

CODEN:LUTFD2/(TFRT-5274)/1-116/(1982)

MATEMATISKA MODELLER FÖR SIMULERING

AV EN EXTRUDER

LARS RUNDQWIST

DEPARTMENT OF AUTOMATIC CONTROL

LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY

JUNE 1982

LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY DEPARTMENT OF AUTOMATIC CONTROL Box 725 S 220 07 Lund 7 Sweden	Document name	
	Master Thesis	
	Date of issue	
	June 1982	
Author(s) Lars Rundqwist	Document number	
	CODEN:LUTFD2/(TFRT-5274)/1-116/(1982)	
	Supervisor	
	K J Åström	
	Sponsoring organization	
Title and subtitle		
Mathematical modelling for simulation of an extruder (Matematiska modeller för simulering av en extruder)		
Abstract		
<p>The purpose of the study is to explain oscillations observed in temperature control. Mathematical models of a plastic extruder are developed. The different physical effects (e g convection and control power), of which several are nonlinear, are estimated. The models have been used in simulation studies where the extruder is controlled by parallel single-loop PID-controllers.</p> <p>The results indicate that the water-cooling system is superfluously dimensioned. The appropriate action is to use a smaller magnetic valve, or by other means reduce the flow.</p> <p>Cross-coupling has been analyzed on simple models. These indicate that the cross-coupling will not give rise to stability problems. The sensitivity for disturbances has been investigated by simulation, and according to them the models are well-damped.</p> <p>Cascade-control has also been investigated.</p>		
Key words		
Classification system and/or index terms (if any)		
Supplementary bibliographical information		
ISSN and key title		ISBN
Language	Number of pages	Recipient's notes
Swedish	116	
Security classification		

DOKUMENTATABLAD RT 3/81

Distribution: The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 lubbis lund.

INNEHALLSFÖRTECKNING

Sammanfattning	1
Kapitel 1	8
1 Processbeskrivning	11
2 Statisk extrudermodell	19
3 Två enkla dynamiska modeller	33
4 Ny kylmodell	39
5 Två PID-regulatorer	49
6 Fler dynamiska modeller	60
7 Nytt kylsystem	65
8 Analys av kopplingseffekter	71
9 Några simuleringar med plastflöde	81
10 Kaskadreglering	89
Appendix A	91
A Data om extrudern och plaster	114
B Simnonprogram	
C Analys mha cirkelkriterium 2	

SAMMANFATTNING

Avsikten med föreliggande examensarbete är att försöka förklara varför svängningar uppträder i system för temperaturreglering av plastextrudrar. De verktyg som används är teoretiska, nämligen modellbygge, analys och simuleringar.

Kapitelindelningen är kronologisk och avspeglar i vilken ordning arbetet har genomförts. För att finna ett visst resultat kan man tvingas läsa flera kapitel. Därför ges i detta avsnitt en sammanfattning av väsentliga resonemang och resultat. Den intresserade läsaren kan sedan fördjupa sig i de avsnitt som är av intresse.

Processbeskrivning

En extruder består av en pipa (ett långt stålrör) med en skruv i (jfr köttkvarn). På inmatningssidan har skruven liten kärndiameter, men den ökar efterhand. När plasten drivs fram genom extrudern utvecklas värme på grund av inre friktion i plasten.

En extruder för plast måste temperaturregleras och därför sätter man värme-kyl-element utanpå pipan. Värme tillförs med hjälp av elslingor i elementet och kyla med hjälp av kylvattenslingor. Ett antal element bildar en reglerzon, och varje zon regleras av en PID-regulator. Temperaturen mäts mitt i varje zon mha ett termoelement placerat ca 0,5 mm från pipans inneryta. I extrudern finns tre reglerzoner (som både värms och kyls), och sedan några transportzoner, fram till munstycket, som bara värms. I modellerna tas inte transportzonerna med.

För att få önskat plastflöde (eller önskat tryck i munstycket) regleras även motorvarvtalet. Varvtalet och temperaturen påverkar varandra genom att plastens viskositet är temperaturberoende och friktionseffekten i plasten beror på varvtalet.

Modellbygge

För att förenkla problemet modelleras endast temperaturen i extrudern. Övriga tillstånd, tryck, varvtal och flöde, antas vara konstanta. Däremot modelleras att temperaturen på ett ställe i extrudern på grund av plastflödet påverkar temperaturen på ett senare ställe. Flera olika modeller har utvecklats. Dessa skiljer sig genom att värmeledningen i radiell led har approximerats på olika sätt.

För samtliga modeller som tagits fram, har jag skattat hur

de växelverkar med omvärlden genom de effekter som tillförs och avges. Exempel är skattning av konvektionseffekt och kyleffekt från vattenkyllningen. Flera av effekterna är olinjära.

Motorn levererar den effekt som krävs för att övervinna plastens viskösa friktion. Den värme som därvid genereras värmer upp plasten. Beroende på vilken plast som bearbetas, får man tillföra eller bortföra energi för att plasten skall få rätt arbetstemperatur. Både friktionen och uppvärmningen är temperaturberoende effekter, men detta försummas i modellerna.

Förutom att kyleffekten har ägnats viss omsorg, så har större delen av modelleringen gällt värmeledningen i extrudern. I den enklaste modellen (EXTR21) försummas den interna värmeledningen i zonerna (punktmodell). Zonen modelleras som en homogen stålstav, som tillförs och avger effekt. Den vidareutvecklas längs två vägar. I den första får reglereffekten passera genom ett tredje ordningens system för att sedan verka på punktmodellen. Modellen betecknas EXTR31. Den andra vägen består i att zonen delas in i succesivt finare element (koncentriska rör). Sedan beräknas värmeledningen mellan elementen. Genom indelningen kan man då placera tex reglereffekt och temperaturmätning i element som motsvarar deras verkliga plats. Modellerna betecknas EXTR41m1A, där m anger antalet rör. Man kan då också modellera att ett av rören är plast, och inte som förut låta hela zonen vara gjord av stål. Den kallas då EXTR41F1AP. P betecknar plast och F att m=15.

För att underlätta för läsaren görs följande tabell över modellerna med någon kommentar om dem. Modellerna utmärkta med asterisk används mest.

Modell	Kommentar
EXTR21	Enkel, bra till överslagsberäkningar
31	Går att räkna på, felaktig kylmodell
31A	* "- , stor magnetventil
31B	* "- , liten magnetventil
33B	* Tre zoner av EXTR31B
4121A	Indelad i 2 rör
4131A	Indelad i 3 rör
41F1A	* Indelad i 15 rör, stor magnetventil

- 41F3A * Tre zoner av EXTR41F1A
 - 41F1AP * Som EXTR41F1A, men plast i ett element
 - 41F3AP * Tre zoner av EXTR41F1AP
-

EXTR31A och B ger bra beskrivning av dynamiken i en zon, men ger inte någon modellering av temperaturen på många ställen i extrudern. EXTR41F1A beskriver däremot temperaturen på många ställen i zonen, men har av någon anledning en lite för snabb dynamik, jämfört med vad som förväntades.

Regulatorer

Vid regleringen används analoga PID-regulatorer, en till varje zon. Jag har använt två varianter, båda med filtrerad derivatadel verkande på mätsignalen men inte referensvärdet. De skiljer sig genom att reglerfelet går till PI-delen i den första men bara till I-delen i den andra, populärt kallat "setpoint on I only". Dessutom har kaskadreglering undersökts.

För att undvika integratormättning används metoden att låta den obegränsade styrsignalen passera genom en dödzon med hög förstärkning och sedan låta den adderas till integratorinsignalen. När styrsignalen mättar får man ett extra bidrag till integratorn, som då svänger in sig mot mättningsgränsen.

Ställidon

På den extruder som modelleras används tidsproportionell drivning (discontinuous proportional) av elvärme och kylning. Intervalllängden (cykeltiden) är 8 sekunder och värme respektive kyla är tillslagen under ett delintervall proportionellt mot styrsignalen. På grund av extruderns långa tidskonstant relativt regulatorns cykeltid, kan man använda reglereffekternas tidsmedelvärde i modellen. Men slutna systemet blir ganska mycket snabbare och då kan approximationen bli dålig. Prestanda kan höjas rätt avsevärt om man istället använder tyristorer för att tillföra elvärmen, men problemen kvarstår om man mest behöver kyla.

Under modelleringen av kyleffekten får man som resultat att den är överdimensionerad. Standardknepet, att byta till en mindre magnetventil (i modellen), ger till resultat en kyleffekt som är ungefär lika stor som eleffekten. Vid mycket små kylsignaler hinner magnetventilen inte öppnas, utan kyleffekten blir noll. Detta kan ge upphov till en stabil svängning om regulatorns arbetspunkt ligger nära reglereffekten 0 W.

Reglerprestanda

Man finner att standardparametrarna (5 % p-band, 390 s integrationstid och 60 s derivationstid) ger relativt långsam reglering. Insvängningstiderna ligger i storleksordningen 1000 s vid små börvärdesändringar. Med trimmade Ziegler-Nichols-parametrar kan insvängningstiden minskas till ca 250 s utan att stegsvaret har någon översläng. Genom att jag inte gjort någon tidsvariabel modellering av reglereffekten kan jag inte avgöra vilka prestanda man skulle kunna uppnå om man tog hänsyn till detta.

Det viktigaste resultatet är att proportionalbandet 5 % är för litet för att ge stabilitet för systemet med stor magnetventil. Detta gäller för modellerna EXTR31A och EXTR41F1AP, men inte för modell EXTR41F1A. I den senare ligger stabilitetsgränsen under 4 % p-band. Detta indikerar att anledningen till temperatursvängningar i extrudern är överdimensionerad vattenkylning. Svängningarnas amplitud är inte speciellt stor, ca 1°C topp-till-topp, men styrsignalen (till EXTR31A) pendlar mellan värme och kyla. Detta betyder onödigt stor energiförbrukning för regulatorn.

Korskoppling mellan zonerna

I en enkel modell av extrudern regleras tre zoner med tre oberoende PID-regulatorer. Zonerna är kopplade genom värmeledning och en enkel modell för plastflödet. Analys av modellen visar att man inte kan få instabilitet så länge kopplingskonstanterna och regulatorparametrarna är positiva. Slutsatsen av analysen blir att kopplingen i sig inte ger instabilitet.

Störkänslighet

Att korskopplingen inte ger upphov till instabilitet betyder inte att systemet också är praktiskt stabilt. Det kan vara dåligt dämpat och därigenom störkänsligt. Genom att inducera störningar i första zonen och sedan studera hur de fortplantas, kan man undersöka störkänsligheten. Detta görs på modellerna EXTR33B och EXTR41F3AP. I PID-regulatorerna används dels standardparametrarna dels trimmade parametrar. Det allmänna resultatet är att systemet är väldämpat och att det finns en resonansfrekvens för störningarna. Systemet fungerar som ett bandpassfilter där lågfrekventa störningar dämpas av regulatorn och högfrekventa av extrudern.

Resonansfrekvensen är mycket lägre och amplituden för störningarna mycket större när standardparametrarna används jämfört med trimmade parametrar. Detta ligger helt i linje med tidigare resultat, enligt vilka standardparametrarna ger långsammare reglering.

I modell EXTRA1F3AP beräknas även plasttemperaturen. I detta fall induceras temperaturstörningen i plasten. Plasttemperaturen är svårreglerad på grund av det låga värmeutbytet mellan plast och stål. Därav följer att amplituden på temperaturstörningen i plasten blir relativt sett större i efterföljande zoner, vilket betyder sämre dämpning. Dessutom blir resonansfrekvensen lägre.

Av det låga energiutbytet mellan plast och stål följer också att "störningar" från regulatorn inte påverkar plasten speciellt mycket.

Kaskadreglering

Vid kaskadreglering mäts temperaturen med ytterligare ett termoelement placerat precis innanför värme-kyl-elementet. I inre loopen regleras temperaturen hos yttre elementet, och yttre loopen reglerar inre elementets temperatur genom att ge börvärden till inre loopen.

På detta sätt kan regleringen snabbas upp betydligt. Dock krävs viss försiktighet vid simulering. Man kan nå gränsen för när approximationen av reglereffekten till dess tidsmedelvärde är giltig. För att då få realistiska resultat måste man även i modellen använda tidsproportionell utstyrning av reglereffekten. Alternativt får man begränsa snabbheten så att approximationen fortfarande gäller. Jag gissar att inre loopen måste ha en tidskonstant som är ca 5 gånger större än regulatorns cykeltid för att approximationen skall vara giltig. Tidskonstanten måste således vara minst 40 s. Trots att jag i rapporten använder en mindre tidskonstant, blir tidskonstanten för yttre loopen lika stor som tidigare.

Genom att använda tyristorstyrning till elslingorna kan regleringen snabbas upp betydligt. Då kommer inte modellen för reglereffekten att vara någon approximation. Istället kommer modellen för värmeledningen att vara orealistisk om man går upp ytterligare någon storleksordning i snabbhet.

Tyvärr hjälper tyristorregleringen bara om man i medeltal måste värma extrudern. Behåller man magnetventilen till kylvattnet kommer man att ha samma begränsning på snabbheten som ovan, om man mest behöver kyla. För att lösa detta problem måste man montera en kontinuerligt ställbar ventil, men jag har inte studerat vad detta får för konsekvenser för kyleffekten.

Då jag inte har gjort någon modell med tidsproportionell utstyrning av reglereffekten så kan jag inte avgöra vilka prestanda man skulle kunna uppnå. Men det är uppenbart att om man försöker med snabb reglering, så kommer man att få problem.

Misstag i arbetet

Tyvärr har några missar gjorts under examensarbetet. Av tidsskäl har de inte korrigerats utan de nämns här för att läsaren skall göras observant på dem.

Vid en del simuleringar för trimning av parametrar har stegsvar använts. Men de har inte startat i jämvikt, med följd att man inte kan särskilja initialvärde och parametrar i stegsvaret. Därför är några uppsättningar av trimmade Ziegler-Nichols-parametrar felaktiga.

Av samma anledning kan jag inte redovisa någon allmän tabell över hur parametrar skall väljas enligt en modifiering av Ziegler-Nichols självsvängningsmetod. Målet är att få parametrar som ger ett bättre dämpat system.

Fortsättning

Som exempel på uppgifter för ett examensarbete som bygger vidare på detta anger jag följande.

Verifiering av modeller

Byta ventil och trimma om regulatorer med någon metod typ STUPID

Göra modell med tidsproportionell utstyrning av regler-effekt

Utvärdera datorreglering av nuvarande ställdon jämfört med konventionell reglering med tyristorer och ställbar ventil

Identifieringsexperiment på extrudern

Digital reglering av modeller och extruder

Slutsatser

På basis av det genomförda arbetet tror jag att orsaken till svängningar är överdimensionerad kylning. Om man bara minskar förstärkningen så kvarstår obalansen mellan kyleffekt och uppvärmning. Att dra ner regulatorns kylförstärkning medför en större dödzon för kyleffekten, vilket inte heller är önskvärt. Således återstår bara att dimensionera om kylningen.

Avslutningsvis

Jag vill tacka några personer för deras hjälp under arbetets gång. Min handledare, professor Karl Johan Åström, som har varit ett stöd under arbetet, i diskussioner och genom förmågan att finna nya uppslag för att komma vidare. Sedan också Lennart Nilsson, Tetra Pak, som genom att bistå med många upplysningar och god processkännedom, har gjort det möjligt för mig att erhålla rimliga modeller. Vidare har Bengt Hersenius och Torbjörn Andersson, båda Tetra Pak, och Bo Jönsson, Telemetric, varit till stor hjälp för att lösa vissa problem. För att kunna skatta uppvärmningseffekter och värmeutbyte för plasterna har univ.lekt. Bengt Wesslen, Kemisk teknologi, hjälpt mig att leta fram data för dem. Sist men inte minst har personalen på institutionen, vid olika tillfällen, varit till stor hjälp.

KAPITEL 1

PROCESSBESKRIVNING

Inledning

En extruder för plast består väsentligen av två delar, dels en pipa, ett ganska tjockt stålrör, dels en skruv som driver plasten framåt i pipan. Genom ett inmatningshål stoppar man in plastkolor (av rumstemperatur) och i andra ändan av extrudern får man ut antingen en tjock sträng av smält plast eller en tunn plastfilm. I kommersiella extrudrar har man som regel en transportsträcka utan skruv före munstycket. Detta ger en viss temperaturutjämnning i plasten p g a blandningen.

Ett exempel på användning av en extruder är beläggning av papper med en tunn plastfilm för tillverkning av förpackningsmaterial, t ex mjölkförpackningar från Tetra Pak.

För att den smälta plasten skall få rätt temperatur krävs reglering av pipans temperatur. Detta brukar som regel göras med PID-regulatorer som styr t ex uppvärmning med elektricitet och kylning med vatten. Reglereffekten tillförs via värme-kyl-element som innehåller motståndsslingor för uppvärmningen och kylvattenslingor för kylningen. Temperaturregleringen delas upp på ett antal reglerzoner, som styrs av vardera en PID-regulator. Zonerna har som regel också olika börvärden, lägre i början och högre i slutet. I transportzonerna reglerar man ofta bara värmertilförseln, dvs man har inga kylslingor i elementen.

Extrudern

I detta examensarbete görs en matematisk modell av extruder av märket REIFENHAUSER. Extrudern används på Tetra Pak för materialprovning. Modellen simulerar extrudertemperaturen vid extrudering av polystyren, men däremot modelleras inte tryck eller flöde hos plasten.

I figur 1 visas en skiss över hela maskinen, och i figur 2 en skiss av extruderpipan och skruven i genomskärning. Extrudern drivs av en elmotor placerad under pipan, som växlas ner av en växellåda på gaveln och sedan driver skruven. Varvtalet hos motorn är PID-reglerat. Vid inmatningsdelen har skruven en liten kärndiameter, som medger plats för inmatning av plastkolor. Sedan ökar kärndiametern och på slutet är utrymmet för plasten litet vilket medger att trycket kan höjas till en nivå som räcker för att driva plasten vidare genom transportzonen. Trycket är också PID-reglerat. Motoreffekten behövs till dels framdrivningen av plasten dels för att övervinna friktionen mellan skruven och pipan. Data om extrudern finns i appendix A.

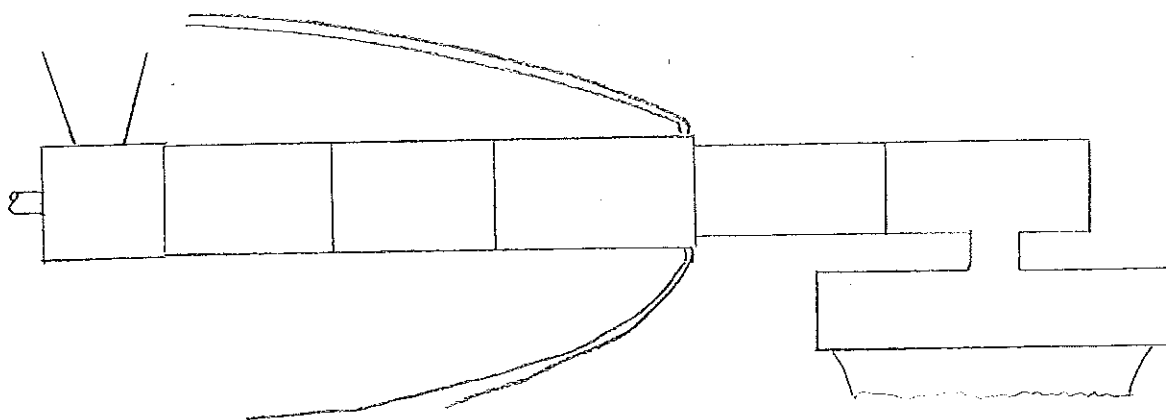


Fig 1 Skiss över hela extrudern.

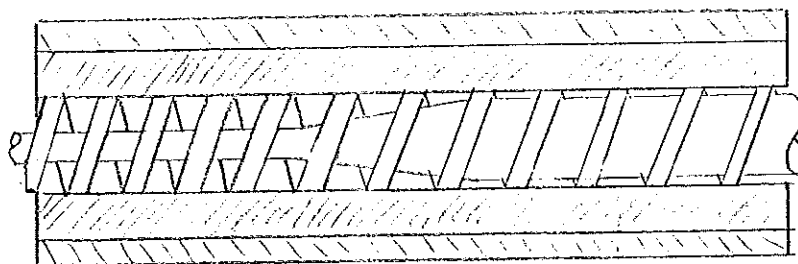


Fig 2 Skiss över extruderpipan och skruven.

Temperaturreglering

Temperaturmätningen görs med järn-konstantan-termoelement som är placerade djupt in i pipan, ca 0,5 mm från innerytan, så mätningen sker mycket nära plasten. Regleringen görs sedan av Eurotherms PIDregulatorer, som styr tillförseln av elvärme och kylvatten via värme-kyl-element med inbakade motståndsslingor och kylvattenslingor, som är monterade utanpå extruderpipan. Av kostnadsskäl sker regleringen tidsproportionellt (discontinuous proportional) mha reläer och magnetventiler. Vid uppvärmning är elvärmen tillslagen med full effekt under den del av ett tidsintervall som styrsignalen anger. Motsvarande gäller för kylvattnet, som strömmar in så länge ventilen hålls öppen. Nackdelen med motståndsslingor för uppvärmningen är att man först måste åstadkomma en temperaturgradient i rätt riktning innan någon effekt kan överföras. Detta gör att regleringen

blir långsammare. Ett sätt att snabba upp är att använda induktiv upphettning av pipan. Då applicerar man ett magnetfält som i sin tur åstadkommer virvelströmmar i materialet. Detta har fördelen att uppvärmningen blir nästan homogen; tidsfördröjningen blir mindre och effektåtgången blir mindre. Men nackdelarna med detta sätt är att spolarna kostar mer och är besvärligare att montera av och på vid reparationer och underhåll. Kylningen kan också utföras annorlunda, t ex genom att använda olja eller någon annan vätska. Vattnets fördelar är framförallt priset men även dess höga värmekapacitivitet och ångbildningsvärme. Nackdelen är att vattenkylningen har olinjär karakteristik men dessa effekter kan mildras genom förnuftigt val av rördimensioner mm. Däremot kan man inte tillföra kyleffekten på något mer homogent sätt utan att bygga in kylslingorna i pipan.

Transportzonerna efter skruven är i regel endast reglerade med uppvärmning. Den friktion som förekommer där är enbart den viskösa, och den är inte tillräckligt stor för att hålla temperaturen uppe.

Plasten

De vanligaste plasterna i denna extruder är polystyren och polyeten. Dessa skiljer sig åt ganska mycket, genom olika temperaturberoende, olika viskositet mm. Polystyren har t ex inte någon smältpunkt utan vid den sk glastemperaturen ändrar den sin värmekapacitivitet ganska kraftigt men det krävs inte något smältvärme. Inte minst det faktum att "samma" plast kan skilja sig åt rejält, beroende på leverantör, tidpunkt mm, gör att det är svårt att dels komma underfund med hur den skall bearbetas, dels hur den skall modelleras på något bra sätt. Grundat på erfarenhet använder man därför en viss skruvdesign och temperaturprofil för varje plast man bearbetar. Data för plasterna finns i appendix A.

KAPITEL 2

STATISK EXTRUDERMODELL

Statisk energibalans

Innan man gör en dynamisk modell kan det vara lämpligt att kontrollera den statiska energi- och material-balansen. Material som stoppas in är kall plast och kallt kylvatten. Effekt tillförs extrudern genom motoreffekten och elvärme från regulatorn. Motoreffekten behövs pga inre friktion i plasten vid transporten, men dess rörelseenergi försummas. Effekt försvinner från extrudern genom temperaturstrålning (emission) till omgivande väggar, genom naturlig konvektion till omgivande luft, genom värmeledning till motorn, stödm, och sist men inte minst genom uppvärmning av kylvattnet och plasten. De två sistnämnda materialen försvinner ut från extrudern (i uppvärmd form). Detta åskådliggörs i figur 1 nedan.

Extrudermodellen

Extrudern är ett ganska komplext system att modellera om man vill ta med alla detaljer. För att få ett hanterbart problem görs följande förenklingar. Till en början försummas att det finns plast med annan värmekapacitivet än stålet, som dessutom strömmar i extrudern, men detta medtages i en senare modell. Därutöver försummas att skruven är rörlig, dvs extrudern modelleras som vore den enbart gjord av en homogen stålstång. I stålet sker det på något sätt en effektutveckling i materialet, som simulerar effekten från friktionen hos skruven och plasten resp regulatorn. Sedan medtages endast de tre zoner som skruven finns i, och eftersom materialet närmast före och efter de tre zonerna

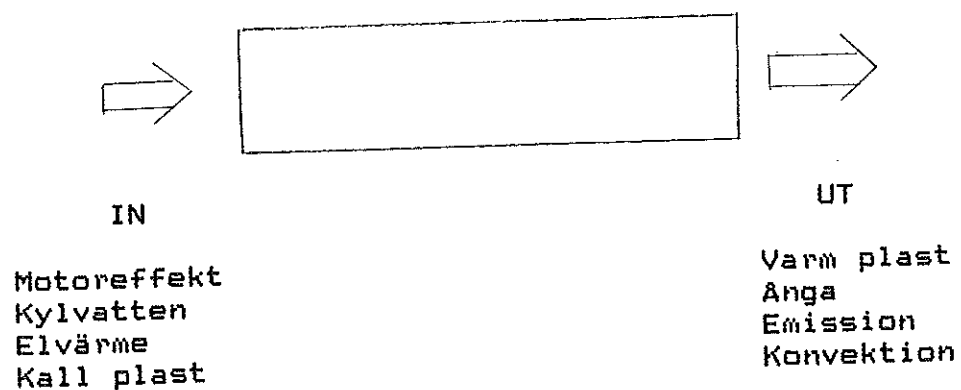


Fig 1 Energi- och materialflöde i extrudern.

har nästan samma temperatur så försummas värmeledningen genom zongränserna.

Höljet runt extrudern modelleras som en cylinder med konstant temperatur. Extrudern har energiutbyte med höljet och luften emellan. Se figur 2.

Motoreffekten används för att driva plasten genom extrudern och omvandlas till värme genom plastens viskositet. Värmen åtgår till plastens uppvärmning men beroende på vilken plast och arbetstemperatur som önskas så får man tillföra extra energi eller bortföra överskottsenergi genom regleringen. Överskott och underskott i energi varierar mellan zonerna.

Konvektion

I modellen antages att luften kan strömma naturligt mellan extrudern och höljet. Avståndet mellan dessa är 50 mm i modellen, och i Tyllered(1978,p 318) anges att om avståndet mellan två vertikala plattor överstiger 25 mm så påverkar de inte varandras värmeövergångstal. Kanske väl optimistiskt antar jag att man kan använda detta även på två koncentriska cylindrar på ett något större avstånd.

Vidare så sker värmeutbytet med luften, så något måste antagas om dess temperatur en bit ut från extrudern. Här antages att luftens temperatur är medelvärdet av extruderns yttemperatur och höljets temperatur. Dessutom måste man gissa höljets temperatur, och här görs uppskattningen att vid drifttemperaturen 200°C så håller höljet ca 100°C och vid 300°C drifttemperatur så håller höljet ca 150°C. För att uppskatta konvektionseffekten används en formel, även den ur Termodynamik-kompendiet.

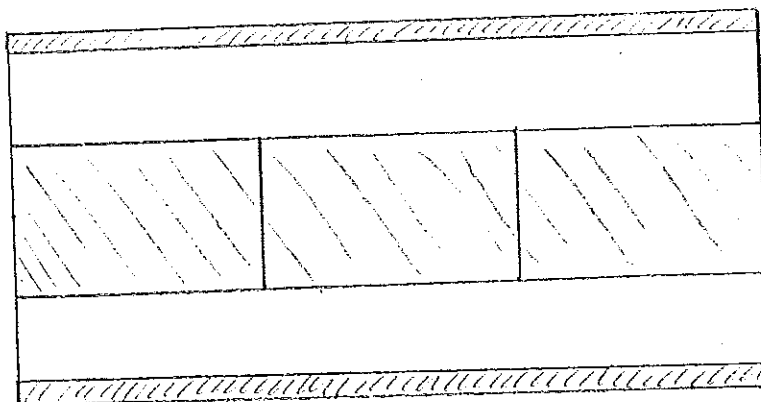


Fig 2 I figuren visas en skiss på hur modellen tänkes se ut om den hade funnits i sinnevärlden.

Konvektionseffekten P_k för en horisontell cylinder är

$$P_k = h A_1 \Delta T$$

där A_1 är extruderns area, ΔT är temperaturskillnaden mellan extrudern och luften samt h ett värmeövergångstal som anges till

$$h = 1,32 \left(\frac{\Delta T}{d_1} \right)^{0,25}$$

där d_1 är ytterdiametern för extrudern. Räknet per zon blir

$$P_k = 1,32 l_1 \pi d_1^{0,75} \Delta T^{1,25}$$

där $l_1 = 0,2$ m, $d_1 = 0,15$ m och

$$\Delta T = \left(\frac{T_{\text{extr}} - T_{\text{hölje}}}{2} \right)$$

Dvs konvektionseffekten blir

$$P_k = 84 \cdot 10^{-3} (T_{\text{extr}} - T_{\text{hölje}})^{1,25}$$

Om man antar följande temperaturer hos höljet och extrudern så får man konvektionseffekterna

T_{extr}	$T_{\text{hölje}}$	P_k
300 °C	150 °C	44 W
220 °C	100 °C	33 W

vilket inte är några imponerande värden.

Strålning

När man kommer upp i några hundra graders temperatur så blir strålningseffekterna ganska stora. Detta har sin orsak i att den från en yta utstrålade effekten är proportionell mot dess absoluta temperatur upphöjt till fyra. I detta fall så skall vi modellera strålningsutbytet mellan två koncentriska cylindriska ytor, och även i detta fall finns det användbara formler i Termodynamik-kompendiet.

För två långa koncentriska cylindrar med ytorna A_1 (inre cylinderns ytterarea) och A_2 (yttre cylinderns innerarea) och respektive ytas emissivitetsfaktor ϵ_1 och ϵ_2 och temperatur T_1 och T_2 gäller att den från inre ytan utstrålade nettoeffekten ($P_{ut} - P_{in}$) är

$$P_s = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right)}$$

där $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ (Stefan-Boltzmanns konstant)

Räknat per zon gäller att

$$\begin{aligned} l_1 &= 0,20 \text{ m} & d_1 &= 0,15 \text{ m} & \Rightarrow & A_1 &= 94,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \\ l_2 &= 0,20 \text{ m} & d_2 &= 0,25 \text{ m} & \Rightarrow & A_2 &= 157 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Sedan antages att $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,8$ vilket är ett rimligt värde på emissivitetsfaktorn för stål och då erhålles

$$P_s = 3,82 \cdot 10^{-9} (T_1^4 - T_2^4)$$

Med samma temperaturer som vid beräkningen av konvektions-effekten erhålls

$$\begin{array}{lll} T_1 = 220 \text{ }^\circ\text{C} & T_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C} & P_s = 152 \text{ W} \\ T_1 = 300 \text{ }^\circ\text{C} & T_2 = 150 \text{ }^\circ\text{C} & P_s = 289 \text{ W} \end{array}$$

Strålningseffekten är således 5 - 6 ggr större än konvektionseffekten men inte så mycket större att konvektionen kan försummas.

Värmeledning

Energiförluster via värmeledning förekommer dels på inmatningssidan, där värme leds bort via skruven till motor och växellåda samt vid utmatningssidan där värme leds ut till transportzonerna. Eftersom transportzonerna har en hög temperatur (ungefär samma som extruderns egen) så försummas

värmeledningen dit.

Lite mer egentligt försummas även värmeledningen ut till motor och växellåda, mest beroende på att den är svår att skatta, men då extrudern "hänger fritt", dvs inte har stora kontaktytor med andra föremål, inne i höljet så är approximationen förmodligen inte helt galen.

Uppvärmning av plast

De plaster som diskuteras i detta examensarbete är polystyren och polyeten LD. För att skatta den effekt som krävs för att värma upp plasten från rumstemperatur till smältans temperatur så måste man känna flödet (i detta fall ca 11,2 g/s) och plastens värmekapacitivet (som funktion av temperaturen), dess smältvärme och smältpunkt.

Polyeten har ungefär konstant värmekapacitivet men polystyren ändrar däremot sin vid ca 90 °C (glastemperaturen). Istället så har polyeten ett smältvärme, vilket inte polystyren har.

Vid låga temperaturer har polystyren värmekapacitivet 1,25 kJ/kgK och vid höga (över 90 °C) 1,88 kJ/kgK. Dessa båda värden är dessutom svagt temperaturberoende, men det försummas här. För uppvärmning till 220 °C krävs då effekten 3720 W vid flödet 11,2 g/s.

Polyeten har värmekapacitivet 2,3 kJ/kgK, smältpunkten 110 °C och smältvärmets 140 kJ/kg. Då kräver uppvärmningen till 320 °C effekten 9300 W.

Motoreffekt

Motoreffekten används för att driva fram plasten i extrudern. I inmatningszonen är en del av plasten i fast form och då används effekten till att mala sönder plastkulorna. När plasten har smält så medför dess viskositet att energi åtgår för att transportera den framåt i extrudern. Denna energi omvandlas till värme.

För att skatta den från motorn tillförda effekten så beräknas först hur stor effekt motorn tar från nätet. För en trefasmotor gäller att den använder maximalt effekten

$$P_m = \sqrt{3} U_h I_l \cos \varphi$$

där $U_h = 380 \text{ V}$, $I_l = 12 \text{ A}$ (max), och (antages) $\cos \varphi = 0,8$.

Då blir $P_m = 6320 \text{ W}$. Om man sedan antar 5 % förluster så

tillförs extrudern maximalt 6000 W från motorn. Vid polystyrendrift är strömmen ca 10 A, dvs effekten ca 5000 W, och vid polyetendrift är strömmen ca 7 A, således ca 3500 W från motorn. Effekten fördelas i proportion till hur mycket energi som krävs för att transportera plasten på olika ställen i extrudern.

Reglerad elvärme

Elvärme tillförs via värme-kylelementen utanpå extruder-pipen. I elementen ligger motståndsslingor som värms upp av strömmen. Elementen kan leverera max 3000 W per zon, dvs totalt max 9000 W. Dessutom är elementen tidsproportionellt drivna, dvs de är tillslagna den del av ett intervall som styrsignalen anger. Intervalllängden är 8 s.

Kylning

Värme-kyl-elementen är som namnet anger även avsedda för att kyla bort överskottsvärme från extrudern. I elementen ligger smala rörslingor inbakade i vilka man kan transportera en kylvätska, t ex vatten, men även oljor och andra vätskor förekommer som kylmedia. I detta fall används vatten, som vid de förekommande arbetstemperaturerna förångas. Även kylningen drivs tidsproportionellt med intervallet 8 s. För att skatta kyleffekten så används först Bernoullis sats, inklusive förluster, för att skatta vattenflödet. Satsen gäller inte om värmertilförsel förekommer. Vattnet antar mycket snabbt (efter ca 0,1 s) sin maximala hastighet efter att magnetventilen öppnats. Troligen påverkas inte strömningen alltför mycket av ångbildningen och därför används satsen för att få en "rimlig" uppskattning av vattenflödets storlek.

Vad gäller effekter tas endast hänsyn till uppvärmningen från 8 °C till 110 °C och ångbildningsvärmets vid den temperaturen, men ångans uppvärmning till högre temperaturer försummas. Vattnet förångas vid ca 110 °C om trycket är 1,5 bar, vilket är trycket i returledningen för kylvattnet. Entalpskillnaden mellan vatten vid 8 °C och 1,5 bar och ånga vid 111,37 °C och 1,5 bar är 2660 kJ/kg. I figur 3 skissas ett värme-kyl-element för att det skall gå att skatta förlustkoefficienterna för rörkrökarna. Dessutom ger diameterändringar upphov till förluster, och eftersom

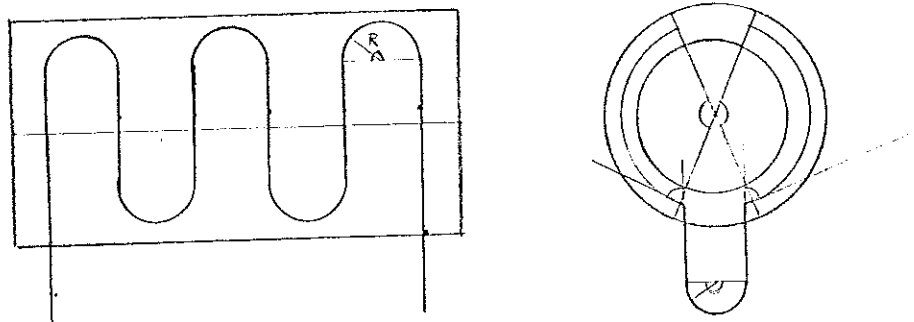


Fig 3 I figuren visas en skiss över hur ett värme-kyl-element ser ut dels från sidan dels från gaveln med slingorna markerade.

trycken 1,5 bar resp 4,5 bar mäts i tjock rörstammar så får man ta hänsyn även till detta. Rörradien skattas till 2,5 mm.

Ur Termodynamik-kompndiet, fig 10.34.c, skattas förlustkoefficienterna ζ för de olika rörkrökarna enligt nedan.

Antal krökar	Vinkel	Krökningsradie	Förhållande	ζ
12	135°	65 mm	26	0,62
11	180°	15 mm	6	0,26
4	45°	5 mm	2	0,15

Förlustkoefficienterna för diameterändringarna

Plötslig sammandragning	(10.116)	$\zeta = 0,4$
----- utvidgning	(10.117)	$\zeta = 0,64$

Bernouilles sats med strömningsförluster kan formuleras som följer

$$p_1 = p_2 + \rho \frac{c^2}{2} + (\Sigma \zeta) \cdot \rho \frac{c^2}{2}$$

där $p_1 = 4,5$ bar, $p_2 = 1,5$ bar, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\Sigma \zeta \approx 12$.
 Därigenom kan man lösa ut strömningshastigheten $c = 6,8 \text{ m/s}$.
 Då blir massflödet (av vatten) $\dot{m} = \rho \cdot A \cdot c = 0,134 \text{ kg/s}$,
 där A är tvärsnittsarean i röret.

Enligt tidigare är vattnets entalpiändring $\Delta H = 2660 \text{ kJ/kg}$.

Kyleffekten kan då skattas till $P_{\text{kyl}} = \dot{m} \cdot \Delta H = 356 \text{ kW}$.

I regulatorn kan man dra ner kylförstärkningen för att den inte skall dominera för mycket över uppvärmningen. Jag antar att den är dämpad till ca 0,3 - 0,5. Sålunda kan en kyleffekt om 150 W vara rimlig att anta.

Statisk energibalans för extrudern

För att kontrollera olika skattningar så upprättas energibalanser för de två fallen polystyrendrift och polyetendrift.

Polystyren

Vid polystyrendrift är genomsnittstemperaturen i extrudern ca 200°C, motorströmmen är ca 10 A, dvs motoreffekten är ca 5000 W, och plasten behöver ca 3720 W för uppvärmning.

Tillskott		Bortgång	
Motoreffekt	5000 W	Konvektion	99 W
		Strålning	456 W
		Plastuppv.	3720 W
		Kyleffekt	<u>725 W</u>
	<u>5000 W</u>		5000 W

Max kyleffekt är ca 150 kW, så reglereffekterna överskrider inte.

Polyeten_LD

Vid polyetendrift är motoreffekten betydligt lägre, ca 3500 W. Drifttemperaturen är ca 300°C och plasten behöver ca 9300 W för uppvärmningen.

Tillskott		Bortgång	
Motoreffekt	3500 W	Konvektion	132 W
Elvärme	6818 W	Strålning	867 W
		Plastuppv.	<u>9300 W</u>
	<u>10319 W</u>		10319 W

Max elvärme är 9000 W så även i detta fall har reglereffekterna inte överskridits.

Referenser

Tyllered, Gunnar: Termodynamik, Institutionen för Mekanisk värmeteorik med strömningslära, LTH, Lund, 1978.

KAPITEL 3

TVA ENKLA DYNAMISKA MODELLER

Inledning

I föregående kapitel har extrudern studerats ur statisk synvinkel utan några tankar på tidsförloppen i samband med temperaturändringar. För att få en ur reglerteknisk synpunkt användbar modell måste emellertid tiden inkorporeras i så måtto att modellen skall (med större eller mindre noggrannhet) kunna beskriva värmeströmmarna i extrudern vid varje tidpunkt.

I detta kapitel diskuteras två enkla modeller, baserade på de statistiska resultaten i kapitel 1. Som kontroll på modellernas rimlighet utförs viss enkel analys. Dessutom provas de med PID-reglering med samma parametrar som används på Tetra Paks extruder (se kapitel 5). Modellerna skrivs i Simnon, ett simuleringsspråk för dynamiska system. För beskrivning av språket hänvisas till Elmqvist(1977).

Modellöversikt

I de båda modellerna antas temperaturen i extruderzonen vara homogen, dvs samma temperatur som mäts av termoelementet antas gälla i hela zonen. Därför behöver endast värmeledningen mellan zonerna modelleras. De olika effekterna tillförs statistiskt enligt vad som anges nedan.

Modell_EXTR2n

Detta är den enklaste av modellerna. Där modelleras endast värmeledningen mellan zonerna, men internt i varje zon är allting statistiskt modellerat. Zontemperaturen är enda tillstånd. Därför blir differentialekvationen för zontemperaturen T

$$C \dot{T} = P$$

där C zonen värmekapacitet och P summan av alla effekter som tillförs zonen, inklusive värmeledning från grannzonerna. Dessa effekter beror av bl a zontemperaturen.

Modell_EXTR3n

Mha extra tillstånd införs mer dynamik i modellen. De är placerade mellan reglereffekten och zontemperaturen för att enkelt simulera tidsfördröjningen mellan regleringrepp och mätningen av dess inverkan på temperaturen. Samma differentialekvation som ovan gäller för zontemperaturen, skillnaden ligger i att effekten P är fördröjd pga passagen genom extra tillstånd

Dynamisk modellering av olika effekter

Friktionsvärme och uppvärmning av plast

Vad gäller friktionen så är den dels olika fördelad i zonerna, dels svagt temperaturberoende genom att plastens viskositet minskar vid högre temperatur och därigenom även friktionen (vid konstant varvtal hos skruven).

P_{s} är uppvärmningen av plasten temperaturberoende (självklart) eftersom en lägre plasttemperatur har krävt mindre energi för att uppnås. Detta sammantaget gör att den överskottseffekt (hädanefter kallad nettoeffekt), som är skillnaden mellan tillförd friktionseffekt och erforderlig uppvärmningseffekt för plasten, blir bara svagt temperaturberoende, eftersom de båda effekterna motverkar varandra.

Därför försummas temperaturberoendet hos nettoeffekten. Som en utvidgning kan man ta med detta, och då även fallet att temperaturberoendet är positivt (d v s att nettoeffekten ökar med temperaturen). Detta kräver modellering av motorvarvtal, flöde, tryck mm, annars strider modellen mot energiprincipen.

Vid polystyrendrift levererar motorn ca 5000 W, plasten behöver ca 3720 W för att värmas upp till 220°C och således kommer tillförd nettoeffekt att vara 1280 W till hela extrudern, eller 427 W till varje zon om man bara tar medelvärdet. Regulatorn måste i medeltal kyla extrudern.

Vid polyetendrift behöver motorn bara leverera 3500 W p g a lägre friktion, men plasten behöver ca 9300 W för att få temperaturen 320°C. Regulatorerna måste då tillföra 6800 W, vilket betyder att nettoeffekten blir -6800 W.

Då gäller kort och gott

$$P_{\text{netto}} = k_1$$

eller om man vill ta med temperaturberoendet

$$P_{\text{netto}} = k_1 - k_2 (T - T_{\text{drift}})$$

där k_1 ger temperaturkoefficienten, som skall vara positiv för k_2 att nettoeffekten skall ha negativ temperaturkoefficient. T_{drift} är drifttemperaturen.

Konvektion och strålning

Båda effekterna är statistiskt beroende av yttemperaturen och modelleras då helt naturligt statistiskt. För strålningen gäller att

$$P_s = k_1 \left((T_{\text{emp}} + 273)^4 - (T_0 + 273)^4 \right)$$

där $k_1 = 3.82 \cdot 10^{-9} \text{ W/K}^4$. För konvektionen gäller att

$$P = k \left(\text{Temp} - T_0 \right)^{1,25}$$

där $k = 84 \cdot 10^{-3} \text{ W/K}^{1,25}$. Vid polystyrendrift är $T_0 = 100^\circ\text{C}$ och vid polyetendrift är $T_0 = 150^\circ\text{C}$.

Reglerad uppvärmning

I de båda modellerna EXTR2n och EXTR3n är reglereffekten homogent fördelad i zonen. Skillnaden mellan dem är att i den första så tillförs effekten statistiskt men i den andra så passerar den ett tredje ordningens dynamiskt system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{\left[1 + s \frac{\tau}{3} \right]^3}$$

som ungefär ger tidsfördröjningen τ . Därigenom simuleras dödtiden mellan regleringreppet och temperaturändringen, som ligger i storleksordningen 30 sek.

I första fallet simuleras induktiv uppvärmning, eftersom effekten tillförs homogent utan tidsfördröjning. Andra fallet liknar mer den resistiva uppvärmningen vad gäller tidsfördröjningen, men med skillnaden att man inte behöver övervinna någon temperaturgradient för att tillföra effekt. Uppvärmningseffekten antas vara direkt proportionell mot styrsignalen u , utan hänsyn till den tidsproportionella drivningen, vars cykeltid 8 sek är mycket liten i förhållande till extruderns egen tidskonstant. Sålunda blir reglereffekten

$$P_{\text{contr}} = u P_{\text{heat}}, \quad u > 0$$

där $P_{\text{heat}} = 3000 \text{ W}$ (maxeffekten per zon) och $|u| \leq 1$.

Reglerad kylning

Kyleffekten tillförs $p \cdot s \cdot s$ som eleffekten, även den med tidsproportionell drivning, som försummas av samma skäl, men med skillnaden att

$$P_{\text{contr}} = u P_{\text{cool}}, \quad u < 0$$

där $P_{\text{cool}} = 150 \text{ kW}$ (max kyleffekt per zon). Vid större flöden är kyleffekten olinjär eftersom godset kyls ner och inte kan lämna lika stor effekt till vattnet. Detta kan man t ex modellera med en extra kvadratisk term som drar ner effekten så att

$$P_{\text{contr}} = \left(u + k \frac{u^2}{3} \right) \cdot P_{\text{cool}}, \quad u < 0$$

med $0 \leq k \leq 1$, annars får kyleffekten fel tecken.

Om man vill ha en bättre modell för kylningen så får man troligen ta med den tidsproportionella drivningen, samt göra en dynamisk modell som tar med nerkyllningen av godset och den därav följande effektminskningen. För kylningen kan man däremot inte ta fram någon fysikalisk motsvarighet till homogen effekttillförsel, utan det får ses enbart som en förenkling i modellen.

Zonens värmekapacitet

Hittills har endast effekt/energi beaktats i sig. För att se dess inverkan på zontemperaturen måste man känna zonens värmekapacitet. Till en början betraktas extrudern som vore den gjord av homogent stål. Då gäller att värmekapaciteten

$$C = V \rho c$$

där V är zonens volym, ρ dess densitet och slutligen c dess värmekapacitivitet. För volymen hos en rät cylinder gäller

$$V = \frac{1 \pi d^2}{4}$$

där l är längden och d diametern. Här är $l = 0,2$ m och $d = 0,15$ m. För stål gäller $\rho = 7800$ kg/m³ och $c = 460$ J/kgK, vilket ger värmekapaciteten $C = 12700$ J/K.

Värmeledning mellan zonerna

För att approximera värmeledningsekvationen så kan man diskretisera den. Detta är i vårt fall den enda möjligheten eftersom värmeledningen internt i zonen har försumrats. I värmeledningsekvationen

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \Delta T + \frac{h}{\rho c} = a \Delta T + \frac{H}{C}$$

där Δ betecknar Laplace's operator, h tillförd effekt per volymsenhet, λ värmeledningstalet, ρ densiteten, c värmekapacitiviteten och a temperaturledningstalet. I detta fall antar vi att effekter tillförs homogent i en kropp av homogent material, och då kan man använda totala tillförda effekten H och värmekapaciteten C .

I Simmon definieras tidsderivatorna för de olika tillstånden så vi behöver endast approximera andraderivatatan. Eftersom vi endast tar med tre zontemperaturer i den sammansatta modellen, så får vi nöja oss med den enklaste approximationen där ΔT i en dimension approximeras med

$$\Delta T_i \approx \frac{1}{h^2} (T_{i+1} + T_{i-1} - 2T_i)$$

där index i anger de olika gitterpunkterna och h deras avstånd. För ändzonerna kan man göra antagandet att temperaturen utanför zonen är densamma, t ex att $T_{i-1} = T_i$,

vilket insättes i sambandet ovan.

Sambandet ovan står att finna i läroböcker i numerisk analys, se Ohlén(1977). Det kan även lätt härledas om man beräknar värmeströmmen genom en yta i en kropp och approximerar grad T med temperaturdifferensen mellan två punkter på lika avstånd från ytan.

I Simnon löses differentialekvationen genom integrering stegvis, så att lösningen till värmeledningsekvationen kan få följande utseende

$$T(x, t_{i+1}) = T(x, t_i) + \frac{\Delta t a}{h^2} (T(x_{i+1}, t) + osv) + \Delta t \frac{H}{C}$$

Denna lösning står t ex att finna i läroböcker om partiella differentialekvationer, se referens. Om man väljer en alltför stor steglängd Δt , så kan man få instabilitet i lösningen, som då börjar oscillera. Kravet på steglängden är att

$$\Delta t < \frac{h^2}{2a}$$

och för stål med avståndet 0,2 m mellan gitterpunkterna blir övre gränsen 1600 sek, ca 27 min. Samtidigt får steglängden inte vara så kort att ändringen i tillståndet är mindre än minst signifikanta siffran i tillståndet.

Hela modellen

Nu återstår bara att sätta samman de olika delarna i modellen till ett Simnon-program, för att kunna genomföra simuleringen.

Programmen har organiserats så att varje extruderzon beskrivs som ett eget delsystem som kommunicerar med andra delsystem, t ex regulatorer och andra extruderzoner. Därigenom kan varje zon och regulator beskrivas med identiska program som binds samman med ett "Connecting System". Dessa program finns samlade i appendix B.

Linjärisering av modell EXTR21

För att analysera modellen, så skall den först linjäriseras och sedan Laplace-transformeras. Här väljs arbetspunkten till 210°C för extrudern och 100°C för höljet (dvs polystyrendrift). Avvikelsen runt arbetspunkten 210°C betecknas $\Delta T = (T - 210)$. De temperaturberoende effekterna linjäriseras då till

$$P_s / C = 10,5 \cdot 10^{-3} + 136 \cdot 10^{-6} \Delta T \quad (\text{strålning})$$

$$P_k / C = 2,36 \cdot 10^{-3} + 26,8 \cdot 10^{-6} \Delta T \quad (\text{konvektion})$$

där C betecknar värmekapaciteten hos zonen. För de övriga gäller att

$$P_{\text{netto}} / C = 33,6 \cdot 10^{-3} \quad \text{om } P_{\text{netto}} = 427 \text{ W}$$

$$P_c / C = 0 \quad (\text{värmeledning})$$

och för reglereffekten införs den omskalade variabeln \tilde{u} enligt

$$\tilde{u} = P_{\text{contr}} / C$$

Detta ger för avvikelser i zontemperatur (Laplace-transformerat)

$$\Delta T(s) = \frac{1}{(s + 163 \cdot 10^{-6})} \cdot \left[\frac{20,7 \cdot 10^{-3}}{s} + \tilde{u}(s) \right]$$

Systemet är således inte linjäriserat kring en stationär punkt. Utan insignal kommer jämviktstemperaturen att vara 337°C ($\Delta T = 127$). För att arbetspunkten skall bli stationär punkt kan man antingen minska nettoeffekten till 163 W eller linjärisera runt reglereffekten -264 W (kylning). Modellen är av första ordningen med en tidskonstant $T_k \approx 100$ min.

Modellen lämpar sig väl för teoretiska beräkningar, men den kan inte vara speciellt realistisk av två skäl, dels avsaknaden av tidsfördröjning, dels att den inte kan bli instabil vid proportionell reglering. Den kommer därför mest att användas vid tester av t ex regulatorer.

Analys av EXTR31

Värmeledningen ger upphov till en approximativ tidsfördröjning. Ett stegsvar ser grovt ut som i figur 1 a. Då vi primärt är intresserade av det dynamiska förloppet och inte av insvängningen till stationära värdet så kan man approximera stegsvaret med figur 1 b, som är ett stegsvar från en integrator med tidsfördröjning dvs

$$Y(s) = \frac{R}{s} e^{-s\tau}$$

där R är ursprungliga stegsvarets maximala lutning och τ

tidpunkten för tangentens skärning med tidsaxeln.

Om insignalen är $\tilde{U}(s) = \frac{a}{s}$, där a är konstant så blir överföringsfunktionen för systemet

$$G(s) = \frac{R}{a} \frac{1}{s} e^{-s\tau}$$

Det är då lätt att finna k_{\max} och periodtiden T_p för en proportionell regulator genom att sätta $s = i\omega$ och sedan låta

$$G(i\omega) = \frac{R}{a} \frac{1}{i\omega} e^{-i\omega\tau} = -\frac{1}{k_{\max}}$$

Då kan man lätt lösa ut

$$\omega\tau = \frac{\pi}{2} \quad \text{och} \quad \frac{\omega a}{R} = k_{\max}$$

och då periodtiden $T_p = \frac{2\pi}{\omega}$ insättes så får man

$$T_p = 4\tau \quad \text{och} \quad k_{\max} = \frac{\pi a}{2R\tau}$$

Värden på R och a får man ta ur stegsvaren, men τ är som tidigare nämnts ungefär 30 sek, vilket ger en periodtid på 120 sek.

I appendix C genomförs en analys av modellen, som utnyttjar Nyquist-kurvan och ett cirkelkriterium. Den intresserade hänvisas dit. Där erhålls $k_{\max} = 89,2 \cdot 10^{-3}$.

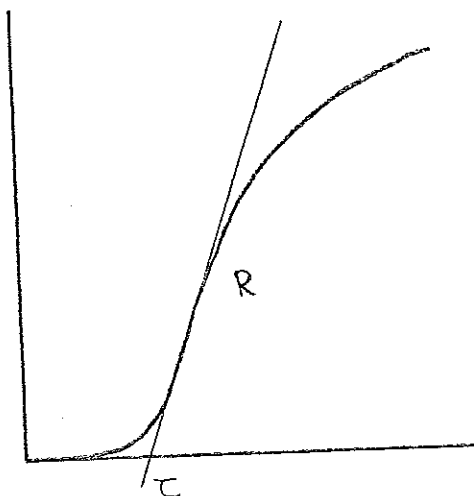
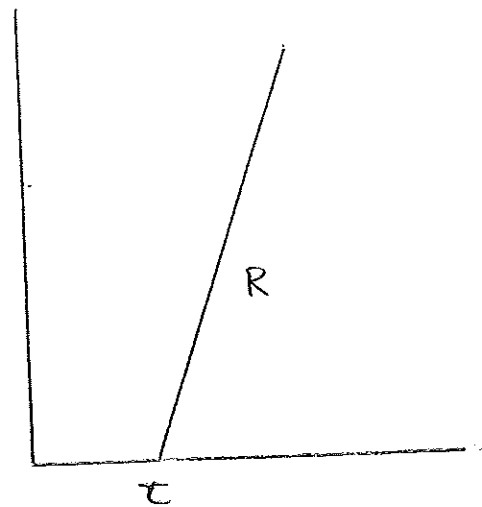


Fig 1 a Ursprungliga stegsvaret



b Approximativa stegsvaret

Stegsvar

EXTR21

Ur linjäriserade modellen för EXTR21 ser man att om nettoeffekten är 163 W och styrsignalen $\tilde{u} = a = 5 \cdot 163 \cdot 10^{-6}$ så kommer stationära värdet hos ΔT att vara 5 (grader). Omräknat till regulatorns utsignal, skall den vara $u = 3,45 \cdot 10^{-3}$ vid stegsvar upp, och $u = -6,90 \cdot 10^{-5}$ vid stegsvar ned. Denna stora skillnad beror på skillnaden i kyl- resp värmeeffekt, som motsvarar en skillnad i förstärkning.

Pga extruderns stora tidskonstant (ca 100 min), så simuleras den under 500 min, dvs 30 000 s, och efter ca 300 min har stationaritet inträtt. Enligt tumregeln behövs ca 3 tidskonstanter för insvängningen. Temperaturen ändras 5°C i enlighet med beräkningen. För att studera inledningen av stegsvaret används 250 sek simuleringstid. Se figur 2.

EXTR31

För denna modell studeras stegsvaren främst med sikte på att fastställa ett rimligt värde på modellens parameter τ , så att stegsvarets död tid blir ungefär 30 sekunder. Men även maxlutningen hos stegsvaret är av intresse för att kunna slutföra analysen av modellen. Här används samma insignal och nettoeffekt som för EXTR21, men bara början av stegsvaret simuleras. EXTR31 har naturligtvis samma långtidsuppförande som EXTR21. Se figur 3. Ur figur 3 kan

man avläsa lutningen $R = 8,8 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ/\text{s}$, vilket med

$a = 5 \cdot 163 \cdot 10^{-6}$ ger k_{\max} värdet $48,5 \cdot 10^{-3}$ enligt vår förenklade modell. För att se vad k_{\max} motsvarar i termer av

proportionalband för regulatorn, så får man beakta att

$$\tilde{u} = u P / C$$

där u är regulatorns utsignal, P är kyl- resp värmeeffekten, och C zonens värmekapacitet. För en proportionell reglering gäller i detta fall att

$$\tilde{u} = k_{\max} \Delta T \quad \text{resp} \quad u = \frac{\Delta T}{4 p_{b \min}}$$

där ΔT är reglerfelet, $p_{b \min}$ minsta proportionalbandet, och

k_{\max} maximal förstärkning. För styrsignalen u , se avsnittet

om proportionell reglering senare i kapitlet. Ur dessa tre samband erhålls

$$p_{b \min} = \frac{P}{4 C k_{\max}}$$

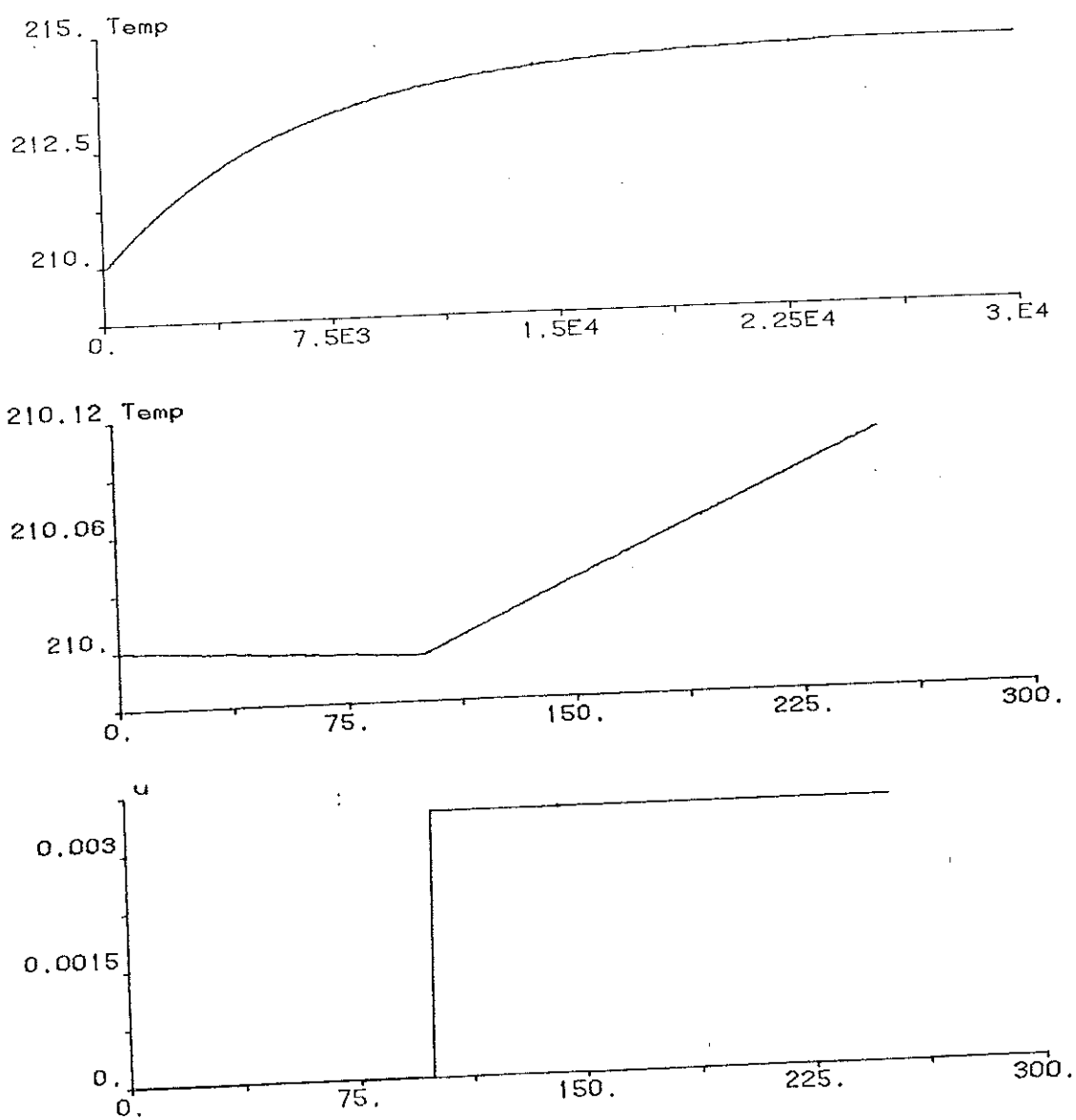


Fig 2 Överst insvängning mot stationaritet för EXTR21,
därunder inledningen av stegsvaret och styrsignalen.

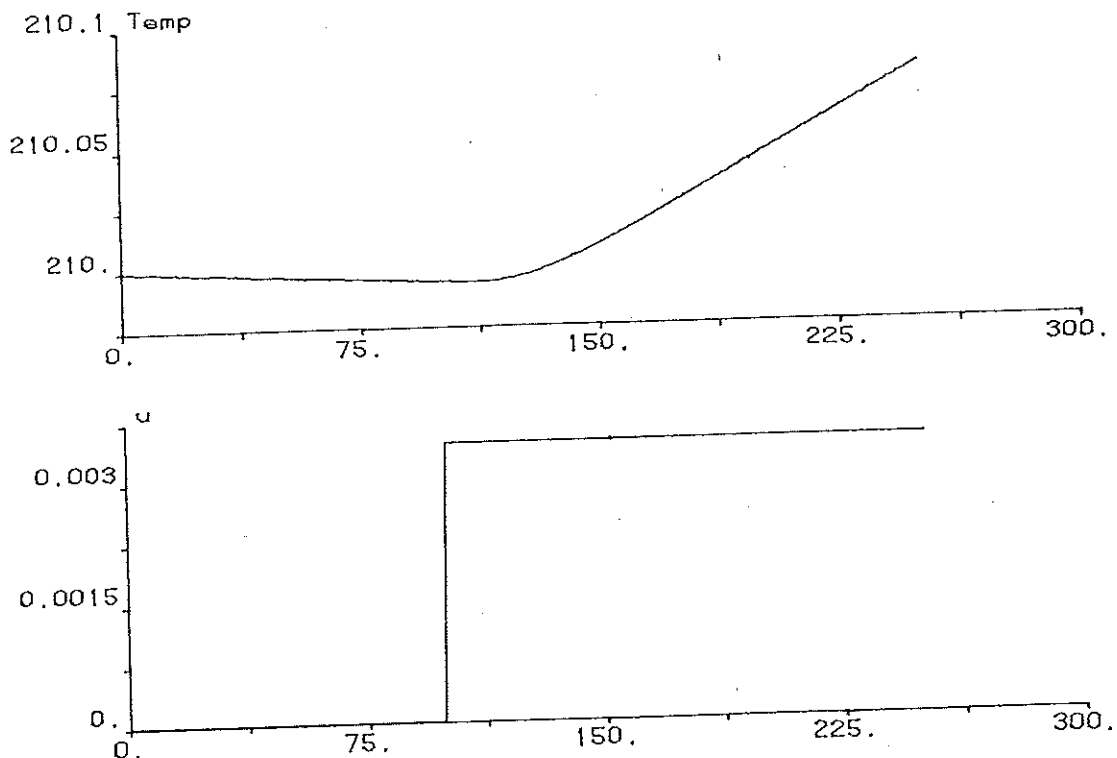


Fig 3 Stegsvär och styrsignal för modell EXTR31 med $\tau = 30$ sek

Vid kylning är $P = 150$ kW och då blir $pb_{\min} = 61\%$, vilket

kan jämföras med det värde som erhålls mha cirkelkriteriet i appendix C, nämligen $33,1\%$. Cirkelkriterierna ger mycket konservativa resultat och därför kan man misstänka att den förenklade modellen inte ger en bra beskrivning av EXTR31, men däremot kan den fortfarande vara en bra beskrivning av extrudern. Om vi betraktar EXTR31 som en god modell, så ser man att 33% blir minsta möjliga p-band vid proportionell reglering, vilket strider ganska kraftigt mot de faktiska förhållandena, där man skall klara åtminstone ner till $2,5\%$. Orsaken till den kraftiga restriktionen är den höga kyleffekten, och därför väcks misstanken att kyleffekten är felberäknad. Återstår dock först att se vad den proportionella regleringen kan ge för resultat.

Proportionell reglering

Den PID-regulator som används för temperaturregleringen är inte graderad i förstärkning, utan i proportionalband, en inverterad förstärkning. Proportionalbandet anger det antal procent (relativt 400 grader) som temperaturen skall avvika från börvärdet för att regulatorn skall ge full effekt ut vid proportionell reglering. Detta kan tecknas

$$u = \frac{\Delta T}{400} \frac{100}{pb} = \frac{\Delta T}{4 pb}$$

där p-bandet pb uttrycks i procent. Vid pb = 5 % och $\Delta T = 20$ blir $u = 1$, dvs full effekt. Simnon-programmet finns pss som för tidigare system i appendix B.

EXTR21

Denna modell kan som nämnts tidigare inte bli instabil. Den kan pga sin enkelhet fungera som test för regulatorprogrammet. Stegsvaren demonstrerar också tydligt skillnaden i förstärkning mellan värme och kyla genom den stora skillnaden i insvängningstid. Se figur 4.

EXTR31

Detta är ett 4:e ordningens system, och kan således bli instabilt för tillräckligt stora K. Men systemet innehåller även olinjäriteter både av typ begränsningar och högre potenser av temperaturen. Resultatet blir då oftast en stabil svängning (limit cycle) om K överskrider en viss gräns. För olinjära system kan man använda t ex cirkelkriterier för att avgöra gränsen för förstärkningen K, se appendix C.

Även här studeras stegsvaren för att avgöra

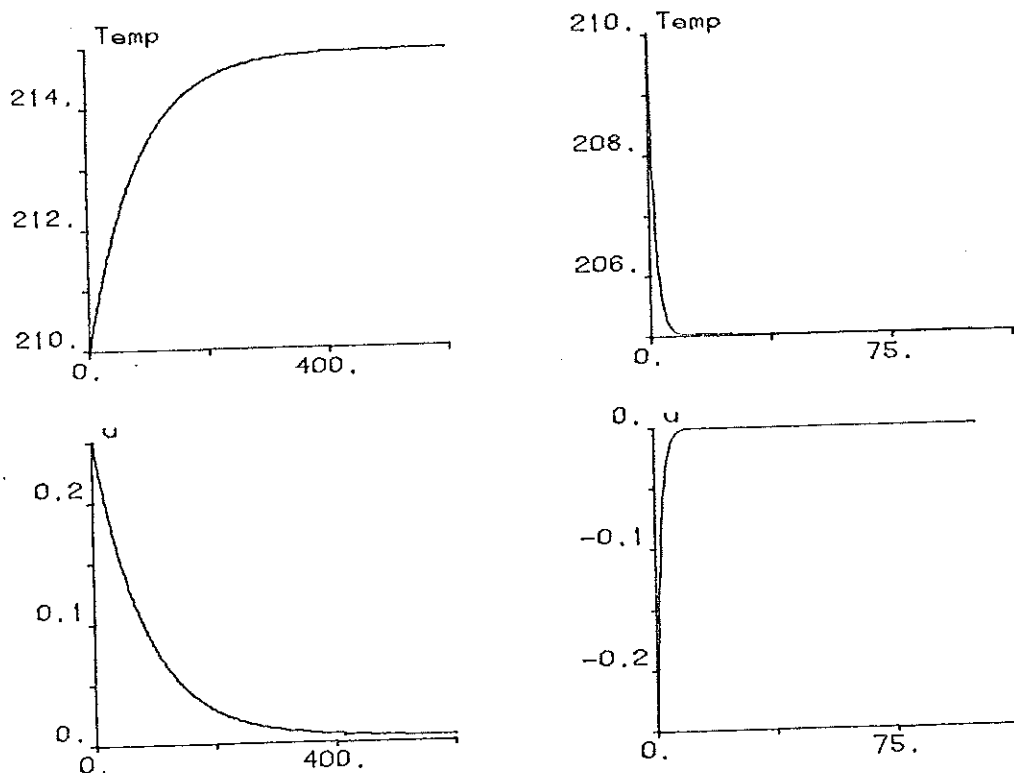


Fig 4 Stegsvar upp och ned vid p-reglering av EXTR21 med nettoeffekten 163 W och p-bandet 5 % .

stabilitet/instabilitet och periodtid. Med denna modell provas både full och reducerad nettoeffekt. Se figur 5. Det visar sig att då regulatorn i medeltal skall kyla bort effekt i modellen, så erhålls svängningar i temperaturen. Vid 163 W nettoeffekt blir svängningarna små, ca $0,1^{\circ}\text{C}$, dvs knappt mätbara i praktiken. Se figur 6. Vid full nettoeffekt (427 W) så krävs ganska kraftig kylning, och som synes i figur 7, så ger ett proportionalband på 30 % svängningar med amplituden $0,7^{\circ}\text{C}$ topp-till-topp. Med 35 % p-band dämpas däremot svängningen, i enlighet med cirkelkriteriet, som gav gränsen 33 % . Vid 5 % p-band blir amplituden ca $2,5^{\circ}\text{C}$ och så pass stor att den kan ge besvär. I praktiken kan nettoeffekten var större än medelvärdet 427 W och i motsvarande mån också amplituden. Man kan tillägga att 10 % är största möjliga p-band man kan ställa in på den regulator som används. Periodtiden blir som väntat ca 120 sek, i figur 6 mäts den upp till 130 sek.

Slutsatser

Som tidigare diskuterats så måste rimligen kyleffekten vara felberäknad. Detta åtgärdas i nästa kapitel. Annars kan man

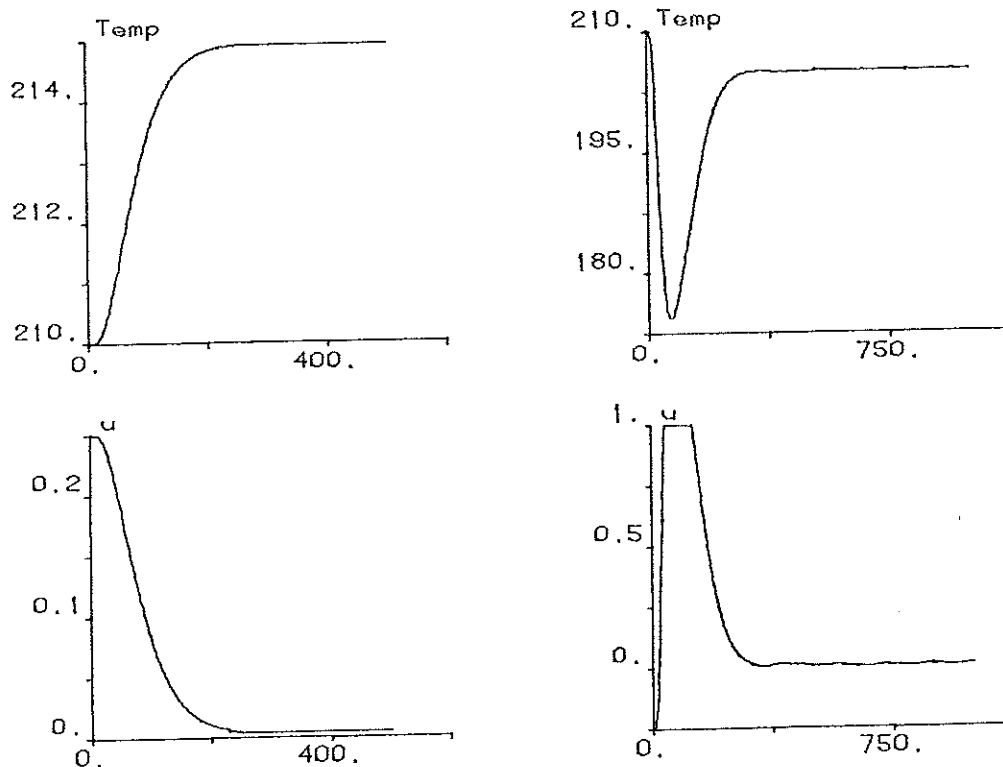


Fig 5 Stegsvår upp och ned vid p-reglering av EXTR31 med nettoeffekten 163 W och p-bandet 5 % .

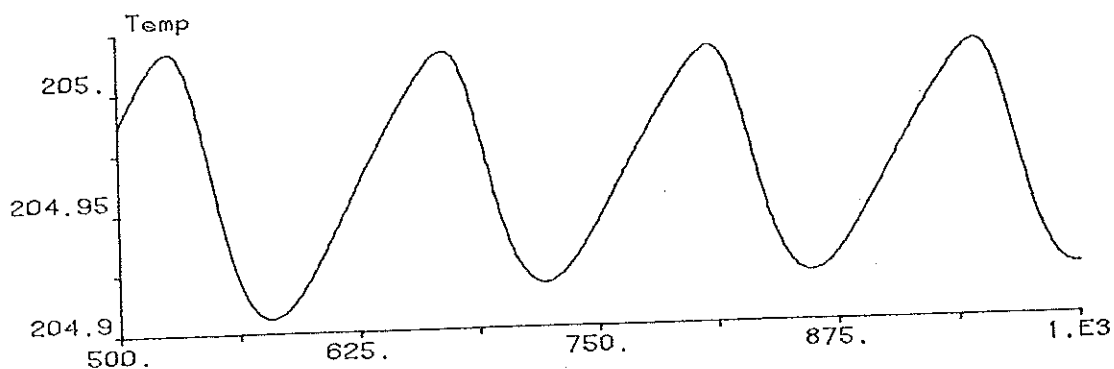


Fig 6 Stabil svängning hos EXTR31 med p-bandet 5 % och 163 W nettoeffekt.

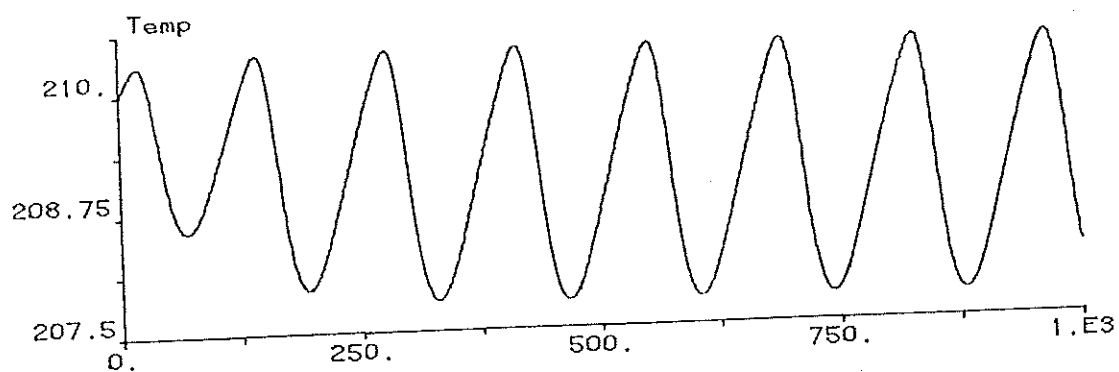
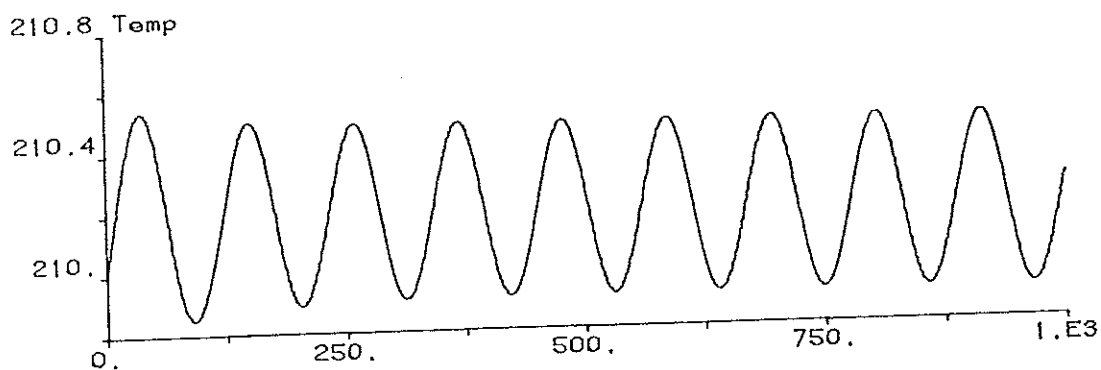


Fig 7 P-reglering av EXTR31 med 427 W nettoeffekt och p-bandet 30 % (överst) resp 5 % (underst).

notera att EXTR31 ger någorlunda god överensstämmelse med den verkliga extrudern vad beträffar t ex stigtid.

Referenser

- Bengtsson, Ekman: Numerisk analys, allmän kurs, Studentlitteratur, Lund, 1976.
- Elmqvist: Simnon - An Interactive Simulation Program for Nonlinear Systems, Proceedings Simulation '77, Montreux 1977.
- Ohlén: Föreläsningar över Partiella differentialekvationer, Institutionen för Matematisk Fysik, Lund, 1977.
- Aström: Reglerteori, Almqvist & Wiksell, Stockholm, 1976.

KAPITEL 4

NY KYLMODELL

Inledning

Som framgick i kapitel 3 väcktes misstanken att kylningen var dåligt modellerad. Den höga kyleffekten som antagits gav dels modellerna ett "dåligt" uppförande, dels stred de gränser för regulatorförstärkningen som följde av kyleffekten mot de värden som fungerar i praktiken. Av den anledningen beslöts att på nytt analysera kylförloppet med utgångspunkt från det tidsberoende som också måste ingå. Vid kylning med vatten under ångbildning, så följer också att ångbildningen inte kan fortgå längre än tills dess att det kylda materialets yta har antagit samma temperatur som vattnets kokpunkt vid rådande tryck. Därefter kan vattnet bara kyla genom att det värms upp, inte med dess höga ångbildningsvärme. Således kommer kyleffekten att minska abrupt när detta tillstånd har uppnåtts. Med lite eftertanke inses att ångbildningen måste upphöra tidigare än så, ty värmetransport kräver temperaturskillnad. Skall någon ångbildning ske så måste ytan ha en så pass mycket högre temperatur att tillräcklig effekt kan levereras till vattnet. För tillfället får det enklare antagandet dock räcka.

Kontroll av uppgifter

Vid kontakt med Tetra Pak för kontroll av olika uppgifter, visar det sig att kylförstärkningen är dämpad till $1/8$ relativt värmeförstärkningen. Detta medför att magnetventilen är öppen högst 1 sekund under 8-sekunders-perioden. Då blir tidsmedelvärdet ca 45 kW för kylningen, om man bara skalar ner den ursprungliga effekten på 356 kW till $1/8$. Deras erfarenhet är att magnetventilen vid normal drift i regel är öppen ca 50-100 ms och i stort sett aldrig mer än 0,5 s. Till detta kommer att solenoiden i magnetventilen tar ca 40 ms för att dra, dvs för mycket små negativa styrsignaler kommer inte någon kyleffekt att erhållas. Därigenom kan det introduceras temperatursvängningar, frågan är bara hur stora de blir.

Transient kyleffekt

Enligt föregående avsnitt är kyleffekten noll under de första 40 ms av regulatorns cykeltid. Därefter antages full kyleffekt (356 kW) fram till dess att insidan på kylslingan är nerkyld till ca 115°C , vilket är någon grad över vattnets kokpunkt vid 1,5 bar. Efter det återstår bara den rena

vattenkylningen fram till magnetventilen stängs efter 1 sekund. I likhet med tidigare försummas uppvärmningen av ångan till högre temperaturer.

Beräkningen av den tid som ångbildning pågår sker mha följande modell. Ett 1 m långt stålrör med 1 cm tjockt gods, 5 mm innerdiameter och starttemperaturen 210°C kyla inifrån med den konstanta effekten 356 kW. Kylningen fortsätter till dess att temperaturen på rörets inneryta är 115°C. Rörets ytteryta antages då fortfarande ha temperaturen 210°C och temperaturfördelningen i röret antages vara "linjär". Då har röret avgivit energin

$$W = \frac{1}{2} V \rho c \Delta T = \frac{1}{2} l \pi \frac{d_1^2 - d_2^2}{4} \rho c \Delta T = 80,1 \text{ kJ}$$

där V är rörets volym, ρ dess densitet, c dess värmekapacitet och ΔT temperaturskillnaden, $210 - 115 = 95^\circ\text{C}$. Samma effekt har tagits upp av vattnet, dvs kyleffekten har verkat under 225 ms, dvs till totalt 265 ms efter starten av kylförloppet. Därefter återstår bara uppvärmningen av vattnet till en efterhand minskande maxtemperatur, fram till kylförloppets slut efter 1 sekund. Om man jämför vattnets entalpiökning från 8°C till 115°C , 450 kJ/kg, med ångbildningsvärmets 2210 kJ/kg, så ser man att uppvärmningen av vattnet kräver relativt lite energi, och man kan utan större omsvep försumma den delen av kylförloppet, framförallt som den hittills beräknade effekten är överskattad. Kyleffekten kommer då att få det utseende som visas i figur 1.

Modeller för kylningen

Med totalt 80,1 kJ bortkyld energi under regulatorns cykeltid 8 sekunder, så blir tidsmedelvärdet av kyleffekten 10 kW. Detta kan jämföras med tidigare antagna 150 kW och

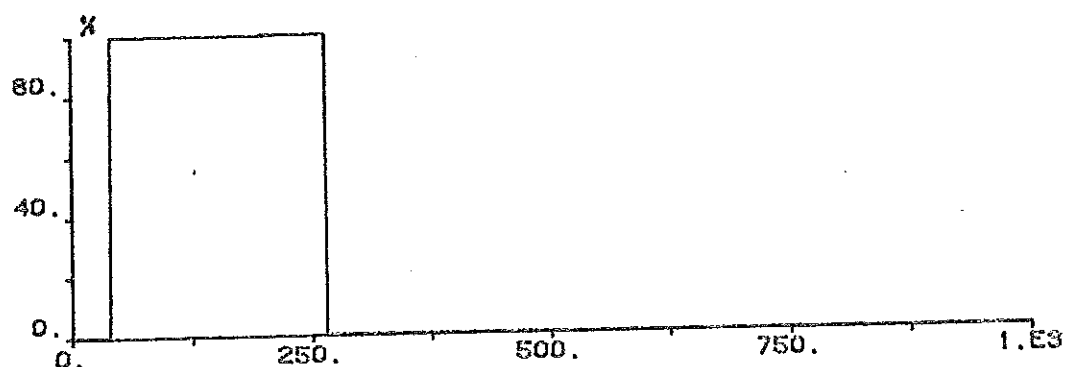


Fig 1 Kyleffekten som funktion av tiden (ms)

maximala kyleffekten 356 kW. Vidare antas liksom tidigare att periodtiden för den tidsproportionella drivningen är försumbar jämfört med extruderns tidskonstant på ca 100 minuter. Då klarar man sig med kylmodeller som uttrycker tidsmedelvärdet av kyleffekten som funktion av styrsignalen från regulatorn. Tre olika modeller föreslås. Observera att styrsignalen u är negativ.

- 1) Den första är helt linjär. Vid utsignalen $u = -1$ är effekten 10 kW. Det är mao samma modell som den ursprungliga, men med skillnaden att maxeffekten är mindre, 10 kW mot tidigare 150 kW. Detta ger följande uttryck åt reglereffekten P_{contr} med $P_{\text{cool}} = 10 \text{ kW}$

$$P_{\text{contr}} = u \cdot P_{\text{cool}}$$

- 2) Den andra modellen tar med den begränsning i effekten som uppstår efter 265 ms, genom att ångbildningen då upphör. Därefter är effekten konstant, eftersom vi försummar vattnets uppvärmning efter ångbildningens slut. Uttrycket för P_{contr} blir

$$P_{\text{contr}} = \max(u \cdot P_{\text{cool}} / 0.265, -P_{\text{cool}})$$

- 3) Den tredje och sista modellen tar även med den inledande död-zonen hos kylningen. Den uppstår pga att magnetventilen inte hinner öppna för de allra minsta styrsignalerna. Och i matematiskt språk blir

$$P_{\text{contr}} = \min(0, \max((u + 0,04) \cdot P_{\text{cool}} / 0.225, -P_{\text{cool}}))$$

Dämpningen i kylförstärkningen hos regulatorn till $1/8$ och periodtiden hos den tidsproportionella drivningen på 8 sekunder gör tillsammans att beloppet av styrsignalen u direkt motsvarar den tid som magnetventilen skall vara öppen. Således får tidsmedelvärdet av kyleffekten i de olika modellerna det utseende som visas i figur 2.

Analys av kylmodellerna

I appendix C erhöles mha cirkelkriterium 2 att minsta möjliga proportionalband var ca 33 % med den ursprungliga kylmodellen. I de här föreslagna modellerna är kyleffekten mer begränsad och medger därför att en högre förstärkning används i regulatorn.

För den första modellen gäller att kyleffekten har reducerats till $1/15$ av den ursprungliga, vilket medger att p-bandet också kan minskas en faktor 15 till 2,2 % . För den andra modellen blir restriktionen kraftigare

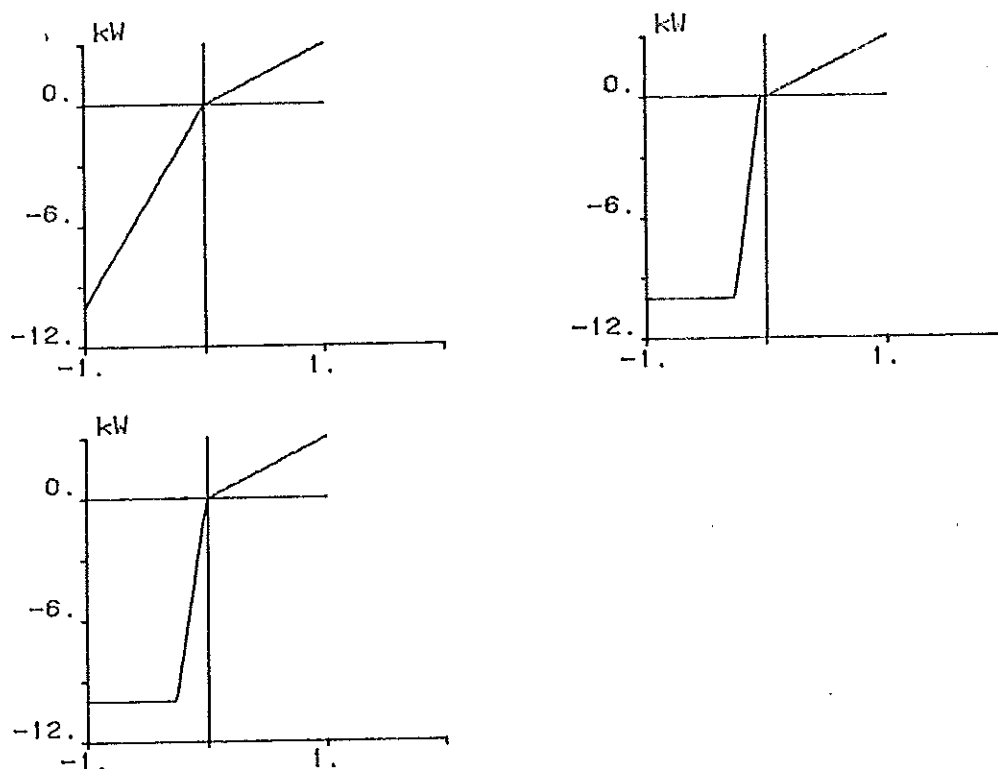


Fig 2 Reglereffektens tidsmedelvärde som funktion av regulatorns styrsignal u för de tre modellerna.

eftersom cirkelkriteriet använder maximala derivatan i signalen som begränsning. Om inte begränsningen funnits skulle effekten vid full styrsignal ha varit 37,7 kW. Därigenom erhålls undre gränsen för p -bandet till 8,3 %. För tredje modellen har derivatan ökat ytterligare lite, och effekten skulle ha blivit 44 kW om inte begränsningarna hade funnits. Detta medför att undre gränsen för p -bandet blir 9,81 %. Om p -bandet är större så garanterar kriteriet att inga stabila svängningar uppstår, men i gengäld kan man erhålla ett större stationärt fel än vad som skulle ha varit fallet om dödzone inte funnits.

Nu får man dock observera att kriteriet inte anger något om amplituden på de svängningar som kan uppstå. Om den är tillräckligt liten så spelar det inte någon roll om svängningarna finns där, eftersom man ändå knappt kan mäta dem. I så fall kan man utan olägenhet minska p -bandet till nivåer som medger snabbare reglering.

Modellval och simulering

Eftersom styrsignalerna för kylning i regel är små, relativt solenoidens dragtid, så är det väsentligt att få med dödzone i modellen för kylning. Därför väljs den tredje

modellen. Den innehåller dessutom begränsningen i effekt för större signaler. De extrudermodeller som innehåller den nya kylmodellen betecknas framöver med ett "A" efter modellnamnet. Därefter återstår att simulera och prova vilket p-band som ger ett acceptabelt uppförande hos extrudern. För enkelhets skull införs den nya kylmodellen bara i EXTR31, då med beteckningen EXTR31A. Dess Simnon-program finns i appendix B.

Först görs simuleringar med full nettoeffekt (427W). För p-band nära 10 % är systemet stabilt men dåligt dämpat. Vid p-bandet 9,5 % erhålls däremot en limit cycle med amplituden 0,5° topp-till-topp, och vid 2,5 % blir amplituden 1,8°, vilket kan vara till besvär. Se figur 3.

Om man låter nettoeffekten vara större så är enda skillnaden att amplituden på svängningarna också blir större. Däremot ändras inte stabilitetsgränserna.

Vid simuleringar med liten nettoeffekt (163 W) runt 205°C, så är det nödvändigt att kyla en aning. Då kan man upptäcka en stabil svängning med mycket liten amplitud (ca 0,01°C) om p-bandet är mindre än 10 %. Svängningen amplitud förblir dock liten även om p-bandet minskas till 2 %. Vid 1,7 % p-band får man emellertid en kraftig stabil svängning med amplituden 10° (topp-till-topp). Se figur 4.

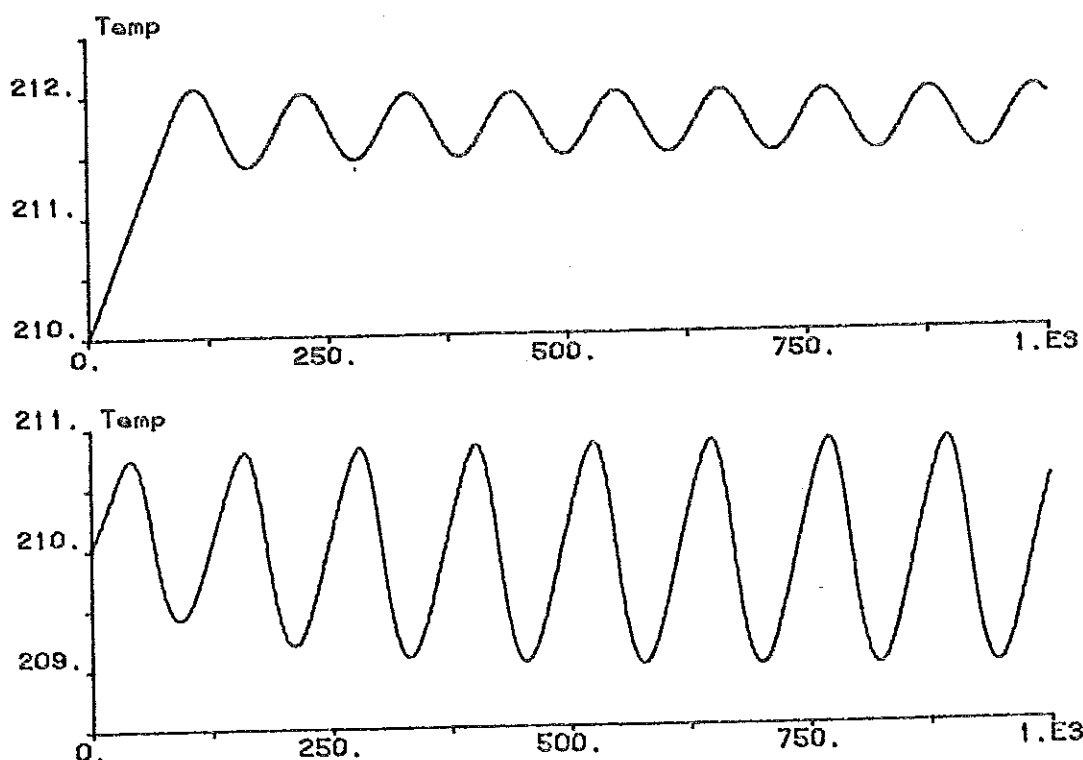


Fig 3 Stabila svängningar med p-bandet 9,5 % (överst) resp 2,5 % underst. Nettoeffekt 427 W.

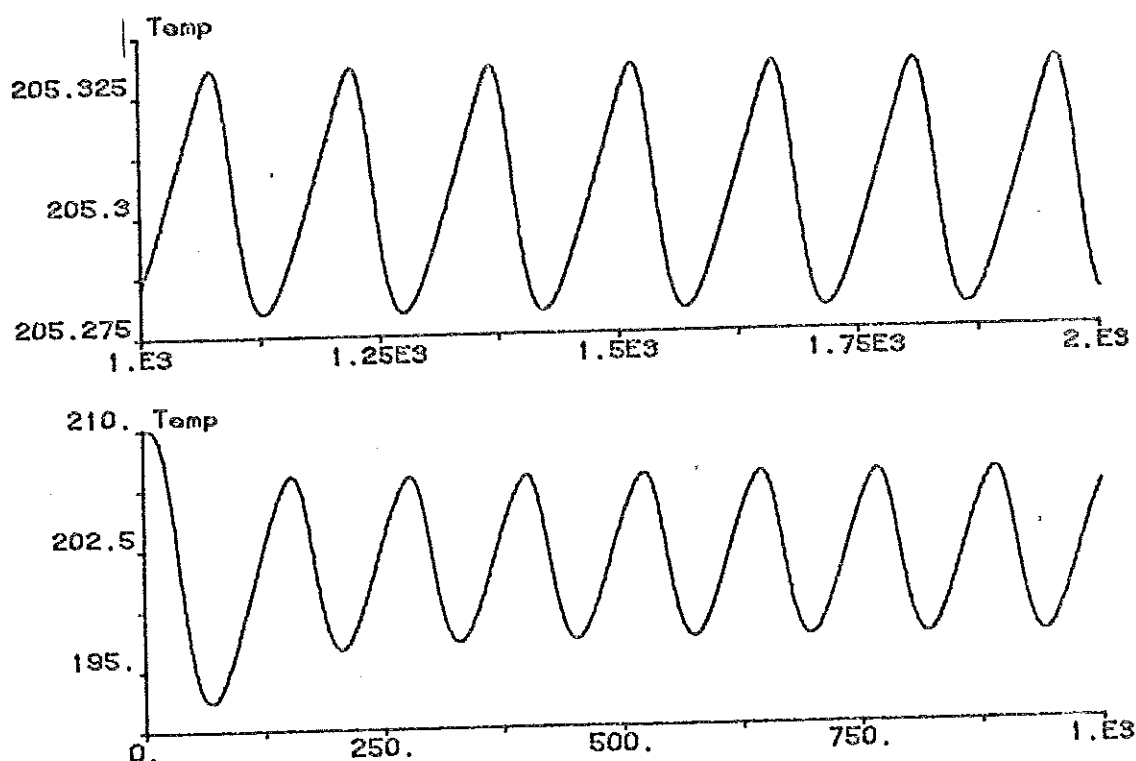


Fig 4 Liten resp stor stabil svängning vid nettoeffekten 163 W. Överst 2 % p-band, underst 1,7 % .

Slutsatser

Genom att stabilitetsgränsen på proportionalbandet har fått ett rimligare värde, så kan man sluta sig till att den nya kylmodellen ger en bättre beskrivning av kylförloppet extrudern. Gränsen för p-bandet är dock fortfarande högre än det värde på p-bandet som används vid reglering av den verkliga extrudern. Orsaken till detta är troligen det som anfördes i inledningen av kapitlet, nämligen att ångbildningen inte kan fortsätta ända ner till 115°C. Den upphör tidigare, därför att temperaturskillnaden i annat fall är för liten för att kunna transportera tillräcklig effekt. Dessutom kan trycket i kylslingen vara högre än 1,5 bar, vilket ytterligare höjer kokpunkten och därmed också den temperatur vid vilken ångbildningen upphör. Därmed skulle ännu mindre effekt avges till vattnet, och modellen skulle få en lägre stabilitetsgräns för p-bandet. Vid PID-reglering tillkommer att derivatadelen kan stabilisera upp temperatursvängningarna. Då skulle modellen kunna visa ett uppförande som skulle kunna tolereras vid drift, trots att man egentligen arbetar i det instabila området.

KAPITEL 5

TVÅ PID-REGULATORER

Inledning

I detta kapitel kommer jag att ta fram två PID-regulatorer. För båda regulatorerna gäller att utsignalen skall vara begränsad, att integraldelen inte får mätta vid utsignalbegränsning, att derivatadelen filtreras och att endast mätsignalen deriveras. De kommer båda att testas på modell EXTR21, eftersom den pga sin enkelhet på ett bra sätt kan visa hur regulatorerna arbetar. Därefter kommer EXTR31A att PID-regleras.

Regulator 1

En enkel PID-regulator med derivering och filtrering av mätsignalen kan ha följande styrsignal, där $E = Y_R - Y$ och T_i och T_d på vanligt vis betecknar integrations- resp deriveringstid. T ger brytfrekvensen för filtreringen av derivatadelen.

$$U = K \left[E + \frac{1}{s T_i} E - \frac{s T_d}{(1 + s T)} Y \right] =$$

$$= K \left[1 + \frac{1}{s T_i} \right] Y_R - K \left[1 + \frac{1}{s T_i} + \frac{s T_d}{(1 + s T)} \right] Y$$

Derivatadelen realiseras enligt figur 1.

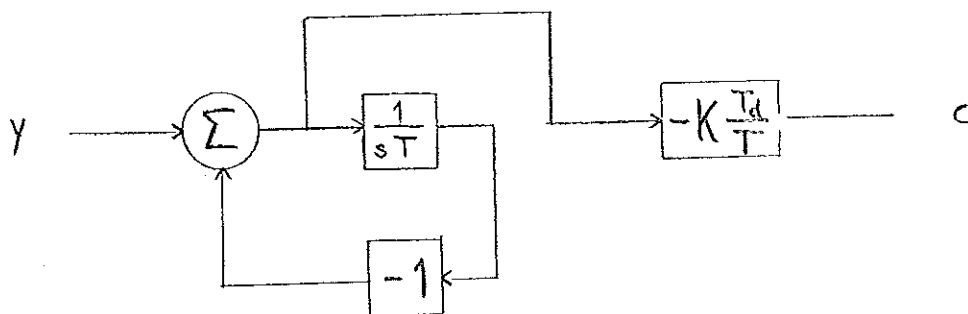


Fig 1 Blockschemata över derivatadelen i regulatorn.

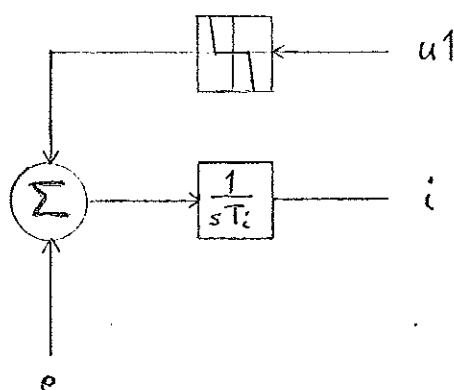


Fig 2 Blockschema över regulatorns integrator med dels reglerfelet, dels den obegränsade styrsignalen som insignaler.

Integraldelen i sig är en rättfram integrering av reglerfelet. Men för att skydda sig mot integratormättning behövs en extra insignal till integratorn. Denna är skild från noll endast när signalen före begränsningen på utgången, har överskridit gränsen, dvs skillnaden mellan signalerna före och efter begränsningen är skild från noll. I kontinuerlig tid kan man inte göra någon bakåträkning för att sätta integraldelen till ett värde som precis skulle ha gett en utsignal på mättningsgränsen. I stället kan man låta skillnadssignalen vara en extra drivande term på integratorns ingång. När den är skild från noll påverkar den integratorn så att den snabbt svänger in mot ett värde som ger en utsignal på mättningsgränsen. Detta kan t ex åstadkommas av ett olinjärt element, en dödzon med hög förstärkning. Ett annat alternativ är att, som i förklaringen, låta skillnaden mellan två signaler plus en hög förstärkning vara den extra insignalen. Detta illustreras i figur 2.

Som utsignal s från dödzoneen väljs här med den obegränsade styrsignalen $u1$ som insignal

$$s = - 50 \cdot \text{sign}(u1) \cdot \max(|u1| - 1, 0) / pb$$

där förstärkningen $50/pb$ bör vara tillräckligt stor för att den extra signalen skall dominera över reglerfelet. Eftersom s skall dominera över felet e (som redan är förstärkt) vid ingången till regulatorn, så följer att även s skall vara förstärkt.

I regulatorn fattas då bara förstärkningen K och begränsningen av utsignalen. För att inte få stötiga utsignaler om parametrarna ändras så placeras K på ingångssidan i regulatorn. Begränsningens placering är

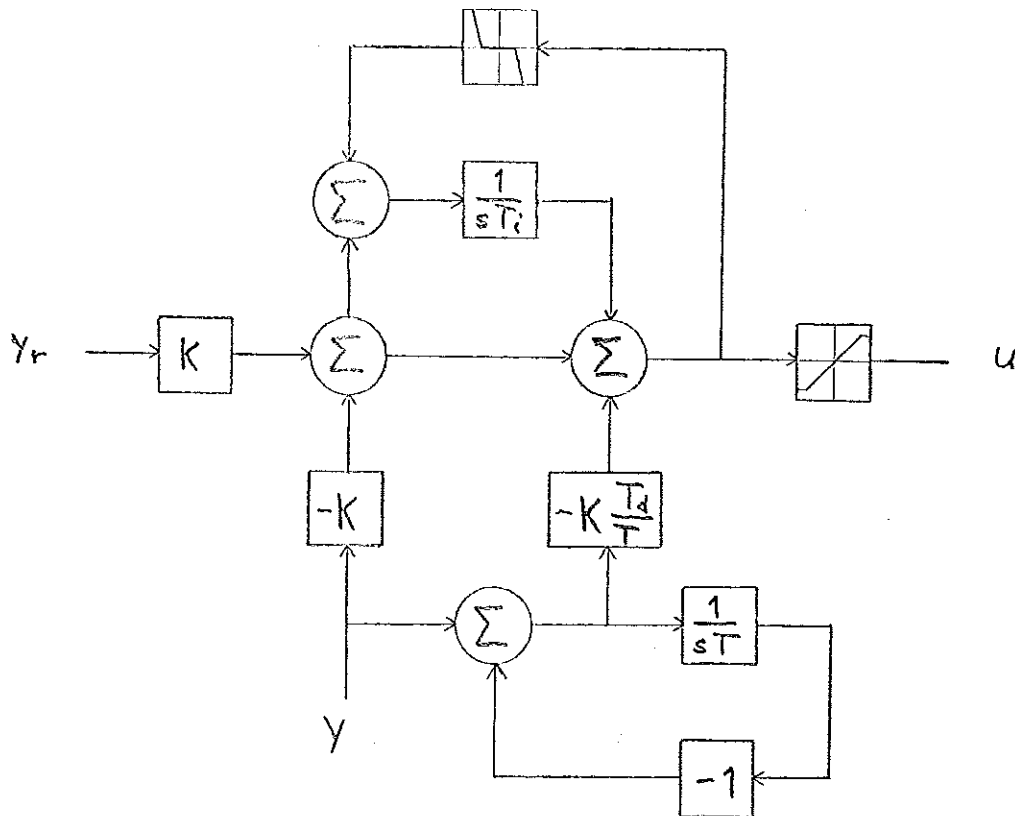


Fig 3 Blockschema för regulator 1.

självklar. Hela regulatorns blockschema visas i figur 3.

Proportionalbandet anger förstärkningen pss tidigare. Regulatorns brytfrekvens är $0,1 \text{ rad/s}$, dvs $T = 10 \text{ s}$. Standardparametrar i övrigt är $p_b = 5 \%$, $T_i = 390 \text{ s}$ och T_d

$T_d = 60 \text{ s}$. Dessa är förinställda av leverantören, Telemetric,

och används av Tetra Pak vid drift. Simnonprogrammet finns i appendix B tillsammans med ett Connecting System.

Som kontroll av regulatorns funktion provas den på EXTR21 med dels standardparametrarna, dels med högre förstärkning i kombination med en relativt stor referensvärdesändring för att testa att integratormättning inte förekommer. Nettoeffekt i båda fall 427 W . Se figur 4 och 5.

Man ser att begränsningen av integraldelen fungerar eftersom den trots ett positivt reglerfel minskar kraftigt under den första sekunden. Därefter ökar den långsamt i takt med att temperaturen stiger.

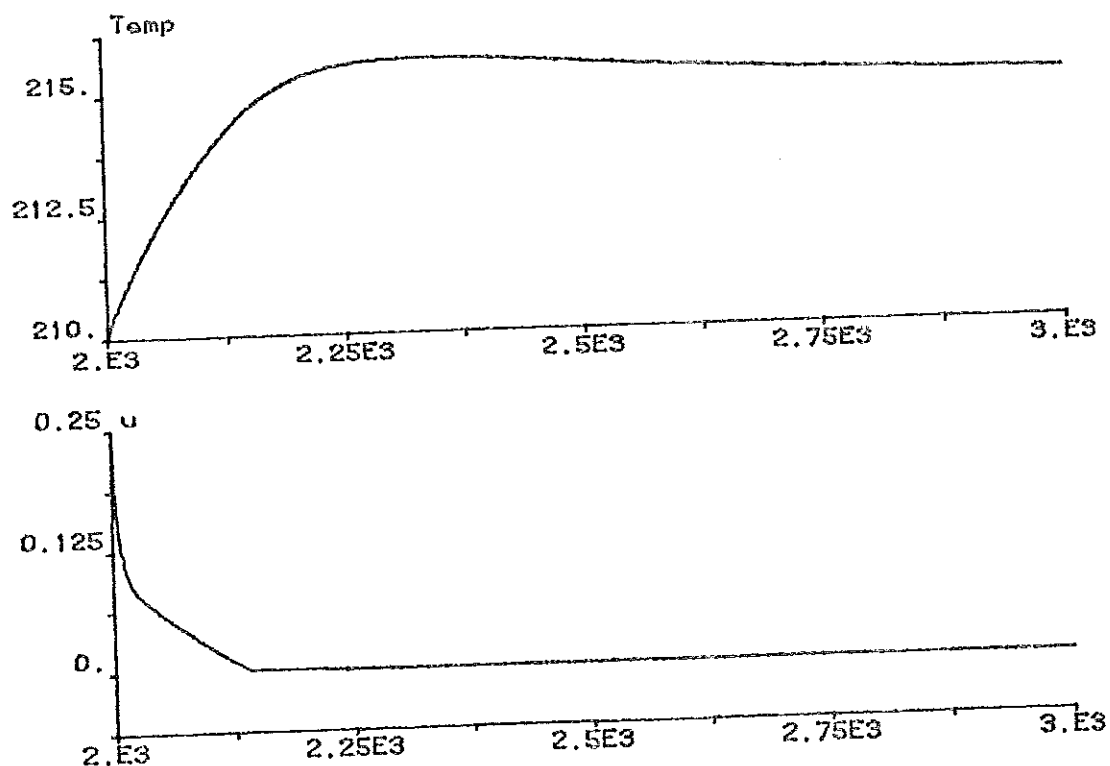


Fig 4 Styrsignal och utsignal med regulatorns standardparametrar för regulator 1.

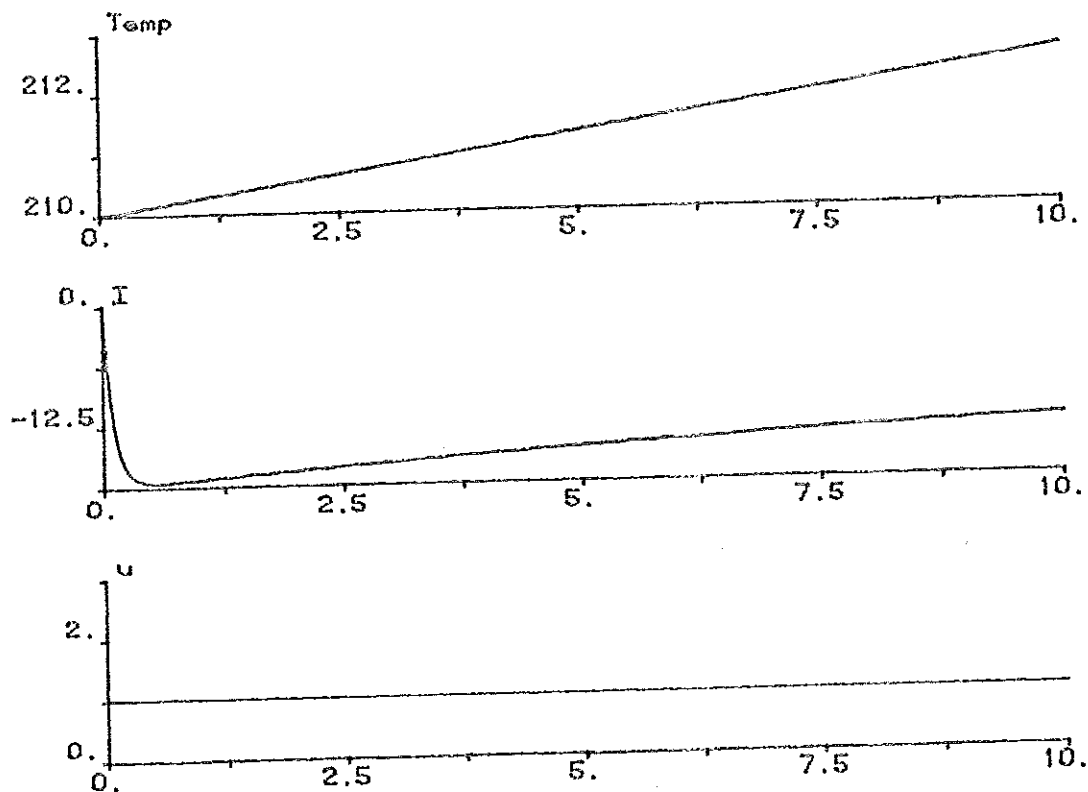


Fig 5 Styrsignal, integraldel och utsignal i initialskedet vid stor ändring av referensvärdet med parametrarna $p_b = 0,5 \%$, $T_i = 10$ s och $T_d = 60$ s för regulator 1.

Regulator 2

För att undvika stor översläng modifieras regulatorn genom att referensvärdet kopplas bort från proportionaldelen; "setpoint on I only". Regulatorns utsignal kan då uttryckas som följer

$$U(s) = \frac{K}{s T_i} Y_r - K \left(1 + \frac{1}{s T_i} + \frac{s T_d}{1 + s T_d} \right) Y$$

Eftersom alla signaler betraktas som avvikelser från en arbetspunkt måste man i regulatorn subtrahera, i detta fall 210°C, från mätsignalen och referenssignalen för att inte proportionaldelen skall "sticka iväg" och förstöra regleringen. Alternativt kan man ge integraldelen ett startvärde som upphäver den effekten, men då uppstår problemet att regulatorn behöver subtrahera stora tal, vilket minskar noggrannheten i beräkningarna. I blockschemat (se figur 6) är annars enda skillnaden mellan de båda regulatorerna att differensen mellan referensvärde och mätvärde bara går till integratorn. Simnonprogrammet finns i appendix B.

Som jämförelse görs samma simuleringar som tidigare med regulator 2. Dessa visas i figurerna 7 resp 8. Som synes så försvinner överslängen vid små referensvärdesändringar, men

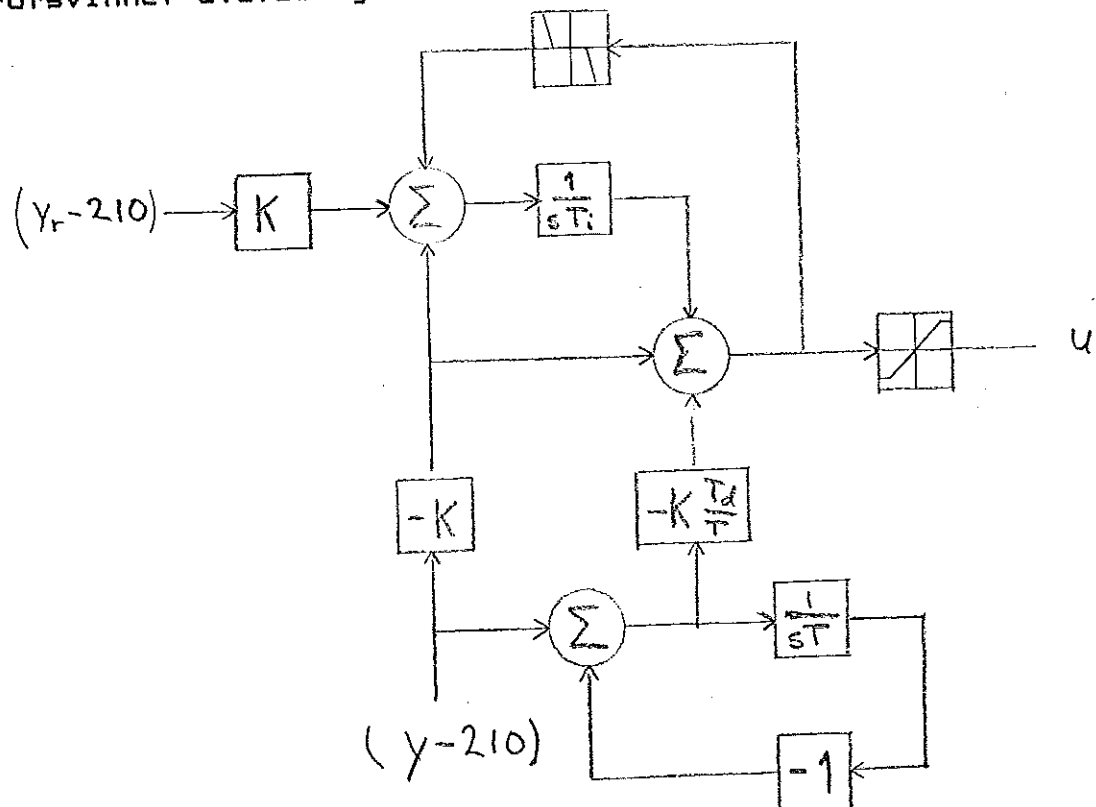


Fig 6 Blockschemat över regulator 2.

inte vid stora. Initialförloppet är olika för de bägge regulatorerna, men skeendet i stort är detsamma vid en kraftig referensvärdesändring, vilket visas i figur 9.

Reglering av EXTR31A

Eftersom vi tidigare har räknat ut k_{max} för en proportionell regulator, samt känner periodtiden T_p för modellen, så kan

Ziegler-Nichols inställningsregler för PID-regulatorer användas som utgångspunkt för trimning av regulatorn.

Dessutom kan man jämföra standardparametrarna med de nya för att se vilka som har "bäst" prestanda. I samtliga simuleringar används nettoeffekten 427 W.

Först jämförs regulator 1 och 2 med standardparametrar, se figur 10 resp 11. Därefter provas regulatorerna med Ziegler-Nichols-parametrar. Resultatet visas i figur 12 resp 13. Parametrarna blir $p_b = 16,35\%$, $T_i = 65$ s och $T_d = 16$ s.

Dessutom ändras brytfrekvensen till 0,2 rad/s, dvs $T = 5$ s. Resultatet är intressant såtillvida att regulatorernas standardparametrar ger upphov till en stabil svängning med amplituden $0,3^\circ\text{C}$ och periodtiden 75 sekunder. Då minsta

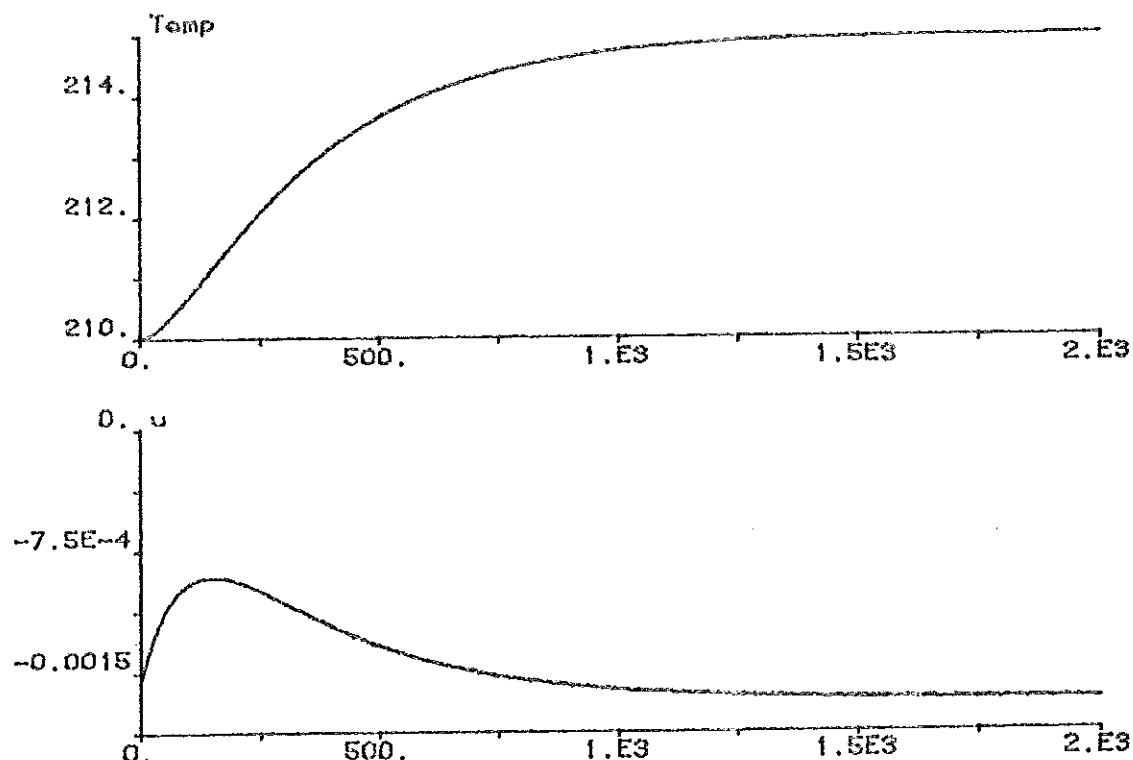


Fig 7 Styrsignal och utsignal med regulatorns standardparametrar för regulator 2.

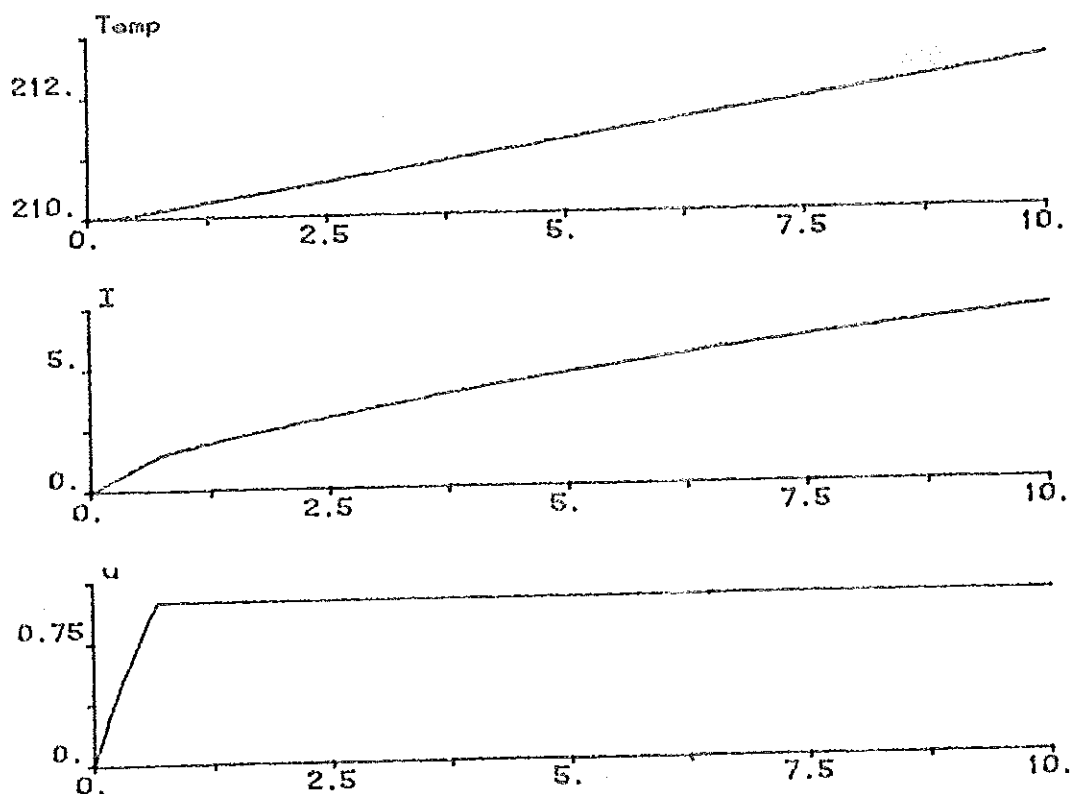


Fig 8 Styrsignal, integraldel och utsignal i initialskedet vid stor ändring av referensvärdet med samma parametrarna som i figur 5.

tillåtna p-band enligt cirkelkriteriet är ca 10 %, så är det inte förvånande att det uppträder en stabil svängning när p-bandet är 5 %.

Slutsatser

Hos den verkliga extrudern har man mätt upp temperatursvängningar. De orsakas enligt den föreslagna modellen av en överdimensionerad kylning, eller omvänt av för hög förstärkning i regulatorn. Stabilitetsgränsen är 9,8 % för p-bandet och i regulatorn används 5 % p-band.

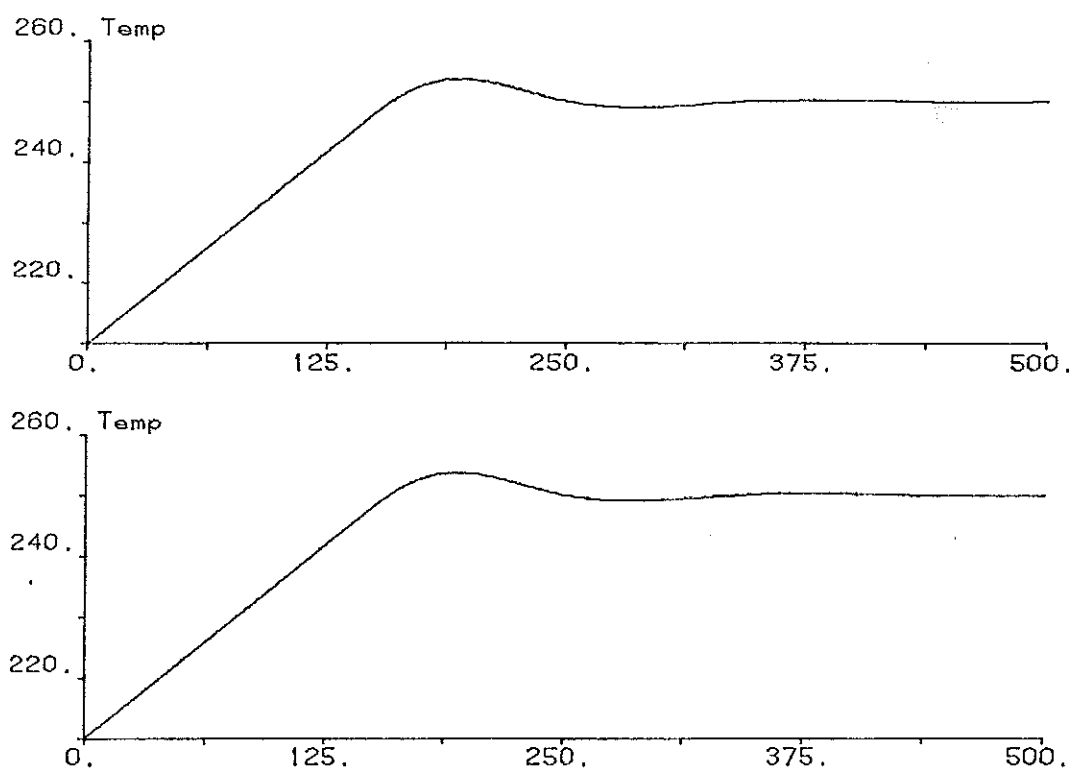


Fig 9 Överst utsignalen vid reglering med regulator 1,
underst med regulator 2. I båda fall med samma
parametrar som i figur 5.

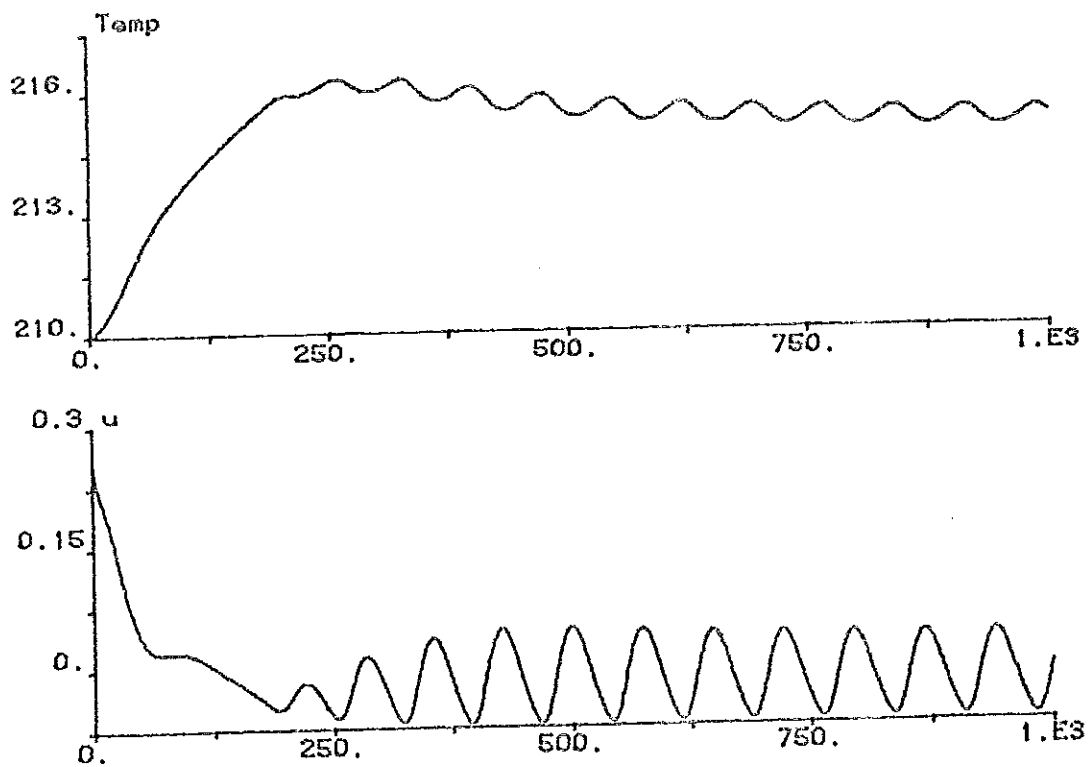


Fig 10 Regulator 1 med standardparametrar.

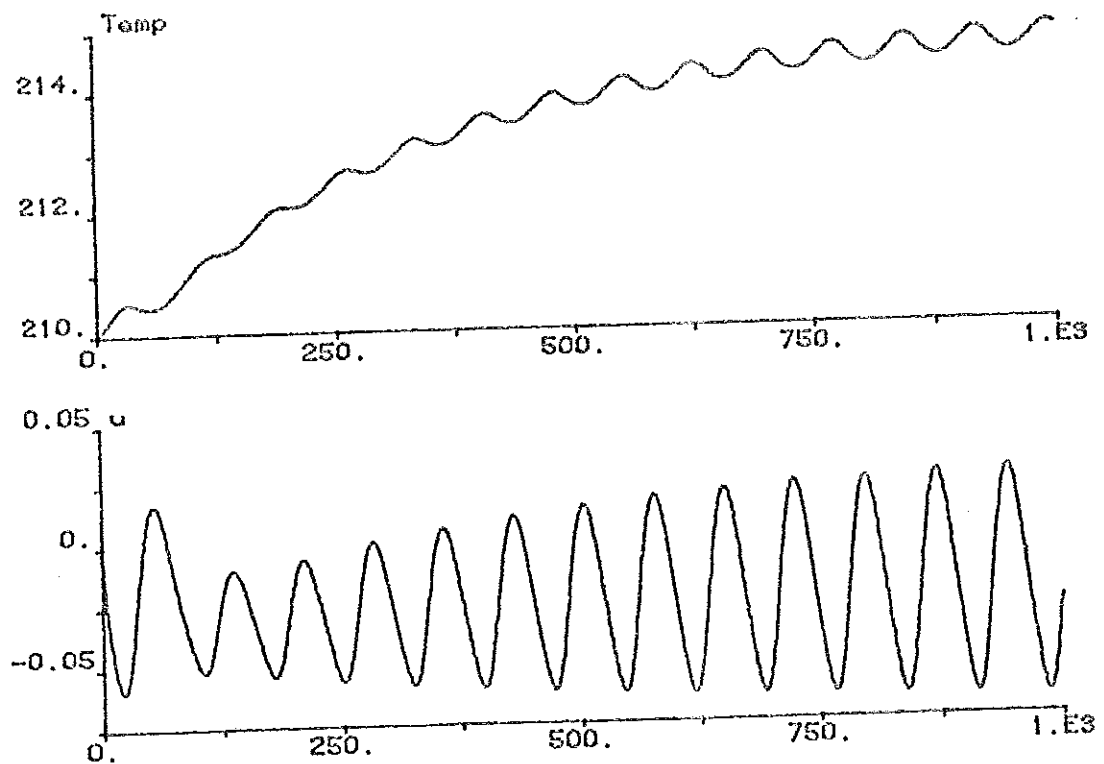


Fig 11 Regulator 2 med standardparametrar.

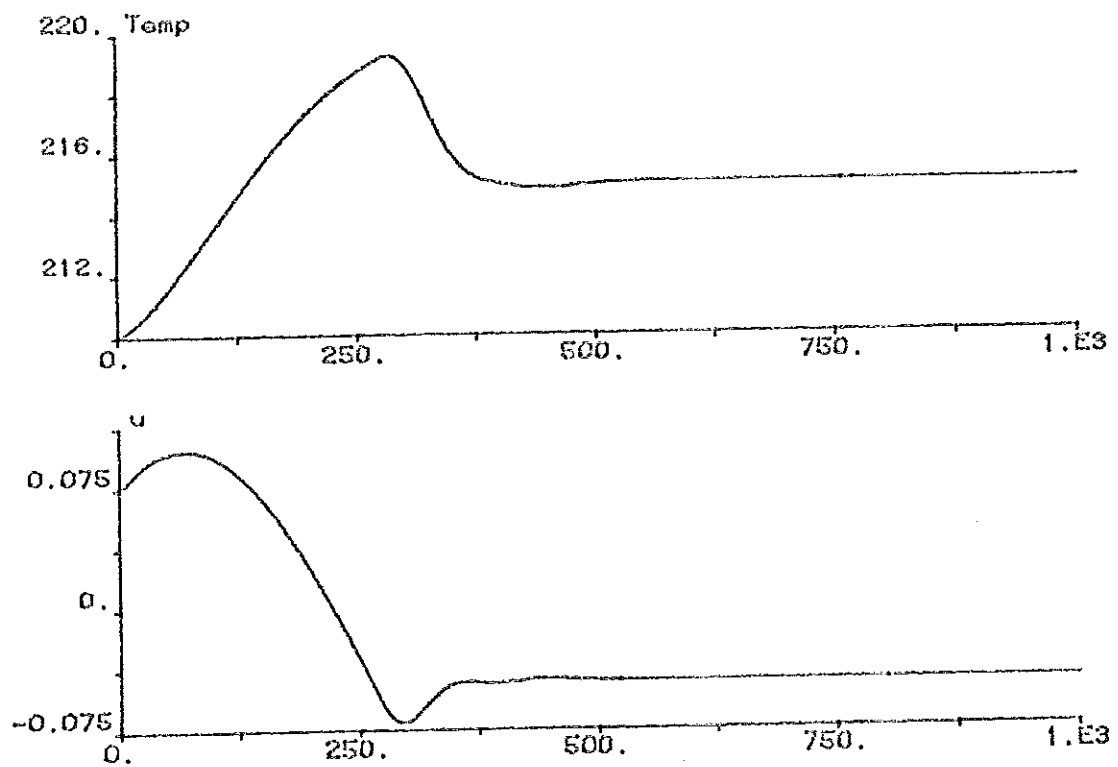


Fig 12 Regulator 1 med trimmade Ziegler-Nichols-parametrar.

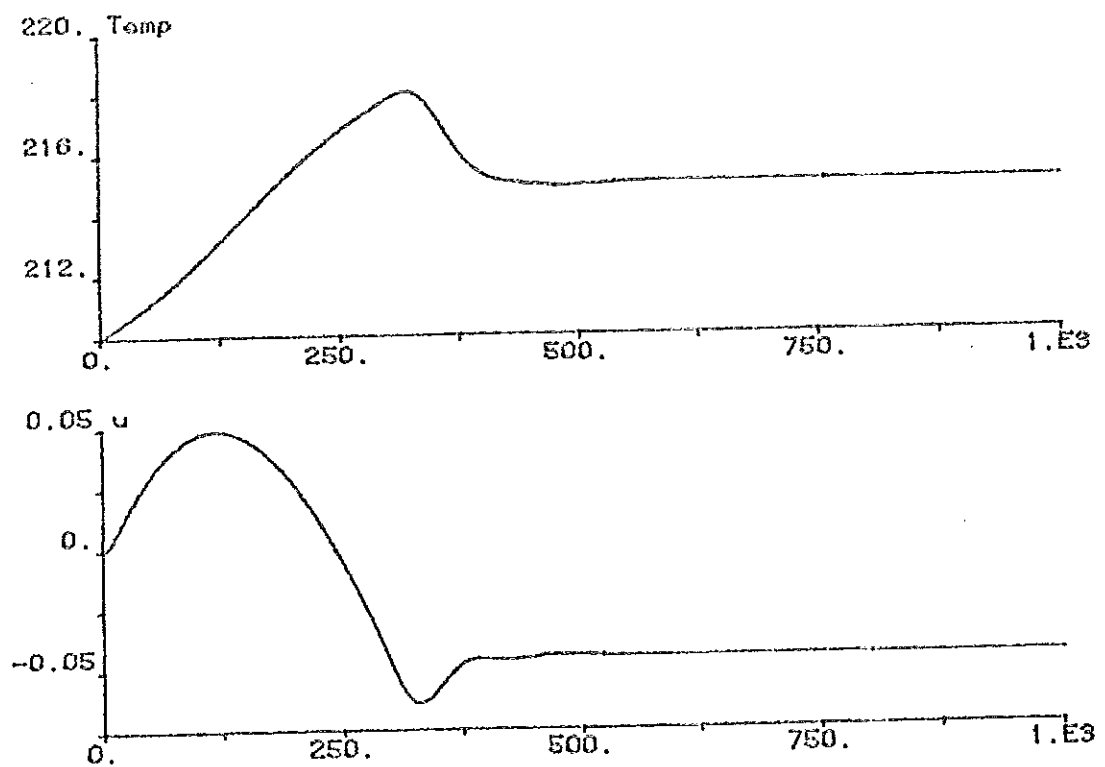


Fig 13 Regulator 2 med trimmade Ziegler-Nichols-parametrar.

KAPITEL 6

FLER DYNAMISKA MODELLER

Inledning

De modeller som skall tas fram i detta kapitel är en vidareutveckling av EXTR2n längs en annan väg jämfört med EXTR3n. Där simuleras dödtiden mellan regleringrepp och temperaturmätningen mha 3 seriekopplade första ordningens dynamiska system. Här införs också ett antal första ordningens dynamiska system, men i stället för att bara simulera dödtiden skall de dessutom representera zonen temperatur i vissa punkter och således även kunna utbyta energi i båda riktningar med varandra.

Enkelt uttryckt delas en zon upp i ett antal koncentriska rör. Sedan modelleras värmeledningen mellan rören, samt de tidigare införda förlust- och nettoeffekterna. Resultatet blir förhoppningsvis en modell som bättre beskriver de interna värmeströmmarna i en zon. På köpet får man då även en viss tidsfördröjning, eftersom reglereffekten kommer att tillföras i yttersta röret och mätning ske i ett rör längre in. Dessutom kommer man att behöva övervinna en temperaturgradient för att tillföra effekt, vilket gör att modellen ur den synpunkten bättre beskriver verkligheten. Skulle man ha induktiv uppvärmning kan man som tidigare sprida ut den effekten i hela zonen, men låta vattenkylningen verka enbart i yttersta röret.

Efter modellbygget provas PID-parametrar för en av de nya modellerna, och avslutningsvis sätts en hel extruder ihop av både en av de nya modellerna, och av den gamla modellen (EXTR31A).

Modellöversikt

De modeller som införs har som gemensamt drag att de alla är uppdelningar av EXTR2n i succesivt mindre element. Dessa sätts sedan samman till en hel zon eller extruder. Uppdelningen kan ske axiellt, extrudern blir sammansatt av "korvskivor", radiellt, som en purjolök, och slutligen i vinkelled som en tårta. Detta så länge man gör en regelbunden uppdelning, den kan ju också delas in i finita element av godtyckligt utseende.

Modellerna kommer att betecknas EXTR4lmnA, där l anger antalet skivor per zon, m antalet rör och n antalet zoner. Bokstaven A indikerar att kylmodellen från kapitel 4 har använts. I examensarbetet kommer endast m och n att variera, zonen delas inte upp ytterligare i axiell led. Liksom tidigare antas temperaturernas vinkelberoende vara obefintligt. Tårtbitarna bildar alltså en hel tårta.

I modellerna kommer förluster, regleringrepp och nettoeffekt att tillföras det rör som "bäst" motsvarar dess geometriska

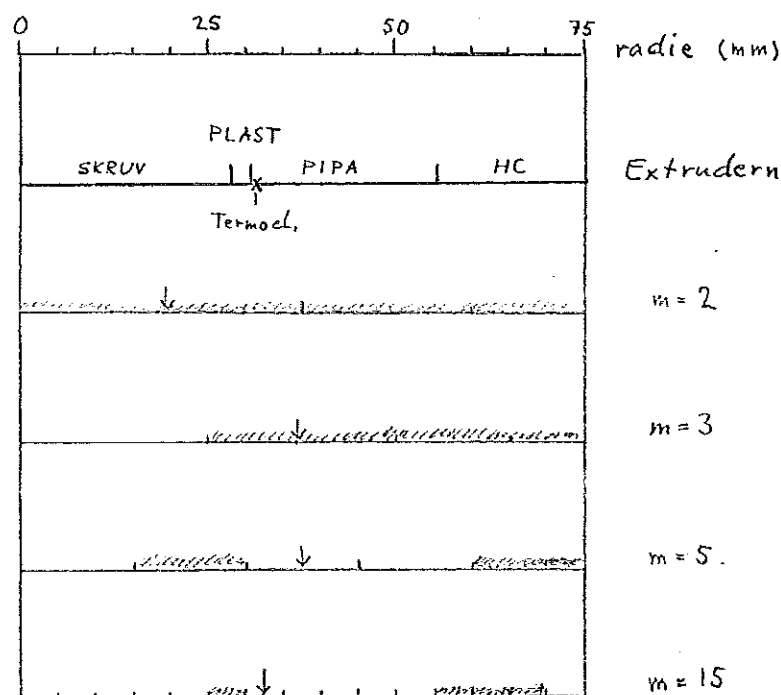


Fig 1 Skiss över extrudern i genomskärning med de olika effekterna markerade. Som jämförelse uppdelningen av modellerna i några olika fall.

placering.

Värmeströmmar i radiell led

Till en början gjordes ett misslyckat försök att diskretisera värmeledningsekvationen i radiell led. Resultatet blev energiproduktion resp konsumtion i gränssytorna mellan rören. Indelningen måste vara mycket fin för att diskretiseringen skall ge en korrekt modell. I stället får man beräkna den värmeström som en temperaturskillnad orsakar och sedan vilken temperaturderivata värmeströmmen i sin tur orsakar.

Enligt Fourier gäller att en värmeström kan tecknas

$$\bar{j} = -\lambda \text{ grad } T$$

där λ är värmeledningstalet och T temperaturen. Då i detta fall temperaturen endast beror på radien kan gradienten i cylindriska koordinater approximeras med

$$\text{grad } T \approx \frac{T(r + \Delta r) - T(r)}{\Delta r} \bar{e}_r$$

där Δr är avståndet mellan de två punkterna och \bar{e}_r en enhetsvektor. Då kan effekten som går från rör k till $k + 1$ tecknas

$$P_{k,k+1} = \int_A \bar{J} \cdot d\bar{A} \approx -\lambda 2\pi \Delta x r_1 \frac{T(r + \Delta r) - T(r)}{\Delta r}$$

där r_1 är radien hos ytan mellan punkterna, dvs $r_1 = k \cdot \Delta r$ och $r = (k - 1/2) \cdot \Delta r$, eftersom alla rören har samma vägg tjocklek och temperaturen mäts mitt i rörväggen. Δx är skivans tjocklek eller om man så vill rörets längd och A rörens gemensamma yta.

Då kan man teckna temperaturderivatan hos rör k resp $k+1$ beroende på deras respektive energiutbyte till

$$\begin{aligned} \dot{T}_{k,k+1} &= \frac{P_{k+1,k}}{C_k} = \frac{2\pi\lambda\Delta x k\Delta r (T_{k+1} - T_k)}{\rho c \Delta x \pi (k^2 - (k-1)^2) \Delta r^2} = \\ &= \frac{2a k}{(2k-1)\Delta r} (T_{k+1} - T_k) \end{aligned}$$

$$\text{och pss } \dot{T}_{k+1,k} = \frac{2a k}{(2k+1)\Delta r} (T_k - T_{k+1})$$

där a är temperaturledningstalet och T_k resp T_{k+1} är temperaturen i rör k resp $k+1$.

Uttrycken ovan gäller bara i homogent material. Om olika material förekommer får man beräkna effekten som strömmar genom gränsytorna mha värmeövergångstal och sedan omvandla till temperaturderivata för resp material.

Värmeledningen i axiell led klaras liksom tidigare med en differensapproximation, vilket ger följande uttryck för komponenten av temperaturderivatan hos skiva i

$$\dot{T}_i = \frac{a}{\Delta x} (T_{i-1} + T_{i+1} - 2T_i)$$

med T_i som temperatur i skiva i , för något värde på k .

Eftersom modellerna kommer att bestå av succesivt tunnare rör, bör man kontrollera att steglängden vid integration inte blir för stor. Jag antar att man kan använda samma formel som för cartesiska koordinater nämligen

$$\Delta t < \frac{(\Delta r)^2}{2 a}$$

där Δr har satts in eftersom den radiella uppdelningen är mest kritisk.

Modeller och stegsvar

Då värmeledningskomponenten av temperaturderivatan nu är klar kan man lätt välja antalet rör i modellen och sedan t ex mha figur 1 placera de olika effekterna i "rätt" rör. Därefter testas stegsvaret vid nettoeffekten 163 W för att bestämma den approximativa dödtiden hos respektive modell.

EXTR4121A

I denna modell väljs $m=2$, vilket ger $k=1,2$ som möjliga värden. Nettoeffekten placeras i det inre röret, förluster och reglereffekt i det yttre. Temperaturen mäts i inre röret. Med $\Delta r = 37,5$ mm blir kravet på steglängden $\Delta t < 225$ s. Som vanligt finns programmet i appendix B.

Vid stegsvaren används samma amplitud på signalen som vid test av EXTR21, 31 resp 31A i tidigare kapitel. Se figur 2, där dödtiden kan skattas till 40 sekunder.

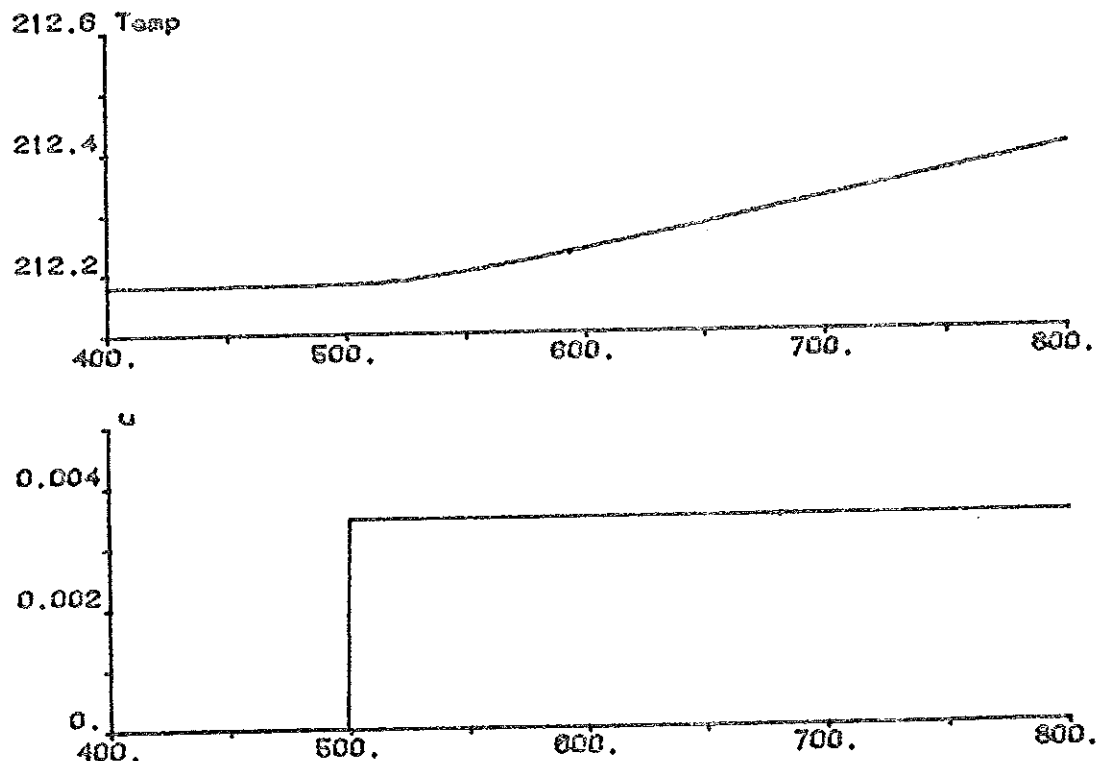


Fig 2 Stegsvaret för modell EXTR4121A.

EXTR4131A

Här väljs $m=3$, nettoeffekten placeras i mellersta röret, förluster och reglereffekt i det yttersta. Med $\Delta r = 25$ mm gäller $\Delta t < 25$ s. Stegsvaret visas i figur 3. I detta fall mäts dödtiden upp till 23 sekunder. Ett mindre värde är rimligt eftersom vi mäter i en punkt närmare ytan jämfört med förra modellen. Den stora skillnaden i dödtid gör att man bör vara misstänksam mot modellernas noggrannhet. Vidare kan man misstänka att man inte erhåller ett säkrare resultat utan att gå upp till mycket större värden på m . Detta motiverar det stora hopp som görs till nästa modell.

EXTR41E1A

Här väljs $m=15$, vilket i modellbeteckningen anges med hexadecimaltal, dvs F. Valet av just 15 sammanhänger med extruderns dimensioner, dess diameter är 15 cm. Detta gör att varje rör blir 5 mm tjockt. Den finare indelningen gör att de olika effekterna kan placeras mindre än 2,5 mm "fel", jämfört med den placering de har i den riktiga extrudern. Sålunda placeras nettoeffekten i 6:e röret, temperaturen mäts i 7:e, förlusterna placeras i 15:e och reglereffekten slutligen i rören 12,13 och 14 med lika fördelning av effekt per volymenhet. Se figur 1. Med $\Delta r = 5$ mm gäller att steglängden $\Delta t < 1$ s, annars kan man få instabilitet vid simulering. Steglängden bör väljas till ca 0,5 s. Dess stegsvar visas i figur 4, där dödtiden kan mätas upp till 28 sekunder, vilket stämmer bra med det värde som används som dödtid i modellen EXTR31(A). Anledningen till att detta värde (ca 30 sekunder) betraktas som ett bra mått på dödtiden är följande. Då jag tidigare har gjort mätningar på en extruder med dubbla radien, provade jag att ge EXTR41F1A dubbel radie. Den simuleringen gav den approximativa dödtiden 80 sekunder, vilket är i samma storleksordning som hos den riktiga extrudern. Simuleringen med dubbel radie visas i figur 5. Efter detta försök var jag tämligen övertygad om att jag

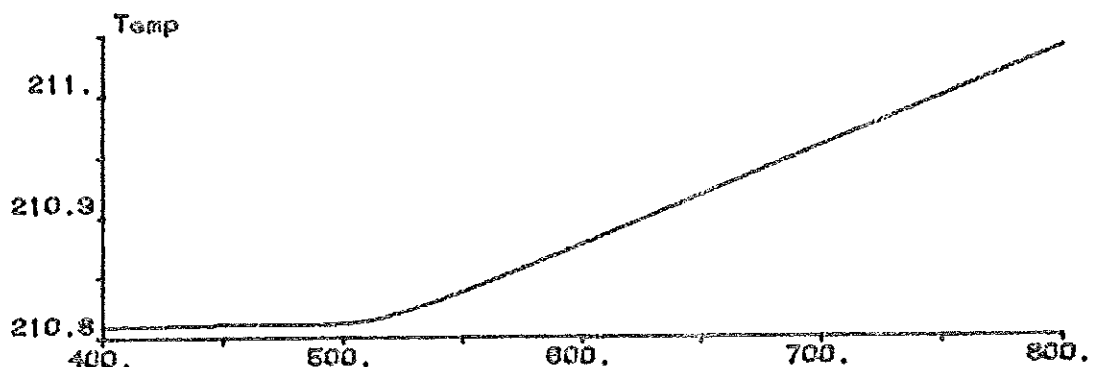


Fig 3 Stegsvaret för modell EXTR4131A. Samma insignal som i figur 2.

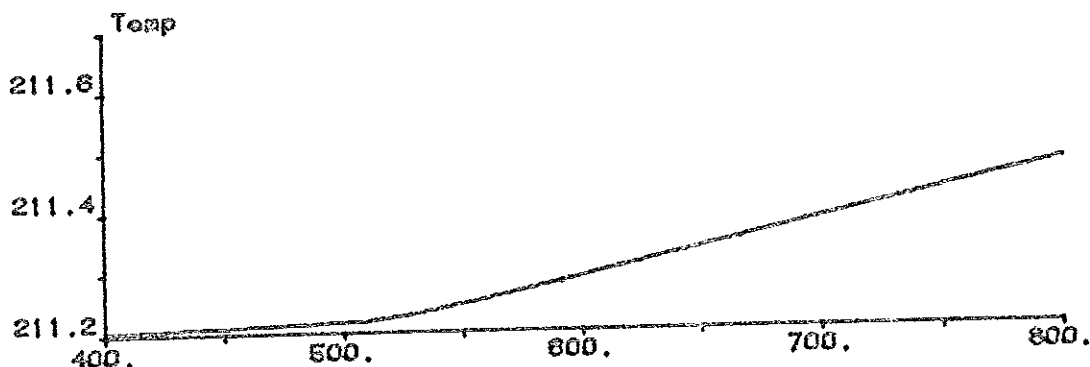


Fig 4 Stegsvar för modell EXTR41F1A, med samma insignal som i figur 2.

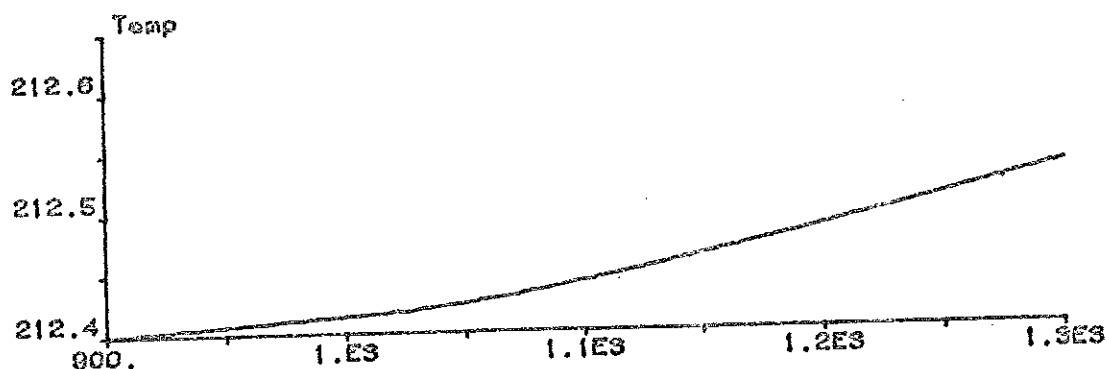


Fig 5 Stegsvar för modell EXTR41F1A med dubbel radie. Motsvarande insignal som i figur 2.

hade hittat ett rimligt värde på processens dödtid. För de fortsatta försöken med denna typ av modell, beslöt jag att använda EXTR41F1A, eftersom den genom en finare indelning än hos de båda andra modellerna, ger en bättre beskrivning av verkligheten. Den nackdel som modellen har är att simuleringarna tar åtskilligt med CPU-tid. Att ytterligare förfina indelningen tror jag kommer att kosta mer (i simuleringstid) än vad det smakar (i form av "bättre resultat").

Skattning av PID-parametrar

För att skatta modellernas PID-parametrar provas en metod kallad STUPID, se Aström(1981). Kort går metoden ut på att skatta parametrarna genom att först låta ett relä reglera processen, som då kommer i stabil svängning. Amplitud och periodtid bestäms. Förstärkningen bestäms mha reläsignalens amplitud och svängningens amplitud, och sedan

bestäms parametrarna mha Ziegler-Nichols metod. I examensarbetet får processen först komma i jämvikt vid nettoeffekten 163 W; därefter appliceras reläsignalen och svängningens amplitud och periodtid avläses. Då reläets beskrivande funktion $Y(s)$ är reell och positiv, kommer

processens Nyquist-kurva och $-1/Y(s)$ att skära varandra på negativa reella axeln och ger då direkt förstärkningens maximala värde K_c och vinkelfrekvensen ω_c . För

förstärkningen gäller

$$K_c = \frac{4d}{\pi a}$$

där d är reläsignalens amplitud och a utsignalens. Observera att d måste skalas om mellan kylning och uppvärmning, så att reläsignalen ger samma effekt upp som ner. I stället för vinkelfrekvensen kan man ta fram periodtiden som sedan tillsammans med K sätts in i resp uttryck för att ge PID-parametrarna. Proportionalbandet ges med samma formel som i appendix C, men med uttrycket för förstärkningen K insatt.

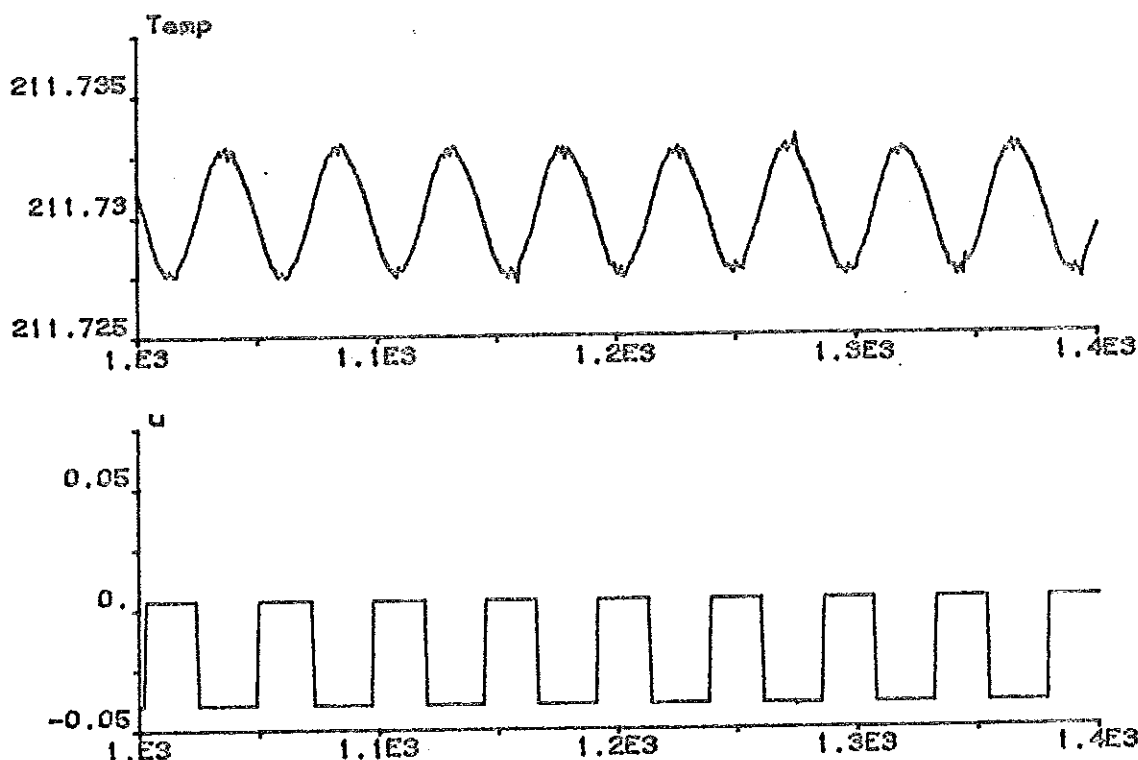


Fig 6 Reläsignal och utsignal från EXTR41F1A vid parameter-skattning enligt STUPID-metoden.

$$pb = \frac{P}{4 C K_c 0,6} = \frac{P \pi a}{9,6 C d}$$

där P är 44,4 kW och C 12,7 kJ/K. Kompenserat för effektskillnaden är $d = 8,15 \cdot 10^{-4}$. I figur 6 visas reläsignal och utsignal från EXTR41F1A, där periodtiden bestäms till 47 sekunder och amplituden a till $2,6 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}$. Detta ger kritiska förstärkningen K_c till 0,395. Detta ger PID-parametrarna $pb = 3,7 \%$, $T_i = 23,5 \text{ s}$ och $T_d = 5,9 \text{ s}$. Pga den korta derivationstiden så ändras brytfrekvensen för filtret till 1 rad/s, dvs $T = 1 \text{ s}$.

PID-reglering av EXTR41F1A

I detta avsnitt jämförs standardparametrarna och STUPID-parametrarna vid PID-reglering av EXTR41F1A vid nettoeffekten 427 W. Avsikten är att utvärdera standardparametrarna och STUPID-parametrarna samt att trimma de sistnämnda lite. Vid simuleringarna används regulator 2 (setpoint on I only). Resultatet visas i figurerna 7 och 8.

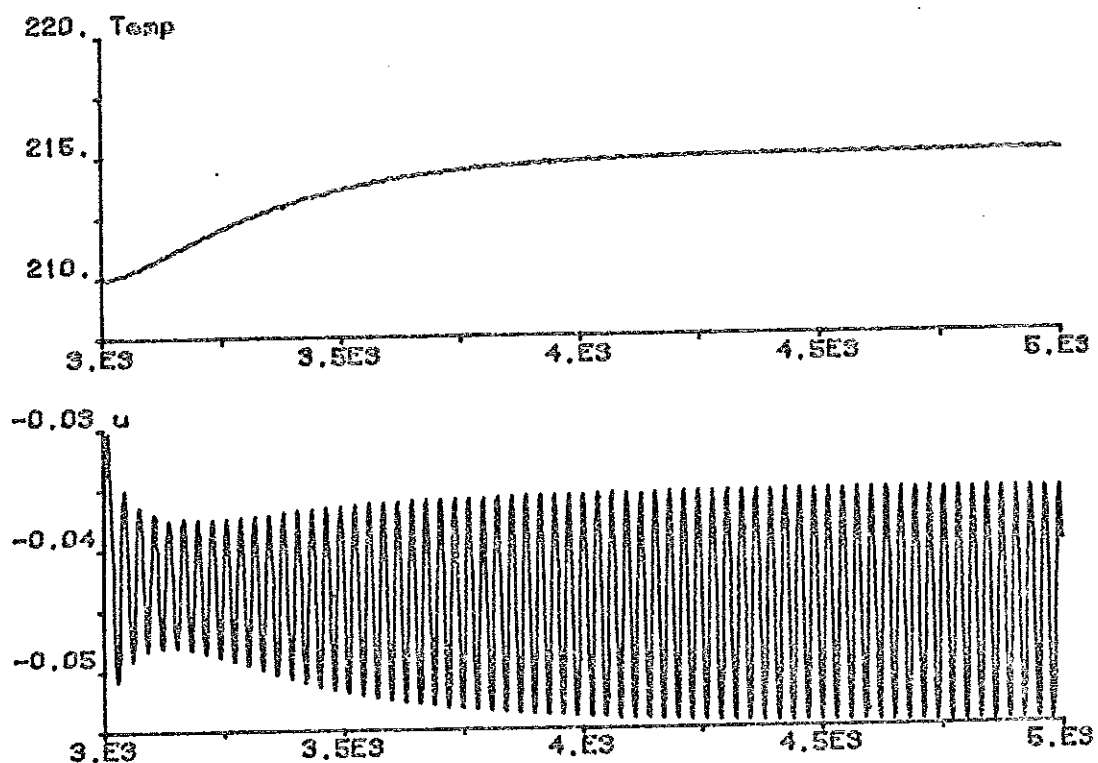


Fig 7 PID-reglering med standardparametrar.

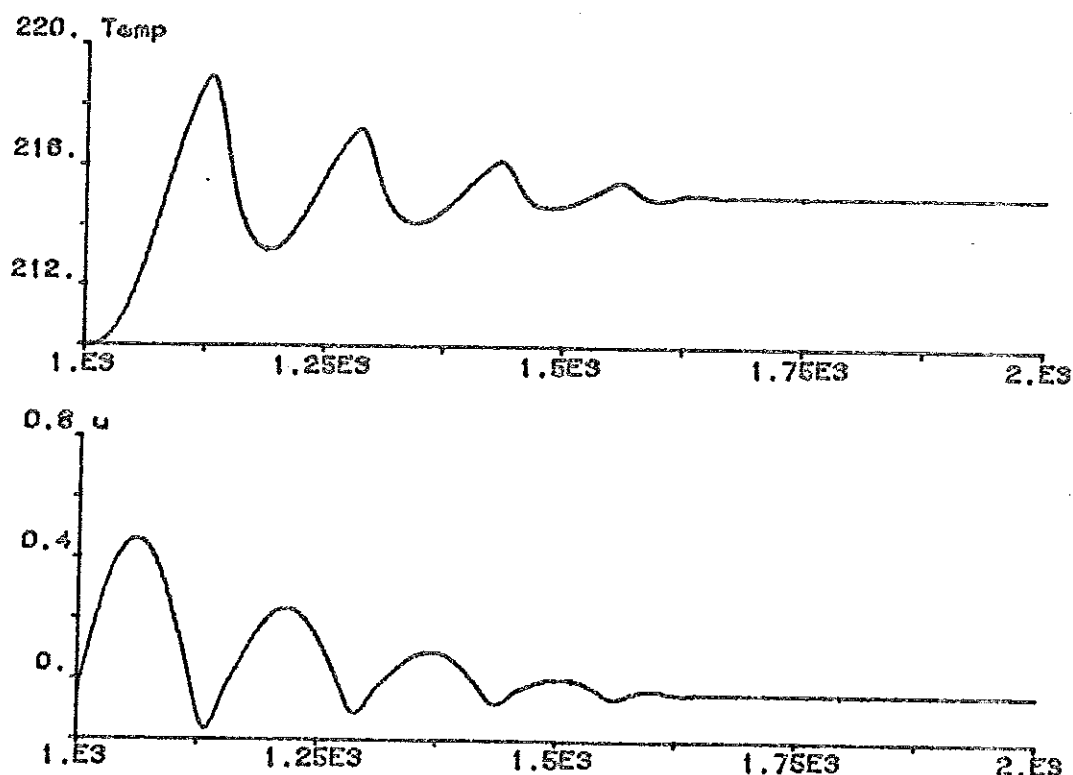


Fig 8 PID-reglering med STUPID-parametrar.

I figur 7 ser man att regleringen går ganska trögt, jämfört med i figur 8. Insvängningen går lugnt men tar ca 1000 sekunder (17 minuter). STUPID-parametrarna ger däremot en kraftig översläng men har svängt in efter drygt 600 sekunder (10 minuter).

Ziegler-Nichols metod ger i allmänhet ganska slängigt uppförande åt den reglerade processen, eftersom metoden ger kontrollpolerna lite för dålig dämpning. För att bättra på uppförandet kan man minska förstärkningen och öka integrationstiden. Här väljs att öka p_b med 50 % och T_i med 100 %, så att $p_b = 5,55 \%$ och $T_i = 50$ s. Resultatet visas i

figur 9.

Med den förändringen blir överslängen mycket mindre och insvängningen tar bara 250 sekunder (4 minuter). Att ytterligare öka p_b och T_i ger bara till resultat att

överslängen minskar ytterligare och att insvängningen tar längre tid.

Vid PID-reglering av EXTR41F1A fann man en stabil limit cycle vid reglering med standardparametrarna. Den syns knappt i utsignalen men väl i styrsignalen i figur 7. Dess amplitud är en faktor 10 mindre än hos EXTR31A, och är således i än högre grad än tidigare försumbar.

Trots högre förstärkning och mindre integrationstid i STUPID-parametrarna så uppträder inte någon limit cycle där, och då vänds naturligtvis misstänksamheten mot deriveringen.

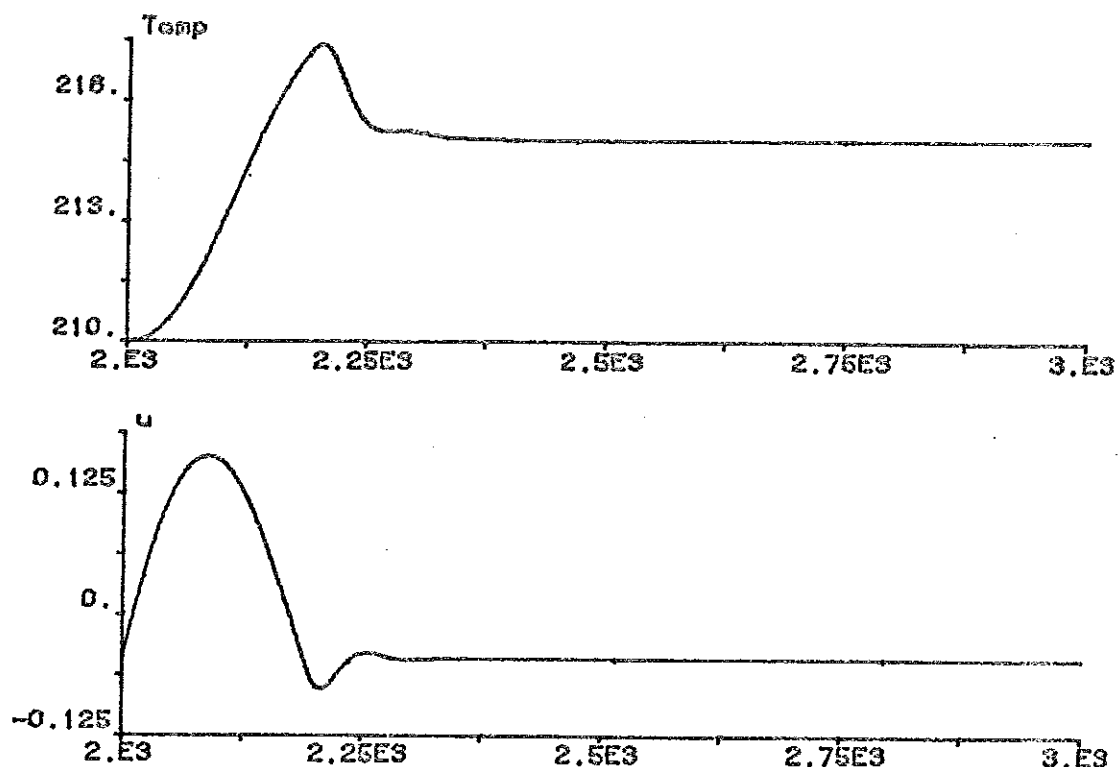


Fig 9 PID-reglering med trimmade STUPID-parametrar.

Mha ett par simuleringar upptäcks att om derivationstiden minskas till under 40 s, när man använder standardparametrar i övrigt, så försvinner svängningarna. Gränsen beror även lite på brytfrekvensen hos filtret. Enligt detta resultat beror svängningar i temperaturen på alltför kraftig derivering och inte på olinjäriteten eller den höga kylförstärkningen.

För EXTR31A gäller att svängningarna vid användning av standardparametrarna orsakas av för litet p-band, men som en kontroll provas också derivationstidens inverkan. Resultatet blir att svängningens amplitud ökar om derivationstiden ökas eller minskas mycket, den är mao redan placerad i rätt intervall.

Två hela extrudrar

För att sätta ihop en hel extruder behöver man skriva ett nytt Connecting System, i vilket den axiella värmeledningen delvis placeras. Där beräknas 2:a-differensen mellan zontemperaturerna, men multiplikationen med den dimensionsberoende faktorn utförs inuti varje zon. Detta är enkelt gjort för EXTR33A (bara 3 ekvationer) men lite knöligare för EXTR41F3A (45 ekvationer). Till detta kommer mät- och reglersignaler. Se appendix B.

För båda extrudermodellerna används STUPID-metoden på mittzonen för att skatta PID-parametrarna. Resultaten blir nästan identiska med de som tidigare erhöles för en zon. För EXTR33A erhöles $p_b = 16 \%$, $T_i = 54,5 \text{ s}$, $T_d = 13,5 \text{ s}$, och för EXTR41F3A $p_b = 3,14 \%$, $T_i = 22,1 \text{ s}$ och $T_d = 5,3 \text{ s}$. Skillnaden mellan parametrarna för en respektive tre zoner förklaras troligen av att grannzonerna tar upp resp avger energi och därigenom klarar av viss utjämning.

Slutsatser

Jämfört med EXTR31A har EXTR41F1A snabbare dynamik (mindre än halva periodtiden) och tåler mycket högre regulatorförstärkning, så pass mycket högre att standardparametrarna (med minskad derivationstid) inte ger någon limit cycle. För att uppnå en tillnärmelsevis liknande dynamik måste kanske uppdelningen i radiella element göras mycket fin, med följd att man når gränsen för datorns noggrannhet. Å andra sidan kan skillnaden redan nu vara orsakad av att man förlorar noggrannhet vid subtraktionen mellan två mycket lika temperaturer och att derivatorna pga kort steglängd också är för små för att maskinnoggrannheten skall klara dem. Detta skulle delvis kunna förklara att förstärkningen kan vara högre för den nya modellen. En kontroll visar att tidskonstanten mellan rören är proportionell mot m^2 , där m är antalet radiella element. Således skulle man kunna öka periodtiden genom en finare indelning och därigenom också behöva minska förstärkningen. Detta görs dock inte i examensarbetet. I båda fallen ger Ziegler-Nichols självsvängningsmetod som resultat att parametrarna ger en kraftig översläng. Man kan notera att modellerna då uppför sig nästan likadant. Standardparametrarna ger i båda fallen upphov till en stabil limit cycle, men detta orsakas i ena fallet av deriveringen och i det andra av den höga förstärkningen i kylningen. Även när modellerna sätts samman till en hel extruder får de som väntat ungefär samma PID-parametrar som varje zon för sig.

Referenser

Aström: More Stupid, Institutionen för Reglerteknik, Lund, 1981, CODEN: LUTFD2/(TFRT-7214)/1-005/(1981)

KAPITEL 7

NYTT KYLSYSTEM

Inledning

Anledningen till att EXTR31A blir besvärlig är den höga förstärkningen i kylningen. När Tetra Pak stöter på detta problem i praktiken brukar man byta till en mindre magnetventil, vilket minskar kyleffekten och därigenom också skillnaden mellan uppvärmning och kylning.

I detta fall görs samma sak för att kunna analysera och simulera den här extrudermodellen med standardparametrar, utan att få självsvängning. Avsikten med examensarbetet är att ta reda på om kopplingseffekterna mellan de olika reglerzonerna kan ge upphov till svängningar, och då skall man inte prova med en modell som i sig ger svängningar.

Dimensionering

Magnetventilen byts ut till en annan ventil med 10 ggr mindre area. Detta gör att massflödet av vatten och pss den momentana kyleffekten blir 10 ggr mindre, dvs $P_{\text{kyl}} = 35,6 \text{ kW}$.

Med samma förutsättningar som i kapitel 4 kommer ångbildningen att kunna pågå 10 ggr längre tid, dvs maximalt 2,25 s.

Samtidigt är regulatorns kylförstärkning fortfarande begränsad till 1/8, så magnetventilen stängs efter maximalt 1 s, och liksom tidigare behöver solenoiden ca 40 ms för att öppna ventilen. Detta gör att ventilen är öppen högst 0,96 s under ett intervall på 8 s, vilket ger en maximal medeleffekt 4,27 kW. Men lutningen i effektkarakteristiken motsvarar 4,45 kW, vilket är det värde som skall användas vid beräkning av minsta möjliga p-band. Karakteristiken visas i figur 1.

Följande uttryck erhålls för reglereffekten

$$P_{\text{contr}} = \min(0, (u+0.04) \cdot P_{\text{cool}})$$

där $P_{\text{cool}} = 4450 \text{ W}$. Vid polystyrendrift behövs ca 700 W

kyleffekt och med den nya kylningen kan vi få totalt ca 13 kW i tre zoner.

Den nya kylningen markeras med bokstaven B efter modellnamnet, i detta fall EXTR31B. Programmet finns i appendix B.

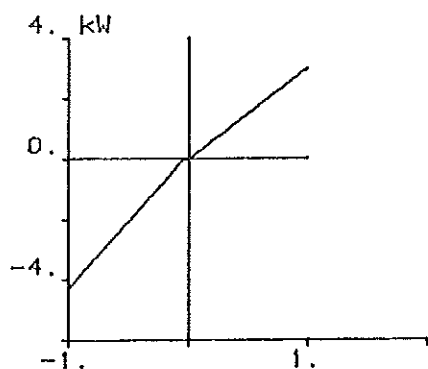


Fig 1 Reglereffektens tidsmedelvärde som funktion av regulatorns styrsignal u .

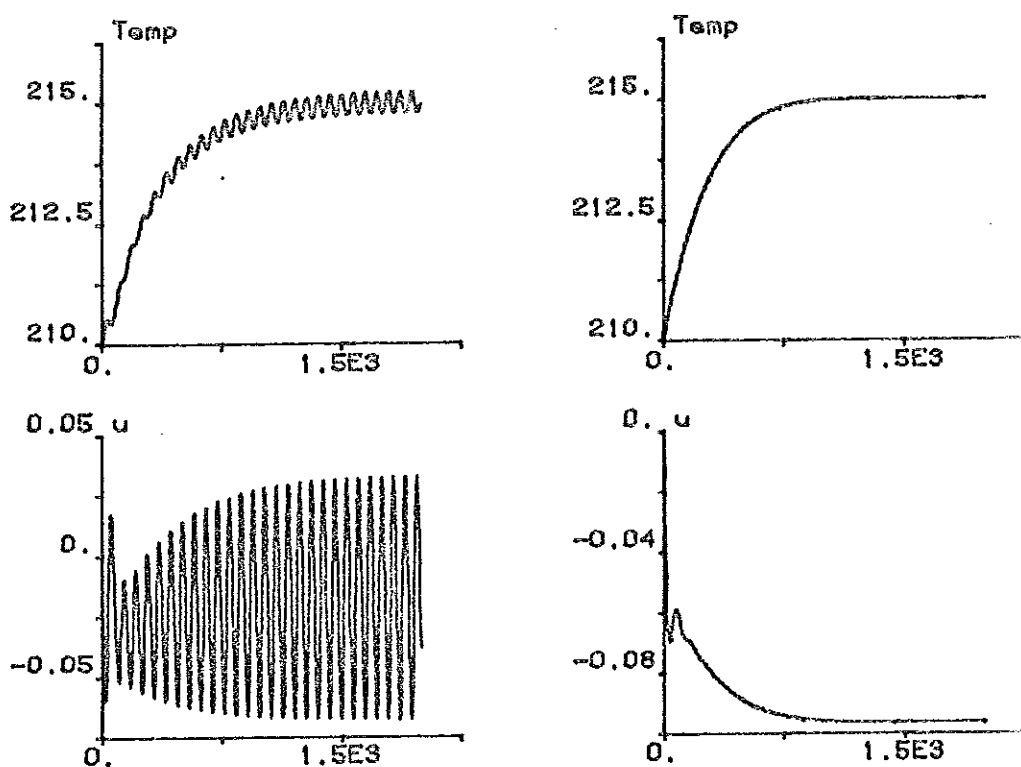


Fig 2 Till vänster utsignal och styrsignal för EXTR31A (stor ventil), till höger för EXTR31B (liten ventil) vid reglering med standardparametrar.

Jämförelse mellan EXTR31A och EXTR31B

För modeller av detta slag kan vi direkt beräkna minimalt p-band och PID-parametrar. Med $P = 4450 \text{ W}$ insatt i formeln i appendix C erhålls $p_b = 0,98 \%$, vilket ger $p_b = 1,65 \%$ min

enligt Ziegler-Nichols. Periodtiden är oförändrad (109 s uppmätt vid provning enligt STUPID-metoden) och då kan de tidigare värdena på integrationstid och derivationstid användas, nämligen $T_i = 54,5 \text{ s}$ och $T_d = 13,5 \text{ s}$. Tidskonstanten

sätts till $T = 2 \text{ s}$.

Liksom vid tidigare tester används stegsvar vid nettoeffekten 427 W och regulator 2. Först jämförs de vid reglering med standardparametrarna. Se figur 2. De svänger in ungefär lika snabbt mot 215°C , skillnaden ligger i att EXTR31A har en limit cycle. Om man jämför styrsignalerna ser man att EXTR31A även får positiva styrsignaler, dvs omväxlande kylning och uppvärmning, EXTR31B däremot kyls enbart.

I figur 3 visas stegsvaren vid reglering med Ziegler-Nichols parametrar. Observera att för EXTR31A är $p_b = 16 \%$ och för EXTR31B är $p_b = 1,6 \%$; i övrigt är parametrarna lika. Man ser att överslängen är mycket kraftigare för EXTR31A, ca

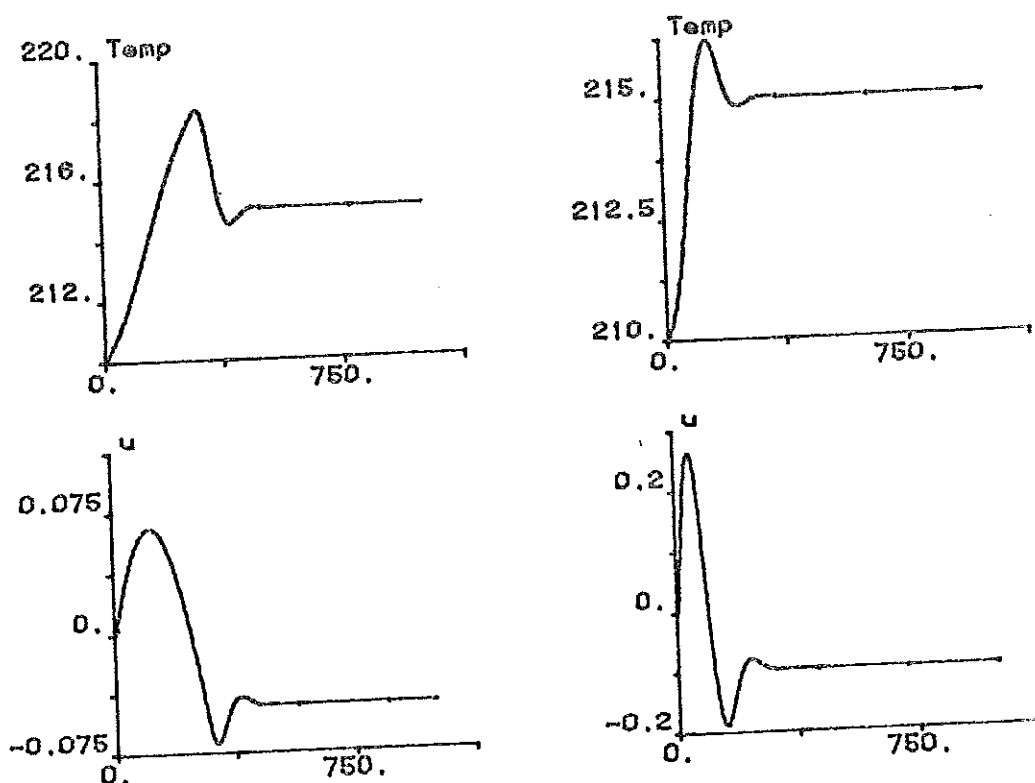


Fig 3 Till vänster EXTR31A (stor ventil), till höger EXTR31B (liten ventil), vid reglering med Ziegler-Nichols parametrar. Observera att p-bandet ej är lika i de båda fallen.

3,5°C, mot ca 1°C för EXTR31B. Samtidigt är insvängningstiden kortare för EXTR31B, vilket också avspeglas i att styrsignalen har ett större maxvärde.

Ziegler-Nichols metod har den nackdelen att man får dålig dämpning hos insvängningsförlopp. Genom att öka p-bandet (dvs minska förstärkningen) och öka integrationstiden kan man få ett bättre dämpat insvängningsförlopp. Vid trimning av regulatorer till extrudrar förfar man ofta praktiskt så att man först väljer ett p-band som inte är "slängigt" och därefter minskar man succesivt integrationstiden, tills dess att överslängen nästan har försvunnit. Med detta förfarande kan man åstadkomma resultatet i figur 4, där EXTR31A har fått $p_b = 19\%$ och $T_i = 400$ s, och EXTR31B har fått $p_b = 2\%$

och $T_i = 110$ s.

Slutsatser

Genom att byta ut magnetventilen till en mindre, så ger regulatorns standardparametrar inte längre någon stabil svängning. Den kan då användas för att simulera kopplingseffekter med standardparametrarna, och de

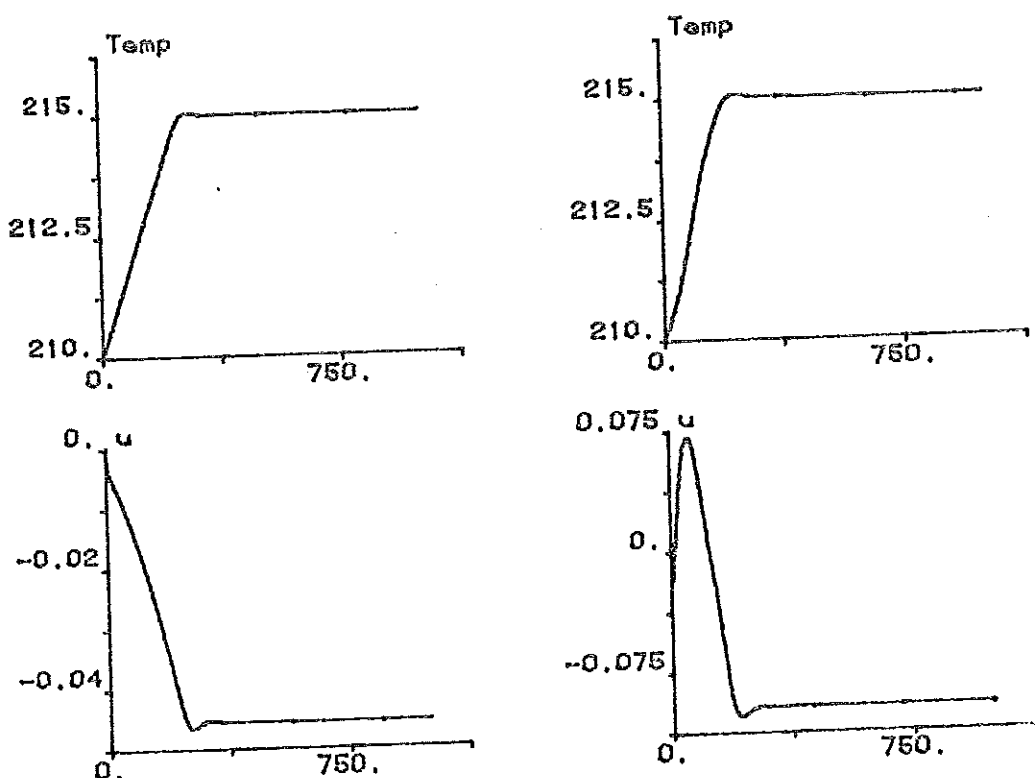


Fig 4 Till vänster EXTR31A, till höger EXTR31B vid reglering med modifierade Ziegler-Nichols parametrar. I detta fall är både p-band och integrationstid olika, men övriga parametrar är lika.

eventuella svängningar som då uppstår kan inte härledas till att regulatorn har för hög förstärkning (åtminstone i SISO-fallet).

Genom att putsa på Ziegler-Nichols parametrar har vi som resultat fått stegsvar praktiskt utan översläng. Detta genom att använda ett praktiskt förfarande med syftet just att få stegsvar utan översläng.

KAPITEL 8

ANALYS AV KOPPLINGSEFFEKTER

Inledning

I detta kapitel kommer jag att analysera ett par enkla modeller med korskoppling mellan tillstånden. Syftet är att utröna om kopplingen i sig kan ge instabilitet eller så dålig dämpning att störkänsligheten kan bli stor. Sedan kommer några simuleringar att göras för att verifiera resultaten av analysen.

Allmän modell för analysen

De modeller som sätts upp grundar sig på EXTR23, dvs i varje zon finns bara ett tillstånd. Den tidsfördröjning som i verkligheten finns mellan regleringreppet och temperaturmätningen, tas inte med, utan avsikten är att analysera enbart kopplingseffekterna. Därför sätts följande allmänna modell upp.

$$\dot{x}_1 = \alpha(x_2 - x_1) - \gamma x_1 + v_1 + u_1$$

$$\dot{x}_2 = \alpha(x_1 - 2x_2 + x_3) + \beta(x_1 - x_2) - \gamma x_2 + v_2 + u_2$$

$$\dot{x}_3 = \alpha(x_2 - x_3) + \beta(x_2 - x_3) - \gamma x_3 + v_3 + u_3$$

I modellen påverkas tillstånden x_i av värmeledning (α), flöde i ena riktningen (β), förluster till omgivningen (γ), nettoeffekten v_i och reglereffekten u_i . α , β och γ är

positiva. Nettoeffekten kan betraktas som en störning, eventuellt temperaturberoende. Den största förenklingen har gjorts för flödesmodellen, som representeras av ett 1:a ordningens system. Detta motsvarar en viss utjämnig, t ex genom omrörning.

Analys av värmeledning

Genom att försumma flödet, förlusterna och nettoeffekten, så reduceras den allmänna modellen till

$$\dot{x}_1 = \alpha(x_2 - x_1) + u_1$$

$$\dot{x}_2 = \alpha(x_1 - 2x_2 + x_3) + u_2$$

$$\dot{x}_3 = \alpha(x_2 - x_3) + u_3$$

eller i matrisform

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ \alpha & -2\alpha & \alpha \\ 0 & \alpha & -\alpha \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} u =$$

$$= A x + B u$$

Öppna systemets egenvärden ges av $\det(\lambda I - A) = 0$, och blir $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -\alpha$ och $\lambda_3 = -3\alpha$. Att ett egenvärde blir 0 beror på

att inga förluster har tagits med. Utan insignaler kommer tillstånden att svänga in mot lika värden.

Om man använder PID-reglering kan modellen (transformerat) skrivas

$$\left[(1 + K T_d) s^2 + (K + \alpha) s + \frac{K}{T_i} \right] x_1 = p_1 x_1 = \alpha s x_2$$

$$\left[\text{---} + (K + 2\alpha) s + \text{---} \right] x_2 = p_2 x_2 = \alpha s (x_1 + x_3)$$

$$\left[\text{---} + (K + \alpha) s + \text{---} \right] x_3 = p_3 x_3 = \alpha s x_2$$

där p_1 och p_2 är polynom. Detta kan då skrivas på systemform på följande sätt

$$\begin{bmatrix} p_1 & \alpha s & 0 \\ \alpha s & p_2 & \alpha s \\ 0 & \alpha s & p_3 \end{bmatrix} x = A_c x = 0$$

och karakteristiska ekvationen blir

$$\det A_c = p_1 (p_2 p_3 - 2 \alpha^2 s^2) = p_1 p_3 = 0$$

Mha Hurwitz-determinanter ser man att rötterna till p_1 alltid ligger i vänster halvplan. p_3 kan skrivas

$$p_3 = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 \quad \text{med } a_0 = (1 + K T_d)^2$$

$$a_1 = (1 + KT_d)(2K + 3\alpha) \quad a_2 = \left[2(1 + KT_d) \frac{K}{T_i} + K(K + 3\alpha) \right]$$

$$a_3 = \frac{K}{T_i}(2K + 3\alpha) \quad a_4 = \frac{K^2}{T_i^2}$$

Genom att ställa upp de jämna Hurwitz-determinanterna ser man att de alla är större än noll för alla positiva värden på regulatorparametrar och om $\alpha > 0$, vilket är ekvivalent med att samtliga rötter till karakteristiska ekvationen ligger i vänster halvplan. Således kan inte värmeledningen i den här enkla modellen ge upphov till instabilitet.

Flöde

Här reduceras den allmänna modellen till följande ekvationer

$$\dot{x}_1 = u_1$$

$$\dot{x}_2 = \beta(x_1 - x_2) + u_2$$

$$\dot{x}_3 = \beta(x_2 - x_3) + u_3$$

som har karakteristiska ekvationen $s(s + \beta)^2 = 0$, dvs egenvärdena 0 och $-\beta$.

Om man även här inför PID-reglering får man analogt med i förra avsnittet den karakteristiska ekvationen

$$\left[(1 + KT_d)s^2 + Ks + \frac{K}{T_i} \right] \left[(1 + KT_d)s^2 + (K + \beta)s + \frac{K}{T_i} \right]^2 = 0$$

Den ekvationen har alla rötter i vänstra halvplanet för alla positiva värden på regulatorparametrar och för $\beta > 0$. Därmed kan inte heller flödet enbart ge upphov till instabilitet.

Värmeledning och flöde

Här kombineras de båda föregående modellerna till

$$\dot{x}_1 = \alpha(x_2 - x_1) + u_1$$

$$\dot{x}_2 = \alpha(x_1 + x_2 - 2x_2) + \beta(x_1 - x_2) + u_2$$

$$\dot{x}_3 = \alpha(x_2 - x_3) + \beta(x_2 - x_3) + u_3$$

som får följande karakteristiska ekvation

$$(s + \alpha) \left[s^2 + (3\alpha + 2\beta)s + (\alpha + \beta)^2 \right] = 0$$

Man ser direkt att rötterna ligger i vänster halvplan. Om man inför PID-reglering får man en karakteristisk ekvation som är ett sjättegradspolynom med otrevliga koefficienter. Om man istället begränsar sig till proportionell reglering får man följande karakteristiska ekvation

$$p_1 p_2 p_3 - (p_1 + p_3) \alpha (\alpha + \beta) = 0$$

där

$$p_1 = s + \alpha + K \quad p_2 = s + 2\alpha + \beta + K \quad p_3 = s + \alpha + \beta + K$$

Även denna ekvation är ganska otrevlig, men det räcker att räkna ut den andra Hurwitz-determinanten, vilket bara tar ca en halv timme. Väl framme ser man att samtliga koefficienter framför produkter av α , β och K är positiva, med omedelbar följd att stabilitet råder så länge samtliga dessa är positiva.

Då proportionell reglering svarar mot att $T_d \rightarrow 0$ och $T_i \rightarrow \infty$

PID-regulatorn, så kan rötterna heller inte abrupt försvinna ut ur vänster halvplan om t ex T_d skulle bli större än noll.

Sak samma om vi låter T_i bli mindre än oändligheten.

Därigenom har vi visat att det åtminstone existerar värden på $T_i < \infty$ och $T_d > 0$ för vilka det gäller stabilitet.

Med samma argumentation kan man hävda att avsnittet om enbart värmeledning svarar mot gränsfallet $\beta \rightarrow 0$, och att om man låter β bli större så kan inte heller där rötterna abrupt försvinna ut ur vänster halvplan.

Således är det troligt att det pss som för de renodlade korskopplingarna gäller stabilitet för alla positiva värden på parametrarna, det är bara lite besvärligt att verifiera.

Sammanfattning

Analysen av den enkla modellen har gett till resultat att vare sig värmeledning eller flöde eller bådadera kan ge upphov till instabilitet vid PID-reglering. Om man däremot beaktar den tidsfördröjning som finns i den verkliga processen, så vet vi att instabilitet kan uppträda av den anledningen.

Analysen har således eliminerat korskopplingseffekter som orsak till instabilitet. Däremot kan andra hypoteser t ex olikheter mellan zoner, låg nettoeffekt och liknande, vara upphov till instabilitet, men detta får undersökas mha simuleringar i nästa kapitel.

Några simuleringar

Analysen har visat att i den enkla modellen kan korskoppling inte ge upphov till instabilitet. Den har inte visat om dämpningen är dålig, utan det får simuleringarna visa. Här provas detta på EXTR33B med dels standardparametrar, dels de trimmade Ziegler-Nichols-parametrar som angavs i kapitel 7. Dock testas bara värmeledningen, flödet får anstå till nästa kapitel.

För att simuleringen skall vara lite mer realistisk kommer nettoeffekten, starttemperaturen och regulatorns börvärde att vara olika för varje zon enligt tabellen nedan.

	Zon 1	Zon 2	Zon 3
Starttemp (°C)	170	200	220
Referenstemp (°C)	190	210	250
Nettoeffekt (W)	-100	500	1000

Som synes av resultaten i figurerna erhålls ingen instabilitet även om zonerna inte uppför sig identiskt.

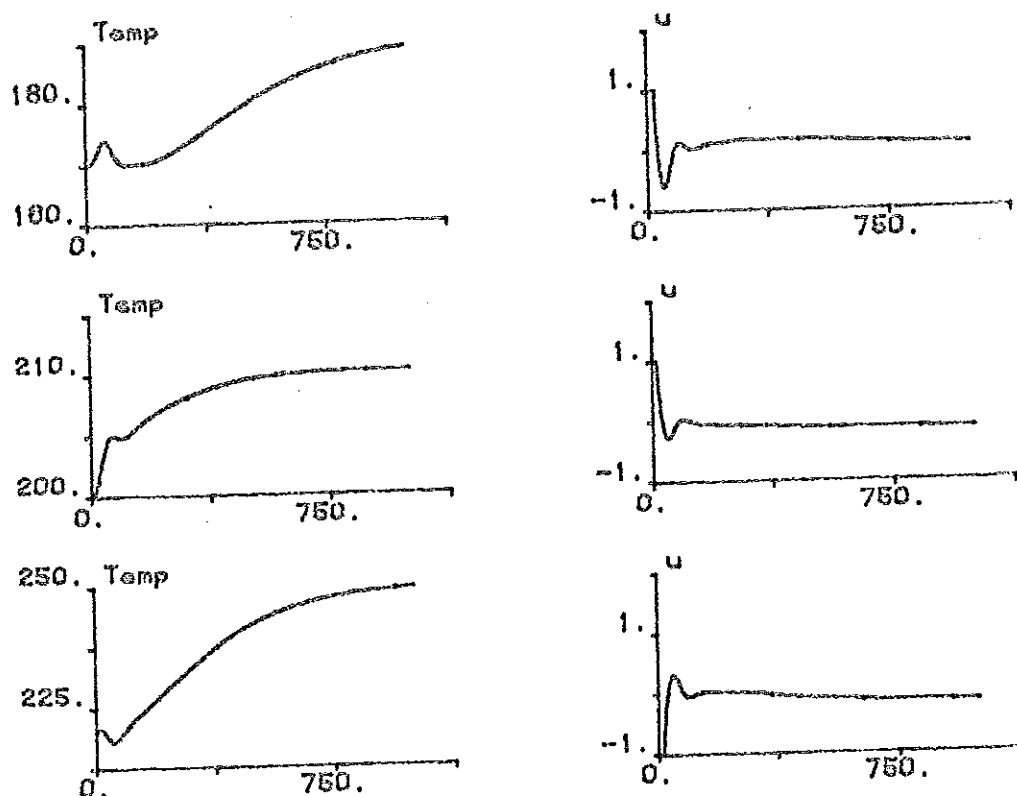


Fig 1 Insvängningsförloppet för temperaturer och styrsignaler med standardparametrar. Uppifrån visas temperatur och styrsignal för zon 1, zon 2 osv.

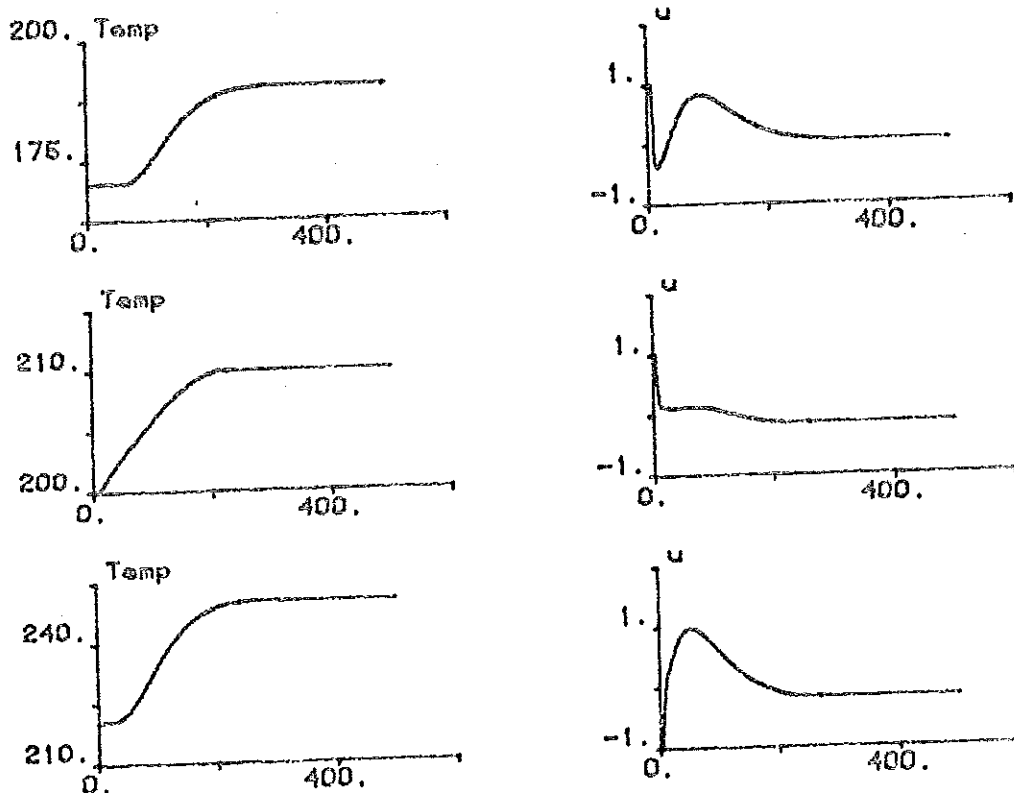


Fig 2 Insvängningsförloppet för temperaturer och styrsignaler med trimmade Ziegler-Nichols-parametrar. Uppifrån visas temperatur och styrsignal för zon 1, zon 2 osv.

Systemet är också väl dämpat. Vid några simuleringar där temperaturledningstalet ökades (motsvarar större α) upptäcktes enbart det triviala faktum att om en regulator inte kan leverera tillräcklig effekt, så kan den inte ställa in temperaturen på börvärdet. Detta sker utan svängningar. Således kan simuleringarna bara bekräfta resultatet från den teoretiska analysen, och komplettera med att systemet är väldämpat.

KAPITEL 9

NÅGRA SIMULERINGAR MED PLASTFLÖDE

Inledning

I föregående kapitel har jag visat att kopplingseffeker inte ger instabilitet. Däremot kan tvungna svängningar fortplanta sig genom modellen, och avsikten är att testa hur pass störningskänsliga modellerna är. Dessutom kommer ytterligare några flödesmodeller att introduceras och testas med avsikten att se hur pass väl störningarna kan passera. Först kommer detta att göras på EXTR33B och därefter på EXTR41F3A.

Några modeller för flöde

De modeller som kommer att testas ser ut som följer

$$sT_i = \beta (T_{i-1} - T_i) \quad (1)$$

$$sT_i = \beta (T_{i-1} \cdot e^{-sT_f} - T_i) \quad (2)$$

$$sT_i = \beta \left[T_{i-1} \cdot \frac{1}{\left[1 + s \frac{T_f}{3} \right]^3} - T_i \right] \quad (3)$$

där T_i betecknar zontemperaturer, och β och T_f är parametrar för flödet. T_f är en passagetid för plasten och β är en tidskonstant. Dessa kommer att beräknas/skattas i ett senare avsnitt.

Egentligen skulle man vilja beräkna ett slags medelvärde av två zoners temperatur, men enda möjligheten är att ge en extra drivande term till tillståndets derivata. β anger hur kraftigt den drivande termen skall påverka tillståndet, och passagetiden anger fördröjningen för den föregående zons temperatur, innan den påverkar efterföljande zon. I modell 1 låter jag passagetiden synas genom att välja ett måttligt värde på β .

Vid modelleringen får man dessutom beakta att det finns en stationär temperaturskillnad mellan zonerna. Den skall inte ge något bidrag till den drivande termen utan måste subtraheras från temperaturdifferensen ovan.

Störningen

Den störning som introduceras måste liksom flödesverkan också vara en extra term i derivatan, och den kan således jämföras med en störning i effekten. Dock kan verkligheten vara sådan att man egentligen har en störning i temperaturen.

Genom att välja en sinussignal som störning kan man enkelt välja mellan effekt- resp temperaturstörning. Om störeffekten är $P_{dis} = P \cdot \sin \omega t$ så ser man att för

zontemperaturen T kommer det att gälla

$$C_p \dot{T} = P_{dis} = P \cdot \sin \omega t \Rightarrow$$

$$C_p T = \int_0^t P \cdot \sin \omega s \cdot ds = \frac{P}{\omega} (1 - \cos \omega t)$$

dvs amplituden i temperatursvängningen minskar med ökande frekvens om störningen har konstant effekt oberoende av temperaturen. Önskas i stället konstant amplitud i temperatursvängningen behöver man bara multiplicera effekten med ω , så att störeffektens amplitud växer linjärt med frekvensen.

Således har vi nu möjlighet att välja mellan effekt- och temperaturstörning, vilket kommer att utnyttjas vid de fortsatta simuleringarna. Dock kan jag inte avgöra vilken av dessa som är en lämplig modell för en störning.

Skattning av effekter mm för EXTR33B

För att skatta de effekter som tillförs i respektive zon, får man göra antaganden om vilka plasttemperaturer och friktionseffekter som förekommer. Börvärdena till regulatorerna är ungefär de värden som visas i tabellen nedan. Plasttemperaturerna och nettoeffekterna är kopplade genom att värmeövergången mellan plasten och pipan skall svara mot nettoeffekten och för detta behövs en temperaturskillnad som går på "rätt" håll. Värmeövergångstalet mellan plast och stål behövs, men något sådant går inte att uppbringa, i synnerhet inte för en extruder med omrörning. Men med ledning av de nettoeffekter som är aktuella och den "kända" temperaturskillnaden mellan pipan och plasten kan man skatta värmeövergångstalet till ca 100 W/K och zon. Temperaturskillnaden kan vara åtskilliga grader (ibland upp emot 10) och nettoeffekterna i storleksordningen hundratals Watt, så värmeövergångstalet måste ligga i den angivna storleksordningen.

Man måste specificera vad som menas med plasttemperatur, eftersom den kontinuerligt ökas under passagen genom extrudern. Men om effekt skall strömma ut från plasten, så måste dess temperatur i medel vara högre än pipans temperatur, och det är denna medeltemperatur som beräknas i

modell EXTR41F3A. Den för uppvärmningen erforderliga effekten skall däremot beräknas efter plasten temperatur vid inträdet i resp. utträdet ur zonen. Dessutom får man observera att plasttemperaturen i zon 1 inte kan modelleras särskilt väl, eftersom den zonen har en väsentligt annan form på skruven och plasten är en blandning av smälta och små plastkuler.

På detta grundar sig antaganden om plastens temperatur i respektive zon, som nedan redovisas i form av medel-, ingångs- och utgångsvärden. Mha plastens värmekapacitet och flödets storlek kan man beräkna att det åtgår totalt 4280 W för uppvärmningen från 20°C till 247°C. Dessutom skattar jag motoreffekten till ca 5000 W (se kap. 2), vilken väsentligen används för att övervinna friktion i plasten och mellan skruven och pipan. Således omvandlas den till värme och kan antingen värma upp plasten eller så måste den kylas bort. Friktionen i plasten (pga viskositeten) minskar med ökande temperatur och därför bör friktionseffekten vara något lägre i zon 3 än i zon 2. I zon 1 är den troligen stor pga att skruven måste mala osmält plast och plastsmälta med relativt låg temperatur. Därför antages de värden som redovisas i tabellen tillsammans med resulterande nettoeffekt.

	Zon 1	Zon 2	Zon 3
Zontemp (°C)	180	220	240
Starttemp (°C)	20	180	230
Medeltemp (°C)	177	225	245
Sluttemp (°C)	180	230	247
Effekt (W)	2875	1050	355
Friktion (W)	2600	1500	900
Netto (W)	-275	450	545

Friktionens temperaturberoende försummas i den dynamiska modellen, med följd att nettoeffekten är konstant. För att välja parametrar i flödesmodellen bör man beakta följande. Pga ett ganska litet värmeövergångstal mellan stål och polystyren kommer variationer i plasttemperaturen inte att märkas speciellt mycket. Modell EXTR33B innehåller bara en temperatur per zon, nämligen den som mäts av termoelementet. I modellen består zonen bara till en liten del av plast, så pss kommer inte heller här variationer att märkas speciellt mycket. Därför provas bara flödesmodell i i detta avsnitt och de övriga sparas till ett senare avsnitt. Zonens värmekapacitet påverkas mycket lite av att en del av den är plast.

Som synes i modellförslagen kan flödet bara bli en extra effekt in till zonen. För att skatta parametern β noteras att flödet av plast är 11,2 g/s och värmekapacitiviteten 1,88 kJ/K. Detta ger att en stationär temperaturskillnad på en grad mer än normalt svarar mot effekten 21 W. Dividerat med zonen värmekapacitet erhålls β . Samtidigt är β inte heller något annat än en tidskonstant för insvängningen mot en ny konstant temperatur, men den kan inte göras godtyckligt stor, eftersom hela zonen medeltemperatur inte skall påverkas särskilt mycket. Därför används i detta avsnitt ovanstående värde, baserat på en statisk beräkning. Med bara en temperatur i varje zon känner vi dessutom den stationära temperaturskillnaden mellan zonerna. Flödes-effekten P_{f1} får därför följande utseende.

$$P_{f1} = k_3 \cdot (T_{i-1} - T_i + T_{diff})$$

där $k_3 = 21 \text{ W}$ och T_{diff} är stationär temperaturskillnad. Observera att T_{i-1} är mindre än T_i . Detta betyder att

zonerna 2 och 3 behöver vardera en extra insignal för temperaturen från föregående zon, och zon 1 en för störeffekten.

Pga den negativa nettoeffekten i zon 1 får man trimma om regulatorn för den zonen. Det visar sig då räcka med att öka integrationstiden till 120 s, för att man skall få samma typ av stegsvar som tidigare.

Som ytterligare en utvidgning skrivs modellen så att flödet skall vara variabelt. En kort överläggning ger att nettoeffekten och flödeseffekten är proportionell mot flödet. Dessa multipliceras därför med en faktor som i vanliga fall är ett, men lätt kan ändras. Programmen finns i appendix B.

Simuleringar med EXTR33B

Vid simuleringarna introduceras en störning i zon 1 och sedan studeras hur den fortsätter genom extrudern till zon 3 som funktion av frekvensen och flödet. Nettoeffekter mm enligt beräkningarna tidigare i kapitlet kommer att användas.

Simuleringarna kommer att vara kombinationer av fall med störning med konstant temperatur- resp effektamplitud, vanlig resp dubbel flödeshastighet och standard- resp trimmade Ziegler-Nichols-parametrar till regulatorn. Störningsamplituden sätts till 800 W konstant, eller så ökas den proportionellt mot frekvensen. Svängningarnas amplitud i zon 1 ligger mellan 5 och 10°C topp-till-topp. I figur 1 visas en typisk simulering.

Följande tabell är en sammanställning av resultatet. Med relativ amplitud menas kvoten mellan svängningens amplitud i zon 3 och zon 1, ett mått på dämpningen.

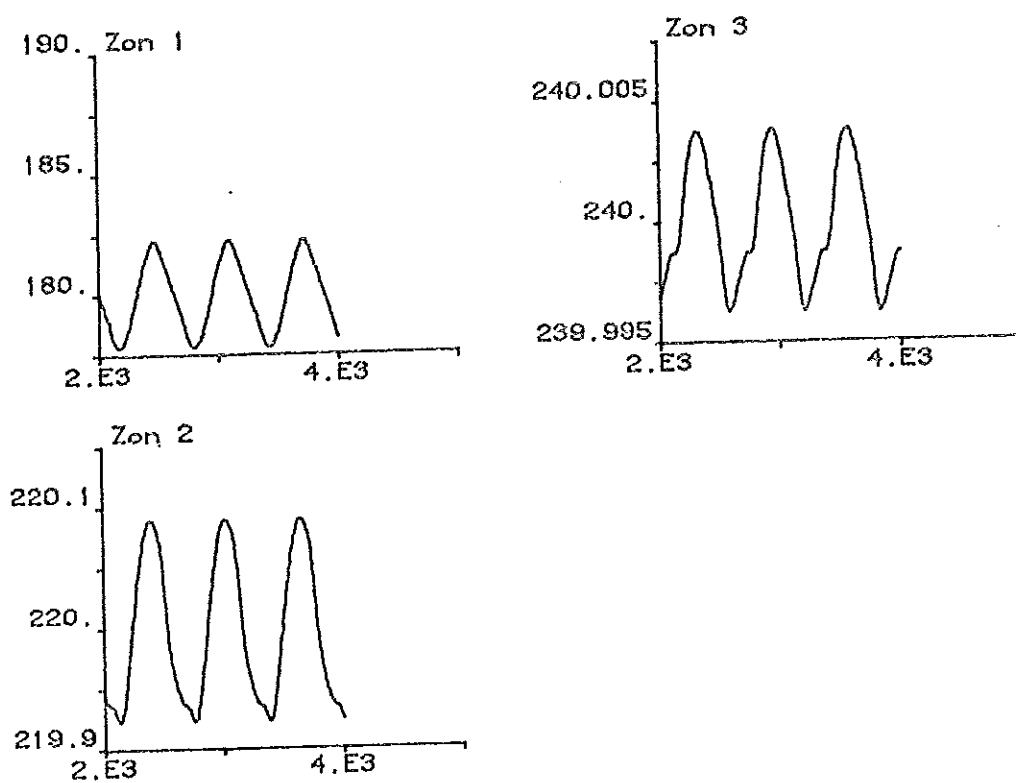


Fig 1 Typfall för de simuleringar som gjorts med EXTR33B för att testa vilket som är "resonansfrekvens".

Störning	Reg.par	Flöde	Resonans (rad/s)	Rel. ampl.
Effekt	Standard	1	0,0045	1 %
Temp.	dito	1	0,007	1,2 %
Effekt	dito	2	0,005	3 %
Temp.	dito	2	0,007	2,7 %
Effekt	Trimmade	1	0,03	0,36 %
Temp.	dito	1	0,045	0,44 %
Effekt	dito	2	0,03	1,4 %
Temp.	dito	2	0,045	1,3 %

Ur tabellen kan man dra följande slutsatser.

- 1) Amplituden hos störningen blir inte särskilt stor i

zon 3, så den kan utan omsvep försummas. Däremot blir störningar till en grannzon en faktor 10 större, så om man får en kraftig störning kan den ge en svag inverkan på nästa zon.

- 2) Standardparametrarna är en faktor 10 långsammare än de trimmade parametrarna.
- 3) En störning med konstant amplitud i temperaturen får lite högre resonansfrekvens, men i stort sett samma amplitudkvot.
- 4) Flödet inverkar inte på resonansfrekvensen, utan bara på amplituden hos störningen i efterföljande zoner.

Efter detta kan det vara dags att se vad EXTR41F3A har att erbjuda.

Introduktion av flöde i EXTR41F3A

I den här modellen finns utrymme för mer modellarbete för att testa flödets inverkan på zontemperaturerna. Man kan låta ett rör i respektive zon vara gjort av plast, modellen kallas då EXTR41F3AP, och sen testa vilken inverkan de olika flödesmodellerna ger på plasttemperaturer och zontemperaturer när störningen tillförs.

De effekter som tidigare beräknades för EXTR33B, kan användas även här. Men nu måste värmeströmmarna mellan plasten och pipan modelleras, så att vi får ett dynamiskt uppförande som någorlunda stämmer med verkligheten. Dessutom kan man lägga lite mer krut på att skatta parametrarna till flödet då man explicit beräknar plastens temperatur.

Plastens temperaturledningstal är såpass litet att vi utan omsvep försummar värmeledningen i plasten. Denna kompliceras också av omrörningen under transporten. Värmeövergången mellan plast och stål diskuterades i samband med skattningen av effekter för EXTR33B och här sätts för enkelhets skull värmeövergångstalet till just 100 W/K och zon.

I modellen beräknar man således effekten enligt ovan för de två övergångarna mellan plast och stål, dock får man observera att ytan för värmeövergång inåt är mindre, så effekten får skalas ner med en faktor som motsvarar dess yta.

Skruvens diameter är 60 mm och plastflödet 11,2 g/s, så om man låter plastens tjocklek vara 3 mm i zon 3 blir plastens massa 0,112 kg och passagetiden 10 s. Om man istället sätter plasttjockleken till 5 mm blir pss passagetiden 16 s. Tidskonstanten för flödet kan tecknas

$$T_k = \frac{C_{pl}}{\text{flow} \cdot \beta}$$

där C_{pl} är plastens värmekapacitet och flow är relativa

flödet. Med 3 mm plast blir $C_{pl} = 210 \text{ J/K}$ och med 5 mm plast

338 J/K. I modellen faller det naturligt att välja 5 mm plasttjocklek. Enligt simuleringarna med EXTR33B inverkar inte flödet nämvärt på bästa frekvensen för störningen, så faktorn flow sätts till ett. Valet av β och T_f får göras så att man gör en avvägning

mellan tidskonstant och passagetid för respektive modell. För modell 1 väljs enbart β , och om man tar tidskonstanten 10 s, så blir $\beta = 34$. Brytfrekvensen blir då 0,1 rad/s, dvs störningarna kan vara mer högfrekventa än i föregående avsnitt.

För modell 2 kan man ta $T_f \approx 10 \text{ s}$ och $T_k \approx 3 \text{ s}$, dvs

brytfrekvensen blir 0,3 rad/s och $\beta = 110$. Efter en stegändring i plasttemperaturen börjar insvängningen efter 10 s och är klar efter 19 s.

För modell 3 kan ta samma parametrar eftersom systemet av tredje ordningen bara är ett annat sätt att realisera en tidsfördröjning.

De stationära temperaturdifferenserna kontrolleras genom simulering. I detta fall är ju plasttemperaturen inte reglerad utan antar en sådan temperatur att stationaritet map värmeströmmarna uppstår. Resultatet av kontrollen visas i nedanstående tabell.

		Zon 1	Zon 2	Zon 3
Nettoeffekt	(W)	-275	450	545
Zontemperatur	(°C)	180	220	240
Uppmätt plasttemp	(°C)	177,45	224,39	245,36

Skruven har lång insvängningstid då den ligger i open-loop, men temperaturskillnaden mellan dess yttre och inre är bara 0,1°C efter en simuleringstid på 1000 sekunder, så försöket kan lugnt avbrytas då.

Vid simuleringarna ovan upptäcktes först att trots standardparametrarna med lägre derivationstid, så uppträdde limit cycles. Efter diverse andra tester kollade jag med STUPID-metoden. Resultatet blev att minsta tillåtna p-band är 5,26 %!!! Med lite eftertänksamhet inser man att med ett område av plast i mitten så är den volym som växelverkar med regulatorn betydligt mindre, med följd att man får dra ner förstärkningen i motsvarande mån. Till skillnad från tidigare så är alltså inte standardparametrarna stabila. Ziegler-Nichols parametrar blir $p_b = 8,8 \%$, $T_i = 22,5 \text{ s}$ och

$T_d = 5,5 \text{ s}$, och tidskonstanten sätts till $T = 1 \text{ s}$. Med lite

trimning av parametrarna erhålls istället $p_b = 7 \%$ och $T_i = 75 \text{ s}$ för zon 2 och 3, och ett stegsvar som visas i figur

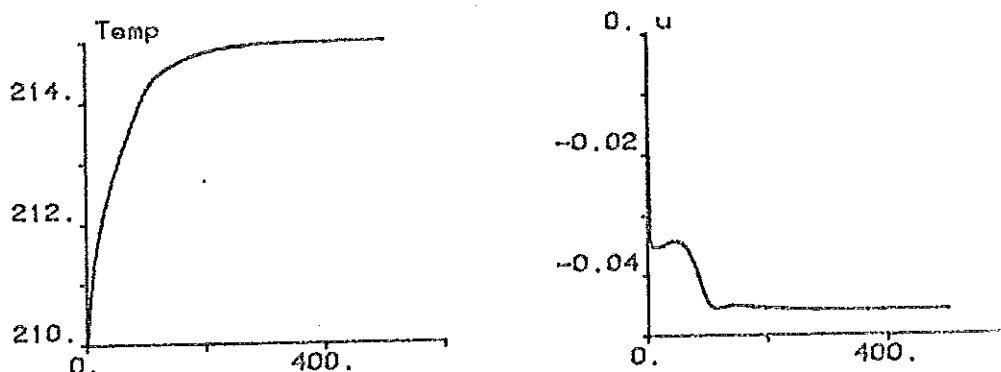


Fig 2 Stegsvär för zon 2 med trimmade Ziegler-Nichols parametrar.

2. För zon 1 som har negativ nettoeffekt ger trimningen istället $p_b = 2\%$ och $T_i = 100$ s och ett likartat stegsvär.

Att p-bandet kan vara mindre inses genom att förstärkningen vid uppvärmning är avsevärt lägre än vid kylning.

Simuleringar med EXTR41F3AP

I detta avsnitt skall de tre flödesmodellerna testas pss som skedde i ett tidigare avsnitt. Men för respektive modell kommer bara trimmade parametrar att användas (de andra är ju instabila); flödet kommer att vara konstant, och endast störning med konstant effektamplitud (= 400 W) kommer att appliceras.

Liksom tidigare söks den frekvens vid vilken störningen bäst tar sig fram genom extrudern, men den visar sig vara olika när man studerar svängningarna i zontemperatur och svängningarna i plasttemperatur. Amplituden hos plasttemperaturen i zon 1 ligger mellan 5 och drygt 10°C. En typisk simulering visas i figur 3.

Med relativ amplitud för zontemperatur resp. plasttemperatur menas liksom tidigare kvoten mellan resp. amplitud i zon 3 och zon 1. Dessutom jämförs amplituden hos plasttemperaturen och zontemperaturen för zon 1 (kallas kvot i tabellen). Resultatet kan sammanfattas i följande tabell.

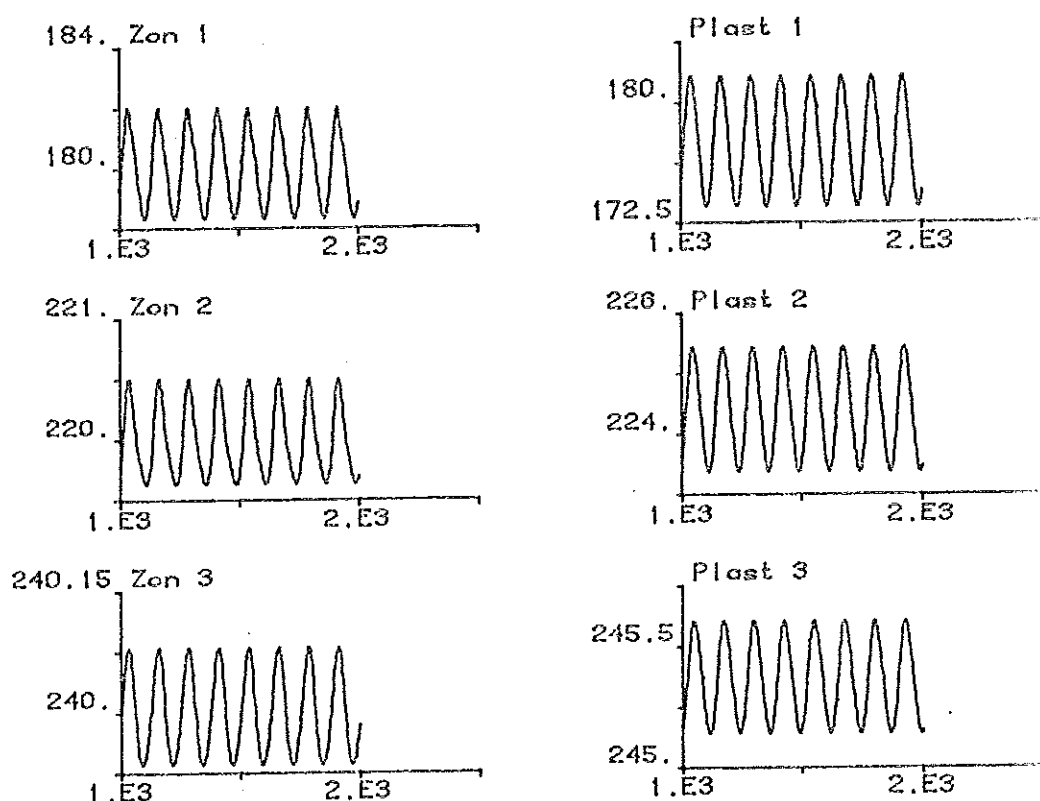


Fig 3 Typisk simulering av störningsutbredning i EXTR41F3AP. Zontemperaturerna visas till vänster och plasttemperaturerna till höger.

Modell	Zontemperatur		Plasttemperatur		Kvot
	Resonans (rad/s)	Rel. ampl.	Resonans (rad/s)	Rel. ampl.	
1	0,1	12 %	0,01	8,2 %	2
2	0,1	29 %	0,01	33 %	2
3	0,07	18 %	0,01	31 %	2

Resultatet kan sammanfattas som följer.

- 1) Störningen i plasttemperatur utbreder sig bäst vid en frekvens som är tiondelen av brytfrekvensen för de båda sista modellerna.
- 2) Störningen i zontemperatur utbreder sig däremot bäst vid frekvenser nära den här brytfrekvensen.

- 3) De två sista modellerna skiljer sig "bara" åt vad gäller hur störningen fortplantar sig i zontemperaturerna, plasttemperaturerna påverkas i stort sett identiskt vid deras resonansfrekvens.
- 4) Plasttemperaturen kan i värsta fall få en amplitud av någon eller några grader i zon 3, zontemperaturen får däremot en så liten amplitud att den kan försummas. Den överstiger inte 1°C topp-till-topp, trots att plasttemperaturen kanske har amplituden 10°C topp-till-topp i zon 1.
- 5) De föreslagna modellerna har ett väldigt likartat uppförande. Detta beror till stor del på att deras parametrar har valts för att ge någorlunda samma tidskonstant och tidsfördröjning. De kommer emellertid att skilja sig åt vid högre och lägre frekvenser, så att välja mellan dem kräver god processkännedom och mer ingående studier av respektive modell.

Sammanfattning

Den allmänna slutsats man kan dra är att extrudern och regulatorerna fungerar som ett bandpassfilter, låga frekvenser dämpas av regulatorn som då hinner med, höga frekvenser dämpas av extrudern själv.

Liksom tidigare finner man att standardparametrarna ger långsam reglering, vilket avspeglas i att resonansfrekvensen är lägre och att störningsamplituden är större jämfört med när trimmade Ziegler-Nichols-parametrar används.

Lite överraskande finner man också att standardparametrarna inte ger stabilitet för EXTR41F3AP. Boven i dramat är denna gång den alltför kraftiga kylningen och inte derivering som tidigare kunde förklara en liten limit cycle.

De tre flödesmodellerna är ganska lika i sitt uppförande, skillnaden kommer att ligga i lågfrekvens- resp högfrekvensuppförandet.

Trots ganska stora amplituder i plasttemperaturen påverkas inte zontemperaturen i zon 3 nämnvärt, plasttemperaturen kan däremot variera några grader om störningarna blir kraftiga. Som en följd av det relativt låge energiutbytet mellan plasten och pipan kan regulatorerna inte utjämna dessa under transporten genom extrudern.

KAPITEL 10

KASKADREGLERING

Inledning

En begränsning i regleringen har varit den tidsfördröjning som finns mellan regleringrepp och mätning av dess verkan. Ett sätt att förbättra uppförandet är att mäta en temperatur till, med termoelementet placerat nära värme-kyl-elementet, och sedan göra lokal återkoppling. Detta finns implementerat i vissa kommersiella regulatorer, t ex Eurotherms Extrusion Master modell EM-1. Modell EXTR41F1AP lämpar sig väl att implementera kaskadreglering på, eftersom man då kan mäta temperaturen i pipan omedelbart innanför elementet. Då jag bara vill undersöka kaskadregleringen finns det ingen anledning att ha hela extrudermodellen med, det räcker med en zon. Det stora arbetet ligger i att göra om regulatorn, och så småningom att även realisera skydd mot integratormättnig.

Regulatorns inre loop

Regulatorn i inre loopen mäter temperaturen hos det ytliga termoelementet och ställer ut reglereffekten med hänsyn till referenssignalen från den yttre loopen. Eftersom den skall vara snabb görs den till en PD-regulator, integralverkan sparas till den yttre loopen. Således räcker det att ta bort I-delen från den tidigare i rapporten konstruerade PID-regulatorn, och då försvinner också problemet med integratormättnig.

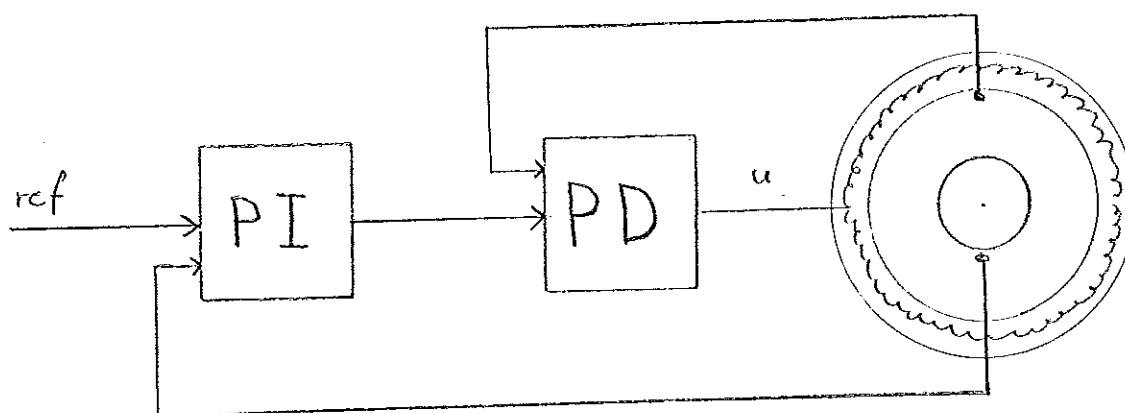


Fig 1 Kaskadreglering av extruder med ett extra termoelement. Inre loop är PD-reglerad, yttre PI-reglerad.

Regulatorns yttre loop

För den yttre loopen gäller följande krav.

- 1) Utsignalen skall vara en referenstemperatur i området 210°C.
- 2) Proportionalbandet hos regulatorn skall ha samma betydelse som om man endast hade en regulator i loopen.

Krav 1 löses genom att addera 210 till utsignalen. För att lösa krav 2 får man beakta att man i "översättningen" av den tidigare styrsignalen mellan -1 och 1 får en extra förstärkning, och att inre loopens p-band också inverkar. Detta kan man lösa genom att betrakta fallet med proportionell reglering. Med endast en regulator i loopen gäller för styrsignalen

$$\Delta u = \Delta T / 4 / p_b$$

där ΔT är temperaturavvikelsen. För inre loopen gäller pss

$$\Delta u_i = \Delta T_i / 4 / p_{b_i}$$

där ΔT_i är avvikelsen från referenstemperaturen från yttre loopen och p_{b_i} är inre loopens p-band. För yttre loopen vill vi att det skall gälla

$$\Delta u_i = \Delta T_y / 4 / p_{b_y} \quad \text{och} \quad \Delta u_y = \Delta T_i = k \cdot \Delta T_y$$

där p_{b_y} och ΔT_y betecknar yttre loopens p-band och temperaturavvikelse. Första ledet i andra sambandet gäller bara om stationaritet rådde omedelbart före stegändringen i insignalen, och det första svarar mot krav 2 ovan. Löser man ut k får man

$$k = p_{b_i} / p_{b_y}$$

Denna förstärkning skall ingå i integraldelen också, så regulatorn kan sammanfattas med följande formel

$$u_y = k \cdot \Delta T_y + \frac{k}{T_i} \int \Delta T_y dt + 210$$

Här måste jag tillägga att regulatorn tänkes vara realiserad som två seriekopplade analoga regulatorer, som bara kommunicerar mha referenssignalen till inre loopen, och där man "på något sätt" för hand ställer in inre loopens p-band även på den yttre regulatorn. I yttre loopen finns ett visst skydd mot integratormättning,

men det är inte särskilt värdefullt eftersom det inte kan detektera när inre loopen mättar.

Trimning

Vid simuleringarna används modell EXTR41F1AP. Först trimmas inre loopen mha stegändringar i börvärdet tills man får stegsvaret i figur 2, där parametrarna är $p_b = 1\%$ och $T = 0$ s. I inre loopen är modellen väsentligen av första

ordningen och vi kan välja godtycklig förstärkning, men av rimlighetsskäl stannar jag för 1% p-band. Då regulatören endast deriverar mätsignalen, får man inte någon uppsnabbning genom att ta med derivation; tvärtom blir stegsvaret långsammare. Därefter kopplas yttre loopen in och när trimningen är avslutad har man fått parametrarna $p_b = 1\%$ och $T = 50$ s. I

figur 3 visas resultatet i form av ett stegsvar för de olika signalerna och temperaturerna.

Vi kan nu jämföra prestanda hos kaskadregleringen med den "vanliga" PID-regleringen genom att jämföra figur 3 med figur 9.2. Två iakttagelser slår en, nämligen att de är ungefär lika snabba med en insvängningstid runt 300 s (5 min), men att styrsignalerna skiljer sig åt. PID-regulatorns styrsignal blir inte positiv, den ligger mest i dödزونen mellan 0 och $-0,04$, där reglereffekten är noll, och låter nettoeffekten värma upp extrudern. Kaskadregulatorns styrsignal blir däremot maximal ett kort tag för att därefter kyla på nytt.

Genom att välja ett litet p-band kan man få godtyckligt snabbt stegsvar i modellen. Det visar att modellen i detta avseende inte är speciellt verklighetstrogen. Anledningen är att regulatorns cykeltid på 8 s är försummad i modellen pga av dess totalt sett stora tidskonstant. För att få någorlunda realistiska resultat vid litet p-band i inre loopen måste man stoppa in reglereffekternas transienta

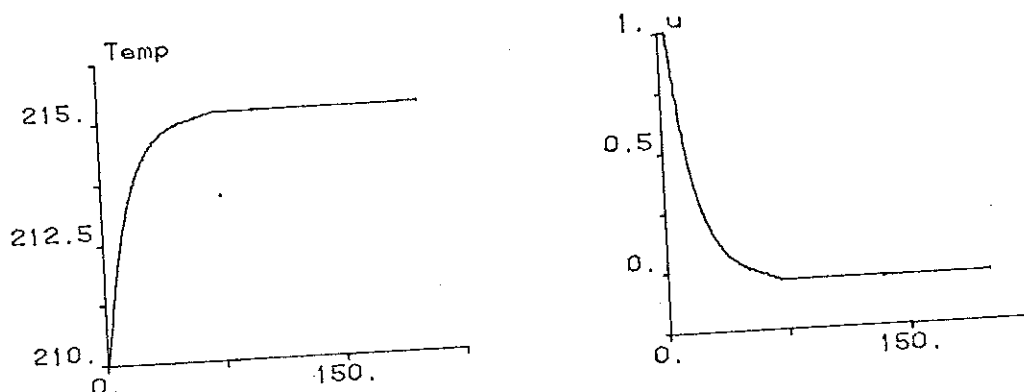


Fig 2 Stegsvaret i inre loopen vid reglering av EXTR41F1AP.

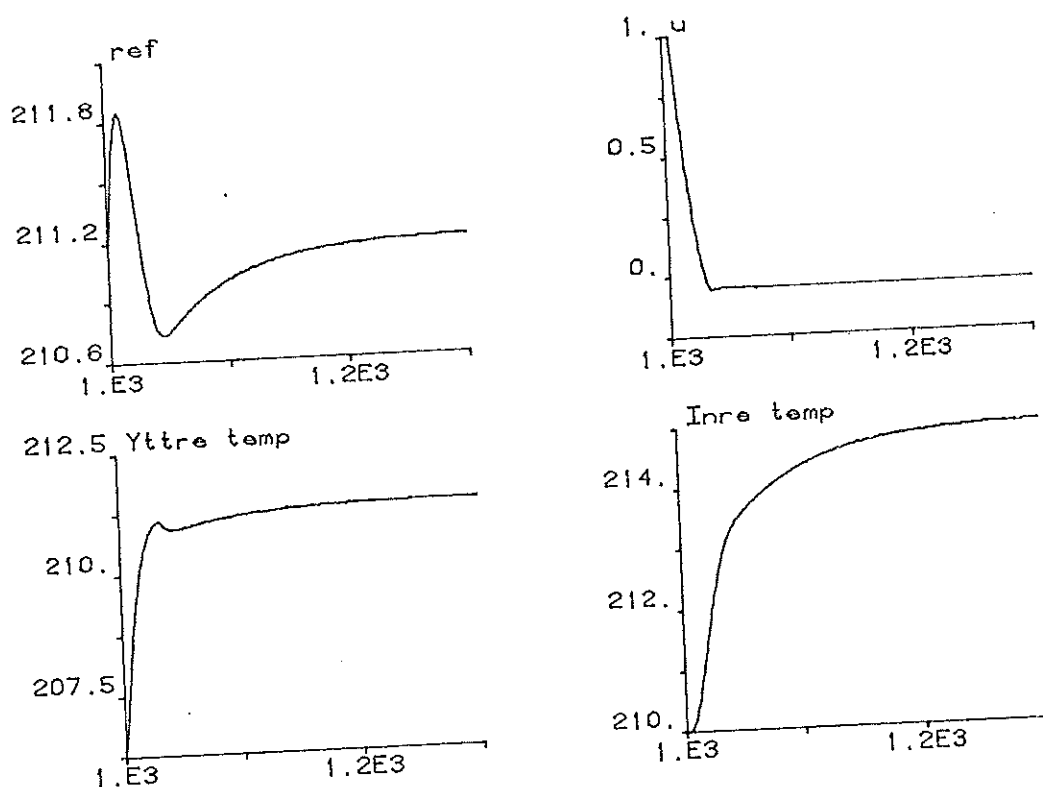


Fig 3 Stegsvär vid kaskadreglering. I figuren visas referenssignalen till inre loopen, styrsignalen u , och de båda temperaturerna.

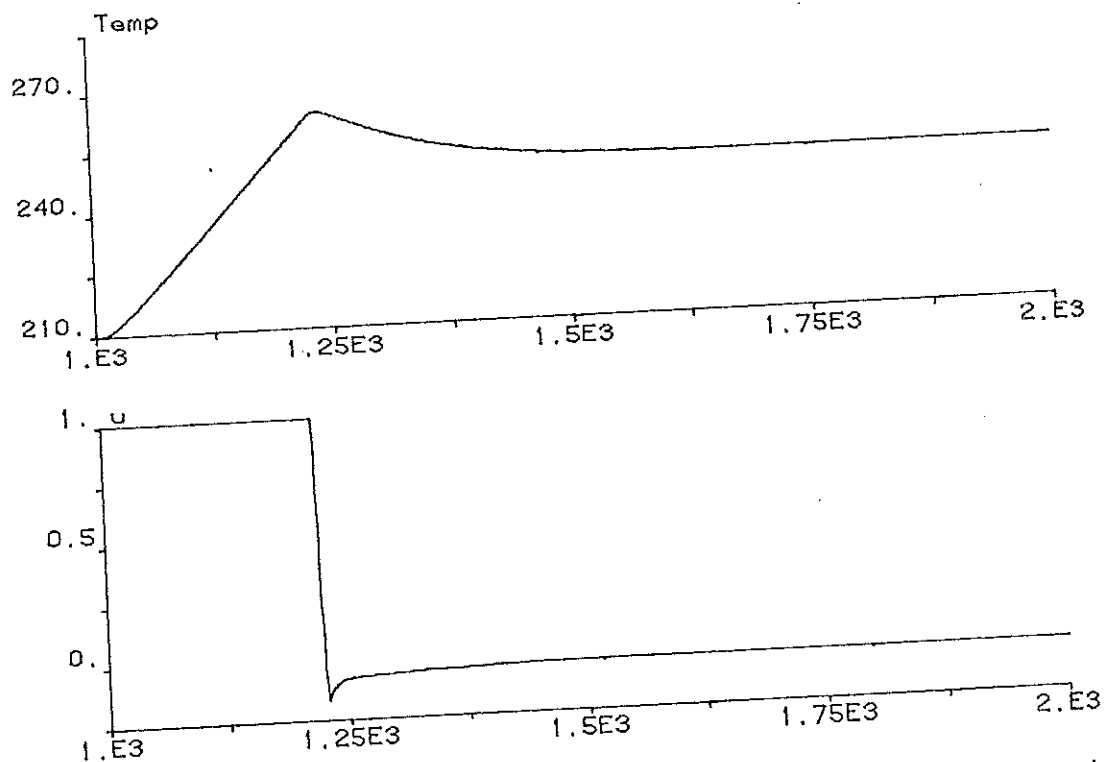


Fig 4 Kaskadregleringen ger kraftig översläng vid stora börvärdesändringar. Här från 210 till 250°C.

förlopp i modellen.

Vid stora börvärdesändringar får man integratormättning och stor översläng, ett exempel visas i figur 4 där börvärdet ändrats från 210 till 250°C.

Åtgärder mot integratormättning

Som visats i föregående avsnitt får man integratormättning vid stora börvärdesändringar. Styrsignalen är maximal trots att temperaturen har nått upp till börvärdet. Det elementära skyddet mot integratormättning i form av max- och min-värden för referenstemperaturen till inre loopen fungerar således inte för detta fall, de kan bara fungera som säkerhetsgränser. De har varit $h_i = 300^\circ\text{C}$ som övre gräns och $l_o = 100^\circ\text{C}$ som undre.

Ideerna till åtgärder bygger på tanken att man har två analoga "burkar" med vissa in- och utsignaler, och att dessa signaler kompletteras med ytterligare någon för att bättre kunna undvika integratormättning. Här föreslås två typer av utvidgningar för att försöka lösa problemet.

- 1) Yttre loopen får även inre loopens mätsignal, dvs mäter båda temperaturerna. Se figur 5. Eftersom yttre loopen redan känner inre loopens förstärkning, kan den då göra en baklängesräkning till vid vilka temperaturer som inre loopens mätter vid enbart proportionell reglering. Gränserna kan då uttryckas som följer.

$$h_i = T_i + 4 \cdot p_b \quad \text{och} \quad l_o = T_i - 4 \cdot p_b$$

Begränsningen av integraldelen sker sedan pss som i tidigare regulatorer i rapporten. Man kan lägga märke till att begränsningen bara uppfyller kravet i början av ett stegsvar, ty derivatadelen drar ner utsignalen från inre loopens och vi får inte maximal utsignal, trots att vi egentligen vill ha det. Att ta hänsyn även till

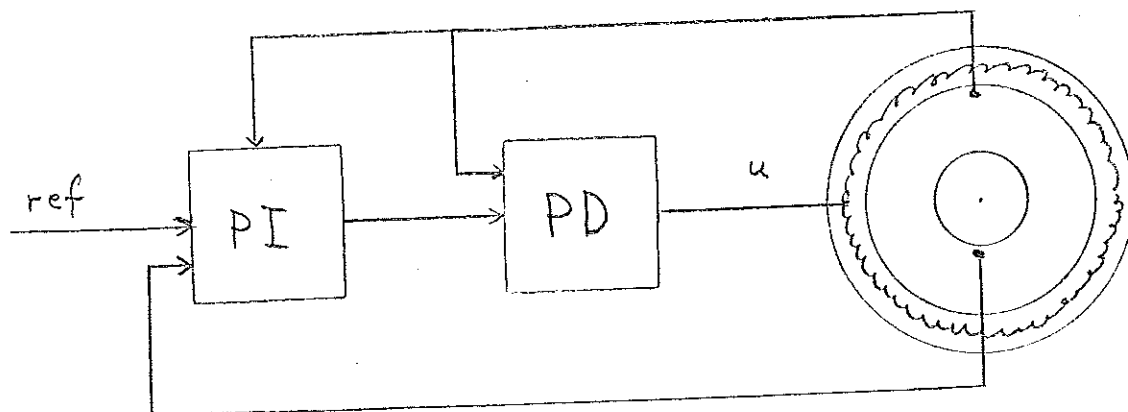


Fig 5 Regulatorstrukturen vid begränsning av typ 1.

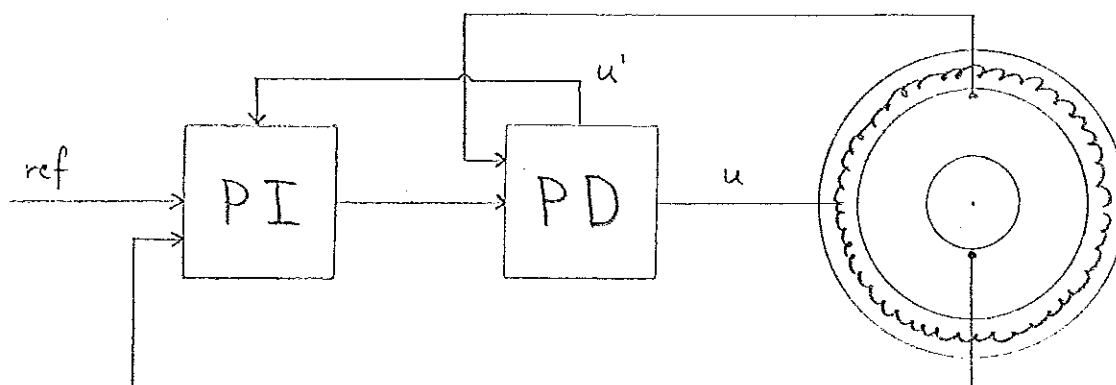


Fig 6 Regulatorstruktur vid begränsning av typ 2.

derivatadelen innebär i princip att man får beräkna inre loopens utsignal även i yttre loopen. Men om vi är nöjda med proportionell reglering i inre loopen så ger baklängesräkningen rätt gräns.

- 2) Ett annat sätt är att istället för inre loopens mätsignal föra över inre loopens obegränsade styrsignal, och låta den passera dödزونen och gå vidare till integratorn. H_i och I_0 kan då återfå karaktären av säkerhetsgränser och pss som tidigare vara gränser till en dödzon. Således får vi då två insignaler till integratorn som båda har passerat en dödzon. Se figur 6.

I fallet med proportionell reglering är de två typerna ekvivalenta.

Den andra typen är naturlig att ta till om regulatorn implementeras i en mikroprocessor. Där är alla parametrar och signaler åtkomliga och att då ta till den första typen är inte speciellt klyftigt, emedan den begränsar oss alltför kraftigt.

I figurerna 7 och 8 visas stegsvar för de båda typerna. I båda fallen tar vi till lite derivivering ($T_d = 1$ s och

$T = 0,2$ s) för att visa att begränsningen blir väl konservativ i första fallet men inte inverkar negativt i andra. Precis enligt spådomen blir utsignalen inte maximal i första fallet trots att den skulle ha kunnat vara det. Därigenom blir regulatorn lite långsammare, även om det inte märks så mycket här.

Sammanfattning

Kaskadreglering visar sig inte här vara en snabbare reglerstrategi än den tidigare PID-regleringen. Detta kan dock bero på parametervalet. I alla lägen har dock kaskadregulatorn fördelar i form av säkerhetsgränser för referensvärdet till inre loopen, vilket kan förhindra överhettning och därigenom förlänga livslängden på

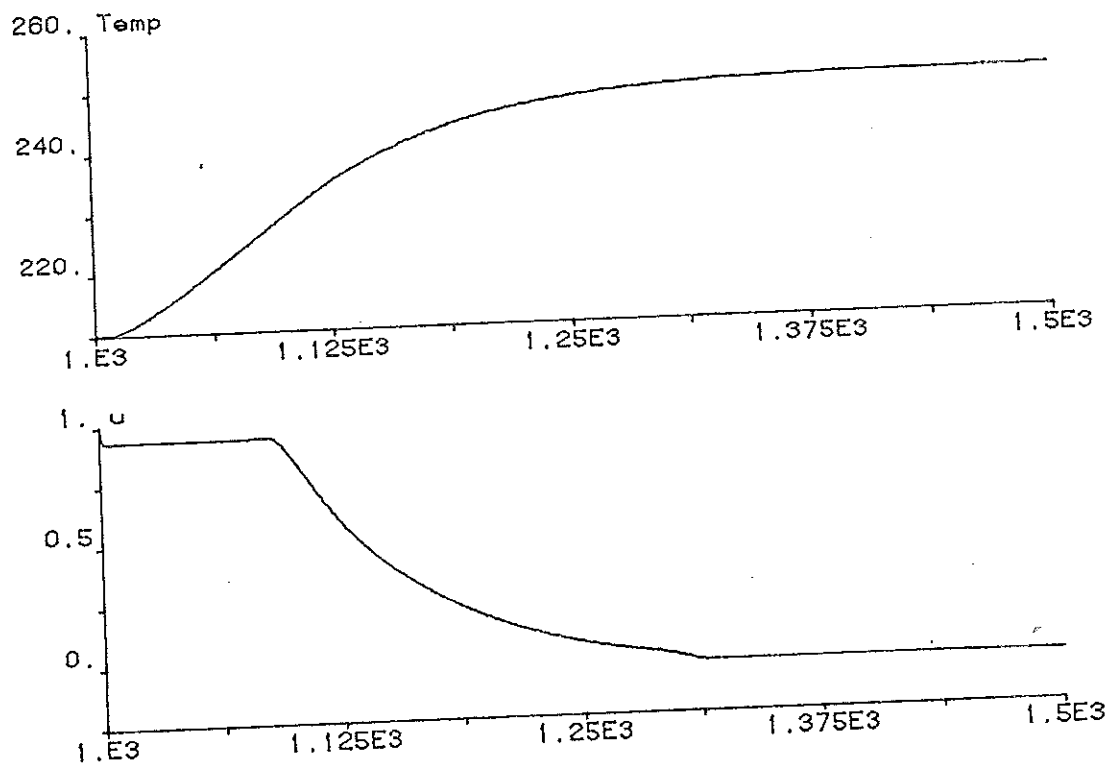


Fig 7 Stegsvär vid begränsning av typ 1.

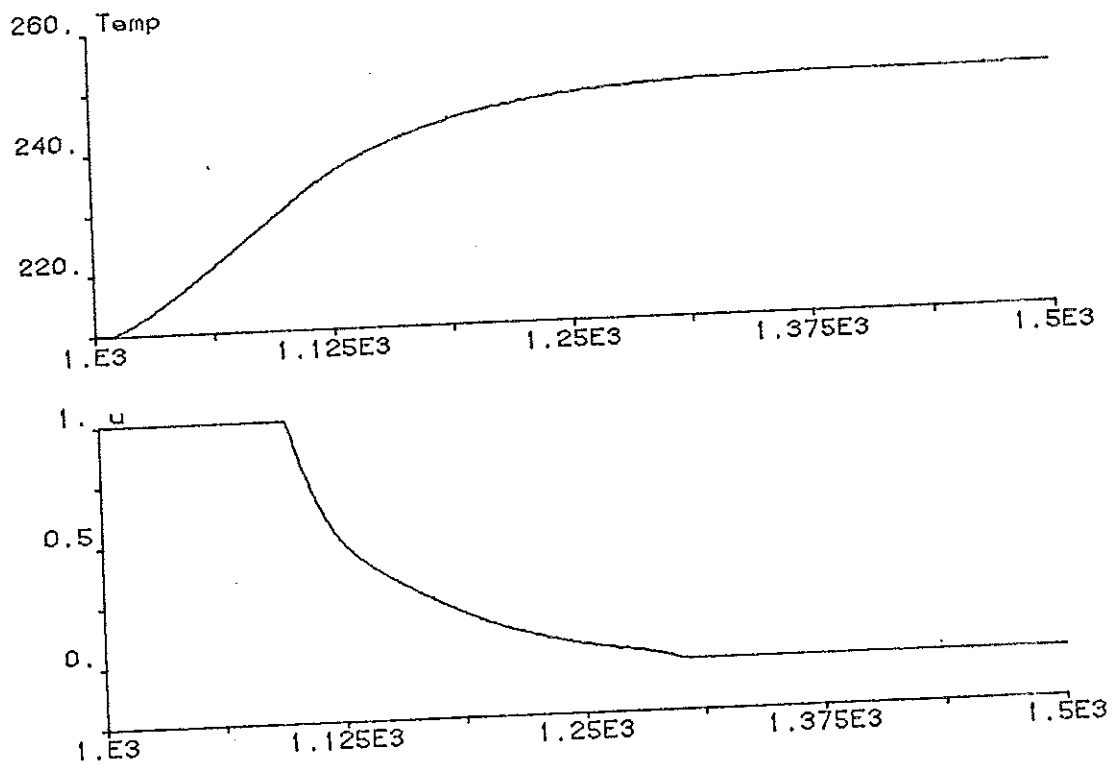


Fig 8 Stegsvär vid begränsning av typ 2.

värme-kyl-elementet.

Som också konstaterats måste modellen utvidgas till att omfatta reglereffektens transienta uppförande, om man vill använda "snabbare"parametrar i inre loopen. Dessutom måste kanske indelningen i radiella tillstånd också göras finare för att få ett system som har högre ordningstal än ett från styrsignal till yttre mätsignalen.

Vid stora börvärdesändringar slipper man integratormättning med de båda typerna av begränsningar och får då ett snabbare insvängningsförlopp. Den första typen är långsammare eftersom man drar ner utsignalen från maxvärdet, och om vi hade deriverat kraftigare skulle insvängningen tagit längre tid, i sämsta fall kanske längre tid än utan begränsningen, dock utan översläng.

Appendix A

Appendix A

Inledning

I detta appendix redovisas data för extrudern och de plaster som vanligen används.

Data

Extrudern	Reifenhäuser
Fabrikat	60 mm
Skruvdiameter	1,5 m
Skruvlängd	

Motor 3x380 V max 12 A

Plastflöde 11-12 g/s

3 reglerzoner med värme-kylelement

Längd	200 mm
Diameter	150 mm
Eleffekt	2x1500 W
Kylning	Kylvatten 8°C
Ventildiameter	5 mm
Kylslingdiameter	5 mm

1 reglerzon (zon 4) med enbart elvärme

Längd	270 mm
Diameter	150 mm
Eleffekt	2x1750 W

Arbetstemperaturer

	Zon 1	Zon 2	Zon 3	Zon 4
Plast				
Polystyren	180°C	220°C	240°C	250°C
Polyeten	280°C	310°C	320°C	320°C

Adiabatisk temperatur

Polystyren	ca 240°C
Polyeten	ca 300°C

Extruderns material: stål

Densitet	$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$
Värme kapacitivitet	$c = 460 \text{ J/kgK}$
Värmeledningstal	$\lambda = 45 \text{ W/mK}$
Temperaturledningstal	$a = \lambda/\rho c = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Appendix A

Polystyren

Densitet	$\rho = 1040 \text{ kg/m}^3$	
Glastemperatur	90°C	
Värmekapacitivet	0°C - 90°C	ca 1,25 kJ/kgK
	90°C -	ca 1,88 kJ/kgK

Polyeten LD

(ca 50 % kristallinitet)

Densitet	$\rho = 915 \text{ kg/m}^3$	
Värmekapacitivet	$c = 2,3 \text{ kJ/kgK}$	
Smältpunkt	110°C	
Smältvärme	140 kJ/kg	

Värmeledningen i plasterna är liten.

PID-regulatorer

Fabrikat	Eurotherm	
Standardparametrar	proportionalband	5 %
	integrationstid	390 s
	derivationstid	60 s
	brytfrekvens	0,1 rad/s

Proportionalbandet räknas i procent av mätområdet 400°C. Regulatorn har 5 % p-band för värme och 5 % p-band för värme. Kylförstärkningen dämpad till 1/8. Tidsproportionell drivning av värme och kyla, med intervalltid 8 s. Vid maximal kylning är då öppettiden för ventilen 1 s.

Appendix B

Dessa båda modeller kan testas med till exempel stegsvar genom att kopplas ihop med följande Connecting System.

```
-----
connecting system openloop
"
" För test av stegsvar på en zon
" i open loop
"
time t
ur=if t<t0 then 0 else step
u[zoni]=ur
d2temp[zoni]=0
t0:100 "starttid för steget
step:3.45e-3
" stegsvar upp step=3.45e-3
" ned =-6.90e-5
" ger +/- 5 grader i steady-state
end
-----
```

För att använda proportionell reglering kopplas extrudermodellen ihop med nedanstående regulator och Connecting System.

```
-----
continuous system preg
"
" proportionell regulator
"
" gain=100/pb, pb=proportionalband i %
" e=(yr-y)/400, reglerfel relativt 400 grader
"
input y
output u
ut=(yr-y)/4/pb
u=if ut>1 then 1 else if ut<-1 then -1 else ut
" begränsad utsignal
yr:210 "grader
pb:5 "%, intervall 1-10 %
end
-----
```

```
-----
connecting system propfb
"
" För test av prop. återkoppl.
" på en zon
"
u[zoni]=u[preg]
d2temp[zoni]=0
y[preg]=temp[zoni]
end
-----
```


Appendix B

Ny kylmodell

Med ny modell för vattenkylningen ser modell EXTR31A ut som följer. Endast beräkningen av reglereffekten skiljer sig från EXTR31.

```
-----
uplus=u*pheat/cap           "varme, linjar i u
uminus1=(u+0.04)*pcool/cap/0.225 "kyleffekten ar olinjar
uminus2=-pcool/cap         "i u med
                             "dodzon och begransning
"
uminus=min(0,max(uminus1,uminus2))
"
contr= if u<0 then uminus else uplus "styreffekt
pheat:3000 "W                    max elvarme
pcool:10000 "W                    max kyleffekt
-----
```

Detta program kan köras med samma Connecting System som tidigare.

Två PID-regulatorer

De två PID-regulatorer som använts ser ut som följer. Först kommer regulator 1.

```
-----
continuous system pidreg
"
"   PID-regulator med
"   * derivering och filtrering av matsignal
"   * begransning av utsignal
"   * ingen integratormattning vid begransning
"   *   av utsignalen
"
input y yr           "mat- och ref.-signal
output u            "styrsignal
state x i           "hjalptillst. och integraldel
der dx di          "deras derivator
"
"
x:210               "initialvarde lika med
                   "insignalen
"
"
e=(yr-y)/pb/4      "reglerfel
d=td*(x-y)/t/pb/4 "derivatan av matsignalen
u1=e+i+d           "obegransade styrsignalen
u=min(1,max(u1,-1)) "begransning av styrsignalen
                   "s ar utsignal fran dodzon
                   "med hog forstarkning
s=-50/pb*sign(u1)*max(abs(u1)-1,0)*limiton
"
-----
```

Appendix B

```

"
dx=(y-x)/t           "filtrering av matsignalen
di=(e+s)/ti          "integraldelen
                     "vid mattning dominerar s over
                     "e sa att i andras och u=ui
"
"
pb:5 "%"             proportionalband
                     "forstarkning k=1/pb/4
ti:390 "s            integrationstid
td:60 "s             derivationstid
t:10 "s              filterkonstant, ger
                     "brytfrekvens 0.1 rad/s
limiton:1            "switch for integratorbegransning
"
end

```

----- continuous system pidreg

```

"
"   PID-regulator med
"   * derivering och filtrering av matsignal
"   * begransning av utsignal
"   * ingen integratormattning vid begransning
"   *   av utsignalen
"   * proportionaldel beror enbart av matsignal,
"   *   ej av hela reglerfelet
"
input y yr           "mat- och ref.-signal
output u             "styrsignal
state x i            "hjalptillst. och integraldel
der dx di            "deras derivator
"
"
e=(yr-y)/pb/4        "reglerfel
y1=y-2i0
d=td*(x-y1)/t/pb/4   "derivatan av matsignalen
u1=-y1/pb/4+i+d       "obegransade styrsignalen
u=min(1,max(u1,-1))  "begransning av styrsignalen
                     "s ar utsignal fran dodzon
                     "med hog forstarkning
s=-50/pb*sign(u1)*max(abs(u1)-1,0)*limiton
"
"
dx=(y1-x)/t          "filtrering av matsignalen
di=(e+s)/ti          "integraldelen
                     "vid mattning dominerar s over
                     "e sa att i andras och u=ui
"
"
pb:5 "%"             proportionalband
"                   forstarkning k=1/pb/4
ti:390 "s            integrationstid
td:60 "s             derivationstid

```


Appendix B

```

state temp1 temp2          "erens i temperaturen
                           "temp1=inre cellens temperatur
                           "temp2=yttre -I-      -I-
der dtemp1 dtemp2         "deras derivator
output temp               "uppmatt temperatur
"
temp1:210 "grader C       temperaturernas initialvarden
temp2:210 "grader C
"
"
uplus=u*pheat/cap2        "varme, linjar i u
uminus1=(u+0.04)*pcool/cap2/0.225
                           "kyleffekten ar olinjar i u
uminus2=-pcool/cap2      "med dodzon och begransning
"
uminus=min(0,max(uminus1,uminus2))
"
contr=if u<0 then uminus else uplus      "styreffekt
emiss=k1*((temp2+273)^4-to4)/cap2        "emission enligt
                                           "Stefan-Boltzmann
conv=k2*(temp2-to)^1.25/cap2             "naturlig konvektion
                                           "till luft
"
"   Reglereffekt och forluster placeras i yttersta cellen
"
cia=ca*d2temp1             "varmeledningsberakning
c2a=ca*d2temp2             "med slaskvariabler
c12=cb*(temp2-temp1)      "
cond1=c1a+c12              "
cond2=c2a-c12/3           "
net=pnet/cap1              "nettoeffekt fran motor och plast
"
"   Nettoeffekten placeras i inre cell som motsvarar
"   dess verkliga plats
"
temp=temp1                 "matning av inre cellens temp.
"
dtemp1=net+cond1           "dynamiken
dtemp2=contr+cond2-emiss-conv
"
"
pcool:10000 "W             max kyleffekt
pheat:3000 "W              max elvarme
pnet:427 "W                nettoeffekt
cap1:3170 "J/K             inre cellens varmekapacitet
cap2:9510 "J/K            yttre   --- "" ---
k1:3.82e-9 "W/K^4         emissionskonstant
k2:84e-3 "W/K^1.25       konvektionskonstant
ca:313e-6 "s^-1          varmeledningsparametrar
                           --- "" ---
cb:17.8e-3 "s^-1
to:100 "grader C         omgivande cylinderns
                           temperatur
"
to4:1.936e10 "K^4        4:e potensen av dess
                           absoluta temperatur
"

```

Appendix B

```

"
"
end

```

```

-----
connecting system openloop
"
"   For test av stegsvar pa en zon (extr4121A)
"   i open loop
"
time t
ur=if t<t0 then 0 else step
u[skiva1]=ur
d2temp1[skiva1]=0
d2temp2[skiva1]=0
t0:100           "starttid for steget
step:3.45e-3
"   stegsvar upp   step=3.45e-3
"               ned   =-40.233E-3
"   ger ca +/- 5 grader i steady-state
end

```

I nästa modell är m=3.

```

-----
continuous system SKIVA1
"
"   Beskrivning av en extruderzon i modell EXTR4131A
"
"   Forfattare Lars Rundqwist
"   Skriven 81-10-12
"   Senaste andring 81-10-14
"
"   Insignal u
"   Utsignal temp
"
input u d2temp1 d2temp2 d2temp3   "u=styrsignal
                                "d2temp i = axiell 2:a diff-
                                "erens i temperaturen
state temp1 temp2 temp3          "temp1=inre cellens temperatur
                                "temp2=mellersta   "-"
                                "temp3=yttre       "-"
der dtemp1 dtemp2 dtemp3        "deras derivator
output temp                      "uppmatt temperatur
"
temp1:210 "grader C   temperaturernas initialvarden
temp2:210 "grader C
temp3:210 "grader C
"
"
uplus=u*pheat/cap3             "varme, linjar i u
uminus1=(u+0.04)*pcool/cap3/0.225 "kyleffekten ar
                                "olinjar i u

```


Appendix B

```

temp3:0
temp4:0
temp5:0
temp6:0
temp7:0
temp8:0
temp9:0
temp10:0
temp11:0
temp12:0
temp13:0
temp14:0
temp15:0
"
"
uplus=u*pheat/capcde           "varme, linjar i u
uminus1=(u+0.04)*pcool/capcde/0.225
uminus2=-pcool/capcde         "kyleffekten ar olinjar i u
"                               med dodzon och begransning
"
"
uminus=min(0,max(uminus1,uminus2))
"
contr=if u<0 then uminus else uplus  "styreffekt
"
"   Reglereffekten placeras i cell 12-14
"
emiss=k1*((temp15+483)^4-to^4)/cap15  "emission enligt
"                                       "Stefan-Boltzmann
conv=k2*(temp15+210-to)^1.25/cap15    "naturlig konvektion
"                                       "till luft
"
"   Forluster placeras i yttersta cellen
"
"
c1a=ca*d2temp1                 "axiell varmeledning
c2a=ca*d2temp2
c3a=ca*d2temp3
c4a=ca*d2temp4
c5a=ca*d2temp5
c6a=ca*d2temp6
c7a=ca*d2temp7
c8a=ca*d2temp8
c9a=ca*d2temp9
c10a=ca*d2temp10
c11a=ca*d2temp11
c12a=ca*d2temp12
c13a=ca*d2temp13
c14a=ca*d2temp14
c15a=ca*d2temp15
"
"
c12b=cb*(temp2-temp1)         "radiell varmeledning
c23b=cb*(temp3-temp2)*2
c34b=cb*(temp4-temp3)*3      "   cb=2*a/(deltar^2)
c45b=cb*(temp5-temp4)*4
c56b=cb*(temp6-temp5)*5      "   a=temperaturledningstal
c67b=cb*(temp7-temp6)*6

```


Appendix B

```

c78b=cb*(temp8-temp7)*7
c89b=cb*(temp9-temp8)*8
c9ab=cb*(temp10-temp9)*9
cabb=cb*(temp11-temp10)*10
cbcb=cb*(temp12-temp11)*11
ccdb=cb*(temp13-temp12)*12
cdeb=cb*(temp14-temp13)*13
cefb=cb*(temp15-temp14)*14
"
cond1=c1a+c12b           "total varmeledning
cond2=c2a-c12b/3+c23b/3
cond3=c3a-c23b/5+c34b/5
cond4=c4a-c34b/7+c45b/7
cond5=c5a-c45b/9+c56b/9
cond6=c6a-c56b/11+c67b/11
cond7=c7a-c67b/13+c78b/13
cond8=c8a-c78b/15+c89b/15
cond9=c9a-c89b/17+c9ab/17
cond10=c10a-c9ab/19+cabb/19
cond11=c11a-cabb/21+cbcb/21
cond12=c12a-cbcb/23+ccdb/23
cond13=c13a-ccdb/25+cdeb/25
cond14=c14a-cdeb/27+cefb/27
cond15=c15a-cefb/29
"
net=pnet/cap6           "nettoeffekt fran motor och plast
"
"   Nettoeffekten placeras i inre cell som motsvarar
"   dess verkliga plats
"
temp=temp7+210         "matning av mellersta cellens
"                       verkliga temperatur
"
dtemp1=cond1           "dynamiken
dtemp2=cond2
dtemp3=cond3
dtemp4=cond4
dtemp5=cond5
dtemp6=cond6+net       "nettoeffekt tillfors
dtemp7=cond7
dtemp8=cond8
dtemp9=cond9
dtemp10=cond10
dtemp11=cond11
dtemp12=cond12+contr   "reglereffekt tillfors
dtemp13=cond13+contr  "   - "" -
dtemp14=cond14+contr  "   - "" -
dtemp15=cond15-emiss-conv "forluster
"
"
pcool:10000 "W         max kyleffekt
pheat:3000 "W         max elvarme
pnet:427 "W           nettoeffekt
cap6:620 "J/K        6:e cellens varmekapacitet
cap15:1637 "J/K      15:e           -""-

```

Appendix B

```

capcde:4230 "J/K
k1:3.82e-9 "W/K^4
k2:84e-3 "W/K^1.25
ca:313e-6 "s^-1
cb:1.00 "s^-1
to:100 "grader C
"
to4:1.936e10 "K^4
"
"
"
end

```

total varmekap. i cell 12-14
emissionskonstant
konvektionskonstant
varmeledningsparametrar
--- " " ---
omgivande cylinderns
temperatur
4:e potensen av dess
absoluta temperatur

```

-----
connecting system openloop
"
"   For test av stegsvar pa en zon (extr41F1A)
"   i open loop
"
time t
ur=if t<t0 then 0 else step
u[skiva1]=ur
d2temp1[skiva1]=0
d2temp2[skiva1]=0
d2temp3[skiva1]=0
d2temp4[skiva1]=0
d2temp5[skiva1]=0
d2temp6[skiva1]=0
d2temp7[skiva1]=0
d2temp8[skiva1]=0
d2temp9[skiva1]=0
d2temp10[skiva1]=0
d2temp11[skiva1]=0
d2temp12[skiva1]=0
d2temp13[skiva1]=0
d2temp14[skiva1]=0
d2temp15[skiva1]=0
t0:100           "starttid for steget
step:3.45e-3
"   stegsvar upp   step=3.45e-3
"           ned       =-40.233E-3
"   ger ca +/- 5 grader i steady-state
end

```

Förutom att testa stegsvaret hos den senaste modellen kan man skatta dess PID-parametrar med STUPID-metoden genom att låta insignalen u genereras av nedanstående reläfunktion. I övrigt ser värmeledningen likadan ut som i föregående Connecting System.

```

-----
u[skiva1]=if temp[skiva1]>211.73 then step1 else step2
"

```

Appendix B

```

"   Jämviktstemperatur vid nettoeffekten 163 W
"   är 211.73 grader vilken antas efter ca 100 min.
"
step1:-40.233e-3
step2:3.45e-3

```

För att PID-reglera EXTR41F1A så ansluter man den till följande Connecting System och en av PID-regulatorerna.

```

u[skiva1]=u[pidrega]
y[pidrega]=temp[skiva1]
yr[pidrega]=yref
yref:210 "grader

```

För att sätta ihop en hel extruder av modellerna EXTR41F1A och EXTR31A får man göra tre kopior av modellerna, men med olika namn i systemets huvud. Sak samma för regulatorerna. Först följer ett Connecting System för PID-reglering av EXTR33A.

```

connecting system pidfb
"
"   För modell EXTR33A
"
"   Författare Lars Rundqwist
"   Skriven 81-11-05
"   Senaste ändring 81-11-05
"
" Varmeledning
d2temp[zon1]=temp1[zon2]-temp1[zon1]
d2temp[zon2]=temp1[zon1]+temp1[zon3]-2*temp1[zon2]
d2temp[zon3]=temp1[zon2]-temp1[zon3]
"
" Connections
u[zon1]=u[pidreg1]
u[zon2]=u[pidreg2]
u[zon3]=u[pidreg3]
y[pidreg1]=temp[zon1]
y[pidreg2]=temp[zon2]
y[pidreg3]=temp[zon3]
yr[pidreg1]=t1
yr[pidreg2]=tm
yr[pidreg3]=tr
"
t1:210
tm:210
tr:210
"
end

```

Appendix B

För att klara värmeledningen i EXTR41F3A krävs 45 ekvationer. Sedan tillkommer övriga insignaler till systemen.

 connecting system pidfb

"

" For modell EXTR41F3A

"

" Forfattare Lars Rundqwist

" Skriften 81-11-08

" Senaste ändring 81-11-08

"

" Värmeledning

d2temp1[skiva1]=temp1[skiva2]-temp1[skiva1]
 d2temp2[skiva1]=temp2[skiva2]-temp2[skiva1]
 d2temp3[skiva1]=temp3[skiva2]-temp3[skiva1]
 d2temp4[skiva1]=temp4[skiva2]-temp4[skiva1]
 d2temp5[skiva1]=temp5[skiva2]-temp5[skiva1]
 d2temp6[skiva1]=temp6[skiva2]-temp6[skiva1]
 d2temp7[skiva1]=temp7[skiva2]-temp7[skiva1]
 d2temp8[skiva1]=temp8[skiva2]-temp8[skiva1]
 d2temp9[skiva1]=temp9[skiva2]-temp9[skiva1]
 d2temp10[skiva1]=temp10[skiva2]-temp10[skiva1]
 d2temp11[skiva1]=temp11[skiva2]-temp11[skiva1]
 d2temp12[skiva1]=temp12[skiva2]-temp12[skiva1]
 d2temp13[skiva1]=temp13[skiva2]-temp13[skiva1]
 d2temp14[skiva1]=temp14[skiva2]-temp14[skiva1]
 d2temp15[skiva1]=temp15[skiva2]-temp15[skiva1]
 d2temp1[skiva2]=temp1[skiva1]+temp1[skiva3]-2*temp1[skiva2]
 d2temp2[skiva2]=temp2[skiva1]+temp2[skiva3]-2*temp2[skiva2]
 d2temp3[skiva2]=temp3[skiva1]+temp3[skiva3]-2*temp3[skiva2]
 d2temp4[skiva2]=temp4[skiva1]+temp4[skiva3]-2*temp4[skiva2]
 d2temp5[skiva2]=temp5[skiva1]+temp5[skiva3]-2*temp5[skiva2]
 d2temp6[skiva2]=temp6[skiva1]+temp6[skiva3]-2*temp6[skiva2]
 d2temp7[skiva2]=temp7[skiva1]+temp7[skiva3]-2*temp7[skiva2]
 d2temp8[skiva2]=temp8[skiva1]+temp8[skiva3]-2*temp8[skiva2]
 d2temp9[skiva2]=temp9[skiva1]+temp9[skiva3]-2*temp9[skiva2]
 d2temp10[skiva2]=temp10[skiva1]+temp10[skiva3]-2*temp10[skiva2]
 d2temp11[skiva2]=temp11[skiva1]+temp11[skiva3]-2*temp11[skiva2]
 d2temp12[skiva2]=temp12[skiva1]+temp12[skiva3]-2*temp12[skiva2]
 d2temp13[skiva2]=temp13[skiva1]+temp13[skiva3]-2*temp13[skiva2]
 d2temp14[skiva2]=temp14[skiva1]+temp14[skiva3]-2*temp14[skiva2]
 d2temp15[skiva2]=temp15[skiva1]+temp15[skiva3]-2*temp15[skiva2]
 d2temp1[skiva3]=temp1[skiva2]-temp1[skiva3]
 d2temp2[skiva3]=temp2[skiva2]-temp2[skiva3]
 d2temp3[skiva3]=temp3[skiva2]-temp3[skiva3]
 d2temp4[skiva3]=temp4[skiva2]-temp4[skiva3]
 d2temp5[skiva3]=temp5[skiva2]-temp5[skiva3]
 d2temp6[skiva3]=temp6[skiva2]-temp6[skiva3]
 d2temp7[skiva3]=temp7[skiva2]-temp7[skiva3]
 d2temp8[skiva3]=temp8[skiva2]-temp8[skiva3]
 d2temp9[skiva3]=temp9[skiva2]-temp9[skiva3]
 d2temp10[skiva3]=temp10[skiva2]-temp10[skiva3]
 d2temp11[skiva3]=temp11[skiva2]-temp11[skiva3]

Appendix B

```

d2temp12[skiva3]=temp12[skiva2]-temp12[skiva3]
d2temp13[skiva3]=temp13[skiva2]-temp13[skiva3]
d2temp14[skiva3]=temp14[skiva2]-temp14[skiva3]
d2temp15[skiva3]=temp15[skiva2]-temp15[skiva3]
"
"   Connections
u[skiva1]=u[pidreg1]
u[skiva2]=u[pidreg2]
u[skiva3]=u[pidreg3]
y[pidreg1]=temp[skiva1]
y[pidreg2]=temp[skiva2]
y[pidreg3]=temp[skiva3]
yr[pidreg1]=t1
yr[pidreg2]=tm
yr[pidreg3]=tr
"
t1:210
tm:210
tr:210
"
end

```

 Nytt kylsystem

EXTR31A modifieras i vattenkylningen och modellen kallas då EXTR31B. Beräkningen av reglereffekten sker då enligt följande.

```

-----
uplus=u*pheat/cap           "varme, linjar i u
uminus1=(u+0.04)*pcool/cap  "kyleffekten ar olinjar
                             "i u med dodzon
uminus=if u>-0.04 then 0 else uminus1
"
contr= if u<0 then uminus else uplus   "styreffekt
pheat:3000 "W                       max elvarme
pcool:4450 "W                         max kyleffekt
-----

```

Detta program kan anslutas till samma Connecting Systems som EXTR31 och EXTR31A.

Några simuleringar med plastflöde

Först modifieras EXTR33B så att en viss flödesverkan erhålls i temperaturen. Zon 1 kompletteras så att en störning kan introduceras.

```

-----
input distrb                 "distrb=störning (effekt)
dis=distrb/cap               "störningseffekt fran inlopp

```


Appendix B

```

"
"Utsignaler
temppl=temp6+210      "plastens verkl. temp.
"
"
"Varmeledning
c5a=ca*d2temp5*sp    "axiell varmeledning forsummas
c7a=ca*d2temp7*sp    "for plastcellen
"
"radiell varmeledning
p56=h*(temp6-temp5)*area  " h=varmeovergangstal
p67=h*(temp7-temp6)      " mellan plast och stal
"                          " p56 och p67 har
"                          " dimensionen effekt
"                          " area=kvot mellan inner-
"                          " och ytter-area

"total varmeledning
cond5=c5a-c45b/9+p56/cap5
cond6=(-p56+p67)/cap6
cond7=c7a-p67/cap7+c78b/13
"
"Derivatorna
dtemp5=cond5
dtemp6=cond6+net+dis  "nettoeffekt och
"storning tillfors

dtemp7=cond7
cap5:508 "J/K          5:e cellens varmekap.
cap6:338 "J/K          plastcellens varmekap.
cap7:734 "J/K          7:e cellens varmekap.
h:100 "W/K            varmeovergangstal mellan
"                    stal och plast
area:0.6944 "         kvot mellan areor

```

I zon 2 och 3 påverkas plasttemperaturen av föregående zons plasttemperatur enligt nedan. Värmeledningen ser likadan ut som i zon 1.

```

-----
input tempf          "tempf=plasttemp. i
                    "foregaende zon
"Flode placeras i plastcellen
flow=f1*beta*(tempf-temp6+tdiff2)/cap6
"
dtemp6=cond6+net+flow  "nettoeffekt och
"flodeseffekt tillfors
beta:21 "W/K          flodeskonstant
f1:1 "                relativt flode
tdiff2:40 "grader C  stationar temp.diff.
-----

```

I flödesmodell i skall nedanstående rader ingå i extruderns Connecting System.

Appendix B

```

-----
time t
"
" Flode
tempf[skiva2]=temp6[skiva1]
tempf[skiva3]=temp6[skiva2]
"
" Storning
distrb[skiva1]=if t<500 then 0 else pdis*sin(om*(t-500))
"
pdis:100 "W          storningseffekt
om:0.05 "rad/s      vinkelfrekvens
-----

```

I modell 2 ingår en tidsfördröjning, men den behöver 'bara' tas med i dess Connecting System. Extruderzonerna modelleras på samma sätt som i modell 1.

```

-----
time t
td1[delay]=t-10
td2[delay]=t-10
"
" Flode med passagetid 16 s
u1[delay]=temp6[skiva1]
u2[delay]=temp6[skiva2]
tempf[skiva2]=if t<10 then -25 else y1[delay]
tempf[skiva3]=if t<10 then 5 else y2[delay]
"
" Storning
distrb[skiva1]=if t<500 then 0 else pdis*sin(om*(t-500))
-----

```

I modell 3 approximeras tidsfördröjningen med ett tredje ordningens system. Detta kräver ändringar i programmen för zon 2 och 3, vilka följer nedan.

```

-----
"Flode placeras i plastcellen
flow=beta*(x3-temp6+tdiff2)/cap6
dtemp6=cond6+net+flow      "nettoeffekt och
                           "flodeseffekt tillfors

"Flodesdynamiken
dx1=3*(tempf-x1)/tdel      "passagetid ca tdel
dx2=3*(x1-x2)/tdel
dx3=3*(x2-x3)/tdel
"
tdel:15 "s                  passagetid for plasten
beta:170 "W/K              flodeskonstant
tdiff2:40 "grader C       stationar temp.diff.
-----

```

Modell 3 har samma Connecting System som modell 1.

Appendix B

Kaskadreglering

Vid kaskadreglering kompletteras extrudern med ett extra termoelement placerat nära värme-kyl-elementet. I modell EXTR41F1AP låter man då ytterligare en temperatur vara utsignal.

```
-----
output tempy          "temp. hos yttre termoelementet
tempy=temp11+210
-----
```

Endast en zon testas.

För trimning av inre loopen används nedanstående regulator och Connecting System.

```
-----
continuous system scl
"
"   SLAVE-PD-regulator med
"   * derivering och filtrering av matsignal
"   * begransning av utsignal
"
input y yr           "mat- och ref.-signal
output u            "styrsignal
state x             "hjalptillstand
der dx              "dess derivata
x:210               "dess initialvarde
"
"
p=(yr-y)/spb/4      "proportionaldel
d=std*(x-y)/st/spb/4 "derivatan av matsignalen
u1=p+d              "obegransade styrsignalen
u=if u1<-1 then -1 else if u1<1 then u1 else 1
                    "begransning av styrsignalen
"
"
dx=(y-x)/st         "filtrering av matsignalen
"
"
spb:5 "%"           proportionalband
"                   forstarkning k=1/spb/4
std:60 "s           derivationstid
st:2 "s             filterkonstant, ger
"                   brytfrekvens 0.5 rad/s
"
"
end
-----
```

Förutom värmeledningen kopplas signalerna ihop enligt nedan i ett Connecting System.

Appendix B

```

-----
u[skiva1]=u[sc1]
y[sc1]=tempy[skiva1]
yr[sc1]=t1
-----

```

Sedan kompletteras systemet med en yttre regulator och ett nytt Connecting System.

```

-----
continuous system mc1
"
"   MASTER-PI-regulator med
"   * begransning av utsignal
"   * ingen integratormattning vid begransning
"   *   av utsignalen i master-loopen
"
input y yr           "mat- och ref.-signal
output u            "styrsignal
state i            "integraldel
der di            "dess derivata
"
"
p=(yr-y)/mpb*spb   "proportionaldel
u1=p+i+210        "obegransade styrsignalen
u=max(lo,min(hi,u1)) "begransning av styrsignalen
                  "styrsignalen ar ref.temp.
                  "till slave-loopen

splus=10*(hi-u1)/mpb*spb
sminus=-10*(u1-lo)/mpb*spb
s=if u1<lo then sminus else if u1<hi then 0 else splus
                  "s ar utsignal fran dodzon
                  "med hog forstarkning
"
"
di=(p+s)/mti      "integraldelen
                  "vid mattning dominerar s over
                  "e sa att i andras och u=u1
"
"
mpb:5 "%          proportionalband
"                forstarkning k=1/pb/4
spb:0.6 "%       slave-loopens prop.band
mti:390 "s       integrationstid
hi:300 "grader C ovre temp.grans
lo:100 "grader C undre temp.grans
"
"
end
-----

```

Signalerna förbindes enligt nedan.

```

-----
u[skiva1]=u[sc1]

```



```

pm=(yrm-ym)/mpb*spb           "proportionaldel
u1m=pm+i+210                 "obegransade styrsignalen
um=max(lo,min(hi,u1m))       "begransning av ref.-signalen
                               "till slave-loopen
s1=-10/mpb*spb*sign(u1s)*max(abs(u1s)-1,0)
                               "s1 ar utsignal fran dodzon
                               "med hog forstarkning

splus2=10*(hi-u1m)/mpb*spb
sminus2=10*(lo-u1m)/mpb*spb
s2=if u1m<lo then sminus2 else if u1m<hi then 0 else splus2
                               "s2 inverkar om u1m over-
                               "skrider granserna hi och lo

s=s1+s2
"

ps=(um-ys)/spb/4             "proportionaldel
d=std*(x-ys)/st/spb/4       "derivatan av matsignalen
u1s=ps+d                     "obegransade styrsignalen
u=max(-1,min(u1s,1))        "begransning av styrsignalen
"

di=(pm+s)/mti                "integraldelen
                               "vid mattning dominerar s over
                               "e sa att i andras och u=u1s
                               "filtrering av matsignalen

dx=(ys-x)/st
"
"

mpb:5 "%                      proportionalband
"                              forstarkning k=1/pb/4
spb:0.6 "%                    slave-loopens prop.band
mti:390 "s                    integrationstid
std:60 "s                     derivationstid
st:2 "s                       filterkonstant, ger
hi:300 "grader C              ovre temp.grans
lo:100 "grader C              undre temp.grans
"
"
end

```

Den kopplas in enligt nedan.

```

u[skiva1]=u[cc1]
ys[cc1]=tempy[skiva1]
ym[cc1]=temp[skiva1]
yrm[cc1]=t1

```

Avslutning

För ytterligare kommentarer och förklaringar hänvisas till tidigare kapitel i rapporten.

Appendix C

Analys av EXTR31 med cirkelkriterium 2

Vid proportionell reglering är man intresserad av att beräkna minimalt proportionalband (eller maximal förstärkning) som garanterar stabilitet. Vid linjära system klarar man sig bra med t ex Nyquist-kriteriet så länge de är minimum-fas. Då räknar man ut kurvans skärningspunkt med negativa reella axeln och erhåller då negativa inverterade värdet av max-förstärkningen k_{\max} . Om däremot systemet är

olinjärt, t ex styckvis linjärt, så räcker inte detta. Då är cirkelkriterierna användbara.

I detta fall är översättningen från styrsignal till reglereffekt styckvis linjär och tidsoberoende, och då kan cirkelkriterium 2 användas. Olinjäriteten $f(\sigma)$ skall uppfylla följande villkor

$$K_1 \leq \frac{f(\sigma_1) - f(\sigma_2)}{\sigma_1 - \sigma_2} \leq K_2$$

dvs dess derivata skall vara större än K_1 och mindre än K_2 .

Reglereffektens karakteristik uppfyller kravet på övre och undre gräns för derivatan, vilket lätt kontrolleras i figur 1.

Om man sedan ritar Nyquist-kurvan för den linjära delen av systemet så gäller global asymptotisk stabilitet vid proportionell reglering om man kan rita en cirkel med godtycklig medelpunkt som skär reella axeln i punkterna $-1/K_1$

och $-1/K_2$ utan att Nyquistkurvan någonstans befinner sig inne i cirkeln. Om någon av K_1 eller K_2 är noll så urartar

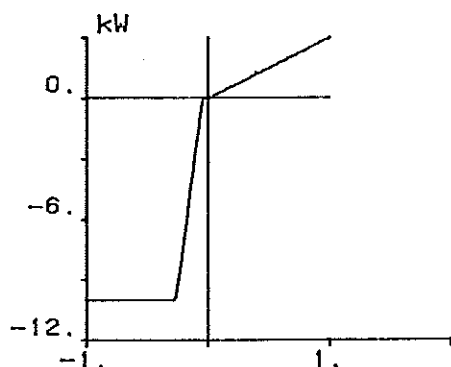


Fig 1 Reglereffektens karakteristik.

Appendix C

cirkeln till en rät linje med godtycklig lutning $\neq 0$, och då gäller pss global asymptotisk stabilitet om kurvan inte någonstans befinner sig i det halvplan som linjen avgränsar. Eftersom vi i detta fall kan råka ut för en dödzon så gäller att $K_1 = 0$, och K_2 är största lutningen i olinjäriteten.

För EXTR31 gäller att överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{3}s\tau\right)^3 (s+a)}$$

där $\tau = 30$ och $a = 163 \cdot 10^{-6}$. För att förenkla beräkningarna används variabeln t , med $3t = \tau$, dvs $t = 10$. Sätt in $s = i\omega$ och separera real- och imaginärdel. Då erhålls

$$G(i\omega) = \frac{(a - 3a\omega^2 t^2 - 3\omega^2 t + \omega^4 t^3)}{(1 + \omega^2 t^2)^3 (a^2 + \omega^2)} + \\ + i\omega \frac{(a\omega^2 t^2 - 3at + 3\omega^2 t^2 - 1)}{(1 + \omega^2 t^2)^3 (a^2 + \omega^2)}$$

Man ser att $G(0) = 1/a$, att $G(\infty) = 0$ och att kurvan går ett varv medsols runt origo när ω löper från 0 till ∞ . I figur 1 visas senare delen av Nyquist-kurvan. Skärningspunkten med negativa reella axeln erhålls genom att sätta imaginärdelen till 0 och lösa ut ω . Man får att

$$\omega^2 = \frac{1 + 3at}{at^3 + 3t^2} \approx 3,3 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{dvs } \omega = 57,9 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$$

Detta värde sätts in i G och då erhålls $G = -11,2$, dvs

$K_2 = 89,2 \cdot 10^{-3}$. Detta är samma värde som k kan få anta. I figuren ser man att en rät linje genom punkten $-11,2$ på axeln inte skär kurvan utan bara tangerar den om man väljer rätt lutning på den. Därigenom är cirkelkriteriet uppfyllt för $K_2 = 89,2 \cdot 10^{-3}$, och för lägre värden garanteras global asymptotisk stabilitet. För att erhålla proportionalbandets undre gräns används formeln

$$pb_{\min} = \frac{P}{4 C k_{\max}}$$

som härleddes i kapitel 3. P är maximala lutningen på karakteristiken för effekten som funktion av styrsignalen, C är zonens värmekapacitet 12700 J/K. För några olika värden

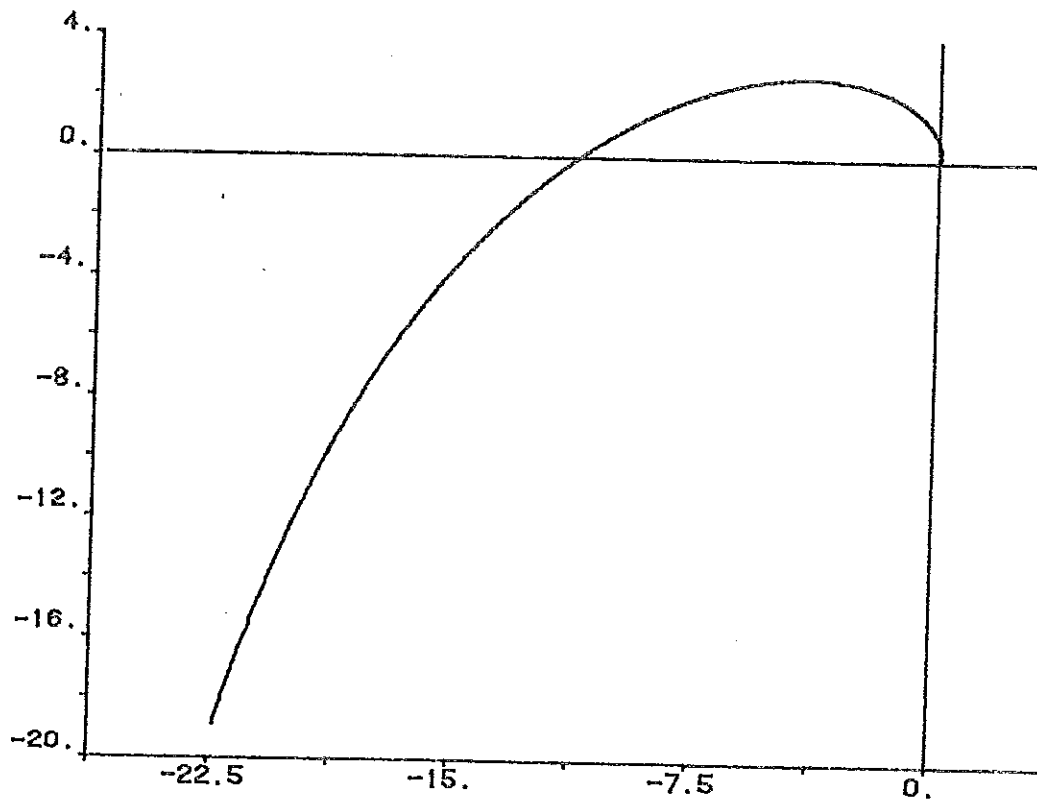


Fig 2 Nyquist-kurvan för $G(s)$, med $\omega > 0,03$.

på P som har beräknats i kapitel 3 och 4 beräknas motsvarande p -band.

P (W)	$p_{b \min}$ (%)
150 000	33,1
10 000	2,21
37 700	8,32
44 400	9,81

Referens

Åström: Olinjära system, TLTH/VBV, Lund, 1971.