

DUAL REGLERING

EN OPTIMAL DUAL REGULATOR FÖR EN INTEGRATOR MED KONSTANT  
MEN OKÄND FÖRSTÄRKNING

ANDERS HELMERSSON

INSTITUTIONEN FÖR REGLERTEKNIK  
LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA  
MARS 1981

<b>LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY</b> DEPARTMENT OF AUTOMATIC CONTROL Box 725 S 220 07 Lund 7 Sweden		Document name Master thesis	
		Date of issue March 1981	
		Document number CODEN: LUTFD2/(TFRT-5245)/1-86/(1981)	
Author(s) Anders Helmersson		Supervisor Karl Johan Åström	
		Sponsoring organization	
Title and subtitle DUAL REGLERING - En optimal dual regulator för en integrator med konstant men okänd förstärkning. (DUAL CONTROL - An optimal dual regulator for an integrator plant with constant but unknown gain)			
Abstract Nonlinear stochastic control theory is applied to a simple discrete integrator with unknown gain. The optimal dual control algorithm is evaluated numerically and interpreted intuitively. Some numerical problems arised are discussed. Using simulated examples, a comparison is made of the performance of some previously suggested suboptimal regulators, and the optimal one.			
Key words			
Classification system and/or index terms (if any)			
Supplementary bibliographical information			
ISSN and key title			ISBN
Language Swedish	Number of pages 86	Recipient's notes	
Security classification			

DOKUMENTTABLAD RT 3/81

Distribution: The report may be ordered from the Department of Automatic Control or borrowed through the University Library 2, Box 1010, S-221 03 Lund, Sweden, Telex: 33248 Lubbis lund.

D U A L   R E G L E R I N G

En optimal dual regulator  
för en integrator med konstant men okänd förstärkning

av

Anders Helmersson

## DUAL REGLERING

## SAMMANFATTNING

Olinjär stokastisk reglerteori tillämpas på en diskret integrator med okänd förstärkning. Den optimala styrlagen beräknas numeriskt och tolkas intuitivt. Numeriska problem som observerats diskuteras. I simuleringar jämförs några tidigare använda styrlagar med den optimala.

## INNEHÅLL

FÖRORD	4
1 INTRODUKTION	5
2 PROBLEMSTÄLLNING - BELLMAN-EKVATIONEN	6
2.1 Modell	6
2.2 Estimatoren	8
2.3 Bellman-ekvationen	11
3 ALGORITMER OCH PROGRAM	11
3.1 Programspråk	11
3.2 Metod	11
3.3 Funktionen $V$	12
3.4 Interpolation	13
3.5 Integration	13
3.6 Minimering	14
3.7 Iteration	14
3.8 Kommandon och körning	15
4 RESULTAT	16
4.1 Beräkningar	16
4.2 Den optimala styrlagen	16
4.3 Diskontinuiteter	19
4.4 Numeriska problem	22
4.5 Inlärningsförlusten $L$	24
5 SIMULERINGAR	27
5.1 Jämförelse av styrlagar	27
5.2 Approximationer av den duala styrlagen	27
5.3 Övriga styrlagar	27
5.4 Startvärden och parametrar	29
5.5 Simuleringar	30
5.6 Sammanfattning	41
6 SLUTSATSER	42
REFERENSER	43
Appendix A Program	44
Appendix B Datautskrift	54
Appendix C Förlusttabeller för olika styrlagar	75
Appendix D Simnonprogram	80

# DUAL REGLERING

4

## FÖRORD

Denne rapport redovisar ett examensarbete, utfört vid institutionen för Reglerteknik, Lunds Tekniska Högskola.

Jag vill rikta ett varmt tack till min handledare, professor Karl Johan Åström.

Lund i september 1980

Anders Helmersson

## 1. INTRODUKTION

Många självinställande regulatorer, använder skattningarna av parametrarna i processen, som om de skulle vara exakta vid beräkningarna av återkopplingen. Ingen hänsyn tas till osäkerheten i skattningarna. Denna strategi kallas för certainty equivalence [1].

En optimal regulator måste kompromissa mellan följande funktioner:

1. Motverka störningarna
2. Ge aktiva testsignaler, för att förbättra skattningen på parametrarna i processen som skall styras.

Den ryske forskaren Feldbaum kallade en sådan regulator dual [2]. Dess styrsignal kan tolkas i tre termer:

1. Certainty equivalence term.
2. Cautious term. Denna term hämmar styrsignalen då osäkerheten är stor.
3. Probing term. Aktiva styrsignaler ges, för att förbättra estimatet.

För att kvantitativt bestämma den optimala duala regulatorn kan man använda sig av olinjär stokastisk teori [3] och dynamisk programmering [4]. Tillämpning av dynamisk programmering ger en funktionalekvation för den optimala styrstrategin som kallas för Bellman-ekvationen. Denna kan varken lösas analytiskt eller numeriskt i det generella fallet. Eftersom räknearbetet och minnesåtgången stiger exponentiellt med antalet variabler i modellen, måste resultaten från enkla modeller generalisera till mer komplicerade system.

Detta arbete behandlar ett enkelt system, nämligen en enkelintegrator med konstant, men okänd förstärkning. Bellman ekvationen för denna kan lösas numeriskt. Detta problem har tidigare studerats av Bohlin [5]. Trots att en mycket enkel modell används, blir räkningarna tidsödande. Effektiva numeriska metoder saknas för denna klass av problem.

I kapitel 2 ges modellen och förluskriteriet. Vidare härleds Bellman-ekvationen. Numeriska metoder för att lösa denna ekvation diskuteras i kapitel 3. Resultaten från beräkningarna redovisas och kommenteras i kapitel 4. Jämförande simuleringar mellan olika regulatorer sammanfattas i kapitel 5.

## DUAL REGLERING

## 2. PROBLEMSTÄLLNING - BELLMAN-EKVATIONEN

## 2.1 Modell

Denna rapport behandlar hur man optimalt skall styra en enkel tidsdiskret process av första ordningen

$$x(t+1) = ax(t) + b(t)u(t) + ge(t) \quad (2.1)$$

$$b(t+1) = \phi b(t) + gv(t) \quad (2.2)$$

där  $x(t)$  är processens tillstånd eller utsignal,  $u(t)$  är styrsignal,  $b(t)$  förstärkningen,  $e(t)$  och  $v(t)$  är vita oberoende Gaussiska brusvärdar med variansen 1.  $a$ ,  $\sigma$ ,  $\phi$  och  $g$  är modellparametrar vilka antas från början kända.

Vi inför nu följande förlustfunktion

$$J = \sum_{k=1}^T [x(t) - x_r(t)]^2 \quad (2.3)$$

där  $x_r(t)$  är referensvärdet för integratorns utsignal. Den optimala styrstrategin erhålles genom att minimera väntevärdet av  $J_T$ . Mer preciserat minimera

$$V_T = E(J_T | Y^t)$$

där  $Y^t$  är värdena av de observerade tillstånden och de tidigare ansatta styrsignalerna. Mer strikt är  $Y^t$   $\sigma$ -algebran genererad av  $x(t)$ ,  $x(t-1)$ , ...,  $u(t)$ ,  $u(t-1)$ , ... . Där  $E$  betecknar det betingade medelvärdet då  $Y^t$  är känt.

Med olinjär stokastisk reglerteori kan vi strukturera den optimala regulatorn enligt fig 2.1.

## 2.2 Estimatoren

Löst uttryckt sammanfattar estimatoren  $Y^t$  till en betingad fördelning, en så kallad "uttömmande statistik" (eng "sufficient statistics"). I vårt fall kan man visa att den betingade fördelningen är normal. Den kan då beskrivas med de betingade momenten

$$\hat{b}(t) = E[b(t) | Y^{t-1}]$$

$$P(t) = E\{[\hat{b}(t) - b(t)]^2 | Y^{t-1}\}$$



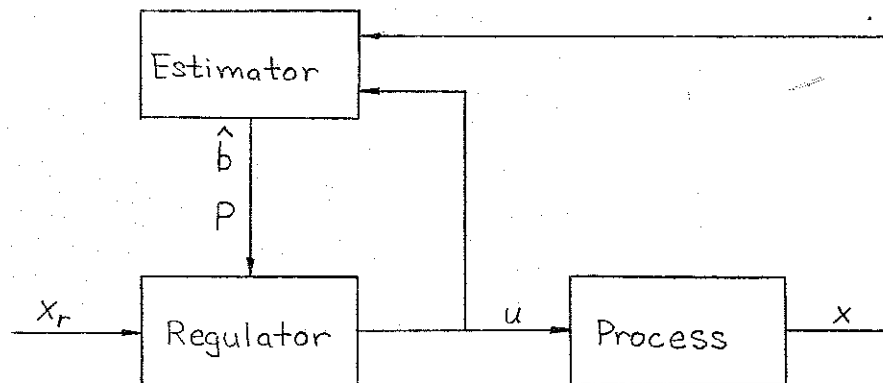


Fig 2.1 Strukturen hos en regulator erhållen ur olinjär stokastisk reglerteori.

Detta estimat, tillsammans med  $y(t)$ , kan nu användas för att beräkna styrsignalen  $u(t)$ .

Skattningarna kan beräknas rekursivt genom ekvationerna

$$\hat{b}(t+1) = \phi \hat{b}(t) + K(t) [x(t+1) - x(t) - \hat{b}(t)u(t)] \quad (2.4)$$

$$P(t+1) = \phi [\phi - K(t)u(t)] P(t) + e^2 \quad (2.5)$$

där

$$K(t) = \phi u(t) P(t) \gamma^{-2}(t) \quad (2.6)$$

med

$$\gamma^2(t) = [\sigma^2 + u^2(t)P(t)] \quad (2.7)$$

Genom att kombinera (2.1), (2.2), (2.4), (2.5), (2.6) och (2.7) fås

$$x(t+1) = ax(t) + \hat{b}(t)u(t) + \gamma(t)\varepsilon(t) \quad (2.8)$$

$$\hat{b}(t+1) = \phi \hat{b}(t) + \phi u(t) P(t) \gamma^{-1}(t) \varepsilon(t) \quad (2.9)$$

$$P(t+1) = \phi^2 \sigma^2 P(t) \gamma^{-2}(t) + e^2 \quad (2.10)$$

där  $\varepsilon(t)$  är vitt, oberoende brus med variansen 1.

## DUAL REGLERING

För att reducera antalet parametrar inför vi nya normaliserade variabler:

$$y(t) = x(t)/\sigma$$

$$x_1(t) = \hat{b}(t) P(t)^{-1/2}$$

$$x_2(t) = \sigma^2 [P(t)(1-\phi^2)]^{-1/2}$$

$$z(t) = u(t) P(t)^{1/2}/\sigma$$

Dessa variabler insatta i (2.8), (2.10) och (2.9) ger följande rekursiva ekvationer för fallet med konstant  $b$  och  $\phi=1$

$$y(t+1) = ay + x_1 z(t) + \sqrt{1+z^2} \epsilon \quad (2.11)$$

$$x_1(t+1) = x_1 \sqrt{1+z^2} + z\epsilon \quad (2.12)$$

$$x_2(t+1) = x_2 \sqrt{1+z^2} \quad (2.13)$$

där argumentet  $(t)$  utelämnats i högerledet.

### 2.3 Bellman-ekvationen

Härledningen som följer förutsätter att en lösning existerar. Vi vet egentligen inget om dess existens eller egenskaper. De numeriska experimenten indikerar bl a på diskontinuiteter i styrlagar och förlustfunktioner.

Antag att vi vill följa referensvärdet  $x$  är noll. Inför nu

$$V_T(x, \hat{b}, P, t) = \min_u E \left\{ \sum_{k=t+1}^{t+T} x^2(k) \mid Y^t \right\}$$

Följande rekursiva ekvation erhålles

$$V_T(x, \hat{b}, P, t) = \min_{u(t)} E \left\{ x(t)^2 + V_{T-1}(x(t+1), \hat{b}(t+1), P(t+1), t+1) \mid Y^{t-1} \right\}$$

Med  $E$  ersatt med en medelvärdesbildande integral fås

DUAL REGLERING

$$V_T(x, b, P, t) = \min_u \{ (ax+bu)^2 + \sigma^2 + u^2 P + \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\varepsilon) V_{T-1}(ax+bu+\sqrt{\frac{\sigma^2}{\sigma^2+u^2 P}} \varepsilon, \#b+\frac{\#uP}{\sqrt{\sigma^2+u^2 P}} \varepsilon, \frac{\#^2 \sigma^2 P}{\sigma^2+u^2 P} + t, t+1) d\varepsilon \}$$

med

$$V_1(x, b, P, t) = \min_{u(0)} \{ (ax+bu)^2 + \sigma^2 + u^2 P \}$$

och

$$\varphi(\varepsilon) = (2\pi)^{-1/2} e^{-\varepsilon^2/2}$$

Speciellt för a=1 och #=1 och med normaliserade variabler erhålles

$$\bar{V}_T(y, x_1, x_2, t) = \min_z \{ (y+x_1 z)^2 + 1 + z^2 + \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\varepsilon) \bar{V}_{T-1}(y+x_1 z+\sqrt{1+z^2} \varepsilon, x_1 \sqrt{1+z^2} + z\varepsilon, x_2 \sqrt{1+z^2}, t-1) d\varepsilon \}$$

med

$$\bar{V}_1(y, x_1, x_2, t) = \min_u \{ (y+x_1 z)^2 + 1 + z^2 \} \tag{2.14}$$

$\bar{V}$  betecknar här den normaliserade förlusten  $V_T/\sigma^2$ . I fortsättningen underförstås att  $V_T$  är normerad såvida inget annat anges.

Observera att  $x_2$  och  $t$  ej ingår i  $V_1 = V_1(y, x_1)$ . Genom induktion kan man visa att även  $V_T$  måste vara oberoende av  $x_2$  och  $t$ , emedan högerledet är oberoende av dessa variabler. Dessa variabler elimineras alltså samtidigt som vi släpper indexet på  $x_1$ .

Slutligen kan vi skriva upp Bellman-ekvationen för enkelintegratorn med konstant, men okänd förstärkning, med minsta möjliga antal variabler.

## DUAL REGLERING

$$V_T(y, x) = \min_z \{ (y + xz)^2 + 1 + z^2 + \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\varepsilon) V_{T-1}(y + xz + \sqrt{1+z^2} \varepsilon, x\sqrt{1+z^2} + z\varepsilon) d\varepsilon \} \quad (2.15)$$

med

$$V_1(y, x) = \min_z \{ (y + xz)^2 + 1 + z^2 \} \quad (2.16)$$

Vi definierar funktionen  $V^z(y, x, z)$  som uttrycket innanför minimeringsoperatoren i (2.15). Ekvationen (2.15) kan då skrivas som

$$V_T(y, x) = \min_z V_T^z(y, x, z)$$

Denna funktionalekvation kan (mig veterligen) inte lösas analytiskt för  $T \geq 2$ . För fallet  $T = 1$  existerar en analytisk lösning som enkelt kan erhållas genom att högerledet i (2.16) deriveras med avseende på  $z$ . Då fås

$$z = - \frac{yx}{1 + x^2} \quad (2.17)$$

och

$$V_1(y, x) = \frac{y^2}{1 + x^2} \quad (2.18)$$

Denna styrlag kallas för "one-step control", eller "cautious control". Det senare namnet kommer av att lagen ger små signaler då osäkerheten  $p$  är stor, dvs  $x$  är litet.

För fallet  $T \geq 2$  återstår numerisk lösning av Bellman-ekvationen.

## DUAL REGLERING

## 3 ALGORITMER OCH PROGRAM

## 3.1 Programspråk

För att lösa Bellman-ekvationen (2.15) numeriskt, skrev jag ett datorprogram avsett att köras på en av institutionens minidatorer av typ LSI-11. Programmet, som bifogas i appendix A, skrevs i OMSI-Pascal [6]. Detta program skiljer sig i från "standard" Pascal i följande avseenden

1. Möjlighet finnes att definiera externa procedurer och funktioner. ZTEST är deklarerad external.
2. Procedurerna REWRITE och RESET har flera argument än vad som tillåts i "standard" Pascal.
3. Case c of satsen har en else bisats.

För körning på andra datorer, med avvikande kompilatorer, måste statser, som berörs av ovan angivna punkter, modifieras till lämplig form.

## 3.2 Metod

Förlustfunktionen  $V_T$  beräknas rekursivt. Då  $V_{T-1}$  är känd kan  $V_T$  fås ur (2.15). Först beräknas  $V_1$  antingen direkt med (2.14) eller explicit med (2.17) och (2.18).  $V_2, V_3$  osv upp till  $V_T$  kan nu erhållas genom att (2.15) upprepas.

Vid en iteration måste följande delproblem lösas:

1. Representation av  $V_T$  måste bestämmas, och möjlighet måste finnas att anpassa denna till nya värden i varje iteration.
2. Integrationsalgoritm för  $\int \varphi V_{T-1}$  måste bestämmas.
3. Högerledet i Bellman ekvationen  $V^Z$  måste minimeras.

Dessa problem är intimt förknippade med varandra, och måste lösas med omtanke.

## DUAL REGLERING

3.3 Funktionen V

Funktionen  $V$  lagras i en tabell LOSSTE i matrisform. Området av möjliga  $(y,x)$ -värden är inte begränsat. För att beräkna  $V$  i ett begränsat område, krävs tillgång till värden även utanför detta, hämtade från den gamla  $V$ -funktionen. Således måste någon form av extrapolation tillgripas, eftersom tabellen måste vara ändlig.

Vi kan konstatera att  $V(y,x)$  är symmetrisk både i  $y$  och  $x$ . Den optimala styrlagen är däremot antisymmetrisk. Detta inses genom induktion. Det är alltså tillräcklig att i förlusttabellen lagra  $V$ 's värden i en kvadrant.

Jag har valt att lagra  $V$  i ett icke ekvidistant raster, för att få god noggrannhet i närheten av origo, eftersom detta är det intressanta området. Samtidigt avtar upplösningen för stora  $y$  och  $x$ . Detta åstadkommes med en transformation av  $y$  och  $x$  till nya variabler  $x_1$  och  $x_2$  med funktionerna  $FX1$  och

$FX2$ .

$$x_1 = y/(1+y) \text{ och } x_2 = x/(1+x)$$

$x_1$  och  $x_2$  ligger båda i intervallet  $[0,1]$ , där 0 motsvarar 0

för  $y$  eller  $x$  och 1 motsvarar  $\infty$ . För dessa nya variabler kan nu likformig indelning användas. Förlustfunktionen  $V$  lagras inte direkt i denna tabell utan modifieras först:

1.  $L_T = V_T - T$ .  $L_T$  anger inlärningsförlusten vilket är

skillnaden i förlust mellan dual reglering med okänt  $b$  och minimal varians reglering med känt  $b$ . Inlärningsförlusten kan förväntas att öka kraftigt för små  $T$ , för att sedan minska ökningstakten för stora  $T$ . Införandet av inlärningsförlusten åstadkommes genom att termen 1 i (2.15) elimineras.

2.  $L_T$  divideras med en enkel skalningsfunktion  $W$ . Denna

väljs så att  $L$  får ett riktigt asymptotiskt uppträdande, samtidigt som tabellvärdena för  $x_1$  och  $x_2$

$= 1$  (motsvarande  $y$  och  $x = \infty$ ) skall vara 0. Dessutom skall funktionen underlätta interpolation i tabellen. Här användes  $V_1$  som prototyp för  $W$ . Vi finner således

$$W(y,x) = (1+y^2)(1+|y|)(1+|x|)/(1+x^2)$$

Som sammanfattning skall  $(V_T - T)/W$  lagras i förlusttabellen.

I utskrifter och diagram anges  $V_T - T$ .

## DUAL REGLERING

3.4 Interpolation

För att beräkna  $V$  mellan de lagrade  $y$  och  $x$  måste någon form av interpolation tillgripas. Först provades linjär interpolation mellan tabellvärdena, dvs fyra punkter anpassades till

$$a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2 + a_{11}x_1x_2$$

Denna interpolation visade sig otillräcklig. Styrslagarna konvergerade långsamt, med ökande upplösningen i tabellen.

Andra ordningens interpolation används i den slutliga lösningen. Nio punkter i en kvadrat anpassas till

$$a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}x_2 + a_{20}x_2^2 + a_{11}x_1x_2 + a_{02}x_2^2 +$$

$$a_{21}x_1^2x_2 + a_{12}x_1x_2^2 + a_{22}x_1^2x_2^2$$

Interpolationen visar sig bäst i centrum av den kvadrat som bildas av dessa nio punkter. Som giltighetsområde för interpolationspolynomet valdes  $\pm 1/2$  rasteravstånd från centrumpunkten. I utkanterna av tabellen måste giltighetsområdet utvidgas, eftersom ytterpunkterna saknar grannpunkter på alla sidor. En nackdel med denna interpolationsmetod är att man inte kan garantera att funktionen blir kontinuerlig vid övergången från ett område till ett annat område med andra koefficienter. Denna ofullkomlighet visar sig ge oövertygliga bieffekter för minimeringsproceduren. Detta diskuteras i avsnitt 4.4. Funktionen  $V$  i programmet beräknar  $L_T$ , dvs väljer lämpliga

koefficienter, och utför interpolation samt skalning. För varje iteration beräknas koefficientuppsättningen med UPDATE. Att beräkna koefficienterna i varje anrop av  $V$ , direkt med hjälp av tabellvärdena, skulle bli alltför tidsödande. Nu krävs i stället större minnesutrymme.

3.5 Integration

Bellman-ekvationens högerled  $V^Z$  integreras med Simpsons integrationsalgoritm med konstant steglängd i ett ändligt intervall. Detta låter sig väl göras då  $\varphi(\epsilon)$  praktiskt taget försvinner då  $|\epsilon| \geq 5$ . Det gäller då att  $\varphi(5) = 1.5 \cdot 10^{-6}$ . I programmet utför funktionen SIMP integrationen. Den beräknar  $2 \cdot NINT + 1$  värden med steglängden INTSTP. Vikterna i Simpsons formel lagras i en vektor för att beräkningarna

## DUAL REGLERING

skall gå snabbare. Man undviker på detta sätt att anropa standardfunktionen EXP, 2·NINT + 1 gånger i varje anrop av SIMP.

### 3.6 Minimering

Funktionen  $V^z$  minimeras med proceduren GETMIN. Vid anrop av denna procedur finns NZ tabellvärden av  $V^z$  lagrade i VZTAB med början på  $z = ZSTART$  och med konstant steglängd ZSTEP. Varje värde i VZTAB testas som ett möjligt minimum. Dessutom anpassas en parabel till varje trippel av värden i VZTAB genom anrop av PARFIT. Ett interpolerat  $z$  värde på parabelns minimum beräknas (om det finns något minimum) och  $V^z(z)$  testas mot det hitintills minsta  $V^z$ -värdet. När alla värdena i tabellen har genomsökts har vi förhoppningsvis hittat en god approximation ZMIN av det globala minimum. För att förbättra detta anpassas slutligen ZMIN tillsammans med två punkter, med avståndet FINE från ZMIN till en parabel. Det härigenom erhållna minimum antas som slutligt minimum om det är mindre än ZMIN. I annat fall behålls ZMIN som absolut minimum.

### 3.7 Iteration

Då en iteration skall utföras anropas proceduren ITER. Denna anropar i sin tur STEP1 för varje nytt värde som skall beräknas i förlusttabellen. Då  $T = 1$ , dvs i den första iterationen används det explicita uttrycket för "cautious control" (2.17) och (2.18).

I andra iterationen,  $T = 2$ , läggs värden i VZTAB med början på ZSTART. Variabeln ZSTART är NBACK·ZSTEP mindre styrsignalen  $z$  som föregående iteration givit, dvs "cautious control".  $V^z$  beräknas därefter för  $z$  med ett intervall på ZSTEP tills  $(y + xz)^2 + z^2$  blir större än det första beräknade  $V^z$ -värdet (för samma  $y$  och  $x$ ). Detta för att ett globalt minimum säkert skall hittas.

För  $T \geq 3$  används samma startvärde med den skillnaden att "cautious" bytes ut mot det tidigare beräknade styrsignalen  $z$  i föregående iteration. Därefter beräknas ytterligare NZMAX värden som lagras i VZTAB innan GETMIN anropas. NBACK och NZMAX måste väljas med omsorg, beroende på tabellstorlekar och på ZSTEP. Lämpligt är att börja med relativt snabba körningar med liten upplösning för att skatta NBACK och NZMAX.



## DUAL REGLERING

3.8 Kommandon och körning

Ett enkelt styrspråk utvecklades, för att flexibelt kunna ändra parametrar, iterationsförlopp, utmatning m.m. En förteckning över kommandon och parametrar finns i programutskriften i appendix A.

En typisk körning kan se ut på följande sätt:

```

_RUN DX1:DUALF                (Starta programmet dualf)
fileoutname: DX1:TAB.1        (Ange filnamn för utskrift)
# N                               (Nya parametrar)
enter n1 (max 16): 8          (Storlek på losstable)
enter n2 (max 16): 8
.
.                               (övriga parametrar)
.
enter a-parameter: 1.0
# M
enter number of iterations: 10 (Beräkna 10 iterationer)
.
.
.                               (utskrifter av tabeller)
.
.
# S                               (Stoppa körningen)

```

Understrykningar anger utskrift från datorn.

Filen DX1:TAB.1 kan nu överföras till en radskrivare. Utskriften från denna kan användas för att rita styrlagen eller förlustfunktionen i nivådiagram. Fig 4.1 - 4.5 är gjorda på detta sätt. Filer kan också överföras till en större dator, t ex VAX/VMS, för att med hjälp av programpaketet IDPAC plotta  $V^Z$ -kurvor (fig 4.6 - 4.8).

## DUAL REGLERING

## 4. RESULTAT

## 4.1 Beräkningar

Beräkningar gjordes för två olika storlekar på förlusttabellen LOSSTB:

1. 8 x 8 med övriga parametrar:  
ZSTEP = 0.1, FINESTEP = 0.02, NZMAX = 10 och NBACK = 2.
2. 16 x 16 med övriga parametrar:  
ZSTEP = 0.05, FINESTEP = 0.02, NZMAX = 25 och  
NBACK = 5.

Följande parametrar är gemensamma för båda beräkningarna:  
a = 1, INTSTP = 0.2 och NINT = 25 (dvs  
integrationsintervallet är [-5,5])

Skillnaderna i resultat mellan dessa beräkningarna var i allmänhet ganska små. Efter 30 iterationer var differensen mellan styrlagarna maximalt 0.21. Denna maximala avvikelse erhöles för  $z(0, 1)$ , som ligger i närheten av en diskontinuitet av  $z$ . Den typiska differensen var ca 0.03.

Körningstiden på LSI-11 var cirka 7 timmar för 8 x 8 och 60 timmar för 16 x 16. Detta visar tydligt hur tidskrävande dessa beräkningar är.

De figurer som finns i detta kapitel bygger på resultat från beräkningar med 16 x 16 indelning på förlusttabellen, om inget annat anges.

## 4.2 Den optimala styrlagen

Styrlagarna  $z_T(y, x)$  är plottade i nivådiagram med olinjära skalor. Samma transformation som i programmet, används i figurerna för att få med hela det oändliga området i en begränsad figur. Endast en kvadrant visas i diagrammen, eftersom styrlagen är antisymmetrisk.

Som jämförelse har jag tagit med certainty equivalence control,  $z = -y/x$ , i fig 4.1. Cautious control, även kallad one-step control,  $z = -yx/(1+x^2)$ , visas i fig 4.2. Observera att dessa styrlagarna skiljer sig litet från varandra för stora  $x$ . För små  $x$  ger certainty equivalence mycket stora styrsignaler och speciellt för  $x = 0$  blir signalen obegränsad. Cautious ger däremot försiktiga styrsignaler för små  $x$ , då osäkerheten i skattningen av förstärkningen är stor.

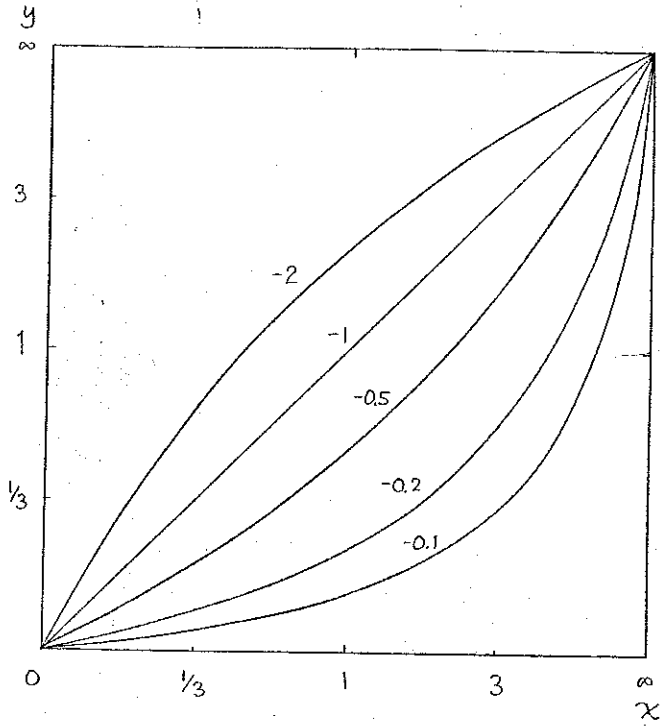


Fig 4.1 Certainty equivalence control.

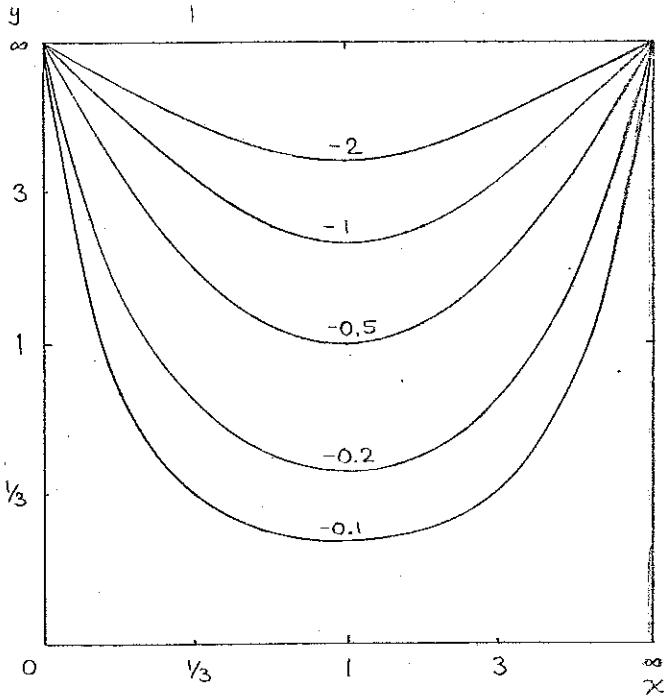


Fig 4.2 Cautious control eller one-step control:  $z_1(y, x)$ .

## DUAL REGLERING

Two-step control, dvs  $z_2(y, x)$  visas i fig 4.3. Storleken av styrsignalen  $z_2$  blir större än  $z_1$  för nästan alla värden på  $y$  och  $x$ . Regulatorn ger större signaler för att kunna skatta förstärkningen  $b$  bättre. Med en god skattning på  $b$ , kan förlusterna bli små i kommande steg. I ett litet område för små  $y$  och  $x$ , är  $z_2$  absolut större än  $y/x$ , dvs certainty

equivalence control. Här är osäkerheten av  $b$  så stor, att regulatorn aktivt exciterar processen, även om  $y = 0$ .

Observera att osäkerheten är så stor att  $P > \hat{b}/3$ . Detta kallas för probing. I figurerna för de duala styrlagarna, fig 4.3 - 4.5, har jag tillfogat en streckad kurva. På denna kurva, överensstämmer den duala styrlagen med certainty equivalence. Under kurvan ger den duala regulatorn aktiva testsignaler, som är större än styrsignaler från certainty equivalence. Detta område kallar jag för "the probing zone". Över den streckade kurvan är den duala regulatorn däremot mer försiktig. Den ger här styrsignaler som är mindre än certainty equivalence. Detta område kallar jag för "the cautious zone". Observera att i detta området är den duala styrlagen inte identisk med cautious. Cautious zone anger bara att regulatorn är försiktigare än certainty equivalence. I fig 4.4 och 4.5 kan vi se hur "the probing zone" växer då  $T$  ökar.

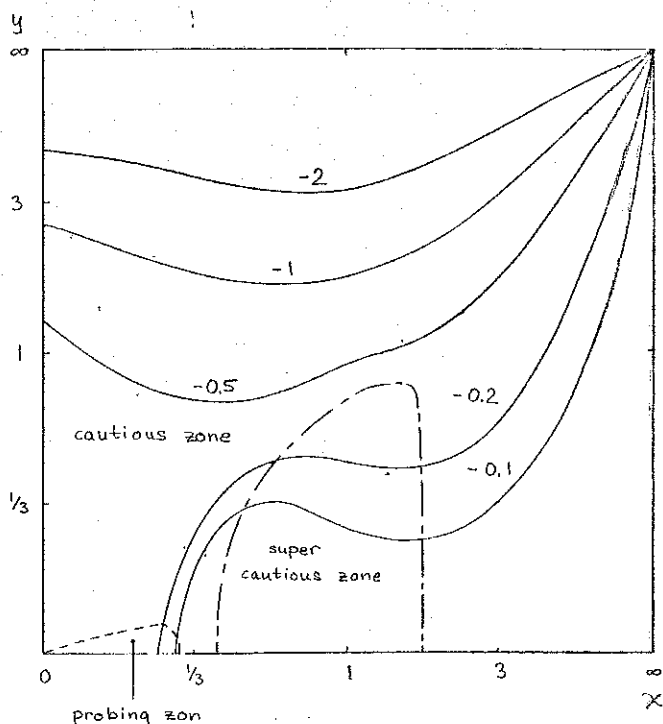


Fig 4.3 Two-step control:  $z_2(y, x)$ . (16 x 16)

## DUAL REGLERING

Det finns också ett litet område, "the super cautious zone", kring  $y = 0$  och  $x = 1$  där  $z_2$  är mindre än den styrsignalen som den försiktiga kontrollregulatorn ger. Detta är intuitivt svår-förklarligt, då man kan vänta sig att  $z_T$  skulle vara en växande funktion av  $T$ . Först för  $T = 6$  är  $z_T$  större än försiktig för alla värden på  $y$  och  $x$ .

## 4.3 Diskontinuiteter

I fig 4.4,  $z_3$ , kan vi observera att nivåkurvorna för  $z_3$  i intervallet  $[-0.5, -0.1]$  sammanfaller i närheten av  $x = 1/3$ . Detta tyder på en diskontinuitet i styrlagen. Denna diskontinuitet kan tydligare illustreras genom att plotta  $z_T(0, x)$  som funktion av  $x$ , fig 4.6.

För  $T = 3$  finns ett tydligt språng vid  $x = 0.39$ . Diskontinuiteten förflyttar sig mot högre  $x$ -värden då  $T$  ökas. För  $T = 10$  och  $30$  kan två diskontinuiteter observeras, samtidigt som sprängens storlek har blivit mindre. Man kan

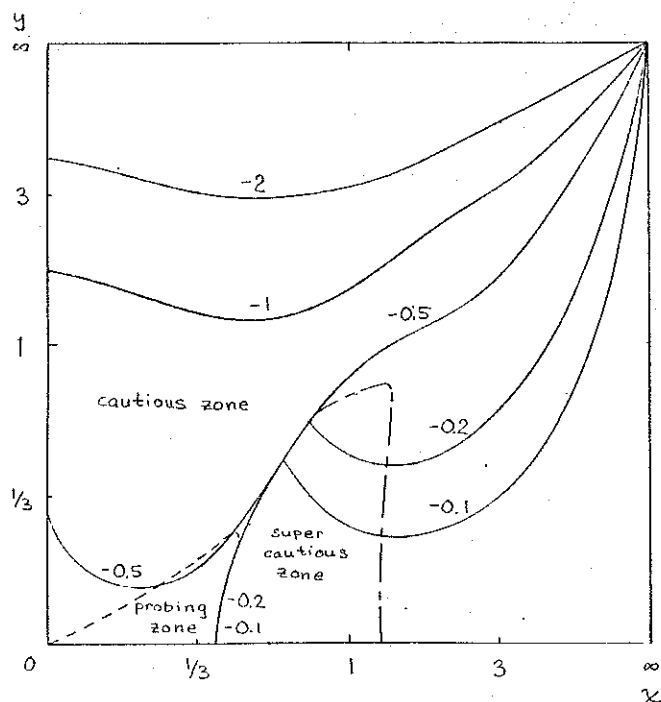


Fig 4.4 Three-step control:  $z_3(y, x)$ . (16 x 16)

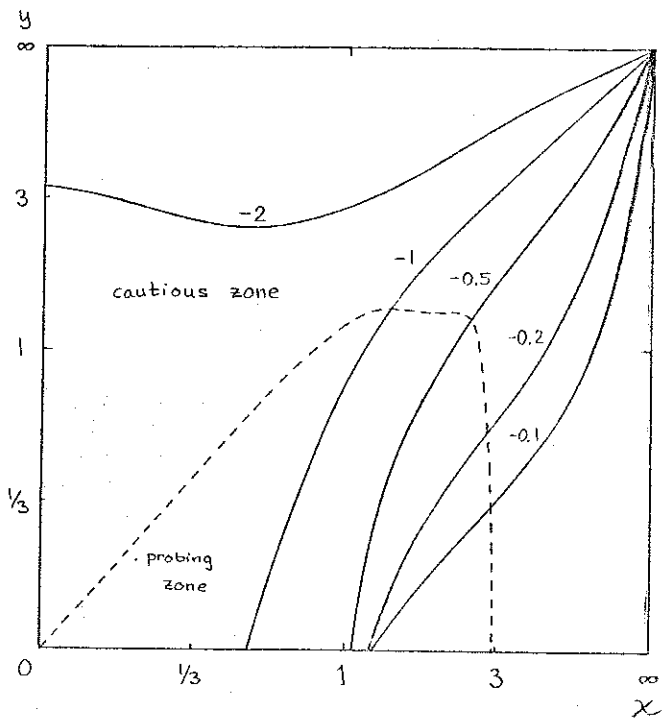


Fig 4.5 30-step control:  $z_T(y, x)$ . (16 x 16)

$z_T(0, x)$

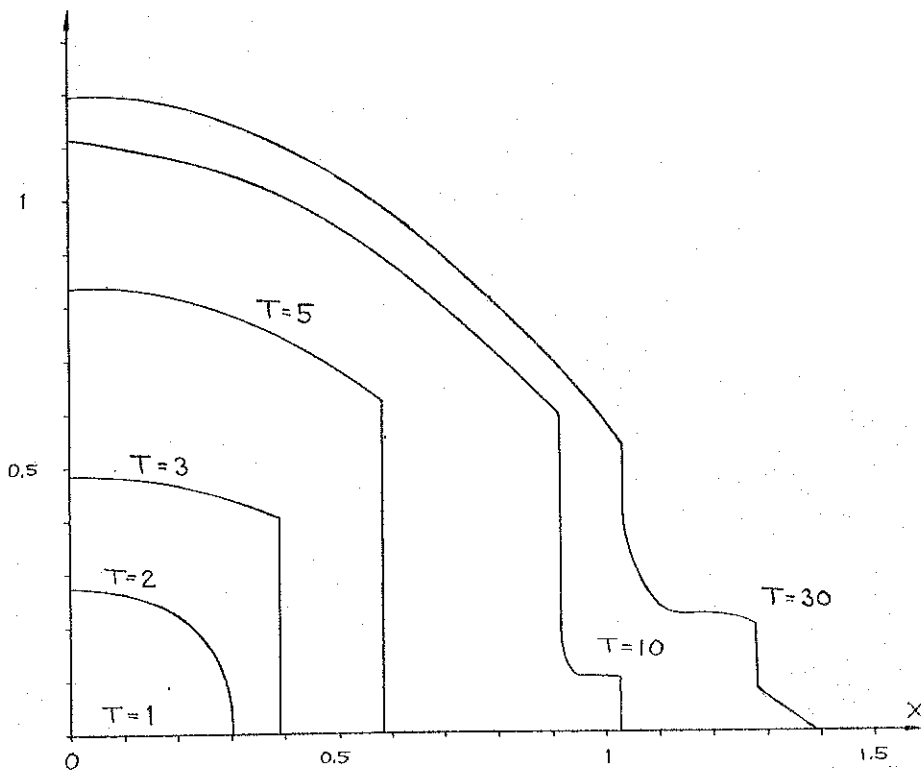


Fig 4.6  $z_T(0, x)$  som funktion av  $x$ , för  $T = 1, 2, 3, 5, 10, 30$ . (16 x 16)

## DUAL REGLERING

rimligen vänta sig, att  $z_T$  går mot en kontinuerlig funktion då  $T \rightarrow \infty$ , om  $z$  överhuvudtaget konvergerar.

Fig 4.7 visar hur diskontinuiteten för  $z_3$  uppkommer.

Förlustfunktionen  $V_3^z(0, x, z)$  är plottad som funktion av  $z$ , för  $x = 0.38, 0.39$  och  $0.40$ .  $V_3^z(0, 0.38, z)$  har två lokala minima, varav det lägsta är för  $z = 0.42$ . För  $x = 0.39$  är det däremot godtyckligt vilket minima man väljer, eftersom de är lika stora. För  $x = 0.40$  är  $V_3^z(0, 0.40, 0)$  ett globalt minimum. Diskontinuiteten uppkommer då det globala minimum hoppar från ett lokalt minimum till ett annat.

Fig 4.8 illustrerar diskontinuitetskanten för  $z_5$ . Två lika stora minimum finns i detta fallet för  $x = 0.58$ .

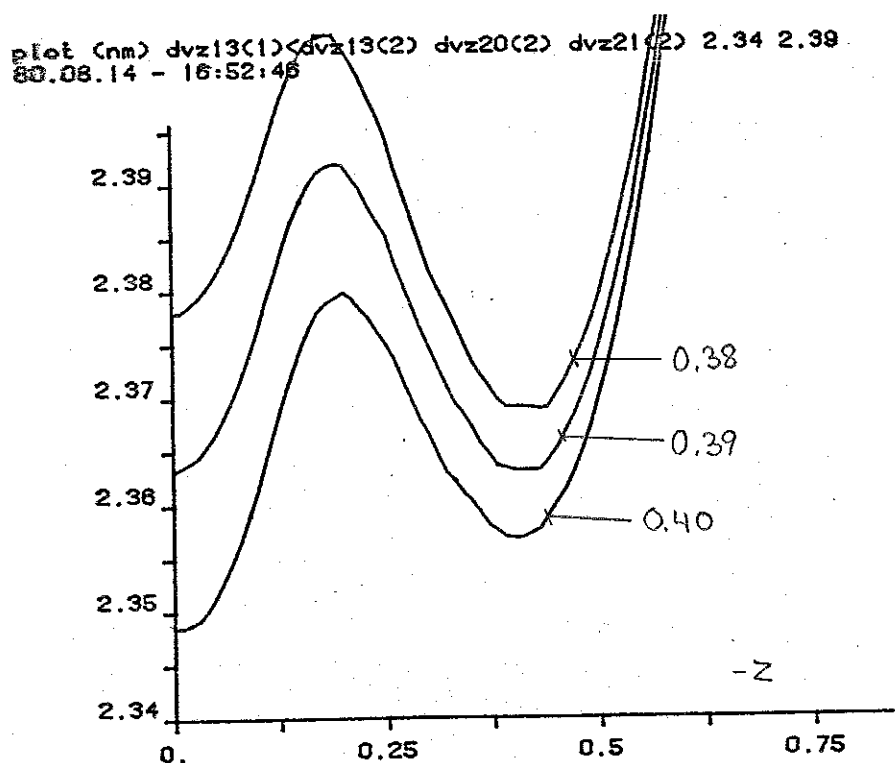


Fig 4.7  $V_3^z(0, x, z) - 3$  som funktion av  $z$ . (16 x 16)

## DUAL REGLERING

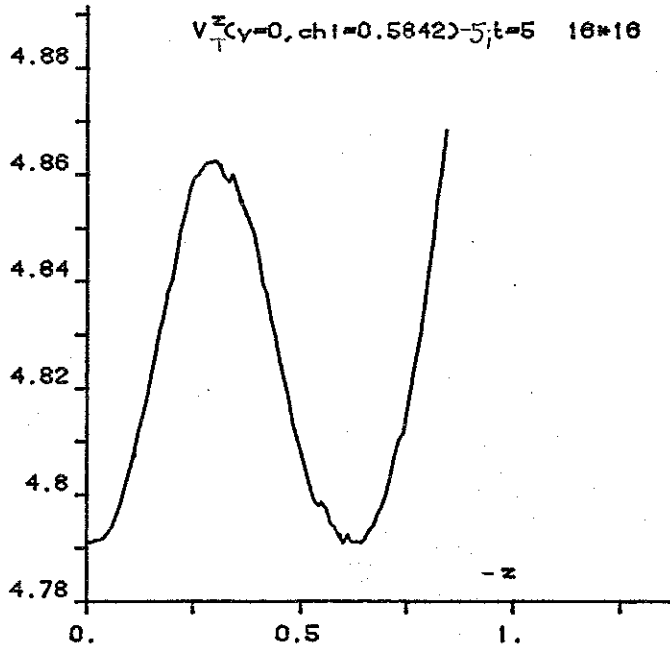


Fig 4.8  $V_T^z(0, 0.58, z) - 5$  som funktion av  $z$ . (16 x 16)

#### 4.4 Numeriska problem

"Trappstegen" i  $z_T(0, x)$  för  $T = 10$  och  $30$  i fig 4.5 kan

bero på numeriska fel.  $V_{30}^z(0, 1, z)$  finns plottade i fig 4.9, för  $8 \times 8$  och  $16 \times 16$  indelning i förlusttabellen. Att finna minimum till funktioner som dessa är mycket svårt, för att inte säga meningslöst. Anpassning till polynom urartar i närheten av diskontinuiteter. En mycket fin upplösning måste tillgripas, för att ligga inom ett styckvis kontinuerligt intervall. De minima som hittas av programmet, har en tendens att låsa fast sig till vissa värden. Vid närmare studium visar sig dessa värden ligga i närheten av kraftiga diskontinuiteter. Valet av styrsignal är dock inte så kritiskt för  $y = 0$ ,  $x = 1$ . En styrsignal i intervallet  $[-0.75, 0]$  ger maximalt 0.05 större förlust än den optimala styrlagen (16 x 16). Detta skall jämföras med den totala förlusten  $V$  över 30 steg, som är i storleksordningen 38.

Numeriska ofullkomligheter är en rimlig orsak till ovan nämnda otrevlighet. En antydning till detta är att diskontinuiteterna minskar betydligt, då upplösningen i förlusttabellen ökas från  $8 \times 8$  till  $16 \times 16$ . Det största problemet är interpolationen mellan lagrade diskreta värden i förlusttabellen.  $(y, x)$ -rummet är uppdelat i rektangulära



## DUAL REGLERING

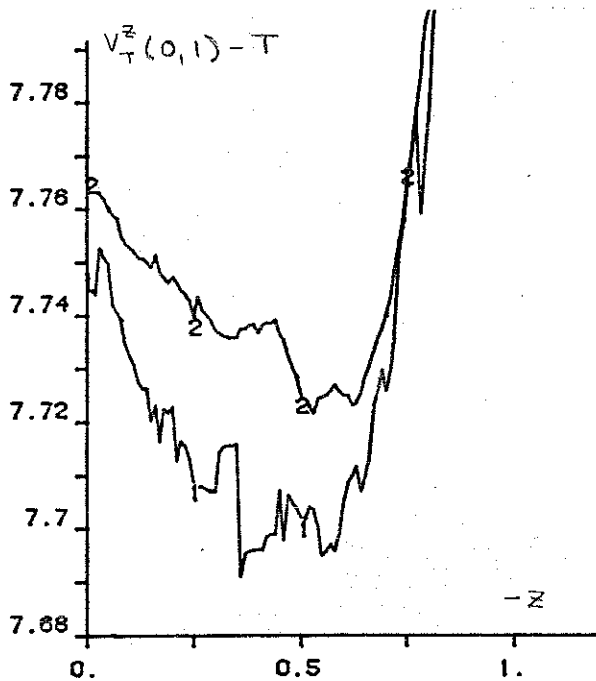


Fig 4.9.  $V_T^z(0,1) - T$  som funktion av  $z$ . ( $8 \times 8$ ) och ( $16 \times 16$ )

områden; där olika interpolationspolynom är giltiga. Vid gränserna mellan sådana interpolationsområden kan diskontinuiteter inträffa, eftersom ingen hänsyn togs till att åstadkomma en kontinuerlig övergång. För att beräkna ett nytt  $V^z$ -värde togs ett viktat medelvärde, längs en linje i  $(y, x)$ -rummet över den tidigare  $V$ -funktionen. I den numeriska lösningen, beräknas detta med ett viktat medelvärde över diskreta punkter i SIMP. Då styrsignalen  $z$  ändras flyttas dessa punkter (2.15), och kan alltså komma att passera in i ett nytt interpolationsområde. På detta sätt blir även  $V^z$ -funktionen diskontinuerlig.

För att minska detta numeriska fel kan man tillgripa följande förfiningar:

1. öka upplösningen, och därmed storleken av  $V$ -tabellen. Detta ger längre körningar på dator, men samtidigt högre noggrannhet i styrlagar och förlustfunktioner.
2. Modifiera minimeringsproceduren. Anpassa ett polynom av andra eller tredje ordningen, till flera punkter med minsta kvadratmetoden.

## DUAL REGLERING

3. Förbättra interpolationsrutinen så att den ger en kontinuerlig funktion. Detta kräver mer studium av numeriska metoder och mer programmeringsarbete. Samtidigt kan detta ge goda resultat, utan en alltför stor ökning av körningstiden på dator.

#### 4.5 Inlärningsförlusten $L$

Fig 4.10 visar inlärningsförlusten  $L_T = V_T - T$  för en optimal regulator med  $T = 30$ . Observera att  $L_T$  nästan är oberoende av  $y$  för stora  $x$ . Detta gäller för inte alltför stora  $y$ . Regulatorn kan slå ned stora fel, utan att göra några större förluster, eftersom den känner förstärkningen väl.

I fig 4.11 visas  $V_T - T$  som funktion av  $T$ , för olika interpolationsmetoder och tabellstorlekar. Andra ordningens interpolation med  $16 \times 16$  och  $8 \times 8$  tabellstorlekar skiljer sig med maximalt 0.03 enheter. Anmärkningsvärt är den långsamma konvergensen av  $V_T - T$ . En intressant principiell fråga är, om inlärningsförlusten är ändlig då  $T \rightarrow \infty$ .

I fig 4.11 visas  $V_T - T$  som funktion av  $T$ , för olika interpolationsmetoder och tabellstorlekar. Andra ordningens interpolation med  $16 \times 16$  och  $8 \times 8$  tabellstorlekar skiljer sig med maximalt 0.03 enheter. Anmärkningsvärt är den långsamma konvergensen av  $V_T - T$ . En intressant principiell fråga är, om inlärningsförlusten är ändlig då  $T \rightarrow \infty$ .

fråga är, om inlärningsförlusten är ändlig då  $T \rightarrow \infty$ .

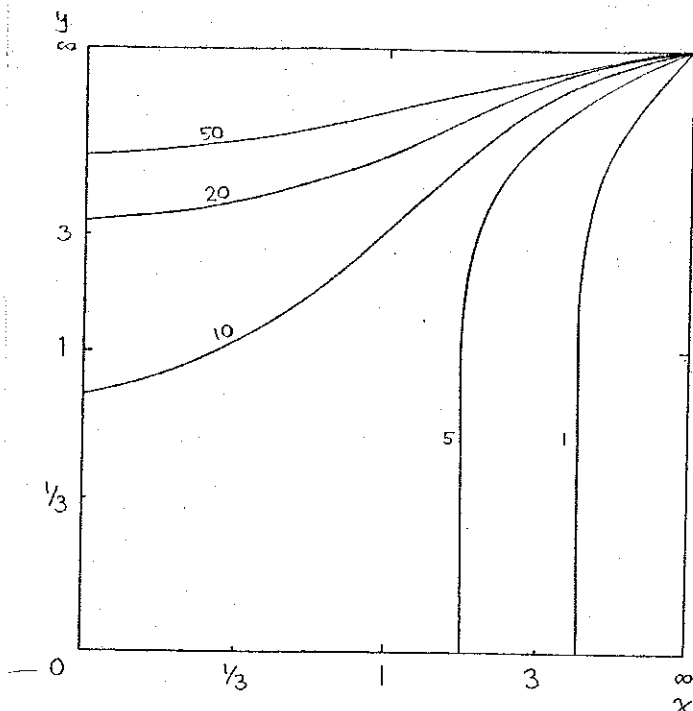


Fig 4.10 Inlärningsförlusten  $L_{30} = V_{30} - T$ . ( $16 \times 16$ )

## DUAL REGLERING

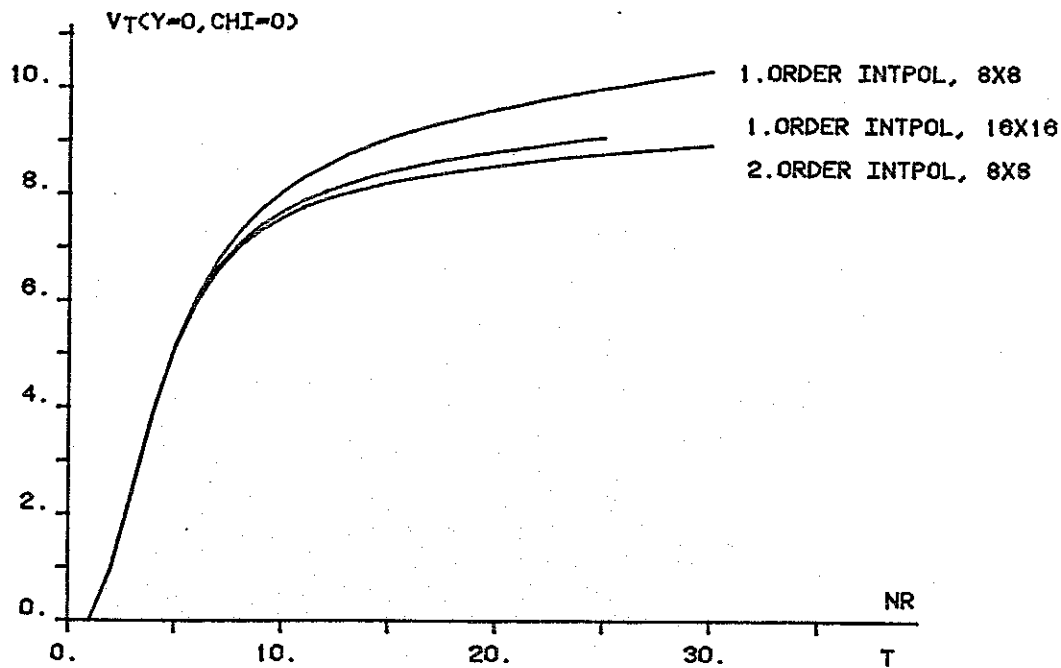


Fig 4.11  $V_T - T$  som funktion av  $T$ .

Vi studerar fallet med konstant förstärkning och  $\sigma = 1$ . Ekvation (2.5) kan skrivas som en icke rekursiv ekvation:

$$P^{-1}(t) = P^{-1}(0) + \sum_{k=1}^t u^2(k)$$

Antag att  $P$  är litet i förhållande till  $b^2$ . Vi kan då approximera styrlagen med certainty equivalence:

$$u = -\hat{y}/b$$

För "rimliga" styrsignaler kan vi göra följande skattning:

$$E u^2 \sim E \hat{y}^2 / b^2 \sim 1/b^2$$

Sålledes får vi:

$$P^{-1}(t) = P^{-1}(0) + t/b^2$$

Vidare enligt (2.1) med  $a = 1$ :

$$y(t+1) = y(t) - by(t)/\hat{b} + e(t) \sim y(t)(\hat{b}-b)/b + e(t) \sim \\ \sim y(t) + (\hat{b}-b)/b + e(t)$$

Detta är ett farligt steg, eftersom  $\hat{b}$  kan ligga kring noll, även om  $P/\hat{b}^2$  är litet.

$$E y(t+1)^2 = E [y(t)^2 (\hat{b}-b)^2 / b^2] + 1 \sim P/\hat{b}^2 + 1$$

Här antas  $\hat{b}$  vara oberoende av  $y$ , och  $E y(t)^2 \sim 1$ .

Med skattningen av  $P$  ovan kan vi nu skriva:

$$E y(t+1) \sim 1 + 1/[b^2 P^{-1}(0)] + 1 \sim 1 + 1/[X^2(0) + t]$$

Slutligen kan vi nu skriva uttrycket för förlustfunktionen:

$$V_T = \sum y(t) \sim T + \ln[1 + TX^{-2}(0)]$$

Om de approximationer som gjorts är giltiga indikerar denna överslagsräkning att inslagförlusten skulle växa logaritmiskt med tiden. En möjlighet är att använda logaritmisk interpolation i algoritmen för Bellman-ekvationen.

## DUAL REGLERING

## 5. SIMULERINGAR

5.1 Jämförelse av styrlagar

Två metoder kan användas för att jämföra den duala styrlagen med andra förekommande styrlagar. Man kan integrera fram förlustfunktionen för styrlagarna i fråga:

$$V = E \left\{ \sum_{t=1}^T y(t)^2 \right\}$$

Den andra metoden är att simulera regulatorerna på olika system. För att få ett statistiskt "säkert" underlag, krävs ett stort antal simuleringar.

5.2 Approximation av den duala styrlagen

Den duala styrlagen måste approximeras i sluten form för att kunna användas i simuleringar. Följande enkla approximation av  $z_{30}$  användes

$$z = \frac{0.56 + x}{2.2 + 0.08x + x^2} y + \frac{1.9}{1.7 + x^4} \quad y \geq 0, x \geq 0$$

Funktionen är antisymmetrisk i  $y$  och  $x$  för övrigt.

Första termen kan tolkas som en modifierad certainty- och cautious-term. Andra termen kan tolkas som en probing-term, som exciterar processen då  $y = 0$ .

Förlustfunktionen beräknades för  $T = 10, 20$  och  $30$ . Differensen mellan förlustfunktionen för approximationen och den "exakta" styrlagen var maximalt  $0.2$  för  $T = 30$ .

5.3 Övriga styrlagar

Den duala regulatorn jämfördes med följande regulatorer:

1. Certainty equivalence regulatorn, CERT.

För att få en ändlig styrsignal även då  $\hat{b} = 0$ , modifieras den rena certainty strategin. Skattningen  $|\hat{b}|$  begränsas nedåt av  $0.1P^{-1/2}$ . Förlustfunktionen  $V_{30}$

## DUAL REGLERING

i fig 5.1 visar stora förluster för små  $x$ , dvs stor osäkerhet i skattningen av förstärkningen  $\hat{b}$ . (Jämför fig 4.10). Detta beror på att regulatorn ger ohämmade styrsignaler, då variansen av  $\hat{b}$  är stor. Observera speciellt de stora förlusten för  $y = 0$  och  $x = 0$ .

2. Cautious regulatorn, CAUT. (Jämför (2.18))  
Även denna regulator har stora förluster för små  $x$ . Orsaken till detta är att inga eller mycket svaga styrsignaler ges då  $x \sim 0$ . Speciellt kommer  $V_T(0, 0)$  att växa kvadratisk som funktion av  $T$ , eftersom ingen styrsignal ges för  $x = 0$ .

3. CDC regulatorn.  
En styrlag föreslagen av Mosca, Rocchi och Zappa [7]:

Minimera  $E \{ y^2(t+1) \mid Y^{t-1} \}$  med bivillkoret:

$$P(t+1) \leq y \hat{b}(t+1|t-1) \quad \text{om} \quad P(t) \leq \hat{b}(t|t-1)$$

$$P(t+1) \leq \alpha P(t) \quad \text{för övrigt}$$

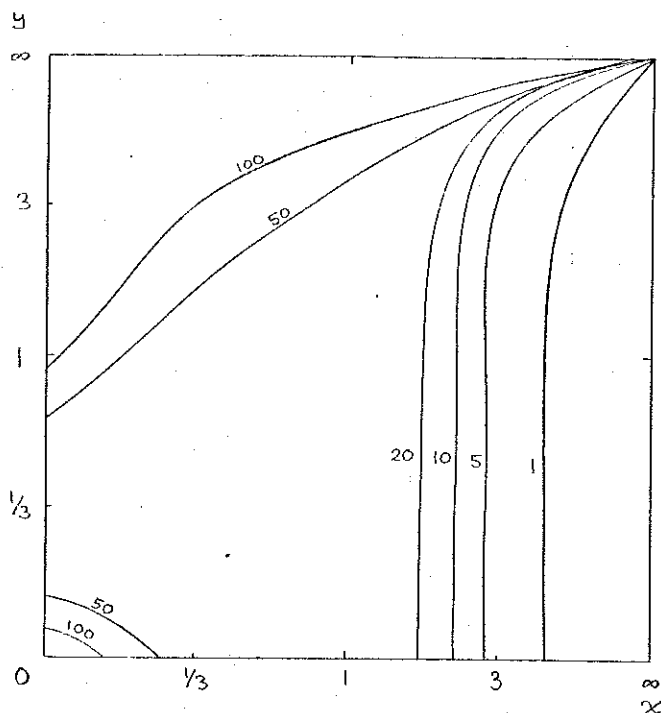


Fig 5.1  $V_T - 30$  för certainty equivalence control

## DUAL REGLERING

Parametrarna,  $\gamma$  och  $\alpha$ , valdes så att styrlagen överensstämde så bra som möjligt med den optimala duala regulatorn:

$$\gamma = 0.33; \alpha = 0.33$$

Nivådiagram för normerade styrsignalen  $z$  ges i fig 5.2.

$V$  visar sig vara ca en enhet större än den optimala 30 regulatorn. För stora  $y$  blir däremot skillnaderna något större.

Förlusttabeller för samtliga dessa styrlagar, med  $T = 10, 20$  och  $30$ , redovisas i appendix C.

#### 5.4 Startvärden och parametrar

Följande startvärden och parametrar måste väljas för simuleringarna:

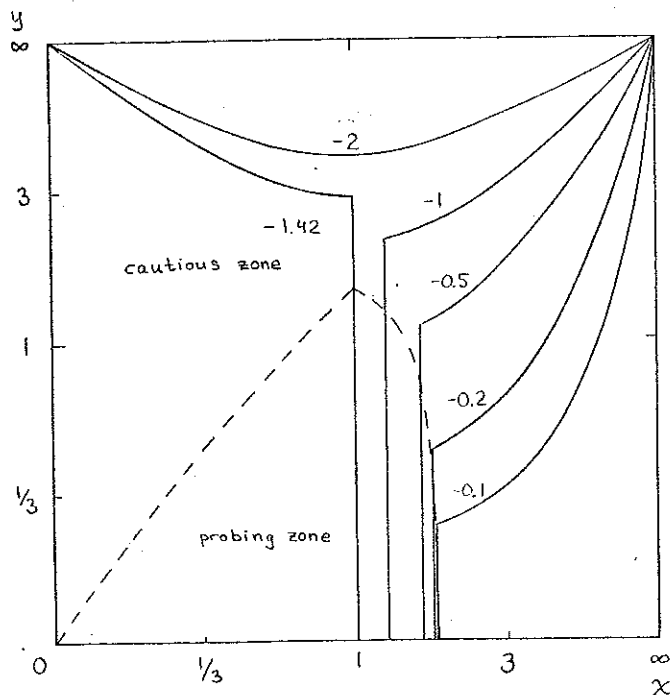


Fig 5.2 CDC-styrlagen  $z(y, x)$ .

- $b(0)$  : Integratorns förstärkning, startvärde.  
 $y(0) = x(0)$  : Integratorns utsignal/tillstånd, startvärde.  
 $\hat{b}(0)$  : Skattningen av förstärkningen, startvärde.  
 $P(0)$  : Variansen av  $\hat{b}(0)$ , startvärde.  
 $\phi$  : Förstärkningens glömskefaktor.  
 $\epsilon$  : Förstärkningsbrusets standardavvikelse.  
 $\sigma$  : Processbrusets standardavvikelse.

Parametern  $\sigma$  påverkar utsignalen och insignalen med en konstant faktor. Vi väljer  $\sigma = 1$  för att direkt kunna jämföra simuleringsresultaten med de normerade styrlagarna i kap 4. Parametern  $\epsilon$  normeras så att  $V b^2 = 1$ :

$$\epsilon = (1 - \phi^2)^{-1/2}$$

För fallet med konstant förstärkning,  $\epsilon = 0$  och  $\phi = 1$ , beror förlustfunktionen  $V$  endast på den normerade variabeln  $x$ . Om  $\hat{b}(0)$  fastställs kan  $b(0)$  väljas som en stokastisk variabel:

$$b(0) \in N(\hat{b}(0), P(0))$$

Jag har istället valt att välja  $b(0)$  deterministiskt, för att kunna studera speciella effekter i uppstartsforloppet.

### 5.5 Simuleringar

Simuleringarna gjordes i simuleringsspråket SIMNON [8]. De olika regulatorerna REG använde en gemensam estimator EST, för att styra Processen INT. Brus tillförs processen med systemet NOISE1. Det udda, positiva talet nodd anger brusgeneratorns starttillstånd. Dessa system kopplades samman med connecting system CON. Simnonkoden för dessa system finns i appendix D.

I de följande figurerna, 5.3 - 5.10, visas utsignalen  $y$ , styrsignalen  $u$  (onormerad), den ackumulerade förlusten  $\sum y^2$  tillsammans med  $\sum e^2$ , den estimerade förstärkningen  $\hat{b}$  och det normerade estimatet  $x$ .  $\sum e^2$  är den förlust som erhålles, om systemet styrs med en minimal varians regulator som känner förstärkningen  $b$ .



## DUAL REGLERING

Simulering nr	DUAL	CERT	CAUT	CDC	Känt b
1	20.9	19.6	81.0	21.9	16.2
2	30.9	183.9	90.3	54.8	16.2
3	23.5	57.6	155.7	46.7	23.3
4	467.3	1.0E6	797.3	370.9	215.7

Tabell 5.1 Sammanställning av simuleringresultaten. Den ackumulerade förlusten anges för de olika regulatorerna i de olika simuleringarna.

Simulering\_1

Parametrar:

$\hat{b}(0) = 1$ ,  $P(0) = 4$ ,  $b(0) = 1$ ,  $y(0) = 1$ ,  $nodd = 10001$ .

Denna simulering visar insvängningsförloppet för regulatorerna. Skattningen av förstärkningen har rätt värde från början. Fig 5.3 visar resultatet från simuleringen med den duala regulatorn. Efter cirka fem steg har regulatorn stabiliserat sig, och styr processen som en minimal variansregulator, med känd förstärkning hos integratorn.

Certainty equivalens är något bättre än den duala, men detta är ju inte helt överraskande, eftersom simuleringen startar med rätt värde på  $\hat{b}$ .

CDC regulatorn är något sämre än de båda.

Cautious regulatorn, fig 5.4, ger däremot stora förluster. Detta beror på att den är alltför försiktig, och får en mycket dålig skattning av  $b$ . Denna får till och med fel tecken efter fyra steg. Därefter lägger sig skattningen kring 0, och regulatorn ger ingen styrsignal till integratorn. Detta fenomen kallas för "turn off" eller "insomning" ("Törnrosaeffekt").

Simulering\_2

Parametrar:

$\hat{b}(0) = -1$ ,  $P(0) = 4$ ,  $b(0) = 1$ ,  $y(0) = 1$ ,  $nodd = 10001$ .

Simuleringen startas med fel tecken i skattningen av förstärkningen.

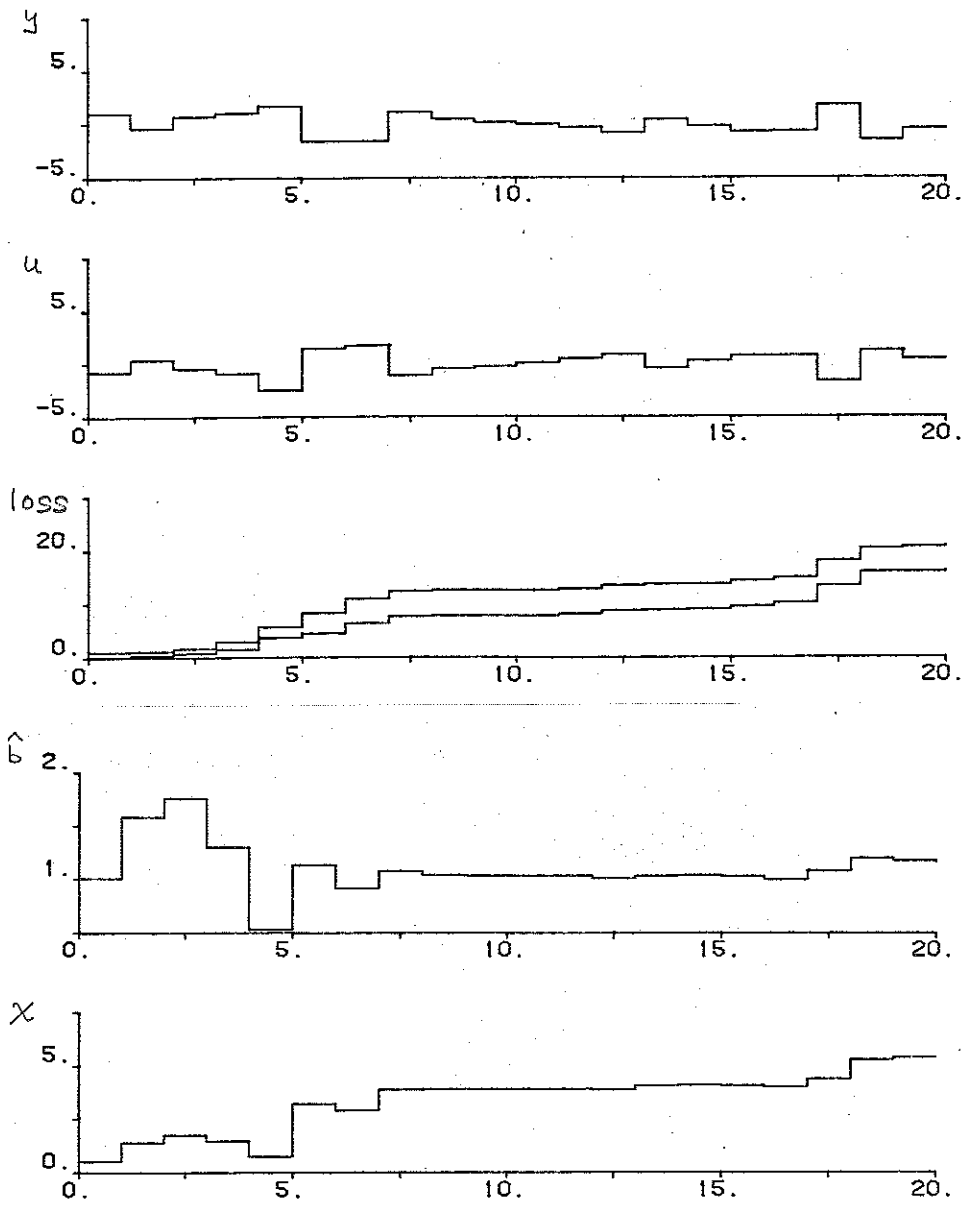


Fig 5.3 Simulering 1. Dual regulator.

## DUAL REGLERING

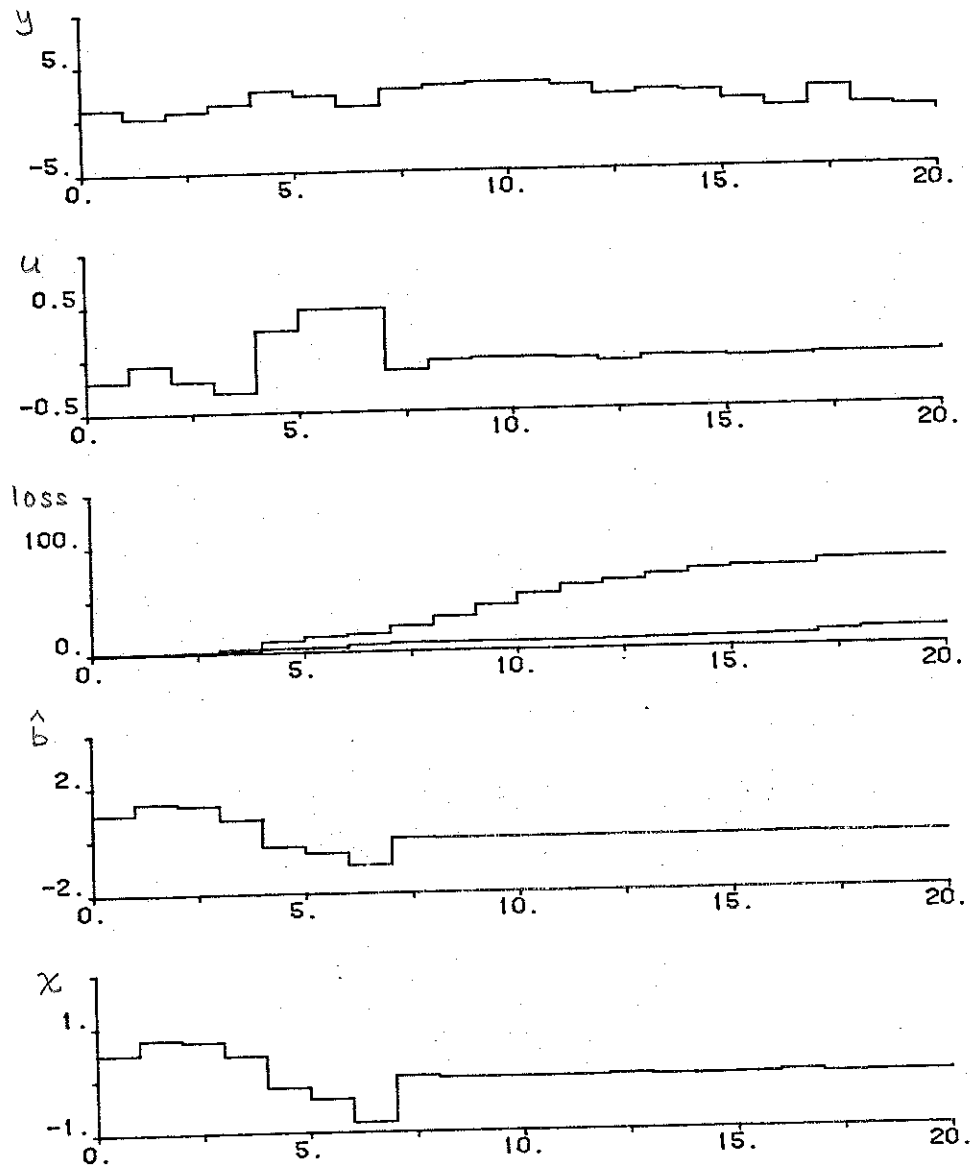


Fig 5.4 Simulering 1. Cautious regulator.

Den duala regulatorn, fig 5.5, klarar teckenskiiftet utan några problem. Redan efter två steg har  $\hat{b}$  ungefär rätt värde.

Certainty equivalence, fig 5.6, ger däremot en alltför stora värden på styrsignalen för  $t = 1$ , då  $\hat{b} \approx 0$ . Detta medför att utsignalen från integratorn går ner till  $-12.8$ . Denna svarar för lejonparten av förlusten. Samtidigt med denna stora förlust, fås dock en mycket god skattning av  $b$ . Den duala regulatorn ger en ganska försiktig signal då  $\hat{b} \approx 0$ , för att

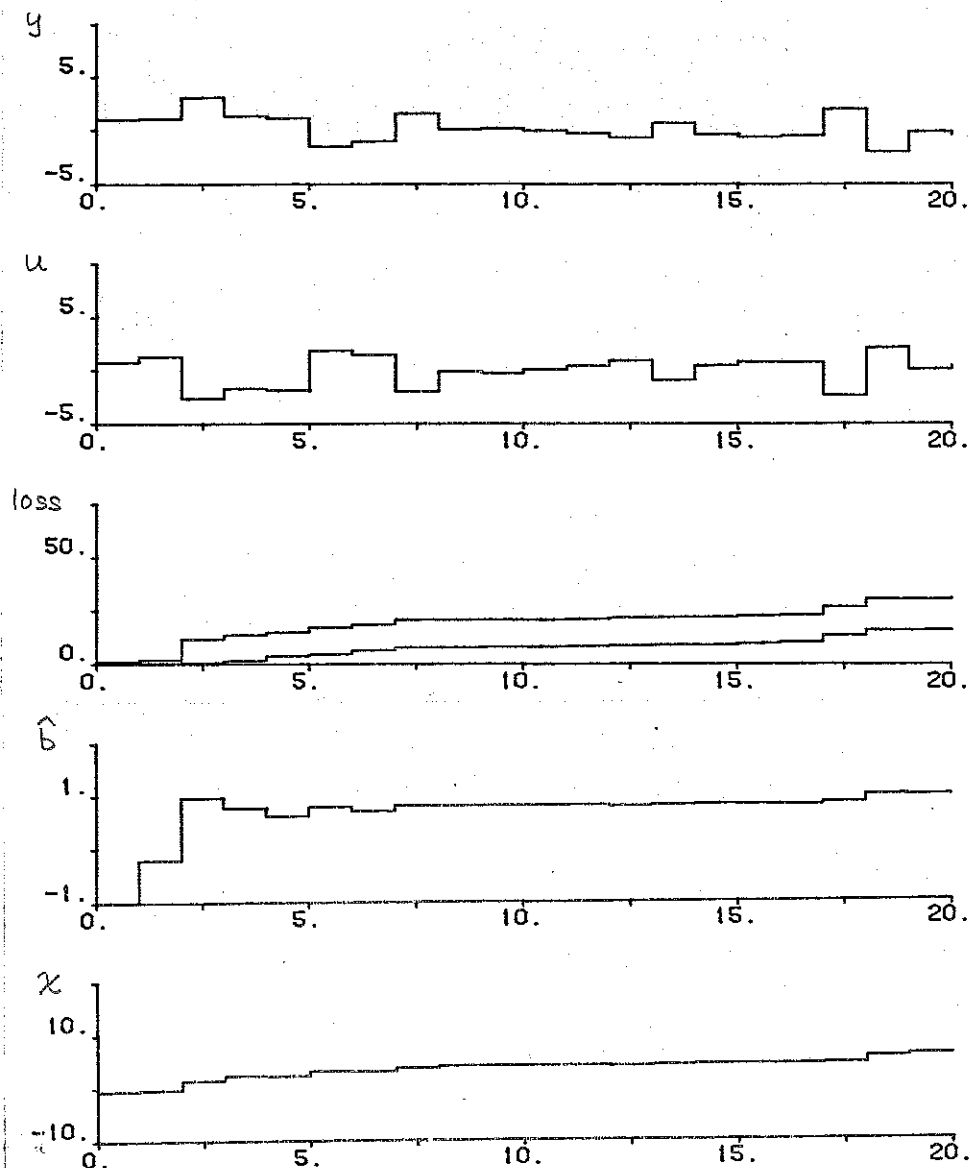


Fig 5.5 Simulering 2. Dual regulator.

## DUAL REGLERING

i nästa steg ge en mer bestämd styrsignal, då  $\hat{b}$  har blivit väl positiv.

Cautious misslyckades även i denna simuleringen. Efter ett steg lägger sig  $x$  kring 0, och regulatorn ger alltför små styrsignaler.

CDC ger alltför försiktiga styrsignaler för  $t \leq 7$ . Inlärningsförloppet är långsamt, men betydligt bättre än både certainty equivalence och cautious regulatorerna.

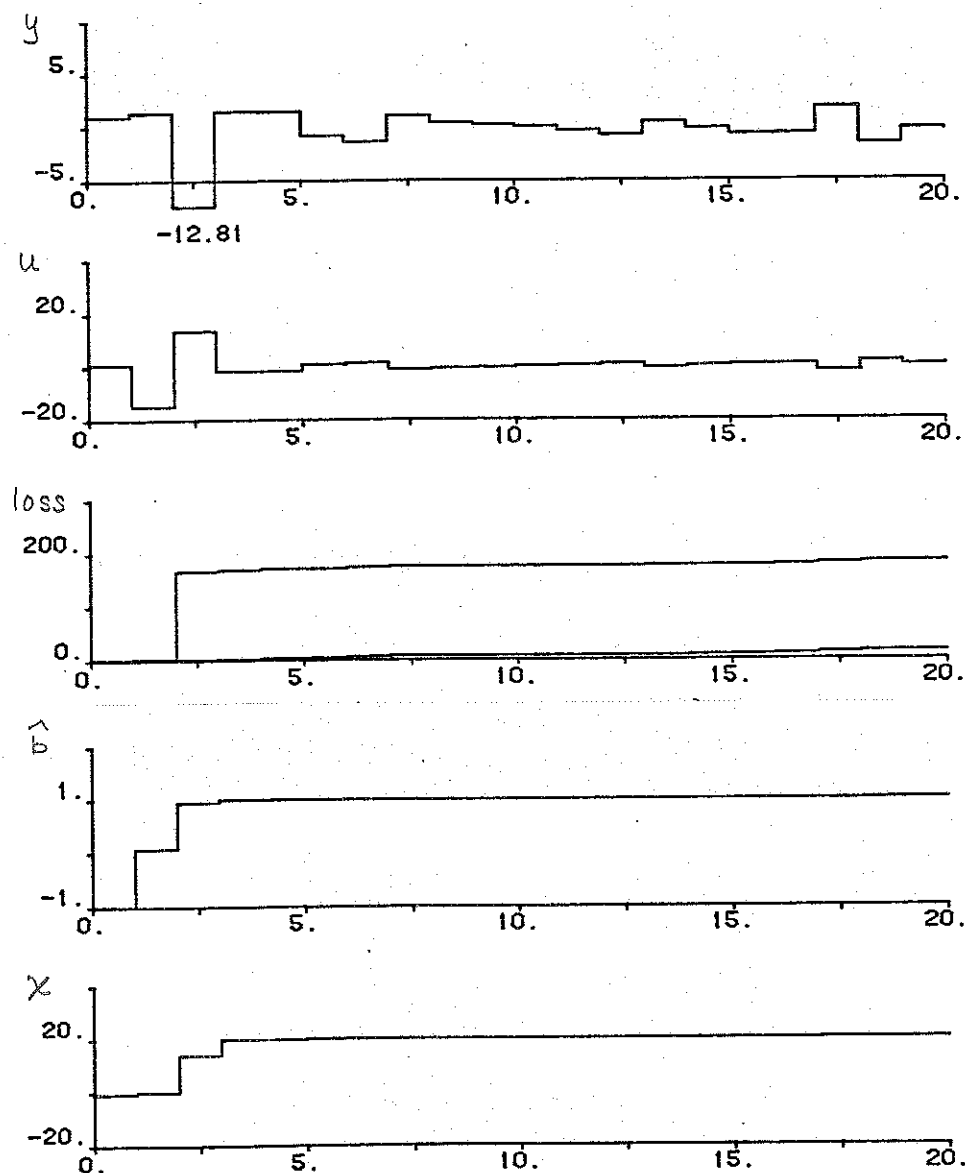


Fig 5.6 Simulering 2. Certainty equivalence regulator.

Simulering\_3

Parametrar:

$\hat{b}(0) = -2$ ,  $P(0) = 50$ ,  $b(0) = 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $nodd = 2001$ .

Även i denna simulering har  $\hat{b}(0)$  fel tecken. Variansen är samtidigt betydligt större än tidigare, samtidigt som regleringen försvåras av att  $y(0) = 0$ . Om probing inte används kommer regulatören inte att ge någon styrsignal, innan utsignalen från integratören hunnit avlägsna sig från 0.

Den duala regulatören ger aktiva styrsignaler även då  $y = 0$ , fig 5.7. Dessa förbättrar dock inte skattningen nämnvärt, eftersom probingsignalen är proportionell mot  $P^{-1/2}$ . Inte förrän  $y$  har hunnit växa till ca 2, ger regulatören kraftiga styrsignaler, som snabbt ger en god skattning av  $b$ . Efter ungefär fem steg har  $\hat{b}$  stabiliserat sig till rätt värde.

Certainty equivalence har även i denna simulering problem med teckenväxlingen hos  $\hat{b}$ . Förlusten hålls dock, denna gång, inom ett rimligt värde.

Cautious regulatören faller återigen i tönnrosasömn, då  $\hat{b}$  stannar på vägen mot det rätta värdet. Det krävs 20 steg för att regulatören skall ge någon nämnvärd signal ( $|u| > 0.05$ ).

CDC regulatören ger ungefär dubbelt så stora förluster som den duala regulatören.

Simulering\_4

De tre tidigare simuleringarna har främst illustrerat inlärningsförloppen hos olika regulatorer. Denna simulering studerar hur en regulator kan följa variationer av processens förstärkning  $b$ . Förstärkningen  $b$  är en stokastisk process:

$$b(t+1) = 0.95b(t) + 0.31v(t)$$

$$v(t) \in N(0, 1)$$

Den duala regulatören, fig 5.8, ger en förlust som är cirka dubbelt så stor, som den förlust en regulator med känd processförstärkning hade givit. De största förlusterna görs då förstärkningen är i närheten av 0. Som väntat, med bakgrund av de tidigare simuleringarna, ger certainty equivalence mycket stora förlusten. Redan vid  $t \sim 55$  ger den en alltför stor styrsignal, och förlusten rusar snabbt i höjden.

## DUAL REGLERING

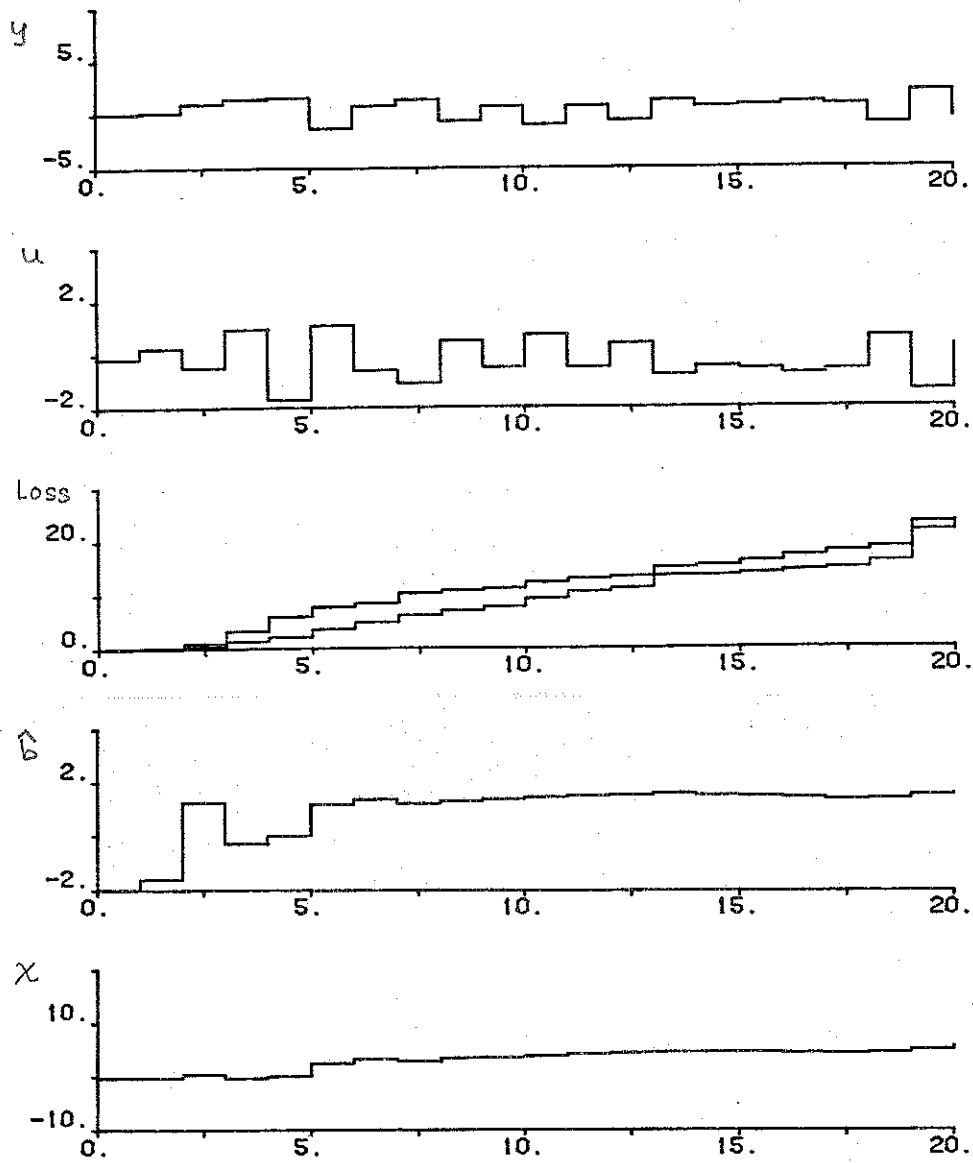


Fig 5.7 Simulering 3. Dual regulator.

## DUAL REGLERING

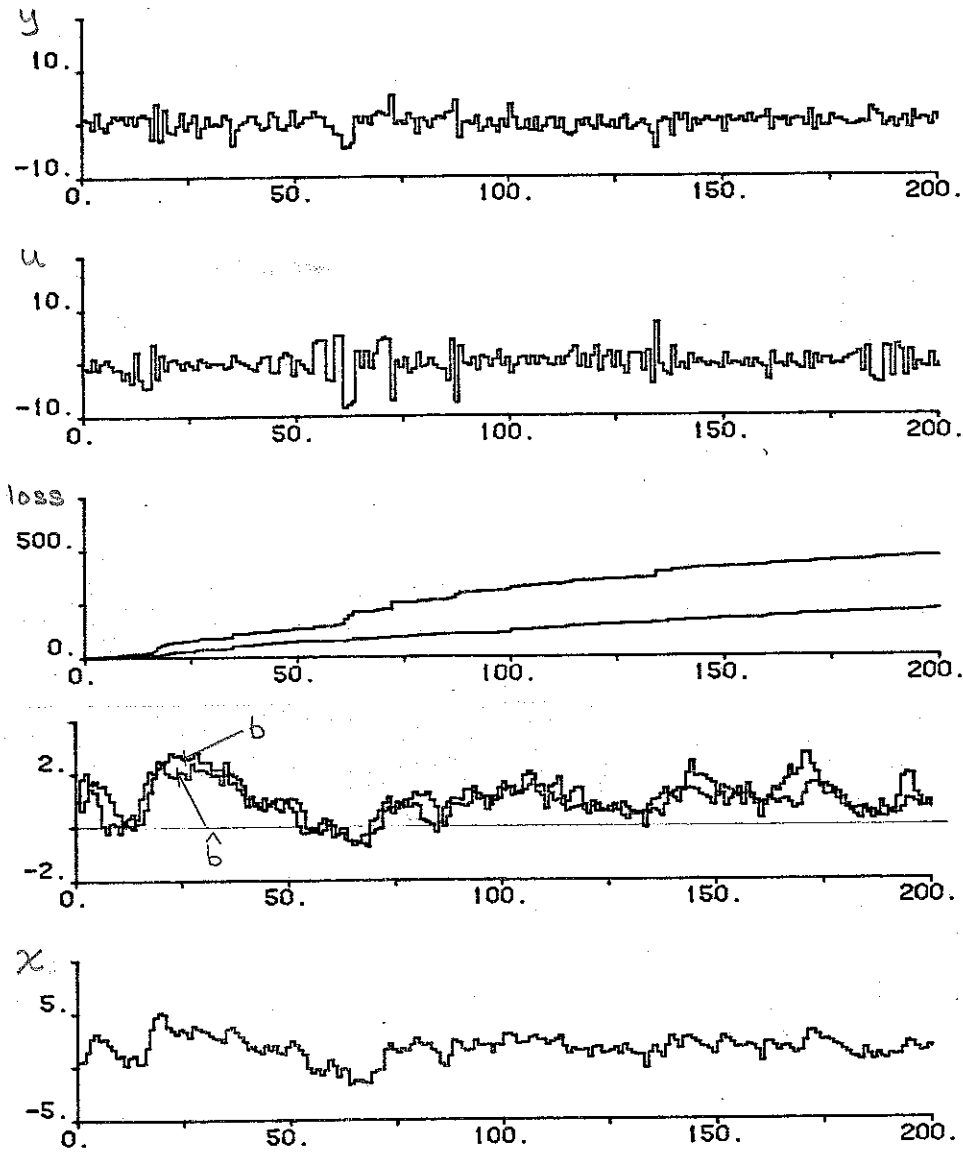


Fig 5.8 Simulering 4. Dual regulator.



## DUAL REGLERING

Cautious regulatorn, fig 5.9, ger stundvis svaga styrsignaler, beroende på turn off. Dessa turn off perioder om 20 - 40 steg uppkommer då  $b \sim 0$ . Skattningen  $\hat{b}$  tenderar att ligga kvar kring 0, men hämtar sig slutligen. CDC, fig 5.10, ger försiktigare, och samtidigt jämnare styrsignaler, i jämförelse med den duala regulatorn. Detta visar sig vara en riktig strategi, eftersom CDC regulatorn visar sig vara klart bäst i denna simuleringen. I ljuset av detta kan vi konstatera att den duala ger alltför kraftiga styrsignaler vid förstärkningens nollpassager. Man måste komma ihåg att den duala regulatorn är beräknad för en process med en konstant förstärkning. I denna simuleringen

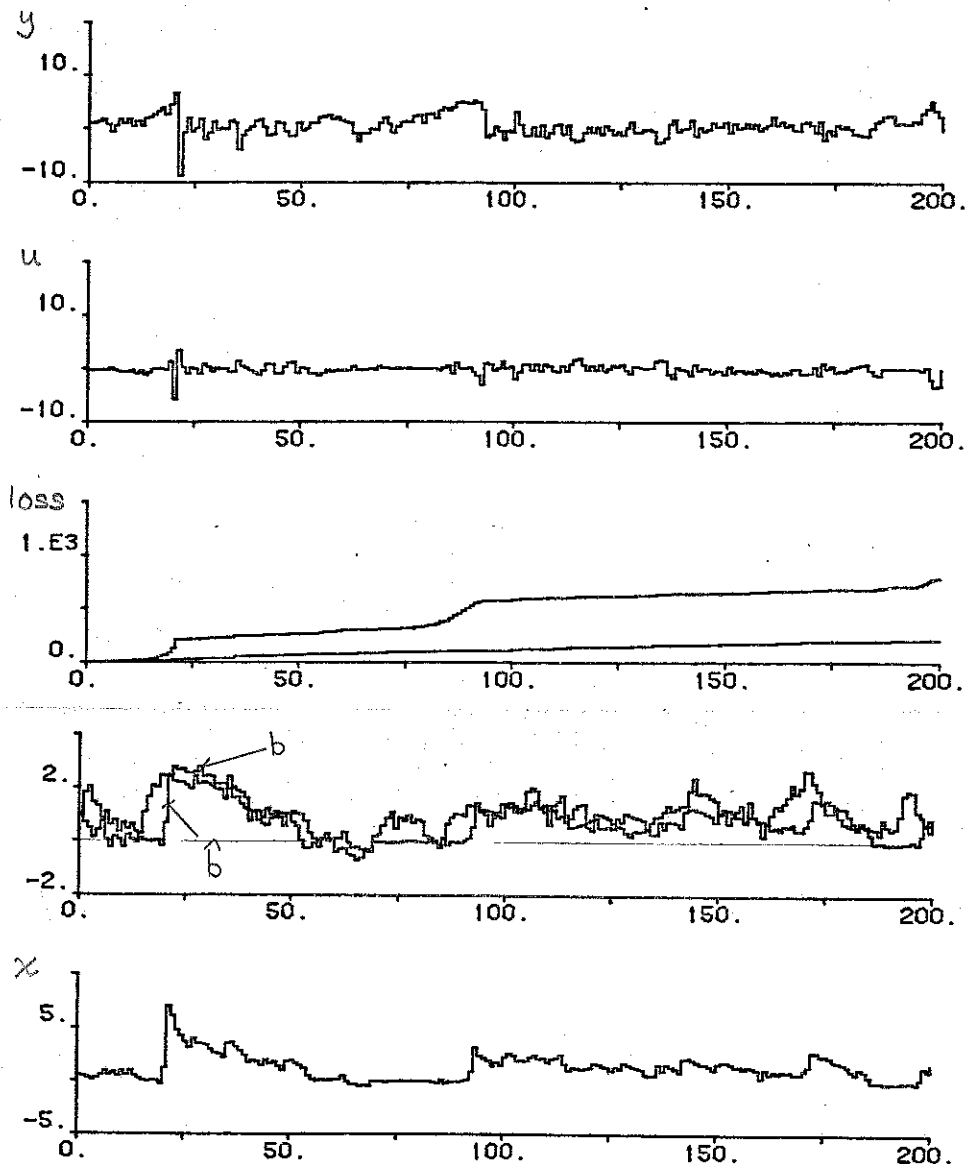


Fig 5.9 Simulering 4. Cautious regulator.

DUAL REGLERING

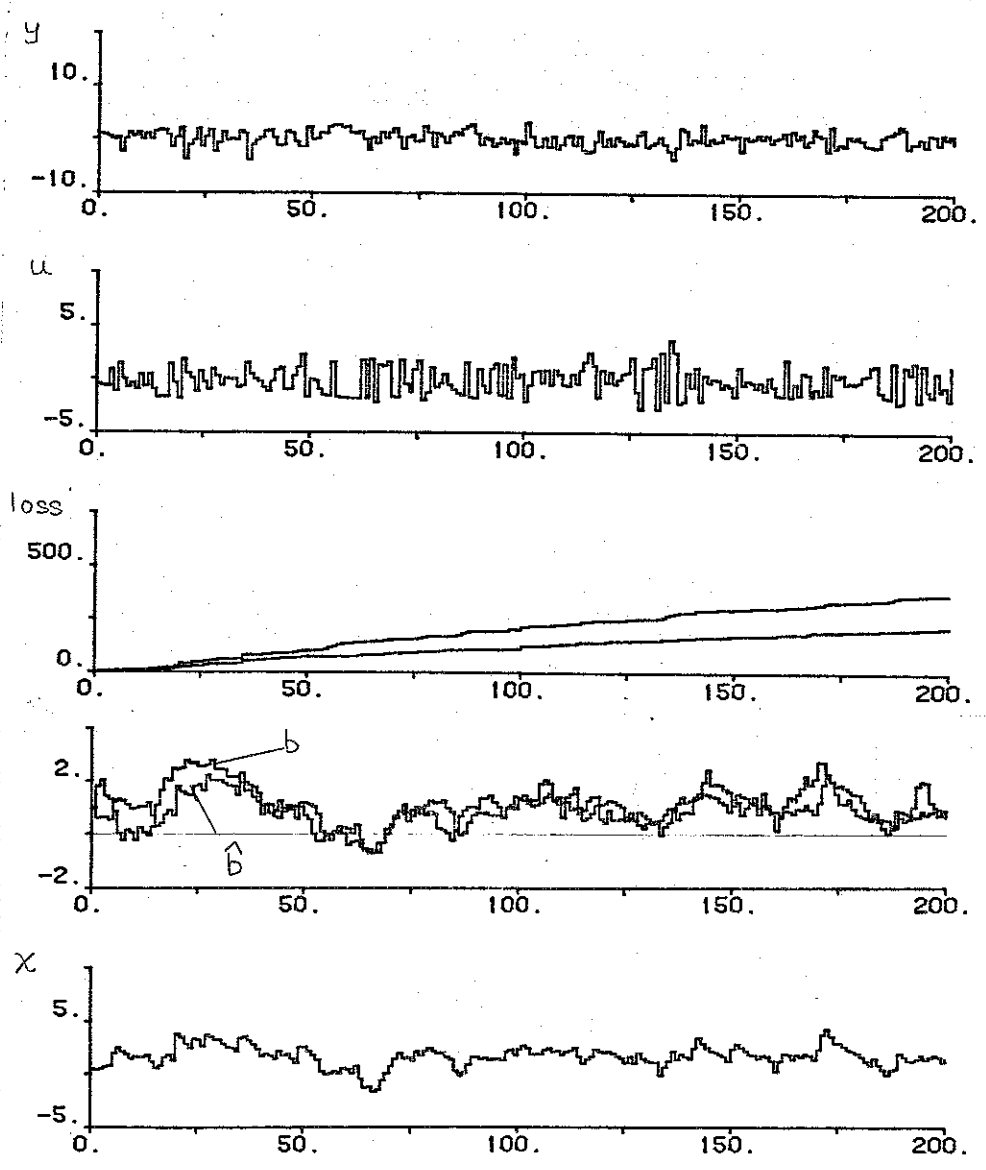


Fig 5.10 Simulering 4. CDC regulator.

## DUAL REGLERING

varierar tydligen förstärkningen alltför snabbt för att den skall kunna styras effektivt av den duala regulatorn. Att beräkna styrlagen för fallet med varierande processförstärkning medför en betydande ökning av räknearbetet eftersom algoritmen måste utökas till tre variabler.

## 5.6 Sammanfattning

Simuleringarna visar att den duala regulatorn är klart bättre än de övriga regulatorerna. Den har inga större problem med fel tecken på  $\hat{b}(0)$ . Den duala regulatorn visar inga tecken på turn-off, samtidigt som den ger begränsade styrsignaler då  $\hat{b} = 0$ .

Här ej redovisade simuleringar har visat att  $P(0)$  ej bör väljas för litet. Detta visar sig ge stora förluster, eftersom  $\hat{b}$  kommer att gå långsamt mot det rätta värdet.

Den duala styrlagen skiljer sig från certainty equivalence och cautious för  $x$  ungefär mindre än tre. Då  $x$  understiger värdet ett blir skillnaderna betydande. Sålunda bör certainty equivalence och cautious control modifieras då  $P \gg \hat{b}$  för att få en bättre reglering.

## 6 SLUTSATSER

Trots att vår modell är mycket enkel krävs det långa körningar på dator för att beräkna den optimala styrstrategin. För att lösa problem med större komplexitet, krävs större datorkapacitet, samtidigt som de numeriska metoderna förfinas. I dag kan man sätta en gräns vid fyra innan man får orimligt långa körningstider. Lagringsproblemet blir också begränsande. Redan för två variabler och med storleken  $16 \times 16$  på förlusttabellen krävs ca 3000 celler för lagring av förlustfunktionen. Minnesbehovet kan minskas i bekostnad av ökad körningstid. Trots Bellman-ekvationen, kan man karakterisera dagens metoder för dessa problem som "brute-force"-metoder. För att kunna tillämpa duala strategier på realistiska system, måste man tillgripa grova approximationer, och generaliseringar från system av lägre ordning. Enbart detta problem, som lösts i detta arbete, är inte tillräckligt för att generellt kunna säga något entydigt om regulatorer för större, mer realistiska system. Många intressanta aspekter, hos den duala regulatorn i allmänhet, har dock kunnat belysas även med denna enkla modell.

## DUAL REGLERING

## REFERENSER

1. Aström, K J. (1979) Self Tuning Regulators - Design Principles and Application. Report, CODEN:LUTFD/(TFRT-7177)/O-068/79. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.
2. Feldbaum, A A. (1969) Dual Control Theory I-IV. Automatic and Remote Control 21 874-880, 1033-1039 and 22 1-12, 109-121.
3. Aström, K J. (1977) Stochastic Control Problems. Report, CODEN:LUTFD2/(TFRT-3147)/1-068/77, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.
4. Bellman, R. (1961) Adaptive Control Processes - A Guided Tour, Princeton University Press, Princeton.
5. Bohlin, T. (1969) Optimal Dual Control of A Simple Process with Unknown Gain. Technical Paper TP 18.196, IBM Nordic Laboratory, Lidingö, Sweden.
6. OMSI PASCAL-1. (1978) Version 1.1 for RT-11. Oregon Minicomputers Software, Inc.
7. IEEE. Control System Society. Proceedings of the 1978 IEEE Conf. on Decision & Control. Including the 17th Symposium on Adaptive Processes January 10-12, 1979. San Diego, California. IEEE, New York. Catalog no: 78CHI1392-0
8. Elmqvist, H. (1975) SIMNON - An Interactive Simulation Program for Nonlinear Systems, User's Manual. TFRT-3091. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.

DUAL REGLERING  
APPENDIX A

program dual7;

{seventh version of dynamic program dual, using second  
order interpolation and simpson integration algorithms.  
Using continous search for optimal control signal z.  
author: ah, date: 80-07-21

```
*****
*
*                C O M M A N D S
*
*       : Command system prompting character
*
*
*       C : Change nzmax and zstep
*       G : Get loss- and z-tables from file
*       I : Compute one iteration
*       M : Compute more than one iteration
*       N : New parameters
*       P : Print results on file
*       Q : Quit print on file
*       S : Stop. Exit command
*       V : Interpolate in loss-table
*       X : Change status (external/map/optimal)
*         Optimal default
*       Z : Compute vz-table and find minimum
*
*
*                P A R A M E T E R S
*
*       n1      : Number of y-values in loss-table
*       n2      : Number of chi-values in loss-table
*       nzmax   : Number of values in vz-table
*       nback   : Number of new z-values less than old z-value
*                when searching for minimum
*       zstep   : Steplength in z-values when searching for minimum
*       finestep : ditto in final search
*       nint    : Number of integration steps in SIMP
*       intstp  : Integration step length in SIMP
*                Integration interval: [-nint*intstp,nint*intstp]
*       a       : Parameter in process model
*                 $y(t+1)=ay(t)+bu(t)+e(t)$ 
*
*****
```

```
}
const pi=3.1415927;

type coeff = record
    a00, a10, a20, a01, a11, a21, a02, a12, a22: real;
end; {coeff}

    losstb = record
        t: integer;
        vloss: array[0..20,0..20] of real;
    end;{losstb}
```

DUAL REGLERING  
APPENDIX A

```

    vztab = record
        nztab: integer;
        y, chi, vzmin, zmin, zstart: real;
        vz: array[0..400] of real;
    end; {vztab}

var loss1          : loss1;
    vztab1         : vztab;
    map1           : array[0..20,0..20] of real;
    coeffmatrix    : array[1..19,1..19] of coeff;
    inname, outname : array[1..14] of char;
    c              : char;
    output, outf, inf : text;
    k1, k2, n1, n2, nint, niter, nzmax, nback,
    len, t, tstart  : integer;
    a, zstep, fine, y, chi, intstp, vx: real;
    expint         : array[0..50] of real;
    status         : (ext, opt, map);
    printfile      : boolean;

function ztest(y, chi: real): real; external;
{this function defines an external control algorithm}

function w(y, chi: real): real;
{This function is a scaling function to simplify interpolation
 in loss table. The loss function is scaled before it is stored
 in the loss table}
begin
    w:=(1+y*y)*(1+abs(y))*(1+abs(chi))/(1+chi*chi);
end; {w}

function fx1(y: real): real;
{This function fx1 and the next fx2 transforms y resp chi into
 new variables x1 resp x2}
var absy: real;
begin
    absy:=abs(y);
    fx1:=absy/(1+absy);
end; {fx1}

function fx2(chi: real): real;
var abschi: real;
begin
    abschi:=abs(chi);
    fx2:=abschi/(1+abschi);
end; {fx2}

function fy(x1: real): real;
{this function fy and the next fchi retransforms x1 resp x2
 into the original variables y resp chi}
begin
    if (1-x1)<1E-10 then fy:=1E10 else fy:=x1/(1-x1);
end; {fy}

function fchi(x2: real): real;

```

DUAL REGLERING  
APPENDIX A

```

begin
  if (1-x2)<1E-10 then fchi:=1E10 else fchi:=x2/(1-x2);
end; {fchi}

procedure outloss(var f: text);
{This procedure prints loss table and mapping function on file
 named f}
var k1, k2: integer;
begin {Print loss table}
  with loss1 do begin
    writeln(f,'t= ',t);
    for k1:=0 to n1-1 do begin
      for k2:=0 to n2-1 do begin
        write(f,w(fy(k1/n1),fchi(k2/n2))*vloss[k1,k2]:8:3);
      end; {for k2}
      writeln(f);
    end; {for k1}
  end; {with loss1}
  writeln(f);
  {Print mapping function}
  for k1:=0 to n1-1 do begin
    for k2:=0 to n2-1 do write(f,map1[k1,k2]:8:4);
    writeln(f);
  end; {for k1}
  writeln(f); writeln(f); break(f);
end; {outloss}

procedure outztab(var f: text);
{This procedure prints vz table on file named f}
var k: integer;
begin
  with vztab1 do begin
    writeln(f,'vztab y=',y:8:4,'; chi=', chi:8:4);
    writeln(f,'vzmin =',vzmin:10:4,' for z=',zmin:8:4);
    writeln(f,' u      vu');
    for k:=0 to nztab do writeln(f,k*zstep:8:4,vz[k]:10:4);
  end; {with vztab}
  writeln(f); writeln(f); break(f);
end; {outztab}

function v(y, chi: real): real;
{This function computes interpolation and rescaling and
 v as a function of y and chi}
var x1int, x2int: integer;
    x1frac, x2frac, vx: real;
begin
  {Find appropriate interpolation coefficients}
  x1frac:=fx1(y)*n1;
  x2frac:=fx2(chi)*n2;
  x1int := trunc(x1frac+0.5);
  x2int := trunc(x2frac+0.5);
  if x1int<1 then x1int:=1 else
  if x1int>(n1-1) then x1int:=n1-1;
  if x2int<1 then x2int:=1 else
  if x2int>(n2-1) then x2int:=n2-1;

```



DUAL REGLERING  
APPENDIX A

```

x1frac:=x1frac-x1int;
x2frac:=x2frac-x2int;
{Compute interpolation in loss table}
with coeffmatrix[x1int,x2int] do
  vx:= a00+(a10+a20*x1frac)*x1frac+
      (a01+(a11+a21*x1frac)*x1frac+
      (a02+(a12+a22*x1frac)*x1frac)*x2frac)*x2frac;
  v:=vx*w(y,chi); {rescaling}
endi{v}

function simp(y, chi, z:real): real;
{This function computes vz(y,chi,z) using Simpson
quadraure algorithm}
var eps, int, root, ynew, chinew: real;
    neps: integer;
begin
  root:=sqrt(1+z*z);
  ynew:=a*y+chi*z;
  chinew:=chi*root;
  int:=sqr(ynew)+z*z;
  for neps:= -nint to nint do begin
    eps:=neps*intstp;
    int:=int+expint[abs(neps)]*
      v(ynew+root*eps,chinew+z*eps);
  endi{for neps}
  simp:=int;
endi{simp}

procedure parfit(y0, y1, y2: real; var x: real; var ok: boolean);
{This procedure fits a parabel to three consecutive, equally spaced
points. Finds minium, if any in interval limited by the two
outermost points. If a minimum is found the boolean variable
is given the value true otherwise false.
No extrapolation is made}
var ydd: real;
begin
  ok:=false;
  ydd:=y0-2*y1+y2;
  if ydd>0 then begin
    x:=(y2-y0)/ydd/2;
    if (x>-1) and (x<1) then ok:=true;
  endi{if ydd>0}
endi {parfit}

procedure getmini;
{This procedure finds minimum in vz table. Every value in vz
table is tested. Also parfit is called and this minimum is
also compared with the minimum found sofar. Eventually when
the complet search in vz table is ended the minimum is fitted
to a parabel using parfit with two points on either side of
the minimum with equal spacing fine}
var i: integer;
    f0, f1, f2, fdd, fxz, xz, locmin: real;
    okflag: boolean;
begin

```

DUAL REGLERING  
APPENDIX A

```

with vztab1 do begin
  f2:=vz[0]; f1:=vz[1];
  vzmin:=f2; zmin:=zstart;
  for i:=2 to nztabs do begin
    f0:=vz[i];
    parfit(f0,f1,f2,xz,okflag);
    if okflag then begin
      locmin:=(i+xz-1)*zstep+zstart;
      fxz:=simp(y,chi,-locmin);
      if vzmin>fxz then begin
        vzmin:=fxz;
        zmin:=locmin;
      end; {if vzmin>fxz}
    end; {if okflag}
    locmin:=(i-1)*zstep+zstart;
    fxz:=f1;
    if vzmin>fxz then begin
      vzmin:=fxz;
      zmin:=locmin;
    end;{if vzmin>fxz}
    f2:=f1; f1:=f0;
  end;{for i}
  parfit(simp(y,chi,-zmin-fine),vzmin,simp(y,chi,-zmin+fine),xz,okflag);
  if okflag then begin
    locmin:=zmin+fine*xz;
    fxz:=simp(y,chi,-locmin);
    if vzmin>fxz then begin
      vzmin:=fxz;
      zmin:=locmin;
    end; {if vzmin>fxz}
  end; {if okflag}
end;{with vztab1}
end;{getmin}

```

```

procedure update;
{This procedure updates the coefficients stored in
coeffmatrix. This is done after every iteration}
var k1, k2: integer;
    a0yn1, a0y1, a1yn1, a1y1, a2yn1, a2y1: real;
begin
  for k1:=1 to n1-1 do
    for k2:=1 to n2-1 do
      with coeffmatrix[k1,k2], loss1 do begin
        {compute elements in coeffmatrix}
        a0yn1:=vloss[k1,k2-1];
        a00 :=vloss[k1,k2 ];
        a0y1 :=vloss[k1,k2+1];
        a1yn1:=(vloss[k1+1,k2-1]-vloss[k1-1,k2-1])/2;
        a10 :=(vloss[k1+1,k2 ]-vloss[k1-1,k2 ])/2;
        a1y1 :=(vloss[k1+1,k2+1]-vloss[k1-1,k2+1])/2;
        a2yn1:=(vloss[k1+1,k2-1]+vloss[k1-1,k2-1])/2-vloss[k1,k2-1];
        a20 :=(vloss[k1+1,k2 ]+vloss[k1-1,k2 ])/2-vloss[k1,k2 ];
        a2y1 :=(vloss[k1+1,k2+1]+vloss[k1-1,k2+1])/2-vloss[k1,k2+1];
        a01 :=(a0y1-a0yn1)/2;
        a02 :=(a0y1+a0yn1)/2-a00;

```

DUAL REGLERING  
APPENDIX A

```

    a11 :=(a1y1-a1yn1)/2;
    a12 :=(a1y1+a1yn1)/2-a10;
    a21 :=(a2y1-a2yn1)/2;
    a22 :=(a2y1+a2yn1)/2-a20;
  end; {with coeffmatrix, loss1}
end; {update}

```

```

procedure gettab(inf: text; tstart: integer);
{This procedure gets loss table and mapping function from
file named inf. This can be used to restart iterations
if the last results was printed on file}
var t, k1, k2: integer;
    vx: real;
    c: char;
begin
  {Find the wanted tables}
  repeat
    repeat
      readln(inf); read(inf,c);
    until c='t';
    read(inf,c); read(inf,t);
  until t>=tstart; tstart:=t;
  readln(inf);
  with loss1 do begin {read loss table}
    t:=tstart;
    for k1:=0 to n1-1 do begin
      for k2:=0 to n2-1 do begin
        read(inf, vx);
        vloss[k1,k2]:=vx/w(fy(k1/n1),fchi(k2/n2));
      end; {for k2}
      readln(inf);
    end; {for k1}
  end; {with loss1}
  readln(inf);
  {read mapping table}
  for k1:=0 to n1-1 do begin
    for k2:=0 to n2-1 do read(inf,map1[k1,k2]);
    readln(inf);
  end; {for k1}
  update;
end; {gettab}

```

```

procedure step1(k1, k2: integer);
{This procedure computes one optimal z value in the mapping table.
If t=0 the explicit cautious expression is used.
If t>=1 equally spaced vz values are stored in vz table for z from
z=zold-nback*zstep and nzmax more values. If t=1 this algorithm is
somewhat modified}
var nz: integer;
    z: real;
begin
  with vztab1 do begin
    y:=fy(k1/n1); chi:=fchi(k2/n2);
    if loss1.t=1 then begin
      zmin:=a*y*chi/(1+chi*chi);

```

DUAL REGLERING  
APPENDIX A

```

    vzmin:=a*a*y*y/(1+chi*chi);
end {if loss1.t=1}
else begin
  if loss1.t=2 then begin
    zstart:=map1[k1,k2]-nback*zstep;
    nz:=0; vz[1]:=1E20; z:=zstart;
    while (nz<=2) or ((sqr(a*y-chi*z)+z*z)<=vz[1]) do begin
      vz[nz]:=simp(y,chi,-z);
      nz:=nz+1; z:=z+zstep;
    end; {while (nz<=2) or ...}
    nztab:=nz-1;
  end {if loss1.t=2}
  else begin
    zstart:=map1[k1,k2]-nback*zstep;
    nztab:=nzmax;
    for nz:=0 to nzmax do vz[nz]:=simp(y,chi,-(zstart+nz*zstep));
  end; {else}
  getmin;
end; {else}
loss1.vloss[k1,k2]:=vzmin/w(y,chi);
map1[k1,k2]:=zmin;
end; {with vutab1}
end; {step1}

```

```

procedure step2(ypar, chipar: real);
{This procedure produces an vz table finds it minimum using getmin
 and print the result using outztab}
var nz: integer;
begin
  with vztab1 do begin
    y:=ypar; chi:=chipar; zstart:=0;
    for nz:=0 to nzmax do begin
      vztab1.vz[nz]:=simp(y,chi,-nz*zstep);
    end; {for nz}
    nztab:=nzmax;
    getmin;
  end; {with vztab1}
end; {step2}

```

```

procedure step3(k1,k2: integer);
{This procedure computes suboptimal loss table value using
 the external function ztest}
var y, chi, z: real;
begin
  y:=fy(k1/n1); chi:=fchi(k2/n2); z:=ztest(y,chi);
  loss1.vloss[k1,k2]:=simp(y,chi,-z)/w(y,chi);
  map1[k1,k2]:=z;
end; {step3}

```

```

procedure step4(k1, k2: integer);
{This procedure computes suboptimal loss table value using
 the old mapping table}
var y, chi: real;
begin
  y:=fy(k1/n1); chi:=fchi(k2/n2);

```

DUAL REGLERING  
APPENDIX A

```
    loss1.vloss[k1,k2]:=simp(y,chi,-map1[k1,k2])/w(y,chi);
end; {step4}
```

```
procedure iter;
{This procedure computes one complete iteration using either
 step1, step3 or step4 depending on status}
var k1, k2: integer;
begin
    loss1.t:=loss1.t+1;
    for k1:=0 to n1-1 do
        for k2:=0 to n2-1 do case status of
            opt: step1(k1,k2);
            ext: step3(k1,k2);
            map: step4(k1,k2)
        end; {case status}

    update;
end;{iter}
```

```
procedure init;
{This procedure initializes the expint array used in simp and
 the coeffmatrix and loss table}
var k1, k2: integer;
var norm: real;
begin
    norm:=1/sqrt(2*pi)*intstp/1.5;
    for k1:=0 to nint do expint[k1]:=norm*exp(-sqr(k1*intstp)/2);
    for k1:=0 to trunc(nint/2) do expint[k1*2]:=2*expint[k1*2];
    with loss1 do begin
        for k1:=0 to n1 do
            for k2:=0 to n2 do vloss[k1,k2]:=0;
        t:=0;
    end;{with loss1 do}
    update;
end;{init}
```

(----- MAIN PROGRAM DUAL7 -----)

```
begin
    repeat
        write('fileoutname: '); readln(outname); {ask for a fileoutname}
        rewrite(outf, outname, 'pas', len); {connect 'outf' to file}
    until len<>-1; {ensure that file exists}
    rewrite(output, 'TT:');

    printfile:=true; status:=opt; {set default values}

    repeat
        write(' '); readln(c); {write prompting character and read command}
    case c of
        'N': begin {New parameters}
            write('enter n1 (max 16): '); readln(n1);
            write('enter n2 (max 16): '); readln(n2);
            write('enter nzmax      : '); readln(nzmax);
```

DUAL REGLERING  
APPENDIX A

```

write('enter nback      : '); readln(nback);
write('enter zstep      : '); readln(zstep);
write('enter finezstep  : '); readln(fine);
write('enter nint       : '); readln(nint);
write('enter intstp     : '); readln(intstp);
write('enter a-parameter: '); readln(a);
init;
end; ('N')
'G': begin {Get loss and mapping table}
write('enter input file: '); readln(inname);
reset(inf, inname, 'pas', len);
if len=-1 then write('file not found');
write('enter tstart    : '); readln(tstart);
gettab(inf, tstart);
outloss(output);
if printfile then outloss(outf);
end; ('G')
'I', 'M': begin {Compute iteration(s)}
if c='M' then begin
write('enter number of iterations: '); readln(niter);
if niter<0 then begin c:='S'; niter:=--niter end;
end else niter:=1; {end if c='M'}
if niter<1 then niter:=1;
for t:=1 to niter do begin
iter;
outloss(output);
if printfile then outloss(outf);
end; {for k}
end; ('I')
'P': printfile:=true;
'C': begin {Change nzmax and zstep}
write('enter zstep: '); readln(zstep);
write('enter nzmax: '); readln(nzmax);
end; ('C')
'Q': printfile:=false;
'Z': begin {Print z table}
write('enter y: '); readln(y);
write('enter chi: '); readln(chi);
step2(y, chi);
outztab(output);
if printfile then outztab(outf);
end; ('Z')
'S': ; {exit command, dummy statement}
'V': begin {Compute v function}
write('enter y : '); readln(y);
write('enter chi : '); readln(chi);
writeln('v = ', v(y, chi):9:4);
end; ('V')
'X': begin {Change status}
writeln('status: Optimal, eXternal, Map. ');
write('status? (O/X/M) : '); readln(c);
case c of
'O' : status:=opt;
'X' : status:=ext;
'M' : status:=map;
end;

```

DUAL REGLERING  
APPENDIX A

```
        else writeln('? ILLEGAL STATUS ?')
        end; {case c of}
        c:='X';
        end; {'X'}
        else writeln('? BAD COMMAND ?')
        end; {case c}
    until c='S';
    close(outf);
end. {main program dual7}
```

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

Appendix B och C är direkta utskrifter från Programmet DUAL. För varje iteration finns en förlusttabell och en styrtabell utskriven. Kolumnerna innehåller värden med konstanta  $x$  och raderna innehåller värden med konstanta  $y$ .

Följande värden på  $x$  och  $y$ :

0, 0.142, 0.333, 0.600, 1.000, 1.667, 3.000 och 7.000 med början från vänster resp uppfifrån. 8 x 8 indelning på förlusttabellen.

För 16 x 16 gäller:

0, 0.067, 0.142, 0.231, 0.333, 0.455, 0.600, 0.778, 1.000, 1.286, 1.667, 2.200, 3.000, 4.333, 7.000 och 15.000



DUAL REGLERING  
APPENDIX B

SECOND ORDER INTERPOLATION ALGORITHM  
 LOSSTABLE SIZE 8x8  
 DELTA U=0.1, FINEDELTA U=0.02, NUMAX=10, NBACK=2  
 INTEGRATION ALGORITHM SIMPSON  
 INTSTEP=0.2, INTINTERVALL=[-5,5]  
 A-PAR=1.0  
 DATE 80-08-07  
 T=1,2,...,30

t=	1							
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.020	0.020	0.018	0.015	0.010	0.005	0.002	0.000	0.000
0.111	0.109	0.100	0.082	0.056	0.029	0.011	0.002	0.000
0.360	0.353	0.324	0.265	0.180	0.095	0.036	0.007	0.000
1.000	0.980	0.900	0.735	0.500	0.265	0.100	0.020	0.000
2.778	2.722	2.500	2.042	1.389	0.735	0.278	0.056	0.000
9.000	8.820	8.100	6.618	4.500	2.382	0.900	0.180	0.000
49.000	48.020	44.100	36.029	24.500	12.971	4.900	0.980	0.000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0200	0.0429	0.0630	0.0714	0.0630	0.0429	0.0200	0.0000
0.0000	0.0467	0.1000	0.1471	0.1667	0.1471	0.1000	0.0467	0.0000
0.0000	0.0840	0.1800	0.2647	0.3000	0.2647	0.1800	0.0840	0.0000
0.0000	0.1400	0.3000	0.4412	0.5000	0.4412	0.3000	0.1400	0.0000
0.0000	0.2333	0.5000	0.7353	0.8333	0.7353	0.5000	0.2333	0.0000
0.0000	0.4200	0.9000	1.3235	1.5000	1.3235	0.9000	0.4200	0.0000
0.0000	0.9800	2.1000	3.0882	3.5000	3.0882	2.1000	0.9800	0.0000
t=	2							
0.968	0.959	0.899	0.735	0.500	0.264	0.100	0.020	0.000
1.008	0.994	0.937	0.768	0.522	0.273	0.102	0.020	0.000
1.182	1.159	1.094	0.915	0.621	0.313	0.112	0.022	0.000
1.661	1.612	1.508	1.298	0.889	0.420	0.140	0.027	0.000
2.871	2.752	2.518	2.131	1.514	0.699	0.212	0.040	0.000
6.107	5.749	5.139	4.222	2.975	1.449	0.410	0.076	0.000
16.513	15.302	13.446	10.811	7.475	3.802	1.096	0.201	0.000
74.384	68.475	60.065	47.674	32.516	16.888	5.352	1.003	0.000
0.2759	0.2523	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.2796	0.2760	0.0881	0.0369	0.0599	0.0635	0.0436	0.0200	0.0000
0.2969	0.3185	0.2772	0.1048	0.1359	0.1481	0.1016	0.0467	0.0000
0.3319	0.3964	0.4375	0.3420	0.2639	0.2660	0.1830	0.0841	0.0000
0.4333	0.5432	0.6528	0.6696	0.5568	0.4441	0.3048	0.1401	0.0000
0.6670	0.8329	0.9859	1.0715	1.0016	0.7599	0.5073	0.2336	0.0000
1.1986	1.4235	1.6536	1.8180	1.7632	1.4022	0.9115	0.4204	0.0000
2.5521	2.9988	3.4471	3.9369	3.9301	3.2266	2.1166	0.9807	0.0000

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	3							
	2.452	2.446	2.390	2.032	1.421	0.688	0.212	0.040
	2.503	2.484	2.408	2.077	1.449	0.699	0.214	0.040
	2.719	2.670	2.560	2.269	1.569	0.747	0.224	0.042
	3.294	3.193	3.006	2.676	1.902	0.877	0.251	0.047
	4.723	4.508	4.140	3.583	2.667	1.213	0.323	0.060
	8.451	7.913	7.100	5.934	4.300	2.094	0.521	0.095
	19.905	18.278	16.145	13.012	9.180	4.680	1.206	0.218
	80.539	73.167	64.307	50.914	34.861	18.077	5.460	1.013
	0.4822	0.4814	0.4385	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
	0.4796	0.5155	0.4946	0.0243	0.0511	0.0649	0.0440	0.0200
	0.5303	0.5743	0.5781	0.0564	0.1639	0.1522	0.1016	0.0467
	0.5920	0.6490	0.7003	0.6494	0.2639	0.2718	0.1846	0.0841
	0.7228	0.8099	0.8901	0.8913	0.6816	0.4520	0.3072	0.1402
	0.9673	1.1368	1.2373	1.3248	1.1397	0.7863	0.5105	0.2337
	1.5651	1.7642	1.9464	2.0431	1.9112	1.4345	0.9149	0.4205
	2.8717	3.3924	3.7177	4.1185	4.0376	3.2743	2.1193	0.9807
t=	4							
	3.948	3.926	3.861	3.487	2.511	1.191	0.323	0.060
	3.996	3.956	3.855	3.534	2.537	1.202	0.325	0.060
	4.217	4.138	3.973	3.628	2.640	1.251	0.334	0.062
	4.796	4.637	4.369	3.920	2.963	1.380	0.361	0.067
	6.214	5.918	5.457	4.764	3.641	1.718	0.429	0.079
	9.960	9.295	8.386	7.038	5.208	2.593	0.621	0.114
	21.449	19.667	17.400	14.078	10.015	5.157	1.290	0.235
	82.029	74.299	65.331	51.740	35.473	18.404	5.503	1.023
	0.6641	0.6707	0.6237	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
	0.6796	0.6953	0.6946	0.0264	0.0990	0.0676	0.0444	0.0200
	0.6962	0.7620	0.7573	0.6794	0.2240	0.1522	0.1035	0.0468
	0.8087	0.8542	0.8769	0.8050	0.3691	0.2917	0.1861	0.0842
	0.9228	1.0079	1.0494	1.0072	0.8330	0.4753	0.3094	0.1403
	1.1733	1.2559	1.3976	1.4248	1.2108	0.8109	0.5130	0.2337
	1.6957	1.9087	2.0581	2.1402	1.9810	1.4535	0.9175	0.4206
	2.9441	3.4158	3.7177	4.1624	4.0649	3.2859	2.1204	0.9808

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	5						
5.116	5.114	5.023	4.747	3.525	1.694	0.430	0.079
5.169	5.128	5.003	4.689	3.537	1.704	0.432	0.080
5.377	5.285	5.097	4.709	3.616	1.748	0.441	0.081
5.933	5.752	5.446	4.925	3.873	1.858	0.465	0.086
7.307	6.944	6.437	5.664	4.395	2.160	0.528	0.098
10.900	10.188	9.217	7.767	5.822	2.969	0.710	0.132
22.175	20.335	18.001	14.605	10.444	5.423	1.357	0.251
82.366	74.559	65.564	51.941	35.632	18.499	5.530	1.033
0.8487	0.7663	0.8142	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000
0.8559	0.8701	0.8272	0.7030	0.1533	0.0715	0.0447	0.0200
0.8737	0.9226	0.8908	0.7742	0.2634	0.1615	0.1043	0.0468
0.9298	0.9757	0.9994	0.9069	0.6015	0.2999	0.1861	0.0842
1.0535	1.1298	1.1632	1.1060	0.8964	0.4950	0.3114	0.1403
1.2733	1.4104	1.4658	1.4599	1.2578	0.8369	0.5158	0.2338
1.7601	1.9466	2.1039	2.1846	2.0171	1.4663	0.9196	0.4208
2.9613	3.4370	3.7177	4.1732	4.0720	3.2955	2.1215	0.9808

t=	6						
5.954	5.956	5.868	5.590	4.364	2.149	0.530	0.098
6.009	5.963	5.850	5.515	4.365	2.157	0.532	0.099
6.208	6.121	5.930	5.513	4.421	2.193	0.540	0.100
6.756	6.555	6.232	5.685	4.570	2.278	0.562	0.105
8.055	7.671	7.145	6.325	4.979	2.535	0.620	0.117
11.528	10.771	9.775	8.280	6.259	3.261	0.791	0.150
22.528	20.687	18.325	14.894	10.686	5.589	1.415	0.268
82.424	74.605	65.605	51.988	35.677	18.535	5.552	1.043
0.9362	0.9419	0.8142	0.7000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000
0.9559	0.9484	0.8272	0.8023	0.1533	0.0758	0.0450	0.0201
0.9370	0.9989	0.9911	0.8790	0.2634	0.1814	0.1050	0.0468
0.9434	1.1121	1.0842	0.9915	0.6739	0.3232	0.1886	0.0842
1.1159	1.2148	1.2438	1.2063	0.9507	0.5178	0.3133	0.1404
1.2733	1.4667	1.5371	1.4599	1.2892	0.8552	0.5178	0.2339
1.8571	1.9972	2.1039	2.2055	2.0328	1.4733	0.9211	0.4209
2.9638	3.4370	3.7177	4.1759	4.0741	3.2935	2.1215	0.9810

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	7						
6.560	6.559	6.471	6.189	5.023	2.541	0.624	0.117
6.614	6.564	6.442	6.110	5.004	2.548	0.625	0.117
6.811	6.701	6.519	6.090	5.027	2.575	0.633	0.119
7.341	7.118	6.795	6.244	5.100	2.636	0.653	0.124
8.595	8.183	7.657	6.811	5.427	2.846	0.705	0.135
11.962	11.179	10.171	8.656	6.587	3.487	0.865	0.168
22.738	20.904	18.524	15.078	10.848	5.708	1.468	0.284
82.420	74.603	65.603	51.999	35.695	18.556	5.572	1.053
0.9362	1.0243	0.9400	0.7836	0.0097	-0.0000	-0.0000	0.0000
0.9559	1.0302	1.0111	0.8023	0.2352	0.0799	0.0453	0.0201
1.0513	1.1128	1.0534	0.9423	0.4066	0.1942	0.1056	0.0468
1.0686	1.1554	1.1376	1.0111	0.7179	0.3268	0.1895	0.0842
1.1163	1.2593	1.2713	1.2549	0.9624	0.5476	0.3148	0.1404
1.4287	1.4667	1.6010	1.4599	1.3130	0.8752	0.5195	0.2340
1.8571	2.0031	2.1039	2.2199	2.0397	1.4792	0.9220	0.4210
2.9663	3.4370	3.7177	4.1767	4.0749	3.2935	2.1219	0.9811
t=	8						
7.000	6.984	6.894	6.614	5.520	2.870	0.710	0.136
7.055	6.986	6.857	6.547	5.487	2.875	0.712	0.136
7.236	7.115	6.930	6.512	5.470	2.893	0.718	0.138
7.746	7.524	7.201	6.647	5.506	2.937	0.736	0.142
8.990	8.562	8.042	7.174	5.764	3.106	0.784	0.154
12.271	11.483	10.455	8.939	6.837	3.677	0.934	0.186
22.880	21.057	18.665	15.212	10.968	5.803	1.517	0.300
82.404	74.592	65.593	52.003	35.708	18.574	5.592	1.063
0.9362	1.0549	0.9973	0.8149	0.2092	-0.0000	-0.0000	0.0000
0.9559	1.1131	1.0489	0.8023	0.2671	0.0799	0.0455	0.0201
1.0987	1.1706	1.0953	0.9645	0.6385	0.2085	0.1062	0.0468
1.1329	1.2226	1.1826	1.0936	0.7940	0.3329	0.1904	0.0843
1.1169	1.2593	1.2732	1.2823	1.0224	0.5476	0.3148	0.1404
1.4206	1.4667	1.6300	1.5379	1.3359	0.8754	0.5212	0.2340
1.8392	2.0031	2.1039	2.2323	2.0449	1.4835	0.9220	0.4211
2.9622	3.4370	3.7177	4.1772	4.0754	3.2935	2.1233	0.9812

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	9							
	7.311	7.297	7.207	6.932	5.890	3.145	0.790	0.154
	7.368	7.296	7.169	6.866	5.850	3.149	0.792	0.154
	7.537	7.418	7.238	6.822	5.799	3.160	0.797	0.156
	8.051	7.823	7.498	6.956	5.796	3.182	0.814	0.160
	9.286	8.850	8.335	7.451	6.030	3.323	0.858	0.171
	12.504	11.702	10.679	9.150	7.039	3.839	0.999	0.203
	22.994	21.176	18.775	15.320	11.068	5.886	1.564	0.315
	82.387	74.570	65.584	52.006	35.720	18.592	5.611	1.073
	1.1133	1.0576	0.9973	0.8230	0.2092	-0.0000	-0.0000	0.0000
	1.1013	1.1131	1.0509	0.9141	0.3620	0.0799	0.0458	0.0201
	1.1206	1.1832	1.1278	0.9932	0.6385	0.2085	0.1067	0.0468
	1.1329	1.2226	1.2136	1.1142	0.8797	0.3590	0.1904	0.0843
	1.1169	1.2593	1.2749	1.2968	1.0369	0.5773	0.3148	0.1405
	1.4387	1.5421	1.6412	1.5813	1.3460	0.8754	0.5214	0.2341
	1.8392	2.0031	2.1668	2.2469	2.0495	1.4868	0.9220	0.4211
	2.9652	3.4772	3.7177	4.1777	4.0759	3.2935	2.1233	0.9813
t=	10							
	7.550	7.537	7.446	7.175	6.171	3.375	0.865	0.172
	7.603	7.533	7.406	7.108	6.122	3.377	0.866	0.172
	7.771	7.650	7.473	7.060	6.054	3.383	0.871	0.173
	8.282	8.052	7.727	7.192	6.026	3.391	0.886	0.178
	9.507	9.070	8.541	7.666	6.238	3.504	0.927	0.189
	12.685	11.880	10.855	9.326	7.204	3.977	1.060	0.220
	23.089	21.277	18.867	15.412	11.155	5.960	1.609	0.331
	82.373	74.557	65.572	52.009	35.732	18.609	5.629	1.082
	1.1254	1.2096	1.0312	0.8230	0.2043	-0.0000	-0.0000	0.0000
	1.1790	1.1403	1.0917	0.9564	0.3936	0.0912	0.0460	0.0201
	1.1306	1.1832	1.1472	1.0084	0.6800	0.2085	0.1067	0.0468
	1.1891	1.2286	1.2238	1.1142	0.8740	0.3590	0.1904	0.0843
	1.2074	1.2593	1.3852	1.3123	1.0499	0.5781	0.3148	0.1405
	1.4587	1.5421	1.6494	1.5721	1.3460	0.8754	0.5214	0.2342
	1.8392	2.0031	2.1970	2.2402	2.0495	1.4900	0.9220	0.4212
	2.9653	3.4772	3.7238	4.1781	4.0763	3.2935	2.1233	0.9813

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	11							
	7.736	7.718	7.633	7.367	6.388	3.568	0.934	0.189
	7.785	7.719	7.590	7.295	6.331	3.569	0.936	0.189
	7.956	7.828	7.655	7.247	6.248	3.571	0.940	0.191
	8.461	8.224	7.907	7.379	6.212	3.568	0.954	0.195
	9.667	9.245	8.714	7.831	6.409	3.659	0.991	0.206
	12.831	12.027	10.999	9.470	7.343	4.096	1.118	0.237
	23.173	21.365	18.949	15.493	11.232	6.027	1.652	0.346
	82.359	74.545	65.565	52.013	35.744	18.626	5.648	1.092
	1.1342	1.1748	1.0312	0.8230	0.3593	-0.0000	-0.0000	0.0000
	1.2227	1.1555	1.0983	0.9564	0.5988	0.0912	0.0462	0.0201
	1.1306	1.2054	1.1552	1.0084	0.7111	0.2149	0.1067	0.0469
	1.1891	1.2484	1.2238	1.1142	0.8740	0.3590	0.1926	0.0843
	1.2483	1.2593	1.3852	1.3225	1.0499	0.5751	0.3189	0.1406
	1.4648	1.5421	1.6803	1.5742	1.3648	0.8851	0.5214	0.2342
	1.8489	2.0031	2.1999	2.2467	2.0510	1.4933	0.9220	0.4213
	2.9654	3.4772	3.7238	4.1787	4.0768	3.2931	2.1233	0.9814
t=	12							
	7.887	7.864	7.784	7.520	6.559	3.732	1.000	0.206
	7.932	7.868	7.739	7.446	6.494	3.732	1.001	0.207
	8.105	7.971	7.804	7.398	6.407	3.726	1.005	0.208
	8.606	8.370	8.054	7.526	6.365	3.713	1.018	0.212
	9.806	9.387	8.855	7.971	6.550	3.793	1.052	0.223
	12.952	12.147	11.120	9.591	7.461	4.201	1.173	0.253
	23.248	21.443	19.022	15.566	11.302	6.089	1.693	0.361
	82.347	74.535	65.559	52.017	35.755	18.642	5.666	1.102
	1.1342	1.1671	1.0312	0.8895	0.3593	-0.0000	0.0000	0.0000
	1.2227	1.1565	1.1059	0.9564	0.5988	0.0948	0.0464	0.0201
	1.1493	1.2150	1.1552	1.0084	0.7111	0.2496	0.1067	0.0469
	1.1896	1.2484	1.2238	1.1879	0.8760	0.4101	0.1933	0.0844
	1.2584	1.2593	1.3852	1.3290	1.0685	0.5751	0.3198	0.1406
	1.4720	1.5587	1.6663	1.5777	1.3672	0.8851	0.5214	0.2342
	1.8465	2.0031	2.1933	2.2500	2.0510	1.5130	0.9220	0.4214
	2.9656	3.4772	3.7238	4.1791	4.0773	3.2931	2.1236	0.9815

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	13							
8.013	7.988	7.908	7.645	6.700	3.871	1.061	0.224	
8.054	7.992	7.862	7.572	6.629	3.871	1.062	0.224	
8.225	8.094	7.928	7.524	6.539	3.860	1.066	0.225	
8.728	8.491	8.176	7.649	6.493	3.840	1.078	0.229	
9.922	9.506	8.972	8.088	6.670	3.908	1.110	0.240	
13.054	12.254	11.221	9.692	7.563	4.294	1.225	0.270	
23.315	21.514	19.088	15.633	11.366	6.145	1.733	0.376	
82.336	74.526	65.554	52.022	35.767	18.659	5.683	1.111	
1.1343	1.1592	1.0841	0.9060	0.3593	-0.0000	-0.0000	0.0000	
1.2227	1.1620	1.1309	0.9564	0.5988	0.0948	0.0466	0.0201	
1.1757	1.2150	1.1894	1.0104	0.7111	0.2461	0.1069	0.0469	
1.1915	1.2484	1.2524	1.1966	0.8760	0.4090	0.1939	0.0844	
1.2665	1.2593	1.3852	1.3290	1.0842	0.5751	0.3207	0.1406	
1.4753	1.5569	1.6824	1.6933	1.3672	0.9055	0.5214	0.2343	
1.8465	2.0031	2.1991	2.2523	2.0510	1.5324	0.9220	0.4215	
2.9659	3.4772	3.7238	4.1797	4.0780	3.2931	2.1240	0.9815	
t=	14							
8.119	8.080	8.015	7.752	6.819	3.991	1.119	0.240	
8.157	8.096	7.967	7.674	6.744	3.990	1.120	0.241	
8.328	8.198	8.033	7.631	6.652	3.976	1.124	0.242	
8.831	8.594	8.279	7.752	6.602	3.949	1.135	0.246	
10.020	9.607	9.072	8.188	6.771	3.992	1.164	0.257	
13.142	12.344	11.313	9.782	7.652	4.377	1.274	0.286	
23.376	21.577	19.149	15.693	11.425	6.198	1.771	0.391	
82.326	74.517	65.549	52.026	35.779	18.675	5.701	1.121	
1.1343	1.2420	1.0467	0.9074	0.3593	-0.0000	0.0000	-0.0000	
1.2227	1.1694	1.1309	0.9882	0.5988	0.0948	0.0467	0.0201	
1.1828	1.2216	1.1894	1.0136	0.7111	0.2461	0.1069	0.0469	
1.1915	1.2484	1.2524	1.2354	0.8760	0.4037	0.1944	0.0844	
1.2739	1.2593	1.3852	1.3290	1.1005	0.6160	0.3217	0.1407	
1.4796	1.5545	1.6586	1.6462	1.3689	0.9055	0.5214	0.2344	
1.8577	2.0031	2.2017	2.2559	2.0510	1.5385	0.9220	0.4216	
2.9662	3.4772	3.7238	4.1802	4.0782	3.2931	2.1243	0.9816	

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	15						
8.212	8.169	8.107	7.844	6.919	4.091	1.174	0.257
8.248	8.187	8.057	7.765	6.839	4.089	1.175	0.257
8.419	8.288	8.123	7.721	6.746	4.074	1.179	0.259
8.920	8.682	8.366	7.833	6.695	4.042	1.189	0.263
10.105	9.693	9.158	8.274	6.861	4.077	1.216	0.273
13.220	12.419	11.389	9.857	7.731	4.449	1.322	0.302
23.431	21.635	19.204	15.749	11.479	6.248	1.809	0.405
82.317	74.509	65.546	52.031	35.791	18.691	5.718	1.130
1.1343	1.2383	1.0467	0.9187	0.3593	-0.0000	-0.0000	0.0000
1.2227	1.1694	1.1403	0.9882	0.5988	0.0948	0.0466	0.0201
1.1886	1.2280	1.1894	1.0173	0.7282	0.2461	0.1069	0.0469
1.1915	1.2484	1.2524	1.2524	0.8898	0.4037	0.1950	0.0844
1.2776	1.2593	1.3852	1.3290	1.0890	0.6144	0.3217	0.1407
1.4797	1.5614	1.6919	1.6910	1.3718	0.9094	0.5214	0.2344
1.8577	2.0031	2.1945	2.2588	2.0510	1.5404	0.9220	0.4217
2.9665	3.4772	3.7238	4.1795	4.0782	3.2931	2.1246	0.9816

t=	16						
8.290	8.246	8.187	7.925	7.005	4.180	1.227	0.273
8.325	8.266	8.136	7.844	6.922	4.178	1.227	0.273
8.497	8.358	8.202	7.800	6.828	4.161	1.231	0.275
8.998	8.760	8.444	7.909	6.775	4.126	1.240	0.279
10.180	9.769	9.232	8.349	6.937	4.155	1.265	0.289
13.289	12.489	11.461	9.925	7.800	4.515	1.367	0.317
23.483	21.688	19.255	15.800	11.529	6.295	1.845	0.419
82.308	74.503	65.542	52.036	35.802	18.707	5.735	1.139
1.1690	1.2383	1.0473	0.9015	0.3593	-0.0000	0.0000	0.0000
1.2227	1.1694	1.1418	0.9882	0.6377	0.0948	0.0467	0.0201
1.1886	1.2335	1.1894	1.0210	0.7282	0.2659	0.1069	0.0469
1.2165	1.2484	1.2524	1.2524	0.8925	0.4037	0.1954	0.0845
1.2776	1.2593	1.3852	1.3290	1.1001	0.6144	0.3217	0.1408
1.4820	1.5592	1.6606	1.6893	1.3751	0.9153	0.5214	0.2344
1.8577	2.0031	2.1977	2.2613	2.0510	1.5417	0.9220	0.4217
2.9681	3.4772	3.7238	4.1812	4.0782	3.2931	2.1249	0.9818



DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	17						
8.359	8.315	8.257	7.994	7.082	4.260	1.276	0.289
8.394	8.336	8.206	7.915	6.997	4.258	1.277	0.289
8.566	8.428	8.272	7.871	6.901	4.239	1.280	0.291
9.067	8.829	8.513	7.978	6.847	4.201	1.288	0.295
10.248	9.837	9.300	8.417	7.006	4.225	1.312	0.305
13.350	12.552	11.520	9.979	7.864	4.577	1.410	0.333
23.531	21.738	19.302	15.849	11.577	6.340	1.879	0.433
82.301	74.496	65.540	52.041	35.814	18.723	5.751	1.148
1.1730	1.2383	1.0490	0.9242	0.3593	0.0000	-0.0000	0.0000
1.2227	1.1694	1.1450	0.9882	0.6377	0.0948	0.0467	0.0201
1.1895	1.2335	1.1894	1.0210	0.7314	0.2659	0.1069	0.0469
1.2165	1.2484	1.2524	1.2524	0.8951	0.4037	0.1958	0.0845
1.2776	1.2593	1.3852	1.3290	1.0989	0.6144	0.3217	0.1408
1.4848	1.5602	1.6998	1.6978	1.3751	0.9161	0.5214	0.2344
1.8579	2.0031	2.1997	2.2418	2.0510	1.5437	0.9220	0.4218
2.9673	3.4772	3.7238	4.1805	4.0797	3.2931	2.1252	0.9819

t=	18						
8.423	8.378	8.321	8.060	7.151	4.332	1.324	0.305
8.457	8.399	8.270	7.979	7.064	4.330	1.324	0.305
8.629	8.490	8.335	7.935	6.968	4.309	1.327	0.307
9.130	8.891	8.576	8.040	6.913	4.270	1.335	0.310
10.308	9.898	9.360	8.478	7.069	4.290	1.357	0.320
13.406	12.608	11.576	10.035	7.922	4.634	1.452	0.348
23.576	21.785	19.347	15.897	11.622	6.382	1.913	0.447
82.293	74.490	65.538	52.047	35.825	18.738	5.767	1.158
1.1764	1.2383	1.0493	0.9030	0.3593	0.0000	0.0000	0.0000
1.2227	1.1694	1.1331	0.9882	0.6442	0.0948	0.0467	0.0201
1.1910	1.2335	1.1894	1.0210	0.7338	0.2659	0.1069	0.0469
1.2165	1.2484	1.2524	1.2524	0.8951	0.4037	0.1963	0.0845
1.2776	1.2593	1.3852	1.3290	1.1012	0.6144	0.3217	0.1408
1.4875	1.5610	1.6951	1.6978	1.3751	0.9182	0.5214	0.2344
1.8588	2.0031	2.2011	2.2337	2.0744	1.5450	0.9220	0.4219
2.9669	3.4772	3.7238	4.1805	4.0785	3.2931	2.1255	0.9819

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	19						
8.480	8.436	8.379	8.117	7.214	4.398	1.369	0.321
8.515	8.457	8.327	8.038	7.126	4.396	1.370	0.321
8.687	8.548	8.393	7.994	7.029	4.373	1.372	0.322
9.187	8.949	8.633	8.097	6.973	4.333	1.379	0.326
10.363	9.950	9.417	8.535	7.127	4.350	1.400	0.336
13.458	12.661	11.629	10.088	7.976	4.688	1.492	0.363
23.619	21.830	19.390	15.941	11.664	6.423	1.945	0.461
82.287	74.485	65.536	52.052	35.837	18.754	5.783	1.167
1.1782	1.2383	1.0504	0.9269	0.3593	0.0000	0.0000	-0.0000
1.2227	1.1694	1.1490	0.9882	0.6442	0.0948	0.0467	0.0201
1.1910	1.2335	1.1902	1.0210	0.7360	0.2914	0.1069	0.0469
1.2165	1.2484	1.2524	1.2524	0.8951	0.4037	0.1967	0.0845
1.2776	1.3086	1.3852	1.3290	1.1037	0.6144	0.3217	0.1409
1.4898	1.5617	1.6972	1.6978	1.3751	0.9203	0.5214	0.2344
1.8603	2.0031	2.2021	2.2301	2.0760	1.5359	0.9220	0.4220
2.9642	3.4772	3.7233	4.1828	4.0785	3.2931	2.1258	0.9820

t=	20						
8.534	8.489	8.431	8.171	7.272	4.459	1.412	0.336
8.568	8.511	8.381	8.092	7.182	4.456	1.413	0.336
8.740	8.601	8.447	8.048	7.085	4.432	1.415	0.338
9.240	9.002	8.686	8.150	7.028	4.392	1.422	0.341
10.415	10.001	9.469	8.587	7.181	4.405	1.441	0.351
13.507	12.710	11.678	10.137	8.026	4.738	1.530	0.378
23.659	21.871	19.430	15.984	11.704	6.461	1.977	0.475
82.281	74.480	65.535	52.057	35.848	18.769	5.799	1.175
1.1799	1.2383	1.0702	0.9279	0.3593	0.0000	-0.0000	-0.0000
1.2227	1.1694	1.1371	0.9882	0.6442	0.0948	0.0467	0.0201
1.1910	1.2365	1.1918	1.0210	0.7360	0.2914	0.1069	0.0470
1.2165	1.2484	1.2524	1.2524	0.8951	0.4037	0.1970	0.0845
1.2776	1.3451	1.3854	1.3290	1.1047	0.6144	0.3217	0.1409
1.4898	1.5626	1.6990	1.6978	1.3751	0.9222	0.5214	0.2344
1.8619	2.0031	2.2034	2.2205	2.0775	1.5425	0.9335	0.4220
2.9685	3.4772	3.7219	4.1820	4.0811	3.2931	2.1261	0.9820

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	21							
8.584	8.539	8.484	8.221	7.326	4.515	1.454	0.351	
8.618	8.561	8.431	8.143	7.235	4.513	1.454	0.352	
8.790	8.651	8.497	8.099	7.138	4.487	1.457	0.353	
9.290	9.052	8.736	8.200	7.080	4.446	1.463	0.356	
10.464	10.055	9.518	8.636	7.231	4.457	1.481	0.366	
13.552	12.756	11.724	10.183	8.072	4.785	1.567	0.392	
23.698	21.911	19.470	16.017	11.743	6.498	2.007	0.488	
82.275	74.475	65.534	52.062	35.858	18.784	5.814	1.184	
1.1799	1.2383	1.0465	0.9289	0.3593	0.0000	0.0000	-0.0000	
1.2227	1.1694	1.1423	0.9882	0.6820	0.0948	0.0467	0.0201	
1.1910	1.2365	1.1933	1.0210	0.7405	0.2914	0.1069	0.0470	
1.2165	1.2484	1.2524	1.2524	0.8951	0.4037	0.1973	0.0846	
1.2776	1.3194	1.3854	1.3290	1.1059	0.6144	0.3217	0.1409	
1.4898	1.5630	1.7007	1.6978	1.4164	0.9239	0.5315	0.2344	
1.8634	2.0031	2.2193	2.2604	2.0789	1.5409	0.9342	0.4221	
2.9684	3.4772	3.7202	4.1838	4.0884	3.2931	2.1264	0.9821	

t=	22							
8.630	8.585	8.527	8.269	7.376	4.568	1.494	0.366	
8.664	8.608	8.479	8.191	7.281	4.565	1.494	0.367	
8.837	8.698	8.544	8.147	7.187	4.539	1.496	0.368	
9.336	9.099	8.783	8.247	7.129	4.497	1.502	0.371	
10.509	10.101	9.564	8.682	7.278	4.506	1.519	0.381	
13.595	12.799	11.767	10.226	8.116	4.830	1.602	0.407	
23.734	21.948	19.506	16.055	11.779	6.533	2.036	0.501	
82.269	74.471	65.534	52.068	35.869	18.798	5.830	1.193	
1.1799	1.2383	1.0873	0.9302	0.3593	0.0000	-0.0000	-0.0000	
1.2227	1.1694	1.1382	0.9883	0.7094	0.0948	0.0467	0.0201	
1.1910	1.2432	1.1951	1.0210	0.7432	0.2914	0.1069	0.0470	
1.2165	1.2484	1.2524	1.2524	0.8951	0.4037	0.1977	0.0846	
1.2776	1.3194	1.3854	1.3290	1.1076	0.6144	0.3217	0.1409	
1.4898	1.5633	1.7023	1.6978	1.4094	0.9239	0.5325	0.2344	
1.8645	2.0031	2.2193	2.2467	2.0802	1.5438	0.9356	0.4222	
2.9686	3.4772	3.7176	4.1844	4.0838	3.2931	2.1264	0.9822	

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	23							
8.675	8.629	8.571	8.313	7.423	4.618	1.532	0.381	
8.708	8.653	8.523	8.236	7.326	4.615	1.532	0.381	
8.880	8.742	8.589	8.192	7.232	4.588	1.534	0.383	
9.380	9.143	8.827	8.290	7.174	4.545	1.540	0.386	
10.552	10.144	9.606	8.725	7.323	4.552	1.555	0.395	
13.636	12.840	11.808	10.268	8.158	4.872	1.636	0.421	
23.769	21.984	19.541	16.091	11.814	6.567	2.065	0.514	
82.265	74.467	65.535	52.073	35.880	18.813	5.845	1.202	
1.1799	1.2383	1.0933	0.9313	0.3593	0.0000	0.0000	-0.0000	
1.2227	1.1694	1.1382	0.9893	0.7086	0.0948	0.0467	0.0201	
1.1910	1.2432	1.1963	1.0210	0.7453	0.2914	0.1069	0.0470	
1.2165	1.2484	1.2524	1.2524	0.8951	0.4037	0.1979	0.0846	
1.2776	1.3194	1.4057	1.3290	1.1057	0.6144	0.3217	0.1410	
1.4898	1.5635	1.7030	1.6978	1.4090	0.9464	0.5329	0.2344	
1.8653	2.0031	2.2193	2.2412	2.0800	1.5439	0.9361	0.4222	
2.9692	3.4772	3.7151	4.1851	4.0895	3.2931	2.1264	0.9823	

t=	24							
8.716	8.671	8.612	8.355	7.467	4.664	1.569	0.396	
8.750	8.694	8.565	8.278	7.369	4.661	1.569	0.396	
8.922	8.784	8.630	8.234	7.276	4.634	1.571	0.397	
9.421	9.184	8.868	8.332	7.217	4.590	1.576	0.401	
10.593	10.185	9.647	8.766	7.365	4.596	1.591	0.410	
13.674	12.879	11.846	10.307	8.198	4.909	1.669	0.435	
23.802	22.019	19.574	16.125	11.848	6.600	2.093	0.527	
82.260	74.464	65.535	52.078	35.891	18.827	5.859	1.210	
1.1799	1.2383	1.0944	0.9322	0.3593	0.0000	0.0000	-0.0000	
1.2227	1.1694	1.1382	0.9893	0.7083	0.0948	0.0467	0.0201	
1.1910	1.2432	1.1974	1.0210	0.7465	0.2914	0.1069	0.0470	
1.2165	1.2484	1.2524	1.2524	0.8951	0.4037	0.1982	0.0846	
1.2776	1.3194	1.4057	1.3290	1.1064	0.6144	0.3217	0.1410	
1.4898	1.5637	1.7044	1.6978	1.4090	0.9565	0.5329	0.2344	
1.8662	2.0031	2.2193	2.2395	2.0824	1.5454	0.9366	0.4223	
2.9695	3.4772	3.7126	4.1855	4.0850	3.2931	2.1264	0.9823	

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	25						
8.755	8.710	8.651	8.394	7.509	4.708	1.604	0.410
8.789	8.734	8.604	8.317	7.410	4.705	1.604	0.410
8.961	8.823	8.669	8.274	7.316	4.677	1.606	0.412
9.460	9.223	8.907	8.367	7.258	4.633	1.610	0.415
10.632	10.224	9.686	8.806	7.405	4.638	1.624	0.424
13.711	12.917	11.884	10.344	8.236	4.947	1.701	0.449
23.835	22.052	19.606	16.158	11.880	6.631	2.120	0.540
82.256	74.460	65.536	52.084	35.901	18.841	5.874	1.219
1.1799	1.2383	1.0955	0.9322	0.3593	0.0000	-0.0000	0.0000
1.2227	1.1792	1.1382	0.9893	0.7083	0.0948	0.0467	0.0201
1.1910	1.2467	1.1986	1.0210	0.7477	0.2914	0.1069	0.0470
1.2165	1.2484	1.2524	1.2434	0.8951	0.4037	0.1985	0.0846
1.2776	1.3194	1.4057	1.3290	1.1074	0.6144	0.3217	0.1410
1.4898	1.5639	1.7056	1.6978	1.4090	0.9565	0.5329	0.2344
1.8670	2.0031	2.2193	2.2395	2.0797	1.5461	0.9363	0.4224
2.9708	3.4772	3.7103	4.1861	4.0908	3.2931	2.1264	0.9824

t=	26						
8.792	8.747	8.689	8.432	7.548	4.750	1.638	0.424
8.826	8.770	8.641	8.355	7.449	4.747	1.638	0.425
8.998	8.860	8.707	8.312	7.355	4.718	1.640	0.426
9.498	9.261	8.945	8.405	7.296	4.674	1.644	0.429
10.668	10.260	9.722	8.843	7.443	4.678	1.657	0.438
13.746	12.952	11.919	10.380	8.273	4.984	1.731	0.462
23.865	22.083	19.637	16.189	11.911	6.661	2.146	0.552
82.252	74.457	65.535	52.089	35.911	18.854	5.888	1.227
1.1799	1.2383	1.0962	0.9322	0.3593	0.0000	0.0000	0.0000
1.2227	1.1860	1.1382	0.9893	0.7083	0.0948	0.0467	0.0201
1.1910	1.2467	1.1995	1.0210	0.7486	0.2914	0.1069	0.0470
1.2165	1.2484	1.2524	1.2434	0.8951	0.4037	0.1987	0.0846
1.2776	1.3194	1.4057	1.3290	1.1084	0.6144	0.3217	0.1410
1.4898	1.5639	1.7069	1.6978	1.4090	0.9565	0.5329	0.2344
1.8679	2.0031	2.2193	2.2395	2.0806	1.5472	0.9363	0.4224
2.9722	3.4772	3.7124	4.1865	4.0861	3.2931	2.1264	0.9824

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	27						
8.828	8.783	8.725	8.468	7.586	4.790	1.671	0.438
8.861	8.806	8.677	8.392	7.486	4.787	1.671	0.439
9.034	8.896	8.738	8.349	7.393	4.758	1.673	0.440
9.534	9.297	8.981	8.440	7.333	4.713	1.676	0.443
10.704	10.296	9.758	8.878	7.479	4.716	1.689	0.452
13.780	12.986	11.953	10.414	8.308	5.019	1.761	0.476
23.895	22.114	19.667	16.219	11.941	6.691	2.172	0.565
82.248	74.455	65.536	52.094	35.922	18.868	5.902	1.235
1.1799	1.2383	1.0970	0.9322	0.3593	0.0000	-0.0000	0.0000
1.2227	1.1860	1.1382	0.9919	0.7083	0.0948	0.0467	0.0202
1.1910	1.2467	1.2080	1.0210	0.7486	0.2914	0.1069	0.0470
1.2165	1.2484	1.2524	1.2434	0.8951	0.4037	0.1989	0.0846
1.2776	1.3194	1.4057	1.3290	1.1084	0.6144	0.3217	0.1411
1.4898	1.5639	1.7080	1.6978	1.4090	0.9565	0.5329	0.2344
1.8688	2.0031	2.2193	2.2395	2.0815	1.5492	0.9363	0.4225
2.9710	3.4772	3.7090	4.1871	4.0919	3.2931	2.1264	0.9825

t=	28						
8.862	8.817	8.759	8.503	7.623	4.828	1.703	0.452
8.896	8.841	8.712	8.427	7.522	4.825	1.703	0.452
9.068	8.930	8.773	8.383	7.428	4.796	1.704	0.454
9.568	9.331	9.015	8.475	7.369	4.751	1.708	0.457
10.737	10.330	9.792	8.912	7.514	4.752	1.719	0.465
13.812	13.019	11.986	10.447	8.341	5.053	1.790	0.489
23.924	22.143	19.695	16.249	11.970	6.719	2.196	0.577
82.244	74.452	65.535	52.100	35.932	18.881	5.916	1.244
1.1799	1.2383	1.0975	0.9322	0.3593	0.0000	0.0000	0.0000
1.2227	1.1860	1.1382	0.9931	0.7083	0.0948	0.0467	0.0202
1.1910	1.2467	1.2142	1.0210	0.7486	0.2914	0.1069	0.0470
1.2165	1.2484	1.2524	1.2429	0.8951	0.4037	0.1999	0.0846
1.2776	1.3194	1.4057	1.3290	1.1084	0.6144	0.3217	0.1411
1.4898	1.5638	1.6944	1.6978	1.4116	0.9565	0.5329	0.2344
1.8695	2.0031	2.2193	2.2395	2.0808	1.5496	0.9363	0.4225
2.9722	3.4772	3.7131	4.1876	4.0873	3.2931	2.1264	0.9826

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	29							
8.895	8.850	8.793	8.536	7.658	4.865	1.733	0.466	
8.929	8.874	8.745	8.452	7.556	4.861	1.734	0.466	
9.101	8.964	8.806	8.417	7.458	4.832	1.735	0.467	
9.601	9.364	9.048	8.508	7.403	4.787	1.738	0.470	
10.770	10.362	9.825	8.945	7.548	4.787	1.749	0.479	
13.844	13.050	12.018	10.479	8.374	5.086	1.818	0.502	
23.952	22.172	19.723	16.277	11.998	6.746	2.221	0.589	
82.241	74.450	65.537	52.105	35.941	18.895	5.930	1.252	
1.1799	1.2383	1.0981	0.9322	0.3593	0.0000	-0.0000	0.0000	
1.2227	1.1860	1.1382	1.0078	0.7083	0.0948	0.0467	0.0202	
1.1910	1.2467	1.2142	1.0210	0.7779	0.2914	0.1069	0.0470	
1.2165	1.2484	1.2524	1.2429	0.8951	0.4037	0.1994	0.0846	
1.2776	1.3194	1.4057	1.3290	1.1084	0.6144	0.3217	0.1412	
1.4898	1.5638	1.6944	1.6978	1.4116	0.9565	0.5329	0.2344	
1.8703	2.0033	2.2193	2.2395	2.0815	1.5506	0.9363	0.4226	
2.9734	3.4772	3.7086	4.1881	4.0931	3.2931	2.1264	0.9826	
t=	30							
8.927	8.882	8.825	8.569	7.691	4.900	1.763	0.479	
8.961	8.907	8.777	8.484	7.589	4.896	1.763	0.480	
9.133	8.995	8.838	8.449	7.488	4.867	1.764	0.481	
9.633	9.396	9.079	8.540	7.436	4.821	1.767	0.484	
10.801	10.393	9.856	8.977	7.580	4.821	1.777	0.492	
13.874	13.081	12.048	10.510	8.405	5.118	1.845	0.515	
23.978	22.200	19.750	16.304	12.025	6.773	2.244	0.601	
82.238	74.447	65.536	52.110	35.951	18.908	5.943	1.260	
1.1799	1.2383	1.0984	0.9322	0.3593	0.0000	0.0001	0.0000	
1.2227	1.1860	1.1382	1.0078	0.7083	0.0948	0.0467	0.0202	
1.1910	1.2467	1.2142	1.0210	0.7926	0.2914	0.1069	0.0470	
1.2165	1.2484	1.2524	1.2429	0.8951	0.4037	0.1995	0.0846	
1.2776	1.3194	1.4057	1.3290	1.1084	0.6144	0.3217	0.1411	
1.4898	1.5638	1.6944	1.6978	1.4116	0.9565	0.5329	0.2344	
1.8705	2.0035	2.2193	2.2395	2.0823	1.5514	0.9363	0.4226	
2.9723	3.4772	3.7131	4.1885	4.0831	3.2931	2.1264	0.9827	

END OF LOSS AND CONTROL TABLES

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

SECOND ORDER INTERPOLATION ALGORITHM  
LOSSTABLE SIZE 16x16  
DELTA U=0.05, FINEDELTA U=0.02, NUMAX=25, NBACK=5  
INTEGRATION ALGORITHM SIMPSON  
INTSTEP=0.2, INTINTERVAL=[-5,5]  
A-PAR=1.0  
T=1, 2, 3 AND 30





DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	0.969	0.967	0.960	0.943	0.900	0.839	0.735	0.623	0.500	0.377	0.265	0.171	0.100	0.051	0.020	0.004
	0.978	0.975	0.967	0.949	0.908	0.837	0.742	0.629	0.505	0.380	0.267	0.172	0.100	0.051	0.020	0.004
	1.009	1.005	0.995	0.976	0.938	0.865	0.768	0.652	0.522	0.392	0.273	0.176	0.102	0.052	0.020	0.005
	1.072	1.066	1.054	1.033	0.996	0.923	0.822	0.698	0.558	0.417	0.288	0.183	0.106	0.053	0.021	0.005
	1.184	1.176	1.160	1.135	1.096	1.023	0.915	0.779	0.622	0.459	0.313	0.196	0.112	0.056	0.022	0.005
	1.368	1.356	1.335	1.304	1.257	1.185	1.068	0.911	0.725	0.530	0.354	0.218	0.123	0.061	0.024	0.005
	1.662	1.644	1.615	1.571	1.509	1.423	1.299	1.117	0.889	0.644	0.421	0.252	0.148	0.069	0.027	0.006
	2.129	2.100	2.055	1.991	1.903	1.786	1.630	1.420	1.141	0.823	0.527	0.308	0.168	0.082	0.032	0.007
	2.873	2.825	2.754	2.653	2.520	2.349	2.132	1.860	1.516	1.103	0.699	0.397	0.212	0.103	0.040	0.009
	4.081	3.997	3.878	3.716	3.507	3.244	2.922	2.537	2.078	1.539	0.980	0.546	0.285	0.137	0.053	0.012
	6.106	5.934	5.749	5.481	5.140	4.721	4.221	3.639	2.977	2.231	1.449	0.801	0.410	0.196	0.076	0.017
	9.677	9.395	9.030	8.568	7.995	7.301	6.487	5.558	4.527	3.412	2.262	1.264	0.639	0.303	0.117	0.026
	16.503	15.965	15.294	14.460	13.444	12.227	10.813	9.214	7.472	5.639	3.800	2.175	1.096	0.518	0.201	0.044
	31.517	30.422	29.076	27.438	25.463	23.097	20.349	17.292	13.962	10.535	7.177	4.219	2.156	1.022	0.397	0.088
	74.346	71.701	68.440	64.560	60.036	54.370	47.653	40.641	32.504	24.562	16.882	10.181	5.353	2.567	1.003	0.221
	300.418	289.496	275.356	260.181	244.735	222.118	192.804	167.799	130.887	99.158	69.032	42.569	23.411	11.492	4.526	1.000
	0.2757	0.2708	-0.2520	-0.2000	0.0000	-0.0002	0.0000	-0.0000	0.0001	-0.0001	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
	0.2766	0.2760	0.2620	0.2180	0.0335	0.0158	0.0174	0.0219	0.0267	0.0300	0.0296	0.0257	0.0203	0.0147	0.0093	0.0044
	0.2779	0.2828	0.2728	0.2460	0.0929	0.0363	0.0382	0.0457	0.0574	0.0644	0.0635	0.0552	0.0436	0.0315	0.0200	0.0095
	0.2863	0.2942	0.2943	0.2756	0.1963	0.0640	0.0652	0.0774	0.0930	0.1041	0.1026	0.0892	0.0703	0.0509	0.0323	0.0153
	0.2941	0.3110	0.3183	0.3134	0.2761	0.1237	0.0976	0.1161	0.1364	0.1504	0.1481	0.1288	0.1016	0.0735	0.0467	0.0221
	0.3105	0.3378	0.3518	0.3594	0.3502	0.2859	0.1669	0.1710	0.1904	0.2058	0.2017	0.1756	0.1386	0.1002	0.0637	0.0302
	0.3359	0.3681	0.3972	0.4201	0.4307	0.4191	0.3504	0.2674	0.2642	0.2740	0.2659	0.2316	0.1829	0.1322	0.0841	0.0398
	0.3749	0.4175	0.4589	0.4954	0.5244	0.5360	0.5175	0.4501	0.3810	0.3626	0.3444	0.3001	0.2370	0.1714	0.1090	0.0516
	0.4348	0.4909	0.5452	0.5963	0.6396	0.6689	0.6711	0.6354	0.5573	0.4864	0.4440	0.3852	0.3047	0.2203	0.1402	0.0664
	0.5265	0.5961	0.6654	0.7291	0.7903	0.8303	0.8480	0.8285	0.7620	0.6611	0.5761	0.4947	0.3916	0.2833	0.1802	0.0853
	0.6689	0.7492	0.8319	0.9113	0.9858	1.0408	1.0715	1.0627	1.0019	0.8897	0.7599	0.6409	0.5074	0.3671	0.2336	0.1106
	0.8824	0.9751	1.0723	1.1671	1.2566	1.3304	1.3752	1.3748	1.3144	1.1891	1.0201	0.8470	0.6692	0.4845	0.3083	0.1460
	1.2005	1.3246	1.4256	1.5410	1.6560	1.7547	1.8179	1.8282	1.7638	1.6179	1.4023	1.1582	0.9113	0.6604	0.4204	0.1991
	1.6967	1.8316	1.9819	2.1368	2.2749	2.4343	2.5409	2.5594	2.4955	2.3089	2.0213	1.6745	1.3139	0.9531	0.6072	0.2876
	2.5504	2.7537	2.9973	3.2396	3.4467	3.7043	3.9367	3.9557	3.9299	3.6558	3.2295	2.6946	2.1166	1.5377	0.9805	0.4646
	4.4971	5.0089	5.6061	6.1158	6.5913	7.2126	7.7547	7.9098	8.0268	7.6312	6.7944	5.7219	4.5168	3.2896	2.1005	0.9956

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	2.456	2.462	2.468	2.474	2.480	2.486	2.492	2.498	2.504	2.510	2.516	2.522	2.528	2.534	2.540	2.546	2.552	2.558	2.564	2.570	2.576	2.582	2.588	2.594	2.600	2.606	2.612	2.618	2.624	2.630	2.636	2.642	2.648	2.654	2.660	2.666	2.672	2.678	2.684	2.690	2.696	2.702	2.708	2.714	2.720	2.726	2.732	2.738	2.744	2.750	2.756	2.762	2.768	2.774	2.780	2.786	2.792	2.798	2.804	2.810	2.816	2.822	2.828	2.834	2.840	2.846	2.852	2.858	2.864	2.870	2.876	2.882	2.888	2.894	2.900	2.906	2.912	2.918	2.924	2.930	2.936	2.942	2.948	2.954	2.960	2.966	2.972	2.978	2.984	2.990	2.996	3.002	3.008	3.014	3.020	3.026	3.032	3.038	3.044	3.050	3.056	3.062	3.068	3.074	3.080	3.086	3.092	3.098	3.104	3.110	3.116	3.122	3.128	3.134	3.140	3.146	3.152	3.158	3.164	3.170	3.176	3.182	3.188	3.194	3.200	3.206	3.212	3.218	3.224	3.230	3.236	3.242	3.248	3.254	3.260	3.266	3.272	3.278	3.284	3.290	3.296	3.302	3.308	3.314	3.320	3.326	3.332	3.338	3.344	3.350	3.356	3.362	3.368	3.374	3.380	3.386	3.392	3.398	3.404	3.410	3.416	3.422	3.428	3.434	3.440	3.446	3.452	3.458	3.464	3.470	3.476	3.482	3.488	3.494	3.500	3.506	3.512	3.518	3.524	3.530	3.536	3.542	3.548	3.554	3.560	3.566	3.572	3.578	3.584	3.590	3.596	3.602	3.608	3.614	3.620	3.626	3.632	3.638	3.644	3.650	3.656	3.662	3.668	3.674	3.680	3.686	3.692	3.698	3.704	3.710	3.716	3.722	3.728	3.734	3.740	3.746	3.752	3.758	3.764	3.770	3.776	3.782	3.788	3.794	3.800	3.806	3.812	3.818	3.824	3.830	3.836	3.842	3.848	3.854	3.860	3.866	3.872	3.878	3.884	3.890	3.896	3.902	3.908	3.914	3.920	3.926	3.932	3.938	3.944	3.950	3.956	3.962	3.968	3.974	3.980	3.986	3.992	3.998	4.004	4.010	4.016	4.022	4.028	4.034	4.040	4.046	4.052	4.058	4.064	4.070	4.076	4.082	4.088	4.094	4.100	4.106	4.112	4.118	4.124	4.130	4.136	4.142	4.148	4.154	4.160	4.166	4.172	4.178	4.184	4.190	4.196	4.202	4.208	4.214	4.220	4.226	4.232	4.238	4.244	4.250	4.256	4.262	4.268	4.274	4.280	4.286	4.292	4.298	4.304	4.310	4.316	4.322	4.328	4.334	4.340	4.346	4.352	4.358	4.364	4.370	4.376	4.382	4.388	4.394	4.400	4.406	4.412	4.418	4.424	4.430	4.436	4.442	4.448	4.454	4.460	4.466	4.472	4.478	4.484	4.490	4.496	4.502	4.508	4.514	4.520	4.526	4.532	4.538	4.544	4.550	4.556	4.562	4.568	4.574	4.580	4.586	4.592	4.598	4.604	4.610	4.616	4.622	4.628	4.634	4.640	4.646	4.652	4.658	4.664	4.670	4.676	4.682	4.688	4.694	4.700	4.706	4.712	4.718	4.724	4.730	4.736	4.742	4.748	4.754	4.760	4.766	4.772	4.778	4.784	4.790	4.796	4.802	4.808	4.814	4.820	4.826	4.832	4.838	4.844	4.850	4.856	4.862	4.868	4.874	4.880	4.886	4.892	4.898	4.904	4.910	4.916	4.922	4.928	4.934	4.940	4.946	4.952	4.958	4.964	4.970	4.976	4.982	4.988	4.994	5.000	5.006	5.012	5.018	5.024	5.030	5.036	5.042	5.048	5.054	5.060	5.066	5.072	5.078	5.084	5.090	5.096	5.102	5.108	5.114	5.120	5.126	5.132	5.138	5.144	5.150	5.156	5.162	5.168	5.174	5.180	5.186	5.192	5.198	5.204	5.210	5.216	5.222	5.228	5.234	5.240	5.246	5.252	5.258	5.264	5.270	5.276	5.282	5.288	5.294	5.300	5.306	5.312	5.318	5.324	5.330	5.336	5.342	5.348	5.354	5.360	5.366	5.372	5.378	5.384	5.390	5.396	5.402	5.408	5.414	5.420	5.426	5.432	5.438	5.444	5.450	5.456	5.462	5.468	5.474	5.480	5.486	5.492	5.498	5.504	5.510	5.516	5.522	5.528	5.534	5.540	5.546	5.552	5.558	5.564	5.570	5.576	5.582	5.588	5.594	5.600	5.606	5.612	5.618	5.624	5.630	5.636	5.642	5.648	5.654	5.660	5.666	5.672	5.678	5.684	5.690	5.696	5.702	5.708	5.714	5.720	5.726	5.732	5.738	5.744	5.750	5.756	5.762	5.768	5.774	5.780	5.786	5.792	5.798	5.804	5.810	5.816	5.822	5.828	5.834	5.840	5.846	5.852	5.858	5.864	5.870	5.876	5.882	5.888	5.894	5.900	5.906	5.912	5.918	5.924	5.930	5.936	5.942	5.948	5.954	5.960	5.966	5.972	5.978	5.984	5.990	5.996	6.002	6.008	6.014	6.020	6.026	6.032	6.038	6.044	6.050	6.056	6.062	6.068	6.074	6.080	6.086	6.092	6.098	6.104	6.110	6.116	6.122	6.128	6.134	6.140	6.146	6.152	6.158	6.164	6.170	6.176	6.182	6.188	6.194	6.200	6.206	6.212	6.218	6.224	6.230	6.236	6.242	6.248	6.254	6.260	6.266	6.272	6.278	6.284	6.290	6.296	6.302	6.308	6.314	6.320	6.326	6.332	6.338	6.344	6.350	6.356	6.362	6.368	6.374	6.380	6.386	6.392	6.398	6.404	6.410	6.416	6.422	6.428	6.434	6.440	6.446	6.452	6.458	6.464	6.470	6.476	6.482	6.488	6.494	6.500	6.506	6.512	6.518	6.524	6.530	6.536	6.542	6.548	6.554	6.560	6.566	6.572	6.578	6.584	6.590	6.596	6.602	6.608	6.614	6.620	6.626	6.632	6.638	6.644	6.650	6.656	6.662	6.668	6.674	6.680	6.686	6.692	6.698	6.704	6.710	6.716	6.722	6.728	6.734	6.740	6.746	6.752	6.758	6.764	6.770	6.776	6.782	6.788	6.794	6.800	6.806	6.812	6.818	6.824	6.830	6.836	6.842	6.848	6.854	6.860	6.866	6.872	6.878	6.884	6.890	6.896	6.902	6.908	6.914	6.920	6.926	6.932	6.938	6.944	6.950	6.956	6.962	6.968	6.974	6.980	6.986	6.992	6.998	7.004	7.010	7.016	7.022	7.028	7.034	7.040	7.046	7.052	7.058	7.064	7.070	7.076	7.082	7.088	7.094	7.100	7.106	7.112	7.118	7.124	7.130	7.136	7.142	7.148	7.154	7.160	7.166	7.172	7.178	7.184	7.190	7.196	7.202	7.208	7.214	7.220	7.226	7.232	7.238	7.244	7.250	7.256	7.262	7.268	7.274	7.280	7.286	7.292	7.298	7.304	7.310	7.316	7.322	7.328	7.334	7.340	7.346	7.352	7.358	7.364	7.370	7.376	7.382	7.388	7.394	7.400	7.406	7.412	7.418	7.424	7.430	7.436	7.442	7.448	7.454	7.460	7.466	7.472	7.478	7.484	7.490	7.496	7.502	7.508	7.514	7.520	7.526	7.532	7.538	7.544	7.550	7.556	7.562	7.568	7.574	7.580	7.586	7.592	7.598	7.604	7.610	7.616	7.622	7.628	7.634	7.640	7.646	7.652	7.658	7.664	7.670	7.676	7.682	7.688	7.694	7.700	7.706	7.712	7.718	7.724	7.730	7.736	7.742	7.748	7.754	7.760	7.766	7.772	7.778	7.784	7.790	7.796	7.802	7.808	7.814	7.820	7.826	7.832	7.838	7.844	7.850	7.856	7.862	7.868	7.874	7.880	7.886	7.892	7.898	7.904	7.910	7.916	7.922	7.928	7.934	7.940	7.946	7.952	7.958	7.964	7.970	7.976	7.982	7.988	7.994	8.000	8.006	8.012	8.018	8.024	8.030	8.036	8.042	8.048	8.054	8.060	8.066	8.072	8.078	8.084	8.090	8.096	8.102	8.108	8.114	8.120	8.126	8.132	8.138	8.144	8.150	8.156	8.162	8.168	8.174	8.180	8.186	8.192	8.198	8.204	8.210	8.216	8.222	8.228	8.234	8.240	8.246	8.252	8.258	8.264	8.270	8.276	8.282	8.288	8.294	8.300	8.306	8.312	8.318	8.324	8.330	8.336	8.342	8.348	8.354	8.360	8.366	8.372	8.378	8.384	8.390	8.396	8.402	8.408	8.414	8.420	8.426	8.432	8.438	8.444	8.450	8.456	8.462	8.468	8.474	8.480	8.486	8.492	8.498	8.504	8.510	8.516	8.522	8.528	8.534	8.540	8.546	8.552	8.558	8.564	8.570	8.576	8.582	8.588	8.594	8.600	8.606	8.612	8.618	8.624	8.630	8.636	8.642	8.648	8.654	8.660	8.666	8.672	8.678	8.684	8.690	8.696	8.702	8.708	8.714	8.720	8.726	8.732	8.738	8.744	8.750	8.756	8.762	8.768	8.774	8.780	8.786	8.792	8.798	8.804	8.810	8.816	8.822	8.828	8.834	8.840	8.846	8.852	8.858	8.864	8.870	8.876	8.882	8.888	8.894	8.900	8.906	8.912	8.918	8.924	8.930	8.936	8.942	8.948	8.954	8.960	8.966	8.972	8.978	8.984	8.990	8.996	9.002	9.008	9.014	9.020	9.026	9.032	9.038	9.044	9.050	9.056	9.062	9.068	9.074	9.080	9.086	9.092	9.098	9.104	9.110	9.116	9.122	9.128	9.134	9.140	9.146	9.152	9.158	9.164	9.170	9.176	9.182	9.188	9.194	9.200	9.206	9.212	9.218	9.224	9.230	9.236	9.242	9.248	9.254	9.260	9.266	9.272	9.278	9.284	9.290	9.296	9.302	9.308	9.314	9.320	9.326	9.332	9.338	9.344	9.350	9.356	9.362	9.368	9.374	9.380	9.386	9.392	9.398	9.404	9.410	9.416	9.422	9.428	9.434	9.440	9.446	9.452	9.458	9.464	9.470	9.476	9.482	9.488	9.494	9.500	9.506	9.512	9.518	9.524	9.530	9.536	9.542	9.548	9.554	9.560	9.566	9.572	9.578	9.584	9.590	9.596	9.602	9.608	9.614	9.620	9.626	9.632	9.638	9.644	9.650	9.656	9.662	9.668	9.674	9.680	9.686	9.692	9.698	9.704	9.710	9.716	9.722	9.728	9.734	9.740	9.746	9.752	9.758	9.764	9.770	9.776	9.782	9.788	9.794	9.800
----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

DUAL REGLERING  
APPENDIX B

t=	8.938	8.929	8.899	8.849	8.750	8.593	8.293	7.721	6.556	4.916	3.152	1.794	1.003	0.477	0.122
	8.951	8.922	8.881	8.818	8.708	8.542	8.238	7.666	6.526	4.915	3.152	1.794	1.003	0.477	0.122
	8.984	8.931	8.880	8.804	8.682	8.498	8.187	7.610	6.493	4.903	3.152	1.795	1.004	0.478	0.122
	9.048	8.969	8.902	8.811	8.673	8.467	8.136	7.560	6.460	4.889	3.151	1.795	1.005	0.479	0.122
	9.159	9.049	8.963	8.852	8.691	8.463	8.099	7.512	6.429	4.871	3.149	1.795	1.007	0.480	0.123
	9.347	9.269	9.187	9.079	8.945	8.748	8.088	7.470	6.403	4.852	3.147	1.799	1.010	0.482	0.123
	9.638	9.424	9.285	9.104	8.876	8.569	8.119	7.454	6.386	4.833	3.144	1.799	1.015	0.485	0.124
	10.096	9.812	9.612	9.392	9.086	8.735	8.208	7.490	6.392	4.829	3.140	1.804	1.023	0.490	0.126
	10.818	10.419	10.166	9.876	9.469	9.012	8.416	7.599	6.448	4.851	3.145	1.813	1.037	0.499	0.128
	11.977	11.416	11.054	10.700	10.130	9.540	8.803	7.866	6.603	4.935	3.172	1.834	1.064	0.514	0.133
	13.914	13.516	13.120	12.088	11.331	10.536	9.563	8.442	6.964	5.149	3.262	1.879	1.064	0.514	0.133
	17.376	16.779	16.166	15.433	13.579	12.433	11.098	9.594	7.756	5.637	3.502	1.983	1.121	0.542	0.141
	24.155	23.189	22.216	21.052	19.820	18.141	16.371	14.387	12.070	6.812	4.121	2.255	1.253	0.601	0.157
	39.306	37.611	35.817	33.836	31.625	28.743	25.495	22.172	18.092	9.750	5.810	3.057	1.618	0.750	0.197
	83.109	79.138	75.262	70.913	66.189	59.809	52.690	45.535	36.267	19.017	11.391	5.924	2.947	1.261	0.319
	314.246	298.566	282.955	266.929	251.345	227.913	198.717	173.993	134.994	70.779	43.412	23.659	11.617	4.629	1.062
	1.1983	1.1521	1.1132	1.1126	1.0623	0.9339	0.8047	0.5320	-0.0786	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	1.1970	1.1908	1.1196	1.1396	1.0619	0.9624	0.8782	0.6272	0.2461	0.0708	0.0318	0.0221	0.0151	0.0094	0.0044
	1.1936	1.1916	1.1947	1.1713	1.1502	0.9881	0.9012	0.6981	0.3177	0.1414	0.0691	0.0477	0.0324	0.0202	0.0095
	1.2045	1.1860	1.2119	1.1726	1.1025	1.0530	0.9339	0.7096	0.3935	0.1844	0.1083	0.0770	0.0524	0.0326	0.0153
	1.2112	1.2255	1.2346	1.1933	1.1167	1.0778	0.9679	0.7456	0.4570	0.2684	0.1573	0.1110	0.0757	0.0470	0.0221
	1.1948	1.2323	1.2527	1.2359	1.2173	1.0780	1.0364	0.8737	0.5519	0.3522	0.2121	0.1510	0.1031	0.0641	0.0302
	1.2600	1.2695	1.2991	1.2917	1.2454	1.2154	1.1094	0.9349	0.6664	0.4417	0.2833	0.1975	0.1362	0.0847	0.0398
	1.2731	1.2796	1.2921	1.3707	1.3358	1.2603	1.1427	1.0059	0.7538	0.5592	0.3677	0.2562	0.1763	0.1097	0.0516
	1.3035	1.3027	1.3696	1.3980	1.4384	1.3700	1.2724	1.1074	0.9051	0.6331	0.4650	0.3278	0.2265	0.1411	0.0664
	1.3841	1.4531	1.4620	1.6006	1.5525	1.5024	1.4141	1.2356	1.0369	0.7749	0.5917	0.4102	0.2907	0.1814	0.0854
	1.4595	1.6303	1.6303	1.6995	1.6610	1.6768	1.5689	1.3998	1.2080	0.9380	0.7181	0.5388	0.3745	0.2350	0.1107
	1.6083	1.7159	1.7489	1.8740	1.9193	1.9015	1.8018	1.7072	1.4886	1.1920	0.9235	0.7020	0.4945	0.3101	0.1461
	1.8553	1.9587	2.0026	2.1412	2.2204	2.2743	2.1683	2.0867	1.8423	1.5636	1.2238	0.9406	0.6706	0.4225	0.1992
	2.2317	2.3760	2.5336	2.7599	2.8399	2.9036	2.8307	2.7372	2.4888	2.1231	1.7248	1.3367	0.9626	0.6096	0.2877
	2.9575	3.3019	3.5380	3.8061	4.0792	4.1940	4.3669	4.0299	3.7781	3.3010	2.7218	2.1281	1.5421	0.9823	0.4648
	4.8384	5.1589	6.1061	6.4212	7.4926	7.9087	8.0734	8.1083	7.6873	6.8254	5.7338	4.5192	3.2907	2.1012	0.9957

DUAL REGLERING  
APPENDIX C

Förlusttabeller för några olika styrlagar för  $T = 10, 20$  och  $30$ . Styrlagarna är utelämnade för  $T = 20$  och  $30$  då de är oberoende av  $T$ , den optimala styrstrategin undantagen.  
OPTIMAL DUAL CONTROL

t=	10							
	7.550	7.537	7.446	7.175	6.171	3.375	0.865	0.172
	7.603	7.533	7.406	7.108	6.122	3.377	0.866	0.172
	7.771	7.650	7.473	7.060	6.054	3.383	0.871	0.173
	8.282	8.052	7.727	7.192	6.026	3.391	0.886	0.178
	9.507	9.070	8.541	7.666	6.238	3.504	0.927	0.189
	12.685	11.880	10.855	9.326	7.204	3.977	1.060	0.220
	23.089	21.277	18.867	15.412	11.155	5.960	1.609	0.331
	82.373	74.557	65.572	52.009	35.732	18.609	5.629	1.082
	1.1254	1.2096	1.0312	0.8230	0.2043	0.0000	0.0000	0.0000
	1.1790	1.1403	1.0917	0.9564	0.3936	0.0912	0.0460	0.0201
	1.1306	1.1832	1.1472	1.0084	0.6800	0.2085	0.1067	0.0468
	1.1891	1.2286	1.2238	1.1142	0.8740	0.3590	0.1904	0.0843
	1.2074	1.2593	1.3852	1.3123	1.0499	0.5781	0.3148	0.1405
	1.4587	1.5421	1.6494	1.5721	1.3460	0.8754	0.5214	0.2342
	1.8392	2.0031	2.1970	2.2402	2.0495	1.4900	0.9220	0.4212
	2.9653	3.4772	3.7238	4.1781	4.0763	3.2935	2.1233	0.9813
t=	20							
	8.534	8.489	8.431	8.171	7.272	4.459	1.412	0.336
	8.568	8.511	8.381	8.092	7.182	4.456	1.413	0.336
	8.740	8.601	8.447	8.048	7.085	4.432	1.415	0.338
	9.240	9.002	8.686	8.150	7.028	4.392	1.422	0.341
	10.415	10.001	9.469	8.587	7.181	4.405	1.441	0.351
	13.507	12.710	11.678	10.137	8.026	4.738	1.530	0.378
	23.659	21.871	19.430	15.984	11.704	6.461	1.977	0.475
	82.281	74.480	65.535	52.057	35.848	18.769	5.799	1.175
t=	30							
	8.927	8.882	8.825	8.569	7.691	4.900	1.763	0.479
	8.961	8.907	8.777	8.484	7.589	4.896	1.763	0.480
	9.133	8.995	8.838	8.449	7.488	4.867	1.764	0.481
	9.633	9.396	9.079	8.540	7.436	4.821	1.767	0.484
	10.801	10.393	9.856	8.977	7.580	4.821	1.777	0.492
	13.874	13.081	12.048	10.510	8.405	5.118	1.845	0.515
	23.978	22.200	19.750	16.304	12.025	6.773	2.244	0.601
	82.238	74.447	65.536	52.110	35.951	18.908	5.943	1.260

DUAL REGLERING  
APPENDIX C

## APPROXIMATED DUAL CONTROL

t=	10							
	7.840	7.828	7.738	7.520	6.606	3.771	0.902	0.190
	7.893	7.821	7.702	7.425	6.493	3.730	0.903	0.190
	8.075	7.924	7.761	7.394	6.389	3.687	0.907	0.192
	8.573	8.346	8.030	7.495	6.362	3.649	0.920	0.197
	9.800	9.363	8.828	7.975	6.530	3.711	0.958	0.209
	12.920	12.128	11.084	9.572	7.451	4.117	1.088	0.242
	23.193	21.393	18.971	15.538	11.249	6.012	1.645	0.363
	82.460	74.724	65.650	52.068	35.779	18.648	5.711	1.183

	1.1176	1.1174	1.1096	1.0385	0.7037	0.2018	0.0230	0.0008
	1.1540	1.1624	1.1642	1.1020	0.7716	0.2640	0.0674	0.0217
	1.2025	1.2223	1.2370	1.1867	0.8622	0.3470	0.1267	0.0495
	1.2704	1.3063	1.3389	1.3053	0.9891	0.4632	0.2097	0.0884
	1.3722	1.4323	1.4917	1.4833	1.1793	0.6374	0.3342	0.1468
	1.5419	1.6422	1.7465	1.7798	1.4964	0.9279	0.5416	0.2442
	1.8813	2.0621	2.2560	2.3728	2.1305	1.5087	0.9565	0.4390
	2.8995	3.3218	3.7845	4.1520	4.0330	3.2513	2.2013	1.0232

t=	20							
	8.649	8.636	8.536	8.313	7.424	4.663	1.469	0.369
	8.695	8.623	8.499	8.221	7.305	4.614	1.468	0.370
	8.869	8.716	8.552	8.180	7.200	4.556	1.470	0.371
	9.353	9.128	8.804	8.264	7.159	4.491	1.474	0.375
	10.553	10.111	9.578	8.726	7.302	4.504	1.493	0.385
	13.608	12.830	11.778	10.260	8.147	4.815	1.578	0.414
	23.737	21.952	19.510	16.073	11.778	6.523	2.033	0.519
	82.364	74.668	65.616	52.122	35.907	18.824	5.884	1.282

t=	30							
	9.049	9.036	8.933	8.711	7.832	5.096	1.837	0.524
	9.093	9.021	8.896	8.619	7.711	5.046	1.836	0.524
	9.265	9.112	8.948	8.576	7.604	4.984	1.837	0.525
	9.746	9.523	9.195	8.655	7.561	4.917	1.836	0.529
	10.938	10.494	9.964	9.113	7.698	4.921	1.846	0.538
	13.976	13.203	12.148	10.632	8.525	5.209	1.910	0.562
	24.065	22.287	19.838	16.403	12.108	6.854	2.318	0.654
	82.318	74.648	65.612	52.179	36.018	18.976	6.031	1.369

DUAL REGLERING  
APPENDIX C

## CERTAINTY EQUIVALENCE CONTROL

t=	10							
	131.541	66.676	34.115	38.587	37.337	16.904	1.145	0.173
	30.220	34.432	45.887	52.826	36.178	16.858	1.145	0.173
	26.022	24.740	33.550	51.338	34.855	16.563	1.145	0.175
	46.841	30.894	29.094	37.897	40.923	15.928	1.148	0.179
	115.397	57.424	29.337	30.795	37.272	16.451	1.173	0.190
	314.693	141.047	37.460	28.916	42.014	21.018	1.347	0.221
	1017.613	442.882	93.961	68.358	35.099	27.530	2.149	0.331
	5538.235	2402.092	449.853	356.537	183.569	39.016	8.837	1.093

	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	1.4286	1.0000	0.4286	0.2381	0.1429	0.0857	0.0476	0.0204
	3.3333	2.3333	1.0000	0.5556	0.3333	0.2000	0.1111	0.0476
	6.0000	4.2000	1.8000	1.0000	0.6000	0.3600	0.2000	0.0857
	10.0000	7.0000	3.0000	1.6667	1.0000	0.6000	0.3333	0.1429
	16.6667	11.6667	5.0000	2.7778	1.6667	1.0000	0.5556	0.2381
	30.0000	21.0000	9.0000	5.0000	3.0000	1.8000	1.0000	0.4286
	70.0000	49.0000	21.0000	11.6667	7.0000	4.2000	2.3333	1.0000

t=	20							
	132.045	67.647	35.562	40.545	39.856	19.176	1.566	0.337
	31.699	35.935	47.325	54.748	38.670	19.115	1.565	0.337
	26.922	25.882	35.089	53.180	37.269	18.752	1.561	0.338
	47.213	31.654	30.384	39.584	43.099	17.916	1.553	0.342
	115.477	57.949	30.269	32.154	38.982	18.057	1.554	0.351
	314.510	141.341	38.008	29.744	43.056	22.022	1.676	0.378
	1017.201	442.631	94.015	68.574	35.506	27.914	2.413	0.475
	5537.577	2401.564	449.504	356.384	183.564	39.122	8.983	1.188

t=	30							
	132.118	67.814	35.813	40.829	40.190	19.540	1.824	0.480
	31.978	36.205	47.554	55.016	39.003	19.478	1.823	0.481
	27.161	26.140	35.359	53.439	37.599	19.111	1.818	0.482
	47.346	31.859	30.645	39.856	43.411	18.264	1.808	0.485
	115.480	58.071	30.500	32.416	39.269	18.378	1.803	0.493
	314.348	141.345	38.170	29.970	43.298	22.297	1.914	0.517
	1016.836	442.429	94.037	68.696	35.693	28.124	2.632	0.603
	5536.987	2401.099	449.223	356.254	183.568	39.218	9.110	1.273

DUAL REGLERING  
APPENDIX C

## CAUTIOUS CONTROL

t= 10

45.053	32.607	25.330	18.747	11.762	4.718	0.889	0.172
45.248	32.994	25.530	18.828	11.780	4.737	0.890	0.172
46.173	34.698	26.541	19.313	11.803	4.794	0.897	0.173
48.659	37.468	29.187	21.032	12.222	4.959	0.912	0.178
55.052	40.165	31.055	22.782	13.719	5.290	0.955	0.189
72.675	44.547	32.806	23.891	15.844	6.290	1.094	0.220
134.163	57.674	38.723	28.820	22.262	8.486	1.664	0.331
530.483	120.529	95.557	61.785	39.130	19.750	5.672	1.082

0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0200	0.0429	0.0630	0.0714	0.0630	0.0429	0.0200
0.0000	0.0467	0.1000	0.1471	0.1667	0.1471	0.1000	0.0467
0.0000	0.0840	0.1800	0.2647	0.3000	0.2647	0.1800	0.0840
0.0000	0.1400	0.3000	0.4412	0.5000	0.4412	0.3000	0.1400
0.0000	0.2333	0.5000	0.7353	0.8333	0.7353	0.5000	0.2333
0.0000	0.4200	0.9000	1.3235	1.5000	1.3235	0.9000	0.4200
0.0000	0.9800	2.1000	3.0882	3.5000	3.0882	2.1000	0.9800

t= 20

187.694	108.056	73.509	49.288	28.088	10.129	1.421	0.336
188.041	109.352	73.947	49.365	28.066	10.162	1.421	0.336
189.892	115.020	76.148	50.110	27.813	10.240	1.424	0.338
194.682	122.872	83.928	54.204	28.200	10.490	1.425	0.341
207.001	123.762	85.315	57.015	30.796	10.746	1.436	0.351
240.455	115.893	76.805	52.420	33.153	11.645	1.509	0.377
356.468	105.073	62.889	46.630	40.899	12.203	2.011	0.475
1109.941	143.684	122.941	69.303	40.764	20.323	5.841	1.175

t= 30

414.842	219.987	141.452	90.331	48.505	15.998	1.625	0.480
415.271	222.537	142.207	90.380	48.438	16.050	1.624	0.480
417.934	233.663	145.823	91.429	47.843	16.171	1.624	0.482
424.545	248.424	160.787	98.718	48.209	16.565	1.616	0.485
441.546	245.145	161.158	103.065	52.305	16.792	1.605	0.493
486.928	215.595	136.259	89.829	54.887	17.572	1.638	0.517
643.216	162.296	90.964	66.894	62.585	15.883	2.169	0.604
1668.488	165.465	148.883	76.387	42.225	20.735	5.971	1.264



DUAL REGLERING  
APPENDIX C

CDC CONTROL

t=	10							
	8.343	8.377	8.338	8.379	8.619	4.025	0.869	0.172
	8.379	8.389	8.283	8.212	8.250	3.883	0.870	0.172
	8.583	8.507	8.309	8.077	7.876	3.772	0.877	0.173
	9.085	8.913	8.591	8.083	7.489	3.780	0.891	0.178
	10.377	9.966	9.428	8.514	7.233	3.932	0.933	0.189
	13.707	12.925	11.915	10.233	7.817	4.426	1.069	0.220
	25.134	23.613	21.658	18.342	13.055	6.546	1.627	0.331
	95.496	92.234	76.473	56.399	37.777	19.341	5.663	1.082

	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	0.3015	0.0000	0.0000
	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	0.3015	0.0429	0.0200
	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	0.3015	0.1000	0.0467
	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	0.3015	0.1800	0.0840
	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	0.4412	0.3000	0.1400
	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	0.7353	0.5000	0.2333
	1.4249	1.4249	1.4249	1.4249	1.5000	1.3235	0.9000	0.4200
	1.4249	1.4249	2.1000	3.0882	3.5000	3.0882	2.1000	0.9800

t=	20							
	9.305	9.339	9.290	9.307	9.442	5.247	1.441	0.336
	9.348	9.348	9.238	9.144	9.090	5.119	1.441	0.336
	9.550	9.477	9.273	9.028	8.734	5.016	1.446	0.338
	10.049	9.889	9.565	9.050	8.367	5.026	1.452	0.341
	11.343	10.940	10.412	9.502	8.138	5.097	1.473	0.351
	14.654	13.886	12.898	11.235	8.746	5.394	1.562	0.378
	26.062	24.544	22.596	19.268	13.889	7.187	2.010	0.474
	95.431	92.220	76.506	56.474	37.902	19.530	5.835	1.175

t=	30							
	9.739	9.773	9.722	9.733	9.840	5.751	1.815	0.479
	9.783	9.781	9.671	9.570	9.492	5.627	1.815	0.479
	9.985	9.912	9.708	9.458	9.142	5.526	1.819	0.481
	10.482	10.324	10.001	9.484	8.781	5.538	1.820	0.484
	11.775	11.373	10.851	9.940	8.561	5.595	1.832	0.492
	15.083	14.315	13.337	11.679	9.177	5.855	1.899	0.515
	26.488	24.969	23.026	19.698	14.305	7.558	2.293	0.601
	95.452	92.272	76.579	56.566	38.025	19.692	5.983	1.259

DUAL REGLERING  
APPENDIX D

## SIMNON PROGRAM

DISCRETE SYSTEM INT "INT  
"Author AH 80-08-11INPUT u e v  
OUTPUT y"u: integrator control signal  
"e: process noise  
"v: integrator gain noise  
"y: integrator output  
"STATE b x loss mvcl  
NEW nb nx nloss nmvcl"b: integrator gain  
"x: integrator state  
"loss: accumulated loss  
"mvcl: minimum variance control accumulated loss  
"TIME t  
TSAMP ts"Output  
y=x"Update states  
nx=x+b\*u+sigma\*e  
nb=phi\*b+rho\*v  
nloss=loss+y\*y  
nmvcl=mvcl+e\*e"Update sampling time  
ts=t+dt"parameters  
dt: 1 "sampling interval  
sigma: 1 "process noise standard deviation  
phi: 1 "integrator gain forgetting factor  
rho: 0 "integrator gain noise standard deviation

END

DUAL REGLERING  
APPENDIX D

DISCRETE SYSTEM EST "EST  
"Author AH 80-08-11

INPUT y u  
OUTPUT best P

"y: integrator output  
"u: integrator control signal  
"best: integrator gain estimate  
"P: integrator gain variance  
"

STATE bestold Pold uold yold  
NEW nbestold nPold nuold nyold

"bestold: best(t-1)  
"Pold: P(t-1)  
"uold: u(t-1)  
"yold: y(t-1)  
"

TIME t  
TSAMP ts

$k = \frac{\phi * uold * Pold}{\sigma * \sigma + uold * uold * Pold}$  "estimator gain  
eps=y-yold-bestold\*uold "estimator error  
 $P = \phi * (\phi - k * uold) * Pold + \rho * \rho$   
best= $\phi * bestold + k * eps$   
chi=best/sqrt(P) "normalized gain

"Update states  
nPold=P  
nbestold=best  
nyold=y  
nuold=u

"Update sampling time  
ts=t+dt

"Parameters  
dt: 1 "sampling interval  
sigma: 1 "process noise standard deviation  
phi: 1 "integrator gain forgetting factor  
rho: 0 "integrator gain noise standard deviation

END

DUAL REGLERING  
APPENDIX D

```

DISCRETE SYSTEM REG "DUAL1
"Author AH 80-08-11
"Approximated dual control regulator using a rough
"but simple mapping function
"
INPUT  y best P
OUTPUT u

"y:      integrator output
"best:   integrator gain estimate
"P:      integrator gain variance
"u:      integrator control signal
"
TIME    t
TSAMP   ts

chi=abs(best/sqrt(P))    "normalized gain
z=(0.56+chi)*abs(y)/(2.2+0.08*chi+chi*chi)/sigma+1.9/(1.7+chi*chi*chi)

"Output
u1=if best>0 then z*sigma/sqrt(P) else -z*sigma/sqrt(P)
u=if y>0 then -u1 else u1

"Update sampling time
ts=t+dt

"Parameters
dt:    1 "sampling interval
sigma: 1 "process noise standard deviation

END

```

DUAL REGLERING  
APPENDIX D

```
DISCRETE SYSTEM REG "CERT
"Author AH 80-08-11
"Certainty equivalence control regulator
"
INPUT  y best P
OUTPUT u

"y:      integrator output
"best:   integrator gain estimate
"P:      integrator gain variance
"
TIME  t
TSAMP ts

blim=sqrt(P)*chilim
b=if abs(best)>blim then best else if best>0 then blim else -blim

"Output
u=-y/b

"Update sampling time
ts=t+dt

"Parameters
dt:      1 "sampling interval
chilim:  0.1 "normalized gain estimate lower limit

END
```

DUAL REGLERING  
APPENDIX D

```
DISCRETE SYSTEM REG "CAUT
"Author AH 80-08-11
"Cautious control regulator
"
INPUT  y best P
OUTPUT u

"y:      integrator output
"best:   integrator gain estimate
"P:      integrator gain variance
"u:      integrator control signal
"
TIME   t
TSAMP  TS

"Output
u=-y*best/(P+best*best)

"Update sampling time
ts=t+dt

"Parameters
dt:    1 "sampling interval

END
```

DUAL REGLERING  
APPENDIX D

```
DISCRETE SYSTEM REG "CDC
"Author AH 80-08-11
"Dual active control algorithm proposed by Mosca, Rocchi
"and Zappa (1978)
"
INPUT  y best P
OUTPUT u

"y:      integrator output
"best:   integrator gain estimate
"P:      integrator gain variance
"u:      integrator control signal
"
TIME  t
TSAMP ts

gbb=gamma*best*best
lim2=sigma*sqrt((1-alpha)/P)
ulim=if P<best*best then sigma*sqrt(max(0,1/gbb-1/P)) else lim2
ucaut=-y*best/(P+best*best)

"Output
u=sign(ucaut)*max(abs(ucaut),ulim)

"Update sampling time
ts=t+dt

"Parameters
dt:      1      "sampling interval
alpha:   0.33   "parameter in algorithm
gamma:   0.33   "parameter in algorithm
sigma:   1      "process noise standard deviation

END
```

DUAL REGLERING  
APPENDIX D

CONNECTING SYSTEM CON "CON  
"Author AH 80-08-11

TIME t

u[INT]=u[REG]  
e[INT]=e1[NOISE1]  
v[INT]=e2[NOISE1]  
u[EST]=u[REG]  
y[EST]=y[INT]  
y[REG]=y[INT]  
best[REG]=best[EST]  
P[REG]=P[EST]

END