

CODEN:LUTFD/(TFRT-5289)/1-051/(1983)

MODELL OCH STYRNING AV TVAMOTORPROCESS  
MED KOPPLADE LIKSTRÖMSMOTORER

SÖREN GIVER

INSTITUTIONEN FÖR REGLERTEKNIK  
LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA

SEPTEMBER 1983

<b>LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY</b> DEPARTMENT OF AUTOMATIC CONTROL Box 725 S 220 07 Lund 7 Sweden		Document name Report	
		Date of issue September 83	
		Document number CODEN:LUTFD/(TFRT-5289)/(1-051)/(1983)	
Author(s)  Sören Giver		Supervisor Björn Wittenmark	
		Sponsoring organization	
Title and subtitle Modell och styrning av tvåmotorprocess med kopplade likströmsmotorer. (Model and control of process with coupled DC-motors.)			
Abstract  <p>The goal of this work is to build a dynamic model for a scalemodel of a process with coupled drives, using frequency and step-response analysis and to construct a regulator for this model. The scale-model, constructed by the English company Tecquipment, is primarily intended for laboratory use by students.</p> <p>The main problem is to reduce the interaction between the dynamics of the tension and the dynamics of the speed in the material which is transported between the DC-motors. This is solved by introducing a decoupling device in the regulator which makes it possible to control speed and tension with two independant control signals.</p> <p>A model based on physical laws has been constructed and simulations have shown satisfactory resemblances to the real system.</p>			
Key words			
Classification system and/or index terms (if any)			
Supplementary bibliographical information			
ISSN and key title			ISBN
Language Swedish	Number of pages 51	Recipient's notes	
Security classification			

Distribution: The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 lubbis lund.

## FÖRORD

Detta examensarbete har utförts vid institutionen för reglerteknik vid Lunds tekniska högskola. Examensarbetet behandlar matematisk modellbyggnad och reglering av en tvåmotorprocess i skalutförande.

Författaren vill rikta ett stort tack till handledare Björn Wittenmark och övriga på institutionen som under arbetet bistått med värdefull hjälp.

Sören Giver

Lund i augusti 1983

## INNEHALLSFÖRTECKNING

1. Inledning
2. Beskrivning av utrustningen
  - 2.1 Skalmodellen
  - 2.2 Manöverpanelen
  - 2.3 Filtrering av utsignaler
3. Modellbyggnad
  - 3.1 Mätarmen
  - 3.2 Bandet
  - 3.3 Mättrissan
  - 3.4 DC-motorerna
  - 3.5 Översiktsmodell
4. Modellen på tillståndsform
  - 4.1 Val av insignaler och tillståndsekvationer
  - 4.2 Hastighetsmodellen
  - 4.3 Spänningsmodellen
5. Experimentiell bestämning av systemkonstanter
  - 5.1 Kalibreringskonstanter
  - 5.2 Fjäderkonstanter
  - 5.3 Tidskonstanter
  - 5.4 Motorkonstanter
  - 5.5 Övriga konstanter
6. Simulering av modellen
  - 6.1 Steg- och frekvenssvar för bandhastigheten
  - 6.2 Steg- och frekvenssvar för bandspänningen
  - 6.3 Slutliga systemekvationer
7. Störningar
  - 7.1 Störningarnas ursprung
  - 7.2 Experimentella försök
8. PI-reglering
  - 8.1 Reglering av enbart bandhastigheten
  - 8.2 Reglering av enbart bandspänningen
  - 8.3 Reglering av hastighet och spänning samtidigt
9. Referenser
  - Appendix A: Förteckning över använda beteckningar
  - Appendix B: Beskrivning av modellen i SIMNON.

## Kap. 1 Inledning

Ett vanligt förekommande industriellt problem är styrning av processer där materialtransport sker mellan drivande enheter, t.ex. vid pappers- och textiltillverkning. Problemet består i att reglera spänningen och hastigheten på materialet oberoende av varandra.

Föreliggande examensarbete har haft som mål att skapa en matematisk beskrivning av en existerande skalmmodell vilken beskriver de väsentliga egenskaperna i en sådan process samt att reglera densamma.

Skalmodellen, vilken närmare beskrives i kap.2, utgöres av två drivande servomotorer mellan vilka materialet transporteras, här ersatt med ett elastiskt band, samt en mätutrustning för mätning av bandets hastighet och spänning.

I kap.3 utföres den matematiska modellbyggnaden där de ingående delsystemens egenskaper beskrives med linjära fysikaliska samband. Utifrån de så erhållna rörelseekvationerna bildas sedan i kap.4, med lämpliga val av styr signaler och tillståndsvariabler, två separata delsystem. Det ena beskriver dynamiken för bandspänningen och det andra bandhastighetens dynamik.

De konstanter som ingår i den matematiska modellen bestämmes med experimentella metoder vilka närmare beskrives i kap.5. Dessa konstanter justeras sedan för att anpassa modellens stegsvar och frekvenssvar till det verkliga systemets. I kap.6 återges resultatet av simuleringen av modellen och de slutliga systemekvationerna beräknas efter justering av systemkonstanterna.

De störningar som förekommer i det verkliga systemet behandlas i kap.7. Enligt den uppställda modellen finns ingen korsverkan mellan delsystemen "bandhastighet" och "bandspänning". En del av de antaganden som har gjorts, t.ex. att bandet inte slirar mot trissorerna, är dock inte helt korrekta vilket har resulterat i en viss korsverkan mellan delsystemen.

Slutligen har processen reglerats med PI-regulatorer. Regleringen försvårades något av de störningar som förekommer men man uppnådde dock en relativt bra reglering med en enkel regulator. Resultaten av regleringen visas i kap.8 där även kopplingsschema för regulatorerna finns återgivna.

## Kap.2 Beskrivning av utrustningen

Tvåmotorprocessen ingår i en serie skalmodeller avsedda för undervisning vilka tillverkas av det Engelska företaget Tecquipment. Apparaterna är anpassade till laborationsbruk och kan enkelt anslutas till och styras av 10-volts analogmaskiner. Utrustningen utgöres av en skalmodell samt en tillhörande manöverdel från vilken processen styres.

### 2.1 Skalmodellen

Modellen består i huvudsak av tre delar:

- Två identiska DC-motorer med självcentrerande drivtrissor.
- En mätarm för hastighet- och spänningsmätning.
- Ett elastiskt band som sammanbinder motorer och mätarm.

Likströmsmotorerna (M1 och M2) som driver bandet bör vara så identiska som möjligt för att underlätta modellbygge och reglering. Dessa är försedda med tachogeneratorer för mätning av motorhastigheterna samt med drivtrissor vilka är konstruerade så att bandet centreras automatiskt på dessa. Man bör vara uppmärksam på förändringar i tachosignalens utseende då kolen i tachogeneratorerna lätt kan komma ur sitt rätta läge och då orsakar en brusig utsignal.

Mätarmen (A) är upphängd i en fjäder (F) och en potentiometer (P). Med hjälp av trimskruven (S1) kan man justera armens stationära läge och med skruven (S2) kan man låsa armen i horisontellt läge om så önskas. Potentiometern möjliggör mätning av fjäderns förlängning och därmed även bandspänningen.

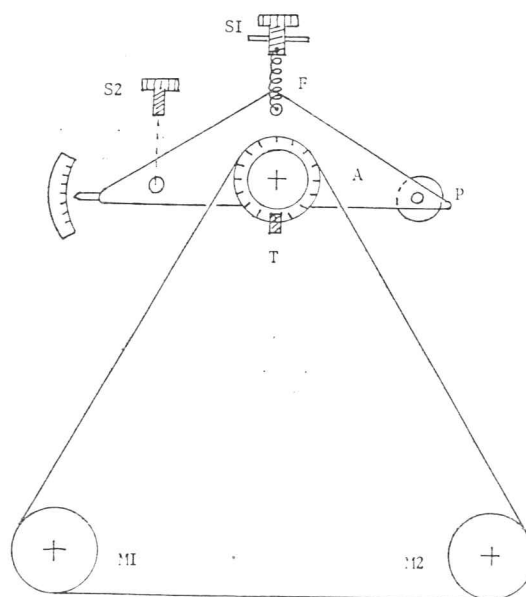
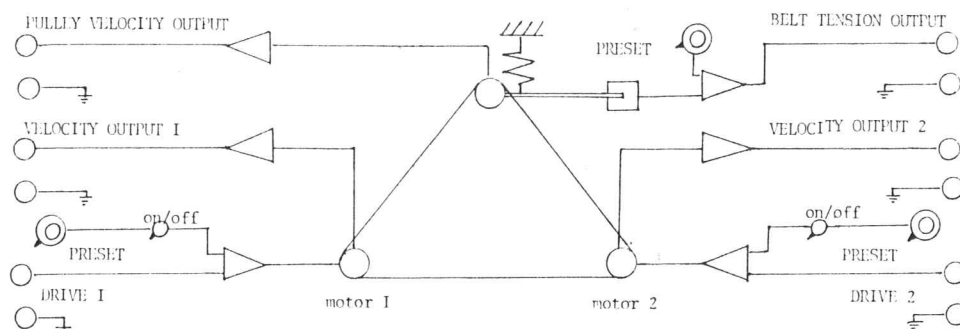


Fig.1 Skalmodellen

På armen sitter mättrissan (T) på vilken en slitsförsedd skiva är fastsatt. Då trissan roterar passerar slitsarna en ljusstråle som är riktad mot en fotodetektor. Den pulsformade signalen från detektorn integreras sedan i manöverpanelen till en signal som är proportionell mot trissans vinkelhastighet. Slitsarnas inbördes avstånd är halverat på två ställen (för varvräkning t.ex.) och dessa två extra slitsar bör tejpas för vid körning av processen för att få en jämn hastighetssignal.

## 2.2 Manöverpanelen

Manöverpanelens principiella utseende återges i fig.2 nedan. Det finns två ingångar och fyra utgångar på panelen samt möjligheter till vissa förinställningar.



**Fig.2 Manöverpanelen**

Till de två ingångarna DRIVE 1 och DRIVE 2 anslutes DC-motorernas drivspänningar, vilka bör ligga i området  $\pm 10$  volt. Motorerna roterar medurs om signalen är positiv. Med de två nedre PRESET-knapparna finns det möjlighet att addera en variabel styrspänning (ca.  $\pm 5$  volt) till de yttre drivspänningarna. Med omkopplaren i läge OUT adderas ingen spänning.

Tachosignalerna från motorerna återfinnes efter filtrering och förstärkning i manöverboxen på utgångarna VELOCITY OUTPUT 1 och VELOCITY OUTPUT 2. Dessa ut signaler är brusfria och behöver inte filtreras ytterligare. Ut signalen är positiv om motorn roterar medurs.

Den pulsformade signalen från fotodetektorn pulsformas, integreras och förstärks i manöverboxen och är därefter kopplad till utgången PULLEY VELOCITY OUTPUT. Denna ut signal är dock mycket brusig och bör följas av ett extra lågpassfilter med lämlig brytfrekvens (Se kap. 2.3).

Den fjärde ut signalen, BELT TENSION OUTPUT, är proportionell mot armens vertikala läge. Signalen är positiv om bandet spännes, d.v.s. om armen går uppåt. Även denna ut signal bör filtreras då den innehåller ett flertal högfrekventa störningar. Här finns också möjlighet att addera en variabel spänning med en PRESET-knapp så att man t.ex. får ut signal noll då armen ligger horisontellt (Se kap. 2.3).

För samtliga fyra ut signaler gäller att de ligger i området  $\pm 10$ V.

### 2.3 Filtrering av ut signaler

Som nämnts i kap.2.1 och 2.2 så bör ut signalerna för bandets tillstånd ,PULLEY VELLOLOCITY OUTPUT och BELT TENSION OUTPUT, filtreras efter utgångarna på manöverpanelen.

Hastighetssignalens brusfrekvens, vilken är proportionell mot mättrissans vinkelhastighet, ligger i området 200 - 6000 Hz. Störningarna härstammar från fotodetektorns pulsformade insignal till manöverpanelen där filtreringen inte är tillräcklig. Brusets amplitud ligger runt 0.5 Volt.

Spänningssignalen har två bruskomponenter, dels en nätstörning med dubbla nätfrekvensen 100 Hz och amplitud på ca.0.25V, dels en överlagrad störning från fotodetektorn med en amplitud på ca.0.7V och vars frekvens är samma som hastighetssignalens störningsfrekvens d.v.s. 200 - 6000 Hz.

För att filtrera bort dessa störningar kan man använda sig av ett vanligt RC-lågpasfilter (se fig.3). Filtrets brytfrekvens bör ligga en bit över de intressanta resonansfrekvenserna för systemet. Armens egenfrekvens ligger på ca.6 Hz medan mättrissans ligger något lägre, ca.3 Hz. Med  $R = 10k\Omega$  och  $C = 1\mu F$  enligt fig.3 får filtret en brytfrekvens på 16Hz vilket har visat sig vara ett lämpligt värde. Vid mätningarna har två identiska filter enligt fig.3 använts.

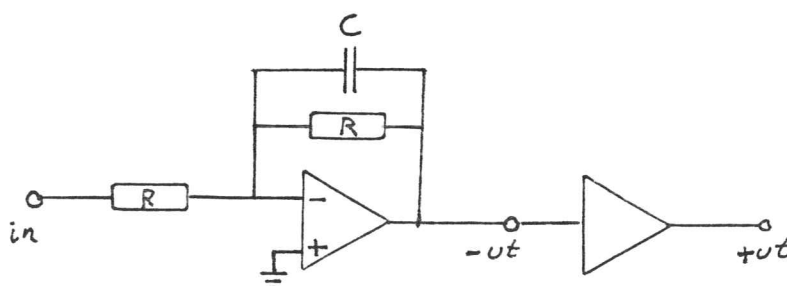


Fig.3 Externt LP-filter

Följande beteckningar gäller i fortsättningen för in- och ut signaler:

Insignaler:  $V_{i1}$  : DRIVE 1  
 $V_{i2}$  : DRIVE 2

Ut signaler:  $V_{o1}$  : VELOCITY OUTPUT 1 ;(ofiltrerad)  
 $V_{o2}$  : VELOCITY OUTPUT 2, ;(ofiltrerad)  
 $V_p$  : PULLEY VELOCITY OUTPUT ;(filtrerad)  
 $V_t$  : BELT TENSION OUTPUT ;(filtrerad)



### Kap. 3 Modellbyggnad

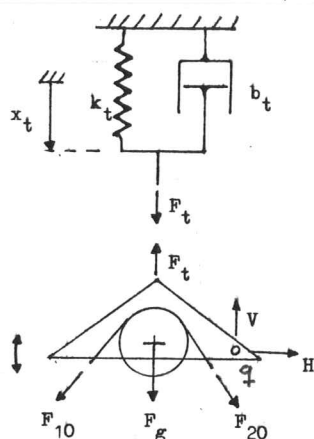
Den matematiska modellbyggnaden av tvåmotorprocessen beskrivs i detta kapitel. Systemet dekomponeras i mindre delsystem och i kap. 3.1 t.o.m. kap. 3.4 anges vilka förenklingar och antaganden som gjorts för delsystemen och använda rörelseekvationer härleds från kraft- och momentekvationer. I kap. 3.5 ges slutligen en översiktsmodell av processen samt en förteckning över samtliga systemparametrar, tillståndsvariabler och uppställda rörelse-ekvationer.

#### 3.1 Modell av mätarmen

Vi betraktar det frilagda systemet "mätarm plus mättrissa" vilket är upphängt i en fjäder samt lagrat i punkten  $q$  (se fig. 4). Vid små utslag antages systemets masscentrum röra sig vertikalt, d.v.s. att vinkeln  $\alpha$  är konstant. De yttre krafter och som verkar på systemet är:

- $F_t$  : Kraftverkan från fjädern.
- $F_{10}$  och  $F_{20}$  : Kraftverkan från banddelarna.
- $H$  och  $V$  : Lagerkrafter i  $q$
- $F_g$  : Tyngdkraften.

Dämpningen till följd av friktionsmomentet i lagringspunkten och dämpningen i fjädern, vilka båda antages vara proportionella mot  $x_t$ , beskrives av en gemensam konstant  $b_t$ .



- $x_t$  = Armens vertikala läge.
- $k_t$  = Fjäderkonstant.
- $m_t$  = Systemets massa.
- $b_t$  = Dämpning i fjäder och lagring.

Fig. 4 Friläggning av mätarmen

Kraftekvationerna för det frilagda systemet i fig.4 blir nu:

$$(\downarrow): \quad m_t \ddot{x}_t = (F_{10} + F_{20}) \cos \alpha - F_t + F_g - V \quad (3.1.1)$$

$$(\rightarrow): \quad 0 = H \quad , (\text{Små utslag})$$

Om vi låter  $\Delta$  beskriva avvikelser från horisontellt jämviktsläge och 'o' beteckna storheter i jämviktsläget, d.v.s

$$x_t = x_t^o + \Delta x_t \quad ,$$

$$F_t = F_t^o + \Delta F_t \quad , \quad F_{10} = F_{10}^o + \Delta F_{10} \quad , \quad F_{20} = F_{20}^o + \Delta F_{20}$$

så kan vi skriva ekvation (3.1.1) som

$$\begin{aligned} m_t \Delta \ddot{x}_t &= (\Delta F_{10} + \Delta F_{20}) \cos \alpha - \Delta F_t + \\ &+ (F_{10}^o + F_{20}^o) \cos \alpha - F_t^o + F_g - V \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

Vid jämvikt är alla  $\Delta$ -temer noll d.v.s. att nedre raden i ekv. (3.1.2) är noll, och om man antar att ändingarna i lagerkraften  $V$  är försummbara så får man:

$$m_t \Delta \ddot{x}_t = (\Delta F_{10} + \Delta F_{20}) \cos \alpha - \Delta F_t$$

För att undvika  $\Delta$ -prefixet införs nu istället  $x_t$ ,  $F_{10}$ ,  $F_{20}$  och  $F_t$  som avvikelser från jämviktsläget, så att dessa storheter är noll vid jämvikt. Man får då:

$$m_t \ddot{x}_t = (F_{10} + F_{20}) \cos \alpha - F_t \quad (3.1.3)$$

För modellen gäller det linjära sambandet:

$$F_t = K_t x_t + b_t \dot{x}_t \quad (3.1.4)$$

Ekvation (3.1.3) och (3.1.4) ger nu den sluliga rörelseekvationen för armens avvikelser från horisontalläge.

$$m_t \ddot{x}_t + b_t \dot{x}_t + K_t x_t = (F_{10} + F_{20}) \cos \alpha \quad (3.1.5)$$

### 3.2 Modell av bandet

Kvaliteten på de till modellen medföljande elastiska banden är tyvärr inte särskilt god. Banden slits relativt snabbt och de två skarvarna som finns på banden orsakar märkbara störningar vid reglering av processen. Dessutom visar det sig att det är svårt bestämma dämpningen i bandet, då bandet uppvisar olinjära egenskaper. En enkel linjär modell av de tre banddelarna, vars egenskaper anses identiska eftersom bandet roterar och eventuella ojämnheter i bandet då kan försummas, utgår från följande antaganden:

- Varje banddel kan beskrivas av en linjär fjäder med fjäderkonstanten  $k_b$  parallellt med en linjär viskös dämpningsenhet med dämpningskonstanten  $b_b$  (se fig.5).
- Krafterna på trissorna från en banddel är lika och motriktade.
- Bandet slirar inte på trissorna, d.v.s att banddelarna endast påverkar varandra indirekt via trissorna.

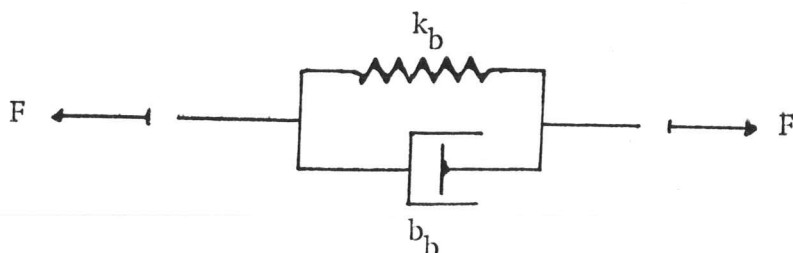


Fig.5 Modell av bandet.

För att beskriva banddelarnas tillstånd används tillståndsvariablerna  $x_{10}$ ,  $x_{20}$  och  $x_{12}$  vilka betecknar respektive dels töjning från jämviktläget. De i figur 6 markerade hastigheterna ( $v_1, v_2, \dots$ ), som är banddelarnas absoluthastigheter i ändorna relativt någon fix referensram, kan uttryckas i trissornas vinkelhastigheter och mätarmens rörelse enligt

$$\begin{aligned} v_1 &= w \cdot R - \dot{x}_t \cdot \cos\alpha \\ v_2 &= w \cdot R + \dot{x}_t \cdot \cos\alpha \\ v_3 &= w_1 \cdot R \\ v_4 &= w_2 \cdot R \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

Banddelarnas töjningshastighet ges då av

$$\begin{aligned} \dot{x}_{10} &= v_1 - v_3 = (w - w_1)R - \dot{x}_t \cdot \cos\alpha \\ \dot{x}_{20} &= v_4 - v_2 = (w_2 - w)R - \dot{x}_t \cdot \cos\alpha \\ \dot{x}_{12} &= v_3 - v_4 = (w_1 - w_2)R \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

och kraftekvationerna för de tre banddelarna fås som

$$\begin{aligned} F_{10} &= k_b x_{10} + (w - w_1)R \cdot b_b - \dot{x}_t \cdot \cos\alpha \cdot b_b \\ F_{20} &= k_b x_{20} + (w_2 - w)R \cdot b_b - \dot{x}_t \cdot \cos\alpha \cdot b_b \\ F_{12} &= k_b x_{12} + (w_1 - w_2)R \cdot b_b \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

### 3.3 Modell av mättrissan

För att beskriva den övre trissans rotation införs trissans tröghetsmoment  $J$ , samt dämpningskonstanten  $b$  som beskriver lagerfriktionen. Med beteckningarna enligt fig.7, sid.11 gäller då:

$$J \cdot \dot{w} = R \cdot (F_{20} - F_{10}) - b \cdot w$$

Inför nu mättrissans tidskonstant  $T_0$  och konstanten  $K_0$  enligt:  $T_0 = J/b$  och  $K_0 = R/b$ . Då ger ovanstående att

$$\dot{w} = - \frac{w}{T_0} - \frac{K_0 (F_{10} - F_{20})}{T_0} \quad (3.3.1)$$

### 3.4 Modell av DC-motorerna

Motorerna inklusive tachogeneratorer och trissor modelleras som första ordningens system. En korrektare beskrivning av servomotorn tar även hänsyn till den tröghet som uppkommer vid höga frekvenser till följd av självinduktion i motorlindningarna. Vid måttliga frekvenser kan den elektriska tidskonstanten dock försummas jämfört med den större mekaniska tidskonstanten, vilken innefattar tröghetsmoment och friktionsmoment i motor samt trissa.

Motorerna påverkas utifrån dels av inspänningen och dels av det resulterande momentet på trissan. Motorns vinkelhastighet ges av:

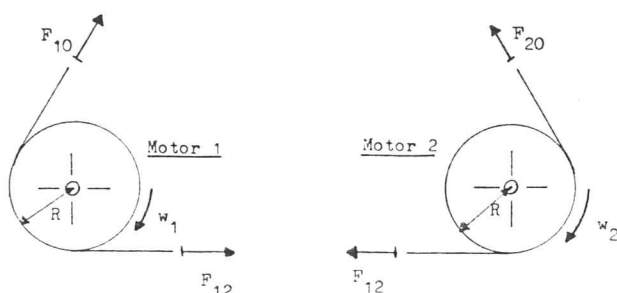
$$w(s) = \frac{\text{konst.} \cdot [\text{Inspänning}] - \text{konst.} \cdot [\text{Belastande moment}]}{(1 + s \cdot [\text{Mekanisk tidskonstant}])}$$

Om det antages att motorerna är identiska så får man, med beteckningarna i fig.6, för motor 1:

$$\dot{w}_1 = - \frac{w_1}{T_m} + \frac{K_1 V_{i1}}{T_m} - \frac{K_2 (F_{12} - F_{10})}{T_m} \quad (3.4.1)$$

och för motor 2:

$$\dot{w}_2 = - \frac{w_2}{T_m} + \frac{K_1 V_{i2}}{T_m} - \frac{K_2 (F_{20} - F_{12})}{T_m} \quad (3.4.2)$$



**Fig.7 DC-motorerna**

### 3.5 Översiktsmodell

Figur 7 nedan visar sammankopplingen mellan de linjära delsystemen mätarm, band, mättrissa och motorer. Använda beteckningar och referensriktningar är markerade i figuren. Alla markerade krafter avser de kraftändringar som tillkommer vid avvikelser från jämviktsläget då mätarmen är horisontell och motorerna står stilla.

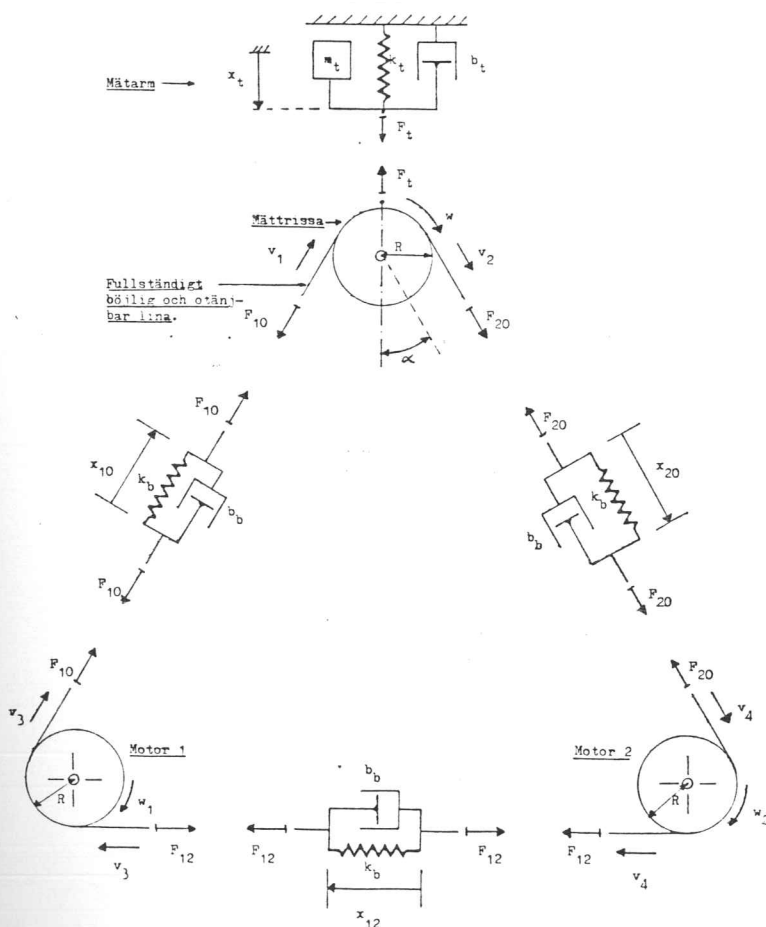


Fig. 7

#### Använda systemkonstanter

R	Trissornas radie
$m_t$	Armens reducerade massa
$b_t$	Armens dämpning i fjäder och lager
$k_t$	Fjäderkonstant för övre fjädern
$b_b$	Bandets dämpningskonstant
$k_b$	Bandets fjäderkonstant
$T_m$	Motorernas tidskonstant

$T_o$	Mättrissans tidskonstant
$K_1$	Motorkonstant (spänningsdelen)
$K_2$	Motorkonstant (belastningsdelen)
$K_o$	Konstant i mättrissans rörelseekvation
cc	Kalibreringskonstant för trissorn
aa	Kalibreringskonstant för potentiometern

Översikt över samtliga rörelseekvationer för modellen.

$$\ddot{m}_t x_t + b_t \dot{x}_t + k_t x_t = \cos \alpha (F_{10} + F_{20}) \dots \dots \dots (A)$$

$$\dot{x}_{10} = (w - w_1)R - \dot{x}_t \cos \alpha \dots \dots \dots (B)$$

$$\dot{x}_{20} = (w - w_2)R - \dot{x}_t \cos \alpha \dots \dots \dots (C)$$

$$\dot{x}_{12} = (w_1 - w_2)R \dots \dots \dots (D)$$

$$\dot{w}_1 = -\frac{w_1}{T_m} + \frac{K_1 V_{i11}}{T_m} - \frac{K_2 (F_{12} - F_{10})}{T_m} \dots \dots \dots (E)$$

$$\dot{w}_2 = -\frac{w_2}{T_m} + \frac{K_1 V_{i12}}{T_m} - \frac{K_2 (F_{20} - F_{12})}{T_m} \dots \dots \dots (F)$$

$$\dot{w} = -\frac{w}{T_o} - \frac{K_o (F_{10} - F_{20})}{T_o} \dots \dots \dots (G)$$

$$F_{10} = k_b x_{10} + b_b R (w - w_1) - \dot{x}_t b_b \cos \alpha \dots \dots \dots (H)$$

$$F_{20} = k_b x_{20} + b_b R (w_2 - w) - \dot{x}_t b_b \cos \alpha \dots \dots \dots (I)$$

$$F_{12} = k_b x_{12} + b_b R (w_1 - w_2) \dots \dots \dots (J)$$

Vid bildandet av systemekvationerna i kap.4 används förutom ovanstående rörelseekvationer även ett geometriskt samband mellan fjäderns förlängning och den totala bandtöjningen. Härledningen av detta samband utgår ifrån antagandet att man har små svängningar, d.v.s att vinkeln  $\alpha$  anses konstant men är för övrigt enkel. Sambandet lyder:

$$x_{10} + x_{20} + x_{12} = - \frac{1.50}{\cos\alpha} x_t \dots\dots\dots (K)$$



#### Kap.4 Modellen på tillståndsform

Efter att ha bestämt den matematiska modellen för systemet i föregående kapitell, är vi nu redo att beskriva systemet på lämplig tillståndsform. I detta kapitell visas hur man med lämpligt val av insignaler och tillståndsvariabler kan skapa två fullständigt separerade delsystem för bandhastigheten och bandspänningen.

##### 4.1 Val av insignaler och tillståndsvariabler.

Syftet med modellbygget är att separera bandhastighetens dynamik från band spänningens. En direkt användning av insignalerna  $V_{i1}$  och  $V_{i2}$  för att styra utsignalerna  $V_p$  och  $V_s$  leder till ett relativt komplicerat blockdiagram för kopplingen mellan dessa in- och utsignaler, vars principiella utseende visas i fig.8 nedan.

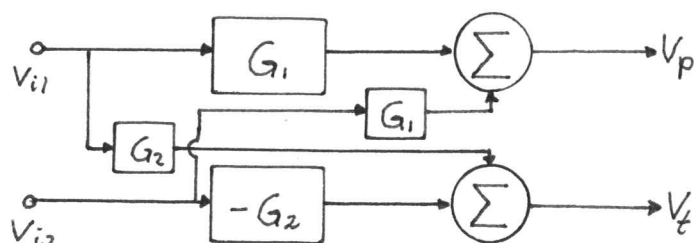


Fig.8 Blockdiagram för kopplingen  $V_{i1}, V_{i2} - V_p, V_t$ .

För att undvika denna oönskade korsverkan införs nu två nya insignaler enligt följande resonemang:

Om insignalerna ökas lika mycket så ökar bandhastigheten men band spänningen bör vara relativt oförändrad. Om däremot  $V_{i2}$  minskas lika mycket som  $V_{i1}$  ökas, bör detta inte inverka på hastigheten men däremot på spänningen. Ett logiskt val av styrsignaler är alltså:

$$\begin{cases} U_H = (V_{i1} + V_{i2})/2 & ; \text{Styrsignal för bandhastighet.} \\ U_S = (V_{i1} - V_{i2})/2 & ; \text{Styrsignal för bandspänning.} \end{cases}$$

Genom att använda  $U_H$  och  $U_S$  som styrsignaler till processen, försvinner korskopplingen i fig.8. Fig.9 nedan visar hur insignal transformationen realiseras samt det nu förenklade blockschemat. Observera att det dock förekommer en viss korskopplingen i det verkliga systemet som inte fullständigt kan beskrivas av den förenklade matematiska modellen som här används. All korsverkan betraktas i fortsättningen som störningar vilkas ursprung behandlas i kap.7 .

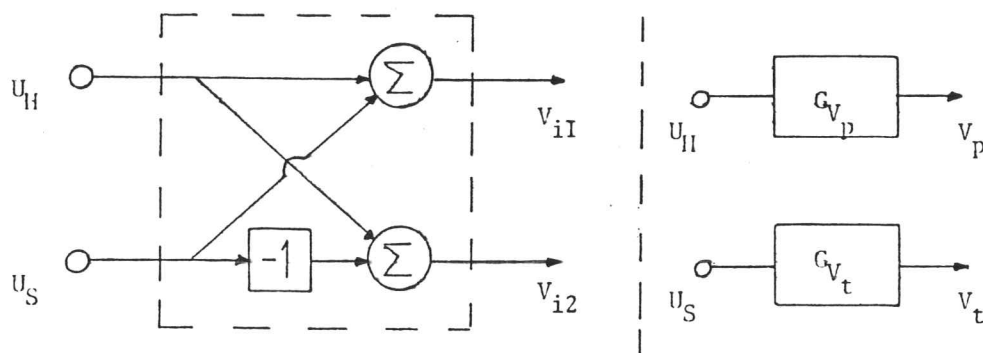


Fig.9 Blockdiagram för kopplingen mellan  $U_H, U_S$  och  $V_p, V_t$  .

Vid modellbygget i kap.3 användes följande åtta tillståndsvariabler:

$$\dot{x}_t, x_t, x_{10}, x_{20}, x_{12}, w, w_1 \text{ och } w_2 .$$

Med sambandet (K) kan man eliminera en av x-variablerna, då dessa fyra är geometriskt beroende. Detta ger sju oberoende tillståndsvariabler med vilka man fullständigt kan beskriva systemets tillstånd enl.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

där A är en 7x7-matris. Det är emellertid möjligt, med lämpliga linjärkombinationer av ovanstående tillståndsvariabler, att dela upp A-matrisen i två separata block, d.v.s. dekomponera systemet i två separata delsystem.

#### 4.2 Hastighetsmodellen

Bandhastigheten påverkas i huvudsak av följande linjärkombinationer av tillståndsvariabler:

$$[ x_{10} - x_{20}, w, w_1 + w_2 ]$$

Vid den följande härledningen av systemekvationerna för bandhastigheten, refererar bokstäverna inom parentes till de i kap.3.5 uppställda rörelseekvationerna för systemet.

$$\frac{d}{dt}(x_{10} - x_{20}) = (B, C) = 2Rw - R(w_1 + w_2)$$

$$\frac{d}{dt}(w) = (G, H, I) =$$

$$= \left[ -\frac{K_o K_b}{T_o} \right] (x_{10} - x_{20}) + \left[ -\frac{(1+2RK_o b_b)}{T_o} \right] w + \left[ \frac{RK_o b_b}{T_o} \right] (w_1 + w_2)$$

$$\frac{d}{dt}(w_1 + w_2) = (F, G, H, I, J) = \left[ \frac{K_2 K_b}{T_m} \right] \cdot (x_{10} - x_{20}) +$$

$$+ \left[ \frac{2RK_2 b_b}{T_m} \right] w + \left[ -\frac{(1+RK_2 b_b)}{T_m} \right] (w_1 + w_2) + \left[ \frac{2K_1}{T_m} \right] \cdot U_H$$

### 4.3 Spänningsmodellen

Bandspänningen påverkas i huvudsak av följande linjärkombinationer av tillståndsvariabler:

$$[ x_t, \dot{x}_t, x_{12}, w_1 - w_2 ]$$

och med hjälp av rörelseekvationerna A-K får man följande uttryck för tidsderivatorna av dessa tillståndsvariabler:

$$\frac{d}{dt}(x_t) = \dot{x}_t$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\dot{x}_t) = (A, H, I, K) = & \left[ -\frac{(K_t + 1.5K_b)}{m_t} \right] \cdot x_t + \left[ -\frac{(b_t + 1.5b_b)}{m_t} \right] \cdot \dot{x}_t + \\ & + \left[ -\frac{K_b \cos \alpha}{m_t} \right] \cdot x_{12} + \left[ -\frac{Rb_b \cos \alpha}{m_t} \right] \cdot (w_1 - w_2) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt}(x_{12}) = (D) = R(w_1 - w_2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(w_1 - w_2) = (E, F, H, I, J, K) = & \left[ -\frac{1.5K_2 K_b}{T_m \cos \alpha} \right] \cdot x_t + \left[ -\frac{2K_2 b_b \cos \alpha}{T_m} \right] \cdot \dot{x}_t + \\ & + \left[ -\frac{3K_2 K_b}{T_m} \right] \cdot x_{12} + \left[ -\frac{(1 + 3RK_2 b_b)}{T_m} \right] \cdot (w_1 - w_2) + \left[ \frac{2K_1}{T_m} \right] \cdot U_S \end{aligned}$$

## Kap.5 Experimentell bestämning av systemkonstanter

I detta kapitel redovisas de mätmetoder som använts vid bestämningen av de konstanter som ingår i den matematiska modellen av tvåmotorprocessen. I samband med mätningarna framgick att det verkliga systemet på många punkter inte följde den uppställda matematiska modellen. Speciellt uppvisade det elastiska bandet olinjära egenskaper som inte beskrives av den linjära modellen.

### 5.1 Kalibreringskonstanter

#### Kalibrering av hastighetssignalerna

Det råder ett linjärt samband mellan trissornas vinkelhastigheter och respektive spänningsutsignal. För att underlätta modellbygget, justeras förstärkarstegen för  $V_{o1}$  och  $V_{o2}$  i manöverpanelen så att man får samma proportionalitetskonstant för de tre hastighetssignalerna. Detta göres genom att lossa skruvarna som fäster frontpanelen och sedan variera potentiometrarna märkta P6 resp. P7 på kretskortet. Observera att förstärkningen kan ha ändrats om utrustningen inte använts under en längre tid och att det kan vara nödvändigt med ytterligare justeringar. För vinkelhastigheterna gäller att:

$$V_p = cc \cdot w, \quad V_{o1} = cc \cdot w_1 \quad \text{och} \quad V_{o2} = cc \cdot w_2$$

För att bestämma  $cc$  använder man lämpligen uppställningen som visas i fig.10 på

nästa sida. Bandet sättes på och motorerna parallellkopplas till en gemensam insignal. Vid stationärt tillstånd, då alla derivator är noll, gäller att  $w=w_1=w_2$ . Vinkelhastigheten uppmättes nu genom att koppla den ofiltrerade och pulsformade utsignalen  $V_p$  till ett AC-kopplat oscilloskop och där bestämma tiden  $T_p$  mellan två ljuspulser (se fig.10). Eftersom mättrissan har 18 slitsar ges vinkelhastigheten av:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega = \frac{2\pi}{18T_p} = \frac{\pi}{9T_p}$$

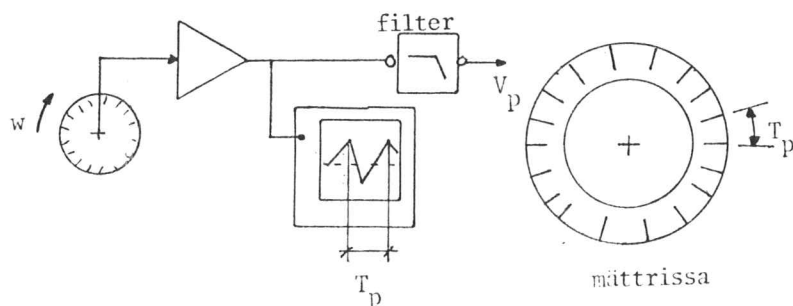


Fig.10 Kalibrering av tachosignaler

Mätresultat: Ett linjärt samband mellan vinkelfrekvens och tachosignal erhålles i samtliga tre fallen vilket visas i nedanstående kalibreringskurva (fig.11). Riktningskoefficienten bestämmes med minsta-kvadrat metoden till:

$$cc = 0.033 \left[ \frac{\text{Volt}}{\text{rad/s}} \right]$$

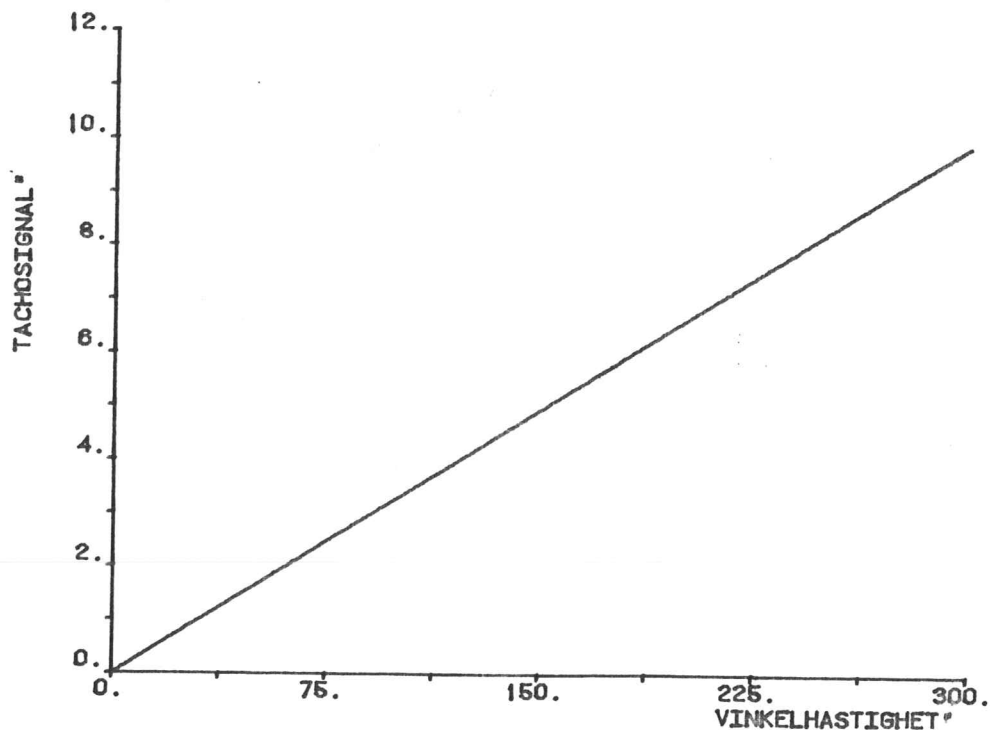


Fig.11 Kalibreringskurva för tachosignalerna

Observera att utsignalen  $V_p$  alltid är positiv, oberoende av mättrissans rotationsriktning, men att  $V_{o1}$  och  $V_{o2}$  både kan vara positiva och negativa beroende på motorernas rotationsriktning.

### Kalibrering av spänningssignalen

Det råder ett linjärt samband mellan  $x_t$ , fjäderns förlängning neråt, och  $V_t$ , spänningssignalen från potentiometern.  $V_p$  är positiv då armen rör sig uppåt vilket innebär att konstanten  $aa$  i nedanstående samband är negativ.

$$V_t = aa \cdot x_t$$

Uppmätningen av  $aa$  göres enklast genom att ta av bandet och belasta mätarmen med vikter.  $x_t$  avläses med ett skjutmått (gärna ett stående för att få större noggrannhet) och  $V_t$  avläses efter filtrering med en voltmeter. Trögheten i fjädern begränsar noggrannheten i avläsningen av  $x_t$ . Följande värde på  $aa$  erhöles:

$$aa = -1050 \text{ (volt/meter)}$$

### 5.2 Fjäderkonstanter

Bestämning av  $k_t$ . För den övre fjädern gäller vid stationärt läge:

$$F_t = k_t \cdot x_t$$

$k_t$  bestäms genom att belasta mätarmen med kända precisionsvikter på ca. 0 - 1.5 kg med bandet borttaget och därefter mäta fjäderns förlängning med skjutmått. Mätningarna visade att fjädern kan betraktas som linjär med fjäderkonstanten

$$k_t = 1.0 \text{ N/mm} = 1.0 \cdot 10^3 \text{ N/m}$$

Bestämning av  $k_b$ . Banddelarnas fjäderkonstant  $k_b$  uppmättes på följande sätt:

Bandet sättes på och mätningarna utföres med motorernas lägen fixerade. I stationärt tillstånd råder följande kraftjämvikt:

$$k_t \cdot x_t = k_b \cdot \cos\alpha \cdot (x_{10} + x_{20}) ; \alpha = 30 \text{ grader}$$

På bandet markeras fyra linjer så att man kan avläsa  $x_{10}$  och  $x_{20}$  med skjutmått.  $x_t$  fås ur  $V_t$  och  $k_t$  är känd sedan tidigare. Genom att nu vrida motortrissorna etappvis så att  $x_t$  ökar och därefter fixera trissornas lägen kan  $k_b$  bestämmas. Följande värde erhöles på  $k_b$ :  $k_b = 0.11 \text{ N/mm} = 110 \text{ N/m}$

### 5.3 Tidskonstanter

Bestämning av motorernas tidskonstant  $T_m$ : Frekvensanalys på de två motorerna bekräftade att motorerna kan betraktas som första ordningens system vid måttliga frekvenser. För högre frekvenser får man en fas vridning på mer än 90 grader vilket beror på den inducerade back-emk som framträder vid höga frekvenser och motorerna övergår då i andra ordningens system. Ur bodediagrammet nedan avläses tidskonstanten  $T_m$  som det inverterade värdet av den vinkelfrekvens för vilken fasretardationen är 45 grader. På detta sätt erhöles följande värde:

$$T_m = 0.11 \text{ sek.}$$

Bestämning av trissans tidskonstant  $T_o$ : Om bandet tas av så ges mättrissans vinkelhastighet enligt modellen av:

$$\dot{w} = -w/T_o \text{ som har lösningen: } w(t) = w(t=0) \cdot e^{-t/T_o}$$

Genom att för hand snurra igång trissan och sedan låta den rotera fritt kan man ur den dämpade  $V_p$ -signalen bestämma  $T_o$

Mätresultat:  $T_o = 5.9 \text{ sek.}$



#### 5.4 Motorkonstanter

Motorkonstanterna  $K_1$  och  $K_2$  ingår i rörelseekvationerna som beskriver motorernas svar på insignaler och belastande moment. För motor nr:1 gäller enl. kap.3.4 att:

$$\dot{\omega}_1 = - \frac{\omega_1}{T_m} + \frac{K_1 V_{i1}}{T_m} - \frac{K_2 (F_{10} - F_{20})}{T_m}$$

och analogt för motor nr:2.

Om bandet tas av, d.v.s att det belastande momentet är noll, så kan konstanten  $K_1$  bestämmas genom att mäta vinkelhastigheten i stationärt läge. Då gäller att:

$$K_1 = \frac{\omega_1}{V_{i1}} = \frac{V_{o1}}{V_{i1} \cdot cc} \quad ; \quad cc = 0.033 \text{ Vs}$$

Mätningar visade att värdet av  $K_1$  var lika för de två motorerna och relativt konstant.

Konstanten  $K_2$  erhålles t.ex genom att på motortrissan fästa en känd vikt  $M$  med en lina så att vikten vilar mot bordet. Inspänningen  $V_{i1}$  ökas sedan succesivt tills vikten lyftes från bordet.  $K_2$  fås då som:

$$K_2 = \frac{K_1 \cdot V_{i1}}{M \cdot g} \quad ; \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Mätresultat:  $K_1 = 61 \text{ (1/Vs)}$  och  $K_2 = 17 \text{ (Ns)}^{-1}$

#### 5.5 Övriga konstanter

De konstanter som nu återstår att bestämma är:  $m_t$ ,  $b_t$ ,  $b_b$  och  $K_o$ . Två experiment utföres för att fastlägga värdet på dessa konstanter. Tyvärr är resultaten av dessa mätningarna något tvivelaktiga då stora justeringar i värdena har gjorts för att anpassa modellen till det verkliga systemet. Speciellt har  $b_b$  - bandets dämpningskonstant - visat sig vara svår att bestämma tillfredsställande med de här beskrivna experimenten.

Det första experimentet ger värdet på  $m_t$  och  $b_t + 1.5 \cdot b_b$  genom att utnyttja mätarmens egensvängning. Utgå ifrån tillståndsekvationerna för bandspänningen i kap. 4.3. För tillståndsvariabeln  $\dot{x}_t$  gäller då motorerna står stilla och nedre banddelen är otänjd att:

$$\ddot{x}_t + \frac{b_t + 1.5b_b}{m_t} \dot{x}_t + \frac{k_t + 1.5k_b}{m_t} x_t = 0$$

Genom att föra in de nya variablerna  $\omega_0$  och  $\zeta$  kan ovanstående skrivas som:

$$\ddot{x}_t + 2\zeta\omega_0\dot{x}_t + (\omega_0)^2 x_t = 0$$

Lösningen till denna differentialekvation är en dämpad sinussvängning med frekvensen  $f_n = \omega_n/2\pi$  där  $\omega_n = \omega_0\sqrt{1 - \zeta^2}$  och vars amplitud dämpas som  $e^{-\zeta\omega_0 t}$ . För att nu bestämma  $\omega_0$  och  $\zeta$  ges armen ett begynnelsestillstånd  $x_t$  skiljt från noll och släppes varefter signalen  $V_t = aa \cdot x_t$  tages upp på ett minnesoscilloskop. Med beteckningar enligt figuren gäller då:

$$\begin{cases} B = A \cdot e^{-\zeta\omega_0(t_B - t_A)} \\ \omega_0\sqrt{1 - \zeta^2} = \omega_n = 2\pi/T_n \end{cases}$$

På detta sätt erhöles följande resultat:

$$\begin{cases} \omega_0 = 37 \text{ rad/s} \\ \zeta = 0.027 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_t = 0.85 \text{ kg} \\ b_t + 1.5 \cdot b_b = 1.7 \text{ Ns/m} \end{cases}$$

Det andra experimentet ger värdet på  $K_0$  och  $b_b$  och därmed även  $b_t$  med hjälp av resultatet i föregående experiment. I detta experiment utnyttjas den andra av processens egensvängningar, nämligen den dämpade svängning som mättrissan utför om denna vrides bort från jämviktsläget och sedan släppes.

Utgå ifrån tillståndsekvationerna för bandhastigheten i kap. 4.2. För mättrissans vinkelacceleration  $\dot{w}$  gäller:

$$\dot{w} = \left[ -\frac{K_o K_b}{T_o} \right] (x_{10} - x_{20}) + \left[ -\frac{(1+2RK_o b_b)}{T_o} \right] w + \left[ \frac{RK_o b_b}{T_o} \right] (w_1 + w_2)$$

Den sista termen elimineras genom att fixera motorerna i sina lägen samtidigt som banddelen mellan motorerna hålles ospänd.

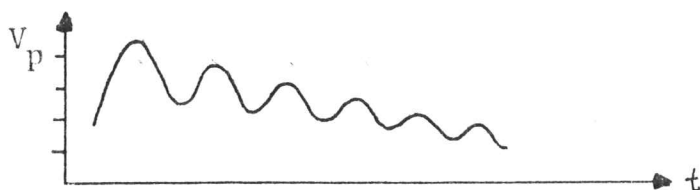
Inför  $\theta$  som trissans vinkelavvikelse från jämviktsläget. Med mätarmen fixerad i höjdlid har vi då:

$$x_{10} = R \cdot \theta, \quad x_{20} = -R \cdot \theta \quad \text{och} \quad \dot{\theta} = w$$

Ovanstående ekvation kan nu skrivas som:

$$\ddot{\theta} + \frac{1 + 2RK_o b_b}{T_o} \dot{\theta} + \frac{2RK_o k_b}{T_o} \theta = 0$$

där  $K_o$  och  $b_b$  är bekanta. Dessa två konstanter bestämmas enligt samma princip som föregående experiment. Här kan  $\theta$  inte mätas direkt eftersom vi endast har tillgång till utsignalen  $V_p$ . Vid mätningar på  $V_p$ -signalen tages hänsyn dels till att det är absolutvärdet av  $w$  man mäter och dels till den begränsade reaktionstiden vid integreringen av tachosignalen. Nedanstående figur visar det principiella utseendet på  $V_p$ -signalen där svängningens periodtid  $T_n$  är markerad.



Med denna mätmetod erhöles följande resultat:

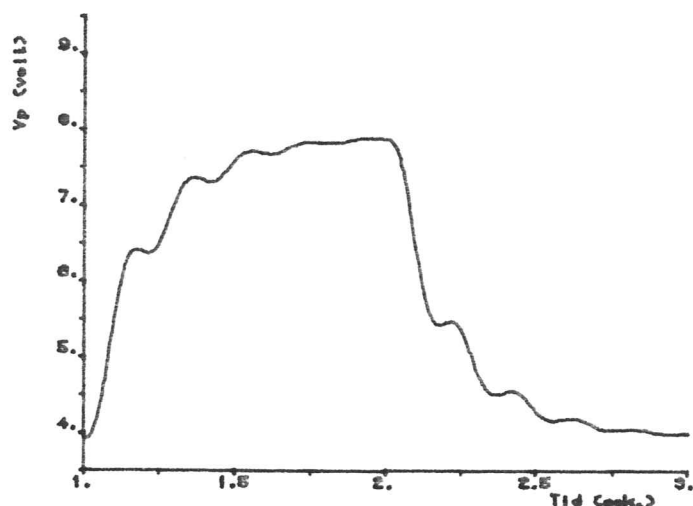
$$\left[ \begin{array}{l} \omega_o = 23.5 \text{ rad/s} \\ \zeta = 0.041 \\ \text{Trissans egenfrekvens} = 3,7 \text{ Hz} \end{array} \right. \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} K_o = 490 \text{ 1/Ns} \\ b_b = 0.35 \text{ Ns/m} \\ b_t = 1.2 \text{ Ns/m} \end{array} \right.$$

## Kap.6 Simulering av modellen

I detta kapitell visas resultaten av simuleringen av den matematiska modellen. Vid simuleringen har programpaketet SIMNON använts och bodediagrammen har ritats med hjälp av programpaketet MODPAC. Stegsvaren och bodediagrammen för det verkliga systemet och modellen jämföres och justeringar av parametervärden göres för att få bättre överensstämmelse.

### 6.1 Steg- och frekvenssvar för bandhastigheten

Nedanstående figur visar stegsvaret för bandhastighetsmodellen då insignalen  $U_H$  är en puls på två volt.



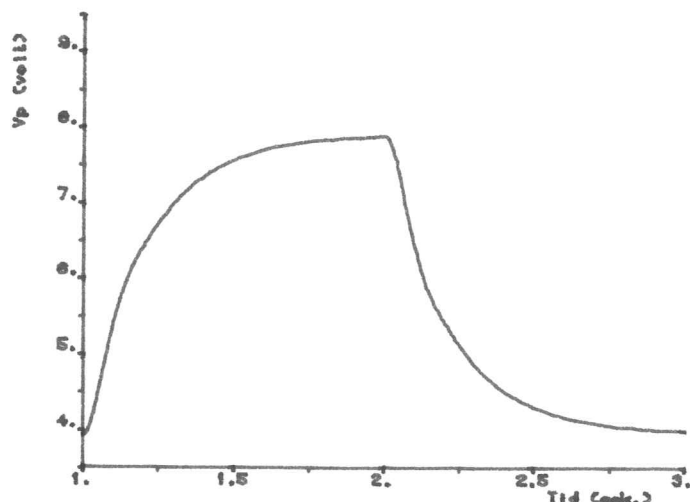
$$U_H = \begin{cases} 4 & ; 1 < t < 2 \\ 2 & ; \text{f. ö.} \end{cases}$$

Detta stegsvaret är betydligt slängigare än det verkliga systemets. De parametrar som påverkar dämpningen i detta stegsvaret är  $T_m$  (Motorernas tidskonstant),  $T_o$  (Mättrissans tidskonstant) och  $b_b$  (Bandets dämpningskonstant). De två tidskonstanterna har uppmätts med tillfredsställande noggrannhet. Dämpningen i bandet har däremot erhållits med en relativt osäker mätmetod. Simuleringarna har visat att det uppmätta värdet  $b_b = 0.35$  är alldeles för lågt. Experimenten i kap.5.5 har dock utförts upprepade gånger med samma resultat. Förklaringar till det felaktiga värdet på  $b_b$  kan ligga i att dämpningen inte är linjärt beroende av tøjningshastigheten samt att bandets egenskaper kan

förändras då systemet är i gång, vilket det inte är då  $b_b$  uppmättes.

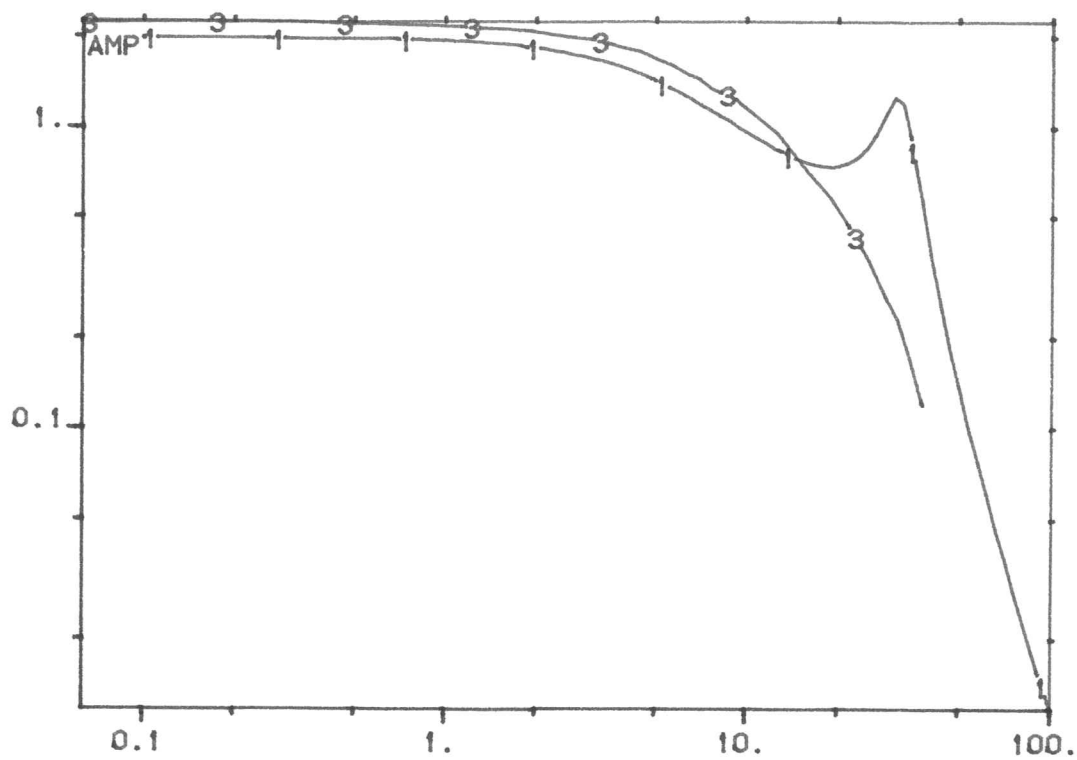
God överensstämmelse mellan simulerat och verkligt stegsvar erhålles för  $b_b$  ungefär lika med tre. Detta nya värde på  $b_b$  ger även ett godtagbart stegsvar i bandspänningsmodellen. I den slutliga modellen ges  $b_b$  sålunda värdet 3.

I nedanstående figur visas stegsvaret för  $b_b = 3$  med samma insignal som innan och med övriga konstanter oförändrade. Detta stegsvar har samma stigtid som det verkliga systemets och samma statistiska värden.

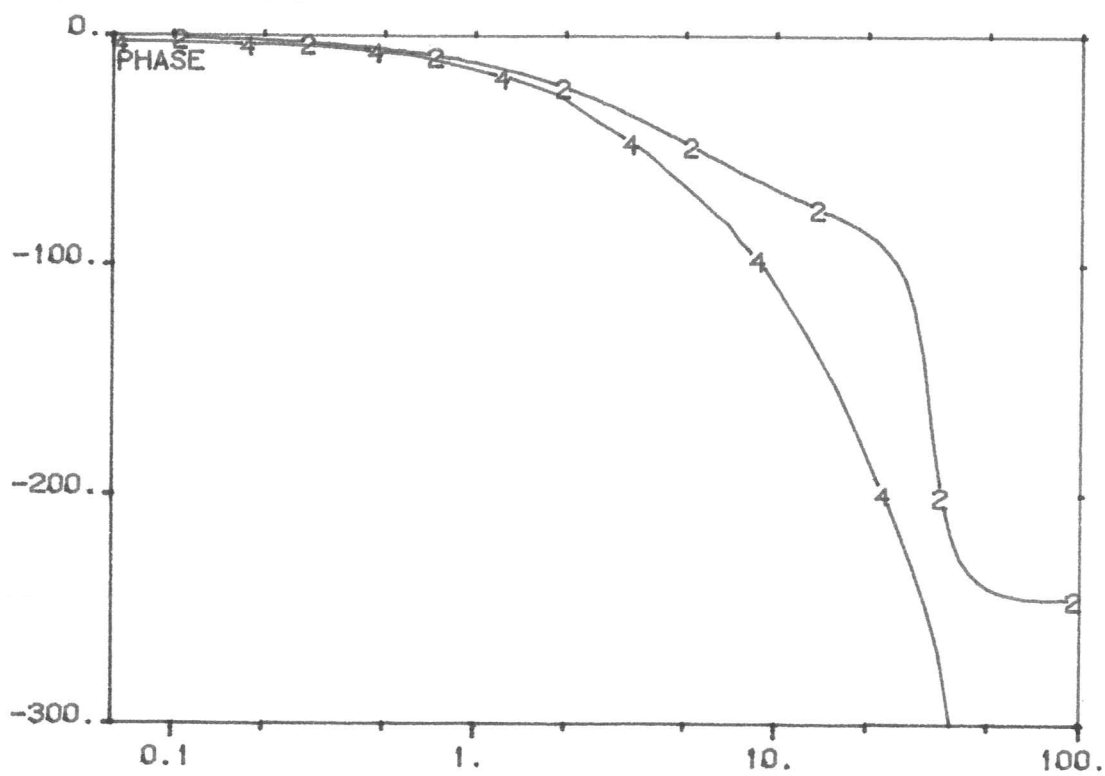


På de följande två sidorna visas Bodediagrammen för modellen och för det verkliga systemet. Frekvensanalysen begränsades uppåt p.g.a. bruset i tachosignalen  $V_p$  vilket gjorde att upplösningen på oscilloskopet var oacceptabel vid vinkelfrekvenser över 50 rad/s. Kurvorna har numrerats 1 till 4 enligt:

- 1 - Amplitud för modell.
- 2 - Fäsförskjutning för modell.
- 3 - Amplitud för verkligt system.
- 4 - Fäsförskjutning för verkligt system.



**Fig.12:1 Bodediagram för bandhastigheten - Amplitud**  
 $(b_D = 0.35)$



**Fig.12:2 Bodediagram för bandhastigheten - Fas**  
 $(b_D = 0.35)$

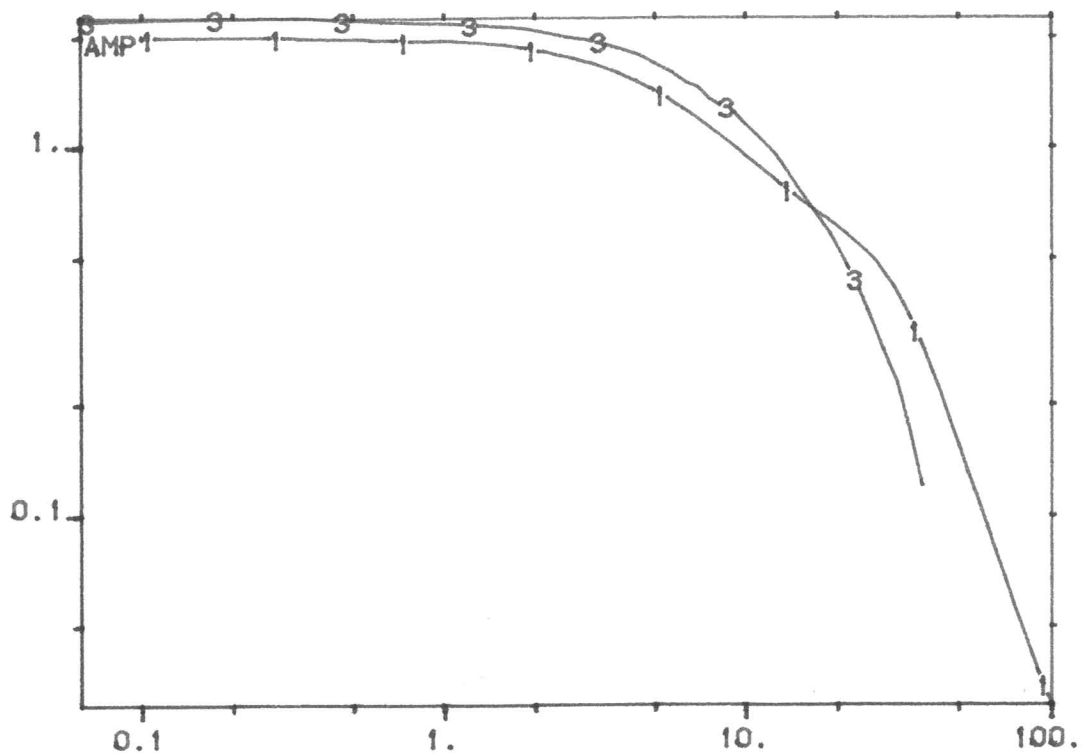


Fig.13:1 Bodediagram för bandhastigheten - Amplitud  
 $(b_b = 3)$

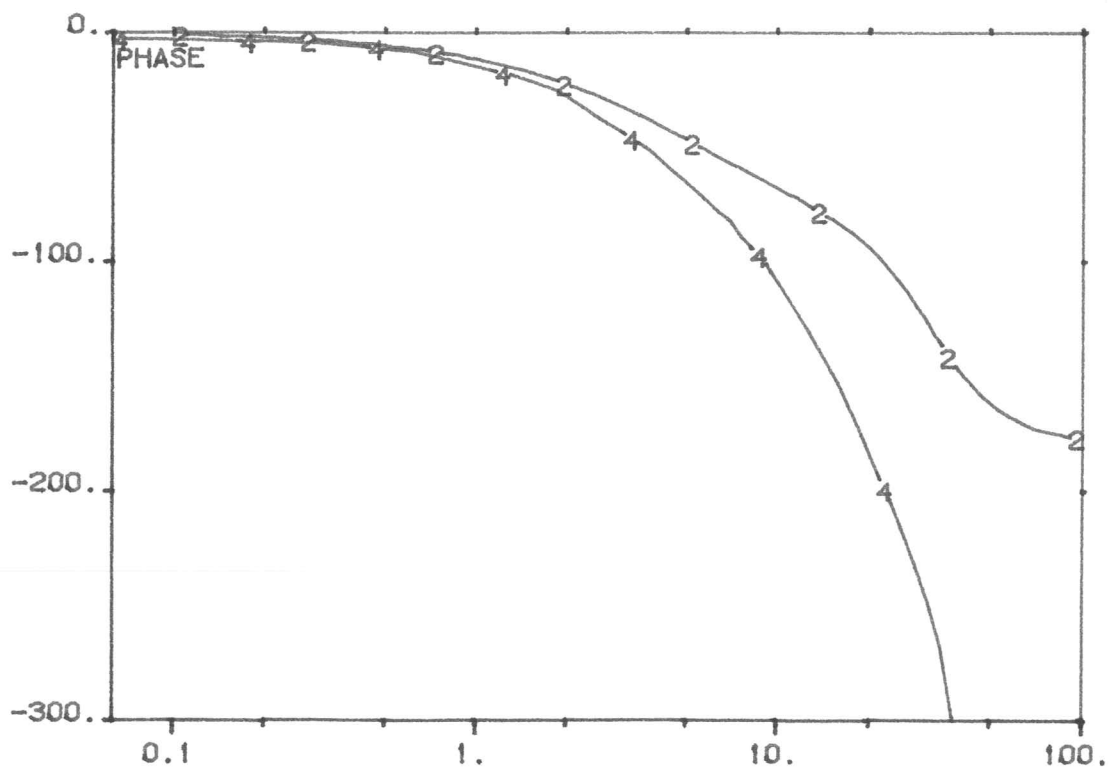


Fig.13:2 Bodediagram för bandhastigheten - Fas  
 $(b_b = 3)$

## 6.2 Steg- och frekvenssvar för bandspänningen

Spänningen i bandet styres med insignalen  $U_s = (V_{i1} - V_{i2})/2$  som enligt modellen inte inverkar på bandhastigheten. Vid upptagningen av det verkliga systemets stegsvar låter man dessutom motorerna drivas av en konstant överlagrad styrsignal  $U_H$  enligt fig.14 nedan för att få samma rotationsriktning hela tiden.

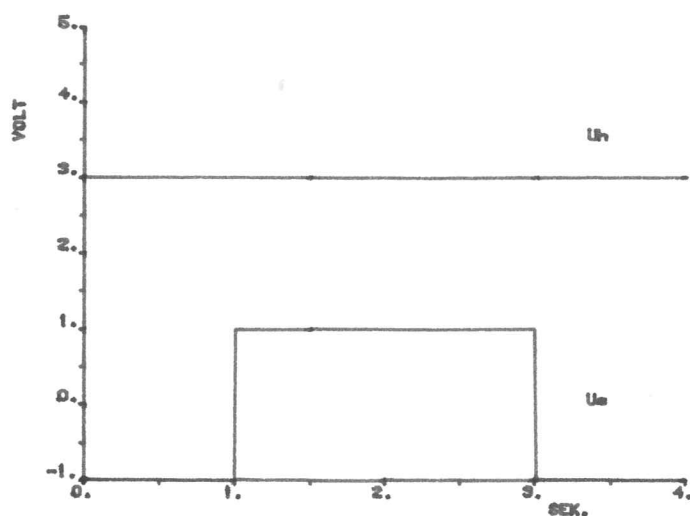


Fig. 14

Simuleringarna av stegsvaret visade även i detta fallet att det erhållna värdet på  $b_b$  var för lågt. Med det nya värdet  $b_b = 3$  får man ett stegsvar som stämmer bättre med verkligheten men dock fortfarande litet för odämpat. Dessutom gav en kring noll symmetrisk insignal inte en symmetrisk utsignal för det verkliga systemet vilket inte kan förklaras med den enkla linjära modell som här används.

I figurerna på nästa sida visas de simulerade stegsvaren för bandspänningen. De statistiska värdena stämmer bra med verkligheten. Observera att skalindelningen för den vertikala axeln inte är lika i fig.15 och 16



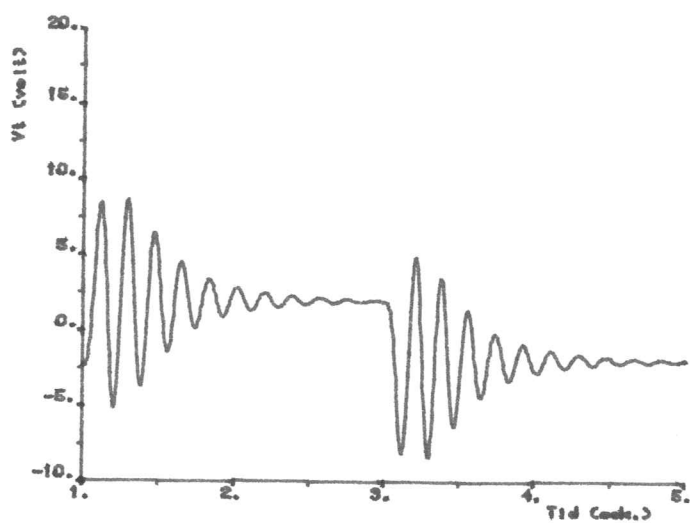


Fig.15:  $bb = 0.35$

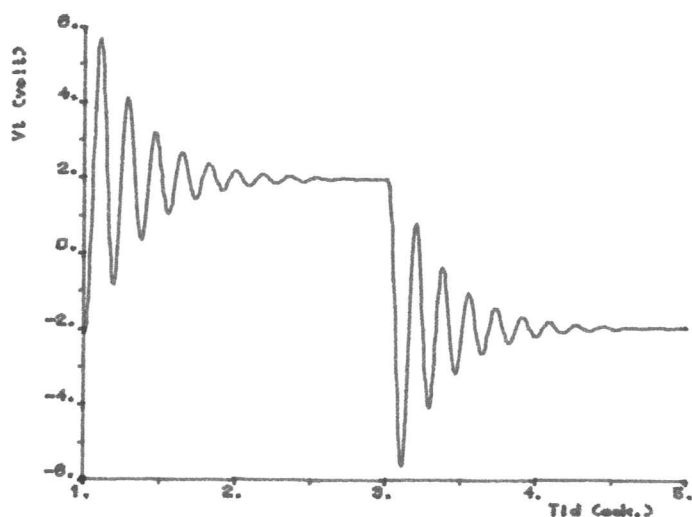


Fig.16:  $bb = 3$

Bodediagrammen för modellen samt resultatet av frekvensanalysen på bandspänningen visas på de följande två sidorna, dels för  $b_p = 0.35$  dels för  $bb = 3$ . Numreringen av kurvorna är den samma som i kap.6.1.

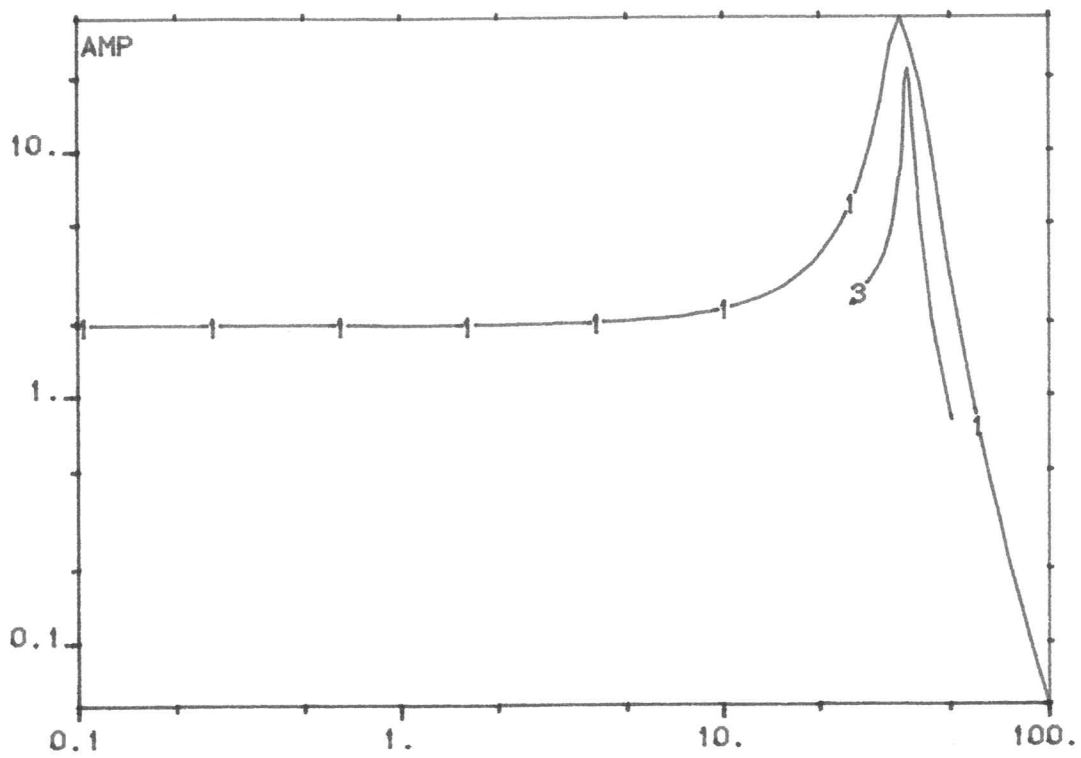


Fig.17:1 Bodediagram för bandspänningen - Amplitud

$$(b_b = 0.35)$$

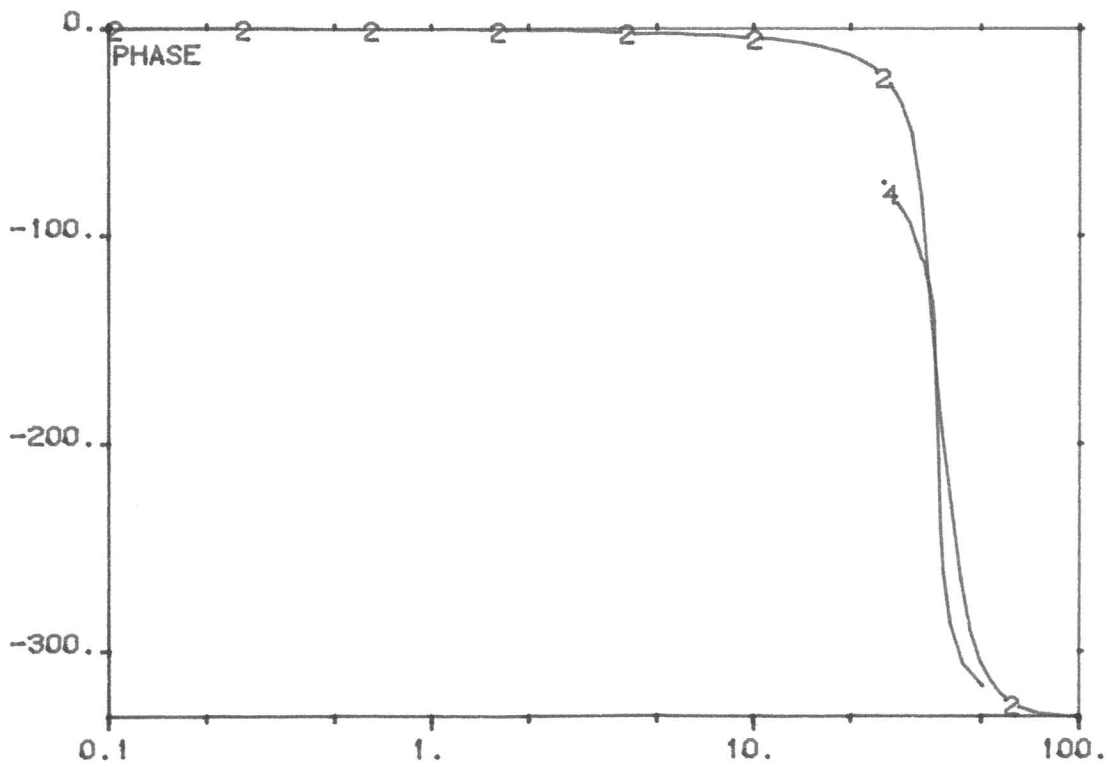


Fig.17:2 Bodediagram för bandspänningen - Fas

$$(b_b = 0.35)$$

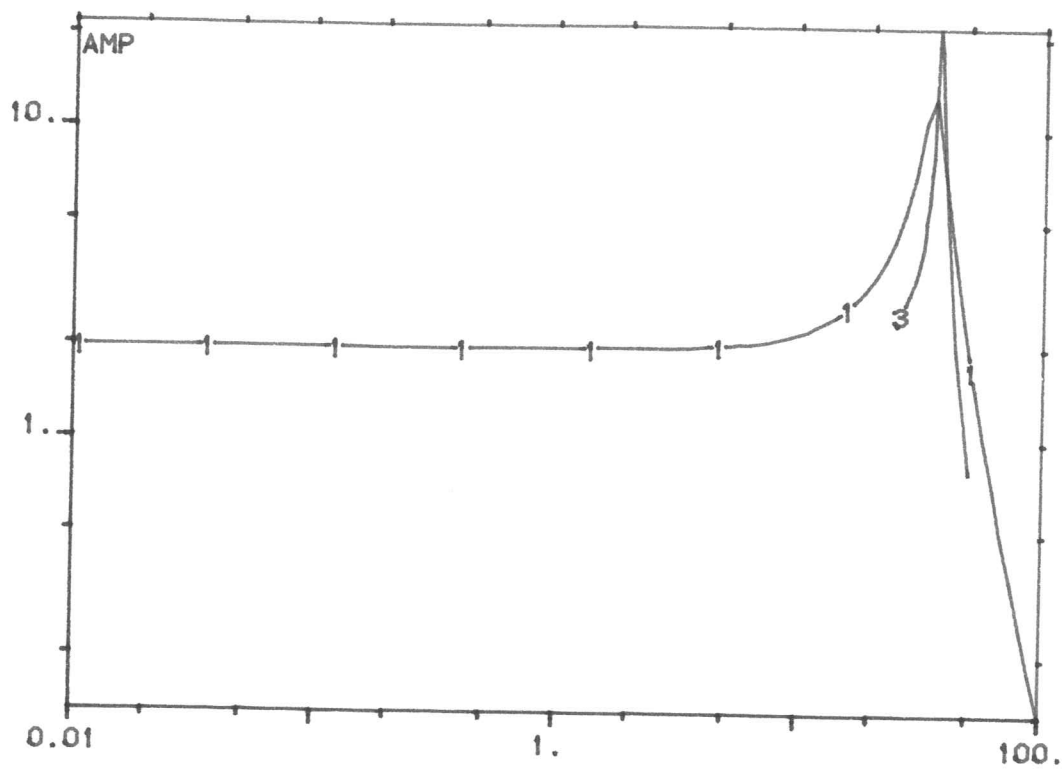


Fig.18:1 Bodediagram för bandspänningen - Amplitud  
 $(b_b = 3)$

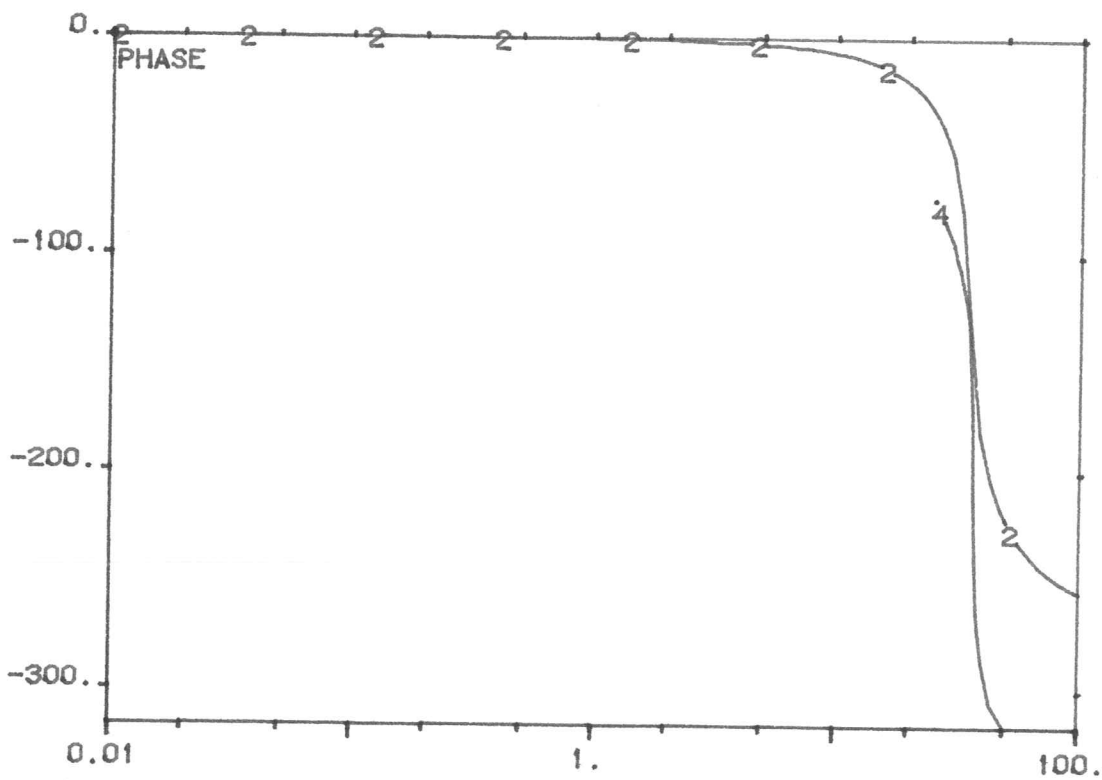


Fig.18:2 Bodediagram för bandspänningen - Fas  
 $(b_b = 3)$

### 6.3 Slutgiltiga systemekvationer

Efter att ha jämfört modellens och det verkliga systemets stegsvar och Bodediagram och gjort justeringar av parametrarna kan vi nu beräkna matriselementen i tillståndsekvationerna i kap.4.2 och kap.4.3.

Vid beräkningen har följande värden användts:

R	Trissornas radie.....	0.030	m
$\alpha$	Vinkel enl. fig.7 .....	30	grad.
$m_t$	Armens reducerade massa.....	0.85	kg
$b_t$	Armens dämpning i fjäder och lager.....	1.2	Ns/m
$k_t$	Fjäderkonstant för övre fjädern.....	1000	N/m
$b_b$	Bandets dämpning.....	3	Ns/m
$k_b$	Bandets fjäderkonstant.....	110	N/m
$T_m$	Motorernas tidskonstant.....	0.11	s
$T_o$	Mättrissans tidskonstant.....	5.9	s
$K_1$	Motorkonstant(spänningsdelen).....	61	1/Vs
$K_2$	Motorkonstant(belastningsdelen).....	17	1/Ns
$K_o$	Konstant i mättrissans rörelseekvation.....	490	1/Ns
cc	Kalibreringskonstant för tachosignaler.....	0.033	Vs
aa	Kalibreringskonstant för potentiometern.....	-1050	V/m

Ur rörelseekvationerna får man även nedanstående statistiska samband för de två delsystemen.

$$V_p = \frac{2K_1 \cdot K_o \cdot cc}{2K_o + K_2} \cdot U_H = 2.0 \cdot U_H$$

$$V_s = - \frac{2K_1 \cdot aa \cdot \cos\alpha}{K_2(3k_t + 2k_b)} \cdot U_S = 2.0 \cdot U_S$$

TILLSTÄNDESEKVATIONER FÖR BANDHASTIGHETSMODELLEN

$$\frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0.060 & -0.030 \\ -9140 & -15 & 7.5 \\ 17000 & 28 & -23 \end{bmatrix} \cdot X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1110 \end{bmatrix} \cdot U_H$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 0.033 & 0 \\ 0 & 0 & 0.017 \end{bmatrix} \cdot X$$

där vektorerna X och Y ges av:

$$X = \begin{bmatrix} x_{10} - x_{20} & w & w_1 + w_2 \end{bmatrix}^T$$

$$Y = \begin{bmatrix} v_p & (v_{o1} + v_{o2})/2 \end{bmatrix}^T$$

TILLSTÄNDESEKVATIONER FÖR BANDSPÄNNINGSMODELLEN

$$\frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1370 & -6.7 & 112 & -0.092 \\ 0 & 0 & 0 & 0.030 \\ -29400 & -803 & -51000 & -51 \end{bmatrix} \cdot X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1110 \end{bmatrix} \cdot U_S$$

$$Y = \begin{bmatrix} -1050 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.017 \end{bmatrix} \cdot X$$

där vektorerna X och Y ges av:

$$X = \begin{bmatrix} x_t & \dot{x}_t & x_{12} & w_1 - w_2 \end{bmatrix}^T$$

$$Y = \begin{bmatrix} v_S & (v_{o1} - v_{o2})/2 \end{bmatrix}^T$$

### ÖVERFÖRINGSFUNKTIONER

Från systemekvationerna på föregående sida erhåller man följande överföringsfunktioner.

$$G_{V_p}(s) = \frac{275s + 10040}{s^3 + 38s^2 + 1190s + 4940}$$

Poler : -4.77 och  $-16.6 \pm 27.5i$

Nollställe : -36.5

$$G_{V_t}(s) = \frac{-107200s + 3.92 \cdot 10^6}{s^4 + 57s^3 + 3170s^2 + 80100s + 2.19 \cdot 10^6}$$

Poler :  $-1.82 \pm 37.0i$  och  $-27 \pm 29.4i$

Nollställe : -36.5

$$V_p = G_{V_p}(s) \cdot U_H \quad (\text{se fig.10})$$

$$V_t = G_{V_t}(s) \cdot U_S \quad (\text{se fig.10})$$

### Kap.7 Störningar

I detta kapitell ges en kort översikt av de störningar som förekommer vid körning av processen. Dessa kan indelas i två kategorier nämligen de "verkliga" störningar i form av brus som omtalas i kap.2.3 samt störningar i form av avvikelser från modellen som slirning, olinjariteter, m.m. Vissa av störningarna leder till begränsningar vid val av börvärden när processen skall regleras.

### 7.1 Störningarnas ursprung

Nedan följer en sammanställning över de störningar som förekommer samt varifrån dessa härstammar.

- A. Utsignalerna för mätning av bandhastighet och bandspänning innehåller flera bruskomponenter. Detta brus beror på dålig mätapparat, (potentiometerns kvalitet kunde varit bättre), samt på en dålig filtrering av dessa signaler i manöverpanelen. Det mesta av bruset kan filteras bort som beskrivet i kap.2.3.
- B. Det elastiska bandet är skarvat ojämt vilket leder till att mätarmens egensvängning exiteras då varvtalet hos bandet överensstämmer med armens egenfrekvens. Detta sker vid  $V_p = \text{ca. } 9 \text{ volt}$ .
- C. Mätarmen börjar även svänga då mättrissans vinkelfrekvens ( $\omega$ ) överensstämmer med mätarmens egenfrekvens. Detta kan ha sitt ursprung i att den slitsförsedda skivan inte är exakt centrerad på mättrissan. Dessa svängningar uppstår då hastighetssignalen ligger runt ca. 1.5 volt.
- D. Vid frekvensanalysen uppvisade processen stora olinjariteter vilket inte behandlas i den linjära modellen som här användes. Detta leder till svårigheter vid uppmätningen av processens frekvensgång för frekvenser utanför ett smalt frekvensband där systemet är relativt linjärt. Denna störning förklaras med olinjära egenskaper hos det elastiska bandet.
- E. Slutligen den störning som har störst inverkan vid regleringen, nämligen det faktum att bandet slirar på trissorna då bandkrafterna blir för stora. Om man tog hänsyn till slirningen vid modellbygget skulle detta resultera i en korskoppling mellan de två delsystemen bandhastighet och bandspänning (se fig.9).

Vid modellen som här användes behandlas dock slirningen som en yttre störning. För att förhindra slirning måste friktionen mellan band och trissa ökas. Ett sätt vore att belägga trissornas yta med ett annat material, t.ex. gummi, och därigenom öka friktionen.

## 7.2 Experimentella försök

Följande försök har utförts för att undersöka störningarnas inverkan och de begränsningar som dessa medför.

- A. Styrsignalen  $U_H$  hålles konstant samtidigt som styrsignalen  $U_S$  för bandspänningen varieras.

Enligt modellen borde endast variabeln  $x_t$  påverkas av  $U_S$  och alla trissorna vinkelhastigheter borde vara oförändrade och lika. Vid försöket visade det sig att motorerna får olika rotationshastighet p.g.a. slirningen samtidigt som bandhastigheten ändras. Då man försöker att variera bandspänningen finner man dessutom att detta endast är möjligt inom ett begränsat område utanför vilket motorerna börjar slira för mycket. Vid regleringen av bandspänningen bör man välja ett referensvärde på  $V_S$  i intervallet (-3 , +1) volt.

- B. Styrsignalen  $U_S$  hålles konstant samtidigt som styrsignalen  $U_H$  för bandhastigheten varieras.

Med styrsignalen  $U_H$  kan man enligt modellen endast påverka bandhastigheten. Vid försöken erhöll man dock en viss variation i bandspänningen också. Speciellt märkbar är denna korsverkan om  $U_H$  varieras med en frekvens på ca. 6 Hz, d.v.s. mätarmens egenfrekvens. Enligt punkt B och C i föregående kapitell bör man dessutom undvika vissa hastigheter för vilka mätarmens egensvängning exiteras. Sålunda bör man vid regleringen av hastigheten använda referensvärden för  $V_P$  i intervallet (+3, +8) volt.



## Kap.8 PI-Reglering av processen

Vid regleringen av skalmodellen har två PI-regulatorer använts vilka uppkopplades på institutionens 10-volts analogmaskiner. Bandhastigheten och bandspänningen reglerades först var för sig och sedan samtidigt. På grund av de störningar som förekommer (se kap.7) blir resultatet av en enkel PI-reglering inte helt tillfredsställande. I kap.8.1 och kap.8.2 återges resultaten av den separata regleringen av hastighet resp. spänning samt den inverkan som korskopplingen mellan delsystemen orsakar. I kap.8.3 visas den slutliga regulatorstrukturen samt de resultat som erhålles med denna.

### 8.1 Reglering av enbart bandhastigheten

Vid regleringen av bandhastigheten användes en PI-regulator enligt fig.19 nedan. Referensvärdet för hastighetsutsignalen  $V_p$  var en fyrkantsvåg på  $(5 \pm 2)$  volt vilket ligger innanför det område där amplituden på mätarmens egensvängningar inte är allt för stor. Insignalen  $U_H$  låg konstant på -1 volt.

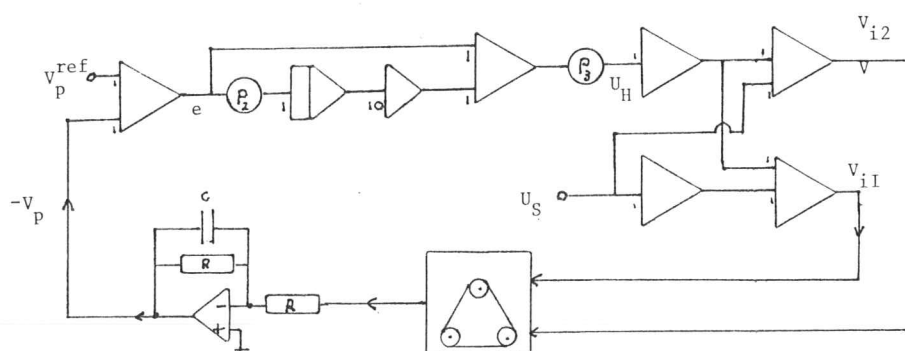


Fig.19 PI-regulator för bandhastigheten

Sambandet mellan styrsignalen  $U_H$  och reglerfelet  $e$  lyder:

$$U_H = K \cdot \left( e + \frac{1}{T_i} \int e(\tau) d\tau \right) \quad \text{där } e(t) = V_p - V_p^{\text{ref}}$$

Nedanstående figur visar rotorten till den karakteristiska ekvationen för det enkelt återkopplade systemet med kretsöverföringen

$$G_o(s) = K \cdot G_{V_p}(s) \quad ; \quad (\text{se kap.6.3})$$

Rotorten visar att systemet är stabilt för alla K-värden vilket har verifierats av experimenten.

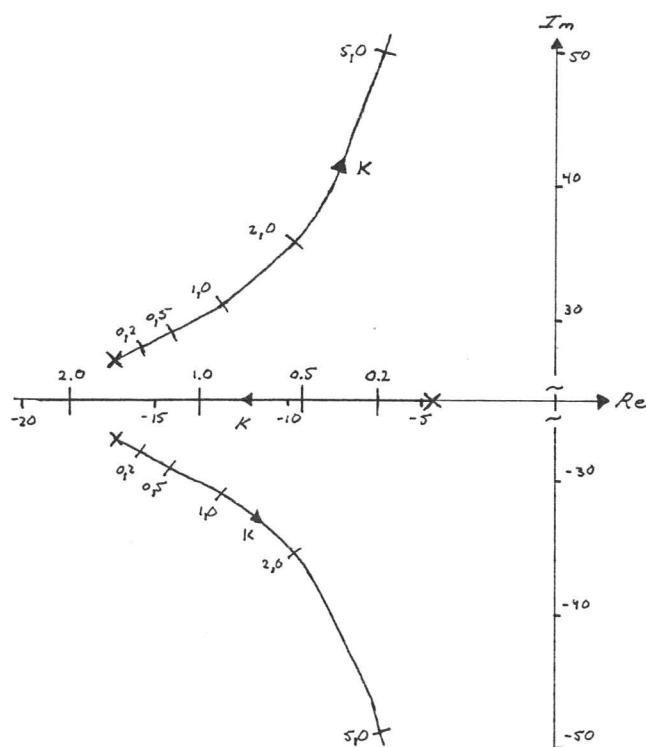


Fig. 20

Vid regulatorinställningen visade det sig att lämpliga värden på  $K$  och  $T_i$  var:

$$K = 0.5 \quad \text{och} \quad T_i = 0.2 \text{ sek.}$$

Med dessa värden erhöles de kurvor som visas på nästa sida. Observera att de vertikala axlarna är positiva neråt.

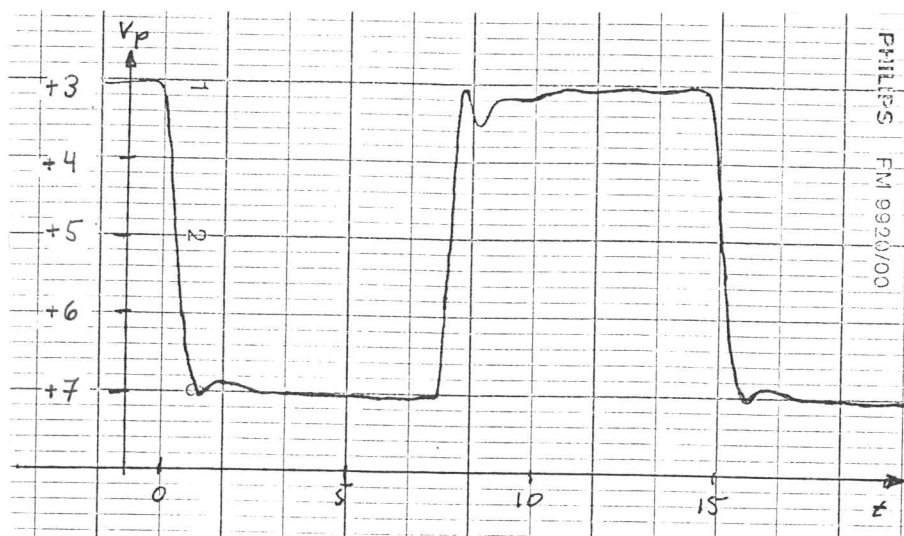


Fig. 21 Hastighetsutsignalen då referensvärdet är  $(5 \pm 2)$  volt

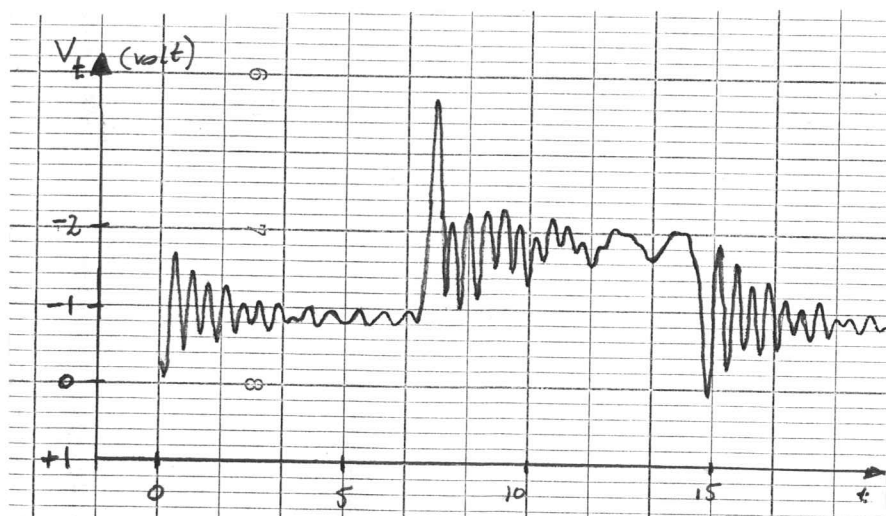


Fig. 22 Spänningsutsignalen vid reglering av enbart hastighet

## 8.2 Reglering av enbart bandspänningen

Vid regleringen av bandhastigheten finner man att systemet blir instabilt redan för mycket små  $K$ -värden. Nedanstående figur visar rotorten för det enkelt återkopplade systemet. För  $K$ -värden större än 0.06 får man två poler i höger halvplan d.v.s instabilitet. Sålunda användes vid regleringen av bandspänningen endast en integrerande del vilket visade sig ge en bättre reglering.

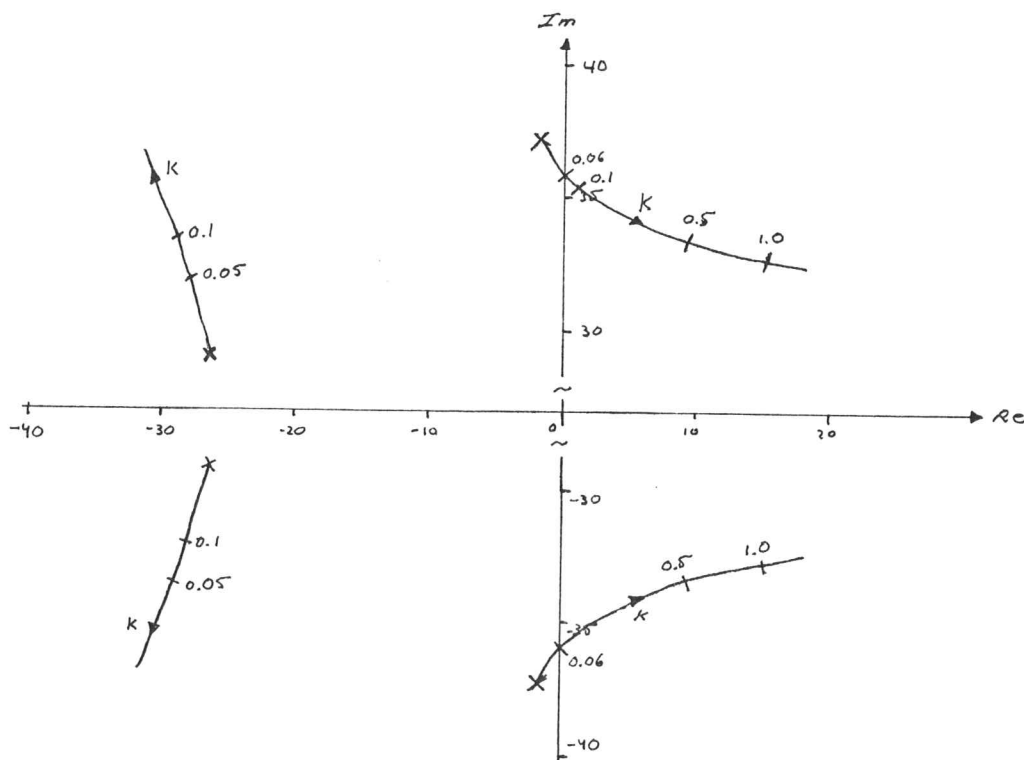
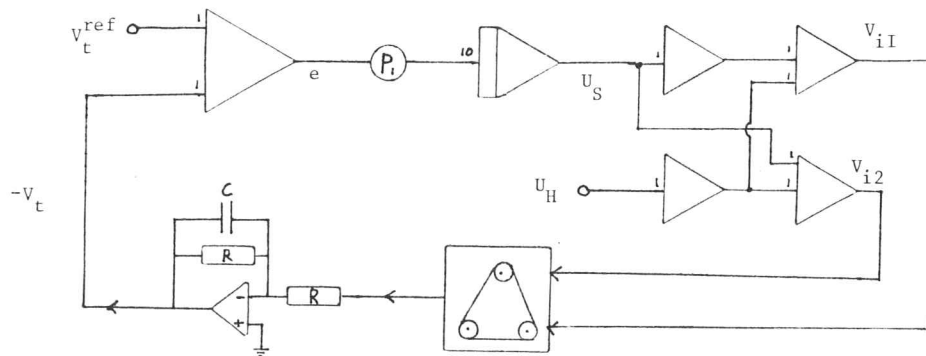
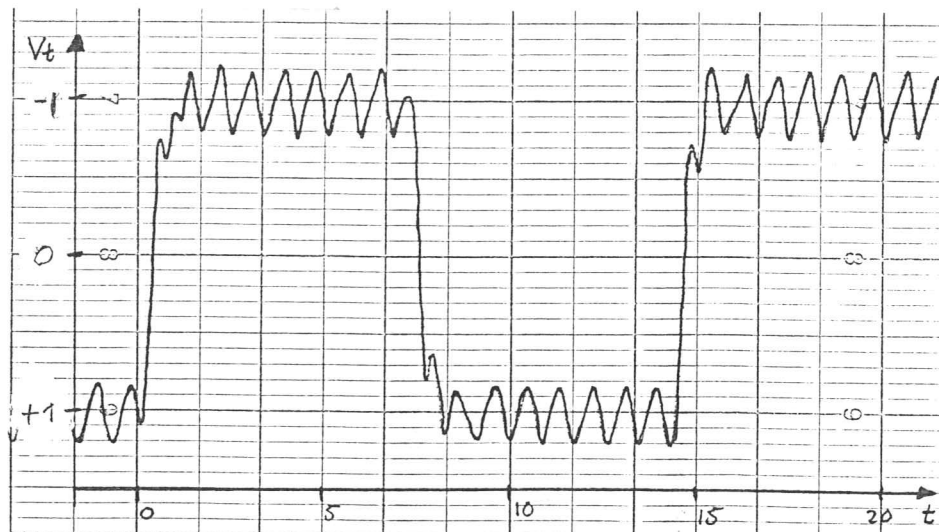


Fig. 23

Referensvärdet på spänningssignalen  $U_S$  var en fyrkantsvåg på  $\pm 1$  volt samtidigt som styrsignalen  $U_H$  hölls konstant på  $+2.5$  volt. Med  $T_i = 0.2$  erhöles utsignalerna som visas i fig. 25 och fig. 26. Störningen i bandspänningen vid stationärt tillstånd beroende på skarvningen i bandet kan inte avhjälpas med denna enkla regulator.



**Fig.24 I-regulator för bandspänningen**



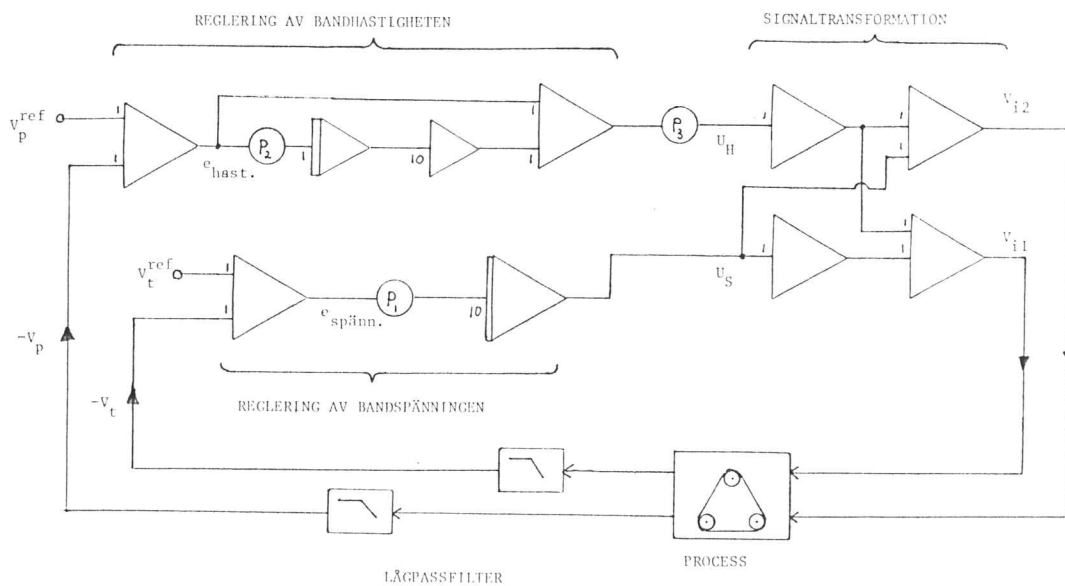
**Fig.25 Spänningssignalen då referensvärdet är  $\pm 1$  volt**



**Fig.26 Hastighetssignalen vid reglering av enbart bandspänningen**

### 8.3 Reglering av hastighet och spänning samtidigt

Genom att kombinera regulatorerna som beskrivs i de två föregående kapitlen får man en regulator enligt fig.27 nedan. Med denna kan man reglera bandhastigheten och bandspänningen samtidigt. Regulatorinställningen är den samma som i fallen där endast en av storheterna regleras. I fig.28 till 31 visas resultaten som erhålles med denna regulator. I fig.28 och 29 är referensvärdet för  $V_p$  ( $5 \pm 2$ ) volt och noll volt för  $V_t$ . I fig.30 och 31 varieras istället referensvärdet för  $V_t$  mellan  $\pm 1$  volt samtidigt som hastighetsutsignalens referensvärde ligger konstant på 5 volt.



**Fig.27 Regulator för reglering av hastighet och spänning samtidigt**

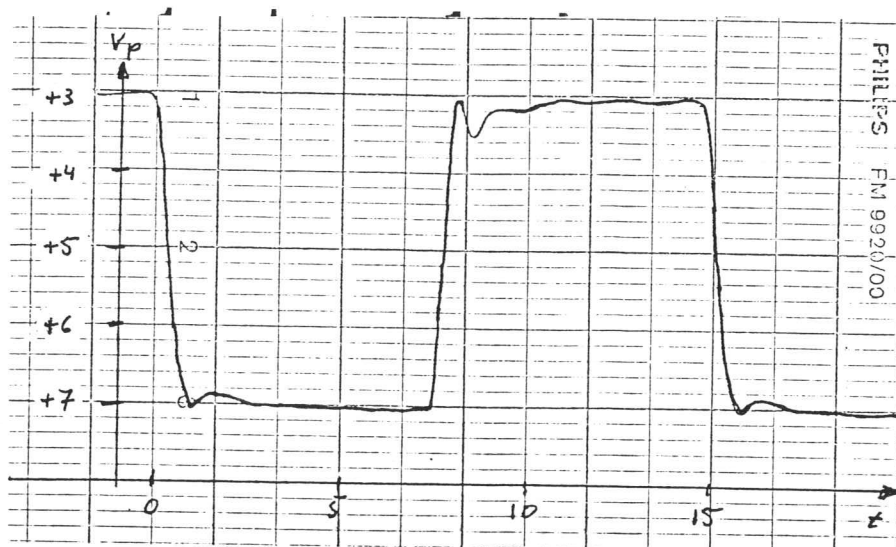


Fig.28 Hastighetssignalen då referensvärdet är  $(5 \pm 2)$  volt

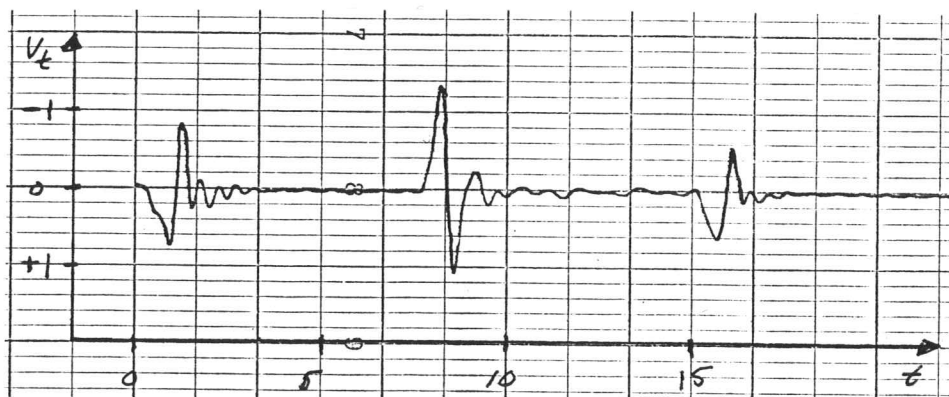


Fig.29 Spänningssignalen då hastigheten varieras och referensvärdet på spänningen ligger på noll volt

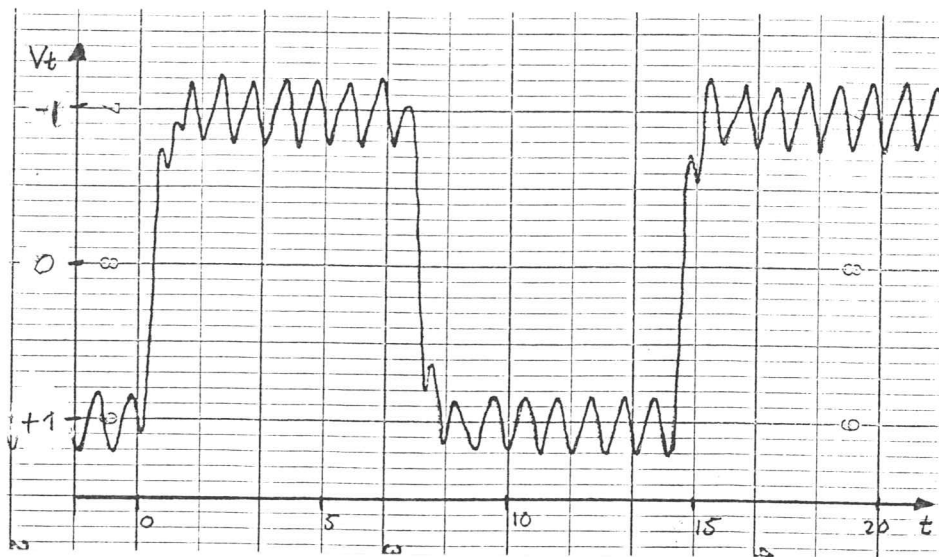


Fig.30 Spänningssignalen då referensvärdet är  $\pm 1$  volt

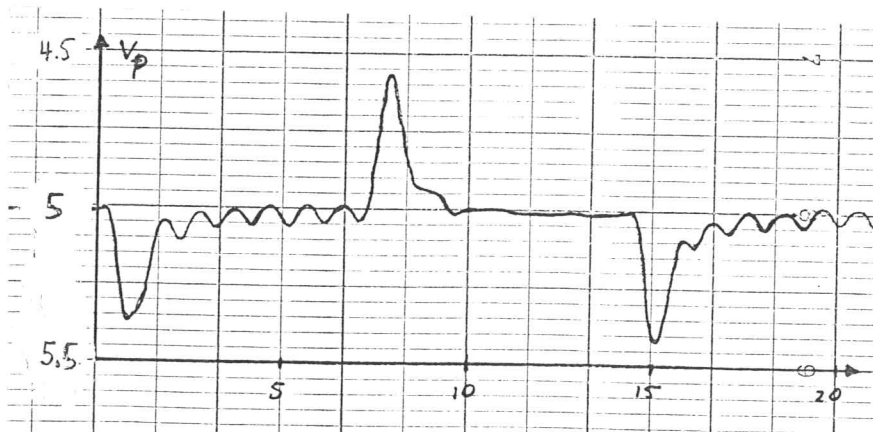


Fig.31 Hastighetssignalen då spänningen varieras och referensvärdet på hastigheten ligger på 5 volt



Kap. 9 Referenser

1. Coupled electric drives, P.E. Wellstead,  
The control System Centre, UMIST.
2. Processtysystem - Teorikompendium,  
Mikael Sternad, Institute of technologi,  
Uppsala University, (ISSN 0346-8887)
3. A simnon tutorial, Karl Johan Åström,  
Department of Automatic Control,  
Lunds Institute of Technologi,  
CODEN:LUTFD2/(TFRT-3168)/1-52/(1982)
4. Reglerteori, Karl Johan Åström,  
AWE/GEBERS Stockholm 1968

## APPENDIX A

Översikt av de vid modellbygget använda beteckningarna.

### TILLSTANDSVARIABLER

$x_t$  : Fjäderens töjning  
 $x_{10}$  : Töjning av banddelen mellan mättrissa och motor 1  
 $x_{20}$  : Töjning av banddelen mellan mättrissa och motor 2  
 $x_{12}$  : Töjning av banddelen mellan motorerna  
 $w$  : Vinkelhastigheten på mättrissan  
 $w_1$  : Vinkelhastigheten på motor 1  
 $w_2$  : Vinkelhastigheten på motor 2

### STYRSIGNALER

$V_{i1}$  : DRIVE 1  
 $V_{i2}$  : DRIVE 2

### UTSIGNALER

$V_{o1}$  : VELOCITY OUTPUT 1 ;(ofiltrerad)  
 $V_{o2}$  : VELOCITY OUTPUT 2, ;(ofiltrerad)  
 $V_o$  : PULLEY VELOCITY OUTPUT ;(filtrerad)  
 $V_t$  : BELT TENSION OUTPUT ;(filtrerad)

## SYSTEMKONSTANTER

R	Trissornas radie.....	0.030	m
$\alpha$	Vinkel enl. fig.7 .....	30	grad.
$m_t$	Armens reducerade massa.....	0.85	kg
$b_t$	Armens dämpning i fjäder och lager.....	1.2	Ns/m
$k_t$	Fjäderkonstant för övre fjädern.....	1000	N/m
$b_D$	Bandets dämpning.....	3	Ns/m
$k_D$	Bandets fjäderkonstant.....	110	N/m
$T_m$	Motorernas tidskonstant.....	0.11	s
$T_o$	Mättrissans tidskonstant.....	5.9	s
$K_1$	Motorkonstant(spänningsdelen).....	61	1/Vs
$K_2$	Motorkonstant(belastningsdelen).....	17	1/Ns
$K_o$	Konstant i mättrissans rörelseekvation.....	490	1/Ns
cc	Kalibreringskonstant för tachosignaler.....	0.033	Vs
aa	Kalibreringskonstant för potentiometern.....	-1050	V/m

## APPENDIX B

### CONTINUOUS SYSTEM PROCESS

"Systemrepresentation av processen

STATE      X1 X2 X3 X4 X5 X6 X7  
DER        DX1 DX2 DX3 DX4 DX5 DX6 DX7

INPUT      UH US  
OUTPUT     Y1 Y2 Y3 Y4  
"Anm. Y1 = Vp      och      Y3 = Vt

DX1 = a11\*X1 + a12\*X2 + a13\*X3  
DX2 = a21\*X1 + a22\*X2 + a23\*X3  
DX3 = a31\*X1 + a32\*X2 + a33\*X3 + b13 \* UH

DX4 = a44\*X4 + a45\*X5 + a46\*X6 + a47\*X7  
DX5 = a54\*X4 + a55\*X5 + a56\*X6 + a57\*X7  
DX6 = a64\*X4 + a65\*X5 + a66\*X6 + a67\*X7  
DX7 = a74\*X4 + a75\*X5 + a76\*X6 + a77\*X7 + b27 \* US

Y1 = c12\*X2  
Y2 = c23\*X3  
Y3 = c34\*X4  
Y4 = c47\*X7

a11= 0  
a12= 2\*R  
a13=-R  
a21=- (K0\*Kb)/To  
a22=- (1+2\*R\*K0\*bb)/To  
a23= (R\*K0\*bb)/To  
a31= (K2\*Kb)/Tm  
a32= (2\*R\*K2\*bb)/Tm  
a33=- (1+R\*K2\*bb)/Tm

a44 = 0  
a45 = 1  
a46 = 0  
a47 = 0  
a54 = -(kt + 1.50\*kb)/mt  
a55 = -(bt + 1.50\*bb)/mt  
a56 = -(kb \* cos(alfa))/mt  
a57 = -(bb \* R \* cos(alfa))/mt  
a64 = 0  
a65 = 0  
a66 = 0  
a67 = R  
a74 = -(1.50 \* K2 \* kb)/(Tm \* cos(alfa))  
a75 = -(2 \* K2 \* bb \* cos(alfa))/Tm  
a76 = -(3 \* K2 \* Kb)/Tm  
a77 = -(1 + 3 \* K2 \* bb \* R)/Tm

b13 = (2 \* K1)/Tm  
b27 = b13

c12 = cc  
c23 = cc/2  
c34 = aa  
c47 = cc/2

alfa = pi/6  
pi : 3.1415927  
R : 0.030  
mt : 0.085  
bb : 3  
bt : 1.2  
Kt : 1000  
Kb : 110  
Tm : 0.11  
To : 5.9  
Ko : 490  
K1 : 61  
K2 : 17  
cc : 0.033  
a : -1050  
END