

DIMENSIONERING AV EN MULTIVARIABEL STYRREGULATOR
FÖR EN ROBOT
SAMT
EN UNDERSÖKNING AV VILLKOR FÖR STABILITETSMARGINALER
FÖR MULTIVARIABLA SYSTEM

OLA BJERKE

INSTITUTIONEN FÖR REGLERTEKNIK
LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
JULI 1981

LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY DEPARTMENT OF AUTOMATIC CONTROL Box 725 S 220 07 Lund 7 Sweden		Document name Master thesis	
		Date of issue July 1981	
		Document number CODEN: LUTFD2/(TFRT-5249)/1-089/(1981)	
Author(s) Ola Bjerke		Supervisor Björn Wittenmark	
		Sponsoring organization	
Title and subtitle Dimensionering av en multivariabel styrregulator för en robot samt en undersökning av villkor för stabilitetsmarginaler för multivariabla system. (Design of a multivariable elevator controller for a missile and an insight into conditions of robustness of multivariable systems.)			
Abstract Design of a multivariable elevator controller for a missile using nose and tail elevator. The result is a state-space feedback controller, and the method, which is used, is linearquadratic optimal design. ii An insight into one theory for robust stability of linear dynamic multivariable system. One of the results is software calculating the stability margin. The conditions are sufficient but not necessary. The relation between part one and two is in the sense of using part one as an applied example of part two. Part one gives also a useful idea useable for the chang from launching mode to tracking mode. Not least: The author has received some good knowledge of a multivariable system and missile dynamics during the work with part one.			
Key words			
Classification system and/or index terms (if any)			
Supplementary bibliographical information			
ISSN and key title			ISBN
Language Swedish	Number of pages 89	Recipient's notes	
Security classification			

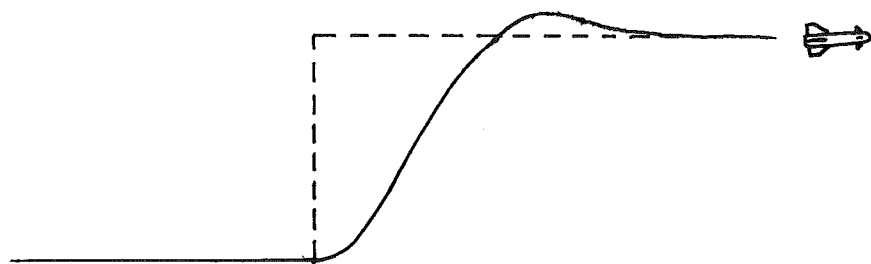
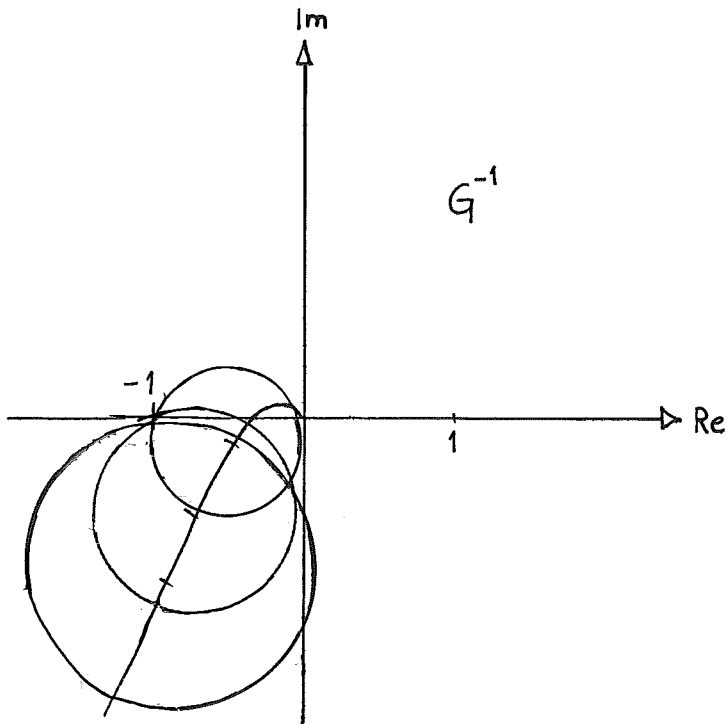
DOKUMENTATABLAD RT 3/81

Distribution: The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 lubbis lund.

Design of a multivariable elevator controller for a missile
and
an insight into conditions of robustness of multivariable systems.

Master Thesis: Ola Bjerke , SAAB-SCANIA/ Lund Institute of
Technology, Lund Sweden

Language: Swedish



Dimensionering av en multivariabel styrregulator för en robot
samt
en undersökning av villkor för stabilitetsmarginaler för multi-
variabla system

Examensarbete av

Ola Bjerke

SAAB-SCANIA/LTH 1980

Abstract

The report contents two parts:

- i) Design of a multivariable elevator controller for a missile using nose and tail elevator. The result is a state-space feedback controller, and the method, which is used, is linear-quadratic optimal design.

- ii) An insight into one theory for robust stability of linear dynamic multivariable systems. One of the results is software calculating the stability margin. The conditions are sufficient but not necessary.

The relation between part one and two is in the sense of using part one as an applied example of part two.

Part one gives also a useful idea useable for the change from launching mode to tracking mode.

Not least: The author has received some good knowledge of a multivariable system and missile dynamics during the work with part one.

Bengt Skarman, SAAB-SCANIA, Linköping Sweden, has been the supervisor.
Björn Wittenmark, Department of Automatic Control Lund Institute of
Technology, Lund Sweden, has been the contact from
the University.

Karl Johan Åström, Examiner .

Sammanfattning

Rapporten består av i princip två delar:

- i) Dimensionering av en multivariabel höjdregulator till en robot med nos- och stjärtröder. Regulatorn är av tillståndsåterkopplings- typ och har dimensionerats med hjälp av lineär - kvadratisk - teori.
- ii) En enklare utvärdering av teori för stabilitetsmarginaler i frekvensplanet till multivariabla system, samt program för beräkning av stabilitetsmarginalen. De för närvarande villkoren är tillräck- liga men dock ej nödvändiga.

Samband mellan de två delarna finns i den meningen, att del ett har ett fylla uppgiften, som tillämpat exempel till del två. Samtidigt har kanske ett användbart resultat i samband med modomkoppling från utskjutnings- till nedtagningsfas erhållits från del ett. Att inte förakta: Genom del ett har examensarbetaren fått en viss känsla för ett multivariabelt system och för robotdynamik.

Bengt Skarman, SAAB-SCANIA, har varit handledare

Björn Wittenmark, Reglerteknik, har varit kontaktman vid Lunds

Tekniska Högskola

Karl Johan Åström: Examinator

Innehållsförteckning

	<u>Sid</u>
1. <u>Robotdel</u>	
1.1. Inledning	1
1.2. Robotdynamik	3
1.2.1. Figur och beteckningar	4
1.2.2. Ekvationer	5
1.2.3. På tillståndsform	5
1.2.4. Med höjd och stighastighet	6
1.2.5. Med referensbana	7
1.2.6. Med roderservo	10
1.2.7. Stegsvär på öppet system	12
1.3. Återkopplat system	
1.3.1. Kravspecifikation	
1.3.1.1. Tillstånd	18
1.3.1.2. Yttre Miljö	18
1.3.1.3. Referensbana	19
1.3.2. Dimensioneringsmetodik	19
1.3.3. Återkoppling av systemet	20
1.3.4. Stegsvär på slutet system	21
1.4. Simuleringsresultat	
1.4.1. Stegsvär på slutet system	24
1.4.2. Referensbana	29
1.4.3. Stegsvär med roderservo	43
1.5. Resultat (slutsatser del 1)	47
2. <u>Teoridelen</u>	
2.1. Inledning	48
2.2. Teori för robust stabilitet för multivariabla system	
2.2.1. Giltighet	49
2.2.2. Villkor	49
2.2.3. Tolkning av villkor	50
2.3. Användbarhet	
2.3.1. Tolkning av E (Olika typer av förändringar)	53
2.3.2. Metodschemata	56
2.4. Program för E	57
2.5. Användning av teori på robotsystem	59
2.6. Slutsatser (Sammanfattning del 2)	62
Appendix A	68
Referenslista	67

1.1. Inledning Robot

Robotar har hittills nästan utan undantag använt en uppsättning roder — nos- eller stjärtroder. En konstruktion med både och skulle kanske tillföra robotsystemet så pass förbättrade prestanda, att det mer omfattande arbetet/kostnaden skulle uppvägas. I del ett av det här arbetet behandlas just en robot med både nos- och stjärtroder.

En lösning av roderstyrningen skulle kunna vara en koppling mellan rodren. En konstruktion med en konstant faktor mellan rodren eller en dynamiskrelation, då lämpligt vald bl.a. genom rodrens relativa verkan. Med en koppling av rodren kan också systemet behandlas med de kända och väl använda metoderna för stabilitetsmarginaler enligt Nyquist och Bode.

Då två uppsättningar roder används, kan kanske ytterligare fördelar erhållas, ifall roderna förblir oberoende — okopplade. Ett virtuellt oberoende skulle sk avkoppling kunna ge. Ett roder skulle kunna styra anfallsvinkeln och det andra rotationshastigheten. Med avkoppling kan fortfarande Nyquist och Bodes metoder användas. När det gäller avkoppling måste man emellertid se upp, enligt J.C. Doyle [1].

Med ett "äkta" multivariabelt system förblir givetvis rodren okopplade. Men i gengäld uppstår svårigheter med analys av systemet. Stabilitet är i sig ingen svårighet, men analys av stabilitetsmarginaler är inte trivial. Del två av examensarbetet tar upp detta. Om analysen bereder svårigheter, så blir syn-tesen desto enklare — vid tillgång till dator. En lämplig tillståndsåterkoppling kan dimensioneras med hjälp av lineär - kvadratisk - teori [2], [3]. Parallellen mellan lineär - kvadratisk - teori och pol - placering omtalas i [3].

Vilka fördelar kan då erhållas? Innan frågan kan besvaras måste svar först finnas till frågan: Vilka krav och önskemål ställs på roboten?

Helt beroende på inom vilken kategori roboten placeras, luft - mot - luft - mål, mark - mot - mark - mål, luft - mot - sjö - mål o.s.v., formas krav- och önskelistan. En av frågorna inför detta arbete var möjligheten till väldigt lugna rörelser i sam-

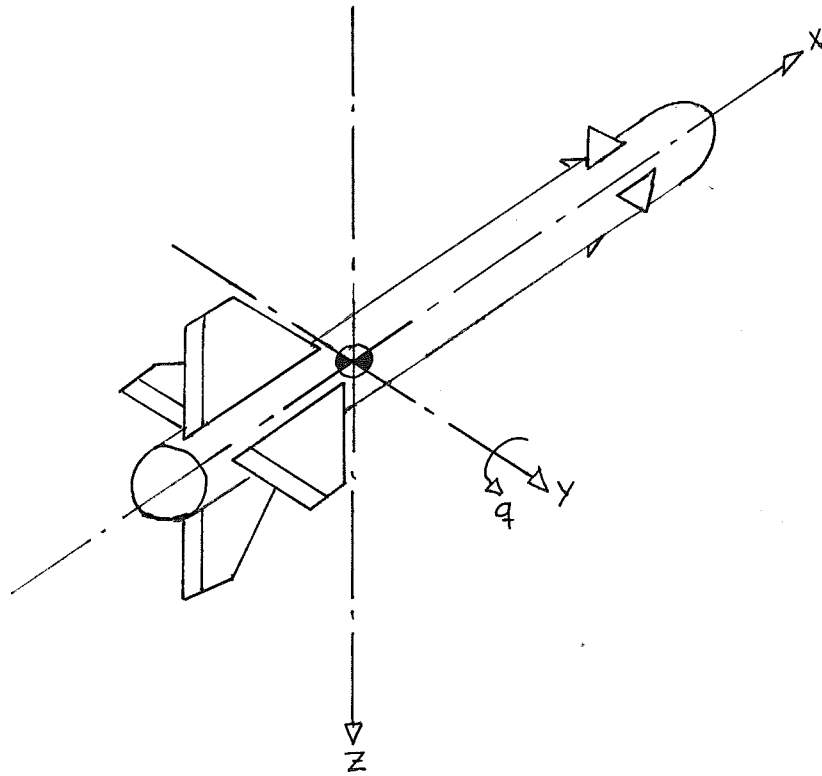
band med höjd-förändringar/byten. Skulle man t ex kunna "kraftstyra" roboten? Det innebär, att man "lyfter" upp roboten till ny höjd i stället för att "vrída" upp den. Rörelserna skulle härigenom kunna bli mycket lugnare än med momentstyrning.

Det gick utmärkt att kraftstyra roboten, men resultatet kom i konflikt med framför allt kravet på tiden för intaget nytt läge, insvängningstiden. En fingervisning till orsaken till resultatet fås i § 1.5 och 1.2.7.

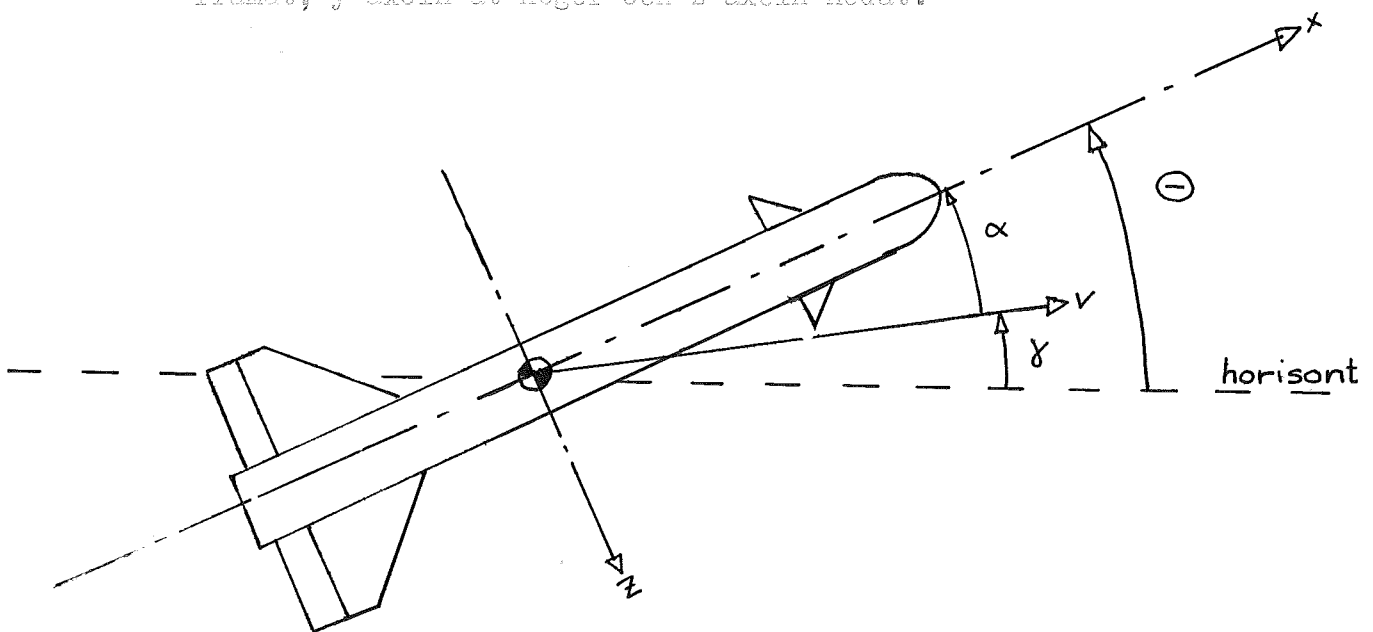
I detta arbete har endast rörelser i ett plan betraktats. En tillståndsåterkoppling till höjdstyrningen har dimensionerats. Rödren har ingen annan koppling än genom tillståndsåterkopplingen.

I ett första steg har intresset riktats mot en stegändring av höjden. Senare har även följandet av en referensbana uppmärksamats. Till sist har en jämförelse mellan stegsvaret för robot utan roderservo och med ett enklare sådant gjorts. Under hela arbetet har förutsatts, att alla tillstånd har varit mätbara, och alltså har inte betydelsen av rekonstruktion belysts.

1.2. Robotdynamik



Robotens rörelse studeras endast i xz -planet. Det robotfasta koordinatsystemet har origo i robotens tyngdpunkt, x -axeln framåt, y -axeln åt höger och z -axeln nedåt.



$\Theta - \gamma = \alpha$: anfallsvinkel (anblåsningsvinkel)

v = robotens hastighetsvektor

$u = \dot{x} \approx v$, ty $|\alpha|_{\max} \leq 20^\circ$

1.2.1. Beteckningar

α, q och Θ se föregående sida

Δ_e = nosroderutslag, positivt i z-riktningen

Δ_f = stjärtroderutslag, " " " "

q_d = dynamiskt tryck

S = referensyta. I flygplanssammanhang ofta vingyta, men i robotsammanhang en tvärsnittsyta av kroppen.

m = massa hos robot

$u = \frac{dx}{dt}$, x se föregående sida. $V \approx u$ vid planflykt, då α litet ($\alpha \approx 3^\circ - 5^\circ$) \therefore approximation

I = tröghetsmomentet kring y-axeln

d = referenslängd, ofta i robotsammanhang en diameter av kroppens tvärsnittsyta.

$q_d = \frac{1}{2} \rho v^2$; ρ = luftens densitet

C = normaliserad, dimensionslös koefficient använd i samband med aerodynamiska krafter

C_N = C i kraftsamband, normalkraft. $C_N = -C_z$

C_m = C i momentsamband, kring y-axeln. Positiv i positiv q-riktning

Koefficienterna C , C_N och C_m är funktioner av robotens rörelsetillstånd, dvs. v, α, q . Beroendet av vinklar och vinkelhastigheter brukar uttryckas med hjälp av motsvarande partiella derivator t. ex:

$$C_{N\alpha} = \frac{\partial C_N}{\partial \alpha}$$

$$C_{Nq} = \frac{\partial C_N}{\partial q}$$

g = tyngdkraftsaccelerationen

M = yttre störmoment

1.2.2. Kraft- och momentekvation (Användes bl a på SAAB)

$$1) \frac{dq}{dt} = - \frac{q_d S d^2}{2vI} C_{mq} q - \frac{q_d S d}{I} C_{m\alpha} \alpha + \\ + \frac{q_d S d}{I} (C_{m\Delta_e} \Delta_e - C_{m\Delta_f} \Delta_f) + \frac{M}{I}$$

$$2) \frac{d\alpha}{dt} = q - \frac{q_d S C_{N\alpha}}{m u} \alpha + \frac{q_d S}{m u} (-C_{N\Delta_e} \Delta_e - C_{N\Delta_f} \Delta_f) + g \frac{\cos \Theta}{u}$$

$$3) \frac{d\Theta}{dt} = q$$

Ekvationerna är lineariserade kring en arbetspunkt i ett allmännare samband, enligt kommentar kring koefficienterna C_{II} och C_m § 1.2.1.

1.2.3. Ekvationerna på tillståndsform

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} \\ a_{21} & -a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & -b_{12} \\ -b_{21} & -b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_e \\ \Delta_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ e \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = \frac{q_d S d^2}{2vI} C_{mq} = 2.583$$

$$a_{12} = \frac{q_d S d}{I} C_{m\alpha} = 59.024$$

$$a_{21} = 1$$

$$a_{22} = \frac{q_d S}{m u} C_{N\alpha} = 0.751$$

$$b_{11} = \frac{q_d S d}{I} C_{m\Delta_e} = 35.789$$

$$b_{12} = \frac{q_d S d}{I} C_{m\Delta_f} = 112.428$$

$$b_{21} = \frac{q_d S}{m u} C_{N\Delta_e} = 0.042$$

$$b_{22} = \frac{q_d S}{m u} C_{N\Delta_f} = 0.313$$

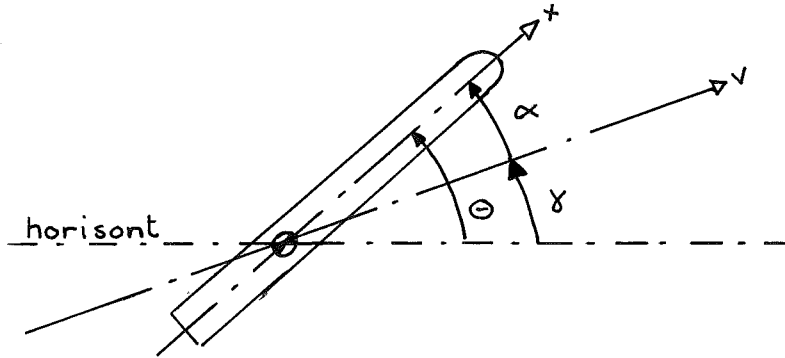
$$d = K_1 M \text{ (yttre störmoment)}$$

$$e = K_2 \cos \Theta \text{ (tyngdkrafttermen)}$$

Ekvationerna är givetvis lineariserade kring en arbetspunkt enligt 1.2.2. Denna arbetspunkt är planflykt med farten u . Termerna härhörande från d och e sättes härnäst till noll. I fall e innebär det endast, att ett kompensande värde på α inte behövs vid planflykt. α är noll, i stället för någon positiv grad, vid planflykt.

1.2.4. Med höjd och stighastighet.

Då roboten skall hålla en viss kommanderad höjd lägges tillstånden höjd (h) och höjdshastighet (dh/dt) till de övriga tillstånden. Deras samband med övriga tillstånd och styrsignaler följer nedan:



$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \Theta - \alpha \\ \frac{dh}{dt} = v \sin \gamma = \{\gamma \text{ liten}\} = v \gamma \end{array} \right\} \frac{dh}{dt} = v (\Theta - \alpha)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2h}{dt^2} = v \left(\frac{d\Theta}{dt} - \frac{d\alpha}{dt} \right) \\ \frac{d\Theta}{dt} = q \\ \frac{d\alpha}{dt} = q - a_{22} \alpha - b_{21} \Delta e - b_{22} \Delta f \end{array} \right.$$

$$\therefore \frac{d^2h}{dt^2} = \frac{dh}{dt} = v (q - q + a_{22} \alpha + b_{21} \Delta e + b_{22} \Delta f)$$

$$\frac{dh}{dt} = \dot{h}$$

$$a_{32} = v a_{22} \quad ; \quad b_{31} = v b_{21} \quad ; \quad b_{32} = v b_{22}$$

Den nya tillståndsformen med höjd och höjdshastighet

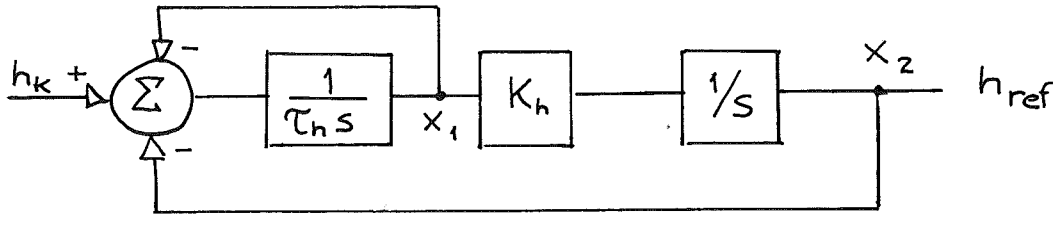
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \alpha \\ \dot{h} \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} & 0 & 0 \\ 1 & -a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \alpha \\ \dot{h} \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & -b_{12} \\ -b_{21} & -b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix}$$

Med koefficienter enligt tidigare uppställda värden.

1.2.5. Med referensbana

En robots aktionstid kan indelas i olika faser eller moder. En indelning kan vara utskjutnings-, inflygning till målbana- och målbanafas. Vissa delar av målbanafasen och även inflygningsfasen till denna skulle beaktas.

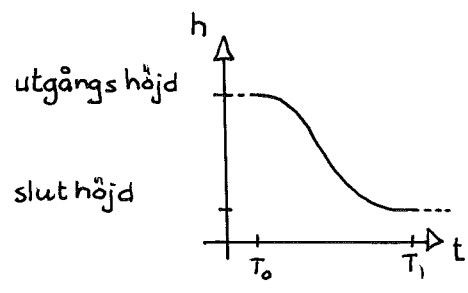
För att erhålla en lämplig referensbana används en referensbanegenerator i höjdstyrningen, vilken kan se ut enligt följande



$$\frac{dx_1}{dt} = (h_k - x_1 - x_2) / \tau_h$$

$$\frac{dx_2}{dt} = K_h x_1$$

Referensbana, principiellt utseende :



Referensgeneratoren på tillståndsform:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/\tau_h & -1/\tau_h \\ K_h & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/\tau_h \\ 0 \end{bmatrix} h_k$$

h_k = kommanderad höjd

h_{ref} = referenshöjd för rodren

$h_{ref} = x_2 \Rightarrow$ koefficient 21 (K_h) bör omskalas till 1

$$x_1' = K_h x_1$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x_1' &= K_h \frac{d}{dt} x_1 = K_h \left(-1/\tau_h x_1 - 1/\tau_h x_2 + 1/\tau_h h_k \right) = \\ &= -K_h/\tau_h x_1 - K_h/\tau_h x_2 + K_h/\tau_h h_k \end{aligned}$$

$$x_1 = x_1'/K_h$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x_1' = -1/\tau_h x_1' - K_h/\tau_h x_2 + K_h/\tau_h h_k \\ \frac{d}{dt} x_2 = K_h x_1 = x_1' \end{cases}$$

$$\therefore \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1' \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/\tau_h & -K_h/\tau_h \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1' \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K_h/\tau_h \\ 0 \end{bmatrix} h_k$$

$$x_2 = h_{ref} \quad ; \quad x_1' = \dot{h}_{ref}$$

Referensbanan skall endast utnyttjas från utskjutningsfasens slut till dess målbanan uppnåtts. Efter detta skall höjden följa kommanderad höjd. Om h_k flyttas till ett tillstånd kan dimensionering och simulering, se 1.4.1 och 1.4.2, ske på ett enklare vis.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{h}_{ref} \\ h_{ref} \\ h_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/\tau_h & -K_h/\tau_h & K_h/\tau_h \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{h}_{ref} \\ h_{ref} \\ h_k \end{bmatrix}$$

Sammenkoppling med referensbana och robotsystem sker virtuellt via återkopplingen styrd av straffningsmetodik i den lineär - kvadratiske - minimeringen. Hela systemet kan nu skrivas:
(I blockdiagram se § 1.3.3.)

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{h}_{ref} \\ h_{ref} \\ h_k \\ q \\ \alpha \\ \dot{h} \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/\tau_h & -K_h/\tau_h & -K_h/\tau_h & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.583 & -59.024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0.751 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 204.272 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{h}_{ref} \\ h_{ref} \\ h_k \\ q \\ \alpha \\ \dot{h} \\ h \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 35.789 & -112.428 \\ -0.042 & -0.313 \\ b_{31} & b_{32} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_e \\ \Delta_f \end{bmatrix}$$

1.2.6. Med roderservo

Den nödvändiga kraft som behövs för roderrörelser fås via ett roderservo. Servo har dynamik, som påverkar systemets uppträdande. Kan man försumma inverkan av servon vid dimensioneringen? Hur beter sig systemet med servo, men som har dimensionerats utan servo?

Dessa frågor är av intresse. Ju enklare modell av systemet ju mindre arbete för dimensioneringen. Del två av denna rapport kan kanske visa en väg till att delvis besvara frågorna i förra stycket.

Systemet med servo har framtagits nedan. Denna gång utan referensbana. I mångt och mycket räcker dimensioneringen för de krav, som ställts upp utan referensbana, även till de krav, som ställts i samband med referensbana på detta systemet. Roderservomodellen är en enkel sådan, vilken inte tar hänsyn till de olineariteter som obönhörligen uppträder. Syftet har varit, att grovt se hur pass mycket förändras systemets uppträdande med servo, då det dimensionerats utan servo.

Ett styrservo kan förenklas till ett andra ordningens system med överföringsfunktionen

$$G_S(s) = \frac{K}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2}$$

där ξ och ω kan ha följande värden:

$$\xi = 0,5$$

$$\omega = 40 - 60 \text{ rad/s}; \omega = 50 \text{ rad/s användes}$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} sG(s) \cdot u(s) = \lim_{t \rightarrow 0} y(t) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \cdot u(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 1 \text{ till } 0,8$$

$U(s)$ är stegfunktionen = $1/s$

$$\lim_{t \rightarrow 0} y(t) = 0 \quad \text{OK}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = K/\omega^2 \Rightarrow K = 2500 \text{ till } 3200; K = 2500 \text{ används}$$

Realisering av styrservot:

Observerbar kanonisk form, även styrbart, då ej någon gemensam faktor i nämnaren och täljaren av $G(s)$ finnes.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\zeta\omega & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$$

\therefore sätt $x_1 = \Delta_e$ (och andra servot Δ_f)
 $U = \Delta_k =$ kommanderat värde till servo.

Tillståndsform för robotsystemet med roderservo:

x_2 kallas I_e och I_f för respektive Δ_e och Δ_f

$$2\zeta\omega = 2 \cdot 0,5 \cdot 50 = 50$$

$$\omega^2 = 2500$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \alpha \\ \dot{h} \\ h \\ \Delta_e \\ I_e \\ \Delta_f \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.583 & -59.024 & 0 & 0 & 35.789 & 0 & -112.428 & 0 \\ 1 & -0.751 & 0 & 0 & -0.042 & 0 & -0.313 & 0 \\ 0 & 204.272 & 0 & 0 & b_{31} & 0 & b_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -50 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -50 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2500 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \alpha \\ \dot{h} \\ h \\ \Delta_e \\ I_e \\ \Delta_f \\ I_f \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2500 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{ek} \\ \Delta_{fk} \end{bmatrix}$$

1.2.7. Stegsvar på öppet system

För beräkningar och simuleringar har programpaketet REGBIB hos SAAB-SCANIA användts. Detta kan användas för olika systemrepresentationer såsom överföringsfunktion, tillståndsform och block-schema. Byten av systemrepresentation är möjligt. Tidsdiskret ur tidskontinuerlig och ett sluta system är andra faciliteter. Vidare kan programpaketet användas för analys och syntes, t.ex. simulering, Bodediagram, Nyquistdiagram, egenvärden, optimal regulator, Kalmanfiltrering, polplacering, minimalvarians, dead-beat, m.m. Även stokastiska system kan behandlas.

Robotsystemet har poler i $-1.6670 \pm j 7.6279$ samt två i origo, vilket motsvarar $\omega = 7.8079$ rad/s samt dämpningen $\zeta = 0.2135$

Stegsvar på öppet system: SI-enheter används genomgående h_0 , h_0^* , se 1.3.1.1.

Fig. 1A och 1B : $\Delta e(t) = 15^\circ$, vilket motsvarar maximalt utslag

Fig. 2A och 2B : $\Delta_f(t) = 15^\circ$, vilket motsvarar maximalt utslag

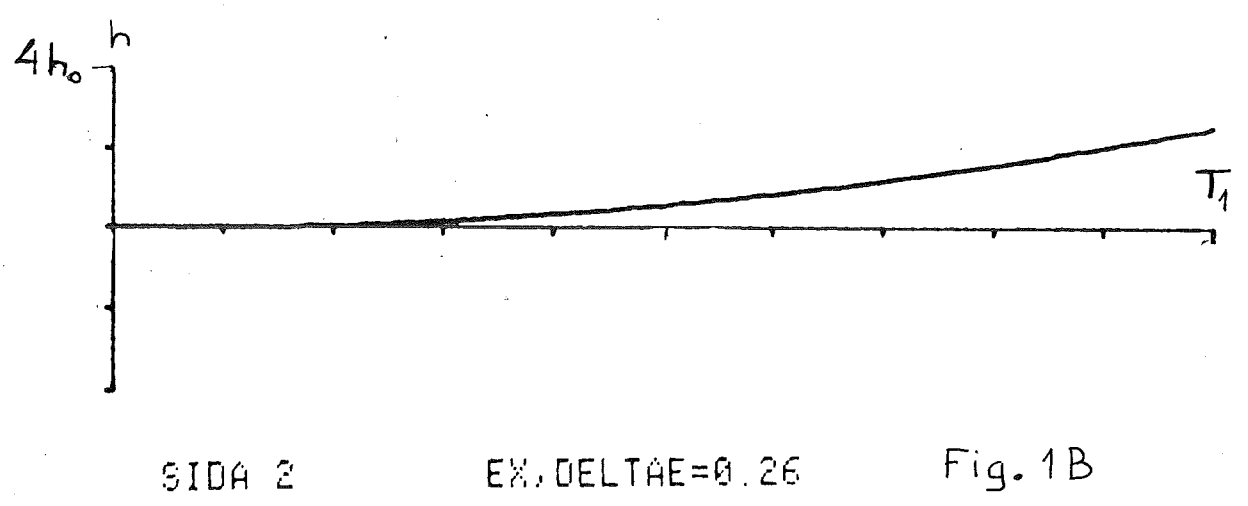
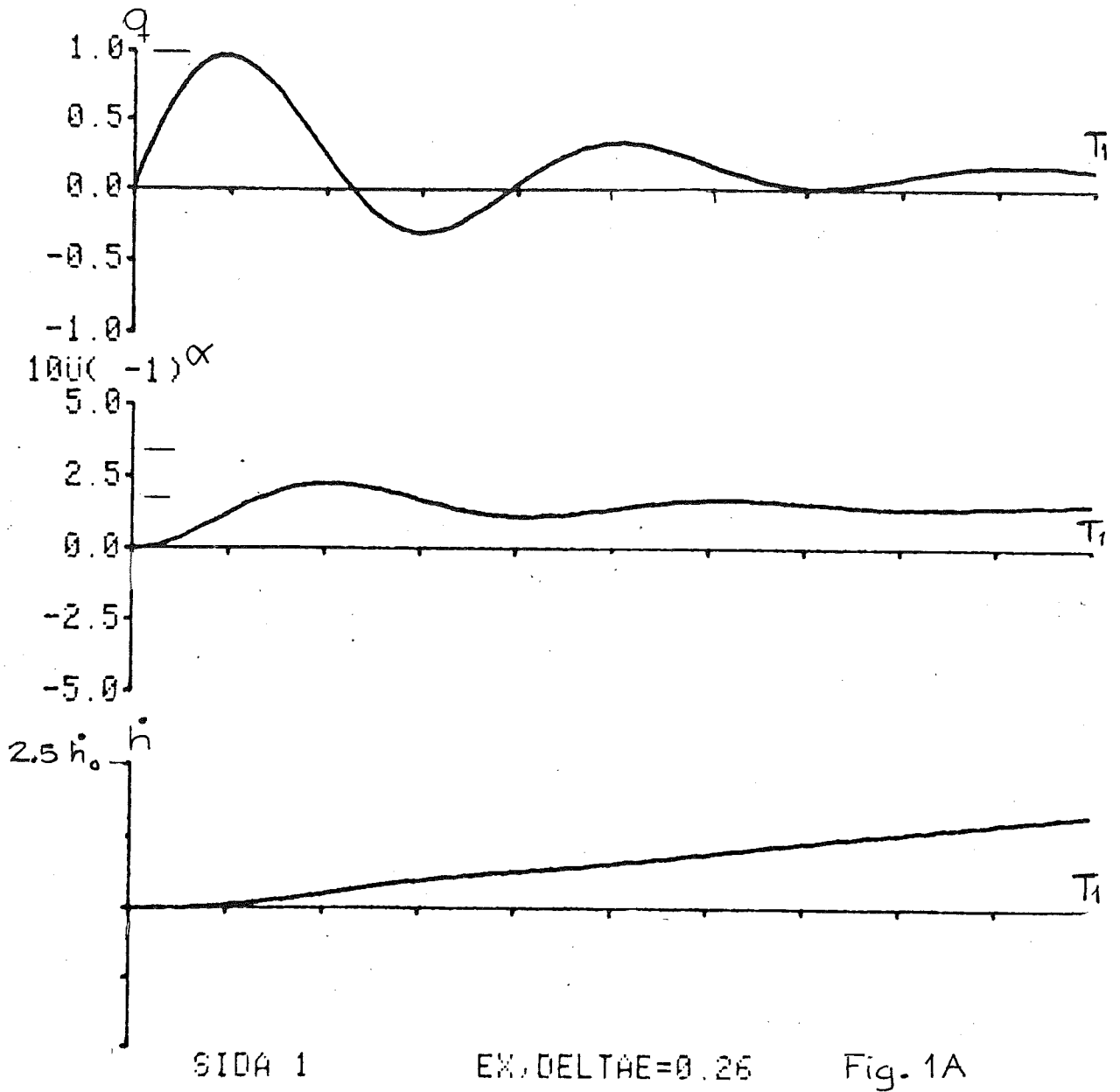
Fig. 3A och 3B : $\Delta_f(t) \approx 7^\circ$, vilket motsvarar önskvärt maximalt utslag, då ytterligare utslag kräver stora servokrafter.

Fig. 4A och 4B : $\Delta e(t) \approx 3 \cdot \Delta_f(t) = 20.5^\circ$. Δ_f verkan är ungefär 3 ggr Δe . Detta beror på att Δe :s verkan motarbetas av bärplanet. Här visas, att med denna relation motverkar rodren varandra märkbart.

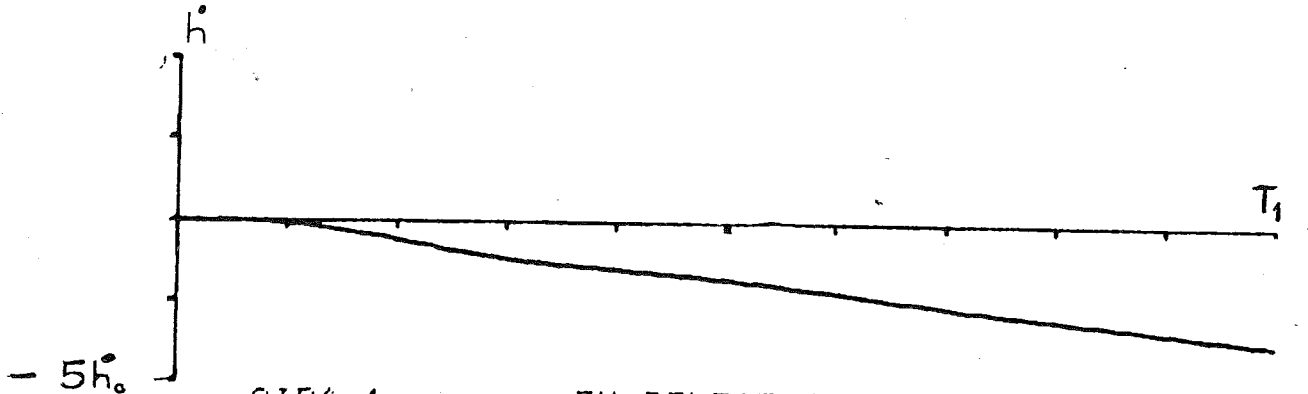
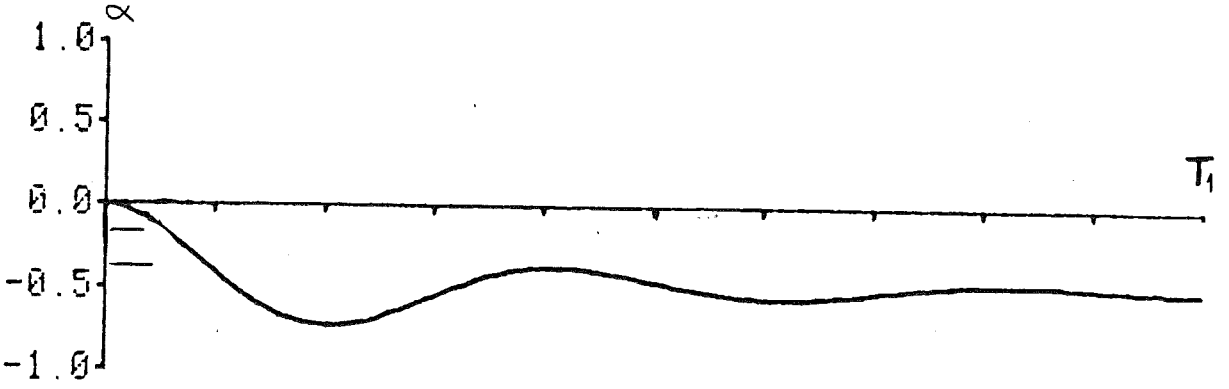
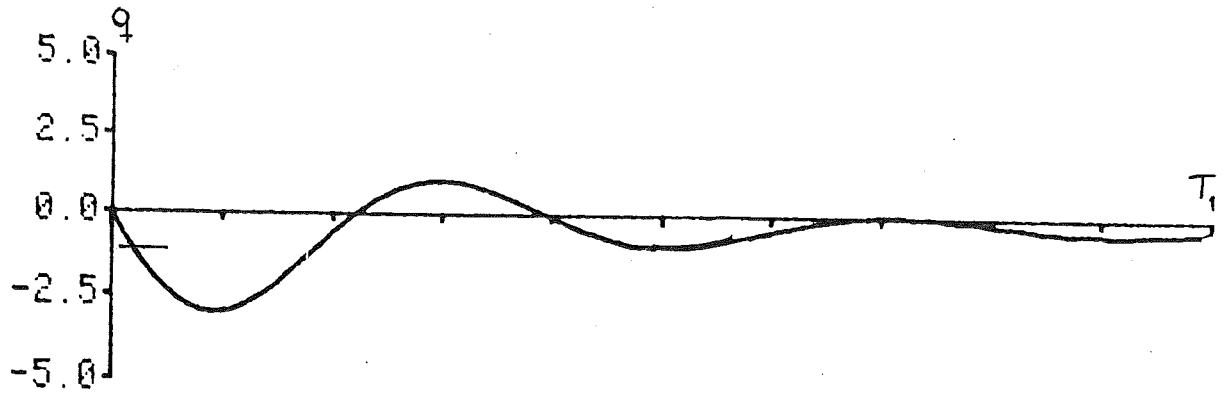
Δ_f kräver större servokrafter, vilket hänger samman med rodrens upphängningspunkt. Vridaxeln för Δe går nära den punkt där de aerodynamiska krafterna angriper roderytan. Vridaxeln för Δ_f sitter i främre kanten av rodret, vilket innebär att avståndet till de aerodynamiska krafternas angreppspunkt är relativt långt och momentet blir därmed också relativt stort.

Om Δe och Δ_f har samma tecken motverkar de varandra. Önskas förändringar genom moment kring robotens tyngdpunkt, vilket sedan ger utslag via α , skall rodren ges olika tecken. Om däremot förändringen önskas med hjälp av de krafter som uppkommer på rodren skall dessa ha samma utslagsriktning. Förändringarna medför i det senare en lugnare rörelse — mindre q och α — men samtidigt sker förändringen väldigt långsamt.

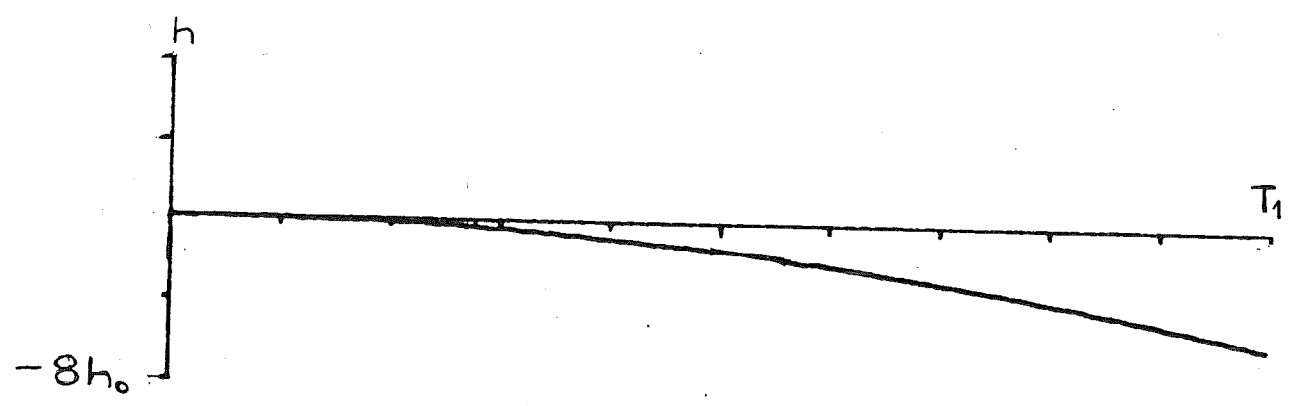
Fig 5A och 5B : $\Delta e(t) \approx -3 \cdot \Delta_f(t) = -20,5^\circ$.



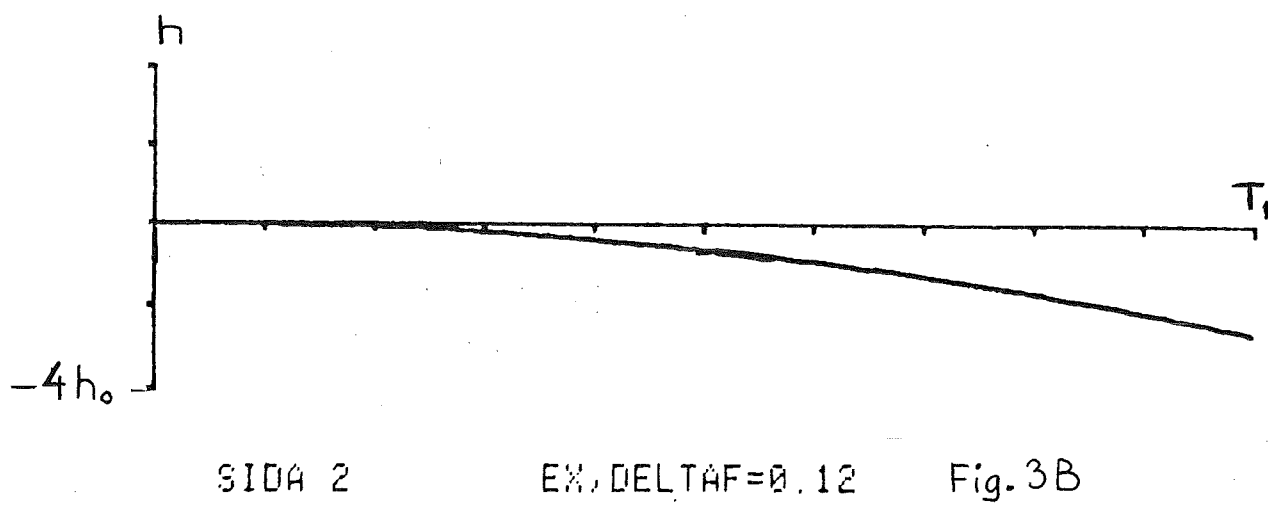
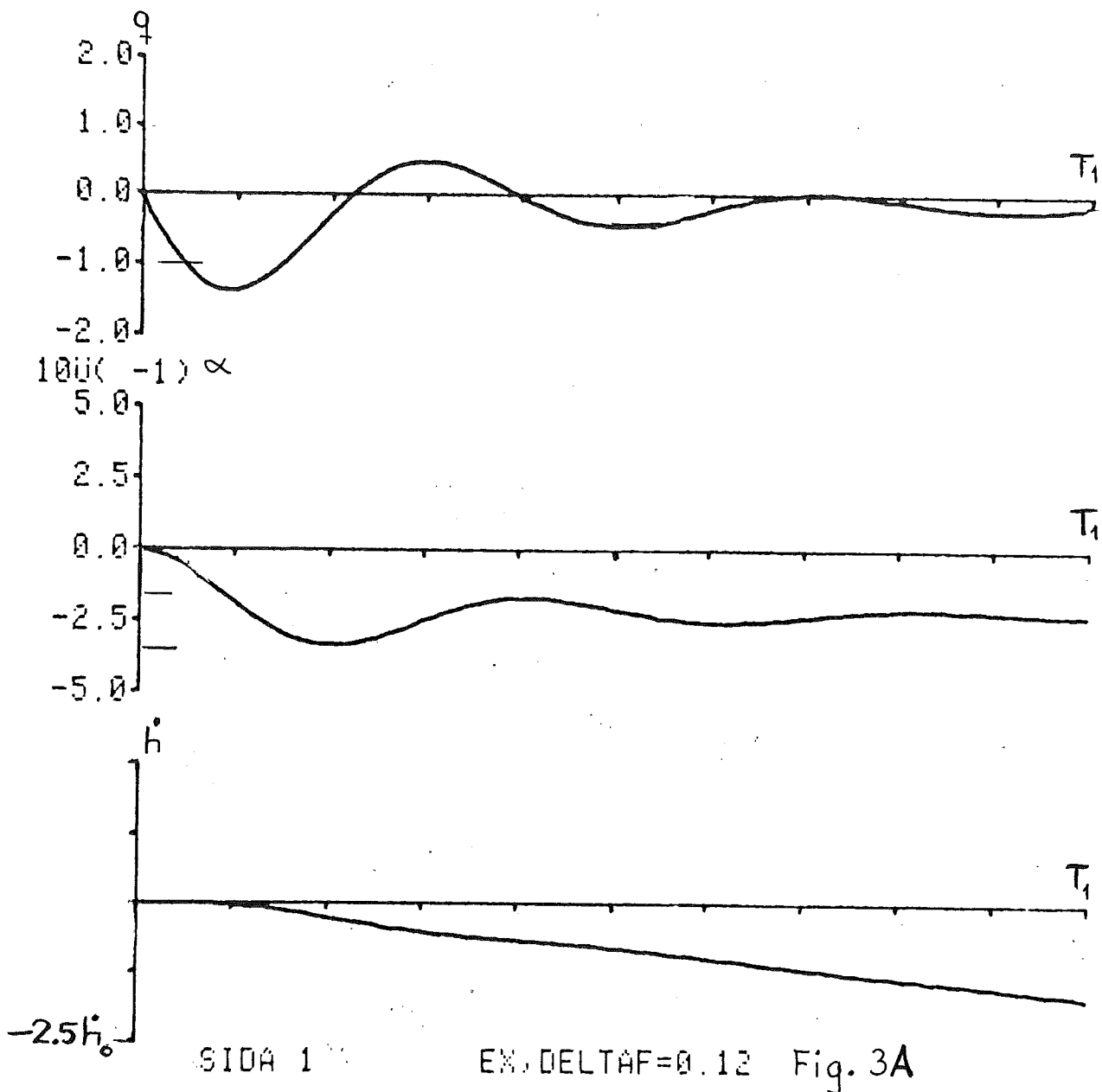
?

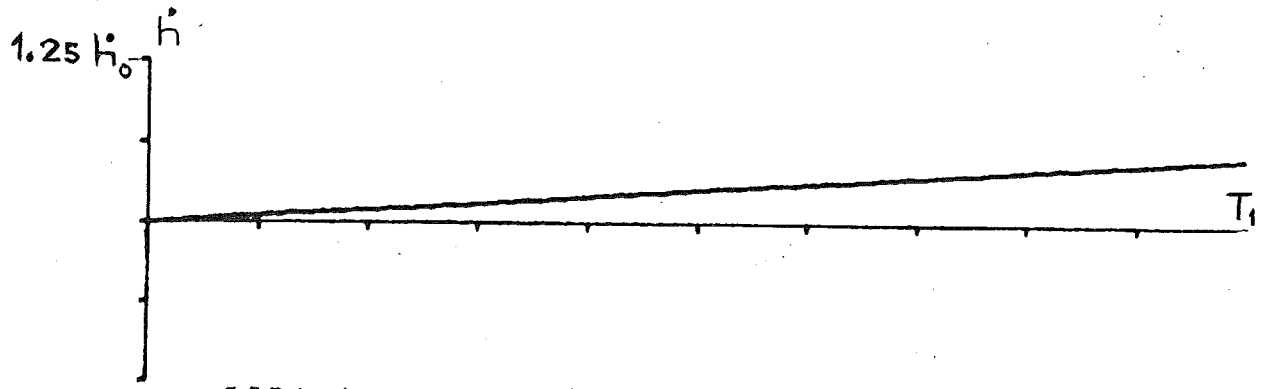
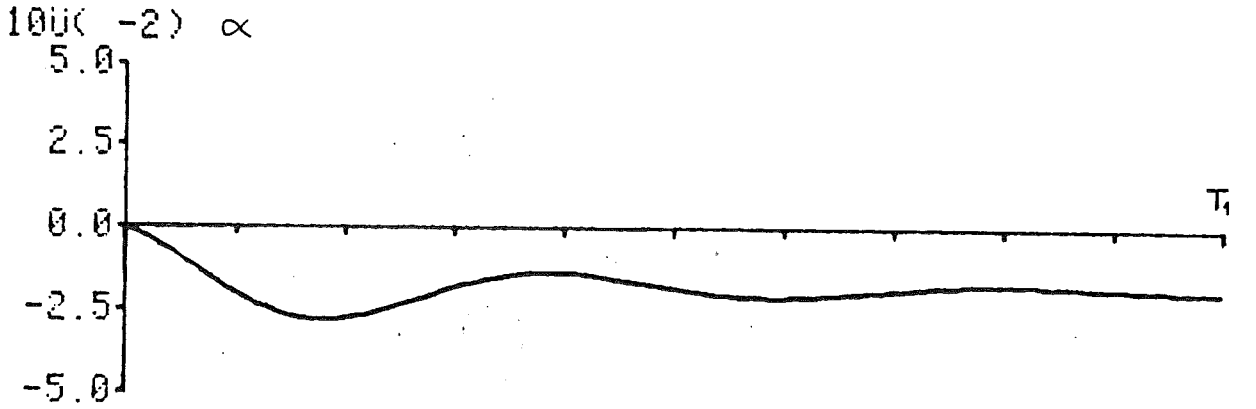
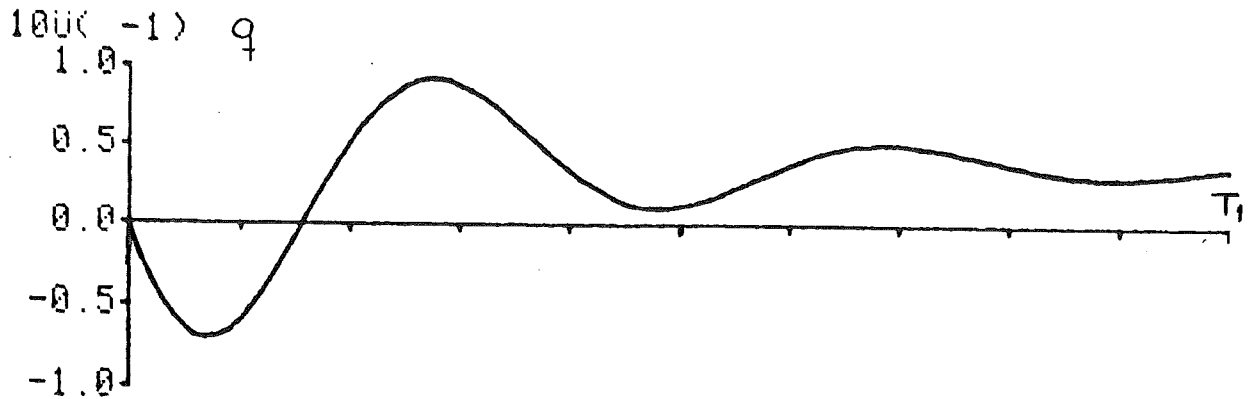


SIDA 1 EX, DELTAF=0.26 Fig. 2A

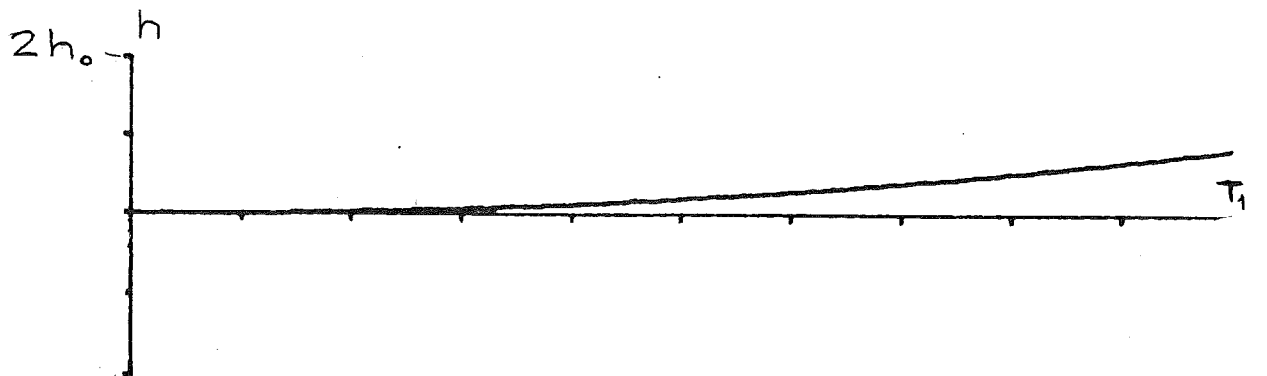


SIDA 2 EX, DELTAF=0.26 Fig. 2B

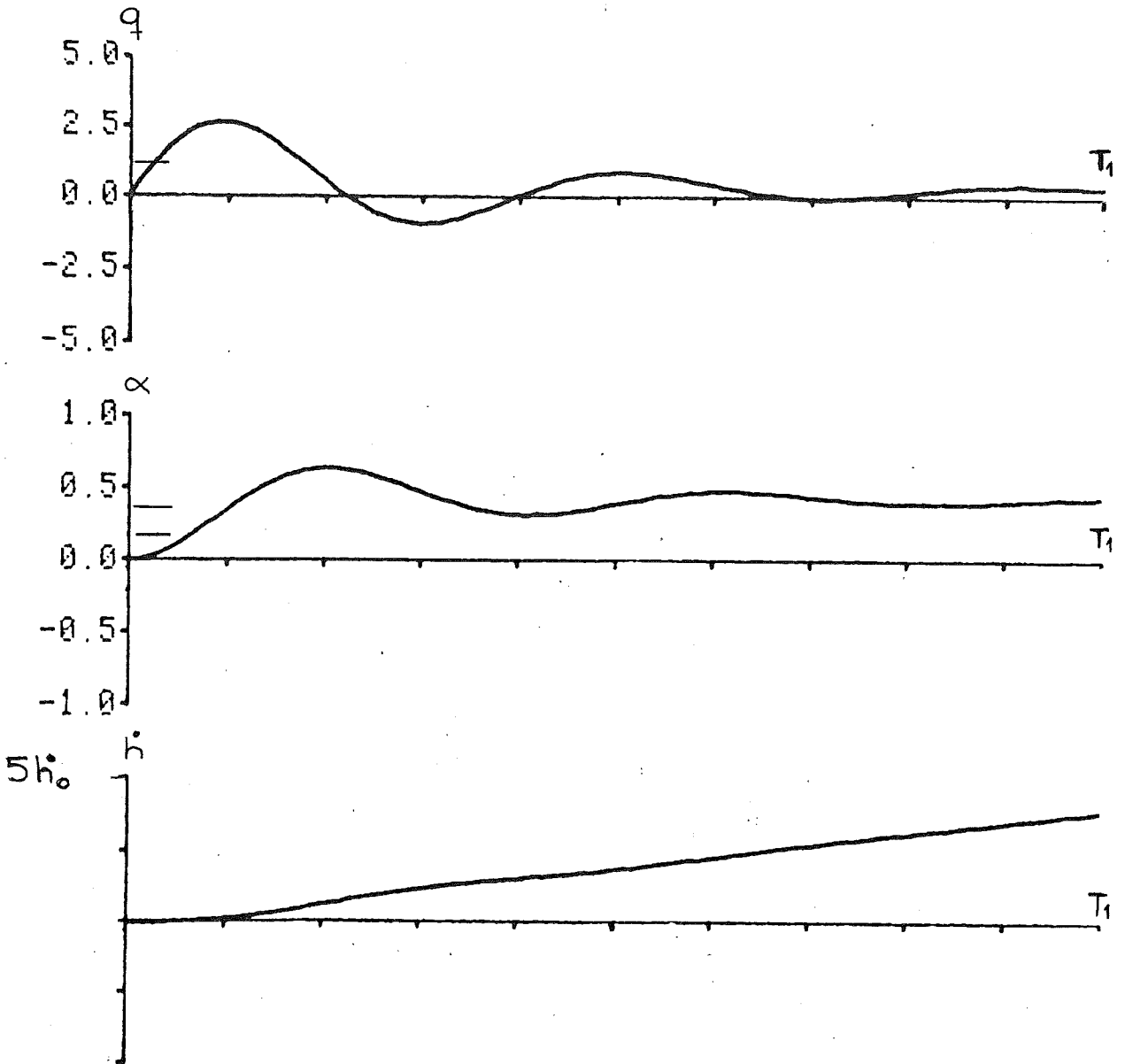




SIDA 1 EX, DELTAE=0.35, F=0.12 Fig. 4A

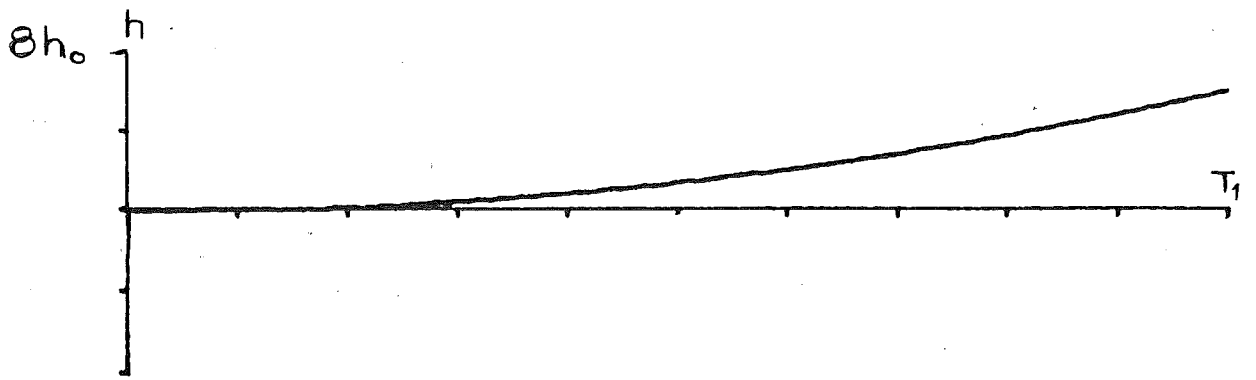


SIDA 2 EX, DELTAE=0.35, F=0.12 Fig. 4B



SIDA 1

EX, DELTAE=0.35, F=-0.12 Fig. 5A



SIDA 2

EX, DELTAE=0.35, F=-0.12 Fig. 5B

1.3 Återkopplat system

1.3.1 Kravspecifikation

1.3.1.1. Tillstånd och styrsignaler

$$|\dot{q}| \leq 1 \text{ rad/s}$$

$$|\alpha| \leq 20^\circ = 0,35 \text{ rad; önskvärt } |\alpha| \leq 10^\circ = 0,17 \text{ rad}$$

$$|\dot{h}| \leq \dot{h}_0 \text{ m/s}$$

Vissa av kraven beror på de givare som används. I bland kan inte givaren registrera mer än ett visst värde. För att ha "kontroll" hela tiden, bör alltså inte dessa bottenas. Överskridandet måste nödvändigtvis inte medföra katastrof, utan kanske bara innebär, att roboten tar längre tid på sig, att korrigera än vad som tänktes. Kraven kan också vara resultat från aerodynamiska specifikationer och även komma ur rent mekaniska begränsningar.

h: Det viktiga är, att för ett steg på höjden av lämplig storlek, h_0 , skall roboten bete sig enligt ovanstående krav och önskemål. Samtidigt måste emellertid insvängningstiden T_1 inte överskridas med ett h -fel större än Δh_1 . Överslängar skall undvikas, då för t ex mark- och sjömålsrobotar, risk för tidig kontakt med terra firma är överhängande vid t ex nedtagning av den förra typen.

$$|\Delta_e| \leq 15^\circ = 0,26 \text{ rad}$$

$$|\Delta_f| \leq 5^\circ = 0,09 \text{ rad}$$

Kraven på rodrörelsen grundar sig i första hand på att maximalt utslag är 15° . I Δ_f :s fall minskas denna gräns radikalt, då väldiga roderkrafter åtgår för utslag större än 5° .

1.3.1.2. Yttre miljö

Roboten skall klara en viss typ av hinder på ett visst sätt, vilket omtalas under krav på h .

1.3.1.3 Referensbana

En robots aktionstid kan indelas i olika faser, se 1.2.5. I fasen inflygning till målbanefasen önskar man att roboten följer en lämplig bana. Avvikelser i slutet av inflygningsbanan kan vara väldigt kritiska, då terra firma kan vara oroande nära. Tiden för inflygningen bör givetvis vara så kort som möjlig, utan att riskera svårigheter med övriga specifikationer. Kravet på denna robot är satt till T_2 med ett mindre h -fel än Δh_2 . I början av referensbanan kan svårighet dyka upp i form av stora avvikelser från önskvärt läge, vilket ger stora korrigeringar. Även häftiga korrigeringar kan uppkomma i början.

Efter utskjutningsfasen kan roboten befinna sig mellan höjderna h_{11} och h_{12} . Målbanan kan också variera, säg mellan h_{21} och h_{22} . Om $h_{11} > h_{12}$ och $h_{21} > h_{22}$ fås maximal höjdförändring till $h_1 = h_{11} - h_{22}$ och minimal $h_2 = h_{12} - h_{21}$.

1.3.2. Dimensioneringsteknik

Vad linjär - kvadratisk - minimering innebär förklaras utmärkt i [2], där det också omtalas hur teorin används, som syntesmetod för att bestämma en tillståndsåterkoppling. De omtalade Q_1 , Q_2 och Q_0 - matriserna ges lämpliga värden, se nedan. Systemet simuleras. Är t ex inte stegsvaret enligt de uppställda kraven och önskemålen, ändras matriserna (straffen) tills, genom upprepade simuleringar, kraven uppfylles.

Q_0 har ej användts i det följande.

Lämpliga ingångsstraff brukar vara: $Q_{ij} = \frac{1}{x_{i\max}^2}$, där x_i betyder tillstånd i för Q_1 matrisen resp insignal i för Q_2 matrisen. En term i minimeringsvillkoret ser ut som följer:

$x^T(t) Q_1 x(t)$, där x är tillstånd (-vektor) och en annan $u(t)^T Q_2 u(t)$, där u är insignal (-vektor). x^T betyder transponerat av x .

1.3.3. Återkoppling av systemet

I systemet utan referensbana eller roderservo har följande uppställning användts:

$$\begin{bmatrix} q \\ \alpha \\ \dot{h} \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{\dot{h}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \alpha \\ \dot{h} \\ h \end{bmatrix}$$

samt

$$\begin{bmatrix} \Delta_e \\ \Delta_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{\Delta_e} & 0 \\ 0 & q_{\Delta_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_e \\ \Delta_f \end{bmatrix}$$

Följande värden visade sig lämpliga

$$q_q = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$q_\alpha = 1 \cdot 10^{-3}$$

$$q_{\dot{h}} = 0$$

$$q_h = 1.1 \cdot 10^{-5}$$

$$q_{\Delta_e} = 3 \cdot 10^{-2}$$

$$q_{\Delta_f} = 1.5 \cdot 10^{-1}$$

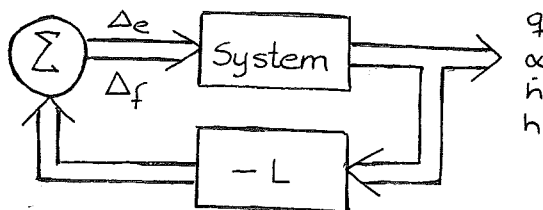
vilket gav följande återkopplingsmatris

$$L = \begin{bmatrix} 1.9063 \cdot 10^{-1} & 5.2224 \cdot 10^{-1} & 1.4810 \cdot 10^{-2} & 1.5036 \cdot 10^{-2} \\ -1.1201 \cdot 10^{-1} & -2.0975 \cdot 10^{-1} & -5.8821 \cdot 10^{-3} & -5.3019 \cdot 10^{-1} \end{bmatrix}$$

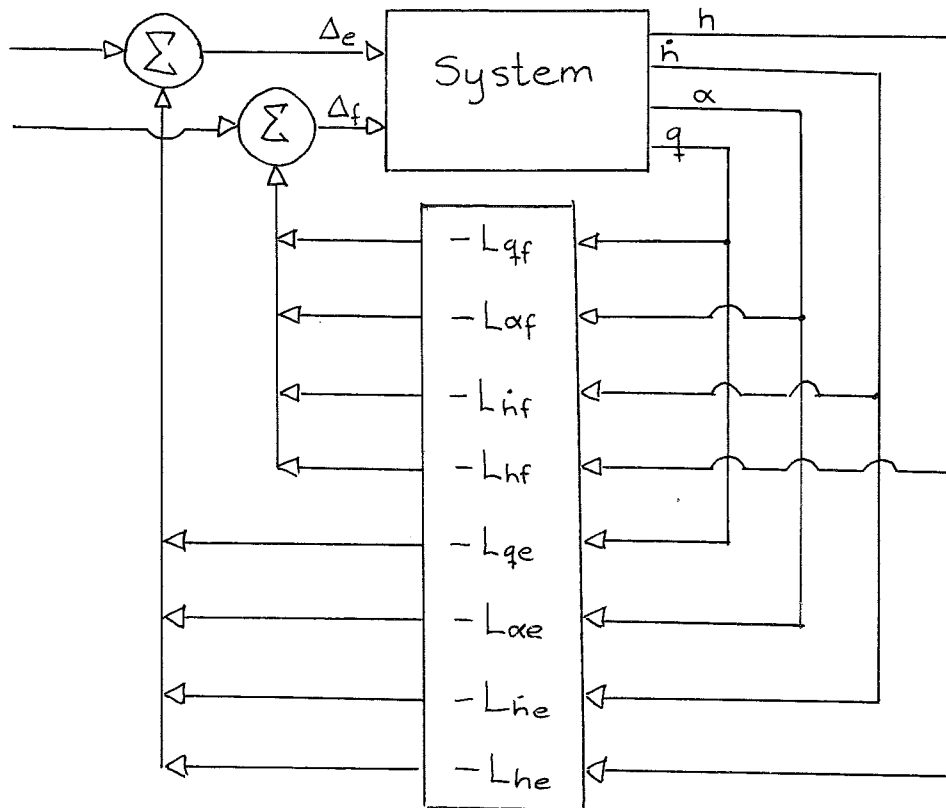
med komponenter enligt följande

$$L = \begin{bmatrix} L_{qe} & L_{\alpha e} & L_{\dot{h}e} & L_{he} \\ L_{qf} & L_{\alpha f} & L_{\dot{h}f} & L_{hf} \end{bmatrix}$$

Systemet ser i blockschema ut enligt följande:



Ökad detaljeringsgrad ger följande

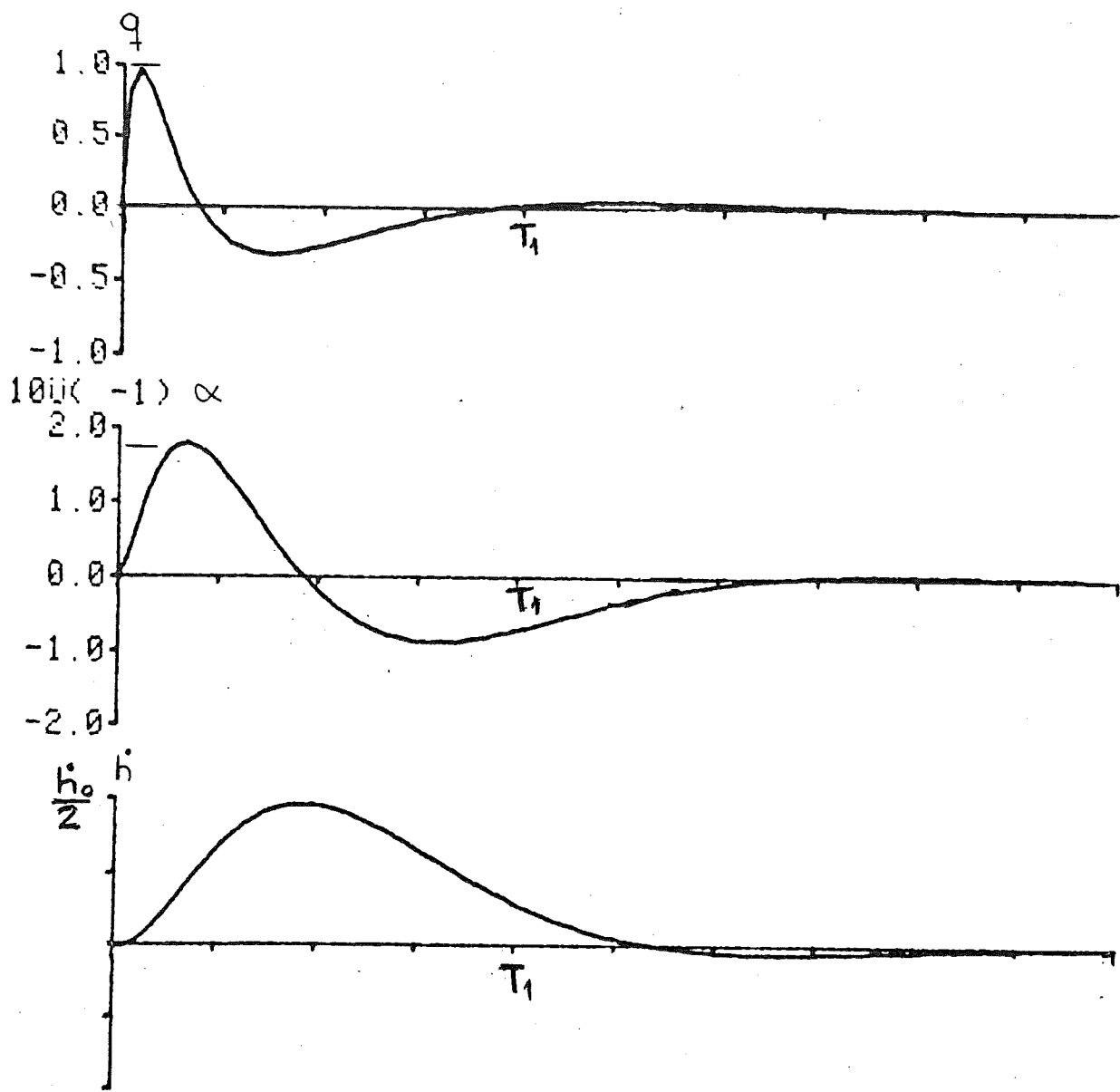


Systemets poler blev då:

-15.95 , -4.06 samt $-1.23 \pm j 1.36$

1.3.4. Stegsvar på slötet system:

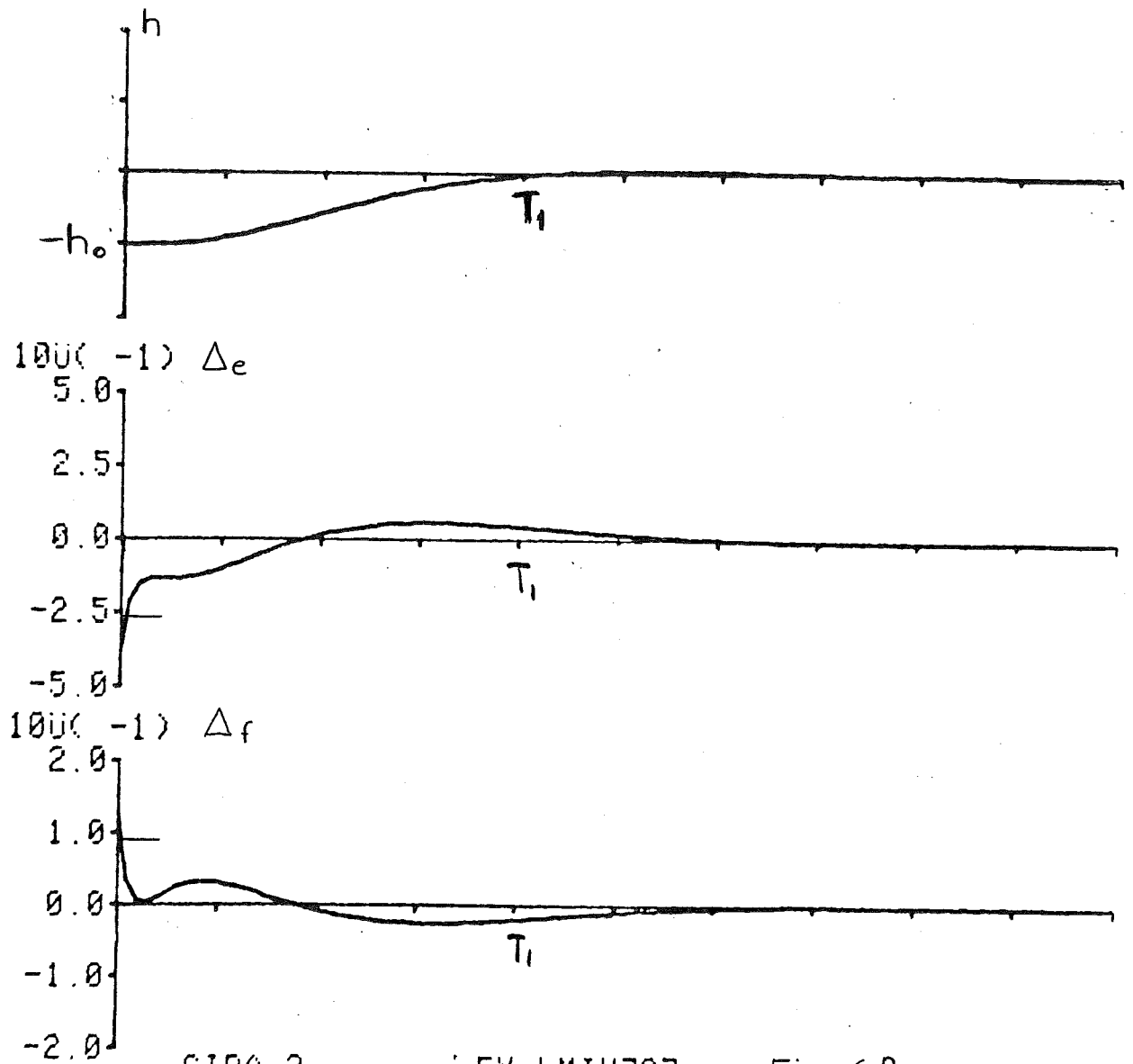
Simuleringarna i fig 6A och 6B visar resultatet, då $h(0) = h_0$, samt övriga tillstånd och insignaler noll.



SIDA 1

EX, LMIX303.

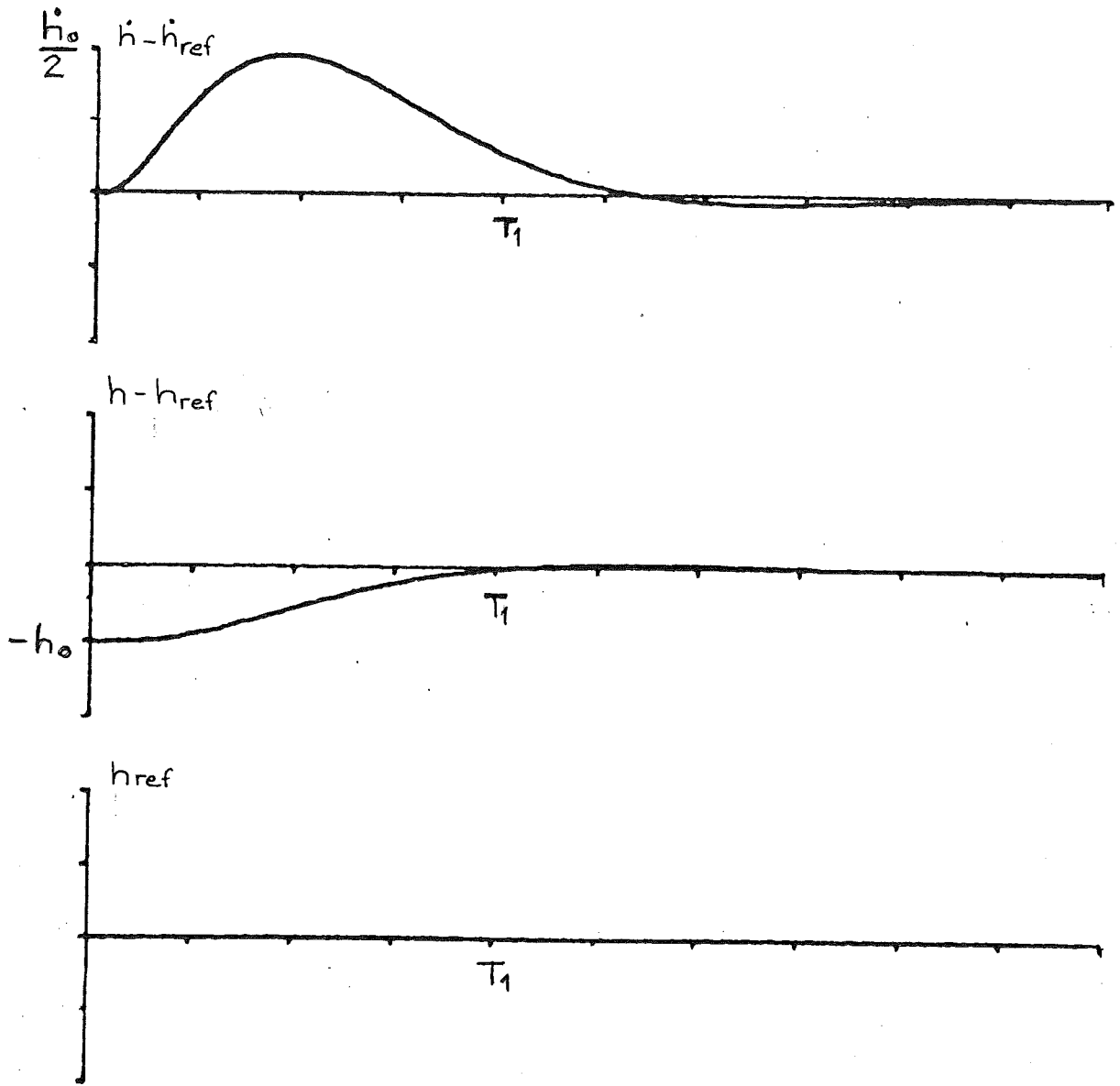
Fig. 6A



SIDA 2

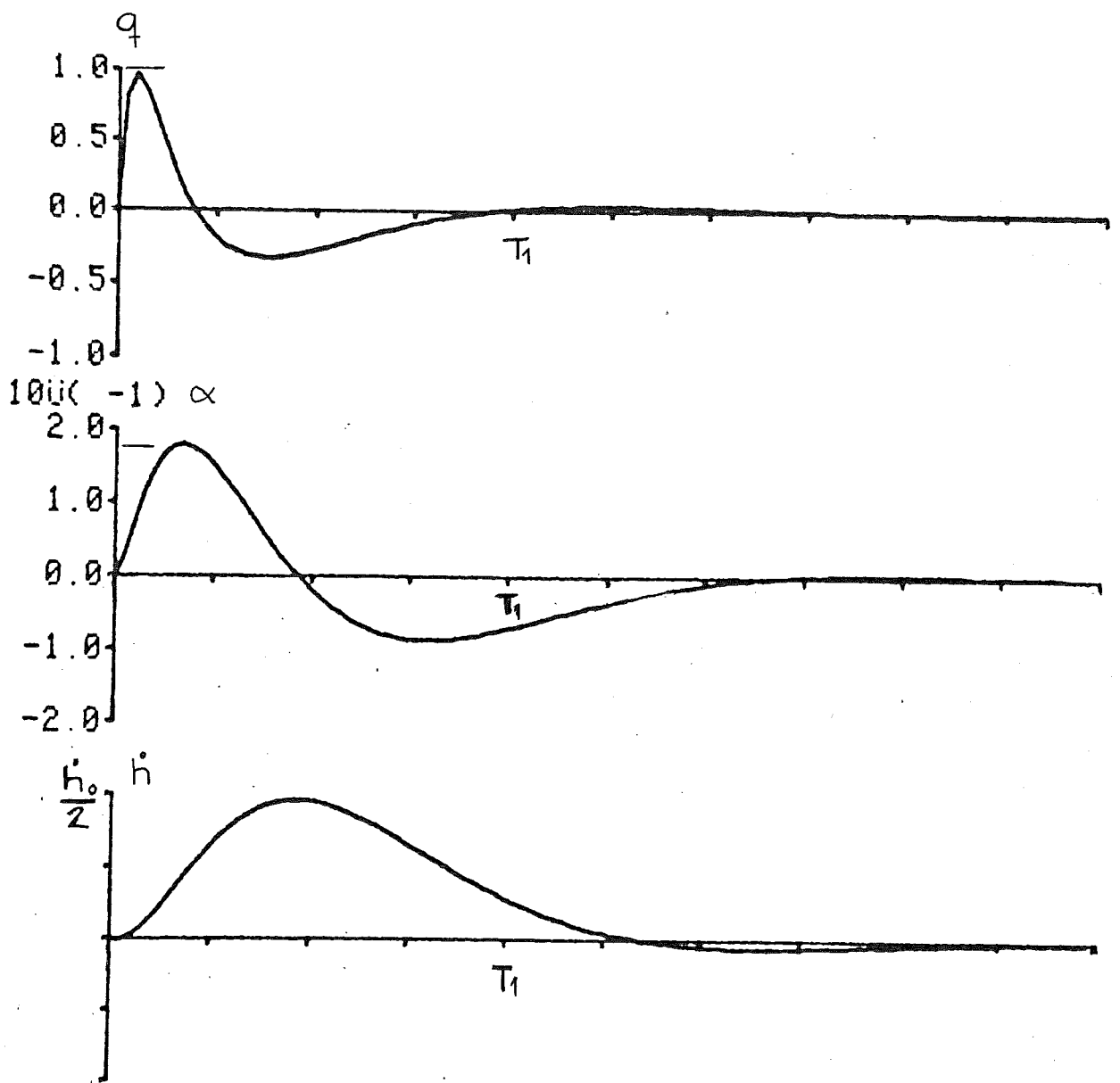
EX, LMIX303.

Fig. 6B



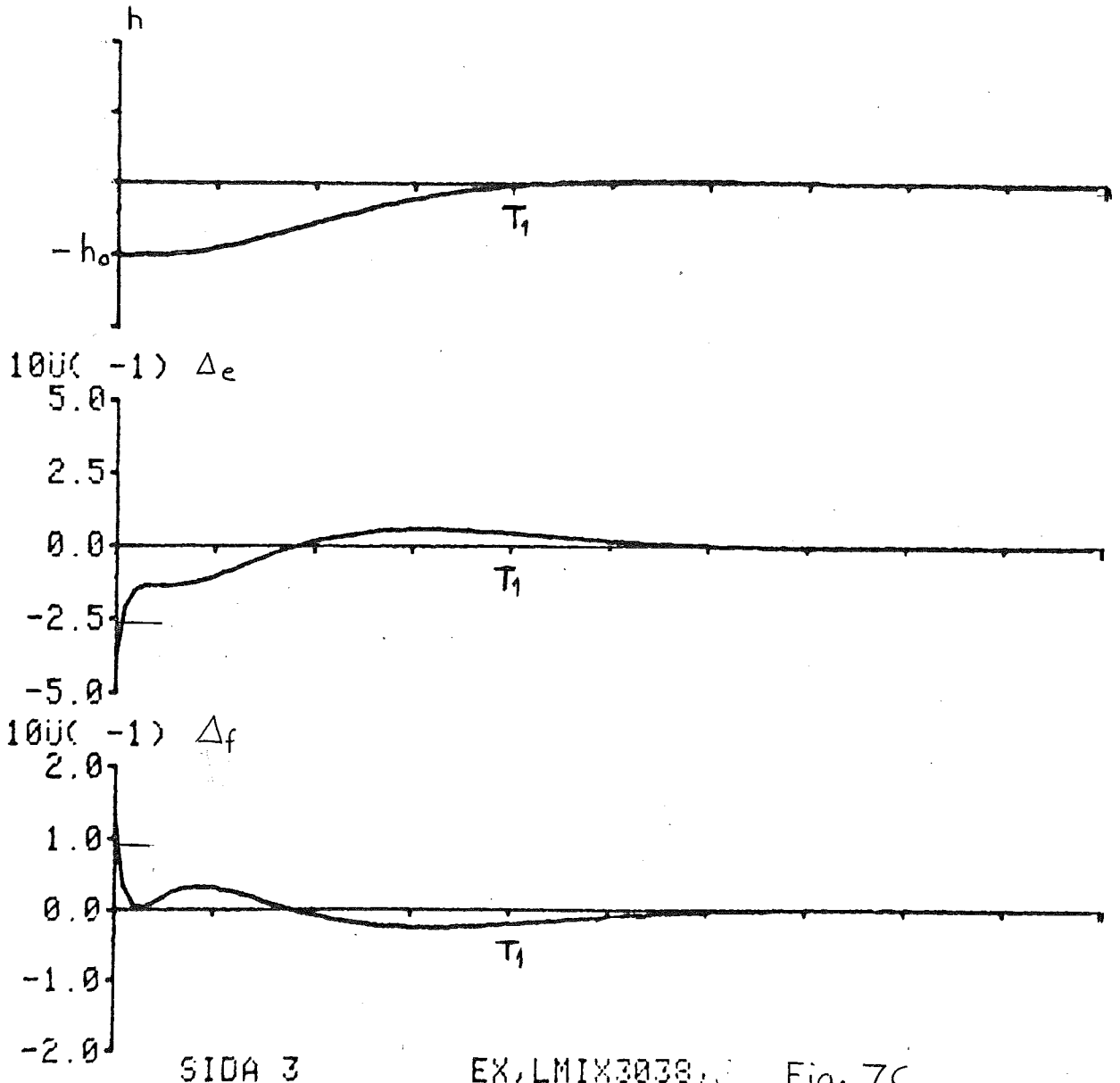
SIDA 1

EX, LMIX3038, Fig. 7A



SIDA 2

EX, LMIX3038, Fig.7B



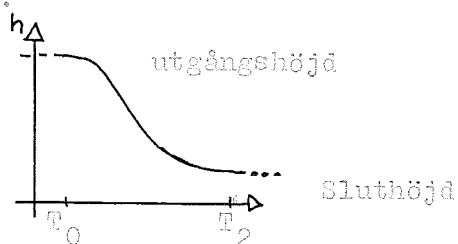
SIDA 3

EX, LMIX3038.

Fig. 7C

1.4.2. Referensbana

Referensbanan får vid nedtagning följande principiella utseende:



Man förutsätter att roboten är i planflykt vid tiden T_0 . Vid tiden T_2 skall skillnaden mellan h_{ref} och h vara mindre än Δh_2 .

Simuleringen går till så att följande tillstånd och insignaler vid T_0 sättes:

$\dot{h}_{\text{ref}} = 0$, $h_{\text{ref}} =$ skillnaden mellan utgångshöjd och slut höjd,

$h_k = 0$, $q = 0$, $\alpha = 0$, $\dot{h} = 0$, $h = h_{\text{ref}}$,

$\Delta_e = 0$ samt $\Delta_f = 0$

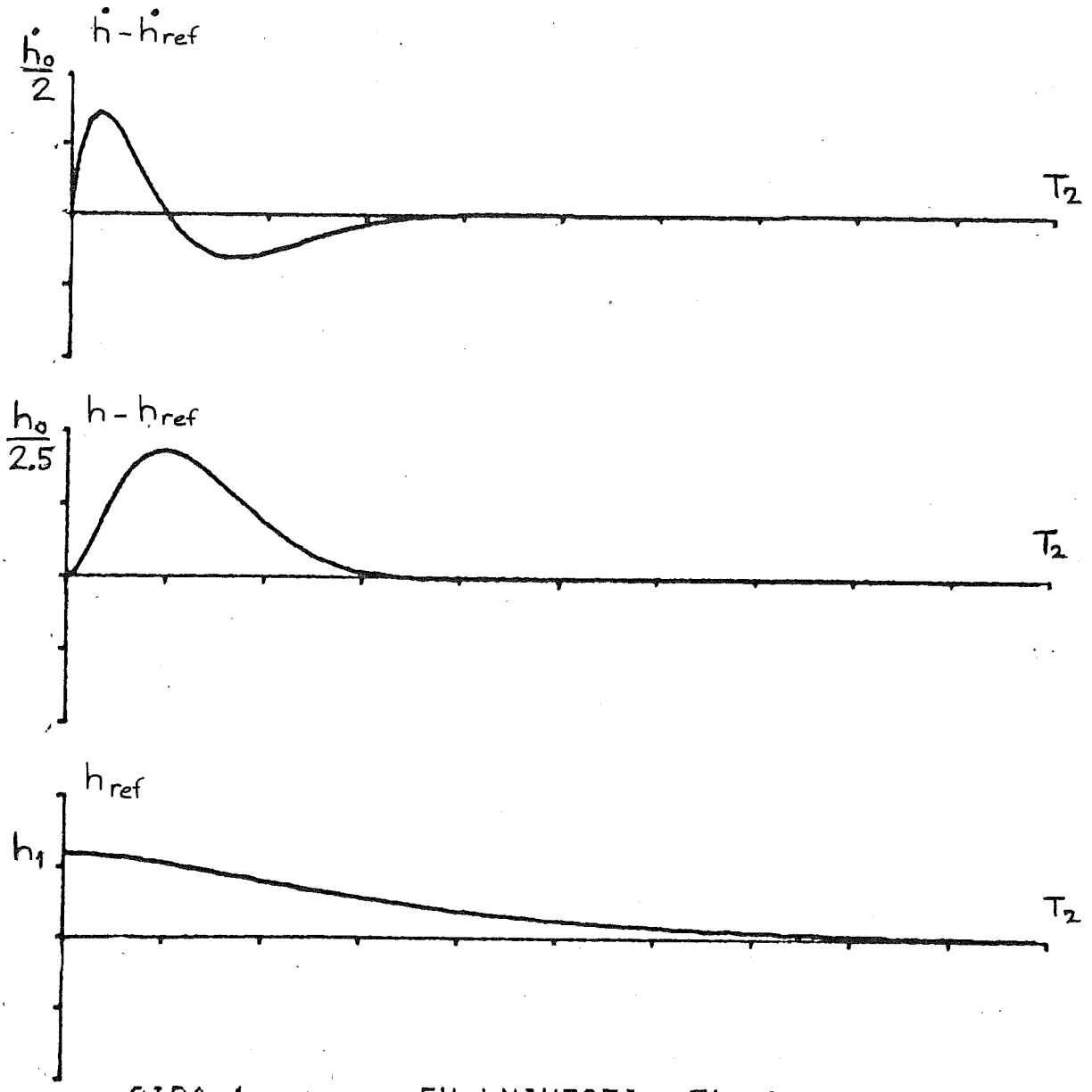
Två fall simuleras.

i) Maximal skillnad mellan utgångshöjd och sluthöjd

ii) Minimal " " " " "

Fall i) : Resultat fig 8A, 8B och 8C

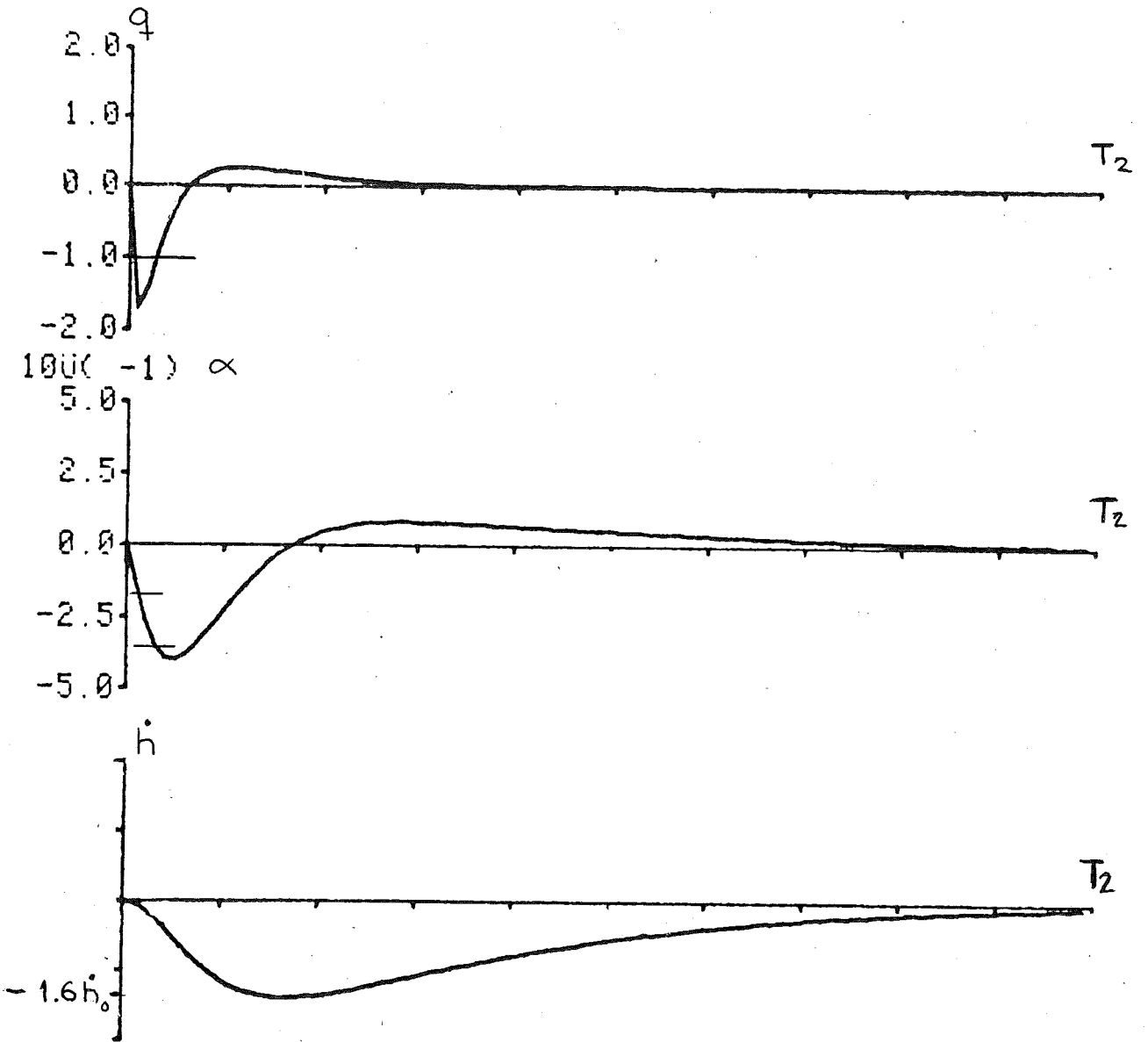
Fall ii): " " 9A, 9B och 9C



SIDA 1

EX, LMIX3038, Fig. 8A

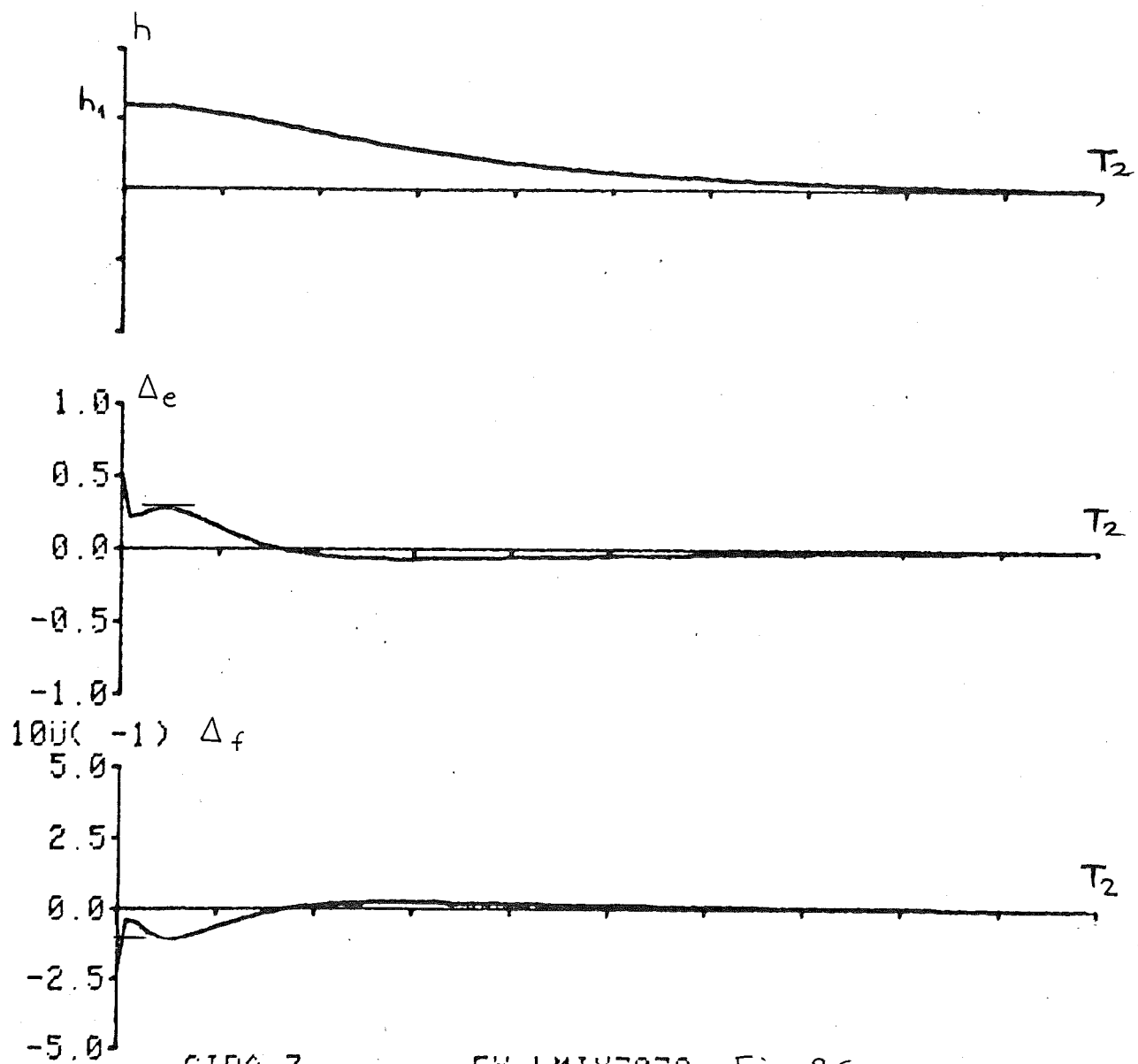
?



SIDA 2

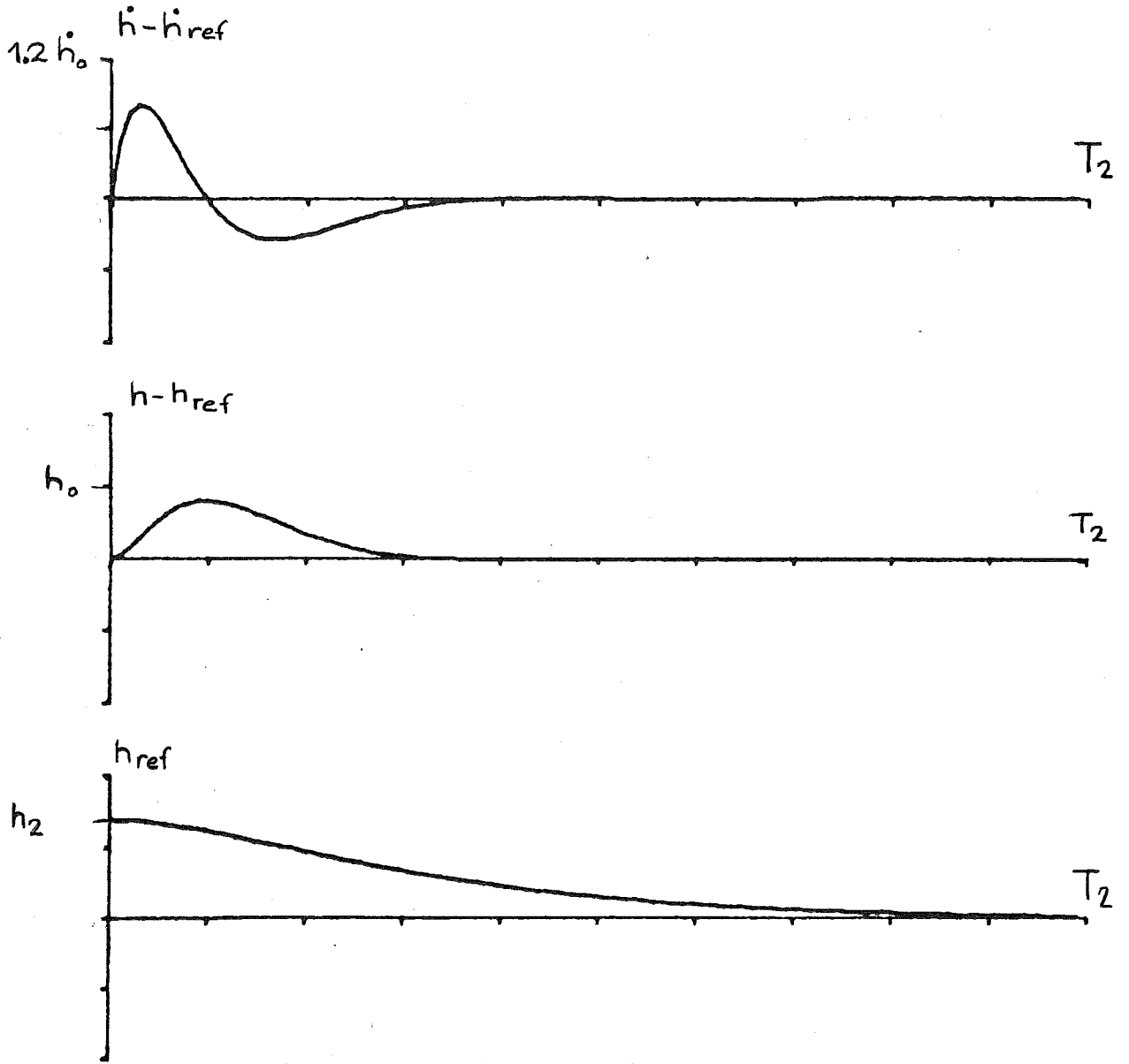
EX, LMIX3038, Fig. 8B

?



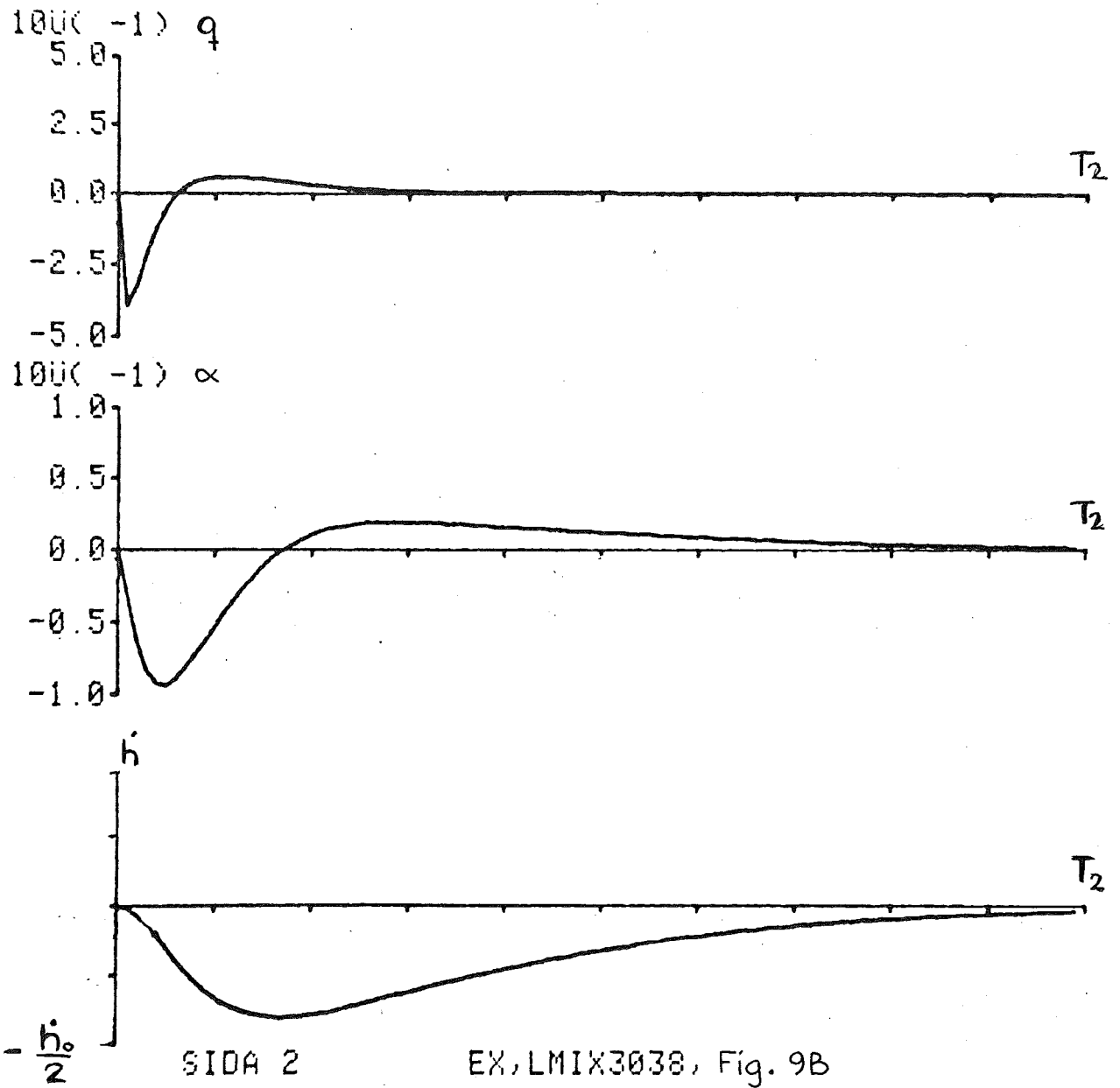
SIDA 3

EX, LMIX3038, Fig. 8C

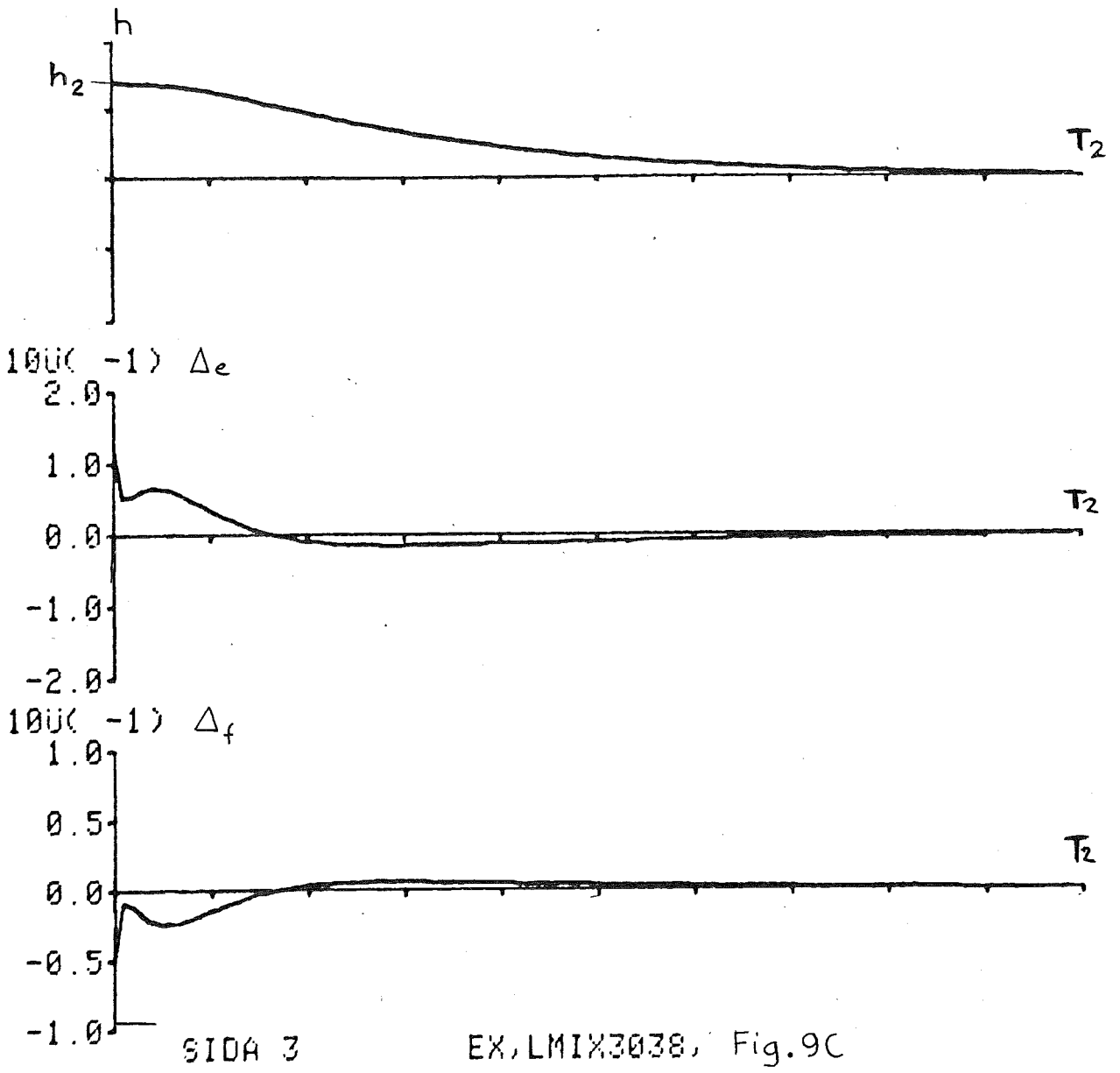


SIDA 1

EX, LMIX3038, Fig. 9A



?



Simuleringarna visar att den enda kravspecifikationen som klaras i fall i) är det kring h . I fall ii) klaras alla kraven, men precis som i fall i) är rörelserna för q , Δe och Δ_f väldigt häftiga.

För att klara av kravspecifikationerna med samma straff — därmed återkopplingsmatris — får något göras. Om ett lämpligt begynnelsevärde på \dot{h}_{ref} används kan de flesta krav och önskemål klaras. Efter simuleringarna klarades alla krav utom på \dot{h} . Önskemålet i fallet med α klarades ej, men dock kravet. Det innebär ingen katastrof ifall \dot{h}_0 överskrides, men insvängningen tar lite längre tid. Enligt fig 10A, 10B och 10C för fall i) fick man också väldigt mycket jämnare rörelser än i 8A, 8B och 8C. I fall ii) fås också mycket jämnare rörelser med ett begynnelsevärde på \dot{h}_{ref} . Denna gång med ett annat värde. Resultat enligt fig 11A, 11B och 11C.

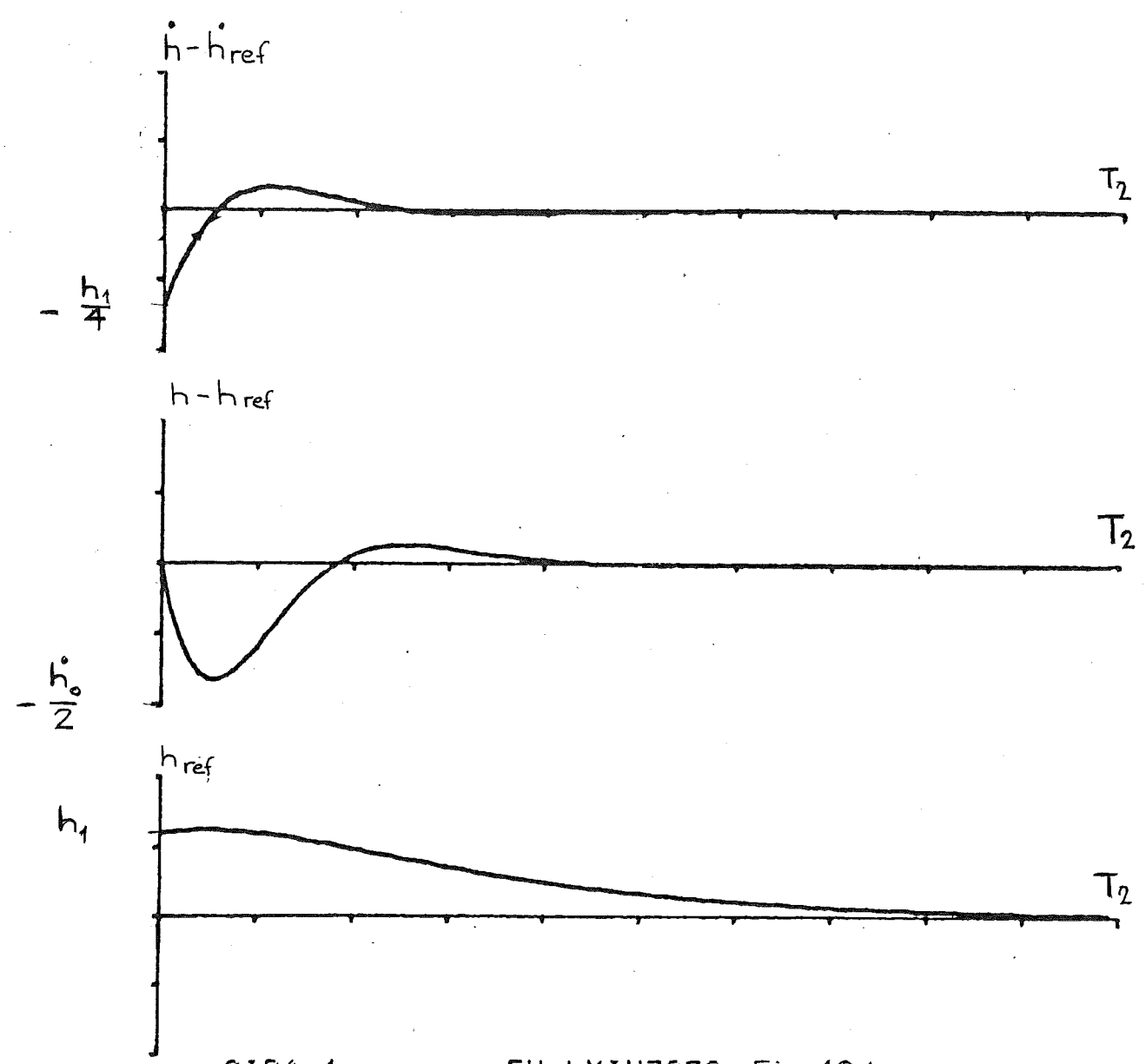
Relationen mellan skillnaden i begynnelsevärden — $\dot{h}_{ref}(0)$ och $\dot{h}_r(0)$ — skall vara ungefär 4. $\dot{h}_{ref}(0) = h_r(0)$.

Vad innebär det att sätta ett $\dot{h}_{ref}(0) \neq 0$, då roboten ligger i planflykt vid $t=0$? Jo, referensbanan stiger först uppåt innan den svänger ned mot kommanderad höjd. Roboten ligger för lågt i början, när referensbanan är på väg uppåt, för att sedan korsa och ligga för högt över referensbanan, allt enligt simuleringarna. Men avvikelserna uppträder på ett sätt som lugnar robotens rörelser jämfört med utan begynnelsevärde på \dot{h}_{ref} . Med en talande figur



Kort sammanfattning: Med en enkel åtgärd klarar den aktuella dimensioneringen för stegsvar det mesta även för referensbanan.

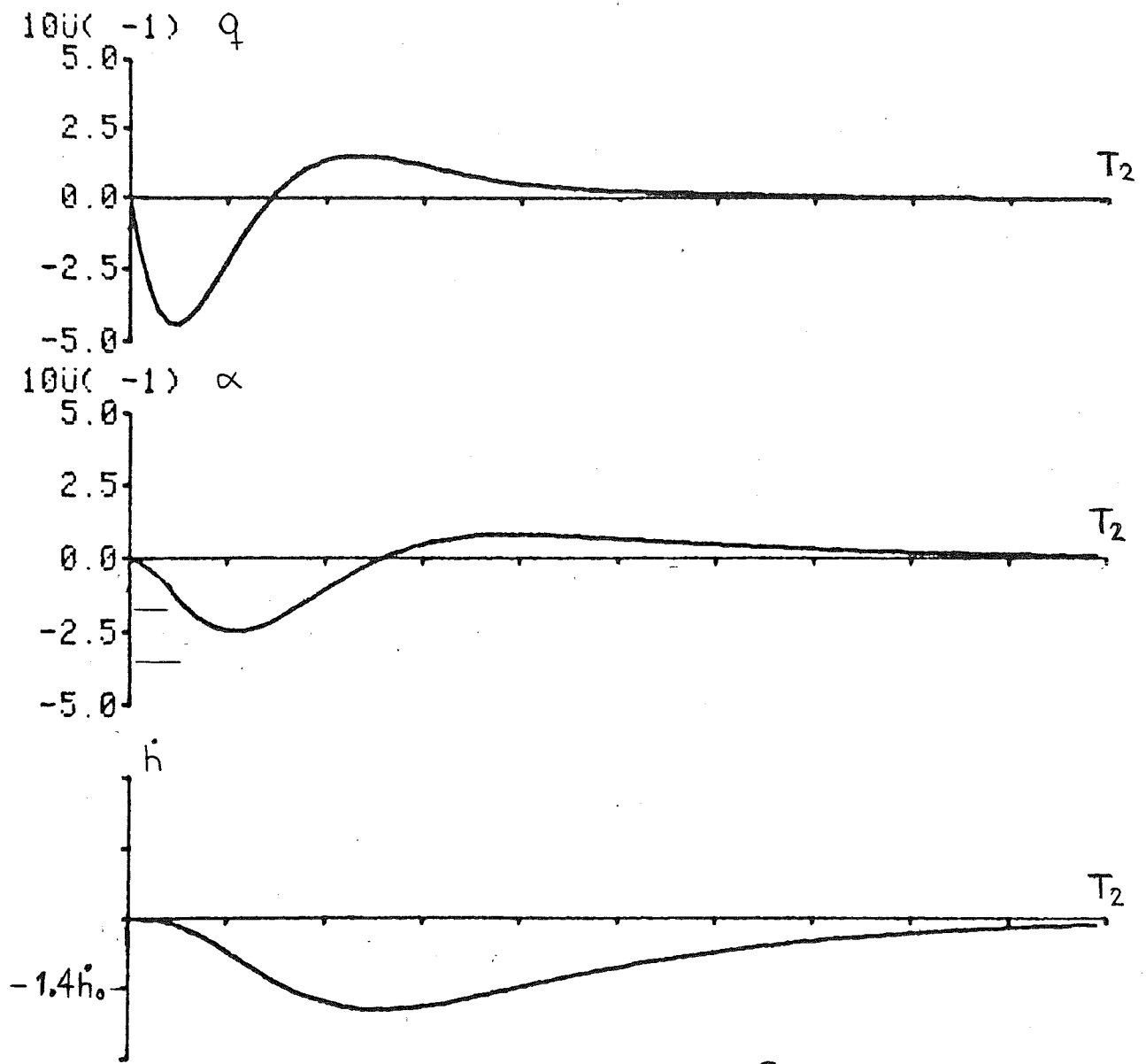
Anm. Om dimensioneringen görs för referensbanan, uppträder större problem vid stegsvaret, dessutom blir inte fall i) så mycket bättre.



SIDA 1

EX, LMIX3038, Fig. 10A

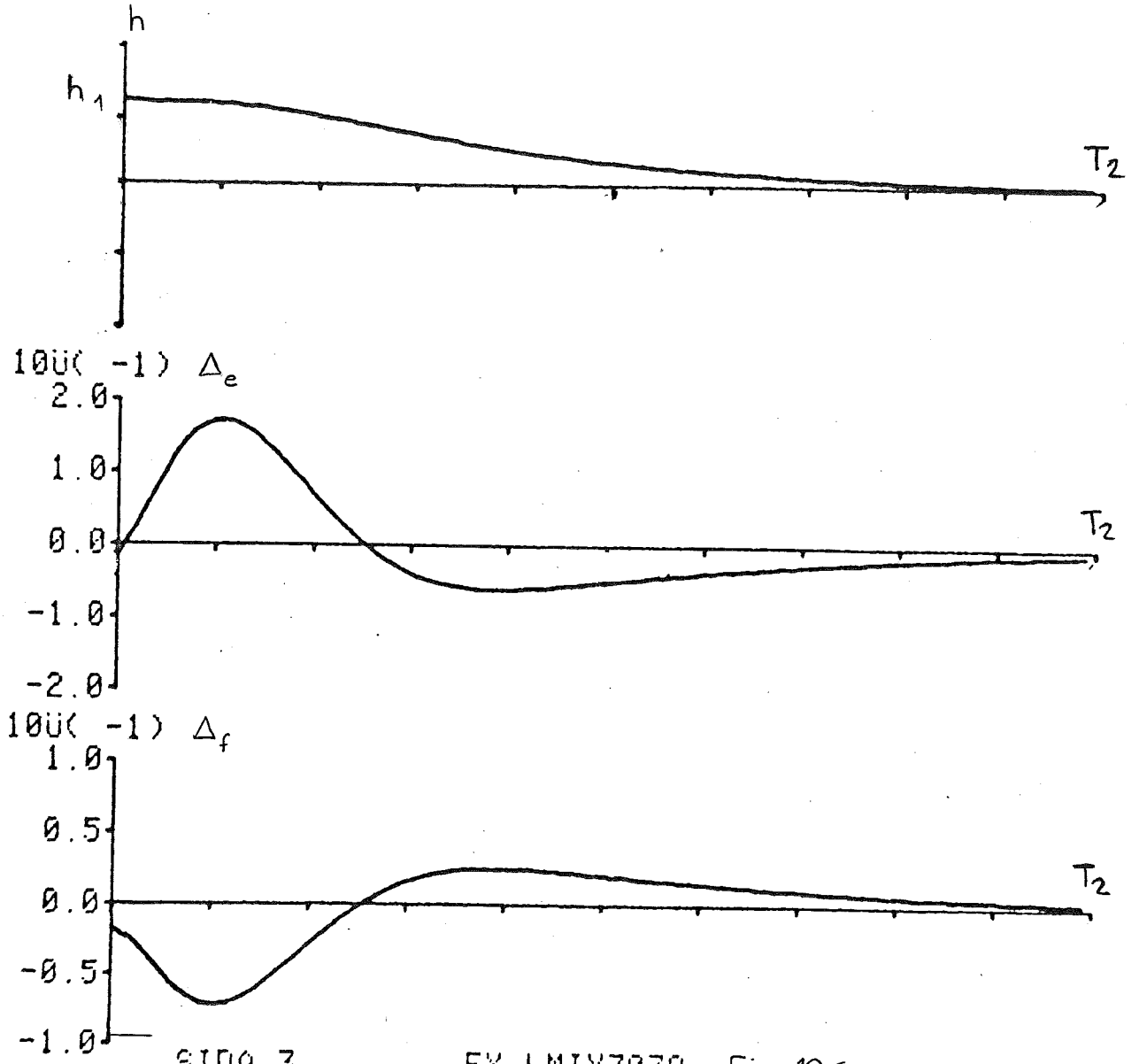
?



SIDA 2

EX, LMIX3038, Fig. 10B

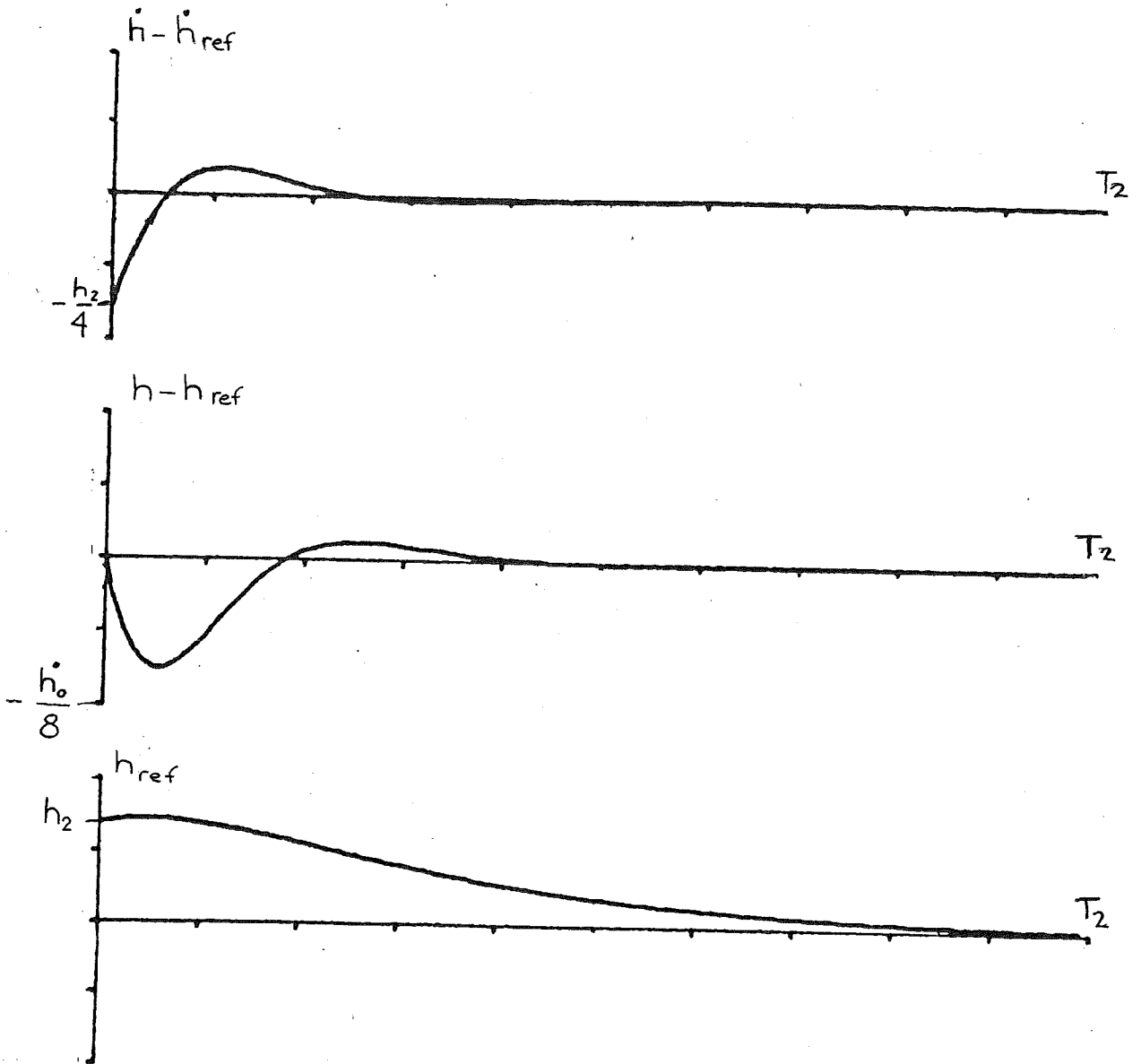
?



SIDA 3

EX, LMIX3038, Fig. 10C

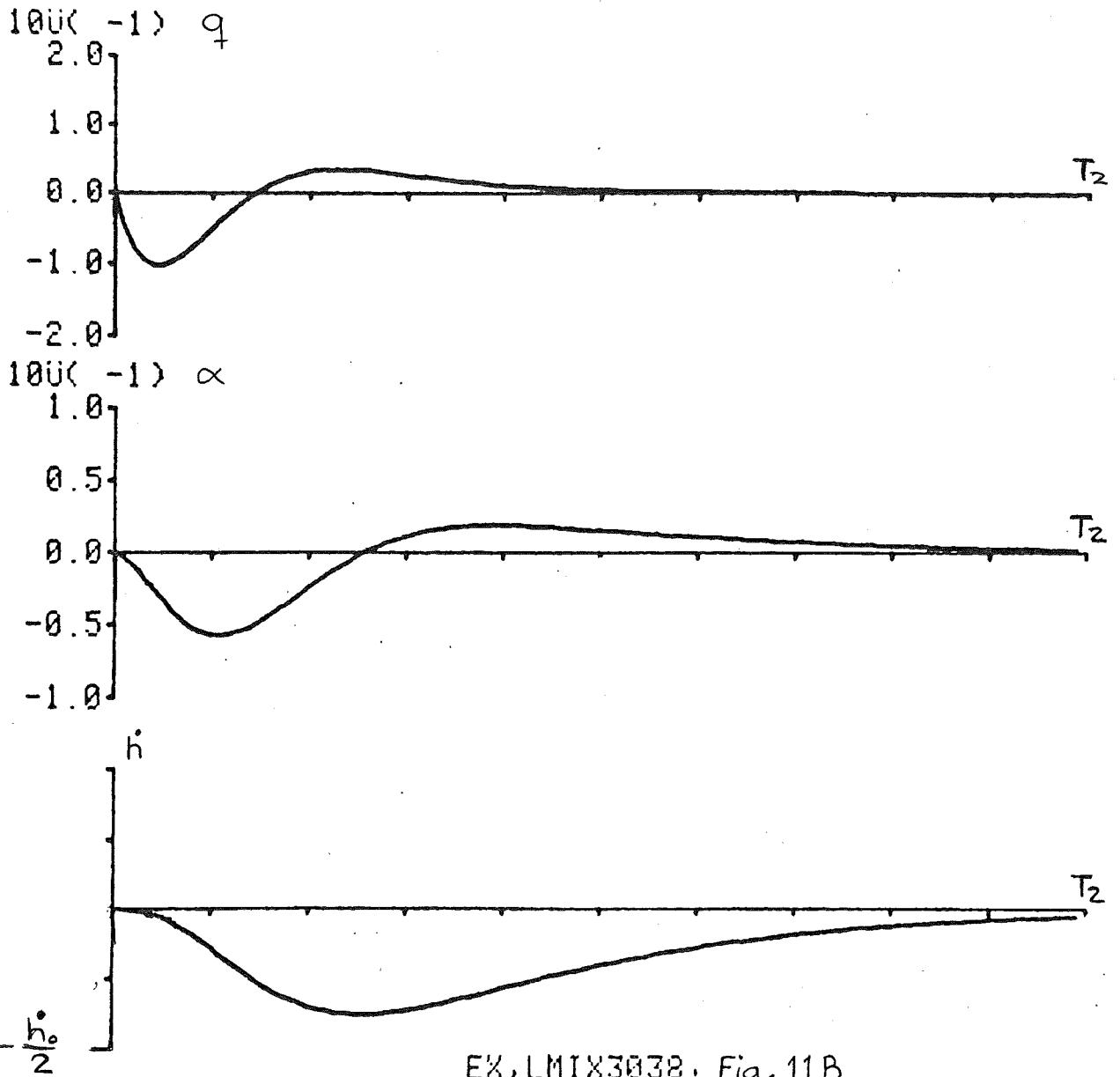
?



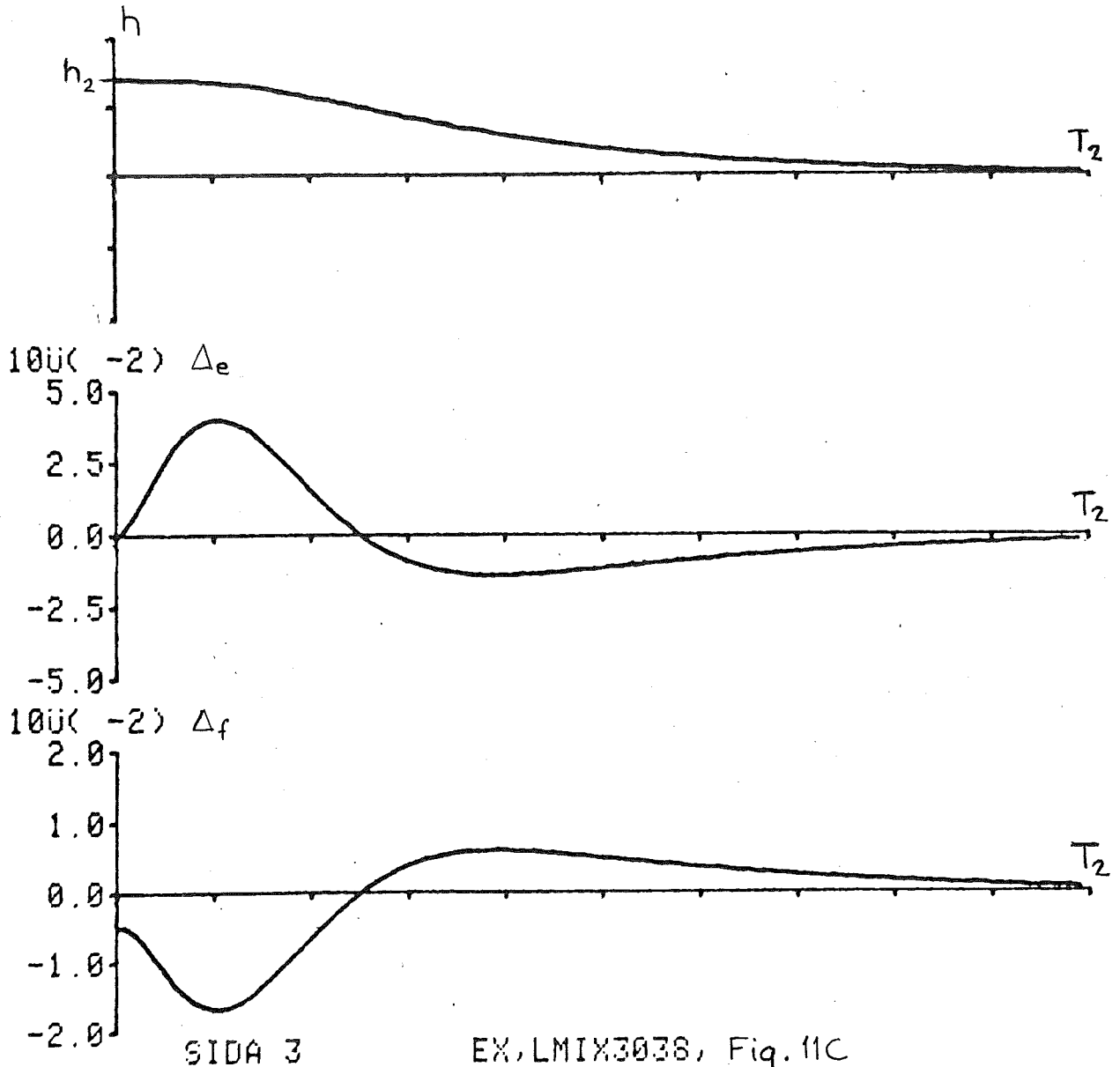
SIDA 1

EX, LMIX3038, Fig. 11A

?

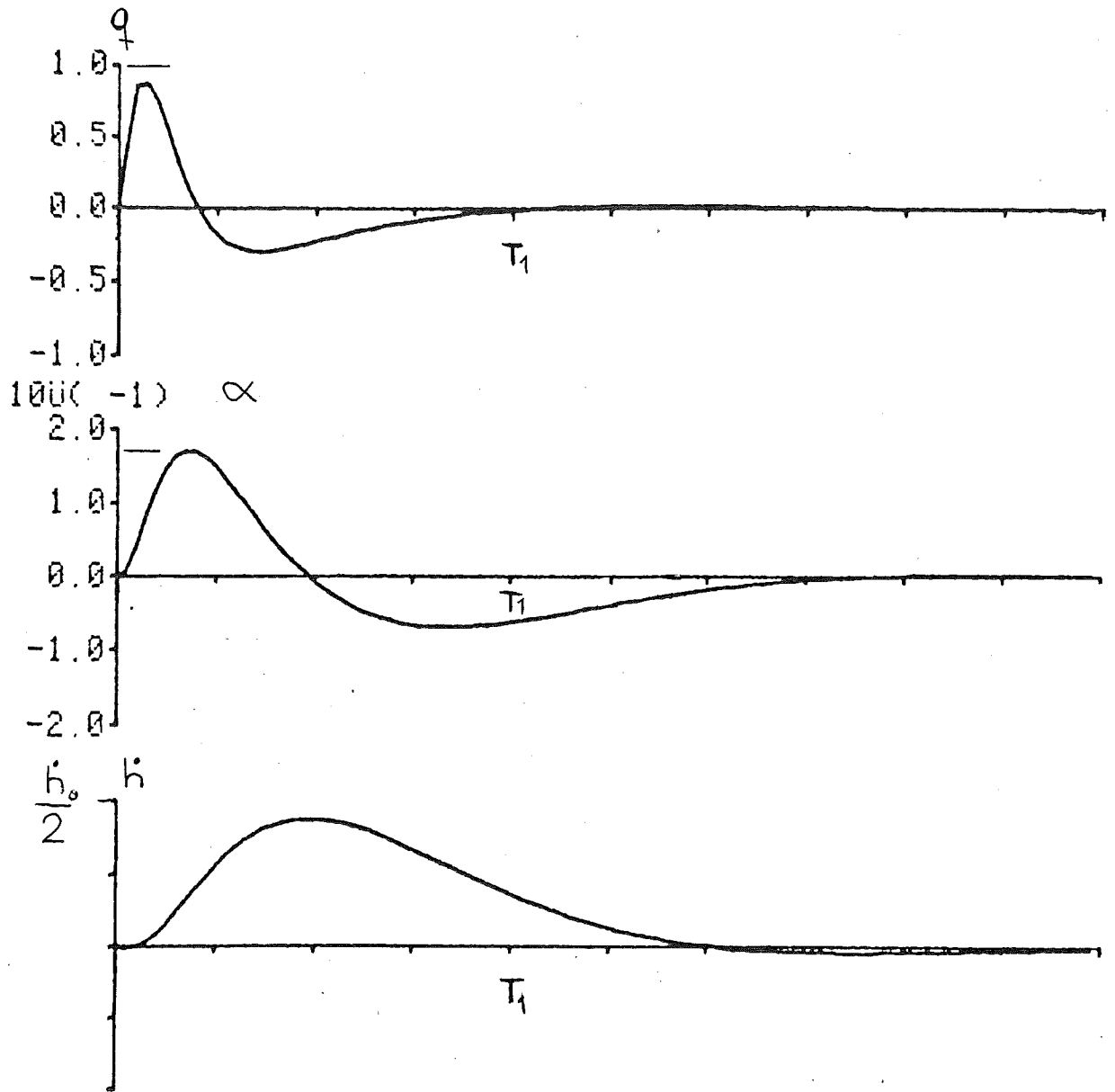


EX, LMIX3038, Fig. 11B



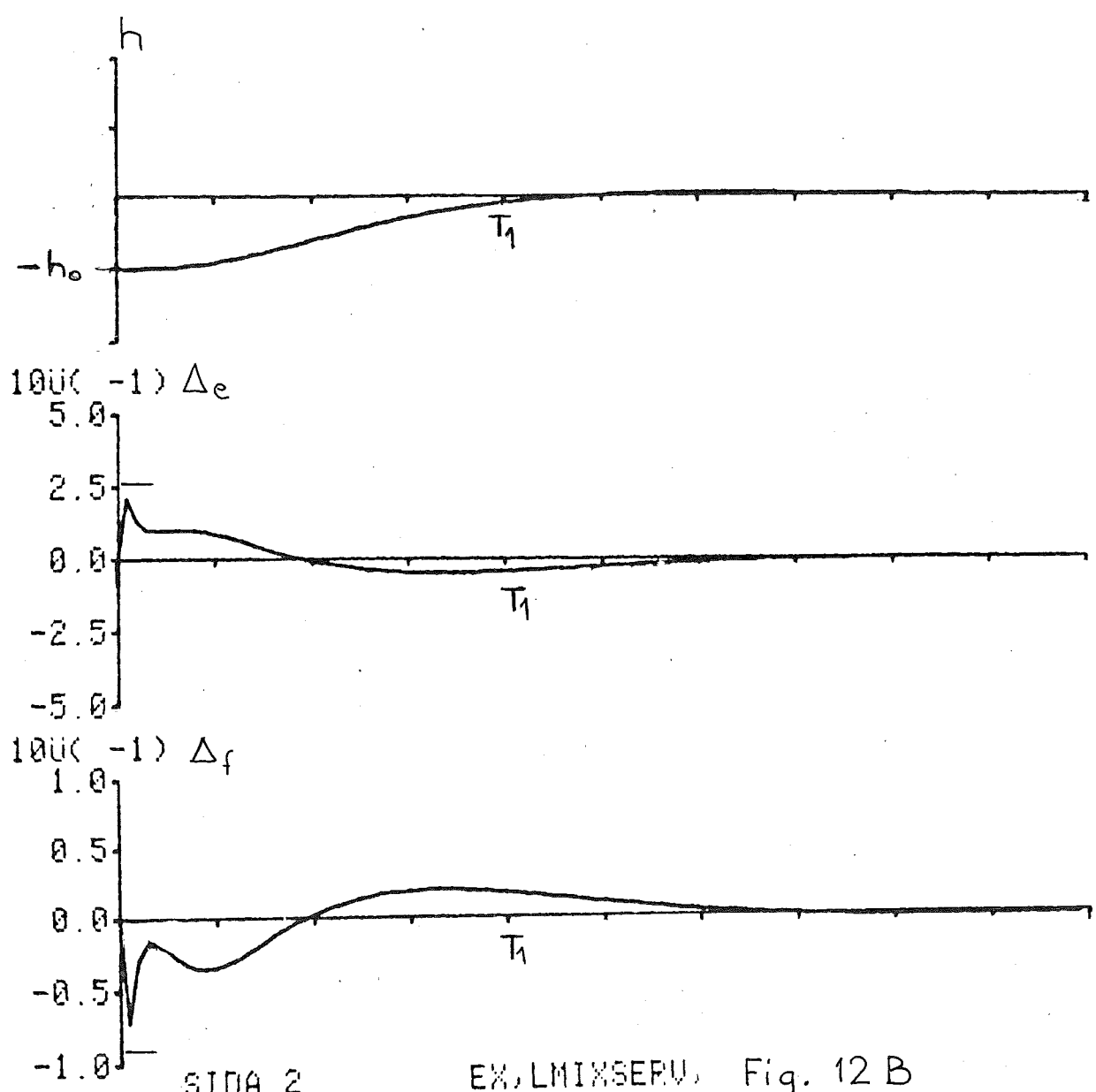
SIDA 3

EX, LMIX3038, Fig. 11C



SIDA 1

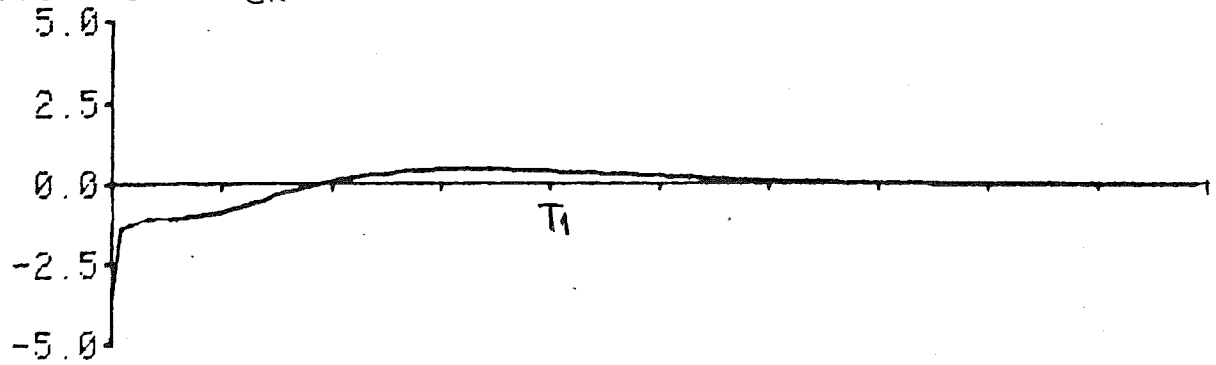
EX. LMIXSERU, Fig.12 A



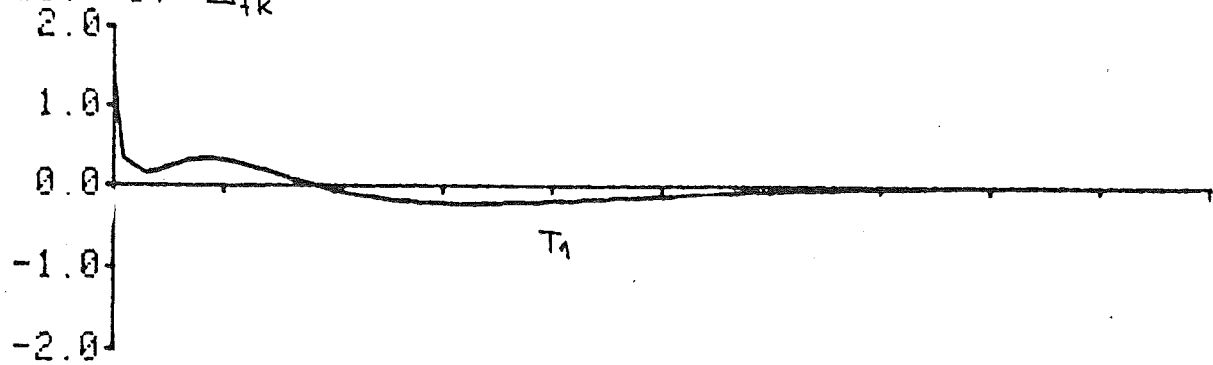
SIDA 2

EX, LMIXSERV, Fig. 12 B

100(-1) Δ_{ek}



100(-1) Δ_{fk}



SIDA 3

EX. LMIXSERU, Fig. 12C

1.5. Resultat

En lämplig tillståndsåterkoppling har erhållits enligt 1.3.3, vilken klarar kraven för stegstörning enligt kravspecifikationen 1.3.1.1. och 1.3.1.2. Kraven i samband med referensbanan 1.3.1.3. kan klaras nästan till fullo, i alla fall godtagbart, med samma återkoppling. Då skall emellertid $\dot{h}_{ref} = \dot{h}$ vid tidpunkten för start av referensbanan. Regel enligt 1.4.2 kan lämpligen användas.

Generellt kan resultatet i samband med referensbanan vara användbart i andra robotsammanhang. Alltså:

För att lindra övergång från utskjutningsmod till referensbanomod, men med bibehållen snabbhet i nedgången av referensbanan, kan man låta referensbanan först stiga lite — genom positivt värde på \dot{h}_{ref} — för att sedan snabbt gå nedåt. Robotens bana kommer därför att först ligga för lågt och sedan korsa referensbanan och svänga sig lugnare mot referensbanan.

Förhoppningar om kraftstyrning av robot grusades tyvärr, vilket till största delen beror på att verkan av nosrodret motverkas av bärplanet. Med det tidskrav för insvängning som föreligger kan definitivt inte "kraftstyrning" utnyttjas.

2.1. Inledning teoridel

De i reglersemanhang så välkända Bodediagram och Nyquistkurva är analysmetoder för dynamiska system i frekvensplanet. Vad som betraktas är en relation mellan en insignal och en utsignal. Vad som sökes är inte endast svaret på frågan stabilt - instabilt, utan även ett mått på "graden" av stabilitet: Stabiliseringsmarginalen.

De vanliga Bodediagrammet och Nyquistkurvan är mycket svåra att överblicka med flera insignaler och kan därför inte vara några analysverktyg. Vad finns det då för multivariabla system —MIMO, Multi-Input - Multi - Output? Frågan stabilt - instabilt är inte svår att besvara, men genast efter svaret, blir följdfrågan: Stabilitetsmarginalen?

För närvarande — sommaren 80 — finns inget analysverktyg, vilket kan kraftfullt ge nödvändiga och tillräckliga villkor, så att frågan kan besvaras.

Denna andra del av rapporten/examensarbetet tar upp tillräckliga, men dock ej nödvändiga, villkor för stabilitet, där svaret blir i form av en stabilitetsmarginal.

2.2. Teori för robust stabilitet för multivariable system

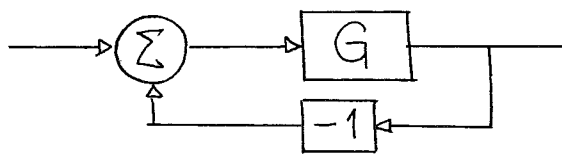
2.2.1. Giltighet

Förutsättning [4] för den fortsatta analysen är att $G(j\omega)$ är tids-invariant stabil, kausal, lineär överförings - matris. Allmännare fall, kausal, lineär överförings - matris, hänvisas vidare från [4].

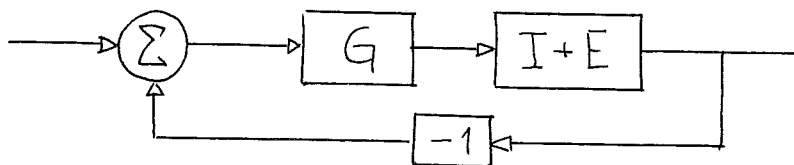
$E(j\omega)$ är beteckningen på en additiv eller multiplikativ störning/förändring. Här belyses endast villkor för den multiplikativa.

2.2.2. Villkor

Om $G(j\omega)$ är stabil med återkopplingen -1 ,



är också $G(j\omega) \{I + E(j\omega)\}$ stabil med återkopplingen -1 ,



om följande olikhet uppfylles för alla ω :

$$\|E(j\omega)\| < \frac{1}{\|(I + G^{-1}(j\omega))^{-1}\|} ; \omega > 0$$

$G^{-1}(j\omega)$ och $(I + G^{-1}(j\omega))^{-1}$ är givetvis matrisinverser till $G(j\omega)$ resp $I + G^{-1}(j\omega)$, där I är enhetsmatrisen. Bevis och belysning av olikheten görs i [4], [5] och [6].

$$\left[\text{Anm. för additiv f\u00e5s: } \|E(j\omega)\| < \frac{1}{\|(I + G(j\omega))^{-1}\|} ; \omega > 0 \right]$$

2.2.3. Tolkning

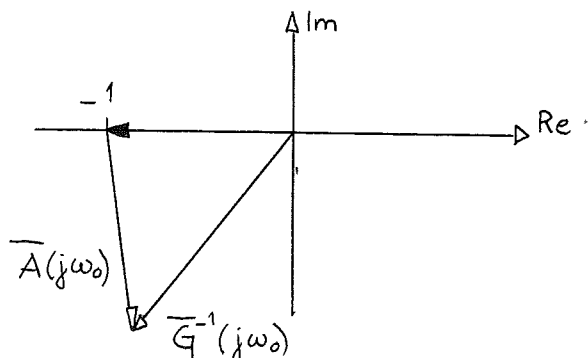
För att få en bild av olikheten överförs frågeställningen till ett en-insignal - en utsignal - fall.

$$|E(j\omega)| < \frac{1}{|(1 + G^{-1}(j\omega))^{-1}|}$$

$G^{-1}(j\omega)$ tolkas som en vektor från origo
 1 " " " " " "

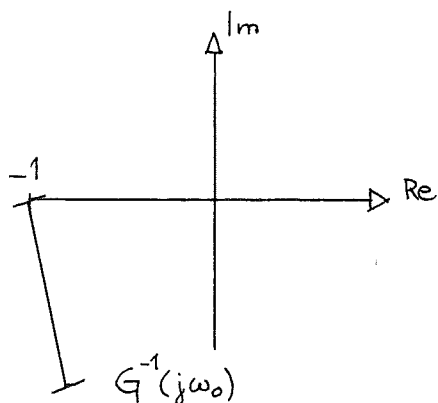
$$\overline{G(j\omega)} - \overline{(-1)} = \overline{A}$$

För ω_0 fås följande figur:

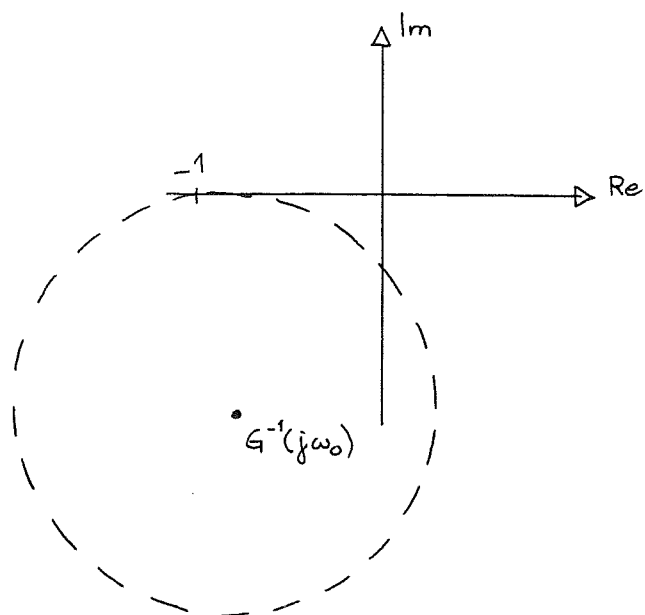


$$|E(j\omega_0)| < |\overline{A}(j\omega_0)| = |\overline{G}^{-1}(j\omega_0) + \overline{1}|$$

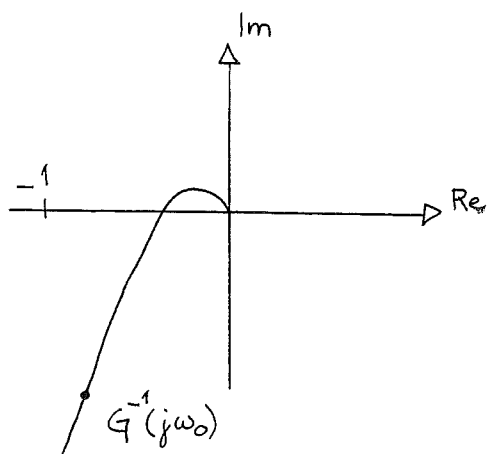
Om vektor-beteckning tages bort, då absolutvärdet är det som skall betraktas, fås följande figur



En cirkel kring $G^{-1}(j\omega_0)$ med radien $|\bar{A}(j\omega_0)|$



En kurva av $G^{-1}(j\omega)$ kan ritas upp t ex:

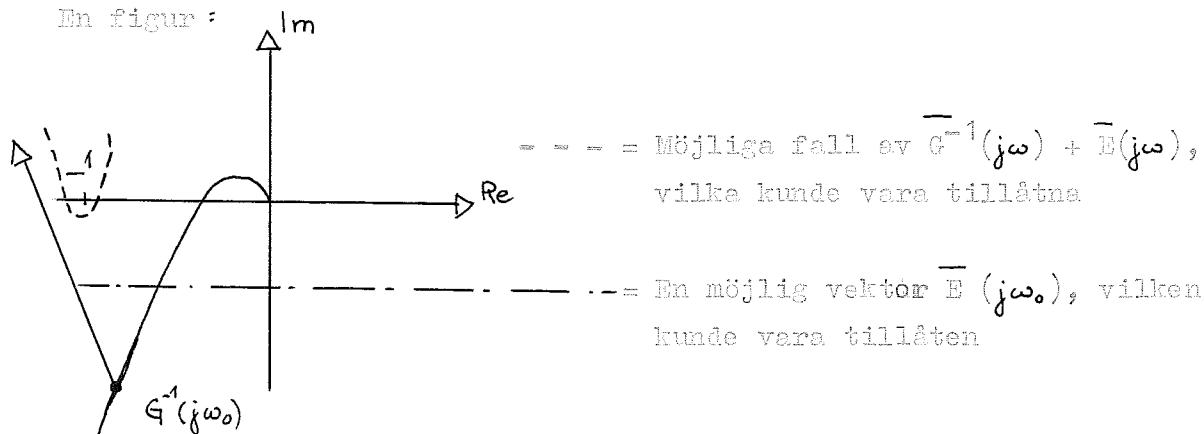


$|E(j\omega)| < |1 + G^{-1}(j\omega)|$ tolkas så, att för varje ω skall E vara mindre än avståndet mellan kurvan G^{-1} och punkten -1 .

I övriga analysmetoder för stabilitet och stabilitetsmarginaler, t ex Bode och Nyquist är också relationen till punkten -1 det avgörande. Då undersöks emellertid endast två punkter på kurvan (två frekvenser), samt att där har både argumentet och absolutbeloppet av överföringsfunktionen en avgörande betydelse. (Anm Även om två punkter undersöks, måste ju i princip alla punkter klara stabilitetskravet).

I relationen som undersöks här har bara absolutbeloppet betydelse, samt att olikheten uppfylles för alla frekvenser. Fortfarande är dock intresset för punkten -1 det väsentliga. I fall argumentet av E också ställdes under ett villkor kunde större störningar tillåtas. Men kan tänka att, så länge vektorn E inte skar punkten minus ett, samt att alla $E(j\omega)$ inte var så stora att, kurvan $G^{-1}(j\omega)$ omslöt -1 . Anm $G(j\omega)$ skall stabil \Rightarrow inga poler eller nollställen i högra imaginära halvplanet.

En figur :

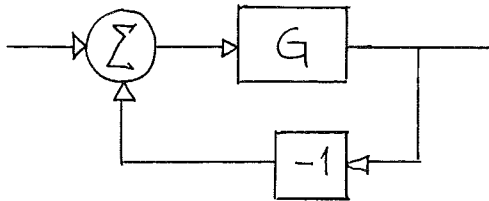


Slutsats: Man begränsar $|E(j\omega)|$ för alla ω , så att man är på den säkra sidan.

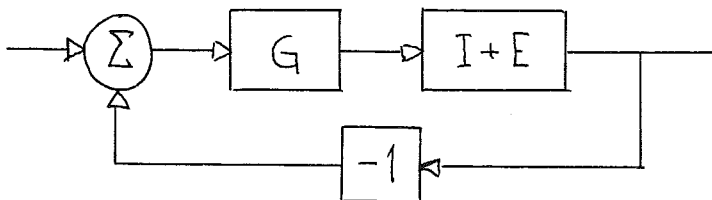
2.3. Användbarhet

2.3.1. Tolkning av E, olika typer av förändringar

Systemet ser ut utan störning/förändring:



och med E:



Intressanta varianter kan vara

- i) Förstärkningar, även då olika i olika loopar
- ii) Parameterförändringar, vilket kan påverka delar av överföringsmatrisen.
- iii) Införande av ytterligare dynamik i systemet, därmed närbesläktat:
- iv) Modellförenklningar.

Hur är relationen mellan $B(j\omega)$ och de olika varianterna?

Antag $G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}$

$$G' = G(I+E)$$

i) Förstärkningar

Förstärkning: $K = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$ Ej i kors-elementen. $K \cdot G = \begin{bmatrix} KG_{11} & KG_{12} \\ KG_{21} & KG_{22} \end{bmatrix}$

$$G' = G(I+E) = K \cdot G \Rightarrow E = \begin{bmatrix} K - 1 & 0 \\ 0 & K - 1 \end{bmatrix}$$

ii) Parametervariationer \Rightarrow koefficientvariationer.

Variationer brukar uttryckas i procentuella förändringar, t ex 10% ; $b \pm 10\%$ av $b \Leftrightarrow b \pm 0,1b$; $0,1 = \Delta b$

$$\therefore b \pm \Delta b = b (1 \pm \Delta b) \Rightarrow \text{i en riktning } b(1 + \Delta b)$$

$G' = G(I + \Delta G) \Rightarrow E = \Delta G$, men hur går det då det handlar om matriser?

$$\begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + \Delta G_{11} & \Delta G_{12} \\ \Delta G_{21} & 1 + \Delta G_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow \text{blandtermer} \Rightarrow G' \neq \begin{pmatrix} G_{11}(1 + \Delta G_{11}) & G_{12}(1 + \Delta G_{12}) \\ G_{21}(1 + \Delta G_{21}) & G_{22}(1 + \Delta G_{22}) \end{pmatrix}$$

En enkel bild av variationer fås endast i fall i).

Kan olika koefficienter ha olika variationer?

$$G_{11} = \frac{b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} ; G'_{11} = \frac{b_1(1 + \Delta b_1)s + b_0(1 + \Delta b_0)}{a_2(1 + \Delta a_2)s^2 + a_1(1 + \Delta a_1)s + a_0(1 + \Delta a_0)}$$

$$G'_{11} \neq \frac{b_1 \Delta b_1 s + b_0 \Delta b_0}{a_2 \Delta a_2 s^2 + a_1 \Delta a_1 s + a_0 \Delta a_0} + G_{11}$$

Första termen är inte ens heller $G_{11} \cdot \Delta G_{11}$ ifall

$$\Delta G_{11} = \frac{\Delta b_1 s + \Delta b_0}{\Delta a_2 s^2 + \Delta a_1 s + \Delta a_0}$$

*: Man kan inte, vilket givetvis var att vänta, räkna matriser som om de vore skalärer, eller glömma bort att överföringsfunktionen har en nämnare och täljare. Skall man variera koefficienterna olika i de olika överföringsfunktionerna får man räkna lite mer.

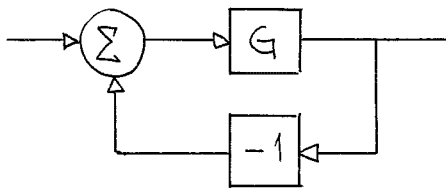
Om koefficienterna i de olika överföringsfunktionerna skall varieras och E bestämmas, får G' bestämmas, då med de speciella variationerna. G är grundsystemet.

$$G' = G(I + E) \Leftrightarrow G^{-1}G' = I + E \Leftrightarrow G^{-1}G' - I = E$$

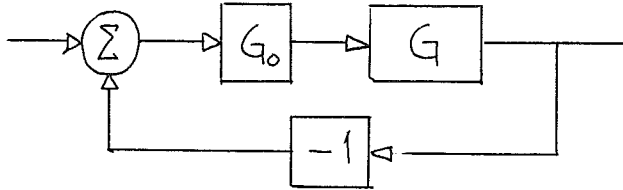
$$\therefore E = G^{-1}G' - I$$

v) Kort sammanfattning av i - v)

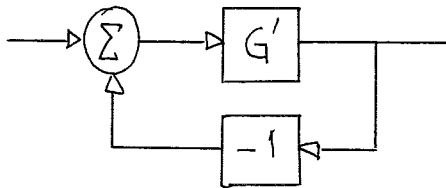
De ovan nämnda fallen är i de flesta fall tidskrävande att räkna ut analytisk, och att sedan räkna ut normen för varje frekvens är än mer krävande. Slutsats blir att dator bör användas, se 2.4.

2.3.2 Metodscheman

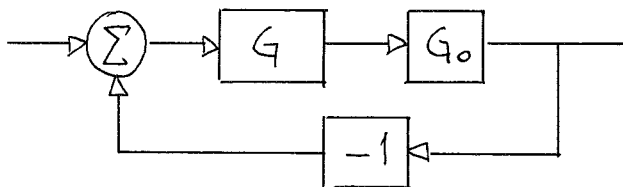
Använt system. Dimensionering har utgått från detta.

Störning A

$$E = G^{-1}G_0G - I$$

Störning B

$$E = G^{-1}G' - I$$

Störning C

$$E = G_0 - I$$

2.4. Program för E

I Appendix A finns tre program skrivna i BASIC.

Program med namn INVNORM beräknar följande

$$\|E_s(j\omega)\| = \frac{1}{\|(I + G^{-1}(j\omega))^{-1}\|}, \text{ med givet } G(j\omega)$$

för frekvenserna	0,2 - 1	Hz	om	10,2	Hz
	1 - 10	Hz	om	2	Hz
	10 - 100	Hz	om	20	Hz
	100 - 1000	Hz	om	200	Hz

Använd norm är maximal kolonnsumma av absolutbeloppen

$$\max_k \sum_{i=1}^n |a_{ik}| \quad ; \quad |a_{ik}| = (\operatorname{Re}\{a_{ik}\}^2 + \operatorname{Im}\{a_{ik}\}^2)^{1/2}$$

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & \dots & G_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ G_{m1} & & G_{mn} \end{bmatrix}$$

$$G_{ij} = \frac{b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + \dots + a_0}$$

Index begränsas bara av BASIC:s egna gränser samt den aktuella datorn.

Inmatning sker för varje koefficient, enligt instruktion från program.

Utmatning sker i form av

$$\omega \quad \|E_s(\omega)\| \quad 20 \lg \|E_s(\omega)\| \quad \text{se fig 15}$$

Att just denna norm används beror på enkelheten i uträkningen. I de flesta sammanhangen, t ex [4], [5] och [6], används singular value decomposition (SVD). SVD kan ges en geometrisk tolkning, såsom absolutbelopp i vektorfall kan ges, vilket hänvisas till verk kring detta, se [4], [5] och [6] för referenser.

Program med namn MVBCNO beräknar följande

$\|G(j\omega)\|$, med givet $G(j\omega)$
för övrigt se MVNORM.

Program med namn MVDELT beräknar följande

- A) $\|E(j\omega)\| = \|\bar{G}^{-1}(j\omega) \Delta G(j\omega) G(j\omega) - I\|$ jmf. $A = G_0 G = G'$ i 2.3.2.
 B) $\|E(j\omega)\| = \|G^{-1}(j\omega) \Delta G(j\omega) - I\|$ jmf. $B = G'$ i 2.3.2.
 C) $\|E(j\omega)\| = \|\Delta G(j\omega) - I\|$ jmf. $C = G G_0 = G'$ i 2.3.2.

Skillnaden mellan MVDELT och MVNORM är att inmatning av både ΔG och G skall ske, men allt enligt inmatningsrutin för MVNORM. Val av A, B och C skall också utföras.

Anm MVDELT är ej helt klart.

Fall B och C kan beräknas, men då fall A skall beräknas saknas en vektor/matrisvariabel i BASIC. HP - BASIC tillåter direkta matrismanipulationer typ: $MAT A = B * C$. Vissa krav ställs givetvis på A, B och C. Dessa kunde ej uppfyllas för närvarande, p g a att alla variablerna redan var använda. Man kan kringgå detta genom att räkna ut matris A element för element.

Problemet uppstod i samband med raderna 1625 - 1650 orsakade av bl a raderna 1611 och 290. I 290 används vektorn P med skild dimension jmf med 1611, där den omdimensioneras. Detta skall förhoppningsvis korrigeras senare.

Anm':

Korrigerig genomförd, se program MVDELT i Appendix A.

Programmet har inte testats efter korrigerig! Författaren hade inte tillgång till dator med lika utvecklad BASIC. Han arbetade vid rapportens slutförande i utlandet. Information angående MVDELT:as senaste tillstånd och resultat enl. § 2.5 fås hos författaren; sökes genom LTH.

2.5. Användning av teorin på robotsystem enl del 1

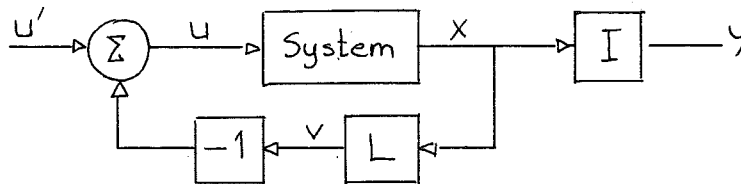
Inledning

För att bli a testa programmet MVNORM har följande $G(j\omega)$ körts:

$$\frac{1}{s} \quad \text{och} \quad \begin{bmatrix} 1/s & 1/s \\ 1/s & -1/s \end{bmatrix}$$

Exempel på körning och resultat finnes i fig 13A , B
(linjär interpolation mellan punkterna)

Robot enligt del 1



x = tillstånden

$$\begin{bmatrix} q \\ \alpha \\ \dot{h} \\ h \end{bmatrix}$$

u = insignaler

$$\begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix}$$

Matris form enligt 1.2.4.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d}{dt} x = Ax + Bu \\ y = I \cdot x \\ u = -Lx + u' \\ \frac{d}{dt} x = \dot{x} = Sx \end{array} \right\} \begin{array}{l} Sx = Ax - BLx + Bu' \\ \frac{y}{u'} = G = I (sI - A + BL)^{-1} B \end{array}$$

Om återkopplingen bryts mellan L och -1 och signalerna betraktas där, v , fås :

$$G_E = \frac{Y}{U} = L(sI - A)^{-1} B$$

Detta G är det som användts vid beräkningen av

$$\|E\| = \frac{1}{\|(I + G_E^{-1})^{-1}\|}$$

$$G_E = \begin{bmatrix} \frac{T_{11}}{Z} & \frac{T_{12}}{Z} \\ \frac{T_{21}}{Z} & \frac{T_{22}}{Z} \end{bmatrix}$$

$$\Pi = s^2 (s^3 + 3,3340 s + 60,964)$$

$$T_{11} = 6,9699 s^4 + 24,839 s^3 + 118,70 s + 120,06$$

$$T_{12} = -4,0671 s^4 - 11,006 s^3 - 47,125 s - 42,335$$

$$T_{21} = -20,336 s^4 - 67,175 s^3 - 262,40 s - 269,79$$

$$T_{22} = 12,158 s^4 + 29,396 s^3 + 104,37 s + 95,120$$

Dessa täljare och nämnare har erhållits från matrisformen med hjälp av REGBIB.

Resultat av $\|E_s\|$ visas i fig 14 och 15 (linjär interpolation mellan punkterna).

Vad säger då detta?

Störningar enligt § 2.3.1. och 2.3.2. och med norm enligt 2.4., vilka kan betecknas med E enligt § 2.4., skall för alla frekvenser befinna sig under kurvan i fig 14 för att uppfylla det tillräckliga villkoret för stabilitet i styrsystemet.

Befinner sig störningskurvan ovanför kurvan i fig 14 kan alltså systemet ändå vara stabilt, då villkoret ej är nödvändigt.

Resultatet redovisar ett krav på alla frekvenser, vilket kan vara värdefullt. Störningar, vilka bara ger upphov till diago-

nalelement i matrisen E enligt § 2.3.2., kan alla diagonalelementen tillåtas ge en störningskurva upp till kurvan i fig 14. Detta kommer givetvis från valet av norm: Kolonnsummemax.

För att få en direkt uppfattning av tillåten störning skall störningen uttryckas enligt § 2.3.2 och köras på dator enligt § 2.4. (MVDELT). Körningen — kurva enligt fig 14 — från § 2.4. (MVNORM) jämförs sedan med körning från MVDELT.

Då MVDELT hakade upp sig på just störning typ A, se ann, § 2.4., har ej något illustrativt exempel med roderservo enligt § 1.2.6. och 1.4.3 kunnat genomföras.

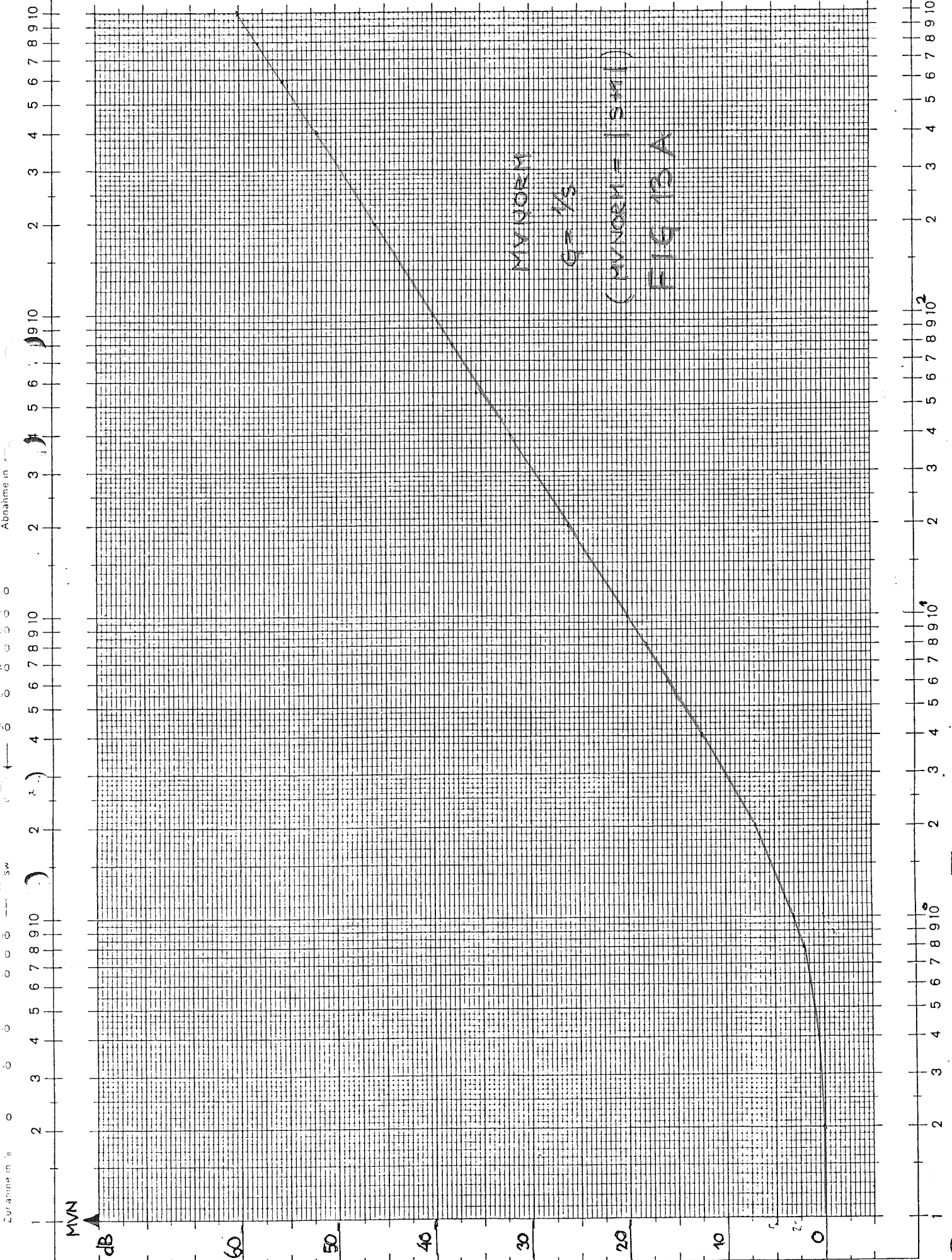
2.6. Sammanfattning av del 2

TVå program för analys av tillåten störning av ett multivariabelt system har framtagits, vilka kan vara lämpliga verktyg för analys av multivariabla system.

Då program nr 3, MVDELTA, kan fås att fungera, erhålles tillsammans med de två andra programmen MVNORM och MVECHO, ett relativt kraftfullt paket för analysen.

Med MVNORM bestämes tillåten störning E och med MVDELTA prövas olika typer och storlekar på tänkbara störningar. Är kurvan från MVDELTA under kurvan från MVNORM uppfylles det tillräckliga villkoret för stabilitet.

En tolkning, av vad olikheten betecknar i det skalära fallet, kan illustrera styrkan på kraven.

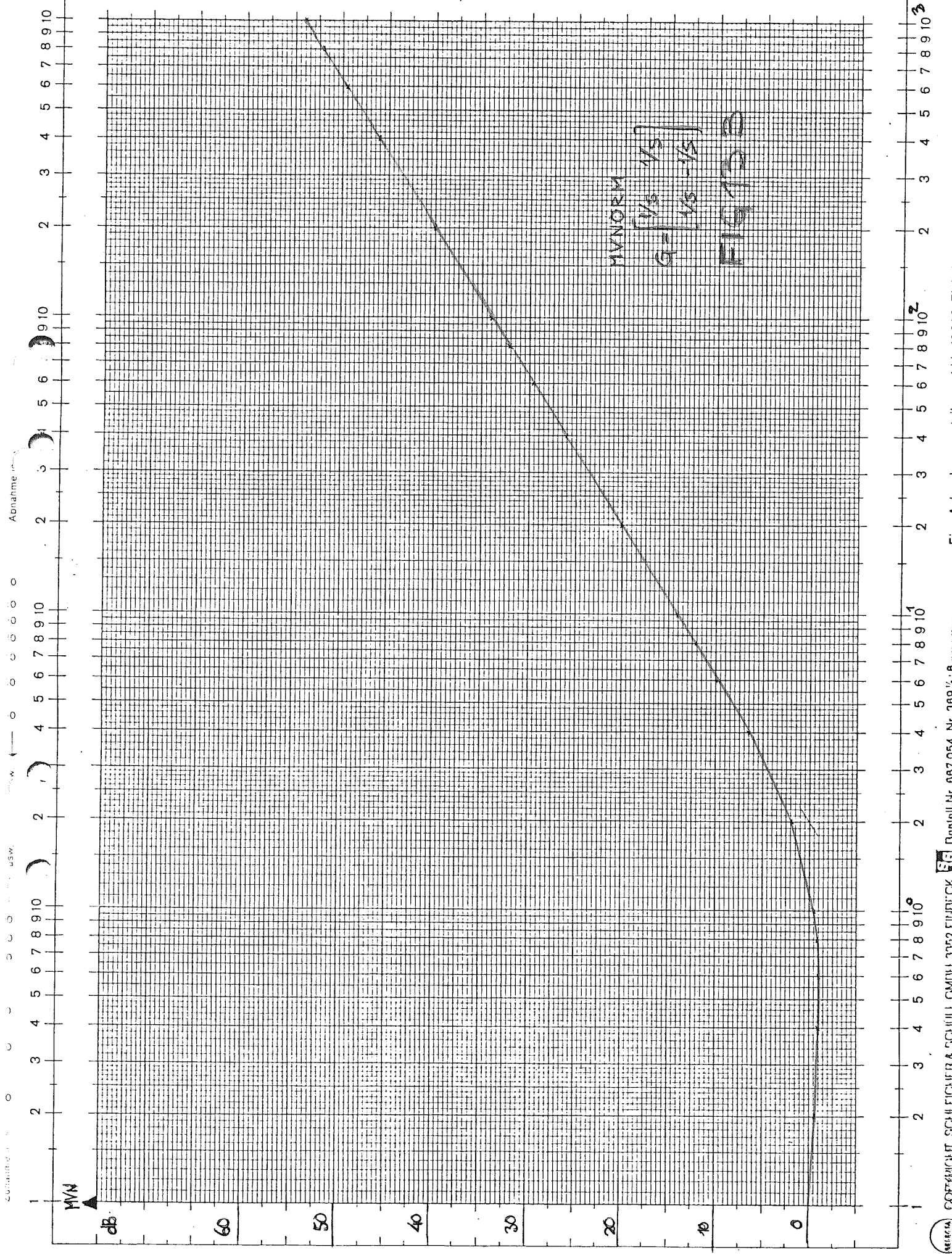


Abnahme in

Zunahme in

SW

MVN



MVNORM

$$q = \begin{bmatrix} 1/5 & 1/5 \\ 1/5 & -1/5 \end{bmatrix}$$

FIG 13.8

Abnahme

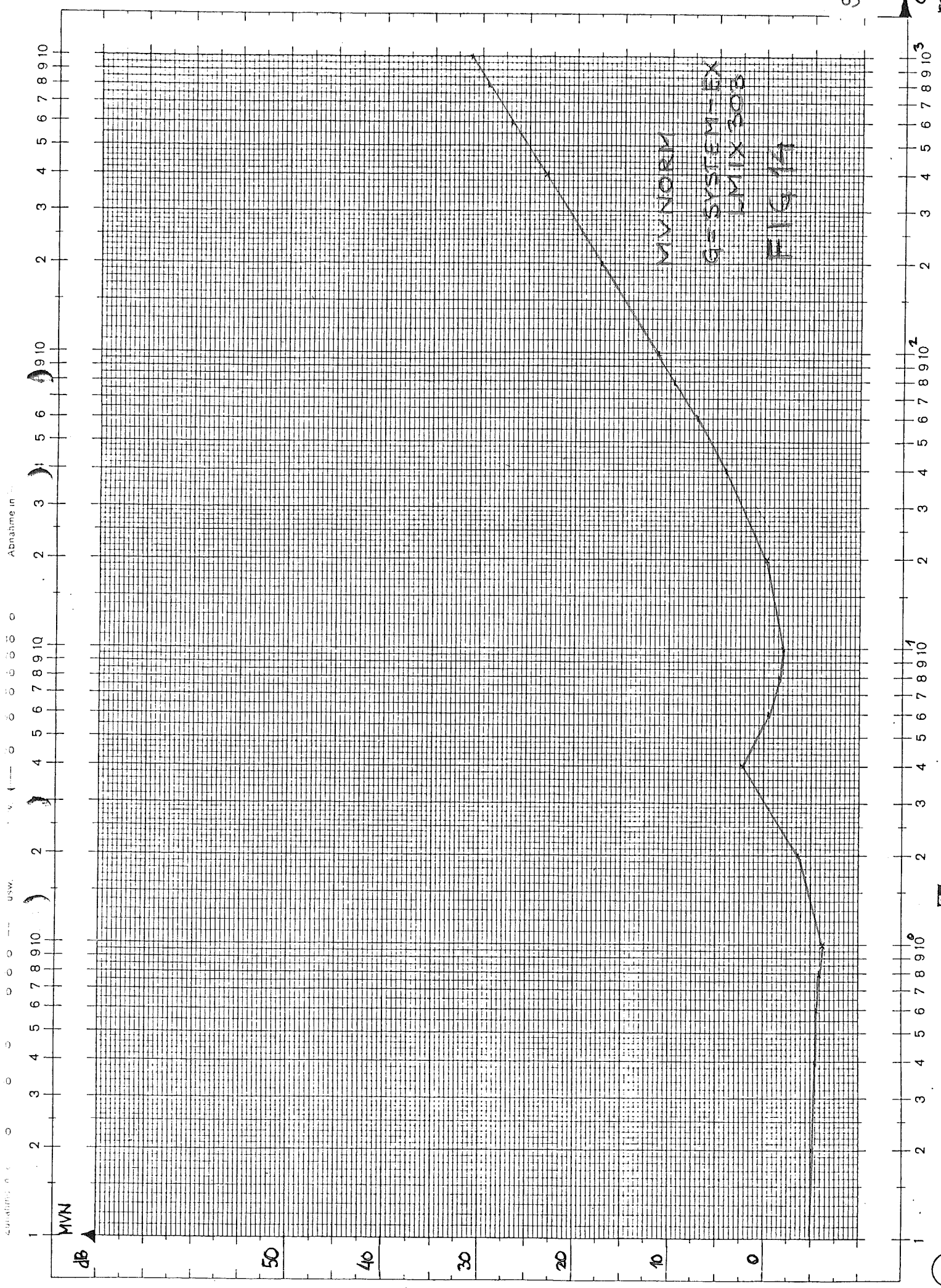


Fig. 15

GET-MVNORM
 RUN
 MVNORM

MULTIVARIABLE, STABILITY, INEQUALITY, NORM

$G = \Gamma/N$

$\Gamma = B_0 * S^P + B_1 * S^{(P-1)} + \dots + B_P$

$N = A_0 * S^P + A_1 * S^{(P-1)} + \dots + A_P$

P=ORDER OF POLYNOM

ORDER OF N=?4

WRITE N

A 0 =?1

A 1 =?3.334

A 2 =?60.964

A 3 =?0

A 4 =?0

AMOUNT OF IN SIGNALS=?2

ORDER OF T 1 1 =?3

WRITE T 1 1

B 0 =?6.9699

B 1 =?24.839

B 2 =?118.7

B 3 =?120.06

ORDER OF T 1 2 =?3

WRITE T 1 2

B 0 =?-4.0671

B 1 =?-11.006

B 2 =?-47.125

B 3 =?-42.335

ORDER OF T 2 1 =?3

WRITE T 2 1

B 0 =?2-29____-20.336

B 1 =?-67.175

B 2 =?-262.4

B 3 =?-269.76

ORDER OF T 2 2 =?3

WRITE T 2 2

B 0 =?12.158

B 1 =?29.396

B 2 =?104.37

B 3 =?95.120

W= .2

NORM= .548868

20*LG(NORM)=-5.21064

W= .4

NORM= .535066

20*LG(NORM)=-5.43186

W= .6

NORM= .516966

20*LG(NORM)=-5.73077

W= .8

NORM= .499876

20*LG(NORM)=-6.02275

W= 1

NORM= .488998

20*LG(NORM)=-6.21386

W= 2

NORM= .655121

20*LG(NORM)=-3.67357

W= 4

NORM= 1.2999

20*LG(NORM)= 2.27822

W= 6

NORM= .942485

20*LG(NORM)=-.514512

W= 8

NORM= .830504

20*LG(NORM)=-1.61317

W= 10

NORM= .805512

20*LG(NORM)=-1.87856

W= 20

NORM= .974723

20*LG(NORM)=-.222373

W= 40

NORM= 1.59282

20*LG(NORM)= 4.04333

W= 60

NORM= 2.28372

20*LG(NORM)= 7.17285

W= 80

NORM= 2.99488

20*LG(NORM)= 9.52759

W= 100

NORM= 3.71447

20*LG(NORM)= 11.3979

W= 200

NORM= 7.35068

20*LG(NORM)= 17.3265

W= 400

NORM= 14.6619

20*LG(NORM)= 23.3238

W= 600

NORM= 21.9818

20*LG(NORM)= 26.8413

W= 800

NORM= 29.3042

20*LG(NORM)= 29.3386

W= 1000

NORM= 36.6274

20*LG(NORM)= 31.2761

DONE

Referenslista

- [1] J. C. Doyle
Robustness of Multiloop Linear Feedback Systems 17th IEEE
Conf. on Decision and Control, Jan 1979
San Diego, CA, USA
- [2] Lennart Ljung
Reglerteori
Kompendium Linköpings Tekniska Högskola, 1979
- [3] B.D.O. Anderson and I. B. Moore
Linear Optimal Control
Prentice - Hall 1971
- [4] Alan I Laub
An Inequality and Some Computations Related to the Robust
Stability of Linear Dynamic Systems
IEEE Trans. on Automatic Control Vol. AC - 24 No 2 Apr 79
- [5] D. W. Muzman and N. R. Sandell, Jr
An Inequality Arising in Robustness Analysis of Multiva-
riable Systems
- [6] N. R. Sandell, Jr
Robust Stability of Systems with Application to Singular
Perturbations
Brief Paper, Automatica Vol 15 1979

Appendix A

MVNORM

LIST
MVNORM

```

100 REM ***** HEAD *****
110 REM          *****
120 PRINT LIN(1);"MULTIVARIABLE, ROBUST STABILITY, INEQUALITY, NORM"
130 PRINT "G=I/N"
140 PRINT "T=30*S^P+B1*S^(P-1)+...+BP"
150 PRINT "N=A0*S^P+A1*S^(P-1)+...+AP"
160 PRINT "P=ORDER OF POLYNOM";LIN(2)
170 REM *****
180 REM          *****          INPUT OF N          *****
190 REM          *****          *****
200 PRINT "ORDER OF N=";
210 INPUT N1
220 DO=N1
230 GOSUB 2000
240 EI=E0
250 PRINT "WRITE N"
260 FOR I=1 TO N1+1
270 PRINT "A";I-1;"=";
280 INPUT A(I)
290 P(N1+2-I)=A(I)
300 NEXT I
310 GOSUB 2200
320 FOR I=1 TO N1+1
330 A(I)=P(N1+2-I)
340 NEXT I
350 PRINT LIN(1);"N OKEY? Y OR N";
360 INPUT N$
370 IF N$="Y" THEN 430
380 IF N$="N" THEN 200
390 GOTO 350
400 REM *****

```

```

410 REM *****          ***** INPUT OF I *****
420 REM                      *****
430 PRINT LIN(2);"AMOUNT OF IN SIGNALS=";
440 INPUT M2
450 PRINT LIN(1);M2;"-IN SIGNALS? Y OR N";
460 INPUT M$
470 IF M$="Y" THEN 500
480 IF M$="N" THEN 430
490 GOTO 450
500 V=0
510 FOR I=1 TO M2
520 FOR J=1 TO M2
530 V=V+1
540 PRINT LIN(1);"ORDER OF T";I;J;"=";
550 INPUT T2
560 DO=T2
570 GOSUB 2000
580 E(V)=E0
590 PRINT "WRITE T";I;J
600 FOR K=1 TO T2+1
610 PRINT "B";K-1;"=";
620 INPUT B(K)
630 P(T2+2-K)=B(K)
640 NEXT K
650 GOSUB 2200
660 FOR K=1 TO T2+1
670 B(K)=P(T2+2-K)
680 NEXT K
690 FOR K=1 TO T2+1
700 T(V,K)=B(K)
710 U(V)=T2
720 NEXT K
730 PRINT LIN(1);"T";I;J;" OKEY? Y OR N";
740 INPUT T$
750 IF T$="Y" THEN 780
760 IF T$="N" THEN 540
770 GOTO 730
780 NEXT J
790 NEXT I
800 PRINT LIN(2);"T OKEY? Y OR N";
810 INPUT S$
820 IF S$="Y" THEN 850
830 IF S$="N" THEN 500
840 GOTO 300
850 PRINT LIN(2)
860 VO=V
870 REM *****

```

```

880 REM ***** DIMENSION OF MATRIXES AND TO BUILD MATRIX I AND J *****
890 REM *****
900 MAT X=ZER(M2,M2)
910 MAT Y=ZER(M2,M2)
920 MAT J=ZER(M2,M2)
930 MAT K=ZER(M2,M2)
940 MAT L=ZER(M2,M2)
950 MAT D=ZER(2*M2,M2)
960 MAT I=ZER(2*M2,M2)
970 MAT C=ZER(2*M2,2*M2)
980 FOR I=1 TO M2
990 FOR J=1 TO M2
1000 I(M2+I,J)=0
1010 IF I=J THEN 1050
1020 I(I,J)=0
1030 J(I,J)=0
1040 GOTO 1070
1050 I(I,J)=1
1060 J(I,J)=1
1070 NEXT J
1080 NEXT I
1090 REM *****
1100 REM ***** TOP OF LOOP FOR DIFFERENT FREQUENCIES *****
1110 REM *****
1120 FOR N=-1 TO 2
1130 FOR P=2 TO 10 STEP 2
1140 W=P*10^N
1150 REM *****
1160 REM ***** CALCULATION OF N *****
1170 REM *****
1180 FOR I=1 TO N1+1
1190 R(I)=A(I)
1200 NEXT I
1210 DO=N1
1220 EO=E1
1230 GOSUB 2400
1240 N8=X0
1250 N9=Y0
1260 NO=N8^2+N9^2
1270 REM *****
1280 REM ***** CALCULATION OF T *****
1290 REM *****
1300 FOR I=1 TO V0
1310 FOR K=1 TO U(I)+1
1320 R(K)=T(I,K)
1330 NEXT K
1340 EO=E(I)
1350 DO=U(I)
1360 GOSUB 2400
1370 F(I)=X0
1380 G(I)=Y0
1390 FO=X0
1400 GO=Y0
1410 REM *****
1420 REM ***** ONE COMPLEX ELEMENT OF THE TRANSFER MATRIX *****
1430 REM *****
1440 F(I)=(FO*N8+GO*N9)/NO
1450 G(I)=(GO*N8-FO*N9)/NO
1460 NEXT I
1470 REM *****

```

```

1480 REM ***** TRANSFER MATRIX *****
1490 REM *****
1500 K=0
1510 FOR I=1 TO M2
1520 FOR J=1 TO M2
1530 K=K+1
1540 X(I,J)=F(K)
1550 Y(I,J)=G(K)
1560 NEXT J
1570 NEXT I
1580 REM *****
1590 REM ***** CALCULATION OF MATRIX E *****
1600 REM *****
1610 GOSUB 2600
1620 MAT C=INV(C)
1630 MAT D=C*I
1640 GOSUB 2800
1650 MAT X=X+J
1660 GOSUB 2600
1670 MAT C=INV(C)
1680 MAT D=C*I
1690 GOSUB 2800
1700 MAT K=X
1710 MAT L=Y
1720 REM *****
1730 REM ***** CALCULATION OF NORM OF E *****
1740 REM *****
1750 F1=0
1760 FOR J=1 TO M2
1770 F0=0
1780 FOR I=1 TO M2
1790 F0=SQR(K(I,J)^2+L(I,J)^2)+F0
1800 NEXT I
1810 IF F0 >= F1 THEN 1830
1820 GOTO 1840
1830 F1=F0
1840 NEXT J
1850 REM *****
1860 REM ***** PRINTING AND END OF LOOP OF DIFFERENT FREQUENCIES *****
1870 REM *****
1880 PRINT "W=";W;SPA(5);"NORM=";1/F1;SPA(5);"20*LG(NORM)=";20*(LOG(1/F1)
1890 NEXT P
1900 NEXT N
1910 END
1920 REM ***** END OF PROGRAM ***** END OF PROGRAM *****
1930 REM * * * * *

```

```

1940 REM ***** SUBROUTINES *** SUBROUTINES *** SUBROUTINES *****
1950 REM *****
1970 REM *****
1980 REM ***** DECISION OF REAL AND COMPLEX TERMS OF A N OR T *****
1990 REM *****
2000 L=0
2010 M=DO-2*L
2020 L=L+1
2030 IF M>1 THEN 2010
2040 IF M=0 THEN 2060
2050 IF M=1 THEN 2080
2060 EO=1
2070 GOTO 2090
2080 EO=0
2090 RETURN
2170 REM *****
2180 REM ***** DECISION OF SIGN OF TERMS OF A N OR T *****
2190 REM *****
2200 K1=0
2210 FOR K=1 TO DO+1 STEP 2
2220 IF K>DO+1 THEN 2300
2230 P(K)=(-1)^K1*P(K)
2240 IF K+1>DO+1 THEN 2270
2250 P(K+1)=(-1)^K1*P(K+1)
2260 GOTO 2290
2270 IF EO THEN 2300
2280 GOTO 2250
2290 K1=K1+1
2300 NEXT K
2310 RETURN
2370 REM *****
2380 REM ***** CALCULATION OF THE REAL AND COMPLEX TERM OF A N OR T *****
2390 REM *****
2400 XO=YO=0
2410 FOR K=1 TO DO+1 STEP 2
2420 IF K>DO+1 THEN 2470
2430 XO=XO*W^2+R(K)
2440 IF K+1>DO+1 THEN 2470
2450 YO=YO*W^2+R(K+1)
2460 NEXT K
2470 IF EO THEN 2490
2480 IF NOT EO THEN 2510
2490 YO=YO*W
2500 GOTO 2560
2510 XO=XO*W
2520 X1=XO
2530 Y1=YO
2540 XO=Y1
2550 YO=X1
2560 RETURN
2570 REM *****

```

```

2580 REM ***** TO BUILD THE MATRIX TO SOLVE A COMPLEX MATRIX EQUATION **
2590 REM *****
2600 FOR I=1 TO M2
2610 FOR J=1 TO M2
2620 C(I,J)=C(M2+I,M2+J)=X(I,J)
2630 C(I,M2+J)=-Y(I,J)
2640 C(M2+I,J)=Y(I,J)
2650 NEXT J
2660 NEXT I
2670 RETURN
2760 REM *****
2770 REM ***** TO SEPARATE A MATRIX TO HAVE THE RESULT OF A
2780 REM ***** COMPLEX MATRIX EQUATION *****
2790 REM *****
2800 FOR I=1 TO M2
2810 FOR J=1 TO M2
2820 X(I,J)=D(I,J)
2830 Y(I,J)=D(M2+I,J)
2840 NEXT J
2850 NEXT I
2860 RETURN
2870 REM *****
2880 REM ***** END *** END *** END *** END *** END *****
2890 END

```

MVDELTA

MVDELTA

```

50 PRINT "TYPES OF PERBUTATIONS"
51 PRINT "A:  $G*(I+E) = \Delta G * G$ , B:  $=\Delta T A$ , C:  $=G*\Delta T A$ "
52 PRINT "WHAT TYPE OF PERBUTATION DO YOU HAVE?";
53 INPUT P$
54 IF P$="A" THEN 58
55 IF P$="B" THEN 60
56 IF P$="C" THEN 62
57 GOTO 52
58 P9=1
59 GOTO 130
60 P9=2
61 GOTO 130
62 P9=3
130 PRINT "G=T/N"
140 PRINT "T= $B_0*S^P + B_1*S^{(P-1)} + \dots + B_P$ "
150 PRINT "N= $A_0*S^P + A_1*S^{(P-1)} + \dots + A_P$ "
160 PRINT "P=ORDER OF POLYNOM";LIN(2)
170 REM *****
180 REM *****          ***** INPUT OF N *****
190 REM          *****
200 PRINT "ORDER OF N=";
210 INPUT N1
220 DO=N1
230 GOSUB 2000
240 E1=E0
250 PRINT "WRITE N"
260 FOR I=1 TO N1+1
270 PRINT "A";I-1;"=";
280 INPUT A(I)
290 P(N1+2-I)=A(I)
300 NEXT I
310 GOSUB 2200
320 FOR I=1 TO N1+1
330 A(I)=P(N1+2-I)
340 NEXT I
350 PRINT LIN(1);"N OKEY? Y OR N";
360 INPUT N$
370 IF N$="Y" THEN 430
380 IF N$="N" THEN 200
390 GOTO 350
400 REM *****

```



```

410 REM *****          ***** INPUT OF T *****
420 REM                      *****
430 PRINT LIN(2);"AMOUNT OF INSIGNALS=";
440 INPUT M2
450 PRINT LIN(1);M2;"-INSIGNALS? Y OR N";
460 INPUT M$
470 IF M$="Y" THEN 500
480 IF M$="N" THEN 430
490 GOTO 450
500 V=0
510 FOR I=1 TO M2
520 FOR J=1 TO M2
530 V=V+1
540 PRINT LIN(1);"ORDER OF T";I;J;"=";
550 INPUT T2
560 DO=T2
570 GOSUB 2000
580 E(V)=EO
590 PRINT "WRITE T";I;J
600 FOR K=1 TO T2+1
610 PRINT "B";K-1;"=";
620 INPUT B(K)
630 P(T2+2-K)=B(K)
640 NEXT K
650 GOSUB 2200
660 FOR K=1 TO T2+1
670 B(K)=P(T2+2-K)
680 NEXT K
690 FOR K=1 TO T2+1
700 T(V,K)=B(K)
710 U(V)=T2
720 NEXT K
730 PRINT LIN(1);"T";I;J;" OKEY? Y OR N";
740 INPUT T$
750 IF T$="Y" THEN 780
760 IF T$="N" THEN 540
770 GOTO 730
780 NEXT J
790 NEXT I
800 PRINT LIN(2);"T OKEY? Y OR N";
810 INPUT S$
820 IF S$="Y" THEN 850
830 IF S$="N" THEN 500
840 GOTO 800
850 PRINT LIN(2)
860 VO=V
865 GOTO 3020
870 REM *****

```

```

880 REM ***** DIMENSION OF MATRIXES AND TO BUILD MATRIX I AND J *****
890 REM *****
900 MAT X=ZER(M2,M2)
910 MAT Y=ZER(M2,M2)
911 MAT M=ZER(M2,M2)
912 MAT N=ZER(M2,M2)
913 MAT W=ZER(M2,M2)
914 MAT Z=ZER(M2,M2)
920 MAT J=ZER(M2,M2)
950 MAT D=ZER(2*M2,M2)
960 MAT I=ZER(2*M2,M2)
970 MAT C=ZER(2*M2,2*M2)
980 FOR I=1 TO M2
990 FOR J=1 TO M2
1000 I(M2+I,J)=0
1010 IF I=J THEN 1050
1020 I(I,J)=0
1030 J(I,J)=0
1040 GOTO 1070
1050 I(I,J)=1
1060 J(I,J)=1
1070 NEXT J
1080 NEXT I
1090 REM *****
1100 REM ***** TOP OF LOOP FOR DIFFERENT FREQUENCIES *****
1110 REM *****
1120 FOR N=-1 TO 2
1130 FOR P=2 TO 10 STEP 2
1140 W=P*10^N
1150 REM *****
1160 REM ***** CALCULATION OF N *****
1170 REM *****
1180 FOR I=1 TO N1+1
1190 R(I)=A(I)
1200 NEXT I
1210 DO=N1
1220 EO=E1
1230 GOSUB 2400
1240 N8=X0
1250 N9=Y0
1260 NO=N8^2+N9^2
1270 REM *****
1280 REM ***** CALCULATION OF T *****
1290 REM *****
1300 FOR I=1 TO VO
1310 FOR K=1 TO U(I)+1
1320 R(K)=T(I,K)
1330 NEXT K
1340 EO=E(I)
1350 DO=U(I)
1360 GOSUB 2400
1370 F(I)=X0
1380 G(I)=Y0
1390 FO=X0
1400 GO=Y0
1410 REM *****
1420 REM ***** ONE COMPLEX ELEMENT OF THE TRANSFER MATRIX *****
1430 REM *****
1440 F(I)=(FO*N8+GO*N9)/NO
1450 G(I)=(GO*N8-FO*N9)/NO
1460 NEXT I
1470 REM *****

```

```

1480 REM ***** TRANSFER MATRIX *****
1490 REM *****
1500 K=0
1510 FOR I=1 TO M2
1520 FOR J=1 TO M2
1530 K=K+1
1540 M(I,J)=F(K)
1550 N(I,J)=G(K)
1560 NEXT J
1570 NEXT I
1575 GOTO 3710

```

```

1580 REM *****
1590 REM ***** CALCULATION OF MATRIX E *****
1600 REM *****

```

```

1610 MAT O=ZER(M2,M2)
1611 MAT P=ZER(M2,M2) (DELETE THIS LINE!)
1612 MAT Q=ZER(M2,M2)

```

```

1613 MAT S=ZER(M2,M2)
1614 IF P9=1 THEN 1620
1615 IF P9=2 THEN 1670
1616 IF P9=3 THEN 1690

```

```

1619 REM ***** G*(I+E)= DELTA G*G *****

```

```

1620 MAT X=M

```

```

1621 MAT Y=N

```

```

1622 GOSUB 2600

```

```

1623 MAT C=INV(C)

```

```

1624 MAT D=C*I

```

```

1625 GOSUB 2800 _____ 1626 MAT C = ZER(M2,M2)

```

```

1628 MAT S=X*W

```

```

1629 MAT O=S*M

```

```

1630 MAT S=Y*Z

```

```

1631 MAT P=S*M --- (CHANGE P TO C!)

```

```

1632 MAT O=O-P --- "

```

```

1633 MAT S=X*Z --- "

```

```

1634 MAT P=S*N --- "

```

```

1635 MAT O=O-P --- "

```

```

1636 MAT S=Y*W --- "

```

```

1637 MAT P=S*N --- "

```

```

1638 MAT O=O-P --- "

```

```

1639 MAT O=O-J

```

```

1640 MAT S=X*W

```

```

1641 MAT Q=S*N

```

```

1642 MAT S=Y*Z

```

```

1643 MAT P=S*N --- "

```

```

1644 MAT Q=Q-P --- "

```

```

1645 MAT S=X*Z

```

```

1646 MAT Q=Q+P --- "

```

```

1647 MAT S=Y*W --- "

```

```

1648 MAT P=S*M --- "

```

```

1649 MAT Q=Q+P --- "

```

```

1650 GOTO 1750

```

```

1669 REM ***** G*(I+E)= DELTA G *****

```

```

1670 MAT X=M

```

```

1671 MAT Y=N

```

```

1672 GOSUB 2600

```

```

1673 MAT C=INV(C)

```

```

1674 MAT D=C*I

```

```

1675 GOSUB 2800

```

```

1677 MAT O=X*W

```

```

1678 MAT S=Y*Z

```

```

1679 MAT O=O-S

```

```

1680 MAT O=O-J

```

```

1681 MAT Q=X*Z

```

```

1682 MAT S=Y*W

```

```

1683 MAT Q=Q+S

```

```

1684 GOTO 1750

```

LINE 1650: RENUMBER TO 1651!

NEW 1650:

1650 MAT C = ZER(2*M2, 2*M2)

ANOTHER WAY: USE DIM

INSTEAD OF ZER!

```

1689  REM ***** G*(I+E)= G*DELTA G *****
1690  MAT O=W-J
1691  MAT Q=Z
1692  GOTO 1750
1720  REM *****
1730  REM ***** CALCULATION OF NORM OF E *****
1740  REM *****
1750  F1=0
1760  FOR J=1 TO M2
1770  F0=0
1780  FOR I=1 TO M2
1790  F0=SQR(O(I,J)^2+Q(I,J)^2)+F0
1800  NEXT I
1810  IF F0 >= F1 THEN 1830
1820  GOTO 1840
1830  F1=F0
1840  NEXT J
1850  REM *****
1860  REM ***** PRINTING AND END OF LOOP OF DIFFERENT FREQUENCIES *****
1870  REM *****
1880  PRINT "W=";W;SPA(5);"NORM=";1/F1;SPA(5);"20*LG(NORM)=";20*(LOG(1/F
1890  NEXT P
1900  NEXT N
1910  END
1920  REM ***** END OF PROGRAM ***** END OF PROGRAM *****
1930  REM * * * * *

```

```
1940 REM ***** SUBROUTINES *** SUBROUTINES *** SUBROUTINES *****
1950 REM *****
1970 REM *****
1980 REM ***** DECISION OF REAL AND COMPLEX TERMS OF A N OR T *****
1990 REM *****
2000 L=0
2010 M=DO-2*L
2020 L=L+1
2030 IF M>1 THEN 2010
2040 IF M=0 THEN 2060
2050 IF M=1 THEN 2080
2060 EO=1
2070 GOTO 2090
2080 EO=0
2090 RETURN
2170 REM *****
2180 REM ***** DECISION OF SIGN OF TERMS OF A N OR T *****
2190 REM *****
2200 K1=0
2210 FOR K=1 TO DO+1 STEP 2
2220 IF K>DO+1 THEN 2300
2230 P(K)=(-1)^K1*P(K)
2240 IF K+1>DO+1 THEN 2270
2250 P(K+1)=(-1)^K1*P(K+1)
2260 GOTO 2290
2270 IF EO THEN 2300
2280 GOTO 2250
2290 K1=K1+1
2300 NEXT K
2310 RETURN
2370 REM *****
```

```

2380 REM ***** CALCULATION OF THE REAL AND COMPLEX TERM OF A N OR T *****
2390 REM *****
2400 XO=YO=0
2410 FOR K=1 TO DO+1 STEP 2
2420 IF K>DO+1 THEN 2470
2430 XO=XO*W^2+R(K)
2440 IF K+1>DO+1 THEN 2470
2450 YO=YO*W^2+R(K+1)
2460 NEXT K
2470 IF EO THEN 2490
2480 IF NOT EO THEN 2510
2490 YO=YO*W
2500 GOTO 2560
2510 XO=XO*W
2520 X1=XO
2530 Y1=YO
2540 XO=Y1
2550 YO=X1
2560 RETURN
2570 REM *****
2580 REM ***** TO BUILD THE MATRIX TO SOLVE A COMPLEX MATRIX EQUATION *****
2590 REM *****
2600 FOR I=1 TO M2
2610 FOR J=1 TO M2
2620 C(I,J)=C(M2+I,M2+J)=X(I,J)
2630 C(I,M2+J)=-Y(I,J)
2640 C(M2+I,J)=Y(I,J)
2650 NEXT J
2660 NEXT I
2670 RETURN
2760 REM *****
2770 REM ***** TO SEPARATE A MATRIX TO HAVE THE RESULT OF A *****
2780 REM ***** COMPLEX MATRIX EQUATION *****
2790 REM *****
2800 FOR I=1 TO M2
2810 FOR J=1 TO M2
2820 X(I,J)=D(I,J)
2830 Y(I,J)=D(M2+I,J)
2840 NEXT J
2850 NEXT I
2860 RETURN
2870 REM *****
2880 REM ***** END OF SUBROUTINES *** END OF SUBROUTINES *****
2890 END

```

```
3000 REM ***** DELTA G *** DELTA G *****
3010 REM *****
3020 PRINT LIN(1);"DELTA G";LIN(1)
3040 REM *****
3050 REM *****          ***** INPUT OF N *****
3060 REM                      *****
3070 PRINT "ORDER OF N=";
3080 INPUT N2
3090 DO=N2
3100 GOSUB 2000
3110 E2=EO
3120 PRINT "WRITE N"
3130 FOR I=1 TO N2+1
3140 PRINT "A";I-1;"=";
3150 INPUT K(I)
3160 P(N2+2-I)=K(I)
3170 NEXT I
3180 GOSUB 2200
3190 FOR I=1 TO N2+1
3200 K(I)=P(N2+2-I)
3210 NEXT I
3220 PRINT LIN(1);"N OKEY? Y OR N";
3230 INPUT N$
3240 IF N$="Y" THEN 3300
3250 IF N$="N" THEN 3070
3260 GOTO 3220
3270 REM *****
```

```

3280 REM *****          ***** INPUT OF T *****
3290 REM          *****
3300 PRINT LIN(1);"DELTA G MUST HAVE ";M2;"INSIGNALS! MATRIX OF ";M2;"*"
3310 V=0
3320 FOR I=1 TO M2
3330 FOR J=1 TO M2
3340 V=V+1
3350 PRINT LIN(1);"ORDER OF T";I;J;"=";
3360 INPUT L2
3370 DO=L2
3380 GOSUB 2000
3390 H(V)=EO
3400 PRINT "WRITE T";I;J
3410 FOR K=1 TO L2+1
3420 PRINT "B";K-1;"=";
3430 INPUT L(K)
3440 P(L2+2-K)=L(K)
3450 NEXT K
3460 GOSUB 2200
3470 FOR K=1 TO L2+1
3480 L(K)=P(L2+2-K)
3490 NEXT K
3500 FOR K=1 TO L2+1
3510 Q(V,K)=L(K)
3520 V(V)=L2
3530 NEXT K
3540 PRINT LIN(1);"T";I;J;" OKEY? Y OR N";
3550 INPUT T$
3560 IF T$="Y" THEN 3590
3570 IF T$="N" THEN 3350
3580 GOTO 3540
3590 NEXT J
3600 NEXT I
3610 PRINT LIN(2);"T OKEY? Y OR N";
3620 INPUT S$
3630 IF S$="Y" THEN 3660
3640 IF S$="N" THEN 3310
3650 GOTO 3610
3660 PRINT LIN(2)
3670 V2=V
3675 GOTO 900


---


3680 REM *****

```



```

3690 REM ***** CALCULATION OF N *****
3700 REM *****
3710 FOR I=1 TO N2+1
3720 R(I)=K(I)
3730 NEXT I
3740 DO=N2
3750 EO=E2
3760 GOSUB 2400
3770 N8=X0
3780 N9=Y0
3790 NO=N8^2+N9^2
3800 REM *****
3810 REM ***** CALCULATION OF T *****
3820 REM *****
3830 FOR I=1 TO V2
3840 FOR K=1 TO V(I)+1
3850 R(K)=Q(I,K)
3860 NEXT K
3870 EO=H(I)
3880 DO=V(I)
3890 GOSUB 2400
3900 F(I)=X0
3910 G(I)=Y0
3920 FO=X0
3930 GO=Y0
3940 REM *****
3950 REM ***** ONE COMPLEX ELEMENT OF THE TRANSFER MATRIX *****
3960 REM *****
3970 F(I)=(FO*N8+GO*N9)/NO
3980 G(I)=(GO*N8-FO*N9)/NO
3990 NEXT I
4000 REM *****
4010 REM ***** TRANSFER MATRIX *****
4020 REM *****
4030 K=0
4040 FOR I=1 TO M2
4050 FOR J=1 TO M2
4060 K=K+1
4070 W(I,J)=F(K)
4080 Z(I,J)=G(K)
4090 NEXT J
4100 NEXT I
4110 GOTO 1610
4120 REM *****
4130 REM ***** END *** END *** END *** END *** END *****
4140 END

```

MVECNO

MVECNO

```

100 REM ***** HEAD *****
110 REM *****
120 PRINT LIN(1); "NORM, MAX COLUMN SUM"
130 PRINT "G=T/N"
140 PRINT "T=B0*S0P+B1*S0(P-1)+...+BP"
150 PRINT "N=A0*S0P+A1*S0(P-1)+...+AP"
160 PRINT "P=ORDER OF POLYNOM"; LIN(2)
170 REM *****
180 REM *****          ***** INPUT OF N *****
190 REM *****          *****
200 PRINT "ORDER OF N=";
210 INPUT N1
220 DO=N1
230 GOSUB 2000
240 E1=E0
250 PRINT "WRITE N"
260 FOR I=1 TO N1+1
270 PRINT "A"; I-1; "=";
280 INPUT A(I)
290 P(N1+2-I)=A(I)
300 NEXT I
310 GOSUB 2200
320 FOR I=1 TO N1+1
330 A(I)=P(N1+2-I)
340 NEXT I
350 PRINT LIN(1); "N OKEY? Y OR N";
360 INPUT NS
370 IF NS="Y" THEN 430
380 IF NS="N" THEN 200
390 GOTO 350
400 REM *****

```

```

410 REM *****                ***** INPUT OF T *****
420 REM                *****
430 PRINT LIN(2); "AMOUNT OF INSIGNALS=";
440 INPUT A2
450 PRINT LIN(1); A2; "- INSIGNALS? Y OR N";
460 INPUT A5
470 IF A5="Y" THEN 500
480 IF A5="N" THEN 430
490 GOTO 450
500 V=0
510 FOR I=1 TO A2
520 FOR J=1 TO A2
530 V=V+1
540 PRINT LIN(1); "ORDER OF T"; I; J; "=";
550 INPUT T2
560 DO=T2
570 GOSUB 2000
580 E(V)=E0
590 PRINT "WRITE T"; I; J
600 FOR K=1 TO T2+1
610 PRINT "B"; K-1; "=";
620 INPUT B(K)
630 P(T2+2-K)=B(K)
640 NEXT K
650 GOSUB 2200
660 FOR K=1 TO T2+1
670 B(K)=P(T2+2-K)
680 NEXT K
690 FOR K=1 TO T2+1
700 I(V, K)=B(K)
710 J(V)=T2
720 NEXT K
730 PRINT LIN(1); "T"; I; J; " OKEY? Y OR N";
740 INPUT T5
750 IF T5="Y" THEN 780
760 IF T5="N" THEN 540
770 GOTO 730
780 NEXT J
790 NEXT I
800 PRINT LIN(2); "T OKEY? Y OR N";
810 INPUT S5
820 IF S5="Y" THEN 850
830 IF S5="N" THEN 500
840 GOTO 800
850 PRINT LIN(2)
860 V=V
870 REM *****

```

```

380 REM ***** DIMENSION OF MATRIXES AND TO BUILD MATRIX I AND J *****
390 REM *****
400 MAT X=ZER(M2, M2)
410 MAT Y=ZER(M2, M2)
420 MAT J=ZER(M2, M2)
430 MAT K=ZER(M2, M2)
440 MAT L=ZER(M2, M2)
450 MAT D=ZER(2*M2, M2)
460 MAT I=ZER(2*M2, M2)
470 MAT C=ZER(2*M2, 2*M2)
480 FOR I=1 TO M2
490 FOR J=1 TO M2
1000 I(M2+I, J)=0
1010 IF I=J THEN 1050
1020 I(I, J)=0
1030 J(I, J)=0
1040 GOTO 1070
1050 I(I, J)=1
1060 J(I, J)=1
1070 NEXT J
1080 NEXT I
1090 REM *****
1100 REM ***** TOP OF LOOP FOR DIFFERENT FREQUENCIES *****
1110 REM *****
1120 FOR N=-1 TO 2
1130 FOR P=2 TO 10 STEP 2
1140 N=P*1000
1150 REM *****
1160 REM ***** CALCULATION OF N *****
1170 REM *****
1180 FOR I=1 TO N1+1
1190 R(I)=A(I)
1200 NEXT I
1210 D0=N1
1220 E0=E1
1230 GOSUB 2400
1240 N0=X0
1250 Y0=Y0
1260 N0=N802+N902
1270 REM *****
1280 REM ***** CALCULATION OF T *****
1290 REM *****
1300 FOR I=1 TO V0
1310 FOR K=1 TO U(I)+1
1320 R(K)=T(I, K)
1330 NEXT K
1340 E0=E(I)
1350 D0=U(I)
1360 GOSUB 2400
1370 F(I)=X0
1380 G(I)=Y0
1390 F0=X0
1400 G0=Y0
1410 REM *****

```

```

1420 REM ***** ONE COMPONENT OF THE TRANSFER MATRIX *****
1430 REM *****
1440 F(I)=(F0*N8+G0*N9)/N0
1450 G(I)=(G0*N8-F0*N9)/N0
1460 NEXT I
1470 REM *****
1480 REM ***** TRANSFER MATRIX *****
1490 REM *****
1500 K=0
1510 FOR I=1 TO M2
1520 FOR J=1 TO M2
1530 K=K+1
1540 X(I,J)=F(K)
1550 Y(I,J)=G(K)
1560 NEXT J
1570 NEXT I
1700 MAT K=X
1710 MAT L=Y
1720 REM *****
1730 REM ***** CALCULATION OF NORM OF G *****
1740 REM *****
1750 F1=0
1760 FOR J=1 TO M2
1770 F0=0
1780 FOR I=1 TO M2
1790 F0=SQR(K(I,J)**2+L(I,J)**2)+F0
1800 NEXT I
1810 IF F0 >= F1 THEN 1830
1820 GOTO 1840
1830 F1=F0
1840 NEXT J
1850 REM *****
1860 REM ***** PRINTING AND END OF LOOP OF DIFFERENT FREQUENCIES *****
1870 REM *****
1880 PRINT "n=";n;SPA(5);"NORM=";1/F1;SPA(5);"20*LG(NORM)=";20*(LOG(1/
1890 NEXT P
1900 NEXT n
1910 END
1920 REM ***** END OF PROGRAM ***** END OF PROGRAM *****
1930 REM * * * * *

```

```

1940 REM ***** SUBROUTINES *** SUBROUTINES *** SUBROUTINES *****
1950 REM *****
1970 REM *****
1980 REM ***** DECISION OF REAL AND COMPLEX TERMS OF A N OR T *****
1990 REM *****
2000 L=0
2010 M=D0-2*L
2020 L=L+1
2030 IF M>1 THEN 2010
2040 IF M=0 THEN 2060
2050 IF M=1 THEN 2030
2060 E0=1
2070 GOTO 2090
2080 E0=0
2090 RETURN
2170 REM *****
2180 REM ***** DECISION OF SIGN OF TERMS OF A N OR T *****
2190 REM *****
2200 K1=0
2210 FOR K=1 TO D0+1 STEP 2
2220 IF K>D0+1 THEN 2300
2230 P(K)=(-1)OK1*P(K)
2240 IF K+1>D0+1 THEN 2270
2250 P(K+1)=(-1)OK1*P(K+1)
2260 GOTO 2290
2270 IF E0 THEN 2300
2280 GOTO 2250
2290 K1=K1+1
2300 NEXT K
2310 RETURN
2370 REM *****
2380 REM ***** CALCULATION OF THE REAL AND COMPLEX TERM OF A N OR T *
2390 REM *****
2400 X0=Y0=0
2410 FOR K=1 TO D0+1 STEP 2
2420 IF K>D0+1 THEN 2470
2430 X0=X0*WJ2+R(K)
2440 IF K+1>D0+1 THEN 2470
2450 Y0=Y0*WJ2+R(K+1)
2460 NEXT K
2470 IF E0 THEN 2490
2480 IF NOT E0 THEN 2510
2490 Y0=Y0*W
2500 GOTO 2500
2510 X0=X0*W
2520 X1=X0
2530 Y1=Y0
2540 X0=Y1
2550 Y0=X1
2560 RETURN
2570 REM *****

```

```

2580 REM ***** TO BUILD THE MATRIX TO SOLVE A COMPLEX MATRIX EQUATION
2590 REM *****
2600 FOR I=1 TO M2
2610 FOR J=1 TO M2
2620 C(I,J)=C(M2+I,M2+J)=X(I,J)
2630 C(I,M2+J)=-Y(I,J)
2640 C(M2+I,J)=Y(I,J)
2650 NEXT J
2660 NEXT I
2670 RETURN
2700 REM *****
2710 REM ***** TO SEPARATE A MATRIX TO HAVE THE RESULT OF A
2720 REM ***** COMPLEX MATRIX EQUATION *****
2730 REM *****
2740 FOR I=1 TO M2
2750 FOR J=1 TO M2
2760 X(I,J)=D(I,J)
2770 Y(I,J)=D(M2+I,J)
2780 NEXT J
2790 NEXT I
2800 RETURN
2810 REM *****
2820 REM ***** END *** END *** END *****
2830 END

```