

CODEN: LUTFD2/(TFRT-5282)/1-052/(1982)

SJÄLVINSTÄLLARE BASERADE PÅ GRADIENTMETODER

FRED ANDERSSON  
GÖRAN LINDH

INSTITUTIONEN FÖR REGLERTEKNIK  
LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA  
SEPTEMBER 1982

|  |                        |  |
|--|------------------------|--|
| <b>LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY</b><br>DEPARTMENT OF AUTOMATIC CONTROL<br>Box 725<br>S 220 07 Lund 7 Sweden  |                        | Document name<br>Report                                  |
|  |                        | Date of issue<br>September 1982                          |
|  |                        | Document number<br>CODEN:LUTFD2/(TFRT-5282)/1-052/(1982) |
| Author(s)<br><br>Fred Andersson<br>Göran Lindh   |                        | Supervisor<br>Björn Wittenmark                           |
|  |                        | Sponsoring organization                                  |
| Title and subtitle<br>Self-tuners based on gradient methods<br>(Självinställare baserade på gradientmetoder)   |                        |  |
| Abstract<br><p>The report presents a scheme for self-tuning regulators based on gradient methods. The feasibility of the scheme is studied in some special cases. The scheme is used together with different estimation techniques such as extended least squares (ELS) method and indirect estimation using a one to one correspondance with the regulator parameters.</p> <p>The method is illustrated using simulations of two different processes.</p> |                        |  |
| Key words  |                        |  |
| Classification system and/or index terms (if any)  |                        |  |
| Supplementary bibliographical information  |                        |  |
| ISSN and key title   |                        | ISBN   |
| Language<br>Swedish  | Number of pages<br>052 | Recipient's notes  |
| Security classification  |                        |  |

DOKUMENTATABLAD RT 3/81

Distribution: The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 Lubbis Lund.

Dokumentutgivare

Dokumentnamn

Dokumentbeteckning

Handläggare

Utgivningsdatum

Ärendebeteckning

Författare

Fred Andersson och Göran Lindh

1976

Dokumenttitel och undertitel

Självinställare baserade på gradientmetoder.

Self-tuners based on gradient methods

Referat (sammandrag)

The report presents a scheme for self-tuning regulators based on gradient methods. The feasibility of the scheme is studied in some special cases. The scheme is used together with different estimation techniques such as extended least squares (ELS) method and indirect estimation using a one to one correspondance with the regulator parameters. The method is illustrated using simulations of two different processes.

Referat skrivet av

Fred Andersson/Göran Lindh

Förslag till ytterligare nyckelord

Klassifikationssystem och -klass(er)

Indextermer (snga källa)

Omfång

Övriga bibliografiska uppgifter

15612

Språk

Sekretessuppgifter

ISSN

ISBN

0034

4006

Dokumentet kan erhållas från

Mottagarens uppgifter

16236

Pris

DOKUMENTATABLAD enligt SIS 62 10 12

SJÄLVINSTALLÄRE BASERAD PÅ GRADIENTMETOD

FRED ANDERSSON

GÖRAN LINDH

EXAMENSARBETE VID INSTITUTIONEN FÖR

REGLERTEKNIK

SEPTEMBER 1982

## INNEHALLSFÖRTECKNING

|    |   |    |
|----|---|----|
| 1. | INLEDNING                                     | 1  |
| 2. | IDENTIFIERING                                 | 3  |
| 3. | EN ALGORITM FÖR EN SJÄLVINSTÄLLANDE REGULATOR | 8  |
| 4. | ANVÄNDNING AV REGULATORALGORITM               | 12 |
| 5. | INDIREKT SKATTNING AV PROCESSPARAMETRAR       | 19 |
| 6. | ANVÄNDNING AV OLIKA SKATTNINGSALGORITMER      | 25 |
| 7. | SAMMANFATTNING                                | 32 |
| 8. | REFERENSER                                    | 33 |

## 1. INLEDNING

Vi har i vårt examensarbete försökt testa några algoritmer för självinställande regulatorer baserade på gradientmetoder. En självinställande regulator kan grovt sett sägas vara en regulator, där processens ut- och insignaler mätes och användes för att uppskatta processparametrar. Med ledning av denna information om processen kan sedan regulatorn automatiskt ställas in för att få önskat beteende hos systemet. I vårt fall har avsikten varit att nå en sådan inställning av regulatorn att variansen hos utsignalen minimeras, när processen är störd av brus.

Det reglersystem vi arbetat med består av tre olika delsystem, se fig 1. Processen beskrivs av polynomen  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  och  $C(q^{-1})$ , där  $q^{-1}$  är bakåtskiftoperatorn.  $A(q^{-1})$

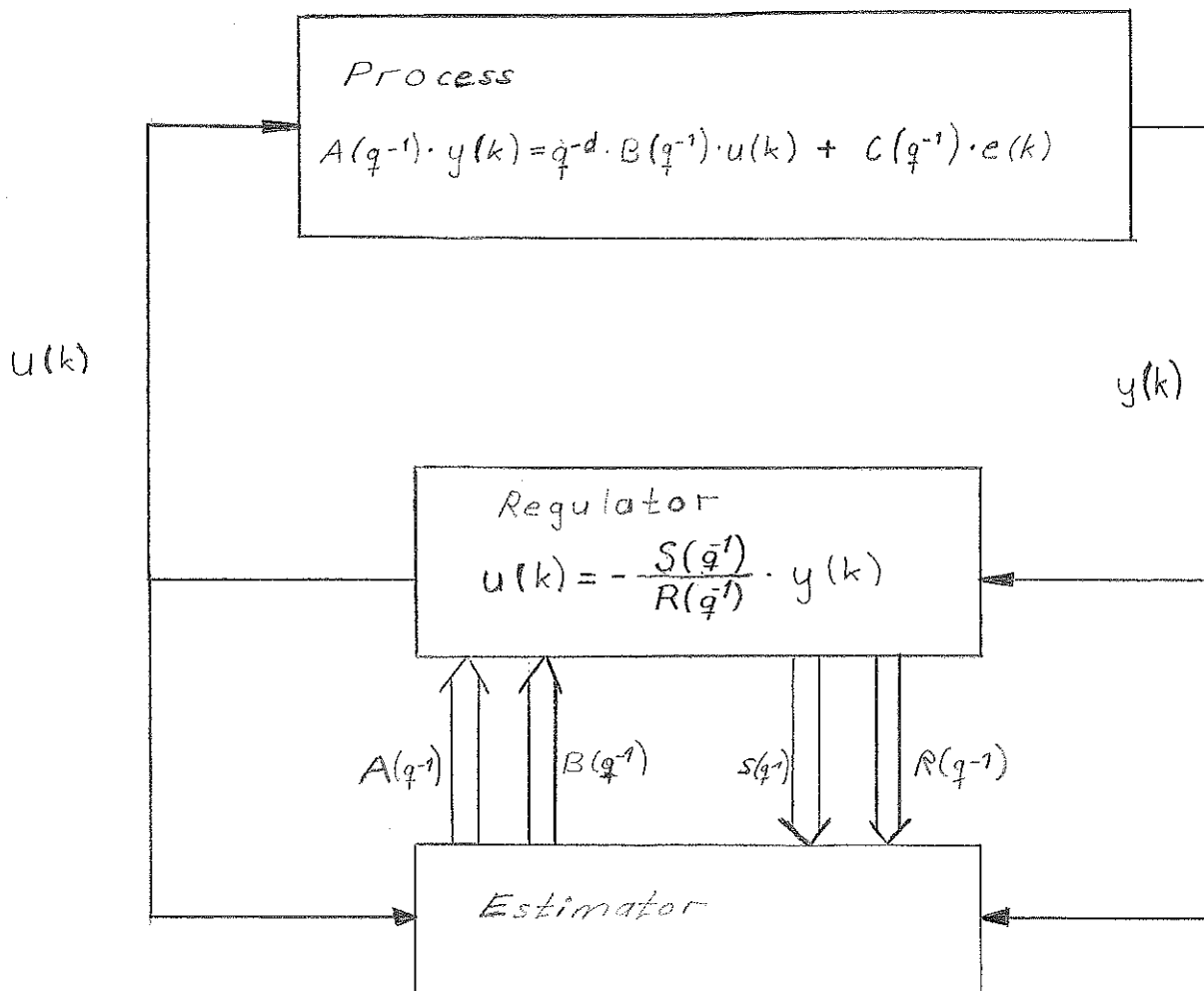


Fig. 1.1 Blockschema över i rapporten behandlat reglersystem.

och  $B(q^{-1})$  definierar den ostörda processen, och  $C(q^{-1})$  anger hur processen påverkas av det vita bruset  $e(k)$ . Regulatorn beskrivs av  $S(q^{-1})$  och  $R(q^{-1})$ . Dessa försöker vi automatiskt ställa in på sina optimala värden. Estimatoren har till uppgift att, med information om processens ut- och insignaler samt regulatorns aktuella inställning, skapa en modell av processen, som kan användas av regulatorn.

Den metod vi använder baserar sig på Ljung och Trulsson (1981), vilken kan sägas ha sina rötter i ett tidigt arbete av Tsytkin (1971). Idén går ut på att explicit minimera ett kriterium, med användning av en algoritm av typen stokastisk approximation. Bl a använder vi en instrumentvariabelskattning, för att få ett estimat av gradienten.

## 2 IDENTIFIERING

### 2.1 INLEDNING

Algoritmen för en självinställare sönderfaller naturligt i två delar. En skattning av processdynamiken och en algoritm för beräkning av regulatorns parametrar. I det följande presenteras metoder för skattning av processparametrar med utgångspunkt från minstakvadratmetoden (MK-metoden).

### 2.2 SKATTNING AV PROCESSDYNAMIK

I det följande behandlas de statistiska förutsättningarna för minstakvadratmetoden.

Vi utgår från den sanna processmodellen.

$$y(k) = - \sum_{i=1}^{N_a} a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^{N_b} b_i u(k-d-i) + e(k) \quad (2.1)$$

som är ekvivalent med

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + e(k) \quad (2.2)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{N_a} q^{-N_a}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{N_b} q^{-N_b} \quad b_0 \neq 0$$

där  $q^{-1}$  betecknar bakåtskiftoperatoren och  $e(k)$  betecknar en störning på systemet.

Av (2.1) framgår att utsignalen beror av gamla värden på in- och utsignaler såväl som på bruset.

I ett återkopplat system beräknas nya styrsignaler på basis av gamla utsignaler som alla är observationer av den stokastiska variabeln  $y$ . Härav följer att alla variabler i det slutna systemet, beskrivet av (2.1), är stokastiska variabler.



Vi antar att bruset är realiserat ur en sekvens av normalfördelade stokastiska variabler, varför det fullständigt beskrivs av sitt första och andra moment. Variablerna  $u(k)$  och  $y(k)$  antas vara mätbara medan bruset  $e(k)$  är oåtkomligt för observatören. Vidare antas att mätfelen är likafördelade och oberoende av varandra, samt okorrelerade med insignalerna  $u(k)$  och den omätbara, ostörda utsignalen  $y(k)$ .

För att få väntevärdesriktiga skattningar av processparametrarna krävs att väntevärdet av brusvektorn är noll, vilket i fortsättningen antas gälla.

Med tidigare gjorda antaganden om oberoende är då den simultana frekvensfunktionen för brusvektorn.

$$f(e) = f(e(1), e(2), \dots, e(K)) = f(e(1)e(2)\dots e(K)) =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{K/2} |S|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} e^T S^{-1} e\right) \quad (2.3)$$

där

$e^T = [e(1), e(2), \dots, e(K)]$  är brusvektorn

$S = E\{e e^T\}$  är brusvektorns kovariansmatris

$K$  är antalet gjorda observationer

En vanlig praktisk situation är att alla observationerna är gjorda med samma precision. Med denna förenkling fås alltså.

$$S = \sigma^2 \cdot I \quad (\sigma^2 \text{ är brusets varians})$$

Utan att förlora i generalitet kan i fortsättningen sättas  $N = N = N$ . Betrakta nu systemet (2.1) skrivet på vektorformen.

$$y(k) = \varphi^T(k) \cdot \vartheta + e(k) \quad (2.4)$$

(observation = signal + brus)

där

$$\varphi^T(k) = [ -y(k-1), -y(k-2), \dots, -y(k-N),$$

$$u(k), \dots, u(k-N) ]$$

$$\vartheta^T = [ a_1, a_2, \dots, a_N, b_0, b_1, \dots, b_N ]$$

Ekvation (2.4) representerar för  $k=1,2,\dots,K$  en uppsättning linjära algebraiska ekvationer som på matrisform kan skrivas.

$$y = \phi \cdot \hat{\theta} + n \quad (2.5)$$

$$y^T = [y(1), y(2), \dots, y(K)]$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi^T(1) \\ \vdots \\ \phi^T(K) \end{bmatrix}$$

Låt  $\hat{\theta}(k)$  beteckna skattningen av  $\hat{\theta}$  baserat på  $k$  stycken observationer av  $\phi$  och introducera felet som associeras med mätning nummer  $k$  som

$$e(k) = y(k) - \phi^T(k) \cdot \hat{\theta}(k) \quad k=1,2,\dots,K \quad (2.6)$$

Den mot (2.5) svarande matrisformen av (2.6) blir

$$e = y - \phi \cdot \hat{\theta} \quad (2.7)$$

$$e^T = [e(1), e(2), \dots, e(K)]$$

Minstakvadratskattningen definieras nu som :

- Det  $\hat{\theta}$  som minimerar kvadratsumman av residualerna.

D.v.s beräkna  $\hat{\theta}$  så att förlustfunktionen

$$\begin{aligned} J &= [y - \phi \cdot \hat{\theta}]^T S^{-1} [y - \phi \cdot \hat{\theta}] = \\ &= e^T S^{-1} e \end{aligned} \quad (2.8)$$

minimeras.

Matrisen  $S$  i (2.8) är en viktmatris, vars element  $s_{ij}$  anger den grad av tillförlitlighet som kan ställas till de individuella mätningarna.

Beroende på formen hos matrisen  $S$  kan olika varianter av minstakvadratmetoden urskiljas.

Om  $S=I$  talar man om vanliga minstakvadratmetoden, med ett  $S$  av en mer generell positiv form om viktad minstakvadratmetod och med  $S = E(e \cdot e^T)$ , minimum varians estimat (MV).

### 2.3 ANALYTISK LÖSNING

Utgå från förlustfunktionen (2.8) med  $S=I$ , dvs.

$$\begin{aligned} J &= [y - \hat{\phi} \cdot \hat{\beta}]^T S^{-1} [y - \hat{\phi} \cdot \hat{\beta}] = \\ &= (y^T - \hat{\beta}^T \cdot \hat{\phi}^T) \cdot (y - \hat{\phi} \cdot \hat{\beta}) = \\ &= y \cdot y^T - y^T \cdot \hat{\phi} \cdot \hat{\beta} - \hat{\beta}^T \cdot \hat{\phi}^T \cdot y + \hat{\beta}^T \cdot \hat{\phi}^T \cdot \hat{\phi} \cdot \hat{\beta} \end{aligned}$$

Matrisen  $\hat{\phi}^T \cdot \hat{\phi}$  är icke-negativt definit och (2.8) har därför ett minimum. Kvadratkomplettering ger att minimum antas för

$$\hat{\beta} = (\hat{\phi}^T \cdot \hat{\phi})^{-1} \hat{\phi}^T \cdot y \quad (2.9)$$

Att minsta kvadratmetoden fungerar under ovan angivna förutsättningar garanteras av följande teorem som ges utan bevis se Olbjer (1982)

T 2.1 Existens.  
Förlustfunktionen (2.8) antar ett absolut minimum om och endast om  $\hat{\beta} = \hat{\beta}$ , där  $\hat{\beta}$  ges av (2.9)

T 2.2 Väntevärdesriktighet.  
Skattningen av parametrarna i modellen (2.5) är väntevärdesriktig om  $E(e) = 0$  och om matrisen  $\hat{\phi}$  och brusvektorn  $e$  är ömsesidigt oberoende.

T 2.3 Skattningsfelets varians.  
Om förutsättningarna för T 2.2 gäller och dessutom  $E(e \cdot e^T) = \sigma^2 \cdot I$

så är

$$E\{(\hat{\beta} - \beta) \cdot (\hat{\beta} - \beta)^T\} = \sigma^2 \cdot (\hat{\phi}^T \cdot \hat{\phi})^{-1}$$

## 2.4 ANVÄNDNING AV SKATTNINGSALGORITMER

I praktiska situationer är det nödvändigt att ha tillgång till rekursiva ekvationer för att beräkna (2.9).

Som tidigare påpekats ger MK-metoden väntevärdesriktig skattning av parametrarna i processmodellen endast om störningen är vitt brus med medelvärde noll. Ett vanligt sätt att modellera en störning på ett system är att utnyttja linjäriteten hos modellen och ansätta ett färgat brus verkande på utsignalen.

MK-metoden är i sådana fall oanvändbar tillsammans med en självinställare eftersom det i den krävs en god skattning av den sanna processen, för att få den önskade styrlagen realiserad. Dessutom gäller i allmänhet inte förutsättningarna för teorem T 2.2 då processens utsignal återkopplas via en regulator.

Vi har i vårt arbete provat att använda två varianter av MK-metoden, instrumental variable method (IV) och extended least squares (ELS). Båda metoderna redovisas kortfattat i kapitel 6, en fylligare framställning finns i Strejc (1980)

### 3. EN ALGORITM FÖR EN SJÄLVINSTÄLLANDE REGULATOR

#### 3.1 INLEDNING

I det följande diskuteras en metod att realisera en självinställande regulator baserad på direkt minimering av en förlustfunktion. Framställningen begränsas till att avse minimum varians regulatorer för system med en insignal och en utsignal. En mer allmän redovisning ges i Ljung och Trulsson (1981)

Minimeringen av förlustfunktionen kräver att gradienten av förlustfunktionen med avseende på regulatorns parametrar vilket i sin tur kräver kunskap om processdynamiken. I kapitel 6 redovisas kortfattat några användbara metoder och deras begränsningar. Alla har det gemensamt att de baseras på MK-metoden (se föregående kapitel).

#### 3.2 MINIMUM VARIANS REGLERING

Betrakta ett dynamiskt system

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})e(k) \quad (3.1)$$

där  $A(\cdot)$ ,  $B(\cdot)$  och  $C(\cdot)$  är polynom i bakåtskiftoperatoren,  $y(k)$  och  $u(k)$  är in- respektive utsignalerna och  $e(k)$  är en störning med medelvärde noll och

$$E\{e(k) \cdot e(j)\} = \begin{cases} 0 & k \neq j \\ \sigma^2 & k = j \end{cases}$$

Minimal varians styrlagen för systemet (3.1) är välkänd och ges av

$$u(k) = - \frac{S(q^{-1})}{R(q^{-1})} y(k) \quad (3.2)$$

där  $S(q^{-1})$  och  $R(q^{-1})$  definieras av följande polynomidentiter.

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1}) \cdot F(q^{-1}) + q^{-d} B^+(q^{-1}) \cdot S(q^{-1}) \quad (3.4)$$

$$R(q^{-1}) = F(q^{-1}) \cdot B^-(q^{-1}) \quad (3.5)$$

Där faktoriseringen av  $B(q^{-1})$  är gjord så att  $B^+(z)$  har alla nollställen utanför enhetscirkeln. För härledningen av styrlagen (3.2) hänvisas till Aström och Wittenmark (1982).

### 3.3 ALGORITMEN

Algoritmen för självinställaren baseras på minimering av

$$Q = E \left\{ \frac{1}{2} \cdot y^2 \right\} \quad (3.6)$$

Ansätt en styrlag på formen (3.2) och låt

$$\sigma = \text{grad}(S(q^{-1}))$$

$$\rho = \text{grad}(R(q^{-1}))$$

Låt vidare  $\eta$  beteckna vektorn som innehåller regulatorparametrarna dvs. koefficienterna i R- och S-polynomen.

$$\eta^T = [ s_0, s_1, \dots, s_{\sigma}, r_1, r_2, \dots, r_{\rho} ]$$

och låt  $y(k, \eta)$  och  $u(k, \eta)$  vara de signaler som genereras om systemet (3.1) återkopplas med regulatorn (3.2).

Problemet är då att minimera

$$Q = E \left\{ V(\eta) \right\} = E \left\{ \frac{1}{2} \cdot y^2(k, \eta) \right\} \quad (3.7)$$

där  $y$  beror av tidpunkten och regulatorn  $\eta$ . Genom att använda Tsypkins kanoniska form av den stokastiska approximationen, se bl.a Banyasz (1982).

$$\eta(k) = \eta(k-1) - P(k) \cdot \frac{dV}{d\eta} \quad (3.8)$$

kan gradienten av en realisering av förlustfunktionen användas.

Detta betyder att vi, istället för att minimera (3.7), kan lösa

$$V'(\eta) = 0 \quad \text{dvs.}$$

$$y(k, \eta) \cdot \frac{d}{d\eta}(y(k, \eta)) = 0 \quad (3.9)$$

För att göra detta observeras att det slutna systemet kan skrivas

$$(A \cdot R + q^{-d} \cdot B \cdot S) \cdot y(k, \eta) = C \cdot R \cdot e(k)$$

Derivering en gång m.a.p  $s_i$  ger

$$(A \cdot R + q^{-d} \cdot B \cdot S) \frac{d}{ds_i}(y(k, \eta)) + B \cdot q^{-d} \cdot y(k-i, \eta) = 0$$

$$\frac{d}{ds_i}(y(k, \eta)) = \frac{-B \cdot q^{-d}}{A \cdot R + q^{-d} \cdot B \cdot S} \cdot y(k-i, \eta) \quad i=0, 1, \dots, \sigma$$

På samma sätt finner vi att

$$\frac{d}{dr_j}(y(k, \eta)) = \frac{-B \cdot q^{-d}}{A \cdot R + q^{-d} \cdot B \cdot S} \cdot y(k-j, \eta) \quad j=1, 2, \dots, \rho$$

Införs vektorn  $\varphi$  enligt

$$\varphi^T(k) = [ -y(k), \dots, -y(k-\sigma), -u(k-1), \dots, -u(k-\rho) ]$$

så är

$$\psi(k) = \frac{d}{d\eta}(y(k, \eta)) = \frac{B}{A \cdot R + q^{-d} \cdot B \cdot S} \cdot \varphi(k-d) \quad (3.10)$$

Gradienten fås alltså genom att filtrera en vektor med kända in- och utsignaler, med ett filter vars parametrar beror av systemet och regulatorn.

Det är därför nödvändigt att ha tillgång till skattningar av processdynamiken. Dessa kan erhållas med någon av de MK-liknande metoder som står till buds.

Ekvationerna (3.8) och (3.10) ger nu följande algoritm för regulatorn.

$$(A(q^{-1}) \cdot R(q^{-1}) + q^{-d} \cdot B(q^{-1}) \cdot S(q^{-1})) \cdot \psi(k) = q^{-d} \cdot B(q^{-1}) \cdot \varphi(k)$$

$$\eta(k) = \eta(k-1) - P(k) \cdot \psi(k) \cdot \varphi(k)$$

$$u(k) = \eta^T(k) \cdot \varphi(k)$$

I (3.8) är  $P(k)$  en positivt definit matris som har till uppgift att ändra gradientens riktning mot minimum.

$P(k)$  baseras på Hessianen till  $V(\eta)$  (Olbjer (1982))

$$P(k) = \left[ \sum_{i=1}^k \frac{d^2 V(\eta)}{d\eta d\eta} \right] \quad (3.11)$$

En vanlig approximation till (3.11) är

$$P(k+1) = [ P(k)^{-1} + \psi(k) \cdot \psi^T(k) ]^{-1}$$

### 3.4 KONVERGENS

Det visas i en rapport av Ljung och Trulsson (1982) att, under förutsättningarna

- a. det slutna systemet är stabilt.
- b. skattningen av processparametrarna konvergerar mot det sanna systemet.

så konvergerar  $\eta(k)$  mot ett lokalt minimum av (3.7) då  $k \rightarrow \infty$ .

I samma rapport visas också att om gradtalen i regulatorpolynomen väljs som

$$\rho = \text{grad}(B) + d - 1 \quad ; \quad \sigma = \max(\text{grad}(A) - 1, \text{grad}(C) - d)$$

och förutsättningarna a. och b. ovan gäller, så konvergerar regulatorn mot den sanna minimal varians regulatorn för det sanna systemet.



## 4. ANVÄNDNING AV REGULATORALGORITM

Vi tänker oss som förut att vi har en process

$$A(q^{-1}) \cdot y(k) = q^{-d} \cdot B(q^{-1}) \cdot u(k) + C(q^{-1}) \cdot e(k)$$

som vi önskar reglera med en regulator som ger minsta möjliga varians hos processens utsignal  $y(t)$ . Om  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$ ,  $C(q^{-1})$  och  $d$  är kända, kan detta problem lösas genom att vi ansätter en återkoppling från utsignalen

$$u(k) = - \frac{S(q^{-1})}{R(q^{-1})} \cdot y(k)$$

$$S(q^{-1}) = s_0 + s_1 q^{-1} + s_2 q^{-2} + \dots$$

$$R(q^{-1}) = 1 + r_1 q^{-1} + r_2 q^{-2} + \dots$$

Polynomen  $S(q^{-1})$  och  $R(q^{-1})$  kan lösas ut genom identifiering i ekvationen

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1}) \cdot F_{d-1}(q^{-1}) + q^{-d} \cdot S_{n-1}(q^{-1})$$

om alla  $B$ 's nollställen ligger innanför enhetscirkeln, och användning av

$$R(q^{-1}) = F_{d-1}(q^{-1}) \cdot B(q^{-1})$$

där indexet i  $F_{d-1}(q^{-1})$  anger polynomets gradtal.

Om polynomen  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  och  $C(q^{-1})$  ej är kända, får vi använda en annan metod, en självinställande regulator. Detta kan givetvis göras på många olika sätt. Vi har valt att använda en algoritm, där gradienten av utsignalen beräknas med avseende på regulatorparametrarna. Denna gradient används sedan för minimera  $E(y^2)$ . (För teoretisk genomgång se föregående kapitel.)

Vi har försökt att praktiskt pröva ut och förbättra denna algoritm. Ett stort antal simuleringar på institutionens datoranläggning har genomförts. Programmen för dessa simuleringar har skrivits, dels i SIMNON, dels i FORTRAN. Anledningen till att FORTRAN använts, är att SIMNON saknar sådana strukturer som indexerade variabler, repetitionslingor och subrutinhopp. (För programlistning se bilaga 2.) För att beskriva små enkla delsystem är dock SIMNON mycket lämpligt.

I vårt arbete har vi främst inriktat oss på att försöka reglera två helt olika system

$$(1) A(q^{-1}) = 1 - 1.6q^{-1} + 0.75q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 1 + 0.9q^{-1} + 0.95q^{-2}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + 1.5q^{-1} + 0.75q^{-2}$$

$$d=1$$

$$(2) A(q^{-1}) = 1 + q^{-1} + 0.5q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 1 + 0.5q^{-1}$$

$$C(q^{-1}) = 0.5 + 0.4q^{-1} + 0.125q^{-2}$$

$$d=2$$

Vid användning av regulatoralgoritmen krävs ett estimat av processen. Till att börja med lät vi detta estimat vara den sanna processen. Då är det väl känt att regulatorparametrarna alltid skall konvergera mot optimala värden. Dock finns ett allvarligt problem här. Det är önskvärt med en så snabb inställning av regulatorn som möjligt. För att få detta, skall ett stort initialvärde på P-matrisen,  $PO \times I$ , väljas, men om  $PO$  blir för stort kan regulatorparametrarna i ett tidigt skede antaga sådana värden att ett instabilt slutet system erhålles. Om detta sker kan regulatorn ej antagas konvergera. En simulering, se fig 4.1, med system (1) visar att  $PO$  måste väljas så lågt att konvergensen blir mycket, mycket långsam. De optimala regulatorparametrarna för system (1) är  $s_0 = 3.1$ ,  $s_1 = 0.0$ ,  
 $s_2 = 0.0$

$$r_1 = 0.9 \text{ och } r_2 = 0.95.$$

För att kunna öka  $PO$  och därmed höja konvergenshastigheten infördes nu en stabilitetstest. Denna har till uppgift att förhindra att vi får ett instabilt slutet system. När nya regulatorparametrar har framräknats sker stabilitetstest, och om den visar på instabilitet behålls de gamla parametrarna. En simulering på system (1) med testen visade oss att endast en stabilitetstest inte ger

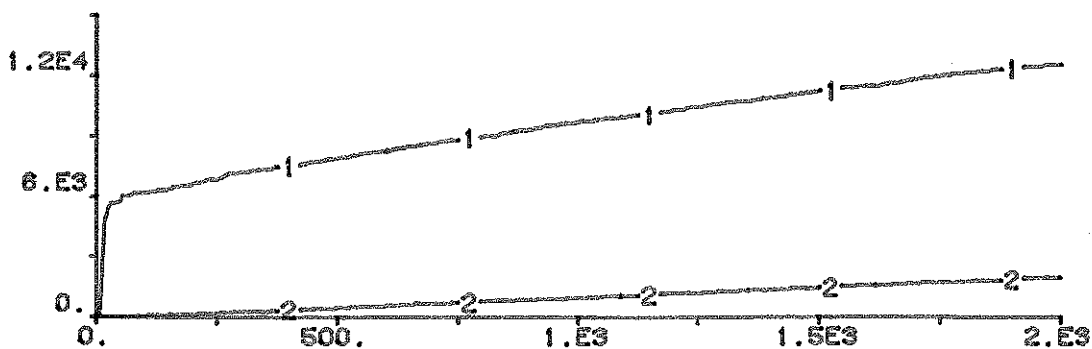


Fig. 4.1 Observerad och optimal ackumulerad spridning ( $\Sigma y^2$ ) för system (1) med sanna processparametrar. Ingen stabilitetstest.

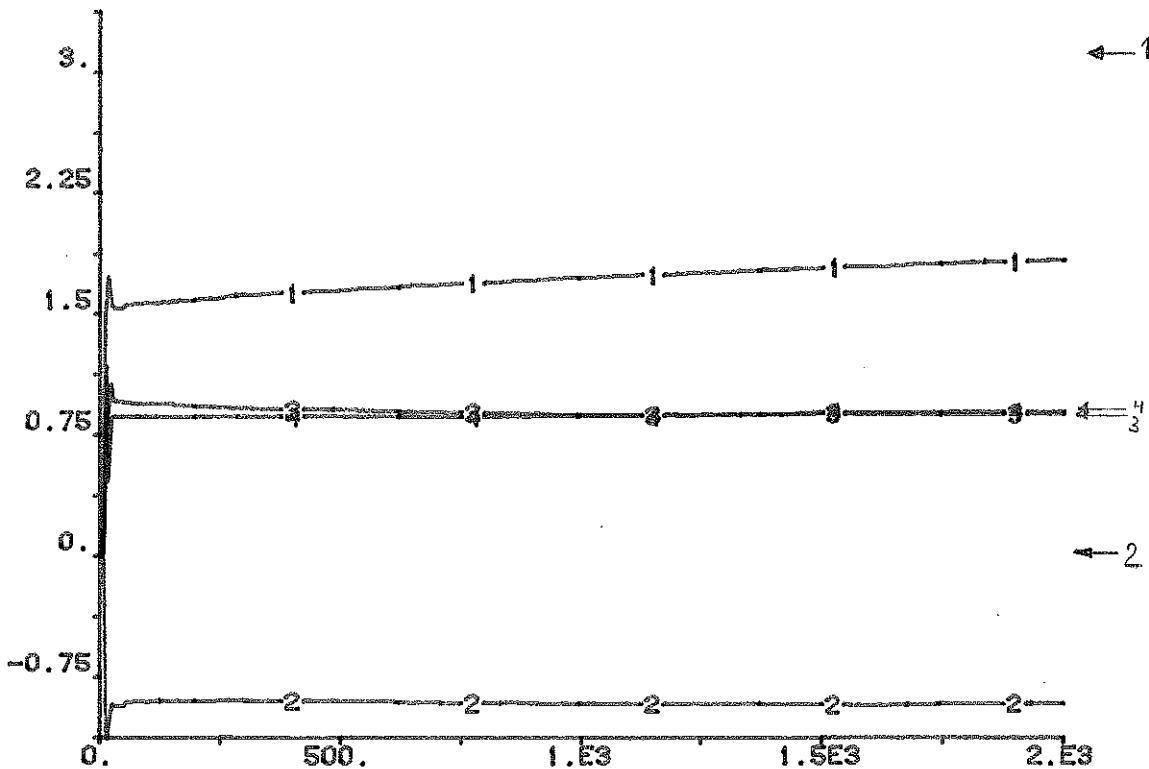


Fig. 4.2 Regulatorparametrar för system (1) med sanna processparametrar. Ingen stabilitetstest.  $s_0(1)$ ,  $s_1(2)$ ,  $r_1(3)$ ,  $r_2(4)$ .

någon nämnvärd förbättring av konvergensen.

Det viktiga för att få en god inställning är att ta ett lagom stort steg i gradientens riktning. Särskilt viktigt är detta i början, då parametrarna fortfarande är långt från sina optimala värden. Genom att i vår algoritm införa en extra faktor, i vårt program kallad D, kan man nå ett uppträdande enligt figur 4.5 och 4.6. Denna faktor kommer in i algoritmen vid ekvationen

$$\eta(k) = \eta(k-1) - P(k-1) \cdot \frac{q^{-d} \cdot B(q^{-1})}{A(q^{-1}) \cdot R(q^{-1}) + B(q^{-1}) \cdot S(q^{-1}) \cdot q^{-d}} \cdot \phi(k) \cdot y \cdot D$$

Nu har ett fullt acceptabelt resultat uppnåtts, och som synes i figur 4.6 har regulatorparametrarna i stort sett konvergerat efter 500 t.e., därefter bildar de båda kurvorna två nästan parallella linjer. Det är viktigt att parametrarna fortsätter med god hastighet mot sina optima, även efter det inledande språnget. Detta kan D hjälpa till att åstadkomma.

Ännu är vi dock ej nöjda. För att ytterligare bättra på algoritmen, införs möjligheten till flera stabilitetstester vid varje t.e.. När vi har testat en preliminär uppsättning regulatorparametrar, och funnit att de skulle ge ett instabilt slutet system, har förut de gamla behållits. Nu tas istället ett hälften så stort steg för att på nytt testa stabiliteten. Detta upprepas 8 ggr och om stabilitet ej heller nu erhållits, behålls de gamla värdena.

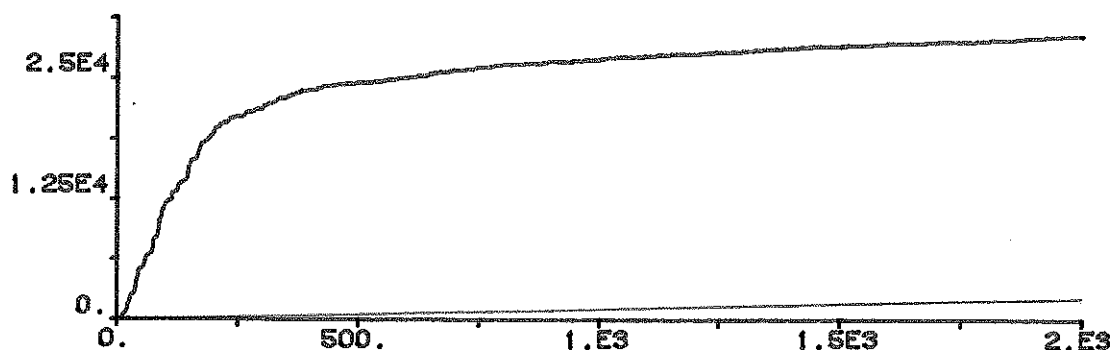


Fig. 4.3 Observerad och optimal ackumulerad spridning ( $\Sigma y^2$ ) för system (1) med sanna processparametrar. En stabilitetstest.  $D=1$ .

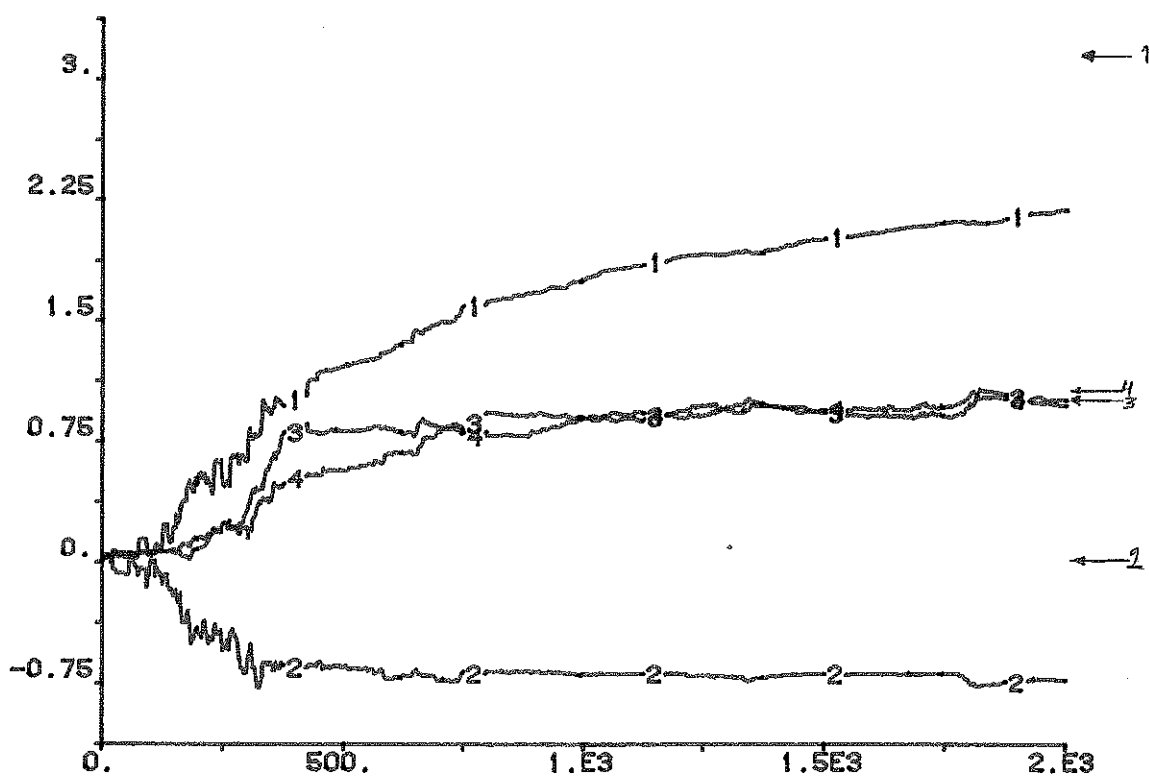


Fig. 4.4 Regulatorparametrar för system (1) med sanna processparametrar. En stabilitetstest.  $D \neq 1$ .  $s_0$  (1),  $s_1$  (2),  $r_1$  (3),  $r_2$  (4).

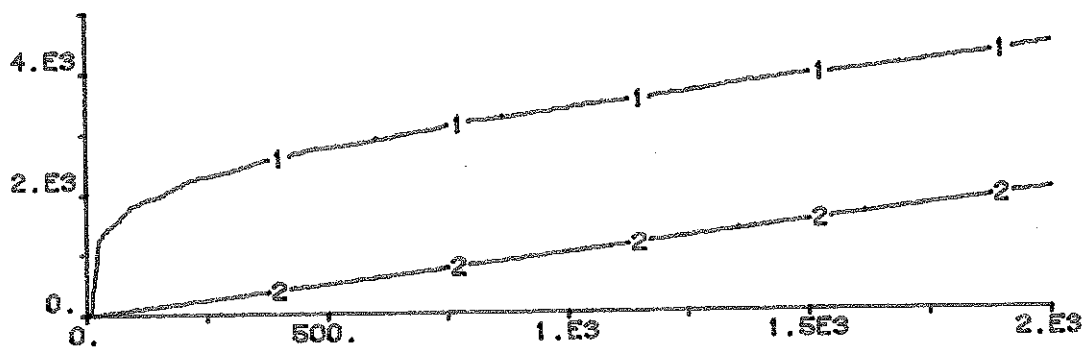


Fig. 4.5 Observerad och optimal ackumulerad spridning ( $E y^2$ ) för system (1) med sanna processparametrar.  $D \neq 1$ . Flera stabilitetstester.

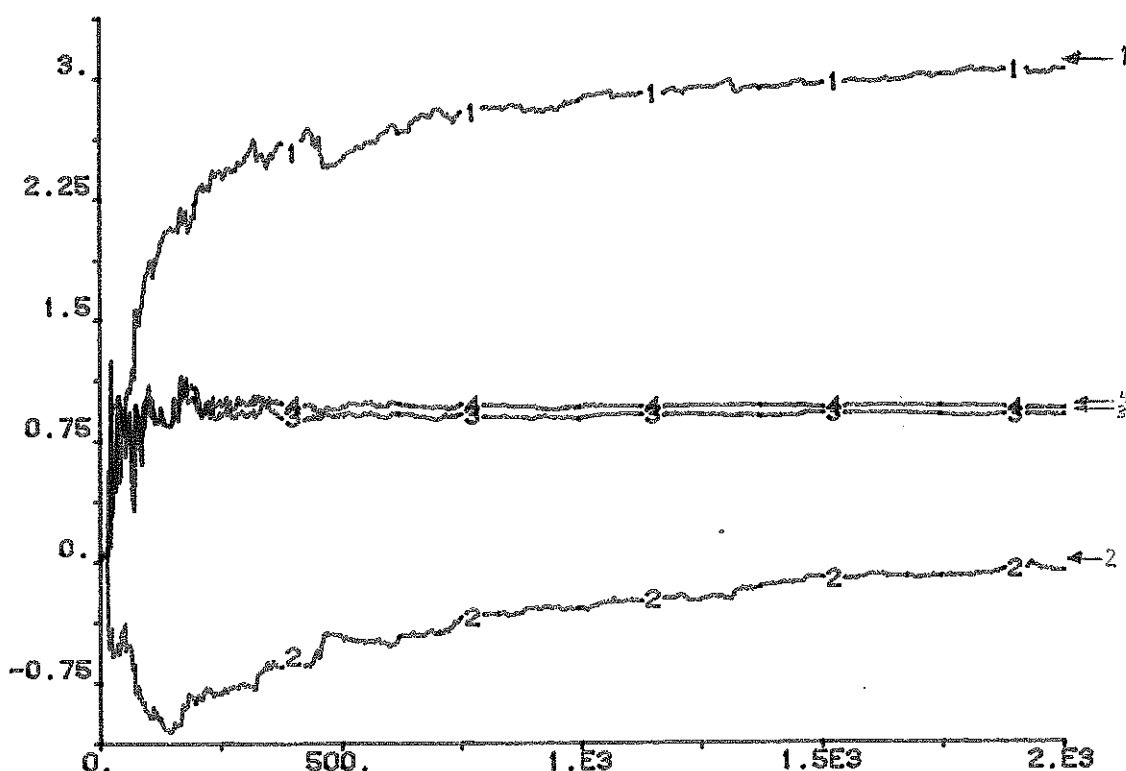


Fig. 4.6 Regulatorparametrar för system (1) med sanna processparametrar.  $D \neq 1$ . Flera stabilitetstester.  $s_0(1)$ ,  $s_1(2)$ ,  $r_1(3)$ ,  $r_2(4)$ .

Figur 4.5 och 4.6 visar att en mycket snabb inställning uppnåtts. Redan efter ca 100 t.e. är de båda kurvorna i figur 4.5 nästan parallella. Det faktum att den övre kurvan ligger betydligt högre beror på att system (1) är mycket känsligt, dvs variansen hos utsignalen varierar kraftigt beroende på regulatorns inställning. För att illustrera hur regulatoralgoritmen fungerar på ett mera okänsligt system användes system (2). De optimala regulatorparametrarna för detta system är  $s_0 = -0.05$ ,  $s_1 = 0.1$ ,  $r_1 = 0.3$  och  $r_2 = -0.1$ .

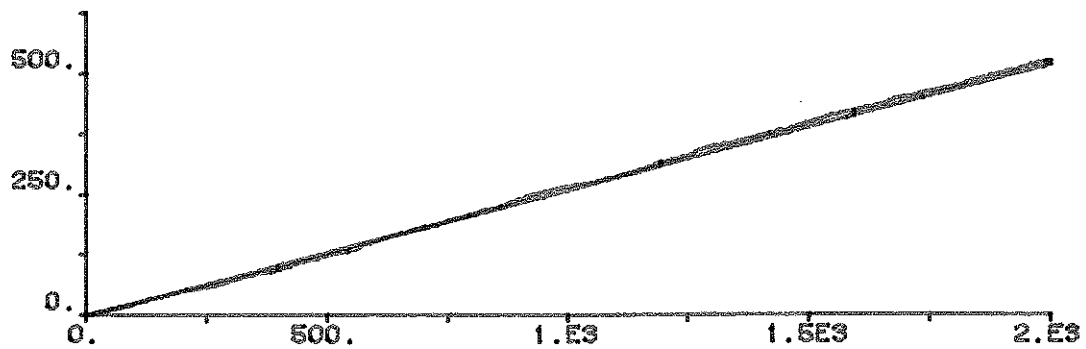


Fig. 4.7 Observerad och optimal ackumulerad spridning ( $\Sigma y^2$ ) för system (2) med sanna processparametrar.

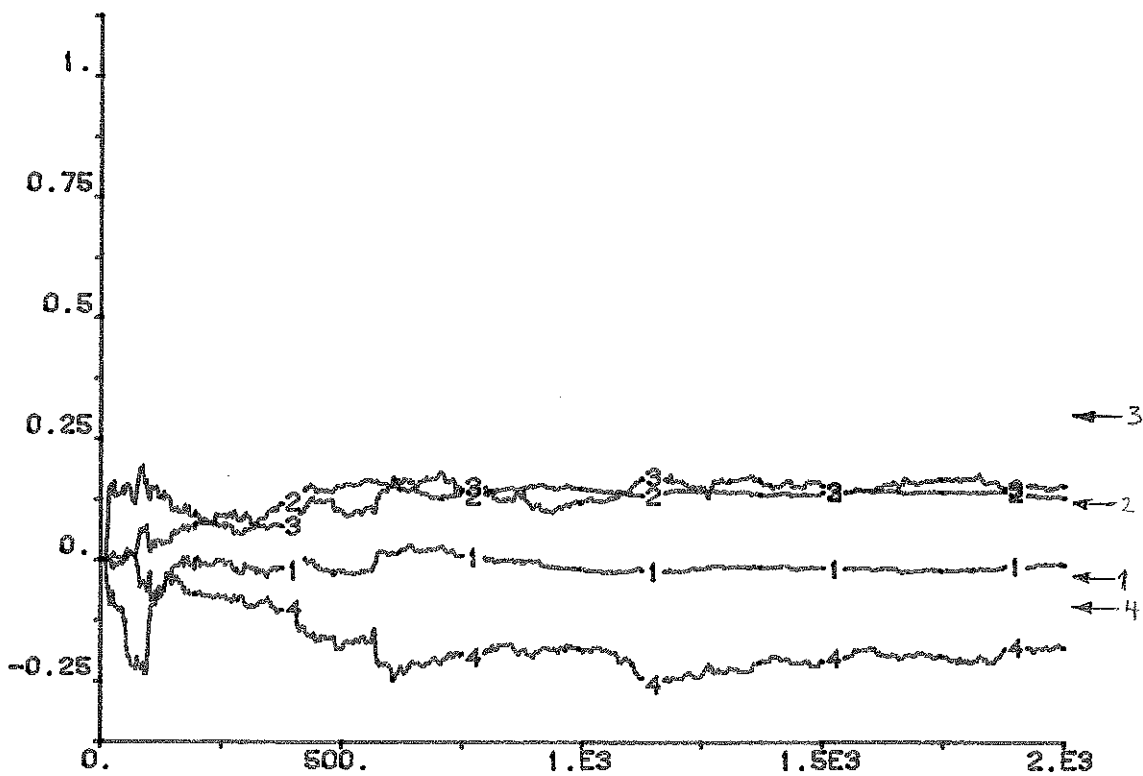


Fig. 4.8 Regulatorparametrar för system (2) med sanna processparametrar.  $s(1)$ ,  $s(2)$ ,  $r(3)$ ,  $r(4)$ .

## 5. INDIREKT SKATTNING AV PROCESSPARAMETRAR

Om vi nu vill använda vår väl utprovade regulator i något praktiskt sammanhang är det ju högst onaturligt att A- och B-polynomen skulle vara kända. Därför behöver vi något bra sätt att åstadkomma en skattning av processen.

Att estimeras en process är ett mycket vanligt problem inom reglertekniken och kan göras på många olika sätt. Det vanligaste är att mäta processens ut- och insignaler, och sedan använda någon rent statistisk metod för att beräkna processens parametrar. Till detta återkommer vi. Först skall en något mera speciell metod användas.

Vi vill åstadkomma en minimal varians regulator. Om processen och brusets egenskaper är kända, kan vi lösa ut regulatorpolynomen ur ekv (3.4) och (3.5). Detta gör vi dock inte. Men anta istället att vi känner regulatorpolynomen och bruset. Då kan processpolynomen lösas ut. Nu känner vi ej brusets egenskaper. Om vi då antar att vi har vitt brus och känner regulatorpolynomen, kan A- och B-polynomen lösas ut, genom att använda ekv (3.4) åt andra hållet. Vi skaffar oss alltså ett delsystem, som löser ut processpolynomen ur ekv (3.4). Dessa A- och B-parametrar använder vi på samma sätt, som vi förut använt de riktiga parametervärdena.

Det är viktigt att komma ihåg att det faktum att vi antar att vi har vitt brus, vid uträkning av processparametrarna, men egentligen har färgat brus, ger upphov till ett fel i processestimaten. Även om regulatorparametrarna är de optimala fås felaktiga processparametrar. Det går att visa att om skattningen av processen är konvergent, konvergerar regulatorn mot sitt optimum. Den skattning av processen som

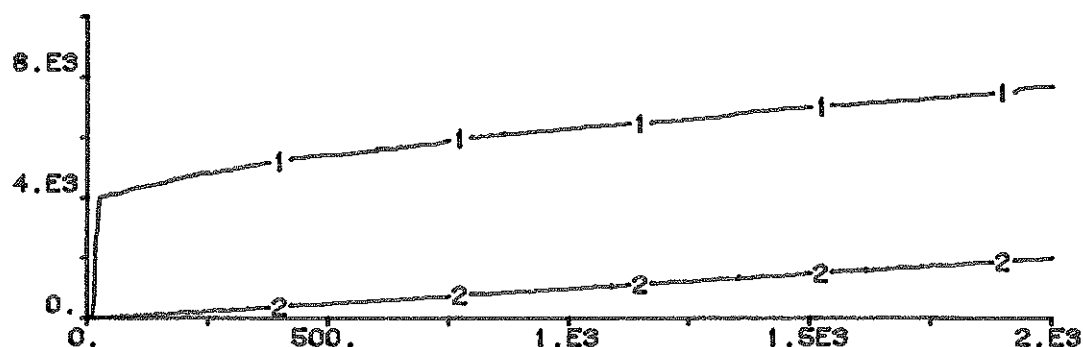


Fig. 5.1 Observerad och optimal ackumulerad spridning ( $\Sigma y^2$ ) för system (1) med indirekt skattning av processparametrarna.



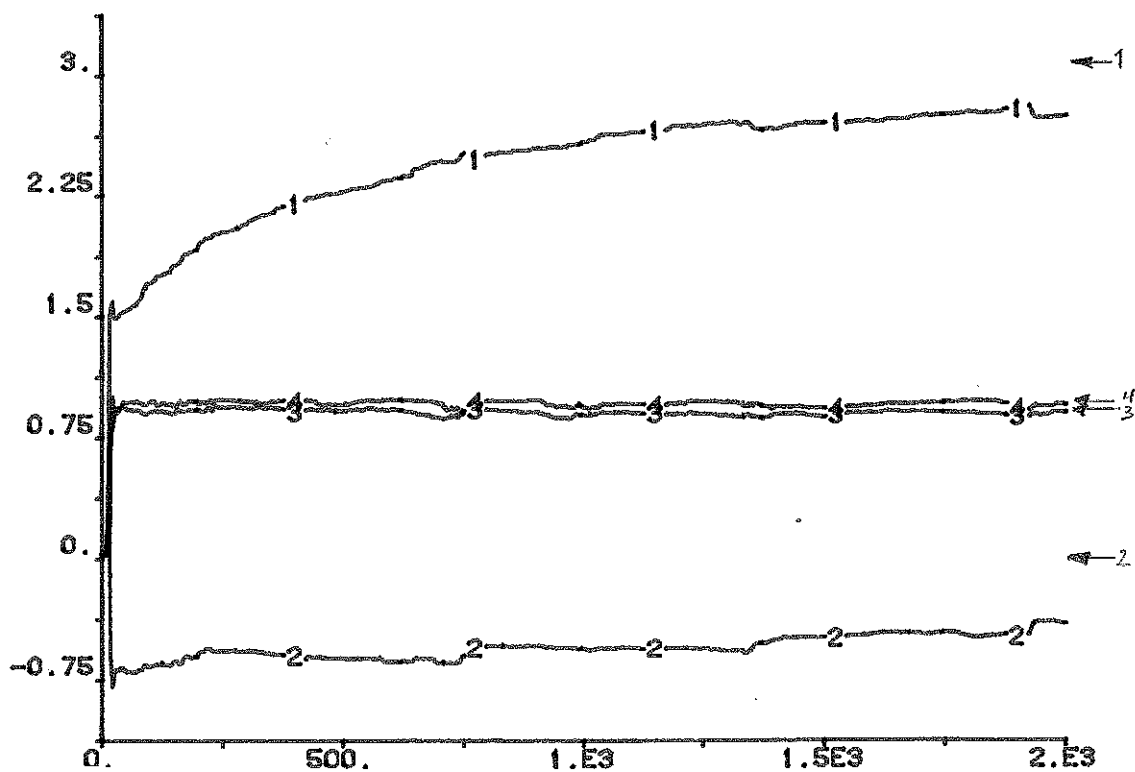


Fig. 5.2 Regulatorparametrar för system (1) med indirekt skattade processparametrar.  $s_0$  (1),  $s_1$  (2),  $r_1$  (3),  $r_2$  (4).

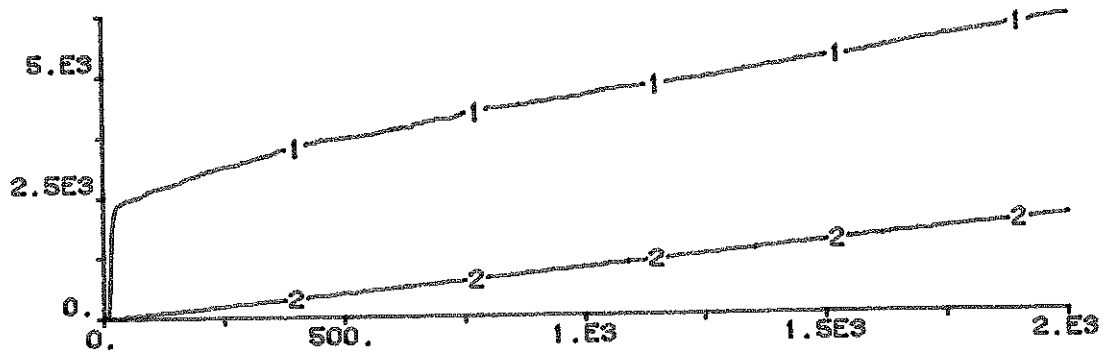


Fig. 5.3 Observerad och optimal ackumulerad spridning ( $\Sigma y^2$ ) för system (1) med indirekt skattade processparametrar. Glömskefaktor införd.

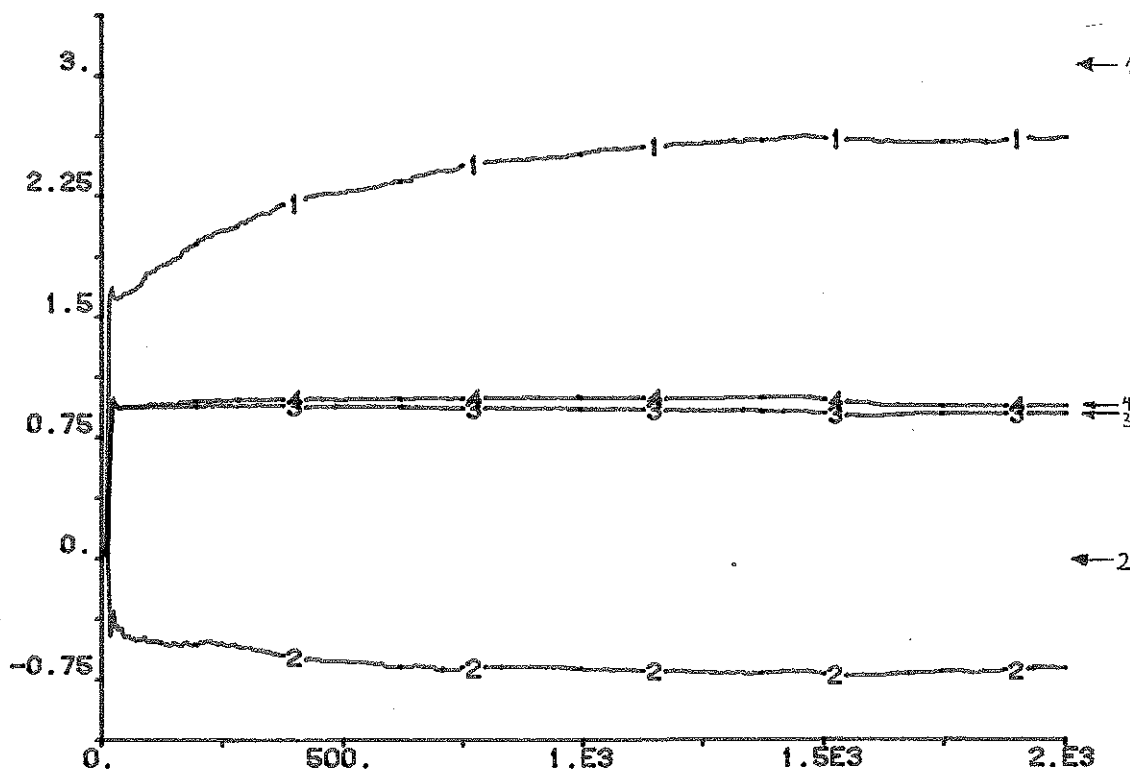


Fig. 5.4 Regulatorparametrar för system (1) med indirekt skattade processparametrar. Glömskefaktor införd.  $s(1)$ ,  $s_1(2)$ ,  $r_1(3)$ ,  $r_2(4)$ .

regulatorn behöver, används endast för beräkning av gradienten, som bestämmer i vilken riktning regulatorparametrarna skall justeras.

Figur 5.1 och 5.2 visar hur en simulering efter ovan beskrivna förutsättningar utfallit. Jämförs detta resultat med figur 4.7 och 4.8, där vi hade de sanna processparametrarna, ses lätt att kurvorna för ackumulerad spridning skiljer sig mera nu än tidigare, men att vi även här får en snabb inställning mot approximativt rätta regulatorparametrar.

När vi använder denna metod, har vi i början en mycket dålig modell av processen. För att detta inte skall inverka alltför mycket, kan vi införa en glömskefaktor i vår algoritm. Vi använder en glömskefaktor som först är strax under ett, och sedan växer exponentiellt mot ett. Detta gör att vi minskar påverkan på regulatorparametrarna från den i början dåliga modellen av processen. I algoritmen syns glömskefaktorn ( $\lambda$ ) i ekvationen

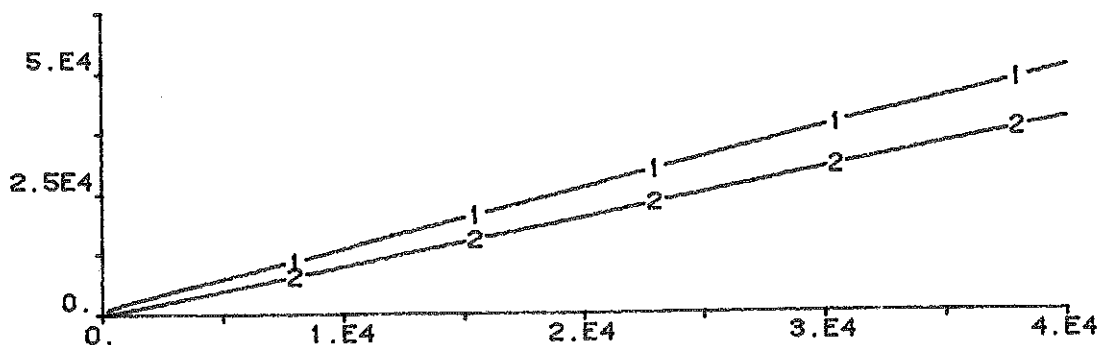


Fig. 5.5 Observerad och optimal ackumulerad spridning ( $\Sigma y^2$ ) för system (1) med indirekt skattade processparametrar. Initialvärden för regulatorparametrar=optimala värden.

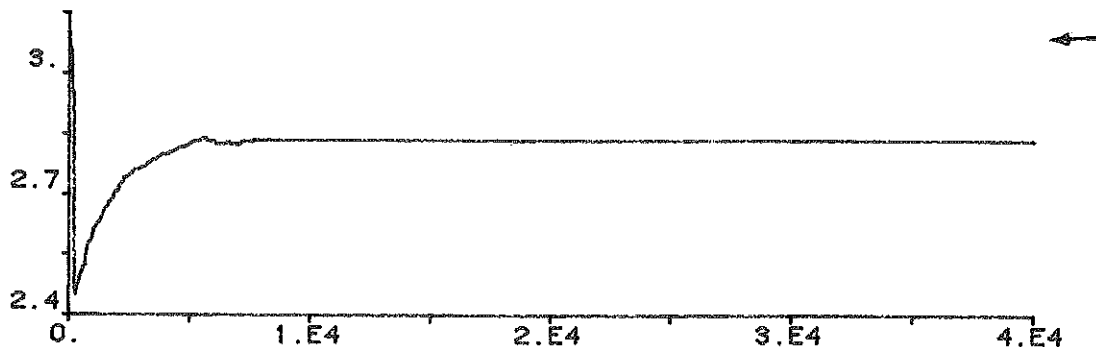


Fig. 5.6 Regulatorparametern  $s_0$  för system (1) med indirekt skattade processparametrar. Initialvärden för regulatorparametrar=optimala värden.

$$P(k) = P(k-1) \cdot \left[ I - \frac{\Phi(k) \cdot \Phi^T(k) \cdot P(k-1)}{\lambda + \Phi^T(k) \cdot P(k-1) \cdot \Phi(k)} \right] / \lambda$$

Om  $\lambda=1$  fås den ursprungliga algoritmen utan glömekefaktor. Figur 5.3 och 5.4 visar att en viss förbättring av uppträdandet nås i ett inledande skede. Då processestimaten är felaktigt, kan regulatorn konvergera mot en punkt skild från den optimala. En simulering på system (1) gav resultat enligt figur 5.5 - 5.8. Initialvärdena för regulatorparametrarna motsvarar regulatorns optimum. Om dessa värden svarat mot en stationär punkt, skulle regulatorparametrarna ej ändrats. Här fås istället stationaritet i en punkt klart skild från den optimala. Detta syns också tydligt i figur 5.5, där de båda kurvorna

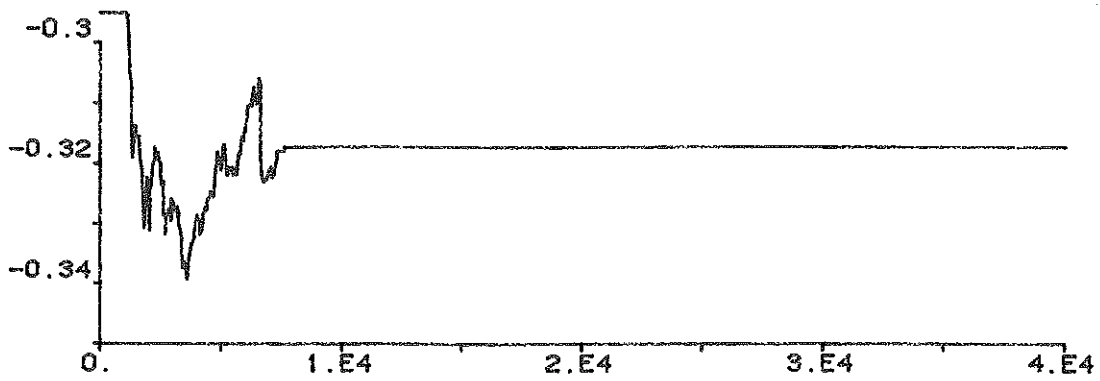


Fig. 5.7 Regulatorparametern  $s_1$  för system (1) med indirekt skattade processparametrar. Initialvärden för regulatorparametrar=optimala värden.

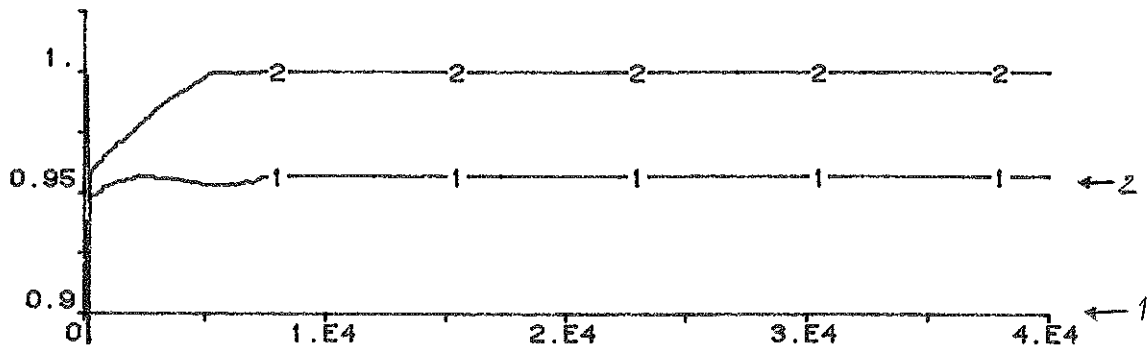


Fig. 5.8 Regulatorparametrarna  $r_1$  och  $r_2$  för system (1) med indirekt skattade processparametrar. Initialvärden för regulatorparametrar=optimala värden.

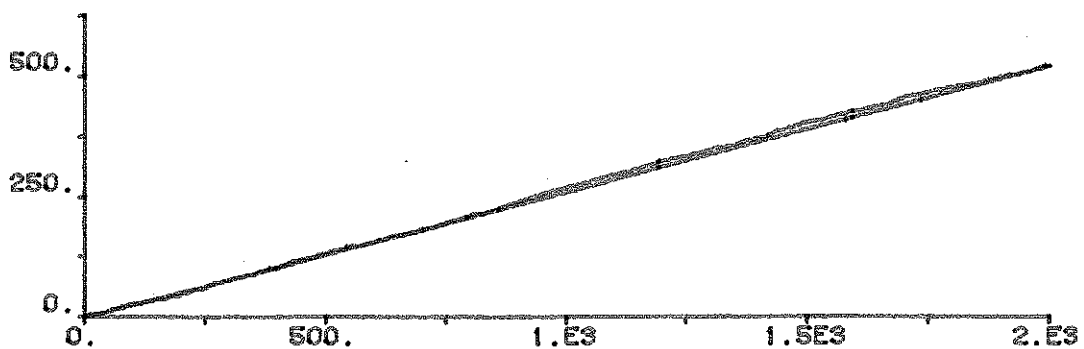


Fig. 5.9 Observerad och optimal ackumulerad spridning ( $E y^2$ ) för system (2) med indirekt skattade processparametrar.

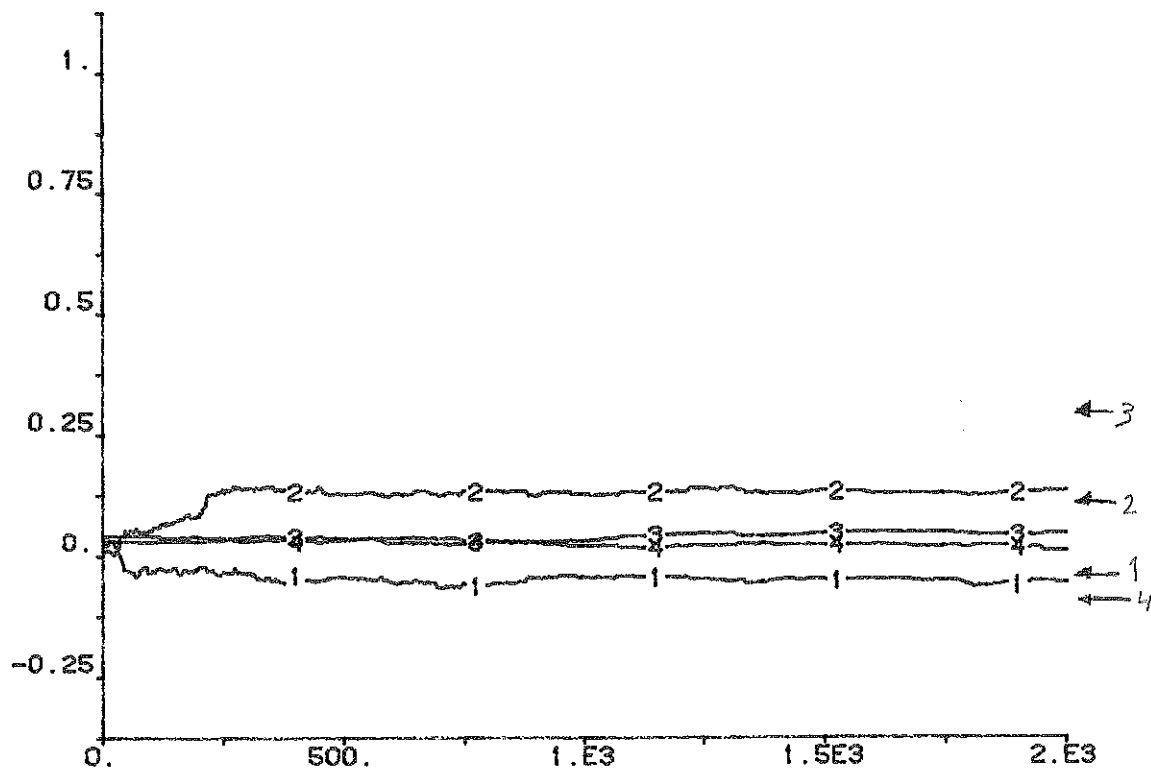


Fig. 5.10 Regulatorparametrar för system (2) med indirekt skattade processparametrar.  $s(1)$ ,  $s(2)$ ,  $r(3)$ ,  $r(4)$ .

är klart divergenta.

Figur 5.9 och 5.10 visar att det även vid användning av algoritmen på system (2) fås ett fel i regulatorparametrarnas inställning. Detta fel märks dock ej i utsignalens varians.

## 6. ANVÄNDNING AV OLIKA SKATTNINGSGORITMER

### 6.1 INLEDNING

Som påpekades i kap.2 i samband med MK-metoden krävs, för att få väntevärdesriktiga skattningar, att störningen på systemet är vitt brus med medelvärde noll. I de system som vi valt att simulera verkar ett färgat brus additivt på utsignalen.

För att komma över denna svårighet har flera andra metoder föreslagits. I vårt arbete har vi koncentrerat oss på två, nämligen "Instrumental variable method" (IV) och "Extended least squares method" (ELS). Båda metoderna kan formellt beskrivas med samma uppsättning rekursiva ekvationer.

### 6.2 FÖRSÖK

I MK-metoden används enbart observationer av gamla in- och utsignaler för att beräkna skattningarna. I IV-metoden genereras en ny uppsättning av variabler som korreleras med observationsvektorn. Fördelen med IV-metoden är att ingen eller endast liten a priori kunskap om brusets dynamik krävs.

Låt som tidigare

$$y(k) = \theta \cdot \phi^T(k) + w(k) \quad (6.1)$$

beskriva systemet, men där  $w(k)$  nu är färgat brus.

Korreleras ekv. (6.1) med en sekvens av vektorer  $\xi(k)$  fås

$$\sum_{k=1}^N \xi(k) \cdot y(k) = \left[ \sum_{k=1}^N \xi(k) \cdot \phi^T(k) \right] \cdot \theta + \sum_{k=1}^N \xi(k) \cdot w(k) \quad (6.2)$$

Antag nu att  $\xi(k)$  valts så att  $\xi(k)$  och  $w(k)$  är okorrelerade dvs.

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \xi(k) \cdot w(k) \rightarrow 0 \quad \text{då } N \rightarrow \infty \quad (6.3)$$

och att  $\xi(k)$  samtidigt är tillräckligt korrelerad med  $\phi(k)$ . Då är

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \xi(k) \cdot \Phi^T(k) \quad \text{inverterbar.} \quad (6.4)$$

Som skattning kan vi då ta

$$\hat{\theta}(k) = \left[ \sum_{i=1}^N \xi(k) \cdot \Phi^T(k) \right]^{-1} \cdot \sum_{i=1}^N \xi(k) \cdot y(k) \quad (6.5)$$

$\hat{\theta}(k)$  kommer att närma sig  $\theta$  då  $k \rightarrow \infty$  om förutsättningarna (6.3) och (6.4) är uppfyllda.

Det gäller då att välja sekvensen  $\xi(k)$ . Ett vanligt sätt är att välja en vektor av gamla insignaler och utsignaler genererade av systemet

$$\hat{A}_{k-1}^{-1}(q^{-1}) \cdot y(k) = \hat{B}_{k-1}^{-1}(q^{-1}) \cdot u(k)$$

där  $\hat{A}_{k-1}$  och  $\hat{B}_{k-1}$  betecknar det skattade system som erhålls

vid föregående beräkning av  $\hat{\theta}$ .

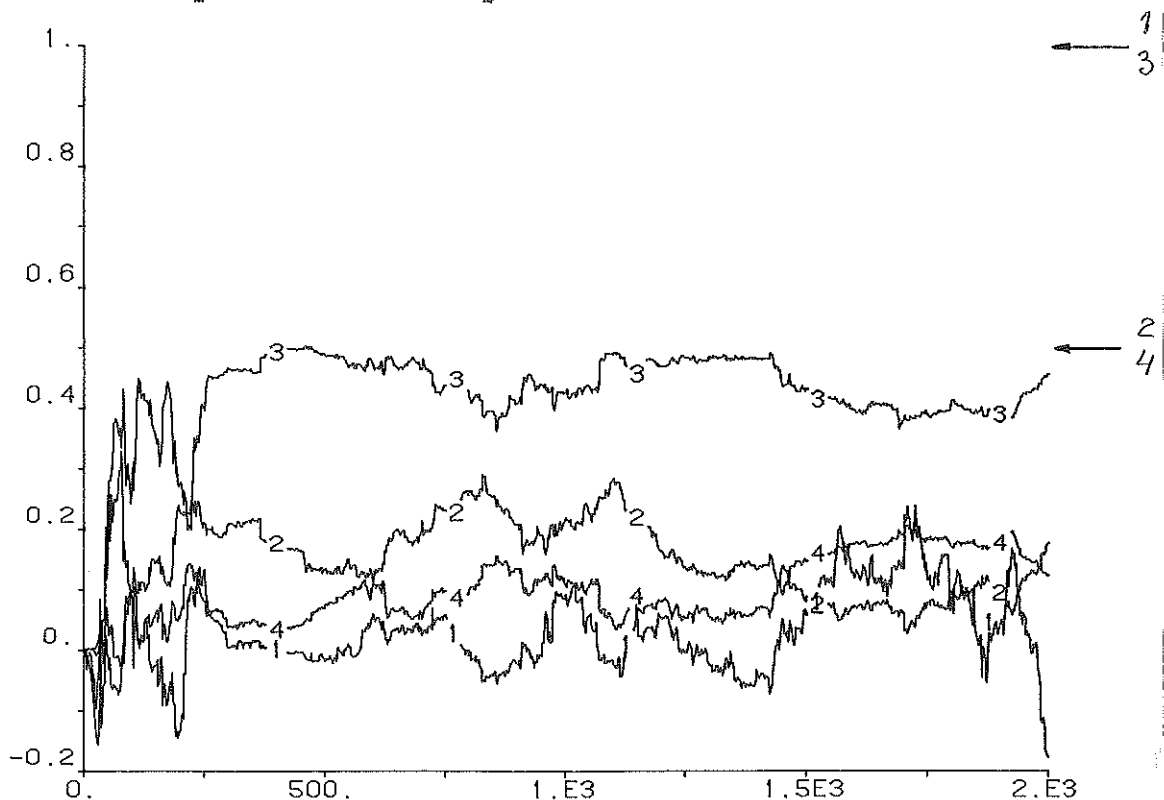


Fig.6.1 Skattning av processparametrar för systemet (2) med IV-metoden.  $a_1(1)$ ,  $a_2(2)$ ,  $b_0(3)$ ,  $b_1(4)$ . Pilarna markerar motsvarande sanna värden.

Fig. 6.1 visar det resultat som erhöles vid simuleringen av systemet (2) och med regulatorn inkopplad. Som synes är skattningarna dåliga.

Vi misstänkte att det dåliga resultatet berodde på att ekv. (6.3) ej gällde. För att försöka verifiera detta gjorde vi följande tillägg till modellen. Ett referensvärde tilläts verka på signalen. Detta bör öka mängden nyttig information i utsignalen. Av fig. 6.2 framgår att skattningarna då blir avsevärt bättre.

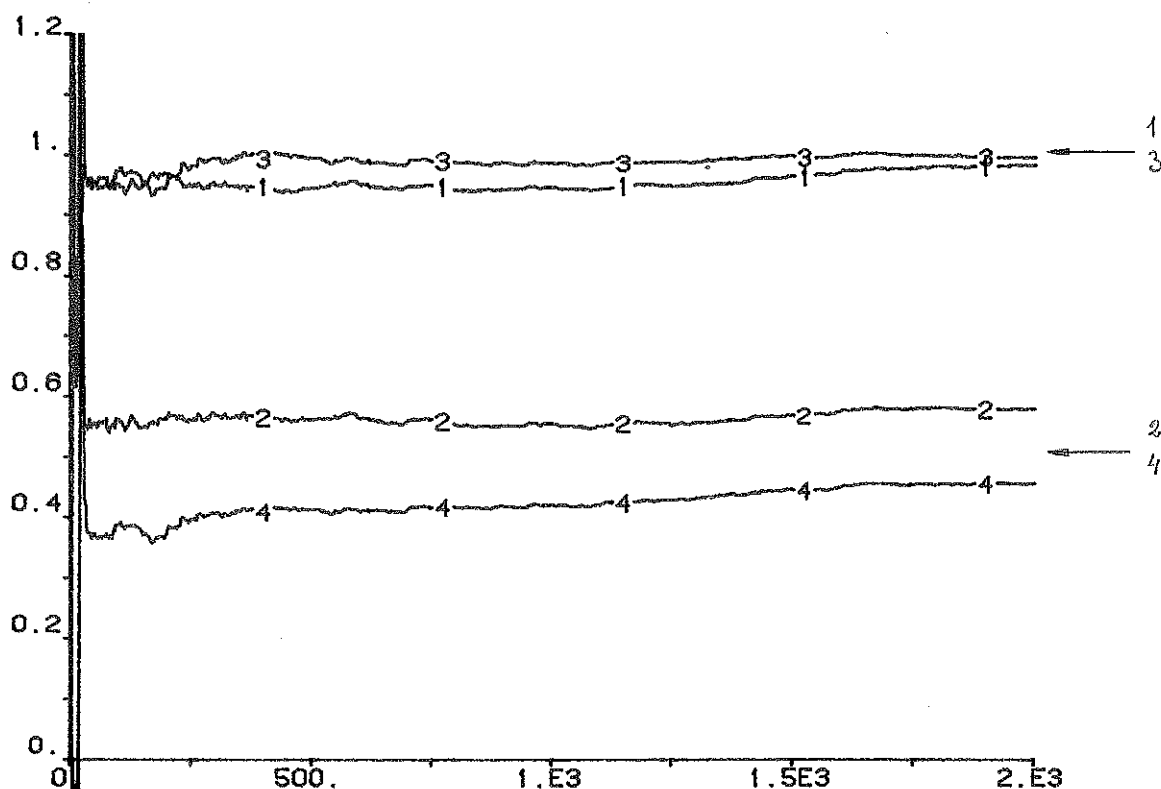


Fig. 6.2 Skattning av processparametrar för systemet (2) med IV-metoden och referensvärde i signalen.  $a_1$  (1),  $a_2$  (2),  $b_0$  (3),  $b_1$  (4). Pilarna markerar motsvarande sanna värden.

Emellertid är detta inte en användbar metod för att lösa regulatorproblemet. Regulatorn kommer att ställa in sig så att kompensering sker för den deterministiska delen av signalen. För att komma ifrån detta provade vi att använda ELS-metoden. ELS-metoden skiljer sig från MK-metoden endast på så sätt att även C-polynomet i modellen skattas.



För att få en bättre utvärdering av regulatoralgoritmen övergick vi till att simulera system (1). Anledningen till detta val var att systemet (1) är mycket känsligare än (2). Systemen har poler i

$$p_{1,2} = 0.8 \pm 0.11j \quad (1)$$

$$p_{1,2} = 0.5 \pm 0.5j \quad (2)$$

I själva verket visar det sig att en avvikelse i processparametrarna på  $\Delta a_i$  ger upphov till en polförflyttning som är

$$|\Delta p_i| \approx 3.67 \cdot \Delta a_i \quad (1)$$

$$|\Delta p_i| \approx 1.41 \cdot \Delta a_i \quad (2)$$

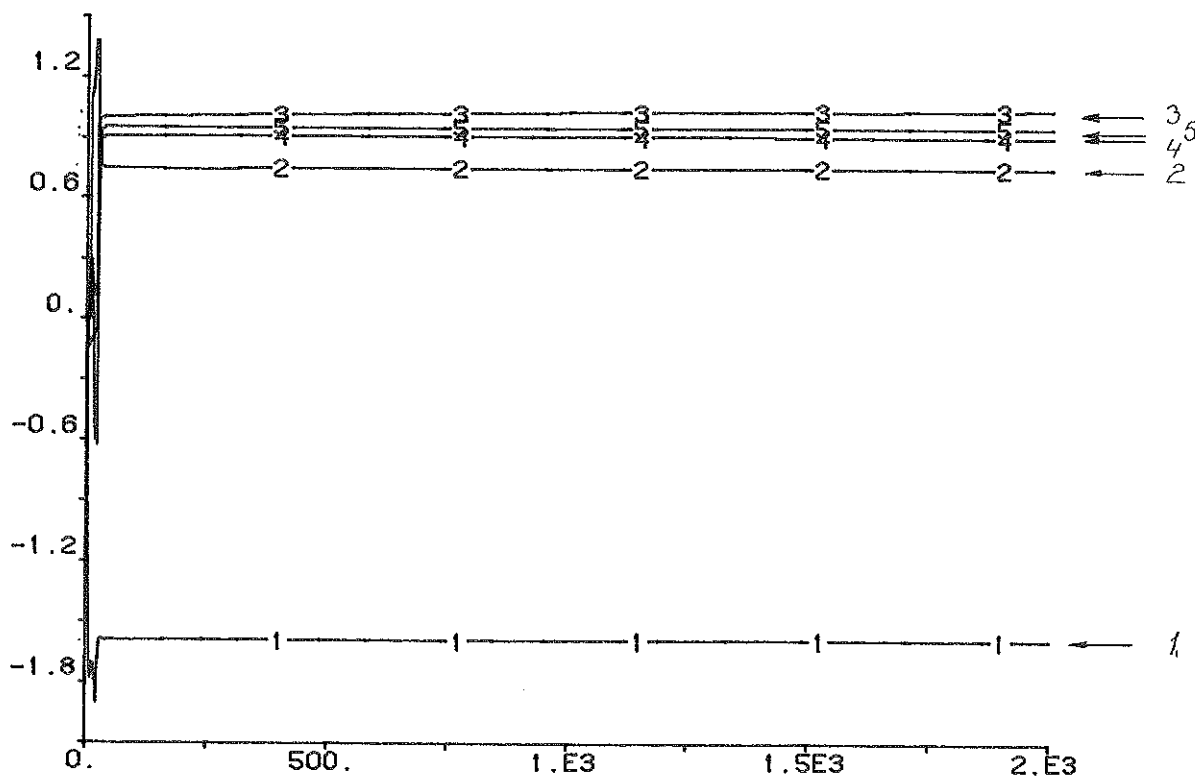


Fig. 6.3 Skattning av processparametrar för systemet (1) med ELS-metoden.  $a_1$ (1),  $a_2$ (2),  $b_0$ (3),  $b_1$ (4),  $b_2$ (5).

Pilarna markerar motsvarande sanna värden.

Fig. 6.3 visar resultatet av parameterskattningen. Som synes har skattningarna redan efter ca: 500 tidsenheter uppnått god noggrannhet. Däremot är regulatorparametrarna långt ifrån de optimala värdena (se fig 6.4). Detta framgår även av fig. 6.5, där den förväntade spridningen med optimal regulator visas som en rät linje.

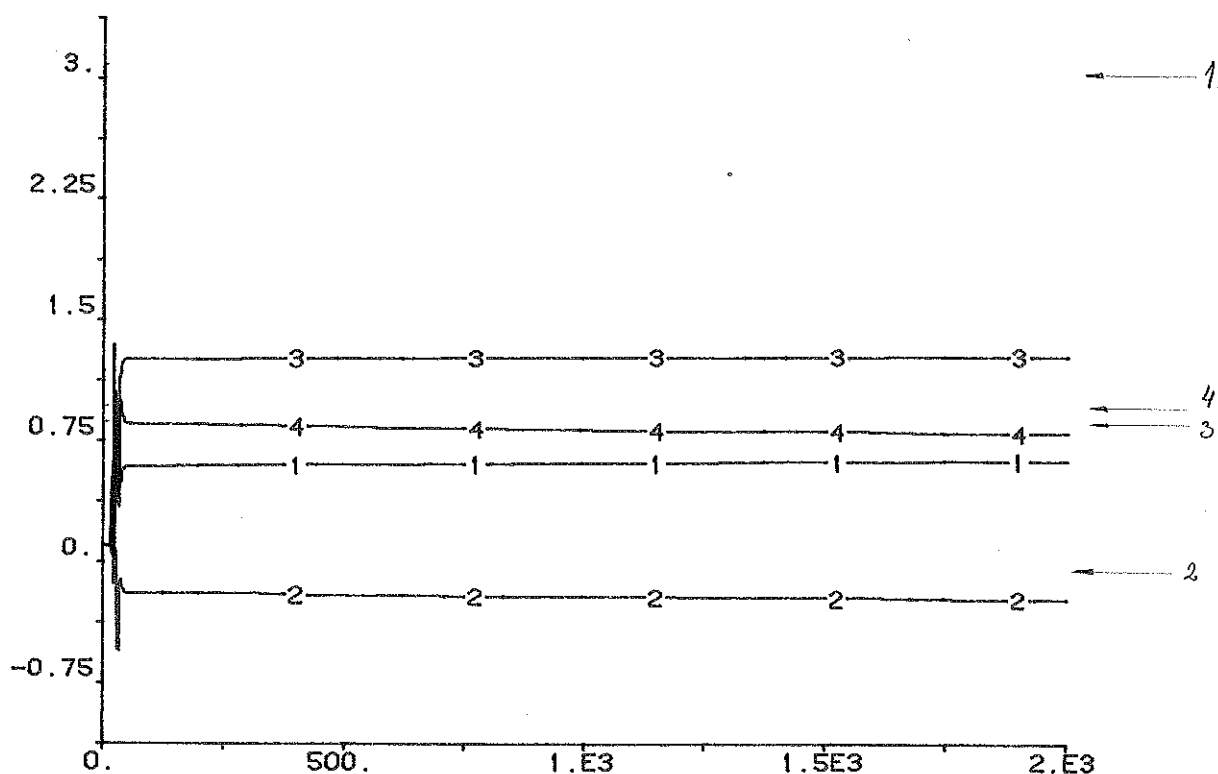


Fig. 6.4 Regulatorparametrarnas inställning vid reglering av (1).  $s(1)$ ,  $s(2)$ ,  $r(3)$ ,  $r(4)$ . Ingen glömskefaktor.

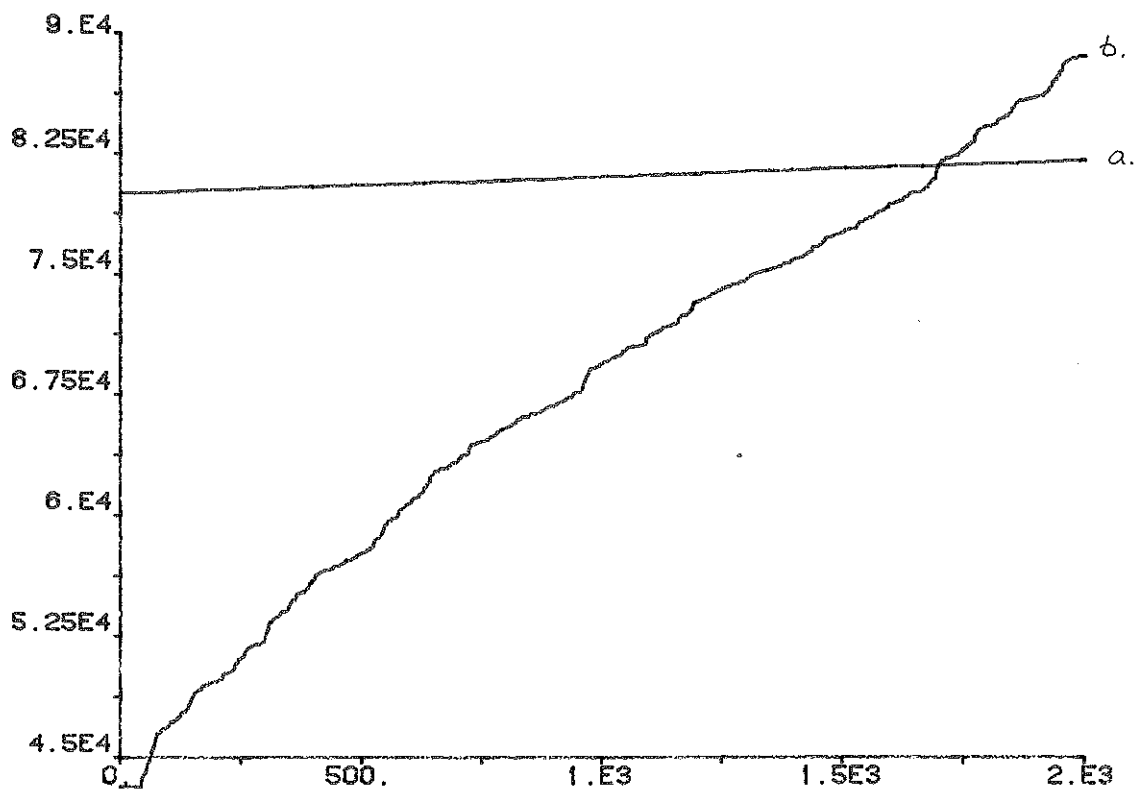


Fig. 6.5 Ackumulerad spridning då systemet (1) regleras med en regulator utan glömskefaktor. Kurva a är den förväntade spridningen med optimal regulator; kurva b är den verkliga uppmätta spridningen.

För att bättra på inställningen av regulatorparametrarna provade vi att använda en glömskefaktor i regulatoralgoritmen. I fig. 6.6 visas hur regulatorparametrarna ställer in sig. Som synes har en dramatisk förbättring skett. Ur fig. 6.7 framgår att den uppmätta spridningen hos utsignalen är parallell med den förväntade optimala. Detta betyder att regulatorparametrarna har konvergerat.

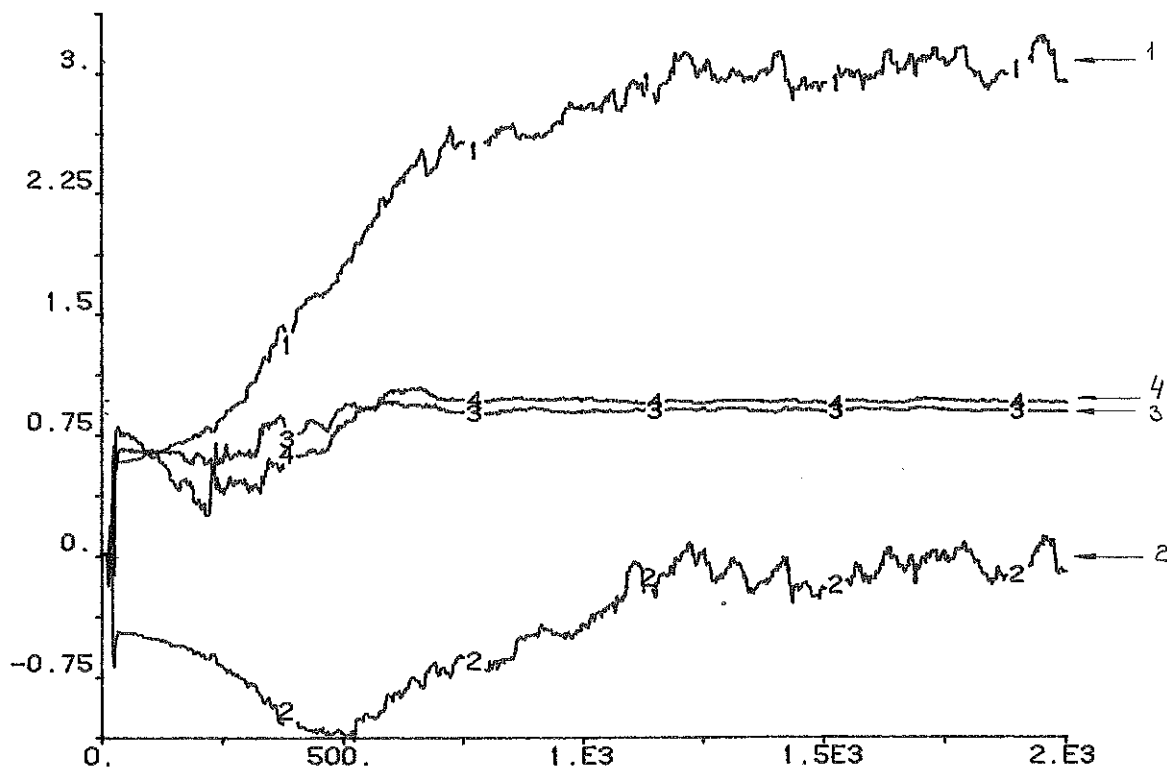


Fig. 6.6 Regulatorparametrarnas inställning vid reglering av (1).  $s_0(1)$ ,  $s_1(2)$ ,  $r_1(3)$ ,  $r_2(4)$ . Glömskefaktor används.

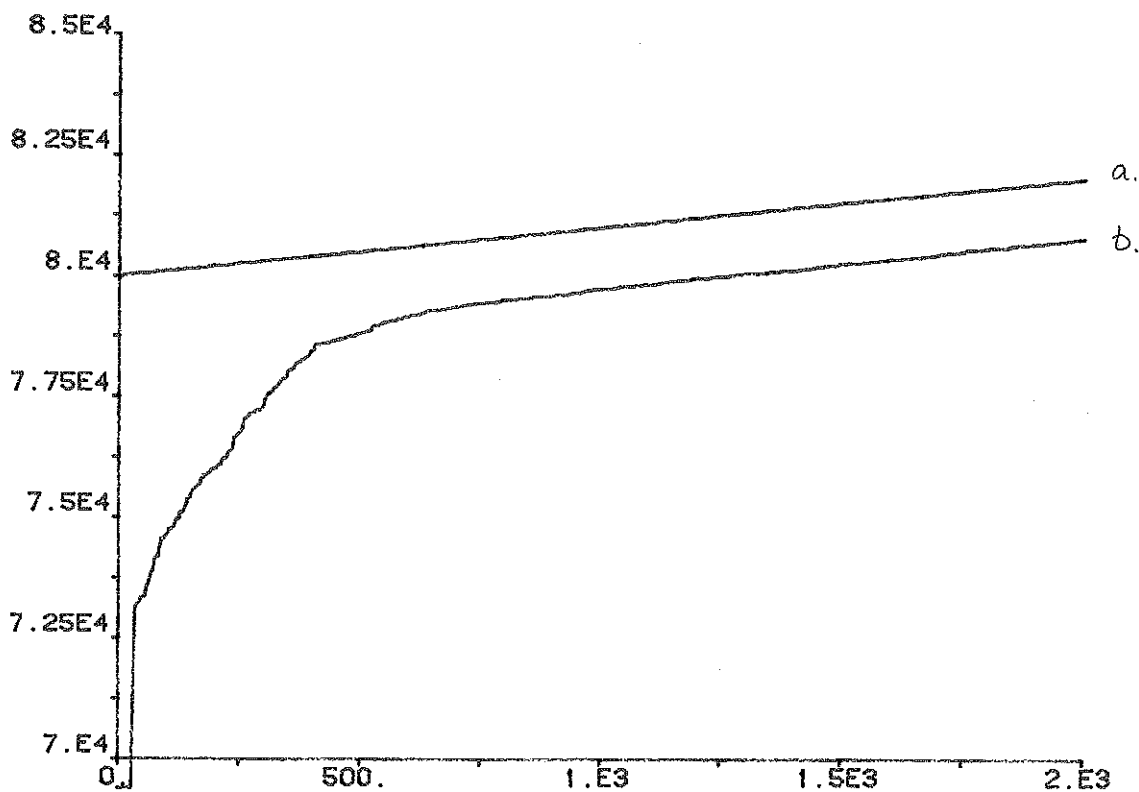


Fig. 6.7 Ackumulerad spridning då systemet (1) regleras med en regulator med glömskefaktor. Kurva a är den förväntade spridningen med optimal regulator; kurva b är den verkliga uppmätta spridningen.

## 7. SAMMANFATTNING

Många olika sätt att implementera självinställare har föreslagits under senare år. Alla har de sina för- och nackdelar. De flesta fungerar inte bra när A- och B-polynomen har gemensamma faktorer, eller processen är icke-minimum fas. Vår metod konvergerar dock alltid, under de förutsättningar som anges i kapitel 3.

Vi har använt ett antal olika metoder att skatta processen, dels olika MK-liknande metoder, dels en indirekt skattning av processen. De MK-liknande metoderna har det gemensamt att de alla konvergerar mot sanna processen. Den indirekta skattningen ger dock ett kraftigt fel om inte det störande bruset är vitt.

För att regulatorn skall konvergera mot sitt optima krävs en sann processmodell. Våra simuleringar har dock klart visat att man, för att få en god reglering, klarar sig bra med en mycket grov bild av processen.

## REFERENSER.

1. L. Ljung och E. Trulsson  
Adaptive control based on explicit criterion minimization.  
Proc. 8th IFAC Congress Kyoto Japan, paper 31.1
2. L. Ljung och E. Trulsson  
Direct minimization methods for adaptive control of  
non-minimum phase systems  
Intern rapport, Inst. för Systemteknik, LiTH
3. V. Strojic  
Least squares parameter estimation  
Automatica Vol.14 nr.5
4. Cs. Banyasz och L. Keviczky  
Direct methods for self tuning PID-regulators  
Preprint 6th IFAC Symposium on Identification and  
System Parameter Estimation, Washington June 1982
5. K.J. Åström och B. Wittenmark  
Computer control theory  
Sigmatryck, Lund 1982
6. L. Dlibjer  
Tidsserieanalys  
Sigmatryck, Lund 1982

## ALGORITM

## BETECKNINGAR

$$\varphi(k) = [-y(k), -y(k-1), \dots, -y(k-n_s), -u(k-1), -u(k-2), \dots, -u(k-n_r)]^T$$

$$\eta(k) = (s_0, s_1, \dots, s_{n_s}, r_1, r_2, \dots, r_{n_r})^T$$

## BERÄKNINGAR

$$\hat{\phi}(k) = \frac{B \cdot q^{-d}}{A \cdot R + B \cdot S \cdot q^{-d}} \cdot \varphi$$

$$\eta(k) = \eta(k-1) - P(k-1) \cdot \hat{\phi}(k) \cdot y \cdot D$$

$$u(k) = \eta^T(k) \cdot \varphi(k)$$

$$P(k) = P(k-1) \cdot \left[ I - \frac{\hat{\phi}(k) \cdot \hat{\phi}^T(k) \cdot P(k-1)}{\lambda + \hat{\phi}^T(k) \cdot P(k-1) \cdot \hat{\phi}(k)} \right] / \lambda$$

```

SUBROUTINE FELS
C Skattning av processparametrar i systemet
C  $A(q)y(k)=B(q)u(k)+C(q)e(k)$ 
C med hjälp av EXTENDED LEAST SQUARES-METHOD
C där e är vitt brus
C
C  $E\{e(k)\}=0 \forall k$  och  $D\{e(s)e(k)\}=\begin{cases} 0 & k \neq s \\ \sigma & k = s \end{cases}$ 
C
C Använda subrutiner:
C MATVECT: Beräknar produkten av en matris och en vektor.
C
C MATMUL: Beräknar produkten av två matriser.
C
C SCALAR: Beräknar skalärprodukten av två vektorer.
C
C Dimensionen på VRES måste stämma med motsvarande
C deklaration i subrutinerna MATMUL och MATVECT
C
C Beteckningar och variabler:
C
C THET: vektor med skattade processparametrar
C EC: residualen i aktuell skattning
C ZA: vektor med gamla in- och utsignaler och residualer
C MZ: matris med gamla upplagor av ZC
C GU: vektor med gamla insignaler
C GY: vektor med gamla utsignaler
C ZC:  $C(q)*ZC(k)=ZA(k)$ 
C P: Viktmatrix vid skattningen
C REAL VRES(1:15),RES,
# P(1:7,1:7), IP(1:7,1:7), NP(1:7,1:7),
# U, GU(1:4), NU(1:4), IU(1:4),
# Y, GY(1:2), NY(1:2), IY(1:2),
# EC, GEC(1:2), NEC(1:2), IEC(1:2),
# THET(1:7), NTHE(1:7), ITH(1:7),
# ZC(1:7),MZ(1:2,1:7),NMZ(1:2,1:7),IMZ(1:2,1:7),
# M(1:7),ZA(1:7),K(1:7,1:7),
# TH1,TH2,TH3,TH4,TH5,TH6,TH7
C
C INTEGER NA,NB,NC,D
C DIMENSION VNAMP(1:2), WNAMP(1:2), PNAM(1:2),
# IPNAM(1:2), NPNAM(1:2), ZNAM(1:2),
# NZNAM(1:2), IZNAM(1:2)
C
C DATA PNAM/4HP ,4H /,NPNAM/4HNP ,4H /,IPNAM/4HIP ,4H /
# ,ZNAM/4HMZ ,4H /,NZNAM/4HNMZ ,4H /,IZNAM/4HIMZ ,4H /
C COMMON/DESTIN/IDUM,IPART
C COMMON/DEVICE/LKB,LTP,LLP,LDIS,LTO,LPLOTT,LXXX,LDK1,LDK2,LDK3,LDK4
C COMMON/TIME/T
C
C GOTO(1,2,3,4,5,6,7,8),IPART
C
C 1 CONTINUE
C CALL IDENT(4HDISC,4HFELS)
C RETURN
C
C DEKLARATIONER
C
C 2 CONTINUE
C =====

```



```
C      NA= antaget gradtal på A-polynomet
C      NB= antaget gradtal på B-polynomet
C      NC= antaget gradtal på C-polynomet
C      D= antagen tidsfördröjning
C
```

```
      NA=2
      NB=2
      NC=2
      D=1
```

```
C      =====
```

```
C      Deklarering av INPUT och OUTPUT
```

```
      CALL INPUT(Y,4HY   )
      CALL INPUT(U,4HU   )
      CALL OUTPUT(TH1,4HTH1 )
      CALL OUTPUT(TH2,4HTH2 )
      CALL OUTPUT(TH3,4HTH3 )
      CALL OUTPUT(TH4,4HTH4 )
      CALL OUTPUT(TH5,4HTH5 )
      CALL OUTPUT(TH6,4HTH6 )
      CALL OUTPUT(TH7,4HTH7 )
```

```
C
```

```
C      Deklarering av STATE
```

```
      CALL STATEV(GU,NB+1+D,4HGU  )
      CALL STATEV(GY,NA,4HGY   )
      CALL STATEV(GEC,NC,4HGEC  )
      CALL STATEV(THET,NA+NB+NC+1,4HTHET)
```

```
C
```

```
      DO 200 I=1,NA+NB+NC+1
      CALL CRENAM(PNAM,I,VNAMP)
      IB=LENGTH(VNAMP,8)
      CALL PAC(IB+1,VNAMP,4H_   )
      DO 210 J=1,NA+NB+NC+1
      CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)
      CALL STATE2(P(I,J),WNAMP)
```

```
210    CONTINUE
```

```
200    CONTINUE
```

```
C
```

```
      DO 205 I=1,NC
      CALL CRENAM(ZNAM,I,VNAMP)
      IB=LENGTH(VNAMP,8)
      CALL PAC(IB+1,VNAMP,4H_   )
      DO 202 J=1,NA+NB+NC+1
      CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)
      CALL STATE2(MZ(I,J),WNAMP)
```

```
202    CONTINUE
```

```
205    CONTINUE
```

```
C
```

```
C      Deklarering av NEW
```

```
      CALL NEWV(NU,NB+D+1,4HNU  )
      CALL NEWV(NY,NA,4HNY   )
      CALL NEWV(NEC,NC,4HNEC  )
      CALL NEWV(NTHE,NA+NB+NC+1,4HNTHE)
```

```
C
```

```
      DO 230 I=1,NA+NB+NC+1
      CALL CRENAM(NPNAM,I,VNAMP)
      IB=LENGTH(VNAMP,8)
      CALL PAC(IB+1,VNAMP,4H_   )
      DO 220 J=1,NA+NB+NC+1
      CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)
      CALL NEW2(NP(I,J),WNAMP)
```

```

220 CONTINUE
230 CONTINUE
C
DO 225 I=1,NC
CALL CRENAM(NZNAM,I,VNAMP)
IB=LENGTH(VNAMP,8)
CALL PAC(IB+1,VNAMP,4H_ )
DO 222 J=1,NA+NB+NC+1
CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)
CALL NEW2(NMZ(I,J),WNAMP)
222 CONTINUE
225 CONTINUE
C
C Deklarering av INIT
CALL INITV(IU,NB+D+1,4HIU )
CALL INITV(IY,NA,4HIY )
CALL INITV(IEC,NC,4HIEC )
CALL INITV(ITH,NA+NB+NC+1,4HITH )
C
DO 240 I=1,NA+NB+NC+1
CALL CRENAM(IPNAM,I,VNAMP)
IB=LENGTH(VNAMP,8)
CALL PAC(IB+1,VNAMP,4H_ )
DO 250 J=1,NA+NB+NC+1
CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)
CALL INIT2(IP(I,J),WNAMP)
250 CONTINUE
240 CONTINUE
C
DO 255 I=1,NC
CALL CRENAM(IZNAM,I,VNAMP)
IB=LENGTH(VNAMP,8)
CALL PAC(IB+1,VNAMP,4H_ )
DO 252 J=1,NA+NB+NC+1
CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)
CALL INIT2(IMZ(I,J),WNAMP)
252 CONTINUE
255 CONTINUE
C
C Deklarering av PAR och VAR
CALL PAR(H,4HH )
CALL VARV(ZA,NA+NB+NC+1,4HZA )
CALL VARV(ZC,NA+NB+NC+1,4HZC )
CALL VARV(M,NA+NB+1+NC,4HM )
CALL VAR(EC,4HEC )
CALL TSAMP(TS,4HTS )
RETURN
C
3 CONTINUE
C TILLDELNING AV KONSTANTVARDEN
H=1
C INITIALVARDEN
DO 400 I=1,NA+NB+NC+1
ITH(I)=0.01
400 IP(I,I)=10
DO 410 I=1,NB+D+1
IU(I)=0.01
410 CONTINUE
DO 420 I=1,NA
IY(I)=0.01
420 CONTINUE

```

```

RETURN
C
4 CONTINUE
RETURN
C
C UTSIGNALER
5 CONTINUE
TH1=THET(1)
TH2=THET(2)
TH3=THET(3)
TH4=THET(4)
TH5=THET(5)
TH6=THET(6)
TH7=THET(7)
RETURN
C *****
C *
C * BERÄKNINGAR *
C *
C *****
6 CONTINUE
ALGORITMEN

$$\hat{\varphi}(k+1) = \hat{\varphi}(k) + M(k+1) \cdot ec(k+1)$$


$$M(k+1) = P(k) \cdot zc(k+1) / \{ 1 + zc(k+1)' \cdot P(k) \cdot zc(k+1) \}$$


$$P(k+1) = \{ I - M(k+1) \cdot zc(k+1)' \} \cdot P(k)$$


$$ec(k) = y(k) - za(k)' \cdot \hat{\varphi}(k-1)$$


$$za(k) = [-y(k-1), \dots, -y(k-NA), u(k-d), \dots, u(k-d-NB), ec(k-1), \dots, ec(k-NC)]$$


$$zc(k) = za(k) - c1 \cdot zc(k-1) - c2 \cdot zc(k-2) - \dots - cNC \cdot zc(k-NC)$$

C BILDA za(k)
DO 601 I=1,NA
ZA(I)=-GY(I)
601 CONTINUE
C UPPDATERA GU = [ u(k-d), ..., u(k-d-NB) ]
C
DO 604 I=2,NB+D+1
NU(I)=GU(I-1)
604 CONTINUE
NU(1)=U
DO 602 I=1,NB+1
ZA(NA+I)=NU(I+D)
602 CONTINUE
DO 603 I=1,NC
ZA(NA+NB+1+I)=GEC(I)
603 CONTINUE
C
C BERÄKNA  $ec(k) = y(k) - za(k)' \cdot \hat{\varphi}(k-1)$ 
C
CALL SCALAR(ZA,THET,NA+NB+NC+1,RES)
EC=Y-RES
C
C BERÄKNA  $zc(k) = za - c1 * zc(k-1) - \dots - cNC * zc(k-NC)$ 
C

```

```

DO 600 I=1,NA+NB+NC+1
ZC(I)=ZA(I)
DO 610 J=1,NC
ZC(I)=ZC(I)-THET(NA+NB+1+J)*MZ(J,I)
610 CONTINUE
600 CONTINUE
C
C      BERAKNA  $M(k) = P(k-1) * zc(k) / \{1 + zc(k) * P(k-1) * zc(k)\}$ 
C
CALL MATVECT(P,ZC,NA+NB+NC+1,NA+NB+NC+1,VRES)
CALL SCALAR(ZC,VRES,NA+NB+NC+1,RES)
IF ((ABS(1+RES).LT.0.00001) .AND. (RES.LT.0)) RES=-0.99
DO 620 I=1,NA+NB+NC+1
M(I)=VRES(I)/(1+RES)
620 CONTINUE
C
C      BERAKNA  $\delta(k) = \delta(k-1) + M(k) * ec(k)$ 
C
DO 630 I=1,NA+NB+NC+1
NTHE(I)=THET(I)+M(I)*EC
630 CONTINUE
C
C      BERAKNA  $P(k) = \{1 - M(k) * zc(k)\} * P(k-1)$ 
C
DO 650 I=1,NA+NB+NC+1
DO 640 J=1,NA+NB+NC+1
K(I,J)=-M(I)*ZC(J)
IF (I.EQ.J) K(I,J)=1+K(I,J)
640 CONTINUE
650 CONTINUE
CALL MATMUL(K,P,NA+NB+NC+1,NA+NB+NC+1,NP)
C
C      UPDATERA      GY=[y(k-1), . . . , y(k-NA)]
C                  GEC=[ec(k-1), . . . , ec(k-NC)]
C
DO 660 I=2,NA
NY(I)=GY(I-1)
660 CONTINUE
DO 680 I=2,NC
NEC(I)=GEC(I-1)
680 CONTINUE
NY(1)=Y
NEC(1)=EC
DO 690 I=2,NC
DO 700 J=1,NA+NB+NC+1
NMZ(I,J)=MZ(I-1,J)
700 CONTINUE
690 CONTINUE
DO 710 I=1,NA+NB+NC+1
NMZ(1,I)=ZC(I)
710 CONTINUE
TS=T+H
RETURN
C
7 CONTINUE
RETURN
8 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C PROGRAM FÖR SJÄLVINSTÄLLANDE REGULÄTOR
C BASERAD PÅ GRADIENTMETOD
C
C ANROPADE SUBROUTINER: KOLLA (UTFÖR STABILITETSTEST)
C
C SUBROUTINE REG1
C
C REAL X(1:4), FI(1:4), HV(1:4), N, K(1:4,1:4), GY(1:4), GU(1:5),
# P(1:4,1:4), F(1:4,1:4), NY(1:4), NU(1:5), NA, NS0, NS1,
# NP(1:4,1:4), NF(1:4,1:4), IY(1:4), IU(1:5), LAMB, NLMB,
# IP(1:4,1:4), IF(1:4,1:4), HV1(1:4), A, PO, H, ILMB,
# SO, S1, R1, R2, U, Y, ASUB(1:5), BSUB(1:5), NR1, NR2,
# JS0, JS1, JR1, JR2, IS0, IS1, IR1, IR2, LIM, NUMB, M,
# LAMO, LAMP
C
C DIMENSION VNAMP(1:2), WNAMP(1:2), PNAM(1:2), FNAM(1:2), NPNAM(1:2),
# NFNAM(1:2), IPNAM(1:2), IFNAM(1:2)
C
C DATA PNAM/4HP ,4H /, FNAM/4HF ,4H /, NPNAM/4HNP ,4H /,
# NFNAM/4HNF ,4H /, IPNAM/4HIP ,4H /,
# IFNAM/4HIF ,4H /
C
C COMMON/DESTIN/IDUM, IPART
C COMMON/DEVICE/LKB, LTP, LLP, LDIS, LTO, LPLOT, LXXX, LDK1, LDK2, LDK3, LDK4
C COMMON/TIME/T
C
C COMMON/NAME/Y, U
C
C GOTO(1,2,3,4,5,6,7,8), IPART
C
C IDENTIFIERING AV DELSYSTEMET REGULÄTOR
C
C 1 CONTINUE
C CALL IDENT(4HDISC,4HER33)
C RETURN
C
C DEKLARATIONER
C
C 2 CONTINUE
C Y ÄR PROCESSENS UTSIGNAL
C CALL INPUT(Y,4HY )
C A1, A2, B1 OCH B2 ÄR PROCESSPARAMETRAR
C CALL DINPUT(A1,4HA1 )
C CALL DINPUT(A2,4HA2 )
C CALL DINPUT(B1,4HB1 )
C CALL DINPUT(B2,4HB2 )
C
C U ÄR PROCESSENS INSIGNAL
C CALL OUTPUT(U,4HU )
C CALL OUTPUT(SOUT,4HSOUT)
C CALL OUTPUT(S1UT,4HS1UT)
C CALL OUTPUT(R1UT,4HR1UT)
C CALL OUTPUT(R2UT,4HR2UT)
C
C SO, S1, R1 OCH R2 ÄR REGULÄTORPARAMETRAR
C CALL STATE(SO,4HSO )
C CALL STATE(S1,4HS1 )
C CALL STATE(R1,4HR1 )
C CALL STATE(R2,4HR2 )
C
C GY ÄR EN VEKTOR MED GAMLA VÄRDEN PÅ Y
C CALL STATEV(GY,4,HGY )

```

```

C          GU ÄR EN VEKTOR MED GAMLA VÄRDEN PÅ U
CALL STATEV(GU,5,4HGU )
C          A ÄR ACKUMULERAD SPRIDNING (ΣY·Y)
CALL STATE(A,4HA )
C          LAMB ÄR GLÖMSKEFAKTOR
CALL STATE(LAMB,4HLAMB)
C
C          MATRISEN P(1:4,1:4) DEKLARERAS SOM TILLSTAND
DO 30 I=1,4
CALL CRENAM(PNAM,I,VNAMP)
IB=LENGTH(VNAMP,8)
CALL PAC(IB+1,VNAMP,4H_ )
DO 20 J=1,4
CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)
CALL STATE2(P(I,J),WNAMP)
20 CONTINUE
30 CONTINUE
C
C          MATRISEN F(1:4,1:4) DEKLARERAS SOM TILLSTAND
DO 50 I=1,4
CALL CRENAM(FNAM,I,VNAMP)
IB=LENGTH(VNAMP,8)
CALL PAC(IB+1,VNAMP,4H_ )
DO 40 J=1,4
CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)
CALL STATE2(F(I,J),WNAMP)
40 CONTINUE
50 CONTINUE
C
C          NS0, NS1, NR1 OCH NR2 ÄR NÄSTA VÄRDE PÅ S0, S1, R1 OCH R2
CALL NEW(NS0,4HNS0 )
CALL NEW(NS1,4HNS1 )
CALL NEW(NR1,4HNR1 )
CALL NEW(NR2,4HNR2 )
C          NY ÄR NÄSTA VÄRDE PÅ GY
CALL NEWV(NY,4,4HNY )
C          NU ÄR NÄSTA VÄRDE PÅ GU
CALL NEWV(NU,5,4HNU )
C          NA ÄR NÄSTA VÄRDE PÅ A
CALL NEW(NA,4HNA )
C          NLMB ÄR NÄSTA VÄRDE PÅ LAMB
CALL NEW(NLMB,4HNLMB)
C
C          NP(1:4,1:4) ÄR NÄSTA VÄRDE PÅ MATRISEN P(1:4,1:4)
DO 70 I=1,4
CALL CRENAM(NPNAM,I,VNAMP)
IB=LENGTH(VNAMP,8)
CALL PAC(IB+1,VNAMP,4H_ )
DO 60 J=1,4
CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)
CALL NEW2(NP(I,J),WNAMP)
60 CONTINUE
70 CONTINUE
C
C          NF(1:4,1:4) ÄR NÄSTA VÄRDE PÅ MATRISEN F(1:4,1:4)
DO 90 I=1,4
CALL CRENAM(NFNAM,I,VNAMP)
IB=LENGTH(VNAMP,8)
CALL PAC(IB+1,VNAMP,4H_ )
DO 80 J=1,4
CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)

```

```

CALL NEW2(NF(I,J),WNAMP)
80 CONTINUE
90 CONTINUE
C
C           ISO, IS1, IR1 OCH IR2 AR INITIALVARDEN
C           FÖR S0, S1, R1 OCH R2
CALL INIT(ISO,4HISO )
CALL INIT(IS1,4HIS1 )
CALL INIT(IR1,4HIR1 )
CALL INIT(IR2,4HIR2 )
C           IY AR INITIALVARDE FÖR GY
CALL INITV(IY,4,4HIY )
C           IU AR INITIALVARDE FÖR GU
CALL INITV(IU,5,4HIU )
C           IA AR INITIALVARDE FÖR A
CALL INIT(IA,4HIA )
CALL INIT(ILMB,4HILMB)
C
C           IP(1:4,1:4) AR INITIALVARDE FÖR P(1:4,1:4)
DO 110 I=1,4
CALL CRENAM(IPNAM,I,VNAMP)
IB=LENGTH(VNAMP,8)
CALL PAC(IB+1,VNAMP,4HL )
DO 100 J=1,4
CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)
CALL INIT2(IP(I,J),WNAMP)
100 CONTINUE
110 CONTINUE
C
C           IF(1:4,1:4) AR INITIALVARDE FÖR F(1:4,1:4)
DO 130 I=1,4
CALL CRENAM(IFNAM,I,VNAMP)
IB=LENGTH(VNAMP,8)
CALL PAC(IB+1,VNAMP,4HL )
DO 120 J=1,4
CALL CRENAM(VNAMP,J,WNAMP)
CALL INIT2(IF(I,J),WNAMP)
120 CONTINUE
130 CONTINUE
CALL PAR(B0,4HB0 )
C           H AR SAMPLINGSINTERVALLET
CALL PAR(H,4HH )
C           PO-I AR STARTVARDE FÖR P(1:4,1:4)
CALL PAR(PO,4HPO )
CALL PAR(D,4HD )
C           NUMB ANGER ANTALET STABILITETSTESTER
CALL PAR(NUMB,4HNUMB)
C           DIV ANGER MINSKNING I STEGLÄNGD VID INSTABILITET
CALL PAR(DIV,4HDIV )
CALL PAR(LIM,4HLIM )
C           LAMO AR STARTVARDE FÖR LAMB
CALL PAR(LAMO,4HLAMO)
C           LAMP ANGER HUR SNABBT LAMB GAR MOT ETT
CALL PAR(LAMP,4HLAMP)
C
C           PSO, PS1, PR1 OCH PR2 AR PRELIMINÄRA
C           VARDEN PÅ S0, S1, R1, R2
CALL VAR(PS0,4HPS0 )
CALL VAR(PS1,4HPS1 )
CALL VAR(PR1,4HPR1 )
CALL VAR(PR2,4HPR2 )

```

```

C          TS ANGER NASTA SAMPLINGSTIDPUNKT
CALL TSAMP(TS,4HTS )
RETURN

C
3  CONTINUE
C  TILLDELNING AV KONSTANTER
BO=1.0
H=1
PO=0.01
D=1.0
NUMB=10.0
DIV=2.0
LIM=1E-8
ISO=0.01
IS1=0.02
IR1=0.03
IR2=0.04
LAMO=0.95
LAMP=0.98
RETURN

C
4  CONTINUE
C  INITIALVARDEN
DO 12 I=1,4
12  P(I,I)=PO
LAMB=LAMO
RETURN

C
5  CONTINUE
C  OUTPUT SECTION "BERAKNA UTSIGNALLEN"
U=-S0*Y - S1*GY(1) - R1*GU(1) - R2*GU(2)
SOUT=S0
S1UT=S1
R1UT=R1
R2UT=R2
RETURN

C
C  UPPDATERING AV TILLSTANDEN
C
6  X(1)=A1 + R1 + B0*S0
X(2)=A1*R1 + R2 + B0*S1 + B1*S0 + A2
X(3)=A2*R1 + A1*R2 + B1*S1 + B2*S0
X(4)=B2*S1 + R2*A2

C
C  BERAKNA FI-VEKTORN  $\dot{\phi}(t) = (B \cdot q / (AR + q \cdot BS)) \cdot \phi(t)$ 
C
C  FI(1)=-B0*GY(1) - B1*GY(2) - B2*GY(3)
C  FI(2)=-B0*GY(2) - B1*GY(3) - B2*GY(4)
C  FI(3)=-B0*GU(2) - B1*GU(3) - B2*GU(4)
C  FI(4)=-B0*GU(3) - B1*GU(4) - B2*GU(5)

C
DO 170 J=1,4
DO 160 I=1,4
160  FI(J)=FI(J)-X(I)*F(I,J)
170  CONTINUE

C
C  BERAKNA HV1=P(k-1)· $\dot{\phi}$ 
C
DO 190 I=1,4
HV1(I)=0
DO 180 J=1,4

```



```

180 HV1(I)=HV1(I) + P(I,J)*FI(J)
190 CONTINUE
    JS0=HV1(1)*Y*D
    JS1=HV1(2)*Y*D
    JR1=HV1(3)*Y*D
    JR2=HV1(4)*Y*D

C
C   BERÄKNA PRELIMINÄRA VÄRDEN PÅ REGULATORPARAMETRARNA
C
    M=NUMB
200  PSO=S0 - JS0
    PS1=S1 - JS1
    PR1=R1 - JR1
    PR2=R2 - JR2

C
C   ANVÄND PRELIMINÄRA VÄRDEN FÖR STABILITETSTEST
C
    ASUB(1)=1
    ASUB(2)=A1 + PR1 + B0*PS0
    ASUB(3)=A1*PR1 + PR2 + B0*PS1 + B1*PS0 + A2
    ASUB(4)=A2*PR1 + A1*PR2 + B1*PS1 + B2*PS0
    ASUB(5)=B2*PS1 + A2*PR2

C   ANROPA SUBROUTINEN FÖR STABILITETSTEST
CALL KOLLA(ASUB,4, IERR,5)
IF(IERR.EQ.0) THEN
C   DE PRELIMINÄRA VÄRDENA SKULLE GIVIT INSTABILT SLUTET SYSTEM.
C   FÖRSÖK MED HALVA ÄNDRINGEN.
    JS0=JS0/DIV
    JS1=JS1/DIV
    JR1=JR1/DIV
    JR2=JR2/DIV
    M=M - 1.0
    IF (M .GT. 0) THEN
        GO TO 200
    ELSE
C   VI GER UPP OCH BEHÅLLER DE GAMLA VÄRDENA PÅ REGPARAMET
        NS0=S0
        NS1=S1
        NR1=R1
        NR2=R2
        DO 202 I=1,4
        DO 202 J=1,4
        NP(I,J)=P(I,J)
        NF(I,J)=F(I,J)
202  CONTINUE
    ENDIF
ELSE
C   DE PRELIMINÄRA VÄRDENA GER STABILT SLUTET SYSTEM OCH ANVÄNDS
    NS0=PS0
    NS1=PS1
    NR1=PR1
    NR2=PR2

C   T
C   BERÄKNA HV=ϕ (K) * P(K-1) * ϕ(K)
    DO 210 I=1,4
    HV(I)=FI(I)*HV1(I)
210  CONTINUE

C
    N=LAMB
    DO 220 I=1,4
220  N=N+HV(I)

```

```

      IF(N .LE. LIM) N=LIM
C
C      K=(I-φ(K)·φ(K)·P(K-1)/N)
      DO 250 I=1,4
      DO 240 J=1,4
      K(I,J)=0
      DO 230 L=1,4
230    K(I,J)=K(I,J) + FI(I)*FI(L)*P(L,J)
240    CONTINUE
250    CONTINUE
C
      DO 253 I=1,4
      DO 252 J=1,4
      K(I,J)=-K(I,J)/N
      IF(I.EQ.J) K(I,J)=K(I,J)+1
252    CONTINUE
253    CONTINUE
C
C      P(K)=P(K-1)·K(K)/λ
C
      DO 280 I=1,4
      DO 270 J=1,4
      NP(I,J)=0
      DO 260 L=1,4
260    NP(I,J)=NP(I,J) + P(I,L)*K(L,J)
      NP(I,J)=NP(I,J)/LAMB
270    CONTINUE
280    CONTINUE
      DO 300 I=1,4
300    NF(1,I)=FI(I)
      DO 320 I=2,4
      DO 310 J=1,4
310    NF(I,J)=F(I-1,J)
320    CONTINUE
      NLMB=LAMP*LAMB + 1 - LAMP
ENDIF
      NA=A + Y*Y
      DO 330 I=2,4
      NU(I)=GU(I-1)
330    NY(I)=GY(I-1)
      NU(5)=GU(4)
      NU(1)=U
      NY(1)=Y
      TS=T + H
      RETURN
C
7    RETURN
8    RETURN
END

```

```

C      PROGRAM FOR UTLOSNING AV PROCESSPOLYNOMEN
C      UR REGULATORPOLYNOMEN
C
C      ANROPADE SUBROUTINER: EKVLSG, SKALNING, SORTRAD
C
C      SUBROUTINE BR33
C
C      REAL A(1:4,1:5), X(1:4),H
C
C      COMMON/DESTIN/IDUM,IPART
C      COMMON/DEVICE/LKB,LTP,LLP,LDIS,LTO,LPLDT,LXXX,LDK1,LDK2,LDK3,LDK4
C      COMMON/TIME/T
C
C      GO TO (1,2,3,4,5,6,7,8),IPART
C
C      1  CONTINUE
C        CALL IDENT(4HDISC,4HBR33)
C        RETURN
C
C      2  CONTINUE
C        CALL INPUT(R1,4HR1  )
C        CALL INPUT(R2,4HR2  )
C        CALL INPUT(S0,4HS0  )
C        CALL INPUT(S1,4HS1  )
C        CALL OUTPUT(A1,4HA1  )
C        CALL OUTPUT(A2,4HA2  )
C        CALL OUTPUT(B1,4HB1  )
C        CALL OUTPUT(B2,4HB2  )
C        CALL PAR(H,4HH  )
C        CALL PAR(C1,4HC1  )
C        CALL PAR(C2,4HC2  )
C        CALL TSAMP(TS,4HTS  )
C        RETURN
C
C      3  H=1
C        C1=0.0
C        C2=0.0
C        RETURN
C
C      4  RETURN
C
C      5  CONTINUE
C        DO 500 I=1,4
C        DO 500 J=1,5
500    A(I,J)=0.0
C        A(1,1)=1.0
C        A(1,3)=-1.0
C        A(1,5)=R1 + S0 - C1
C        A(2,1)=R1
C        A(2,2)=1.0
C        A(2,3)=+S0 - C1
C        A(2,4)=-1.0
C        A(2,5)=R2 + S1 - C2
C        A(3,1)=R2
C        A(3,2)=R1
C        A(3,3)=+S1 - C2
C        A(3,4)=+S0 - C1
C        A(4,2)=R2
C        A(4,4)=+S1 - C2
C
C      CALL EKVLSG(A,X,4)
C
C

```

```
A1=-X(1)
A2=-X(2)
B1=-X(3)
B2=-X(4)
RETURN
```

C

```
6 TS=T + H
RETURN
7 RETURN
8 RETURN
END
```

```
SUBROUTINE SKALNING(A,RADER)
```

```
C  
C  RUTINEN MULTIPLICERAR VARJE RAD I MATRISEN A MED EN KONSTANT  
C  SADAN ATT STORSTA ELEMENTET I VARJE RAD BLIR 1.  
C
```

```
INTEGER RADER
```

```
REAL A(1:RADER,1:RADER+1), STORST
```

```
DO 100 I=1,RADER
```

```
STORST=0.0
```

```
DO 90 J=1,RADER+1
```

```
IF(ABS(A(I,J)) .GT. STORST) STORST=ABS(A(I,J))
```

```
90  CONTINUE
```

```
C  
C  STORST AR BELOPPET HOS STORSTA ELEMENTET I RAD I.  
C
```

```
DO 95 J=1,RADER+1
```

```
A(I,J)=A(I,J)/STORST
```

```
95  CONTINUE
```

```
100 CONTINUE
```

```
RETURN
```

```
END
```

```

C      RUTINEN SORTERAR RADERNA I EKV SYST SA ATT STORSTA PIVOT-
C      ELEMENTET HAMNAR OVERST
C
C      SUBROUTINE SORTRAD(RADER,A,X,K)
C
C      INTEGER RADER
C      REAL A(1:RADER,1:RADER+1), STORST, X(1:RADER)
C      INTEGER NUMBER
C      STORST=0.0
C      NUMBER=K
C      DO 50 I=K,RADER
C      IF (ABS(A(I,K)) .GT. STORST) THEN
C          STORST=ABS(A(I,K))
C          NUMBER=I
C      ENDIF
50    CONTINUE
C      DO 100 J=K,RADER+1
C          HELP=A(K,J)
C          A(K,J)=A(NUMBER,J)
C          A(NUMBER,J)=HELP
100   CONTINUE
C      RETURN
C      END

```

```

SUBROUTINE KOLLA(A,N,IERR,IN)
C
C PROGRAM FOR EVALUATING THE INTEGRAL OF THE RATIONAL
C FUNCTION
C  $1/(2*PI*I)*B(Z)*B(1/Z)/(A(Z)*A(1/Z))*(1/Z)$ 
C AROUND THE UNIT CIRCLE
C
C A - VECTOR WITH THE COEFFICIENTS OF THE POLYNOMIAL
C  $A(1)*Z**N + A(2)*Z**(N-1) + \dots + A(N+1)$ 
C B - VECTOR WITH THE COEFFICIENTS OF THE POLYNOMIAL
C  $B(1)*Z**N + B(2)*Z**(N-1) + \dots + B(N+1)$ 
C
C THE VECTORS A AND B ARE DESTROYED
C
C N - ORDER OF THE POLYNOMIALS A AND B (MAX 10)
C IERR - WHEN RETURNING IERR=1 IF A HAS ALL ZEROS INSIDE UNIT
C CIRCLE IERR=0 IF THE POLYNOMIAL A HAS ANY ROOT OUTSIDE
C OR ON THE UNIT CIRCLE OR IF A(1) IS NOT POSITIVE
C V - THE RETURN LOSS
C IN - DIMENSION OF A AND B IN MAIN PROGRAM
C
C SUBROUTINE REQUIRED: NONE
C
C DIMENSION A(IN), AS(11)
C
C AO=A(1)
C IERR=1
C DO 10 K=1,N
C L=N + 1 - K
C L1=L + 1
C ALFA=A(L1)/A(1)
C IF(ALFA .GT. 1E10) GOTO 50
C DO 20 I=1,L
C M=L + 2 - I
20 AS(I)=A(I) - ALFA*A(M)
C IF(AS(1)) 50, 50, 30
30 DO 40 I = 1,L
40 A(I)=AS(I)
10 CONTINUE
RETURN
50 IERR=0
RETURN
END

```

```

C      PROGRAM SOM LOSER UT VEKTORN X(1:RADER)
C      UR EKVATIONSSYSTEMET DEFINIERAT AV MATRISEN
C      A(1:RADER,1:RADER)
C
C      ANROPADE SUBROUTINER: SORTRAD, SKALNING
C
C      SUBROUTINE EKVLSG(A,X,RADER)
C
C
C      INTEGER RADER
C      REAL A(1:RADER,1:RADER+1), X(1:RADER)
C      CALL SKALNING(A,RADER)
C      DO 100 K=1,RADER
C          CALL SORTRAD(RADER,A,X,K)
C          DO 90 J=RADER+1,K,-1
90      A(K,J)=A(K,J)/A(K,K)
C          DO 80 I=K+1,RADER
C              DO 70 J=K+1,RADER+1
70      A(I,J)=A(I,J) - A(I,K)*A(K,J)
C          CONTINUE
80      CONTINUE
100     CONTINUE
C      DO 120 I=RADER,1,-1
C          X(I)=A(I,RADER+1)
C          DO 110 K=I+1,RADER
110     X(I)=X(I) - A(I,K)*X(K)
C      CONTINUE
120     CONTINUE
C      RETURN
C      END

```