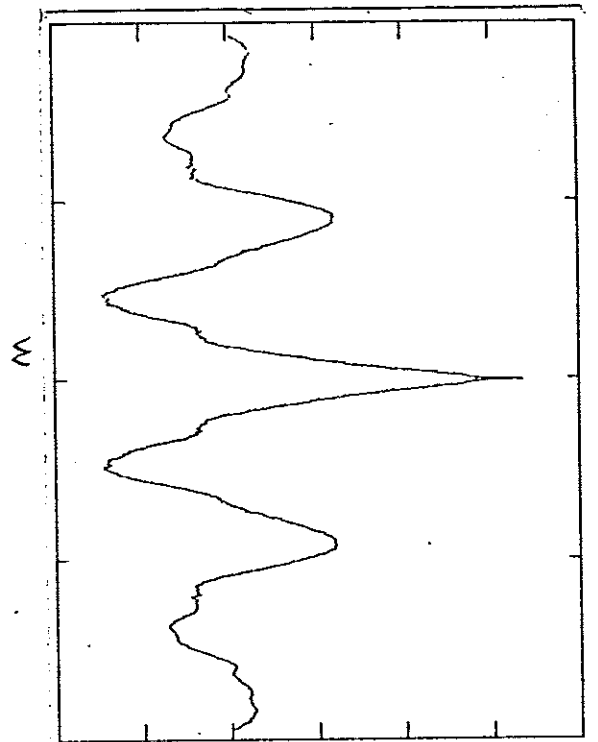
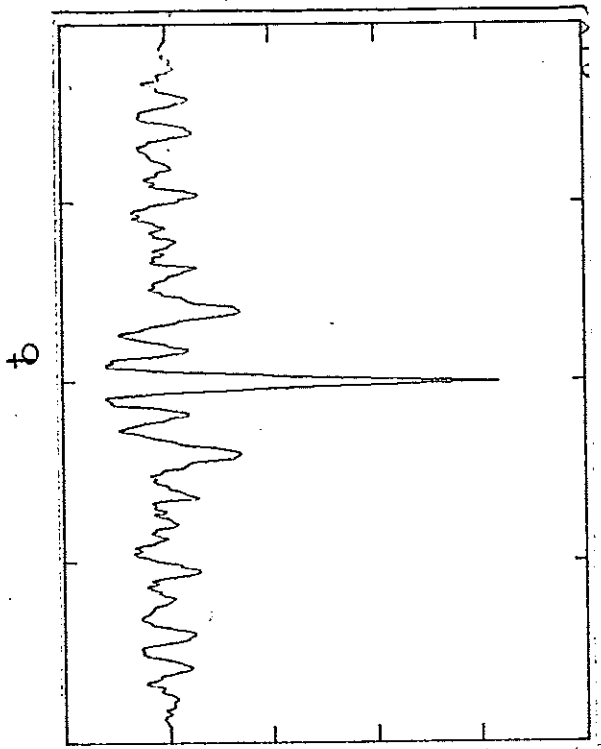




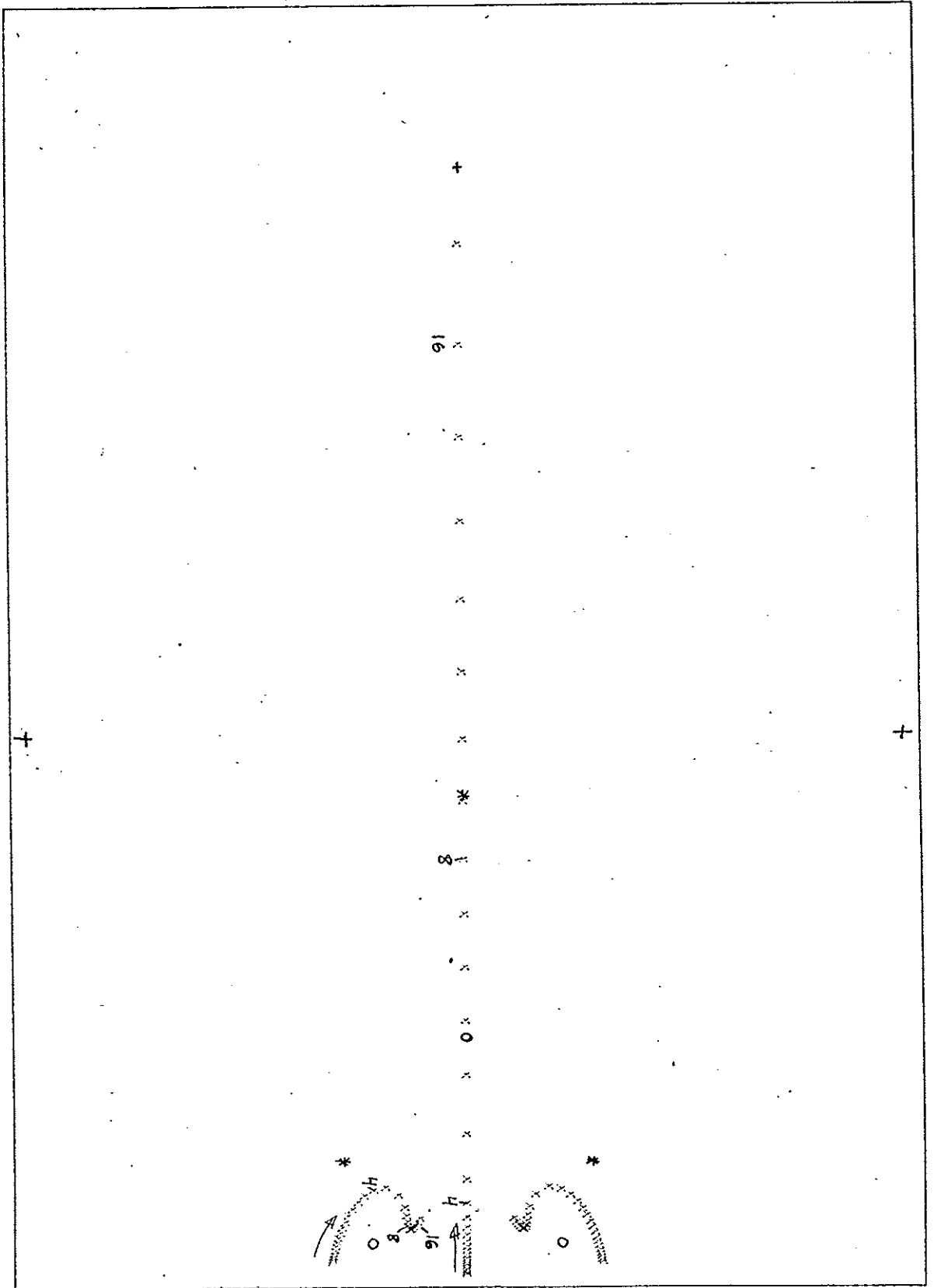


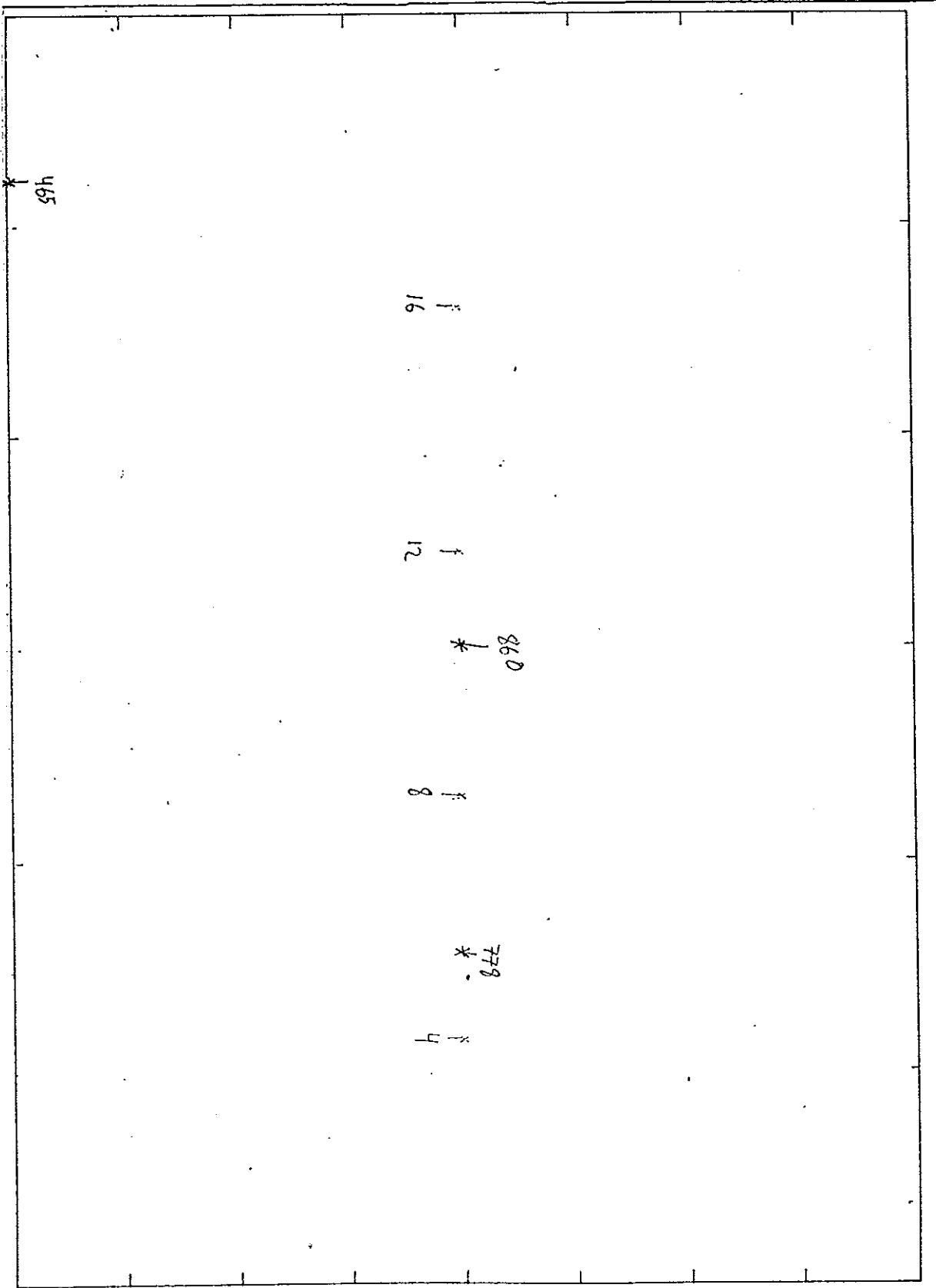






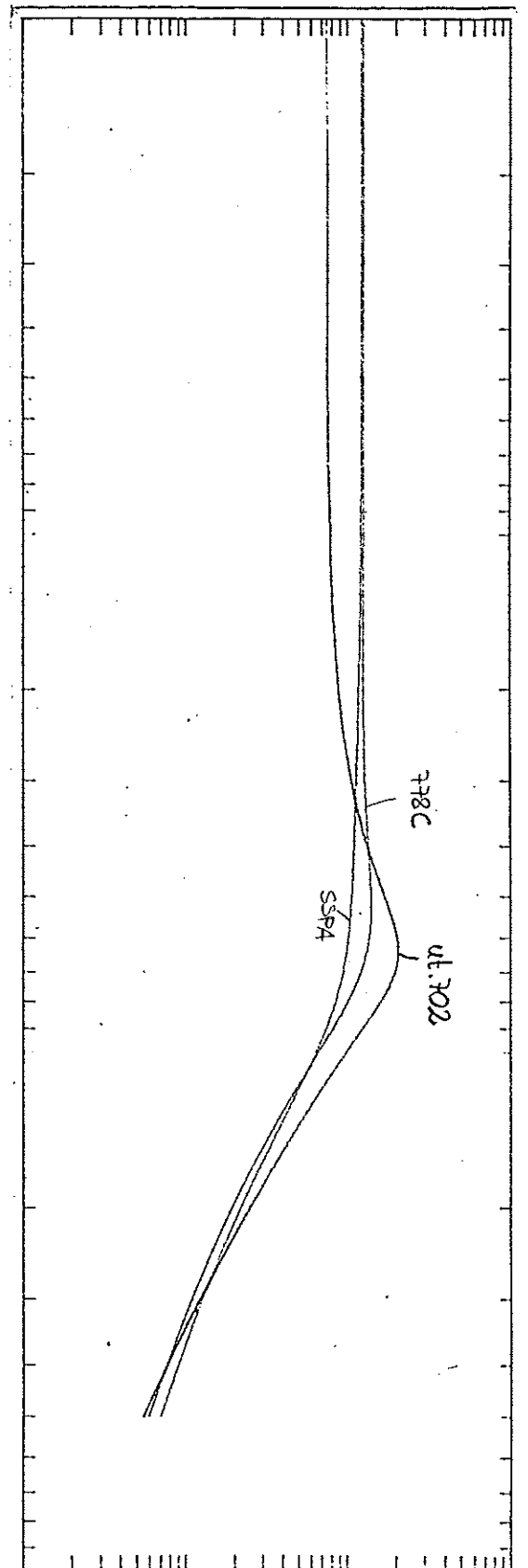
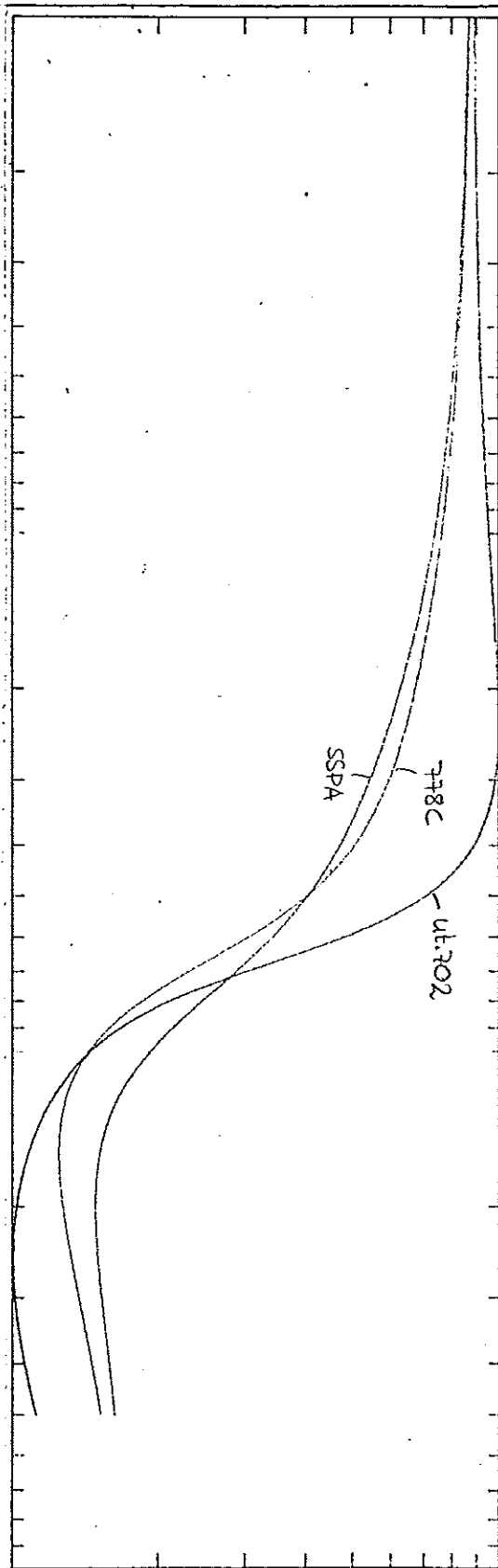
potdiagram 0=778 \* = 350 † = 155 x = SSPA † ökrande hastighet





\*  
465

860  
\*  
16  
\*  
82  
\*  
8  
\*  
4  
\*  
778  
SSP\*



Appendix 1



KRAFTEKVATION I  $Z_b$ -LED

(NORMAL FORCE EQUATION)

$$\begin{aligned}
 m \left[ \dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p}) \right] = & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^4 Z_{\dot{q}}' \dot{q} & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^3 \left[ Z_{\dot{w}}' \dot{w} + Z_{uq}' uq + Z_{vp}' vp \right] & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ Z_{u^2}' u^2 + Z_{uw}' uw \right] & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ Z_{|w|}' u|w| + Z_{ww}' |w(v^2 + w^2)|^{1/2} \right] & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ Z_{\delta_s}' u^2 \delta_s + Z_{\delta_b}' u^2 \delta_b + Z_{\delta_s \eta}' u^2 \delta_s \left( \eta - \frac{1}{C} \right) C \right] & \\
 - \frac{\rho}{2} C_d \int_{\ell} b(x) w(x) \left\{ [w(x)]^2 + [v(x)]^2 \right\}^{1/2} dx & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell \bar{C}_L \int_{x_2}^{x_1} v(x) \bar{v}_{FW}(t - \tau[x]) dx & \\
 + (W - B) \cos \theta \cos \phi & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^3 \left[ Z_{q(\delta_b)_s}' uq(\delta_b)_s + Z_{q(\delta_b)_p}' uq(\delta_b)_p \right] & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ Z_{|u^2 \delta_s|}' u^2 |u \delta_s| + Z_{uv \delta_s}' uv \delta_s + Z_{|u \delta_s|}' uv |u \delta_s| \right] & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ Z_{\delta_r}' u^2 \delta_r \right] & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ d_s u^2 \delta_s + d_{\eta 1} u^2 \delta_s \left( \eta - \frac{1}{C} \right) C + d_{\eta \eta 1} u^2 \delta_s \left( \eta - \frac{1}{C} \right)^2 C^2 \right] & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ Z_{w(\delta_b)_s}' u^2 (\delta_b)_s^{0.7} + Z_{|w|(\delta_b)_s}' w |w| (\delta_b)_s^{0.7} \right. & \\
 \quad \left. + Z_{(\delta_b)_s}' u^2 (\delta_b)_s^{2.1} \right] & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ Z_{w(\delta_b)_p}' u^2 (\delta_b)_p^{0.1} + Z_{|w|(\delta_b)_p}' w |w| (\delta_b)_p^{2.7} \right] & \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ Z_{uv(\delta_b)_p}' uv (\delta_b)_p + Z_{|w|(\delta_b)_p}' u |w| (\delta_b)_p^{0.4} \right. & \\
 \quad \left. + Z_{(\delta_b)_p}' u^2 (\delta_b)_p^{1.2} \right] &
 \end{aligned}$$

KRAFTEKVATION I  $Y_b$ -LED

(LATERAL FORCE EQUATION)

$$\begin{aligned}
 m \left[ \dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r}) \right] = \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^4 \left[ Y_{\dot{r}} \dot{r} + Y_{\dot{p}} \dot{p} + Y_{|p|} |p| + Y_{pq} pq \right] \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^3 \left[ Y_r ur + Y_p up + Y_{\dot{v}} \dot{v} + Y_{wp} wp \right] \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ Y_u u^2 + Y_v uv + Y_{v|R} v |v^2 + w^2|^{1/2} \right] \\
 + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ Y_{\delta r} u^2 \delta_r + Y_{\delta r \eta} u^2 \delta_r \left( \eta - \frac{1}{C} \right) c \right] \\
 - \frac{\rho}{2} c_d \int_{\ell} h(x) v(x) \left\{ [w(x)]^2 + [v(x)]^2 \right\}^{1/2} dx \\
 - \frac{\rho}{2} \ell \bar{C}_L \int_{x_2}^{x_1} w(x) \bar{v}_{FW}(t - \tau[x]) dx \\
 + (W - B) \cos\theta \sin\phi
 \end{aligned}$$

KRAFTÉKVATION I  $X_b$ -LED  
(AXIAL FORCE EQUATION)

$$\begin{aligned}
 & m \left[ \dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q}) \right] = \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^4 \left[ \underline{X_{qq}}' q^2 + \underline{X_{rr}}' r^2 + \underline{X_{rp}}' rp \right] \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^3 \left[ \underline{X_{\dot{u}}}' \dot{u} + \underline{X_{vr}}' vr + \underline{X_{wq}}' wq \right] \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ \underline{X_{vv}}' v^2 + \underline{X_{ww}}' w^2 \right] \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ \underline{X_{\delta_r \delta_r}}' u^2 \delta_r^2 + \underline{X_{\delta_s \delta_s}}' u^2 \delta_s^2 + \underline{X_{\delta_b \delta_b}}' u^2 \delta_b^2 \right] \\
 & - (W-B) \sin \theta + F_{xp}
 \end{aligned}$$

$$F_{xp} = \begin{cases} T_p - \text{DRAG} \\ \frac{\rho}{2} \ell^2 \left[ (a_1 + \Delta X) u^2 + b_1 C u u_c + c_1 C^2 u_c^2 \right] \end{cases}$$

where  $\Delta X = \Delta X_1 + \frac{\Delta X_2}{(\Delta X_3 + \log_{10} u)^2}$

$$c = c_6 + (c_7 + c_8 \Delta X)^{1/2}$$

## DYKMOMENTEKVATION

(PITCHING MOMENT EQUATION)

$$\begin{aligned}
& I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} \\
& + m \left[ z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp) \right] = \\
& + \frac{\rho}{2} \ell^5 \left[ M_{\dot{q}}' \dot{q} + M_{rp}' rp \right] \\
& + \frac{\rho}{2} \ell^4 \left[ M_{\dot{w}}' \dot{w} + M_{uq}' uq \right] \\
& + \frac{\rho}{2} \ell^3 \left[ M_{*}' u^2 + M_w' uw + M_{w|w|R}' w | (v^2 + w^2)^{1/2} \right] \\
& + \frac{\rho}{2} \ell^3 \left[ M_{|w|}' u|w| + M_{ww}' |w| (v^2 + w^2)^{1/2} \right] \\
& + \frac{\rho}{2} \ell^3 \left[ M_{\delta_s}' u^2 \delta_s + M_{\delta_b}' u^2 \delta_b + M_{\delta_s \eta}' u^2 \delta_s \left( \eta - \frac{1}{C} \right) C \right] \\
& + \frac{\rho}{2} C_d \int_{\ell} x b(x) w(x) \left\{ [w(x)]^2 + [v(x)]^2 \right\}^{1/2} dx \\
& - \frac{\rho}{2} \ell \bar{C}_L \int_{x_2}^{x_1} x v(x) \bar{v}_{FW}(t - \tau[x]) dx \\
& - (x_G W - x_B B) \cos\theta \cos\phi - (z_G W - z_B B) \sin\theta
\end{aligned}$$

GIRMOMENTEKVATION

(YAWING MOMENT EQUATION)

$$\begin{aligned}
 & I_z \dot{r} + (I_y - I_x) p q - (\dot{q} + r p) I_{yz} + (q^2 - p^2) I_{xy} + (r q - \dot{p}) I_{zx} \\
 & + m \left[ x_G (\dot{v} - w p + u r) - y_G (\dot{u} - v r + w q) \right] = \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^5 \left[ N_r' \dot{r} + N_p' \dot{p} + N_{pq}' p q \right] \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^4 \left[ N_p' u p + N_r' u r + N_v' \dot{v} \right] \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^3 \left[ N_u' u^2 + N_v' u v + N_{v|v|R}' |v| (v^2 + w^2)^{1/2} \right] \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^3 \left[ N_{\delta r}' u^2 \delta_r + N_{\delta r \eta}' u^2 \delta_r \left( \eta - \frac{1}{C} \right) C \right] \\
 & - \frac{\rho}{2} C_d \int_{\ell} x h(x) v(x) \left\{ [w(x)]^2 + [v(x)]^2 \right\}^{1/2} dx \\
 & - \frac{\rho}{2} \ell \bar{C}_L \int_{x_2}^{x_1} x w(x) \bar{v}_{FW}(t - \tau[x]) dx \\
 & + (x_G W - x_B B) \cos \theta \sin \phi + (y_G W - y_B B) \sin \theta
 \end{aligned}$$

ROLLMOMENTEKVATION

(ROLLING MOMENT EQUATION)

$$\begin{aligned}
 & I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{zx} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} \\
 & + m \left[ y_G (\dot{w} - uq + vp) - z_G (\dot{v} - wp + ur) \right] = \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^5 \left[ K_p' \dot{p} + K_r' \dot{r} + K_{qr}' qr + K_{p|p|}' p|p| \right] \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^4 \left[ K_p' up + K_r' ur + K_v' \dot{v} + K_{wp}' wp \right] \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^3 \left[ K_{*}' u^2 + K_{vR}' uv + K_1' uv_{FW}(t - \tau_T) \right] \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^3 \left[ K_{\delta r}' u^2 \delta_r + K_{\delta r \eta}' u^2 \delta_r \left( \eta - \frac{1}{C} \right) c \right] \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^3 (u^2 + v_S^2 + w_S^2) \beta_S^2 \left[ K_{4S}' \sin 4\phi_S + K_{8S}' \sin 8\phi_S \right] \\
 & + \frac{\rho}{2} \ell^2 z_1' \bar{c}_L \int_{x_2}^{x_1} w(x) \bar{v}_{FW}(t - \tau[x]) dx \\
 & + (y_G^W - y_B^B) \cos\theta \cos\phi - (z_G^W - z_B^B) \cos\theta \sin\phi \\
 & \left. \right\} Q_P
 \end{aligned}$$

Appendix 2

```

% Identifierar fram tillståndsmodell via överförings-
% funktioner. Använder iv4 internt.
% [A1,B1]=identall(A,B,matdata)
% A,B är matriser av samma ordningar som i tillstånds-
% modellen och ska innehålla ettor i de positioner
% där man önskar identifiera koefficienter. Nollor i
% övriga positioner. "matdata" är respektive mätserier
% i ordning [ X1 X2 X3 .... U1 U2 U3....]. Respektive
% mätserie är en kolonnvektor.
function[A,B]=identall(A,B,MATDATA)

```

```

for i=1:length(A(:,1))
MAT=[];
MAT(:,1)=MATDATA(:,i);
KOLINMAT=1;
for j=1:length(A(1,:))
if A(i,j)==1,
if i~=j,
KOLINMAT=KOLINMAT+1;
MAT(:,KOLINMAT)=MATDATA(:,j);
end
end
end
for j=1:length(B(1,:))
if B(i,j)==1,
KOLINMAT=KOLINMAT+1;
MAT(:,KOLINMAT)=MATDATA(:,length(A(1,:))+j);
end
end
if KOLINMAT>1,
NB=1:KOLINMAT-1;
NB=NB>0;
NK=NB*0;
th=iv4(MAT,[1 NB NK]);
[A1 B1 C D F]=polyform(th);
A(i,i)=(1+1/A1(1,2))*A(i,i);
ROWINB=0;
for j=1:length(A(1,:))
if i~=j,
if A(i,j)==1,
ROWINB=ROWINB+1;
A(i,j)=-B1(ROWINB,1)/A1(1,2);
end
end
end
for j=1:length(B(1,:))
if B(i,j)==1,
ROWINB=ROWINB+1;
B(i,j)=-B1(ROWINB,1)/A1(1,2);
end
end
end
end

```

```

function[A,B]=cident(W,T,Q,DS,DT)
th=iv4([CWCT Q DS DT DT*0+1]),[1[1 1 1 1 1][1 1 1 1 1]);
[B1,A1]=cont(th);
A(1,1)=-A1(1,2);
A(1,2:3)=B1(1:2,2)';
B(1,:)=B1(3:5,2)';
th1=iv4([CW T DS DT DT*0+1]),[1[1 1 1 1 1][1 1 1 1 1]);
[B1,A1]=cont(th1);
A(3,3)=-A1(1,2);
A(3,1:2)=B1(1:2,2)';
B(3,:)=B1(3:5,2)';
A(2,3)=1;

```



Litteraturreferenser.

Aström Wittenmark (1984) : Computer controlled systems.  
Prentice-Hall förlag.

Källström C G (1982) : Identification and adaptive  
Liber förlag. control applied to ship  
steering.

Formelsamling TTT  
Lunds Tekniska Högskola.

Axel Johnson institutet : Hydrodynamiska krafter och  
för industriforskning. moment för undervattens  
(pärm) farkoster.

Söderberg Peter : Vågor och fartygsrörelser.  
Chalmers Göteborg

Feldman J : DTNSRDC revised standard sub-  
Taylor D Naval Ship marine equations of motion.  
Research Center.  
Bethesda Maryland 20084

The Math Works (1985) : Matlab manual.  
Incorporate

Ljung L (1987) : System Identification-  
Prentice-Hall Theory for the user.