

CONTROL OF YOGHURT MANUFACTURING

TORRE HÄGGLUND

Department of Automatic Control  
Lund Institute of Technology  
May 1978

**TILLHÖR REFERENSBIBLIOTEKET**

**UTLANAS EJ**

Dokumentutgivare

Lund Institute of Technology

Handläggare Dept. of Automatic Control

Gustaf Olsson

Författare

Tore Hågglund

Dokumentnamn

04T4

LUTFD2/(TEFT-5209)/1-83/(197

Dokumentbeteckning

Utgivningsdatum

06T4

May 1978

Ärendebeteckning

0016

1014

Dokumenttitel och undertitel

Control of yoghurt manufacturing

Referat (sammandrag)

The thesis deals with the control of a process for continuous manufacturing of yoghurt. A mathematical model describing the changes in the pH value during the process is developed. By adjusting one parameter the model can be fit into different operational conditions. As the process is slow, the control must be based on sampled measurements. Finally some possible control strategies are described, both manual and automatic.

Referat skrivet av

Author

Förslag till ytterligare nyckelord

Klassifikationssystem och -klasser

Indextermer (ange källa)

Omfång 83 pages

Språk

Swedish

Sekretessuppgifter

Dokumentet kan erhållas från

Pris

Övriga bibliografiska uppgifter

56T2

ISSN

60T4

ISBN

60T6

Mottagarens uppgifter

62T4

DOKUMENTATABLAD enligt SIS 62 10 12

## REGLERING AV YOGHURTTILLVERKNING

### Sammanfattning

Detta examensarbete behandlar regleringen av en process för kontinuerlig tillverkning av yoghurt. En matematisk modell som beskriver hur pH-värdet förändras under processens gång vid yoghurttillverkningen är framtagen. Skillnader i förloppet mellan olika tillverkningsstillfällen beskrivs genom att en parameter i modellen får anta olika värden. Då processen är långsam måste regleringen bygga på samplade mätningar. Några olika förslag till reglering, dels manuell, dels med hjälp av en dator, beskrivs slutligen.

## CONTROL OF YOGHURT MANUFACTURING

### Abstract

This thesis deals with the control of a process for continuous manufacturing of yoghurt. A mathematical model describing the changes in the pH-value during the process is developed. By adjusting one parameter the model can be fit into different operational conditions. As the process is slow, the control must be based on sampled measurements. Finally some possible control strategies are described, both manual and automatic.

Tore Hägglund

Handledare: Petr Dejmek - Alfa-Laval  
Gustaf Olsson - Institutionen för Reglerteknik

## INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1. INLEDNING	4
2. BESKRIVNING AV PROCESSEN	5
2.1 Yoghurttillverkning	5
2.2 Spiraltanken	7
2.3 Reglerproblemet	8
3. EXPERIMENTELLA MÄTNINGAR	10
3.1 Yoghurttillverkning	10
3.2 pH som funktion av mjölksyrakoncentrationen	12
4. MODELLUTVECKLING	13
4.1 Matematisk beskrivning i litteraturen	13
4.2 Dynamisk modell	15
4.3 Simulering	17
5. IDENTIFIERING	18
5.1 Beskrivning av tekniken	18
5.2 Resultat	20
5.3 Fixering av konstanter	21
6. SLUTSATSER FRÅN MODELLBYGGNADEN	25
7. REGLERING	28
7.1 Allmänna synpunkter	28
7.2 Reglering av startförloppet	30
7.3 Manuell reglering vid kontinuerlig drift	32
7.4 Automatisk reglering vid kontinuerlig drift	33
8. SLUTSATSER	36
REFERENSER	37

FIGURER	38
APPENDICES	
A. Experimentella mätdata	67
B. Dataprogram	75

## 1. INLEDNING

Denna rapport är en redovisning av ett examensarbete i reglerteknik under vt 1978. Examensarbetet har bedrivits dels på Alfa-Laval i Lund, dels på institutionen för reglerteknik vid LTH.

Yoghurttillverkning är i dag en batch-process. På Alfa-Laval försöker man förändra processen så att den blir kontinuerlig. Förändringen innebär att ett reglerproblem uppkommer. För att kunna lösa detta krävs kännedom om hur processen varierar, d.v.s. om vad som är gemensamt och vad som är skillnaden i förloppet mellan olika tillverkningstillfällen. Denna kännedom får man enklast genom att göra en matematisk modell av yoghurttillverkningen.

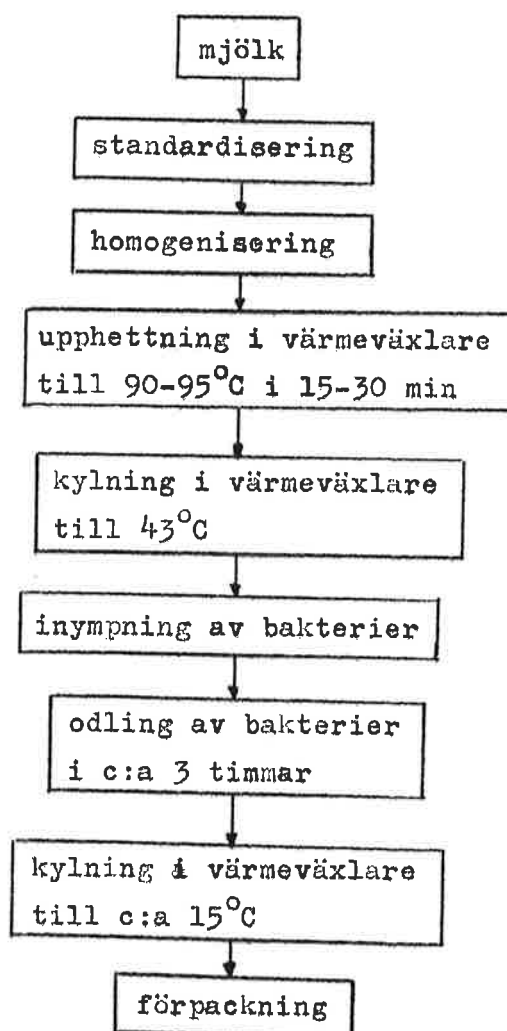
I kapitel 2 beskrivs processen och reglerproblemet. Därefter beskrivs i kapitel 3 - 6 den matematiska modellutvecklingen och de experimentella försök som krävdes för denna. Slutligen ges i kapitel 7 några förslag till reglering av yoghurttillverkningen.

## 2. BESKRIVNING AV PROCESSEN

Nedan ges i avsnitt 2.1 först en beskrivning av yoghurttillverkning i stora drag, samt en mer detaljerad beskrivning av vad som sker i den för detta arbete intressanta delen av tillverkningskedjan. I avsnitt 2.2 beskrivs den s.k. spiraltanken - en konstruktion som skall omvandla en batchprocess i den annars kontinuerliga tillverkningskedjan till en kontinuerlig process. Slutligen behandlas i avsnitt 2.3 det reglerproblem som uppkommer i och med den nya spiraltanken.

### 2.1 Yoghurttillverkning.

Hur tillverkning av yoghurt går till beskrivs i stort av nedanstående blockschema.



Bakterieodlingen som inympas, startern, är tillverkad enligt samma princip som själva yoghurten. Det är m.a.o. i stort sett färdig yoghurt som inympas. Processen är kontinuerlig fram till odlingen av bakterierna. För närvarande sker odlingen i stora tankar, som tömms relativt fort när yoghurten är färdig. Det är denna del av processen, själva odlingen, som detta arbete berör. I referens 2 finns den nuvarande tillverkningsmetoden närmare beskriven.

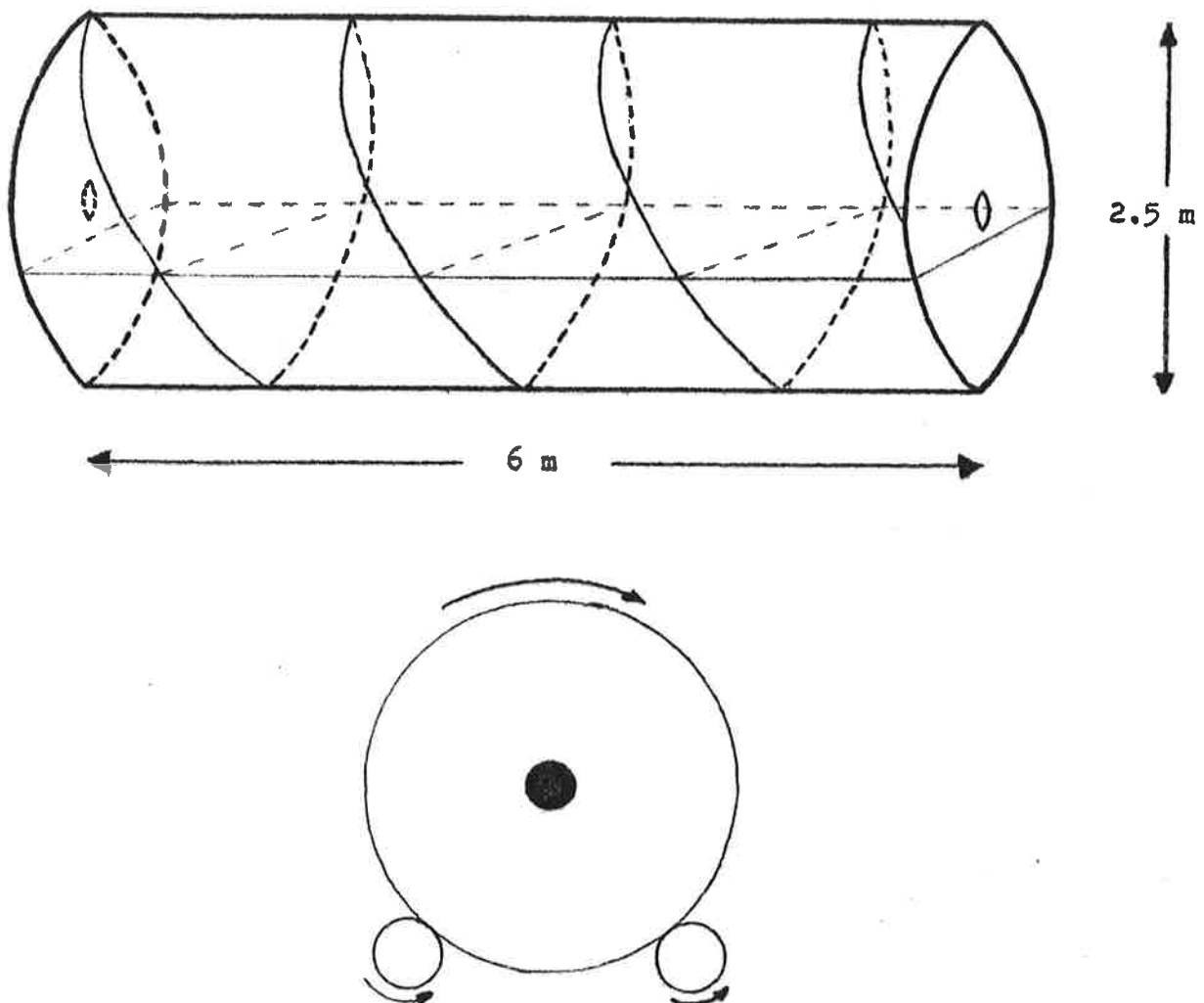
Startern består i huvudsak av två bakteriesorter, *Streptococcus thermophilus* och *Lactobacillus bulgaricus*. De två sorterna stimulerar varandras tillväxt. Vid bakterietillväxten sker en jäsning av mjölksocker till mjölksyra. Temperaturen i tankarna skall ligga på c:a 43°C. I mjölk utan tillsats av bakterier är pH c:a 6.6. I färdig yoghurt skall pH ha gått ner till 4.3. Detta tar, vilket framgår av blockschemat, omkring 3 timmar. I värsta fall, om det finns antibiotika i mjölken, kan det dock dröja ända upp till 5-6 timmar innan yoghurten blivit tillräckligt sur.

När pH sjunkit till c:a 5.7 slår sig mjölkproteinerna samman i ett nätverk och ett koagel bildas, se referens 3. Detta är grunden för den slutliga yoghurtkonsistensen. Om nätverket störs, t.ex. genom orörning, kommer en del av mjölkens vatteninnehåll att frigöras, vassleavskiljning, och yoghurtens konsistens förstörs. När pH sjunkit till c:a 4.5 har ett så stabilt nätverk bildats, att en omrörning inte påverkar den slutliga yoghurtkonsistensen.



## 2.2 Spiraltanken.

I avsnitt 2.1 nämns att tillverkningsprocessen är kontinuerlig fram till odlingstankarna. Här avbryts kontinuiteten och processen blir en batch-process. På Alfa-Laval försöker man ersätta batch-tankarna med en enda s.k. spiraltank, en tank som arbetar enligt samma princip som Archimedes skruv. Härigenom blir även denna del av processen kontinuerlig. Spiraltankens utseende framgår av figur 2.1.



Figur 2.1. Spiraltanken

I den cylinderformade tanken är en spiral fastsvetsad vid mantelytan. Denna indelar tanken i 9 fack. I figuren är för överskådlighetens skull endast 4 fack inritade. Kring centrumaxeln löper ett hål med c:a 2 dm diameter genom hela tanken. Detta bl.a. för att förenkla rengöringen av tanken. Den med kultur injicerade mjölken fylls kontinuerligt på i ena änden av tanken. Tankens rotation, c:a 3 varv i timmen, gör att innehållet skruvas fram i diskreta fack. Vätskan når aldrig upp till centrumhålet. Innehållet i de olika facken kommer därigenom aldrig att vara i förbindelse med varandra. Den färdiga yoghurten lämnar tanken i ett kontinuerligt flöde. Denna del av processen har m.a.o. blivit kontinuerlig.

### 2.3 Reglerproblemet.

I nuvarande yoghurttillverkning tages prov ur odlingstankarna, och mejeristen avgör när det är dags att avbryta processen och tömma respektive tank. Den i föregående avsnitt beskrivna förändringen i processen innebär att ett reglerproblem uppkommit.

Spiraltanken består av 9 fack, där processen kan variera mellan de olika facken, eftersom de inte står i förbindelse med varandra. Nu kan inte facken, som tidigare de olika tankarna, tömmas vid oberoende tidpunkter. Processen måste styras så att kvalitén på yoghurten från alla facken är god.

Mätbara variabler är: Temperatur hos inkommande mjölk och färdig yoghurt.  
Injiceringsflödet hos kulturen.  
pH.

Möjliga styrvariabler är: Temperaturen hos inkommande mjölken  
(inom snäva gränser - annars kvalitets-  
försämring).

Injiceringsflödet hos kulturen.

Rotationshastigheten hos tanken.

### 3. EXPERIMENTELLA MÄTNINGAR

I detta kapitel beskrivs de laboratorieförsök som gjorts på Alfa-Laval. Syftet med försöken var att förstå de reaktioner som sker vid yoghurttillverkning. Eftersom dessa är helt oberoende av spiraltanken bortser vi tills vidare från denna. Det första avsnittet behandlar tillverkning av yoghurt under olika förhållanden. Då det senare visar sig att man behöver veta hur pH varierar med mjölksyrakoncentrationen i yoghurten har även detta undersökts. Detta redovisas i avsnitt 3.2.

#### 3.1. Yoghurttillverkning.

Det finns på många ställen publicerat hur pH varierar med tiden vid yoghurttillverkning. Variationen mellan olika publiceringar är dock stor, bl.a. på grund av att man i olika länder har olika kvalitét på mjölken, olika sammansättning på startern samt olika förbehandling av mjölk och starter. Beroende på detta, samt för att få en uppfattning om hur processen varierar med temperaturen och injiceringsflödet hos startern (två av de tre möjliga styrvariablerna) undersöktes yoghurttillverkning i laboratorieskala.

I de olika försöken användes som starter någon gång färdig yoghurt, men för det mesta användes riktig starter från Skåne-mejerier i Eslöv. I alla försök utom ett användes vanlig mjölk från livsmedelsaffärer som upphettats till 90-95°C innan startern tillsattes. I ett försök användes mjölk som förbehandlats hos Skåne-mejerier i Eslöv.

Då mjölken upphettats till 90-95°C fick den svalna till 43°C. Därefter hölls den upp i olika bägare, som placerades i ett vattenbad, och startern tillsattes. I de första fem försöken har flera bägare, med varierande starterkoncentration eller varierande temperatur, undersökts parallellt. Här har med

jämna mellanrum prov tagits ur bågarna och pH uppmätts med pH-meter. Några typiska resultat visas i figur 3.1 och 3.2. Osäkerheten i mätningarna blev här ganska stor mot slutet av försöket. Detta beror på den vassleavskiljning som uppstår vid varje provtagning. Vasslan har ett högre pH-värde än koaglet. När många prov hade tagits var det svårt att få ett mätprov utan vassla. Dessa försök visar dock ganska bra hur reaktionshastigheten varierar då temperaturen och starterkoncentrationen varierar.

För att få en bättre uppfattning om processens förlopp vid låga pH-värden gjordes även försök där pH-metersns elektrod befann sig i mjölken under hela försöket. Härigenom slipper man ifrån vassleavskiljningen. Ett av resultaten visas i figur 3.3. Det syns tydligt att osäkerheten vid dessa mätningar är betydligt mindre än vid de förra.

Ovanstående experiment visar att det visserligen finns tydliga variationer i reaktionshastigheterna då temperaturen och starterkoncentrationen varierar, men att dessa variationer är små jämfört med de till synes slumpvisa variationer som förekommer mellan försöken. Temperaturen och starterkoncentrationen har med andra ord för liten reglerauktoritet för att ensamma användas som styrvariabler.

Mätningarna kommer senare, i kapitel 5, att användas vid tillverkningen av en matematisk modell för yoghurttillverkning. I appendix A finns mätdata från de olika försöken samlade.

### 3.2 pH som funktion av mjölksyrakoncentrationen.

Senare, i kapitel 4, visar det sig att pH som funktion av mjölksyrakoncentrationen ( $c_1$ ) behöver kännas.

I referens 3 anges pH som funktion av  $c_1$  för låga  $c_1$ -värden. I referens 1 anges pH som funktion av  $c_1$  för höga  $c_1$ -värden. I det första fallet har verkligen pH uppmätts med pH-meter vid olika mjölksyrakoncentrationer. I det andra fallet har mjölksyrakoncentrationen titrerats fram, varefter surheten översatts i pH.

Om pH som funktion av  $\log(c_1)$  plottas visar det sig att de två mätningarna resulterar i räta linjer i respektive  $c_1$ -intervall, med olika lutningar, se figur 3.4. I det första fallet, där man mäter pH direkt, registreras även vätejoner som inte härrör från mjölksyran. Denna metod ger därför ett lägre pH-värde än den andra vid samma mjölksyrakoncentration.

Vid stora mjölksyrakoncentrationer dominerar antalet vätejoner härrörande från mjölksyran. Vid stora mjölksyrakoncentrationer bör därför en direkt mätning av pH överensstämma med ett från titrering framräknat pH-värde. En kurva som beskriver pH i yoghurt som funktion av  $\log(c_1)$  bör därför ha de två räta linjerna i figur 3.4 som asymptoter.

Som tidigare nämnts förekommer det kvalitetskillnader hos mjölken. Förbehandlingen av mjölken påverkar också sambandet mellan pH och  $c_1$ . På grund av detta och för att få ett samband i hela det intressanta pH-intervallat gjordes direkta mätningar genom att titrera mjölk med mjölksyra. Resultatet framgår av figur 3.5. Kurvan överensstämmer i stort med resultatet i referens 1 och 3.

I kapitel 5 kommer ett matematiskt samband mellan pH och  $c_1$  att beräknas med utgångspunkt från denna mätning.

#### 4. MODELLUTVECKLING

De experimentella mätningarna visar att det förekommer variationer i tidsförloppet vid yoghurttillverkning mellan olika försök. För att kunna reda ut vad som är gemensamt och vad som skiljer olika försök åt, behövs en matematisk modell av förloppet. Vi är inte intresserade av att veta hur bakteriereaktionerna går till i detalj, utan endast hur pH varierar med tiden. Modellen skall dock grundas på ett resonemang om hur bakterietillväxten och mjölksyraproduktionen sker. Senare skall modellen användas till prediktion av tidsförloppet. I avsnitt 4.1 redogöres först för vad som kunnat hämtas ur litteraturen. Sedan, i avsnitt 4.2 och 4.3, beskrivs en matematisk modell och en simulering av modellen på dator.

##### 4.1 Matematisk beskrivning i litteraturen.

Matematiska beskrivningar av händelseförloppet vid yoghurttillverkning förekommer ganska sparsamt i litteraturen. Någon modell som utan modifiering kunnat användas i vår process har ej stått att finna. Däremot har ekvationer uppställda i referens 3 gått att använda som utgångspunkt för vår modellutveckling.

I referens 3 beskrivs en metod för kontinuerlig startertillverkning. Man håller här pH konstant i en odlingstank genom ett kontinuerligt tillsätta mjölk samtidigt som man ur tanken tar bort mjölk med ett lägre pH. Processen skiljer sig alltså väsentligt från vår, men ekvationerna för bakterietillväxt och mjölksyrabildning har dock kunnat ligga till grund för modellutvecklingen.

Trots att det i verkligheten förekommer två bakteriesorter med olika karaktärer i yoghurttillverkningen, skall vi betrakta dem som identiska. Om man betecknar koncentrationen

av aktiva bakterier, eller om man så vill - bakterieaktiviteten, med  $c_b$  (enhet:  $10^8/\text{ml}$ ) och mjölksyrakoncentrationen med  $c_1$  (enhet: g/l) anger referens 3 följande differentialekvationer för bakterietillväxt och mjölksyrabildning.

$$\frac{dc_b}{dt} = \mu_b c_b$$

$$\frac{dc_1}{dt} = \mu_1 c_b$$

Specifika tillväxthastigheten hos bakterierna,  $\mu_b$ , uppges kunna skrivas på formen

$$\mu_b = k_1 - k_2 c_1$$

där  $k_1$  och  $k_2$  är tidsberoende konstanter. Specifika bildningshastigheten för mjölksyran,  $\mu_1$ , är konstant enligt referens 3.

Ekvationssystemet med uppgivna storleksordningar på konstanterna kan sammanfattningsvis skrivas:

$$\frac{dc_b}{dt} = (k_1 - k_2 c_1) c_b \quad (1')$$

$$\frac{dc_1}{dt} = k_3 c_b \quad (2)$$

$$k_1 = 2.8$$

$$k_2 = 0.67$$

$$k_3 = 0.97$$



#### 4.2 Dynamisk modell.

När det i föregående avsnitt givna ekvationssystemet simulerades på dator visade det sig att ekvation (1') behövde modifieras. Så länge derivatan är positiv beskriver ekvationen väl händelseförloppet. Det är också denna del av processen som betraktas i referens 3. Däremot blir, när derivatan är negativ dvs när koncentrationen av aktiva bakterier minskar, minskningen alltför kraftig. Detta framgår av att pH-kurvan planar ut för kraftigt mot slutet. Därför ändrades den andra termen så att ekvationssystemet fick följande utseende.

$$\frac{dc_b}{dt} = \left( k_1 - k_2 \frac{c_1}{k_4 + c_1} \right) c_b \quad (1)$$

$$\frac{dc_1}{dt} = k_3 c_b \quad (2)$$

Denna modell för yoghurttillverkning visar sig väl kunna beskriva de experimentella mätningar som tidigare gjorts, se avsnitt 5.2.

Mjölksyrakoncentrationen,  $c_1$ , växer ungefär från 0.1 till 10 g/l i processen. Det betyder att i början den andra termen i ekvation (1) kan försummas jämfört med konstanten  $k_1$ . I inledningsskedet kan därför ekvation (1) skrivas

$$\frac{dc_b}{dt} = k_1' c_b$$

Konstanten  $k_1$  bestämmer alltså hur snabb bakterietillväxten är i processens inledning. På samma sätt beskriver konstanten  $k_3$  hur snabbt mjölksyrakoncentrationen ökar då bakteriekoncentrationen ökar.

Den andra termen i ekvation (1) gör att bakteriernas tillväxthastighet dämpas. Efter ett tag kommer derivatan att bli negativ, dvs antalet aktiva bakterier minskar. För små värden på

$c_1$  kan  $c_1$  försummas i nämnaren på dämpningsfaktorn, d.v.s. ekvation (1) kan skrivas

$$\frac{dc_b}{dt} = (k_1 - \frac{k_2}{k_4} c_1) c_b$$

Denna ekvation är identisk med ekvation (1') i avsnitt 4.1. För att dämpningen ej skall bli för stor vid stora mjölksyra-koncentrationer infördes den ovan beskrivna modifieringen av ekvationen. För stora värden på  $c_1$  kan  $k_4$  försummas i nämnaren på dämpningsfaktorn, och ekvation (1) får utseendet

$$\frac{dc_b}{dt} = (k_1 - k_2') c_b$$

Vi har här fått en dämpningsfaktor som är konstant och ej proportionell mot  $c_1$ .

I figur 4.1 och 4.2 finns värdet av  $c_b$  och  $c_1$  plottat vid en simulering av den dynamiska modellen.

Ovanstående modell använder  $c_1$  som mått på surheten i yoghurten. Vid en automatisk mätning på processen kan man inte titrera fram mjölksyrakoncentrationen direkt. I stället användes pH som mått på surheten. De i avsnitt 3.2 beskrivna mätningarna av pH som funktion av  $c_1$  har anpassats till ett matematiskt uttryck. Detta beskrivs närmare i kapitel 5. Här skall endast resultatet anges.

$$pH = 7.25 - \log(0.646 c_1^3 - 1.52 c_1^2 + 9.40 c_1 + 1.88)$$

Sammanfattningsvis beskrivs alltså processen av nedanstående ekvationer. De skall i fortsättningen användas för simulering på dator. Det bör betonas att dessa ekvationer naturligtvis är rent empiriska.

$$\frac{dc_b}{dt} = \left( k_1 - k_2 \frac{c_1}{k_4 + c_1} \right) c_b \quad (1')$$

$$\frac{dc_1}{dt} = k_3 c_b \quad (2)$$

$$\text{pH} = 7.25 - \log(0.646 c_1^3 - 1.52 c_1^2 + 9.40 c_1 + 1.88) \quad (3)$$

#### 4.3 Simulering.

Den nu framtagna matematiska modellen användes i fortsättningen för simulering av processen på dator. Med hjälp av simuleringspaketet SIMNON kan man på bildskärm få plottat pH som funktion av tiden om man uppger de differentialekvationer som beskriver processen. För närmare information om SIMNON hänvisas till referens 4. Det program som användes, YOG, finns listat i appendix B.

Värdet på konstanterna i programmet är framtagna genom den identifieringsmetod som beskrivs i kapitel 5, och ansluter den matematiska modellen till en av de experimentella mätningarna.

För att få ett begrepp om hur de olika konstanternas variation påverkar tidsförloppet varierades konstanterna en i taget kring de ursprungliga värdena. I figur 4.3 - 4.7 visas resultatet av dessa simuleringarna. Observera att  $k_3$  och  $c_1(0)$  har varierats kraftigare än de övriga. Dessa simuleringar kommer att vara till hjälp när man skall försöka fixera några av konstanterna. Detta beskrivs närmare i avsnitt 5.3.

## 5. IDENTIFIERING

För att se hur bra den dynamiska modellen beskriver den verkliga processen, samt för att bestämma värdet på konstanterna i modellen, måste modellen anpassas till de experimentella försöken. I avsnitt 5.1 beskrivs den metod som användes för detta. Resultatet redovisas i avsnitt 5.2. Slutligen skall i avsnitt 5.3 några av konstanterna fixeras, så att modellen blir lättare att hantera i det fortsatta arbetet.

### 5.1 Beskrivning av tekniken.

I simuleringspaketet SIMNON finns en optimeringsrutin, OPTA, som iterativt kan anpassa vår matematiska modell till de experimentella resultaten. Genom att variera de okända parametrarna i modellen minimerar OPTA en förlustfunktion som i vårt fall har formen

$$L = \sum_{i=1}^n (Y_i - YM_i)^2$$

$Y_i$  = pH-värdet hos modellen vid tidpunkten  $t_i$ .

$YM_i$  = pH-värdet hos de experimentella mätningarna vid tidpunkten  $t_i$ .

$n$  = antalet mätpunkter.

För närmare information om OPTA:s funktion hänvisas till referens 5. Samtliga program som använts vid modellidentifieringen finns samlade i appendix B.

Först bestämdes en lämplig funktion för sambandet mellan pH och  $c_1$ . Det visade sig att följande ansats gav ett tillfredsställande resultat.

$$\text{pH} = \text{pH}_0 - \log(k_1 c_1^3 + k_2 c_1^2 + k_3 c_1 + k_4)$$

De program som användes var PHCL, REST samt LINK och DATA med små justeringar. Som tidsskala har använts

$$T = \log(c_1) + 1$$

Härigenom täcks hela det intressanta  $c_1$  - intervallet.

När väl sambandet mellan pH och  $c_1$  var bestämt kunde konstanterna i den dynamiska modellen anpassas till de experimentella mätningarna. Ekvationssystemet var följande

$$\frac{dc_b}{dt} = (k_1 - k_2 \frac{c_1}{k_4 + c_1}) c_b$$

$$\frac{dc_1}{dt} = k_3 c_b$$

Förutom  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  och  $k_4$  är begynnelsevärdena hos  $c_1$  och  $c_b$  okända. Eftersom det visade sig att en variation i  $c_b(0)$  i stort sett påverkade tidsförloppet som en variation i  $k_3$  fixerades  $c_b(0)$  till  $0.1 \cdot 10^8$ /ml då starterkoncentrationen var 2.5 %. De övriga fem parametrarna anpassades till de experimentella mätningarna. Programmen YOGH, RES, LINK och DATA användes.

Sju olika experimentella mätserier användes vid anpassningen, i fortsättningen benämnda DATA1 - DATA7. De var

DATA1 = 780210-1 odling 1  
 DATA2 = 780203-2 odling 2  
 DATA3 = 780203-1 odling 5  
 DATA4 = 780203-2 odling 4  
 DATA5 = 780203-2 odling 1  
 DATA6 = 780310  
 DATA7 = 780317

## 5.2 Resultat.

I figur 5.1 syns resultatet av anpassningen av modellen för pH som funktion av  $c_1$ . Vänstra punkten på plåtåerna i den trappstegsformade kurvan är de experimentella mätpunkterna. Den andra kurvan härrör från den matematiska modellen. Med de optimala värdena på konstanterna insatta får funktionen utseendet

$$\text{pH} = 7.25 - \log(0.646 c_1^3 - 1.52 c_1^2 + 9.40 c_1 + 1.88)$$

I figur 5.2 finns ett exempel på en anpassning av den dynamiska modellen för en experimentell mätserie (DATA7). I tabell 5.1 ges de optimala värdena på de varierade parametrarna samt värdet på förlustfunktionen i de sju mätserierna. På grund av de annars allt för långa exekveringstiderna fixerades  $k_4$  till 2 redan efter de två första simuleringarna.

	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$c_1(0)$	L
DATA1	4.208	5.620	1.547	2	0.6278	$4.2 \cdot 10^{-2}$
DATA2	4.078	5.715	1.439	2	0.2936	$1.2 \cdot 10^{-2}$
DATA3	5.109	7.308	0.4533	2	0.3716	$1.1 \cdot 10^{-2}$
DATA4	4.313	6.125	1.016	2	0.2962	$9.4 \cdot 10^{-3}$
DATA5	4.362	6.088	1.772	2	0.4080	$3.4 \cdot 10^{-2}$
DATA6	5.497	7.286	0.6574	1.758	0.8060	$1.2 \cdot 10^{-2}$
DATA7	2.883	4.162	1.572	2.202	0.4117	$2.1 \cdot 10^{-3}$

Tabell 5.1. Resultatet av anpassningen av modellen då alla parametrar (utom  $k_4$  i fem fall) varierades.

Modellen anslöt sig mycket bra till de experimentella värdena i alla sju försöken.

### 5.3 Fixering av konstanter

Vid den i föregående avsnitt beskrivna anpassningen av modellen till experimentella data har fyra eller fem parametrar varierats. Modellen blir betydligt lättare att hantera om någon eller några av dessa kan fixeras. En prediktion av förloppets senare del, baserad på mätpunkter i inledningen, skulle vara mycket svår, om inte omöjlig, att utföra om man först var tvungen att bestämma storleken på fyra konstanter.

Om man betraktar kurvorna som beskriver hur tidsförloppet förändras då de olika konstanterna varierar, se figur 4.3 - 4.7, ser man att  $k_1$ ,  $k_2$  och  $k_4$  förändrar förloppet ganska likartat. Det var bl.a. därför  $k_4$  redan tidigare fixerades i fem av de sju försöken.  $k_4$  skall även i fortsättningen vara fixerad till 2.

Om  $k_3$  inte fixeras kommer en prediktion att bli mycket svår att göra. Man kan då t.ex. inte avgöra om ett högt pH-värde vid två timmar skall tolkas som om  $k_3$  eller t.ex.  $k_1$  är litet för den aktuella odlingen. I det första fallet påverkas knappast sluttiden, medan den i det andra fallet blir förändrad. Därför fixerades  $k_3$  till 1.5.

I de fortsatta simuleringarna fixerades även  $c_1(0)$  till de värden som erhöles i avsnitt 5.2.  $c_1(0)$  bestäms ju uteslutande av pH-värdet i processens inledning, och påverkas ej av de andra konstanternas storlek.

I tabell 5.2 visas resultatet av anpassningen av modellen med hjälp av konstanterna  $k_1$  och  $k_2$ , då  $k_3$ ,  $k_4$  och  $c_1(0)$  hölls konstanta.

	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$c_1(0)$	L
DATA1	4.250	5.684	1.5	2	0.63	$4.2 \cdot 10^{-2}$
DATA2	4.027	5.637			0.29	$1.2 \cdot 10^{-2}$
DATA3	4.001	5.578			0.37	$4.3 \cdot 10^{-2}$
DATA4	3.956	5.539			0.30	$1.5 \cdot 10^{-2}$
DATA5	4.577	6.413			0.41	$3.6 \cdot 10^{-2}$
DATA6	4.255	5.725			0.81	$2.5 \cdot 10^{-2}$
DATA7	3.016	4.244			0.41	$2.1 \cdot 10^{-3}$

Tabell 5.2. Resultatet av anpassningen av modellen då  $k_1$  och  $k_2$  varierades.

Genom att studera kurvornas utseende och den ringa förändringen i förlustfunktionen, ser man att fixeringen av  $k_3$  och  $k_4$  inte nämnvärt försämrat kvalitén på anpassningen.

Om man betraktar konstanterna  $k_1$  och  $k_2$  i de olika mätserierna i tabell 5.2, ser man att de inte är oberoende. När  $k_1$  är liten är även  $k_2$  liten. Man kan därför vänta sig ett bättre resultat om man bryter ut  $k_1$  ur ekvation (1), så att man får ekvationen

$$\frac{dc}{dt} = k_1 \left( 1 - \frac{k_2' c_1}{k_4 + c_1} \right) c_b$$

och därefter fixerar  $k_2'$ , i stället för att direkt fixera  $k_2$  i den ursprungliga ekvationen. I tabell 5.3 finns värdet på  $k_2'$ , som ju är  $k_2/k_1$ , i de olika dataserierna.

DATA1	1.337
DATA2	1.400
DATA3	1.394
DATA4	1.400
DATA5	1.401
DATA6	1.345
DATA7	1.407

Tabell 5.3. Storleken på  $k_2'$  i de sju dataserierna.



$k_2'$  varierar bara 5 % mellan de olika försöken, medan  $k_2$  i tabell 5.2 varierar hela 50 %. Fysikaliskt kan man motivera utbrytningen av  $k_1$  med att man härigenom får maximal bakteriaktivitet vid ett pH-värde som är lika i alla försök.

Det visar sig vid simuleringen att storleken på  $k_2'$  starkt påverkar förloppets senare del. Då de fem första mätserierna är ganska osäkra i slutet av försöken, samt då DATA7 har ett extremt långsamt förlopp, valdes  $k_2'$  till det värde som framkommit ur DATA6, d.v.s. 1.35. Resultatet av anpassningen av modellen då endast  $k_1$  varierades framgår av tabell 5.4.

	$k_1$	$k_2'$	$k_3$	$k_4$	$c_1(0)$	L
DATA1	4.326	1.35	1.5	2	0.63	$4.4 \cdot 10^{-2}$
DATA2	3.765				0.29	$4.5 \cdot 10^{-2}$
DATA3	3.721				0.37	$6.0 \cdot 10^{-2}$
DATA4	3.733				0.30	$4.1 \cdot 10^{-2}$
DATA5	4.194				0.41	$8.9 \cdot 10^{-2}$
DATA6	4.290				0.81	$2.6 \cdot 10^{-2}$
DATA7	2.742				0.41	$7.8 \cdot 10^{-2}$

Tabell 5.4. Resultatet av anpassningen av modellen då endast  $k_1$  varierades.

I figur 5.3 - 5.9 finns kurvor som beskriver anpassningen till de sju mätserierna.

Förlustfunktionen har naturligtvis ökat när ännu en konstant fixerats. I de första fem mätserierna är det framför allt i förloppets senare del som anpassningen inte är lika bra som tidigare. Att modellen här beskriver ett snabbare avtagande av pH-värdet kan dock anses berättigat med tanke på den vasslebildning som skedde i dessa försök. I DATA7 har modellen inte riktigt kunnat beskriva det långsamma förloppet. Som mest är dock avvikelsen i pH från de experimentella värdena

inte större än 0.1.

Vi har härmed lyckats fixera tre av de fem konstanterna i vår modell utan att anpassningen försämrats alltför mycket. Fysikaliskt innebär en fixering av  $k_3$  att mjölksyraproduktionen antas bero endast av koncentrationen av aktiva bakterier. Fixeringen av  $k_2$  och  $k_4$  innebär att maximala bakterieaktiviteten sker vid ett pH-värde som är lika i alla försök.  $c_1(0)$  bestäms uteslutande av pH i försökets inledning, och kan därför mycket lätt bestämmas. Om man i de olika odlingarna även kan bestämma konstanten  $k_1$  kan en acceptabel prediktion av förloppets fortsättning göras.

## 6. SLUTSATSER FRÅN MODELLBYGGNADEN

I kapitel 5 tillverkades en matematisk modell för kinetiken i yoghurttillverkningen. De ekvationer som beskriver processen är följande.

$$\frac{dc_b}{dt} = k_1 \left( 1 - \frac{1.35 c_1}{2 + c_1} \right) c_b$$

$$\frac{dc_1}{dt} = 1.5 c_b$$

$$pH = 7.25 - \log(0.646 c_1^3 - 1.52 c_1^2 + 9.40 c_1 + 1.88)$$

I figur 5.3 - 5.8 framgår att vi fått ett systematiskt fel i beskrivningen av yoghurttillverkningen då tillverknings-tiden ej är allt för lång. Omkring pH-värdet 5.5 ligger den matematiska modellens pH-värde något under de experimentella värdena. Felet bekräftas även av anpassningar till mätserier hämtade ur tidskriftsartiklar. Felet kan elimineras genom att de fixerade parametrarna ges andra värden, men i så fall blir anpassningen till långsammare förlopp kraftigt försämrad.

Man skulle kunna förklara felet med att vi ej lyckats beskriva den "lag-fas" som finns i processens inledning, och därför försöka eliminera felet genom att bättre beskriva denna. Innan vi fixerade parametrar i modellen kunde vi dock anpassa modellen till samtliga de experimentella mätningarna utan att felet uppkom. Modellen innehåller därför redan tillräcklig struktur för att beskriva även "lag-fasen". En mer trolig förklaring till felet är därför att vi, när vi beskriver skillnader i yoghurttillverkningen genom att endast låta en parameter variera, gör en något för grov approximation. Ett sätt att få en bättre anpassningen vore då att låta fler än en parameter variera. Detta medför dock att prediktionen av förloppet blir betydligt mer komplicerad. Då dessutom felet

ej orsakar allt för stort fel i prediktionen skall vi även i fortsättningen beskriva processens variationer genom variationer i endast en parameter,  $k_1$ . Hur en variation i  $k_1$  påverkar tidsförloppet framgår av figur 6.1.

Om man vid en kommande reglering ej vill göra mätningar inne i spiraltanken, utan enbart vid in- och utloppet till tanken, blir den omedelbara konsekvensen att  $k_1$  ej kan bestämmas förrän yoghurten lämnar tanken. Detta har störst betydelse i inledningen av tillverkningen, när kvalitén hos den aktuella kulturen och mjölken ej är känd. För att illustrera de konsekvenser en sådan mätmetod kan få, har i figur 6.1 simuleringar gjorts där  $k_1$  varierats. De  $k_1$ -värden som erhöles i DATA2, DATA6 respektive DATA7 har använts. Antag, att man tror sig ha en odling som uppför sig som DATA6, och låter spiraltanken rotera så att yoghurten lämnar tanken efter c:a 3.8 timmar! Om man i stället har en odling som uppför sig som DATA7, kommer pH-värdet hos den färdiga yoghurten att ligga på c:a 4.8 i stället för 4.3, vilket är helt oacceptabelt.

Om man vill slippa de stora fel som uppkommer med ovanstående mätmetod, kan man göra en pH-mätning inuti spiraltanken under processens gång. I figur 6.1 ser man att det inte går att bestämma  $k_1$  under den första timman. En vettig tidpunkt att mäta vid tycks vara c:a två timmar.

I DATA1 - DATA5 är de enskilda mätpunkterna ganska osäkra beroende på den mätmetod som användes där. Därför användes DATA6 och DATA7 för att bestämma  $k_1$  genom att anpassa den matematiska modellen till endast en experimentell mätpunkt. De mätpunkter som användes finns markerade i figur 5.8 och 5.9. Resultatet framgår av tabell 6.1.

DATA6	t = 1.633	pH = 5.8	$k_1 = 3.831$
	t = 1.917	pH = 5.48	$k_1 = 4.196$
DATA7	t = 1.95	pH = 5.71	$k_1 = 2.928$
	t = 2.283	pH = 5.48	$k_1 = 2.865$

Tabell 6.1. Storleken på  $k_1$ , då modellen anpassats till endast en mätpunkt.

I figur 6.2 och 6.3 finns resultaten av de olika simuleringarna. Om man använder den "dåliga" punkten vid  $t = 1.633$  i DATA6 får man trots allt ett fel i pH-värdet som inte är större än 0.1.

## 7. REGLERING

Genom tillverkningen av den matematiska modellen har vi nu tillräcklig kunskap om processen för att kunna behandla reglerproblemet. I avsnitt 7.1 diskuteras först några generella principer för regleringen. Eftersom reglerproblemet vid start av tillverkningen skiljer sig väsentligt från reglerproblemet vid kontinuerlig drift, behandlas dessa var för sig. I avsnitt 7.2 ges ett förslag till reglering av startförloppet. Därefter ges i avsnitt 7.3 och 7.4 två förslag till reglering vid kontinuerlig drift.

### 7.1 Allmänna synpunkter

I avsnitt 3.2 nämndes att vi hade tre möjliga styrvariabler, nämligen temperaturen hos den inkommande mjölken, injiceringsflödet hos kulturen samt rotationshastigheten hos spiraltanken. De experimentella mätningarna visade dock att de två förstnämnda variablerna har en alldeles för liten reglerauktoritet för att kunna användas. Det finns m.a.o. bara ett sätt på vilket vi kan reglera yoghurttillverkningen, nämligen genom att variera yoghurtens uppehållstid i tanken.

I den matematiska modellen över yoghurttillverkningen finns två parametrar som varierats mellan de experimentella mätningarna,  $k_1$  och  $c_1(0)$ . Det har visat sig att  $c_1(0)$  i verkligheten varierar mycket lite. Vid yoghurttillverkning i mejerier ligger pH-värdet, när kulturen just tillsatts, nästan alltid vid 6.3. I fortsättningen skall därför  $c_1(0)$  betraktas som konstant. Skulle det senare visa sig att denna förutsättning ej gäller, kan  $c_1(0)$  lätt bestämmas med hjälp av en pH-meter vid inloppet till spiraltanken.

En annan erfarenhet från nuvarande yoghurttillverkning är, att de största variationerna i tidsförloppet förekommer mellan olika tillverkningstillfällen, då man har olika kultur och mjölk. Däremot varierar förloppet mycket lite när en och

samma kultur och mjölksort användes. Därför kommer reglerproblemet vid start av tillverkningen respektive reglerproblemet vid kontinuerlig drift att, som tidigare nämnts, behandlas var för sig.

Vi har att göra med ett mycket långsamt förlopp. Det innebär att en kontinuerlig reglering ej är realistisk. I stället måste en reglering byggd på samplade mätningar användas. Dessa mätningar kan ske antingen manuellt eller med hjälp av en dator. Vilken av dessa metoder som skall användas är närmast en ekonomisk fråga. I följande avsnitt skall förslag till reglering med båda metoderna ges.

Den reglerstrategi som kommer att användas i samtliga reglerförslag är följande.

1. Mät pH.
2. Bestäm ur pH-värdet vilket  $k_1$ -värde den aktuella yoghurten har.
3. Prediktera den tid det tar för yoghurten att nå pH-värdet 4.3.
4. Ändra rotationshastigheten hos spiraltanken så att yoghurten i alla facken får så hög kvalité som möjligt.

## 7.2 Reglering av startförloppet

När man börjar tillverka yoghurt med okänd kultur- och mjölk-kvalité vet man inte alls hur lång tid det kommer att ta innan pH-värdet sjunkit till 4.3. Eftersom variationerna kan vara mycket stora är det svårt att reglera processen om man bara mäter vid utloppet från tanken. Vår reglering kommer därför att bygga på att man gör en mätning när det första facket befunnit sig c:a två timmar i tanken.

I figur 7.1 visas schematiskt hur vår reglering påverkar uppehållstiden i tanken för de olika facken. För varje tidpunkt anges hur långt in i tanken varje fack har kommit. Linjernas lutning blir m.a.o. ett mått på spiraltankens rotationshastighet.

I inledningen får tanken rotera med en hastighet som motsvarar en uppehållstid på 3 timmar. Detta är den kortaste möjliga uppehållstiden för yoghurten om den skall nå ner till  $\text{pH} = 4.3$ . När det första facket befunnit sig i tanken c:a 2 timmar mätes pH i detta. Ur pH-värdet kan parametererna  $k_1$  i den matematiska modellen bestämmas. När väl  $k_1$  är känd kan den önskade uppehållstiden för yoghurten predikteras. Spiraltanken stannas nu helt. Efter en stund startas tanken igen och körs med den rätta hastigheten, d.v.s. den hastighet som motsvarar en uppehållstid lika med den önskade.

I figur 7.1 har som exempel tagits yoghurt som kräver 5 timmars uppehållstid. Det första facket tömmes 20 minuter för tidigt, medan det sjätte tömmes 40 minuter för sent. Dessa tider kan ändras genom att tiden då tanken står stilla ändras. I vårt exempel kommer tidsfelen att orsaka ett fel i pH på en tiondel åt vardera hållet. En tiondels fel i pH är den ungefärliga gränsen för vad som kan tillåtas. Det sjunde facket skall ha pH-värdet 4.3 om prediktionen varit riktig. Från och med det sjunde facket kan man börja reglera processen



genom att göra mätningar i tankens utlopp, se avsnitt 7.3 och 7.4.

I yoghurttillverkningskedjan finns mellan spiraltanken och förpackningsmaskinen en bufferttank. Om man väntar med att börja förpacka yoghurten tills de första sex facken tömts i bufferttanken kommer, när yoghurten från de olika facken blandas, felen i pH att ta ut varandra, och det slutliga pH-värdet bör ligga nära 4.3.

Om man betraktar figur 7.1 ser man, att det är de fack som är fyllda före mätningen som får ett avsiktligt fel i pH-värdet. Ju tidigare man mäter, desto mindre fel får man därför. Samtidigt ökar dock osäkerheten i bestämningen av  $k_1$ . Om vi t.ex. mäter efter 1.5 timma fylls endast fyra fack helt. Det femte fylls endast till hälften och kommer därför att få ett relativt litet fel. Den tidiga mätningen medför att vi får ett sammanlagt fel i första och sista facket på 35 minuter, att jämföra med de tidigare 60.

I vårt exempel har yoghurttillverkningen ett mycket långsamt förlopp. Om den önskade uppehållstiden varit 4 timmar i stället för 5, hade det sammanlagda felet hos det första och sista facket varit 30 minuter.

Fördelen med ovanstående reglermetod är enkelheten. Regleringen göres med fördel manuellt. Prediktionen av den önskade sluttiden kan ske antingen genom kommunikation med en dator eller med hjälp av uppgjorda tabeller. Regulatorn kan utgöras av en klocka, där man samtidigt ställer in den nya hastigheten och den tid spiraltanken skall stå stilla.

Om regleringen vid kontinuerlig drift skötes av en dator, kan det tyckas ligga nära till hands att även startförloppet regleras med dator. Detta kräver dock att en pH-meter är ständigt kopplad till tanken, vilket rent praktiskt innebär stora problem. Därför är förmodligen en manuell reglering av startförloppet att föredra även i detta fallet.

### 7.3 Manuell reglering vid kontinuerlig drift

Vid kontinuerlig drift, när startförloppet redan är reglerat, är som tidigare nämnts variationerna i tidsförloppet små och långsamma. Vi kan därför nöja oss med att mäta pH i utloppet från tanken. Regleringen av startförloppet föreslås vara manuell. Nedan ges ett förslag till fortsatt manuell reglering av processen.

Antag, att man vid ett tillfälle mäter pH i utloppet från tanken till 4.25! Vi skall då öka tankens rotationshastighet så att pH-värdet blir högre. Om vi ställer in den rätta hastigheten, d.v.s. den hastighet som ger pH-värdet 4.3, kommer pH-värdet långsamt att fack för fack närma sig 4.3. Först när samtliga nio fack som befann sig i tanken när vi gjorde vår mätning lämnat tanken när vi det rätta pH-värdet, och först nu kan vi göra en ny mätning och förändra rotationshastigheten. Det innebär att vi har en samplings tid på mellan 3 och 6 timmar.

Ett sätt att minska den långa samplings tiden är att öka hastigheten mer än vad det uppmätta felet kräver. Vi kan som mest ändra rotationshastigheten så mycket, att tidsfelet då alla fack som befinner sig i tanken vid mätningen lämnat tanken blir lika stort som det föregående med ombytt tecken. Gör vi en kraftigare hastighetsändring blir systemet instabilt.

I figur 7.2 visas en reglering där rotationshastigheten har ändrats så att det stationära felet halveras och får ombytt tecken. Tanken roterar med en hastighet som motsvarar en uppehållstid på 3 timmar. Vid tiden  $t_1$  mätes pH, och man finner att uppehållstiden borde vara 3.66 timmar. Rotationshastigheten ändras då så att uppehållstiden blir  $1.5 (3.66 - 3) + 3$  timmar = 4 timmar. Om vi hade ställt in den rätta hastigheten, d.v.s. den som motsvarar en uppehållstid på 3.66 timmar, hade vi

fått vänta 3 timmar och 40 minuter innan vi hade kunnat reglera igen. Nu kan vi mäta pH och ställa in en ny rotationshastighet så fort felet bytt tecken, d.v.s. i vårt fall efter 2 timmar och 40 minuter.

Man kan även motivera en hastighetsändring som är större än vad felet kräver med att de fel som förekommer vid stationär drift i många fall beror på en kontinuerlig kvalitetsförsämring hos kulturen p.g.a. åldring m.m. Genom att då ställa in en kraftigare hastighetsändring följer man bättre med driften i önskad uppehållstid.

Denna reglermetod kräver ingen dator för reglering, vilket är metodens stora fördel. De största nackdelarna är den relativt långa samplingstiden samt det faktum att någon med jämna mellanrum måste göra en mätning och beräkna en ny hastighet. Beräkningen kan som i föregående reglering ske antingen genom kommunikation med dator eller med hjälp av uppgjorda tabeller.

#### 7.4 Automatisk reglering vid kontinuerlig drift

Om man använder en mikrodator för regleringen av processen vid kontinuerlig drift kan regleringen bli betydligt effektivare än vid den manuella regleringen. Här skall ges ett förslag till hur en sådan reglering kan se ut.

Vi betecknar den tid yoghurten som tillryggalagt  $i/9$  av tankens längd uppehållit sig i tanken med  $\tau_i$ . I vårt program skall  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_9$  lagras. Vi mäter pH i varje fack då det lämnar tanken. Antag, att vi vid en viss tidpunkt mäter pH! Upphållstiden för det aktuella facket är  $\tau_9$ , men vi konstaterar att den borde varit  $T$ . Vi vill nu ställa in en ny rotationshastighet  $\omega_n = 2\pi/T_n$ , där  $T_n$  är samplingstiden, d.v.s. den tid det tar för nästa fack att nå tankens utlopp. Detta

vi så att förlustfunktionen  $N$  blir 0.

$$\begin{aligned} N &= (T_n - \frac{T}{9}) + (\tau_1 + T_n - \frac{2T}{9}) + \dots + (\tau_8 + T_n - T) = \\ &= 9T_n + \underbrace{\sum_{i=1}^8 \tau_i}_{K_n} - \frac{T}{9} \sum_{i=1}^9 i = 9T_n + K_n - 5T = 0 \end{aligned}$$

$N$  beskriver summan av avvikelserna för de nya  $\tau_i$ -värdena från den ideala uppehållstiden för respektive fack. Vi finner att  $N = 0$  då

$$T_n = \frac{5T - K_n}{9}$$

I figur 7.3 visas ett blockschema över hur programmet som sköter regleringen kan tänkas vara uppbyggt.

I figur 7.4 och 7.5 visas två exempel på reglermetoden. I figur 7.4 har tanken en rotationshastighet som motsvarar en uppehållstid på 3 timmar. Vid  $t_1$  sker en mätning, och man konstaterar att uppehållstiden borde varit 4 timmar. Vi ser att felet är mindre än hälften så stort redan när nästa fack töms.

I figur 7.5 har vi en rotationshastighet som motsvarar en uppehållstid på 4 timmar, när vi vid tiden  $t_1$  upptäcker att uppehållstiden i stället borde vara 3.5 timmar. Även här blir felet mindre än hälften så stort redan när nästa fack töms. I detta fallet får man se upp så att den beräknade samplingstiden,  $T_n$ , är realiserbar. Därför får man i programmet kontrollera att  $T_n$  ej är mindre än den minsta möjliga samplingstiden,  $T_{nmin}$ , se figur 7.3.

Med datorreglering har vi fått en reglermetod som gör det möjligt att mäta och korrigera rotationshastigheten vid varje

facks utlopp från tanken. Detta ökar naturligtvis effektiviteten betydligt jämfört med den manuella reglermetoden. Även själva reglermetoden blir mer avancerad då datorns kapacitet utnyttjas.

## 5. BEHÅLLNING

De experimentella försöken i kapitel 3 visar att den nya metoden för kontinuerlig yoghurttillverkning behöver regleras. För att göra detta behövs en matematisk modell över yoghurttillverkningen. Modellen behöver ej i detalj förklara det biologiska förloppet, utan endast beskriva hur pH-värdet förändras under processens gång. Den modell som är framtagen i kapitel 4 och 5 beskriver detta tillräckligt detaljerat för att den skall kunna ligga till grund för regleringen. I modellen beskrivs variationer mellan olika tillverkningsfall genom att en parameter får anta olika värden. Det faktum att endast en parameter varieras underlättar betydligt identifierings- och prediktionsproblemet.

Då reglerproblemet vid start av processen skiljer sig väsentligt från reglerproblemet vid kontinuerlig drift, behandlas dessa problem separat. Eftersom processen är långsam måste regleringen bygga på samplade mätningar. Dessa kan ske antingen manuellt eller med hjälp av en dator. Vid start av processen är en manuell mätning att föredra, eftersom en datormätning här erbjuder stora praktiska problem. Vid reglering under kontinuerlig drift kan däremot båda mätmetoderna tänkas. I den manuella metoden blir samplingstidens längd ett par timmar, medan man vid datorreglering kan mäta varje gång ett nytt facc lämnar tanken. Datorregleringen erbjuder även betydligt effektivare reglermetoder än den manuella.

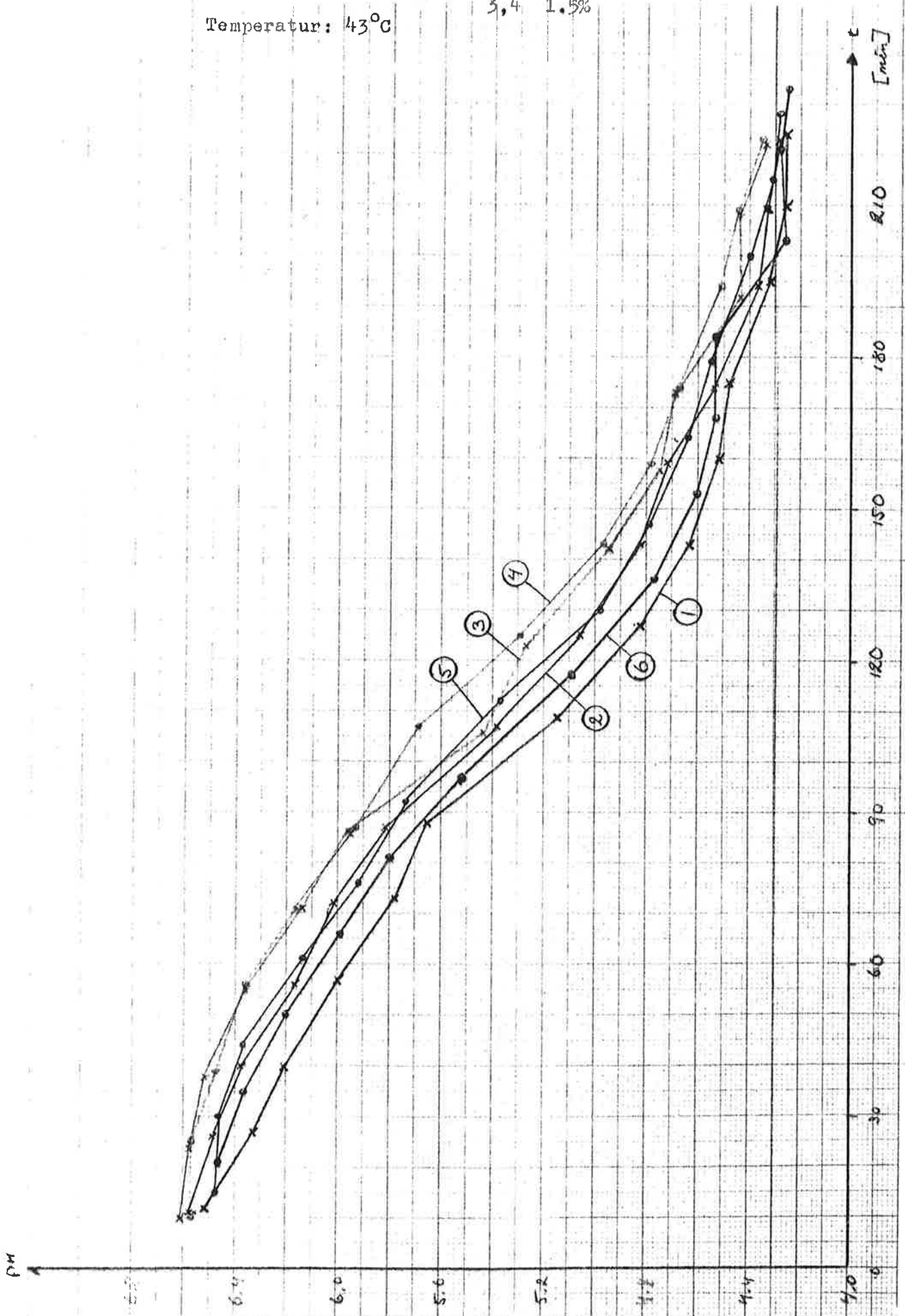
## REFERENSER

- (1) Abrahamsen, Roger K., "Inkubasjonstidens innvirkning på enkelte bakteriologiske og biokjemiske forhold i yoghurtkulturer." /Mejeriposten, Nr 18 - 1977./
- (2) Alfa-Laval, "Fermented Milk Process Guide."
- (3) Driessen, F. M., Ubbels, J., Stadhouders, J., "Continuous Manufacture of Yogurt. I. Optimal Conditions and Kinetics of the Prefermentation Process." /Biotechnology and Bioengineering, Vol XIX, 821 - 839 (1977)/
- (4) Elmqvist, H., "SIMNON. An interactive simulation program for nonlinear systems. User's manual." /Report 7502 April 1975. Lund Institute of Technology. Department of Automatic Control./
- (5) Glad, Torkel, "A program for the interactive solution of parametric optimization problems in dynamic systems." /Report 7424 November 1974. Lund Institute of Technology. Department of Automatic Control./

Tidsförloppet vid experimentell yoghurt-  
tillverkning. Prov har tagits ur bägarna,  
varefter pH uppmätts.

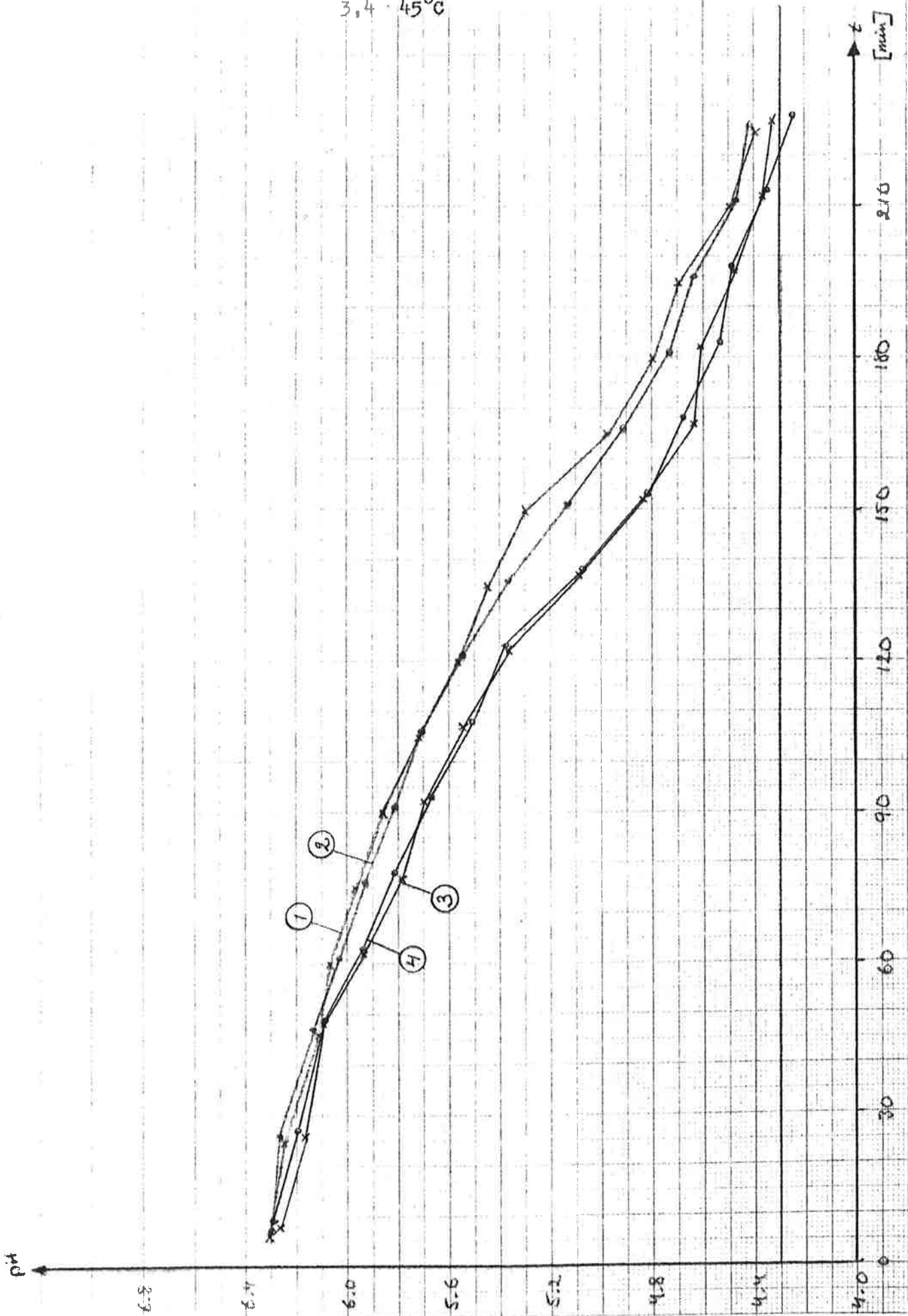
Tillsatt bakteriemängd: 1,6 3.5%  
2,5 2.5%  
3,4 1.5%

Temperatur: 43°C

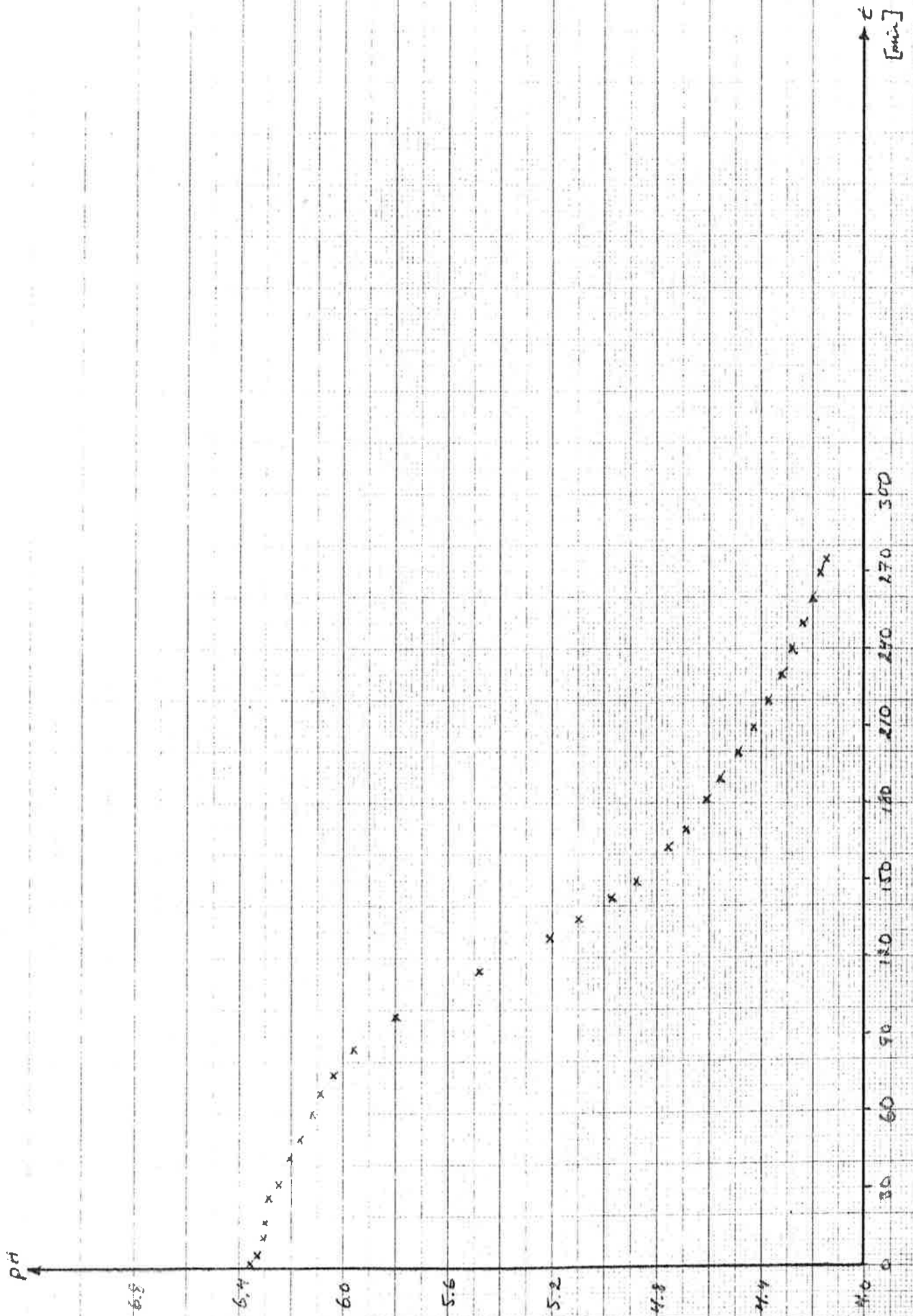




Tidsförloppet vid experimentell yoghurt-  
tillverkning. Prover tagits ur bågarna,  
varefter pH uppmätts.  
Tillsatt bakteriemängd: 2,5 %  
Temperatur: 1,2 41°C  
              3,4 45°C

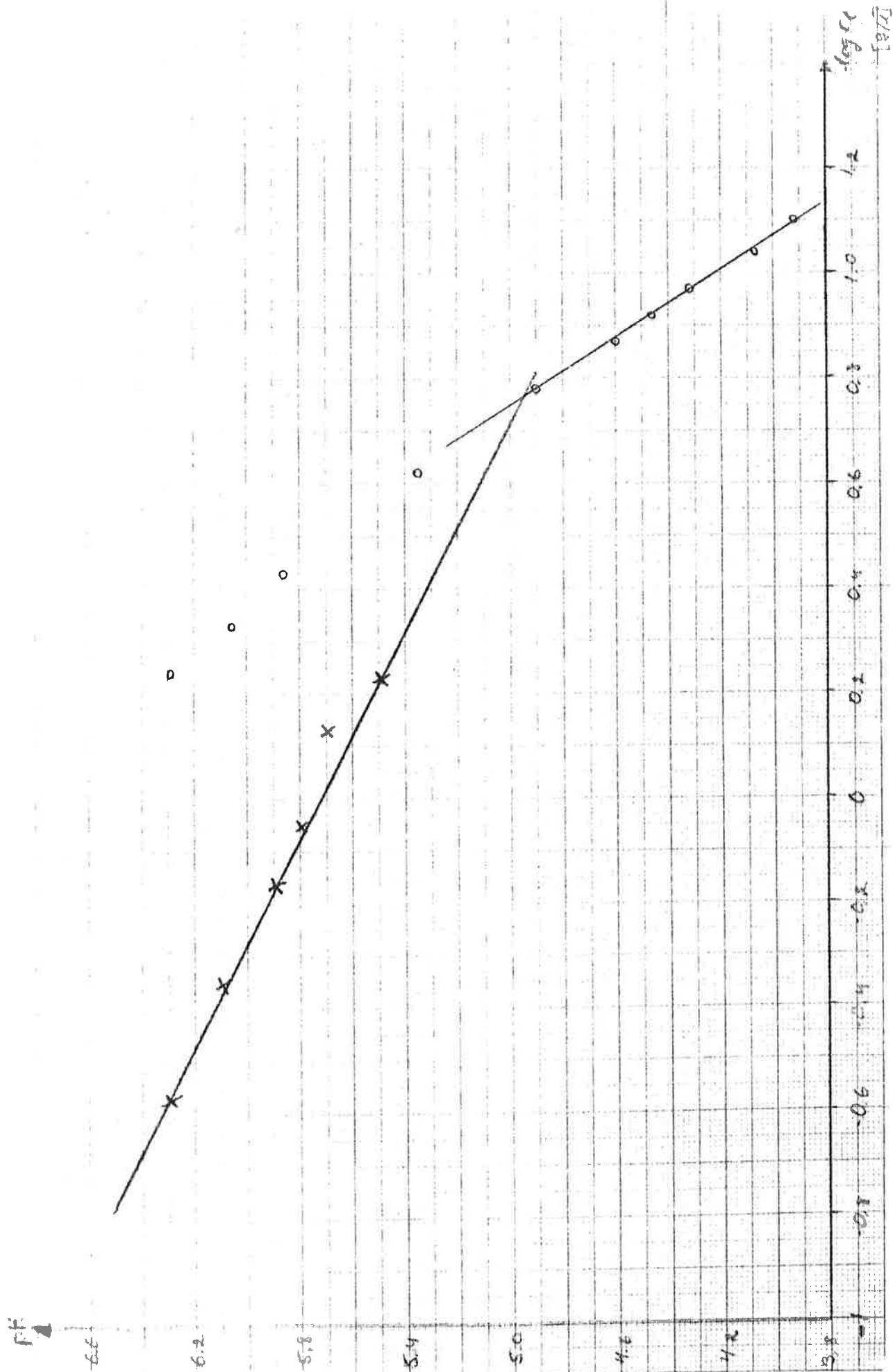


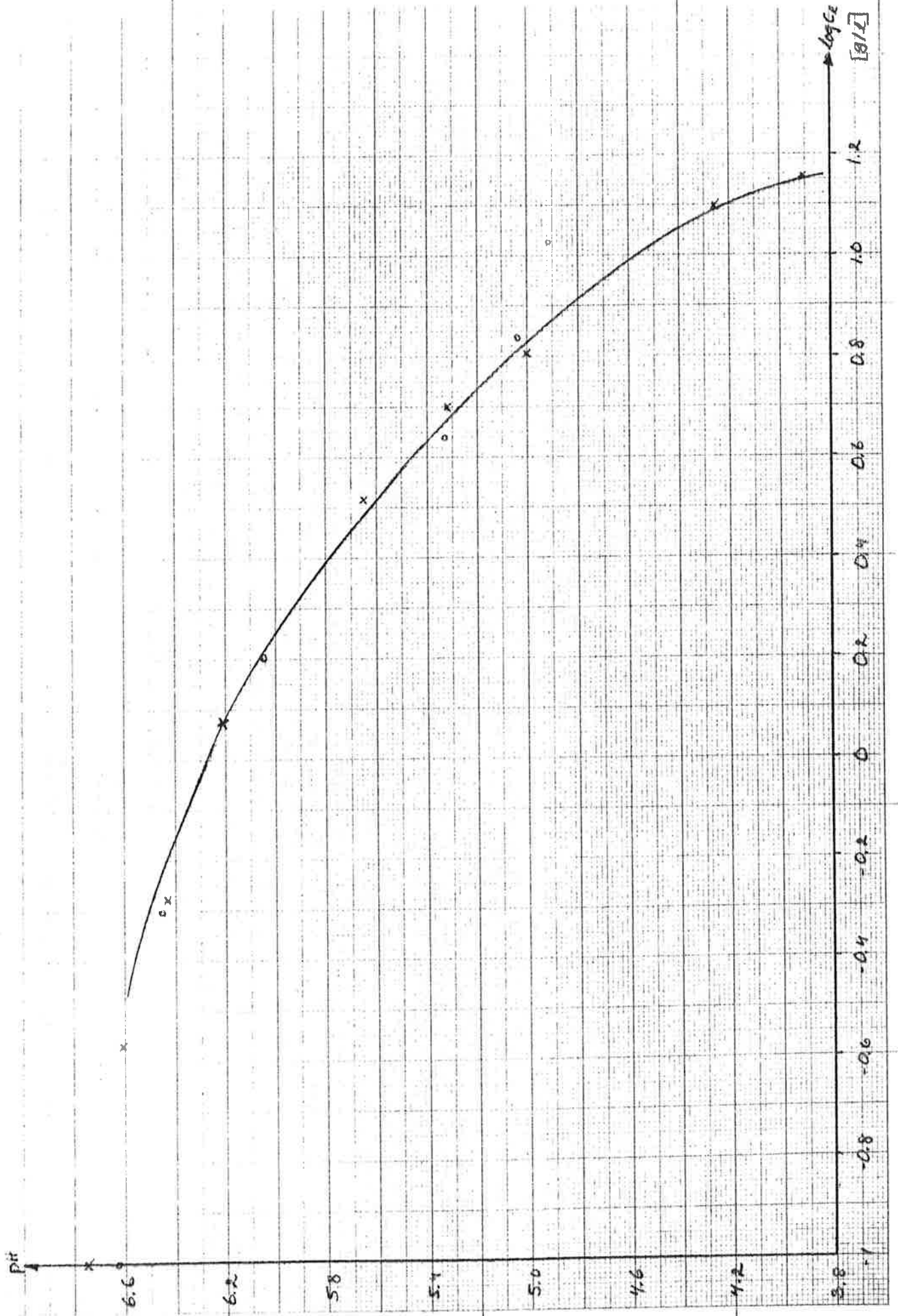
Tidsförloppet vid experimentell yoghurt-tillverkning. pH-metersns elektrod befann sig i mjölken under hela försöket.  
Tillsatt bakteriemängd: 2.5 %  
Temperatur: 43°C



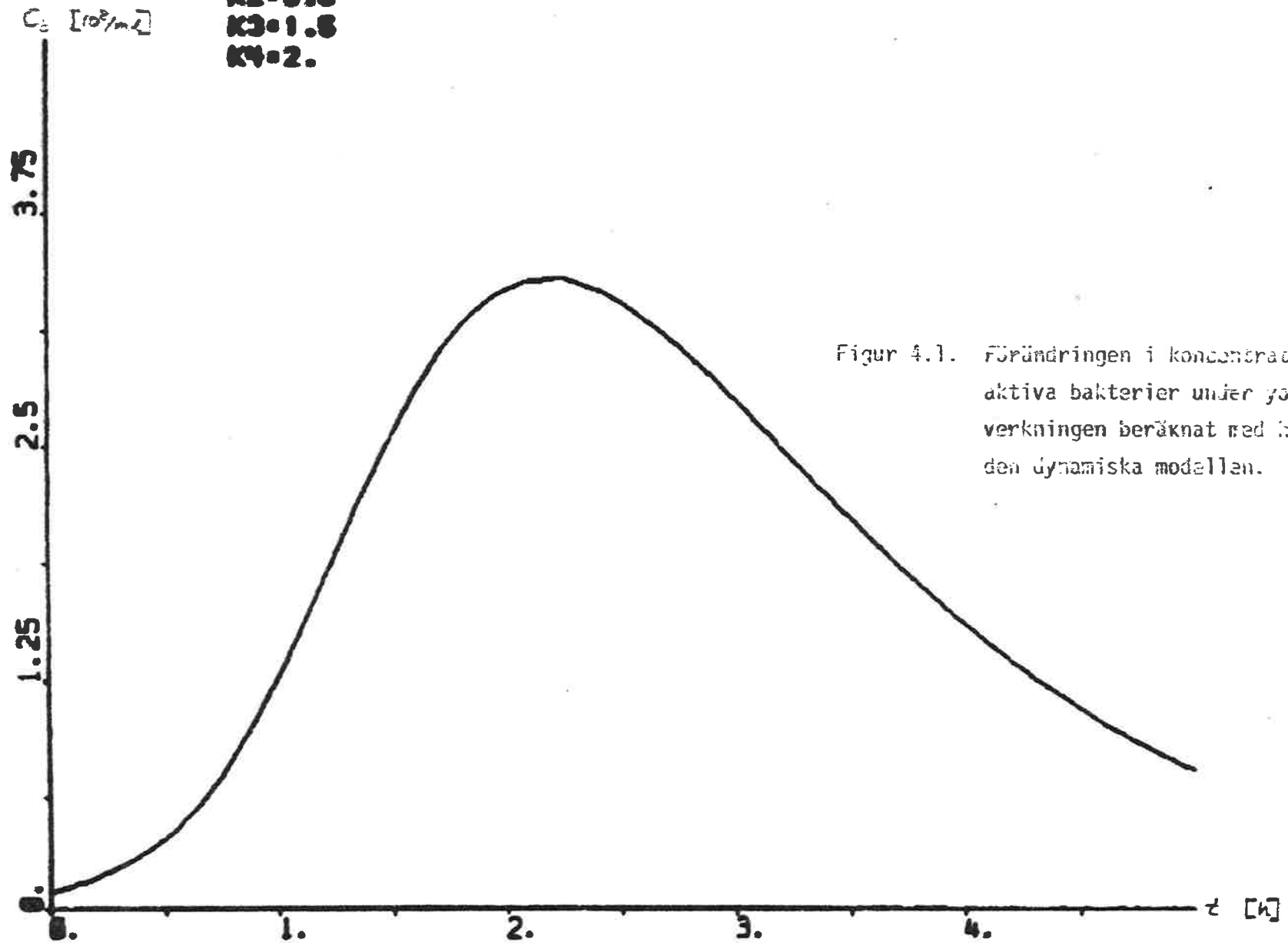
Figur 3.4

pH som funktion av  $\log(c_1)$ . (x) är uppmätta med pH-meter, medan (o) är beräknade ur ett värde på  $c_1$  som titrerats fram.



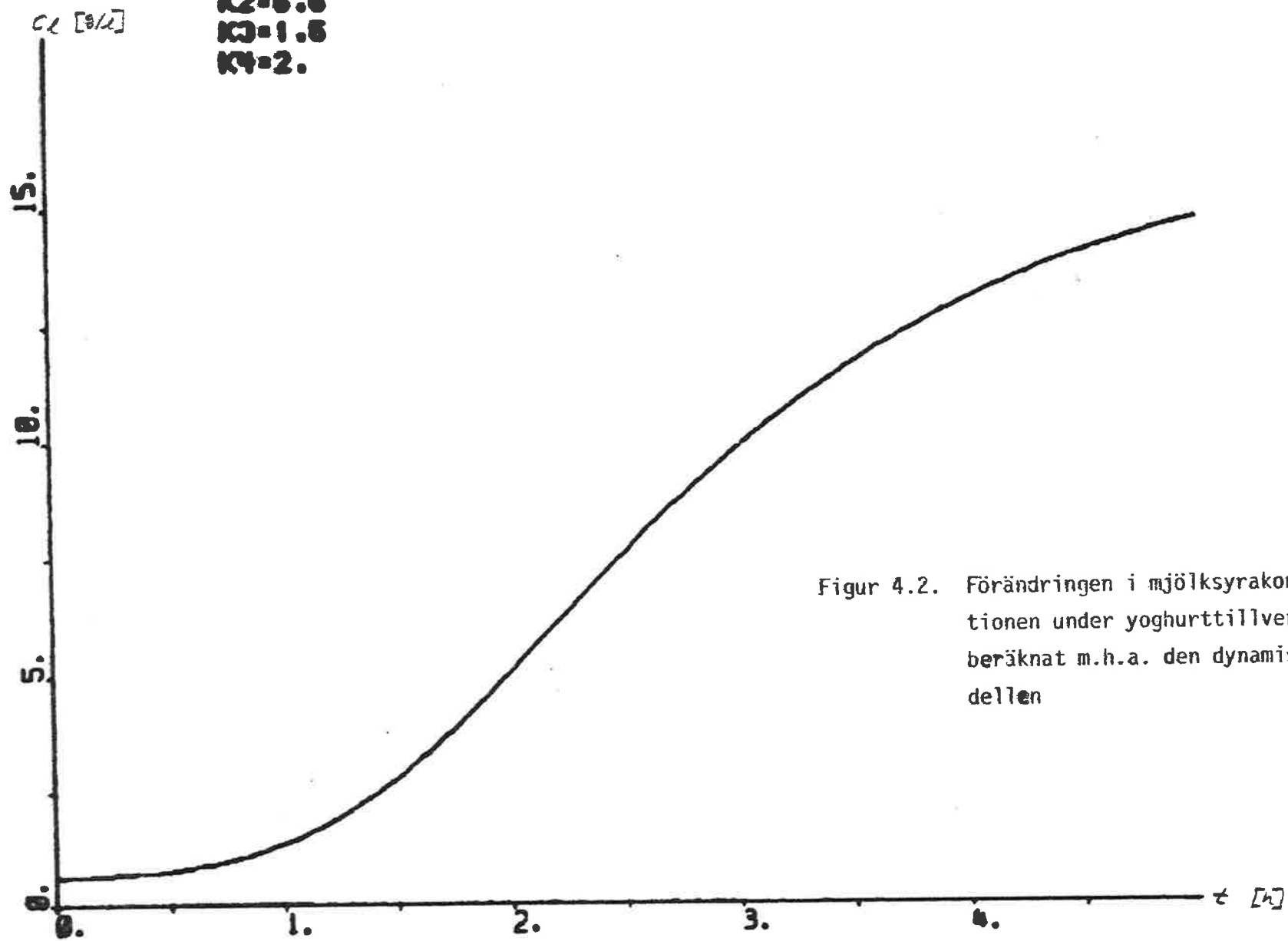


PLOT CB  
K1=4.298  
K2=5.8  
K3=1.5  
K4=2.



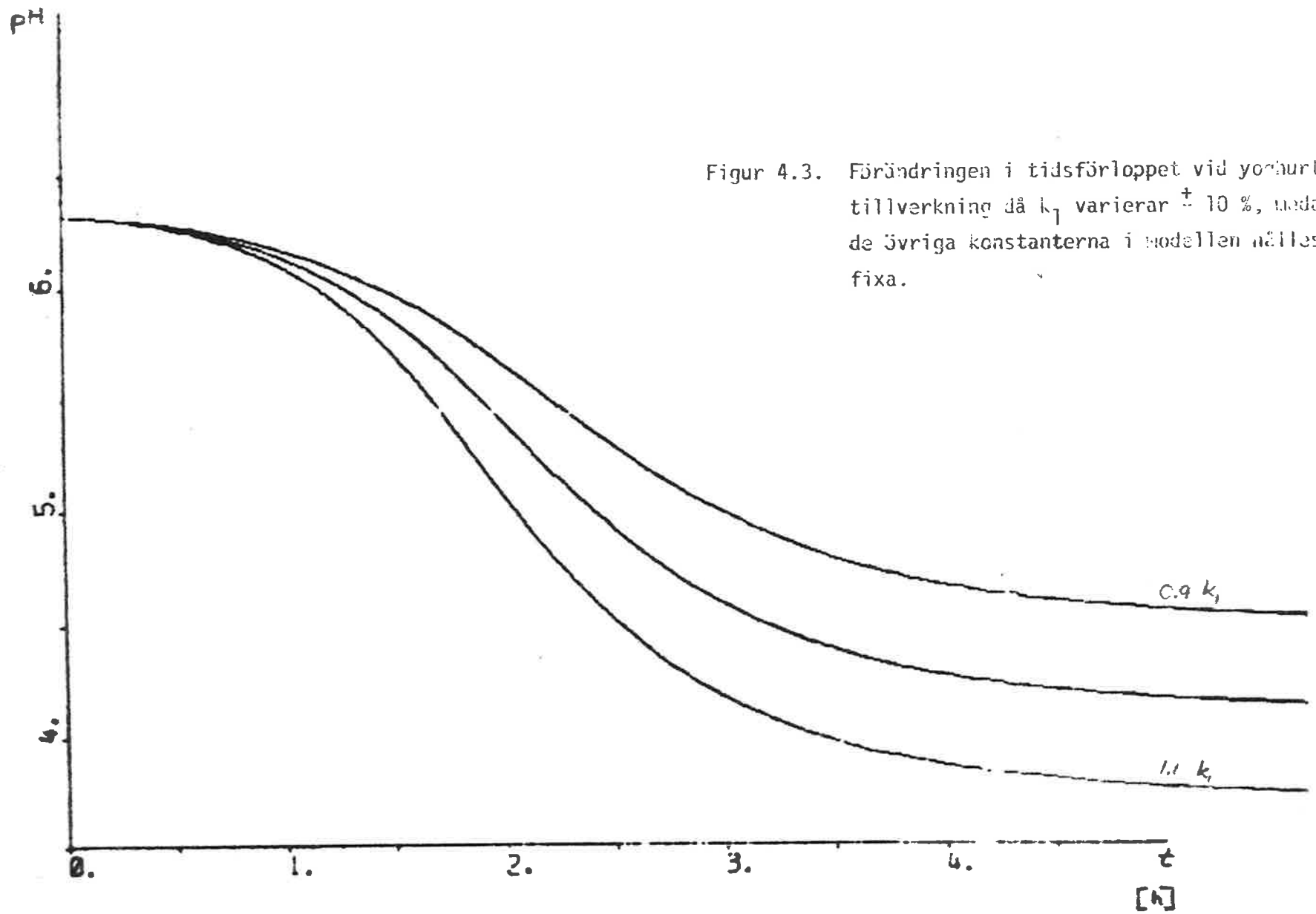
Figur 4.1. Förändringen i koncentrationen av aktiva bakterier under yoghurtstillverkningen beräknat med hjälp av den dynamiska modellen.

PLOT CL  
K1=4.208  
K2=5.6  
K3=1.6  
K4=2.



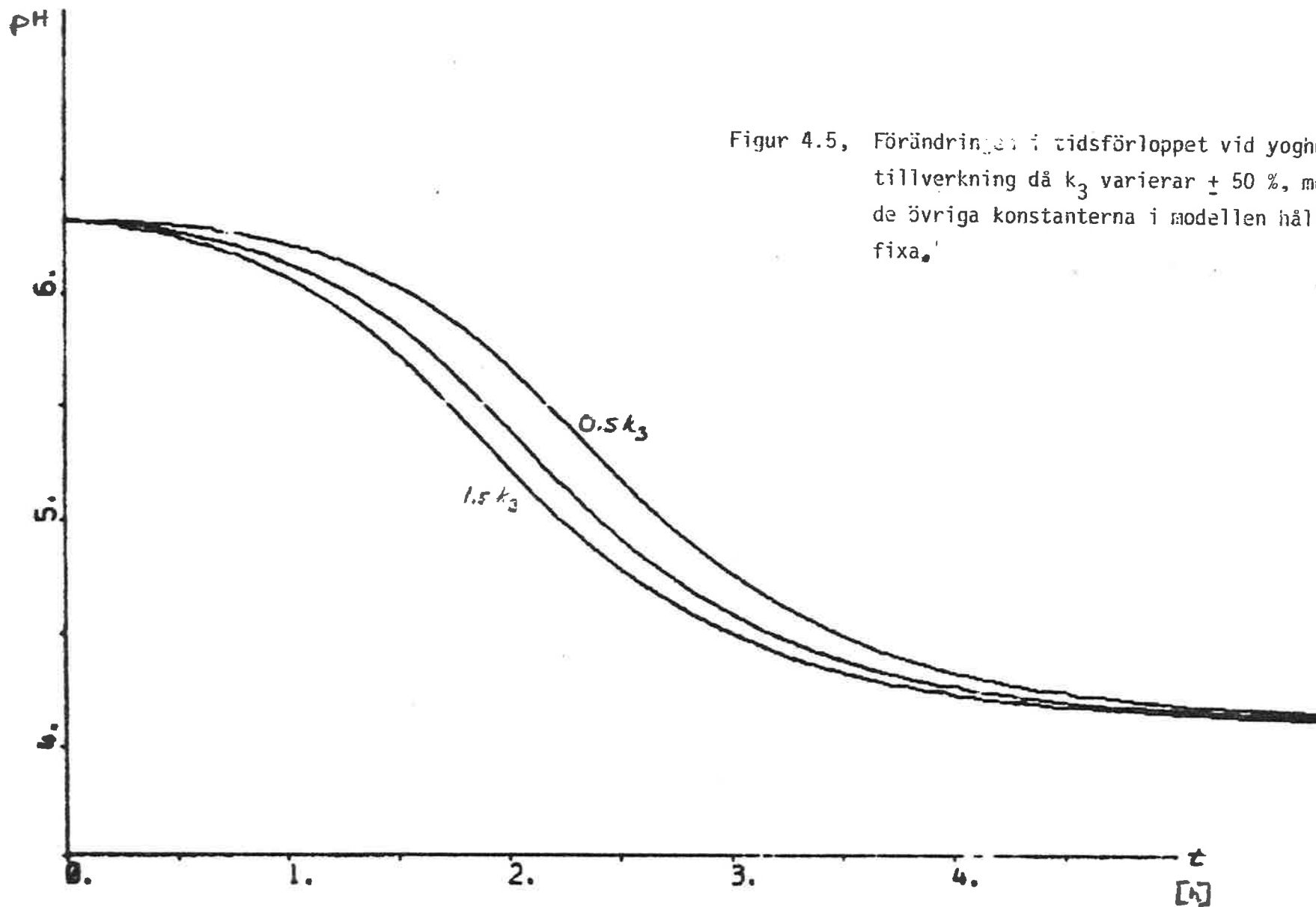
Figur 4.2. Förändringen i mjölksyrakoncentrationen under yoghurtillverkningen beräknat m.h.a. den dynamiska modellen

# PLOT PH



Figur 4.3. Förändringen i tidsförloppet vid yoghurt-tillverkning då  $k_1$  varierar  $\pm 10\%$ , medan de övriga konstanterna i modellen hålls fixa.

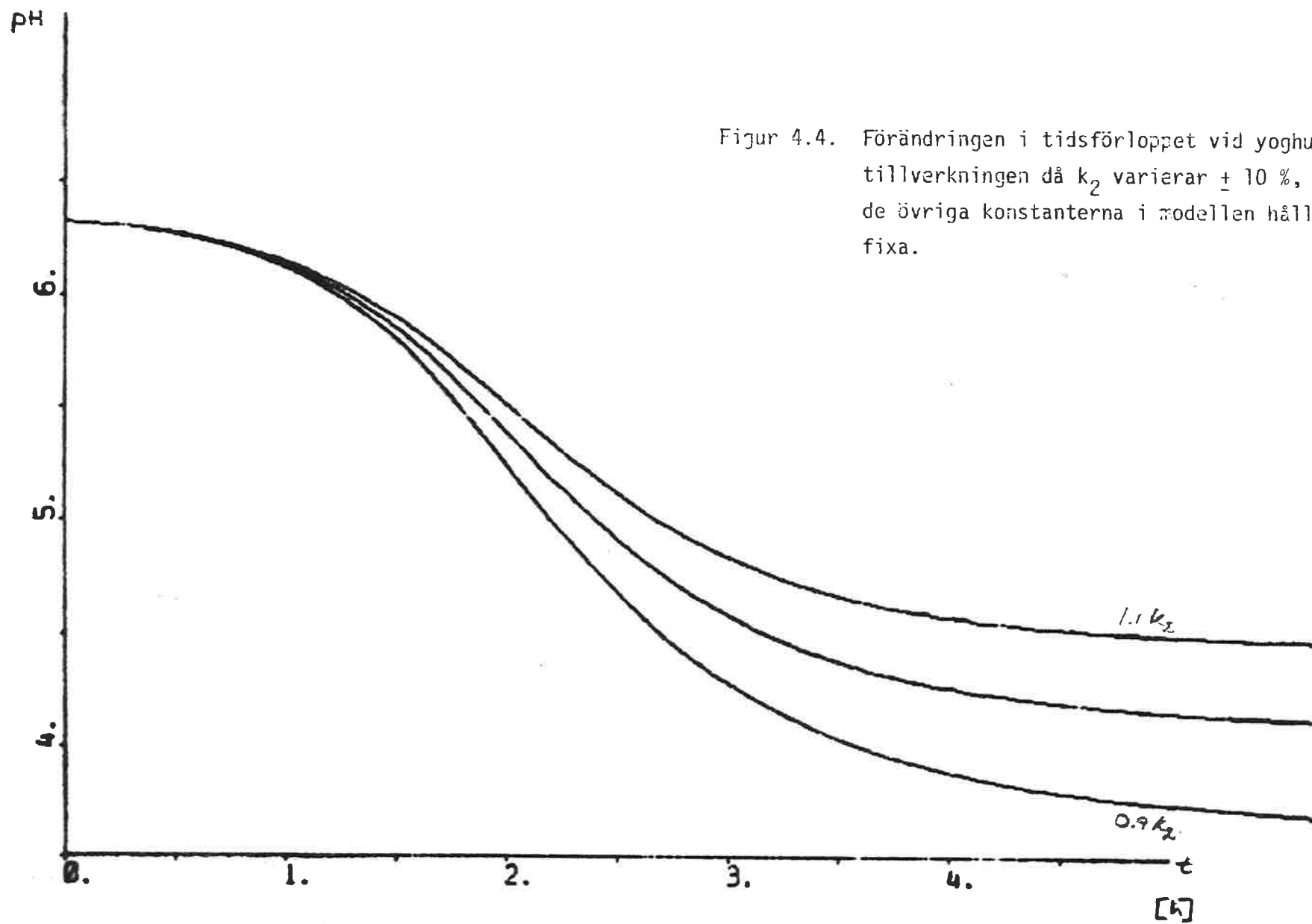
# PLOT PH



Figur 4.5, Förändringen i tidsförloppet vid yoghurt-tillverkning då  $k_3$  varierar  $\pm 50\%$ , medan de övriga konstanterna i modellen hålles fixa.

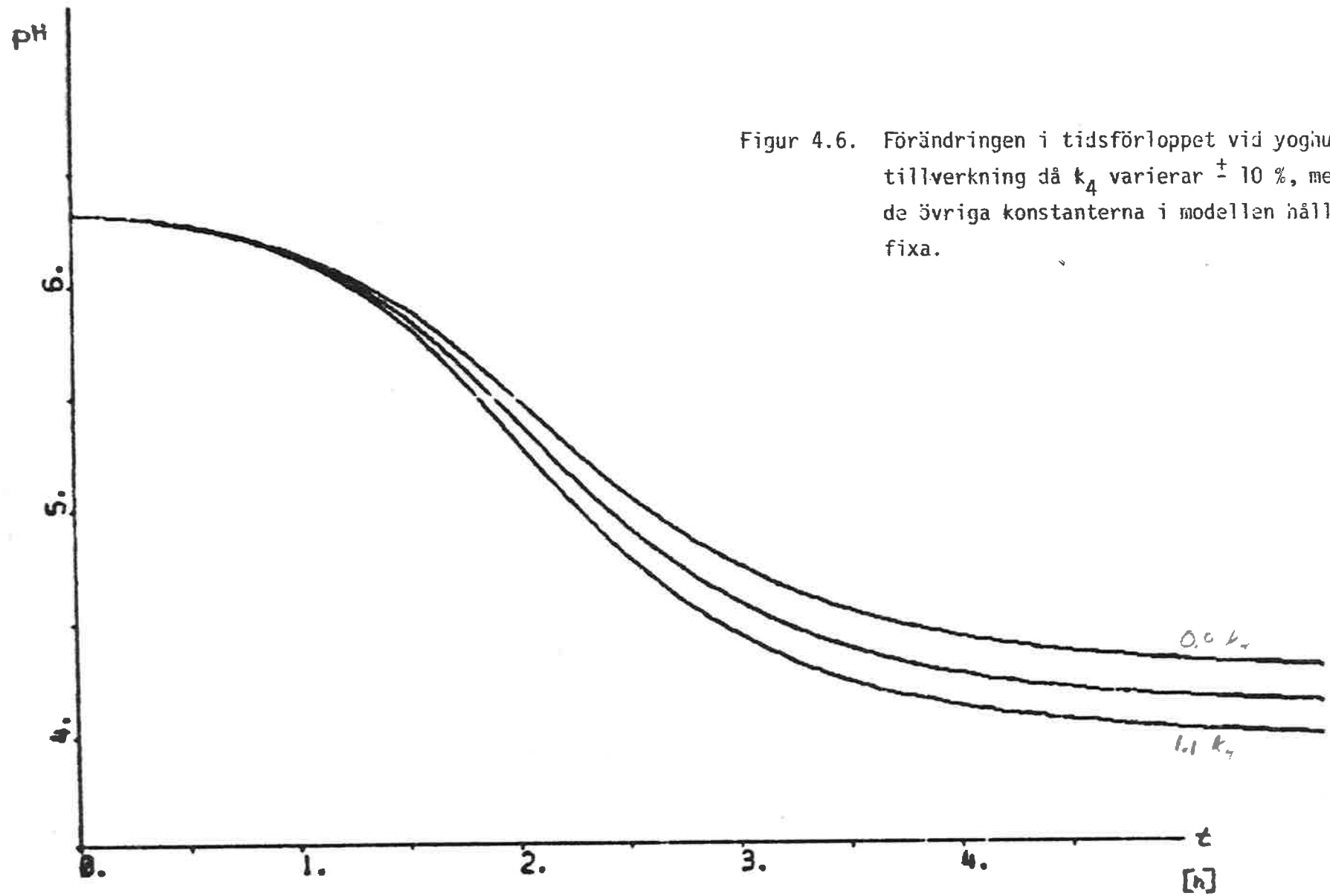


# PLOT PH



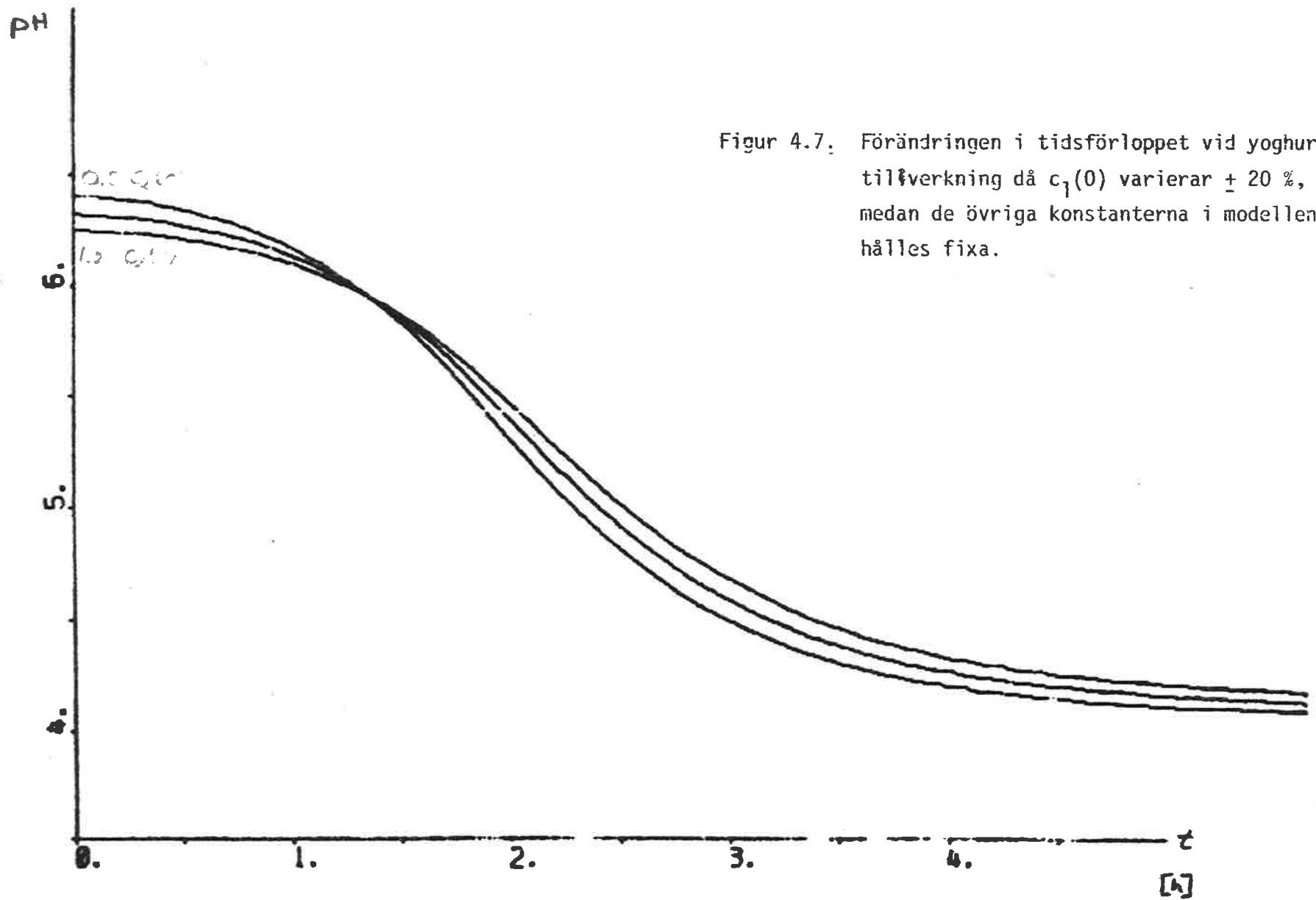
Figur 4.4. Förändringen i tidsförloppet vid yoghurt-tillverkningen då  $k_2$  varierar  $\pm 10\%$ , medan de övriga konstanterna i modellen hålls fixa.

# PLOT PH

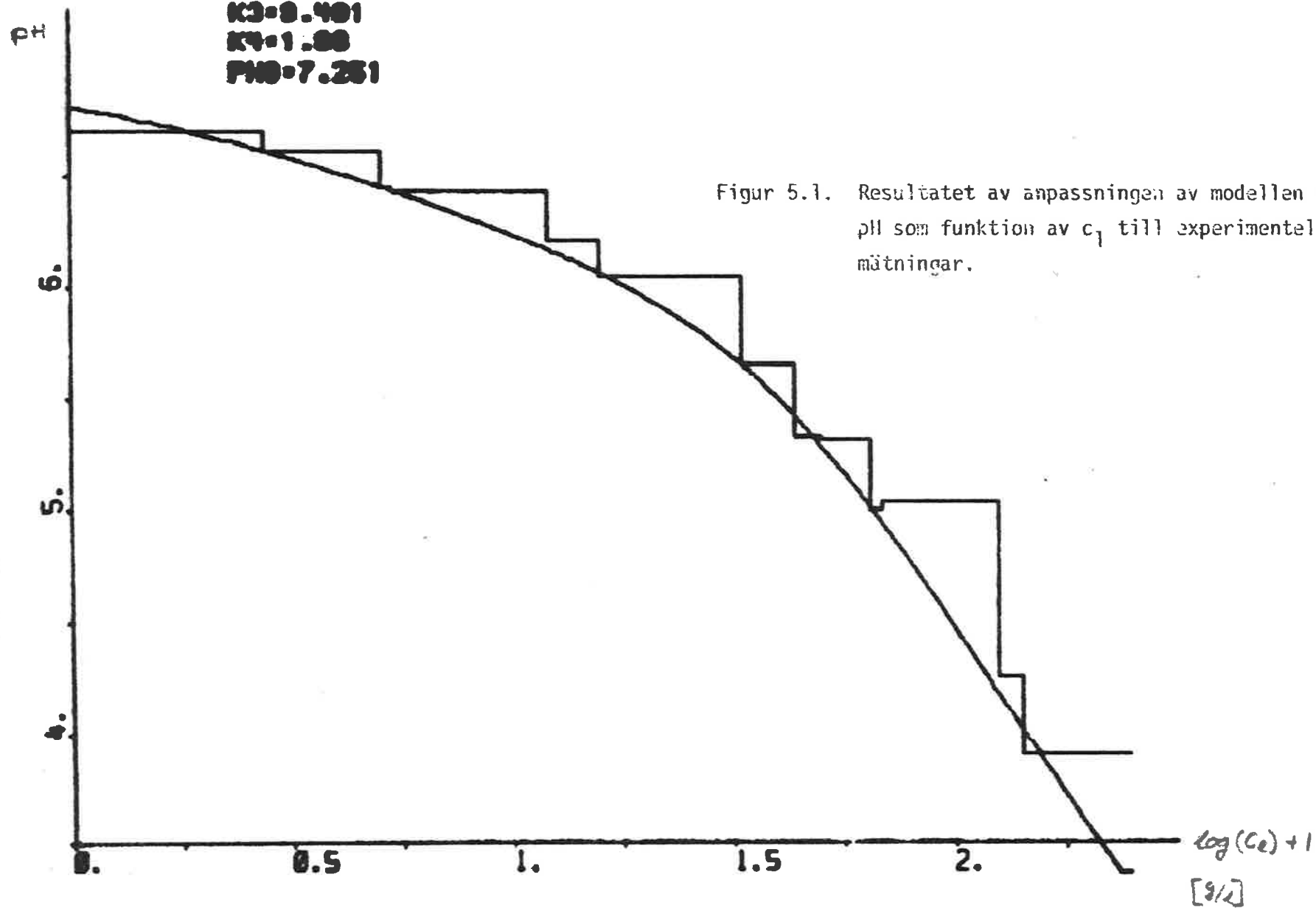


Figur 4.6. Förändringen i tidsförloppet vid yoghurt-tillverkning då  $k_4$  varierar  $\pm 10\%$ , medan de övriga konstanterna i modellen hålles fixa.

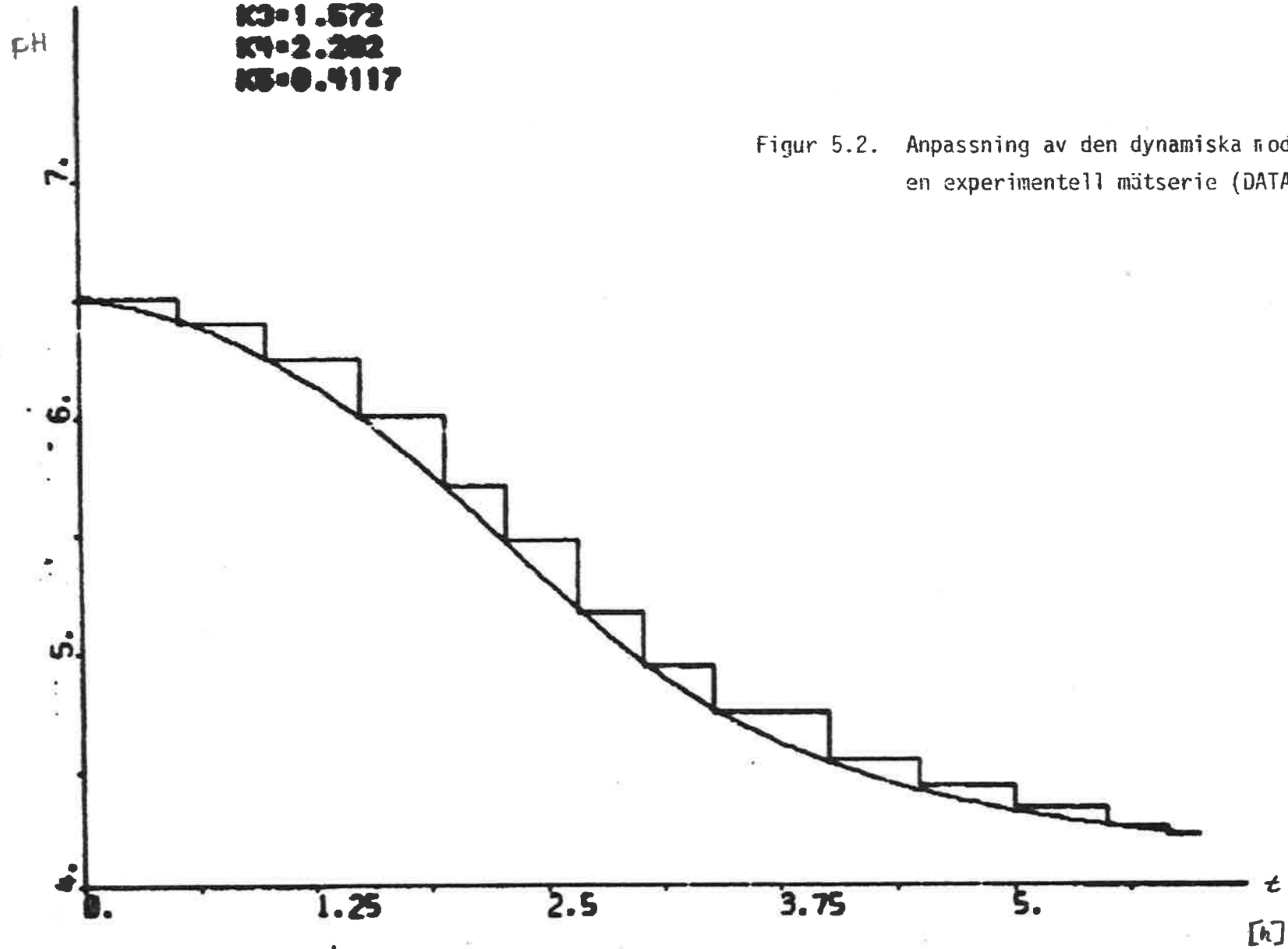
# PLOT PH



PLOT Y VII (TP)  
K1=0.0457  
K2=-1.518  
K3=0.401  
K4=1.00  
P10=7.251

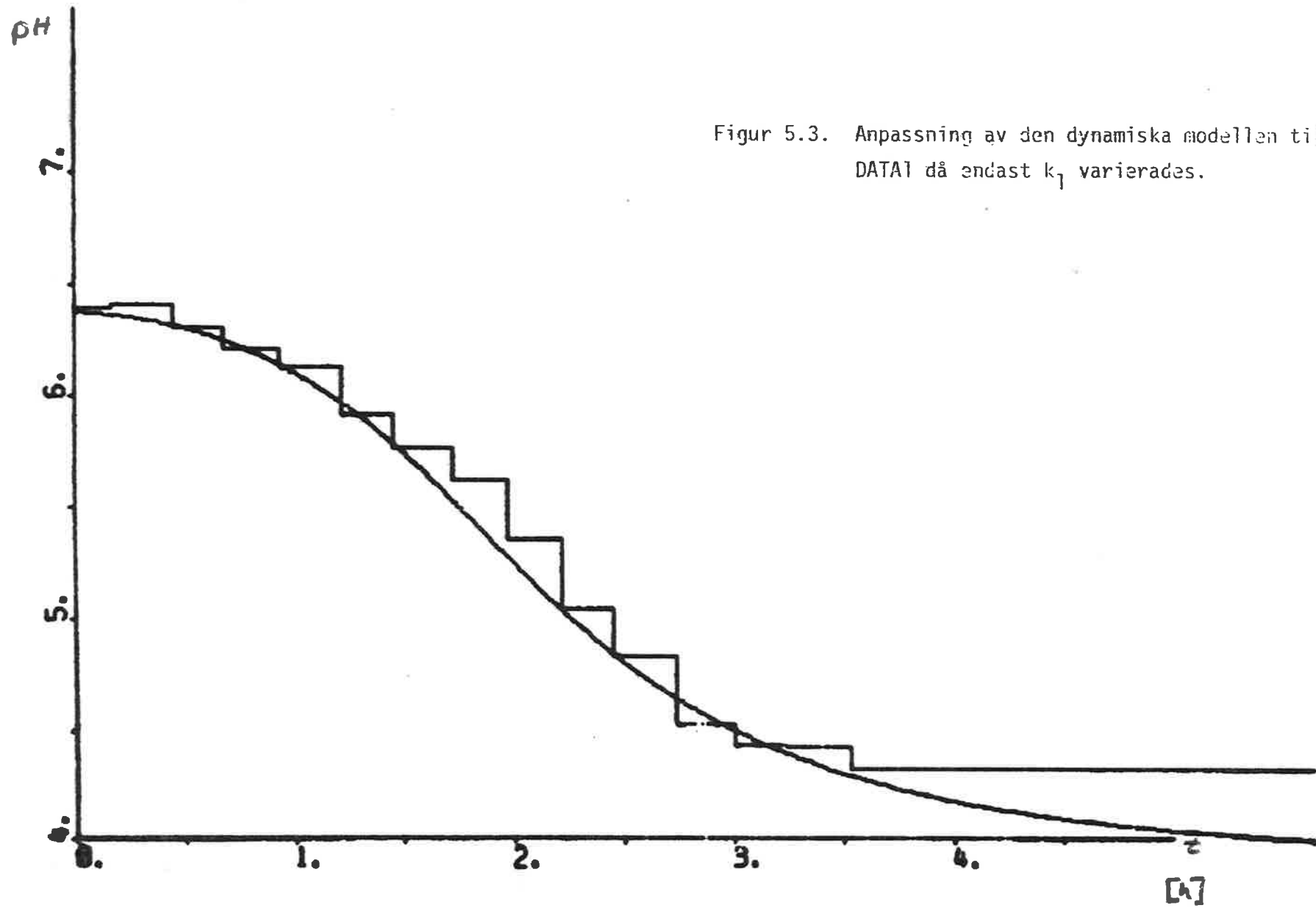


PLOT Y YH (TP)  
K1=2.063  
K2=4.162  
K3=1.572  
K4=2.282  
K5=0.4117



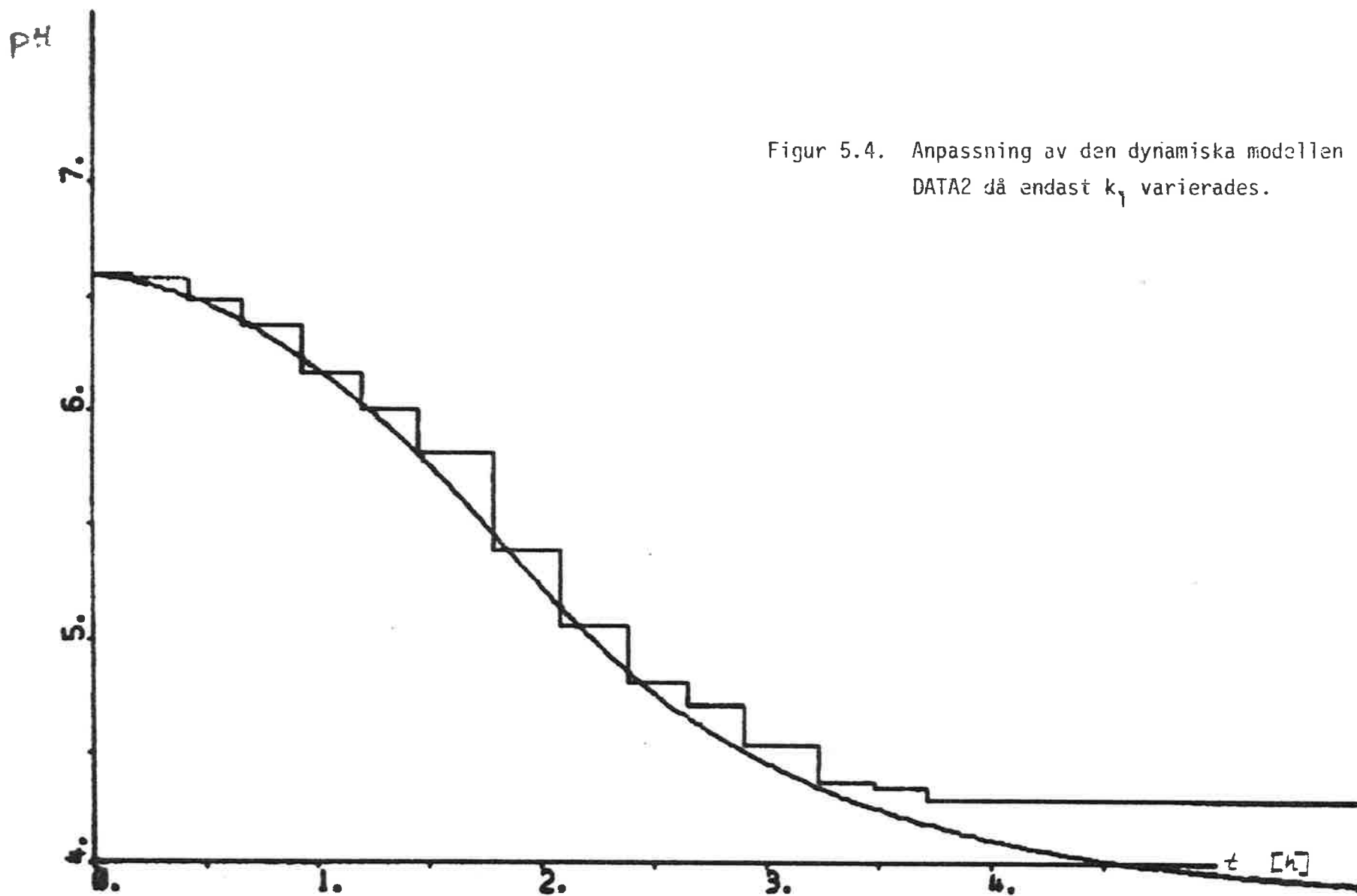
Figur 5.2. Anpassning av den dynamiska modellen till en experimentell mätserie (DATA7).

PLOT Y YH (TP)  
K1=9.328



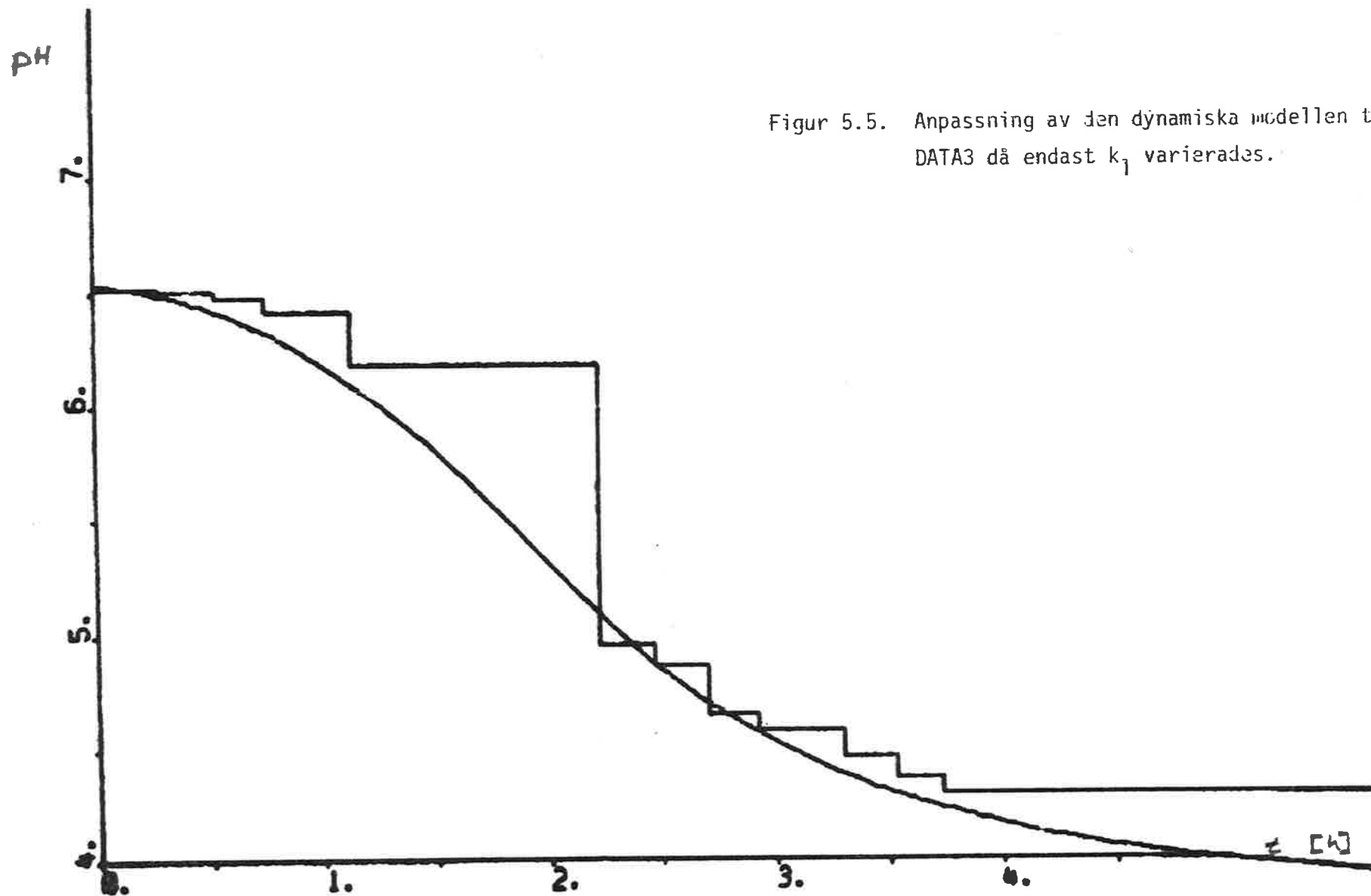
Figur 5.3. Anpassning av den dynamiska modellen till DATA1 då endast  $k_1$  varierades.

PLOT Y YH (TP)  
K1=3.786



Figur 5.4. Anpassning av den dynamiska modellen till DATA2 då endast  $k_1$  varierades.

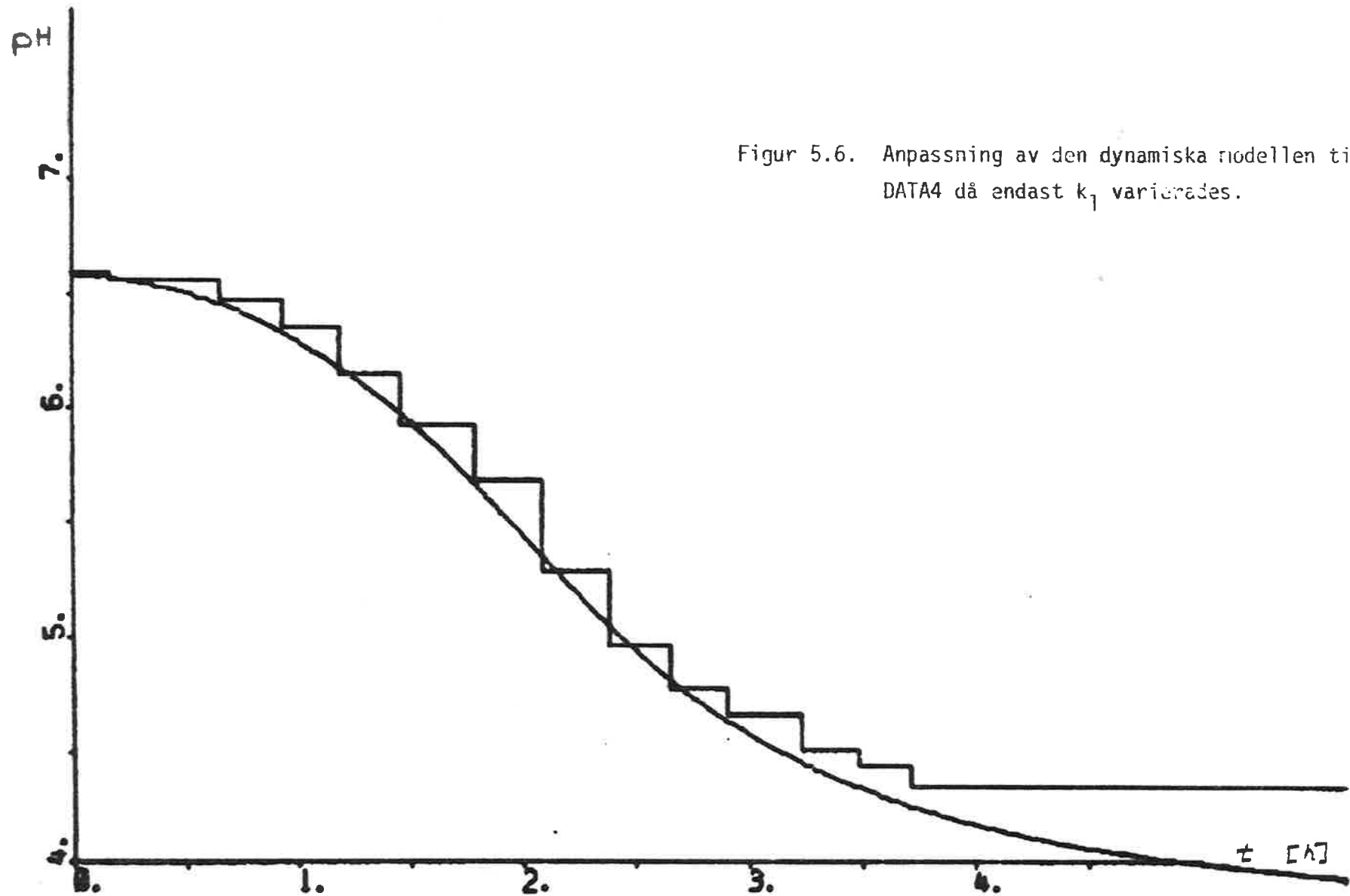
PLOT Y YH (TP)  
K1=3.721



Figur 5.5. Anpassning av den dynamiska modellen till DATA3 då endast  $k_1$  varierades.

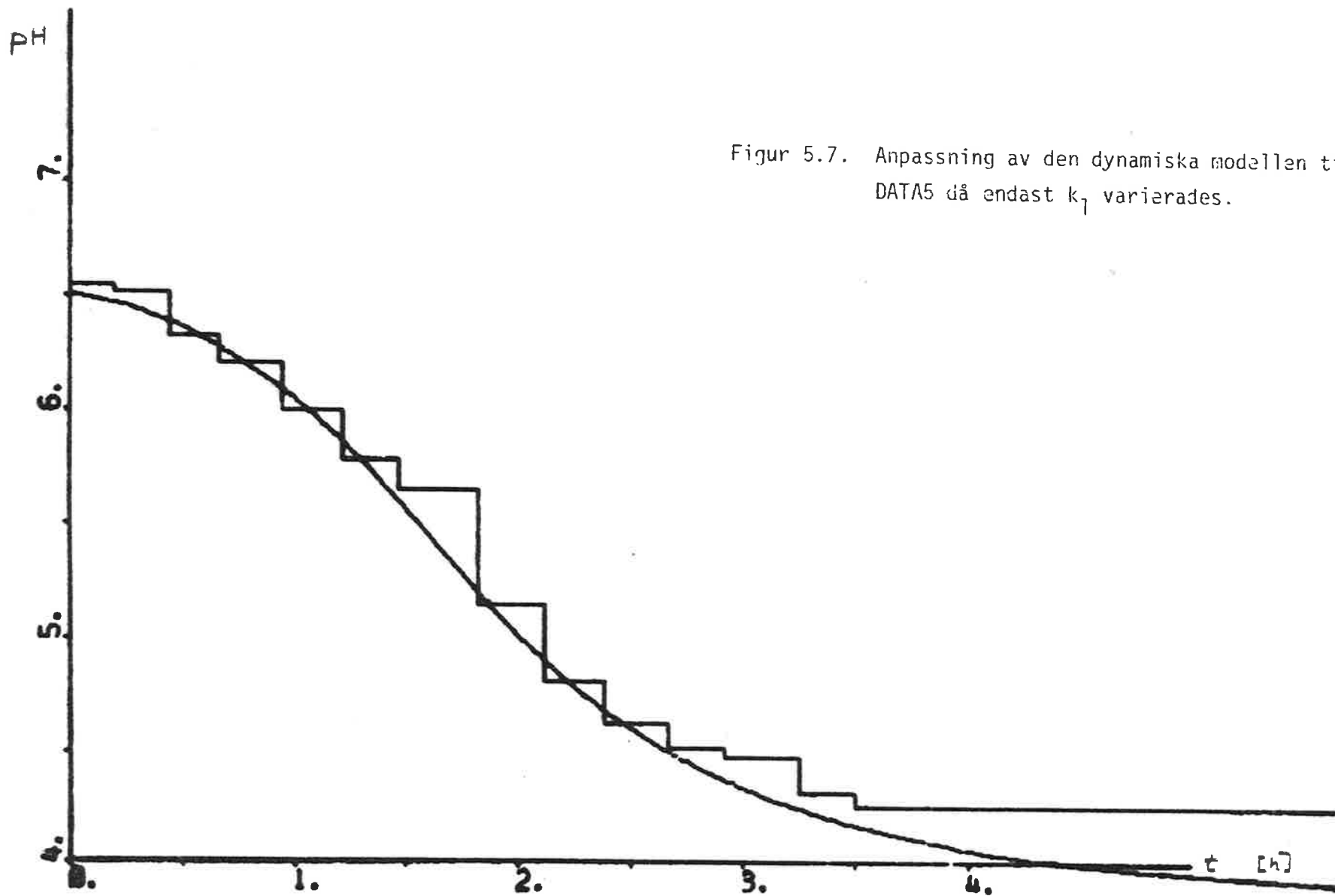


PLOT Y YH (TP)  
KI=3.733



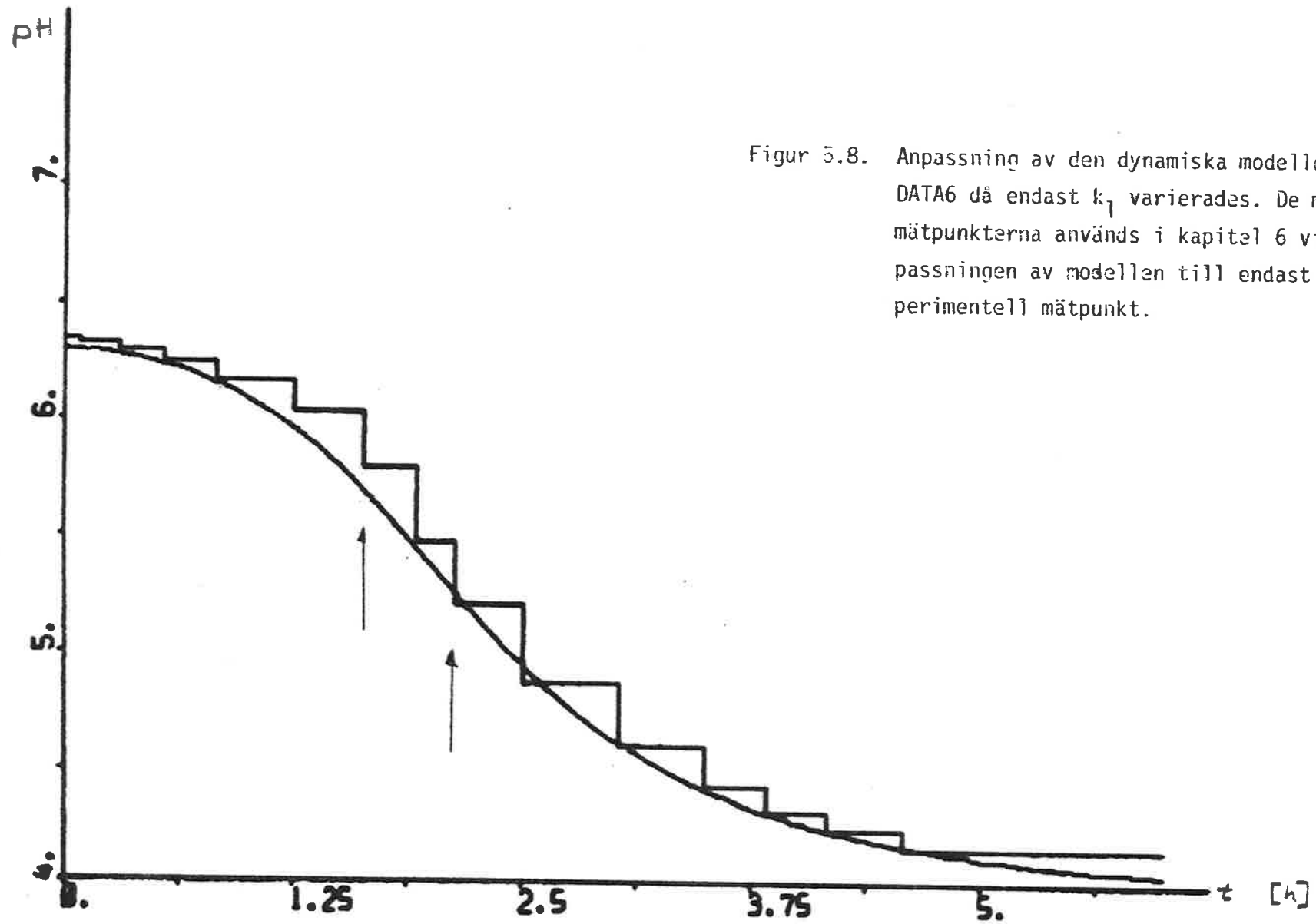
Figur 5.6. Anpassning av den dynamiska modellen till DATA4 då endast  $k_1$  varierades.

PLOT Y YH (TP)  
K1=4.184



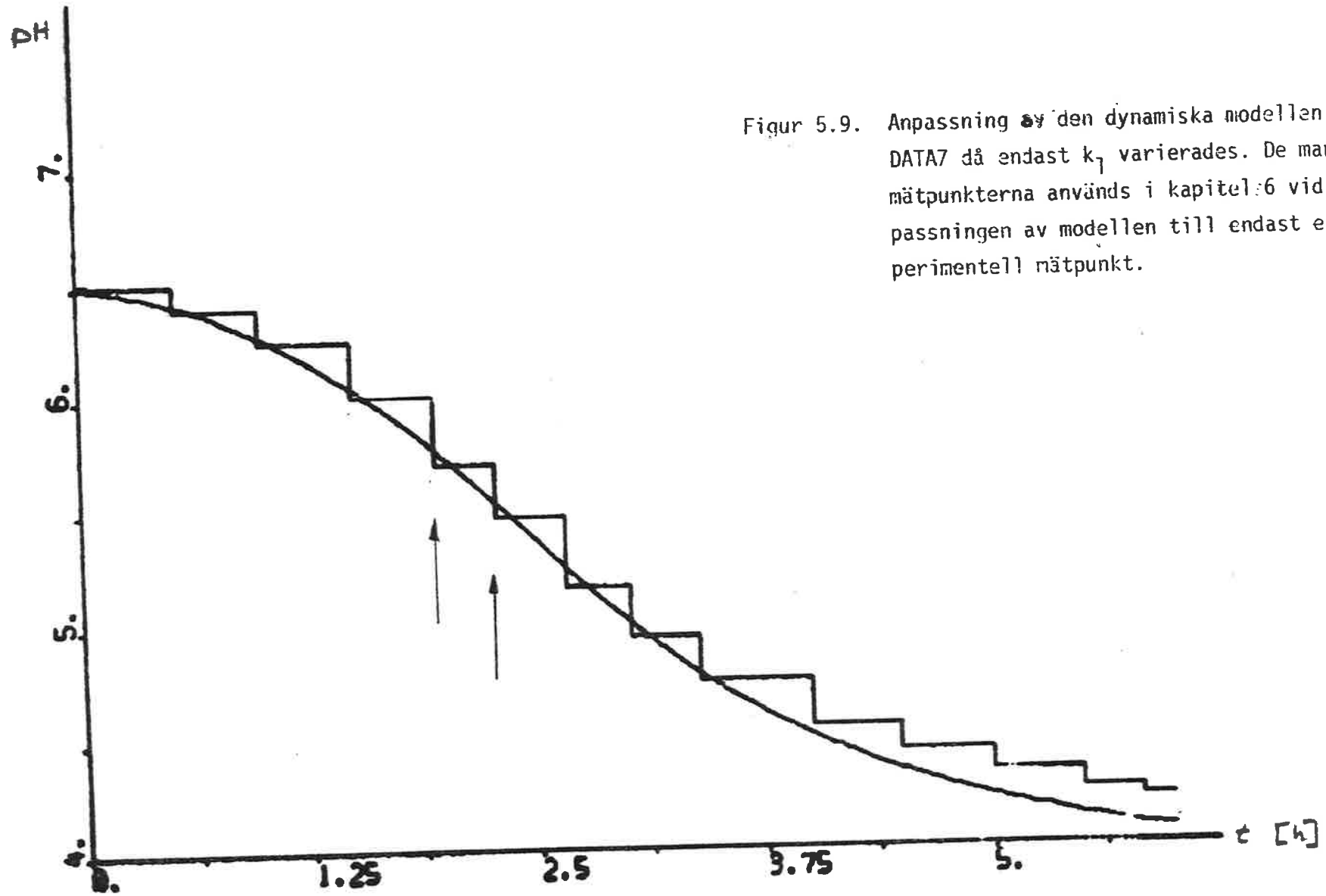
Figur 5.7. Anpassning av den dynamiska modellen till DATA5 då endast  $k_1$  varierades.

PLOT Y YH (TP)  
K1=4.20



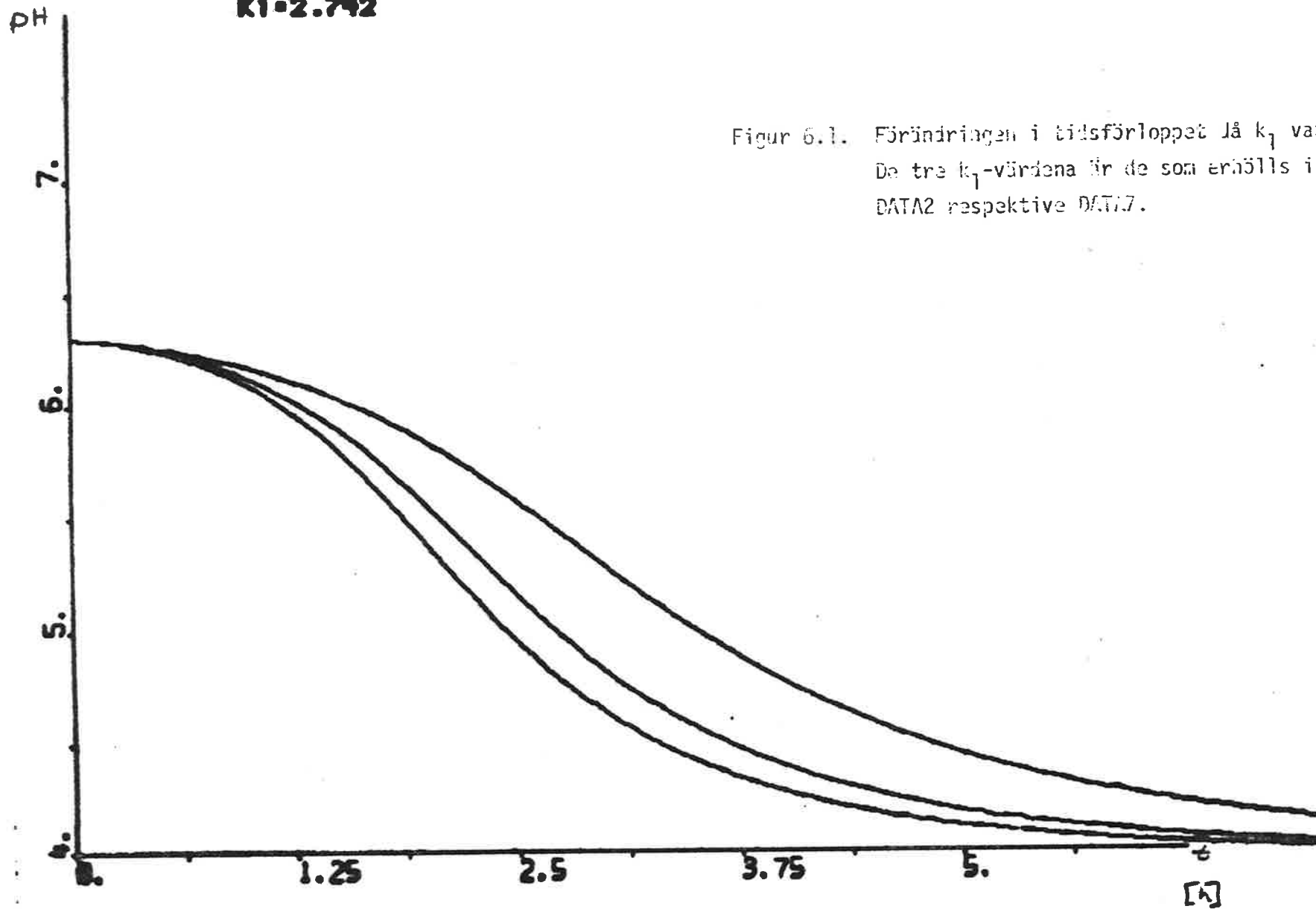
Figur 5.8. Anpassning av den dynamiska modellen till DATA6 då endast  $k_1$  varierades. De markerade mätpunkterna används i kapitel 6 vid anpassningen av modellen till endast en experimentell mätpunkt.

PLOT Y YH (TP)  
K1=2.742



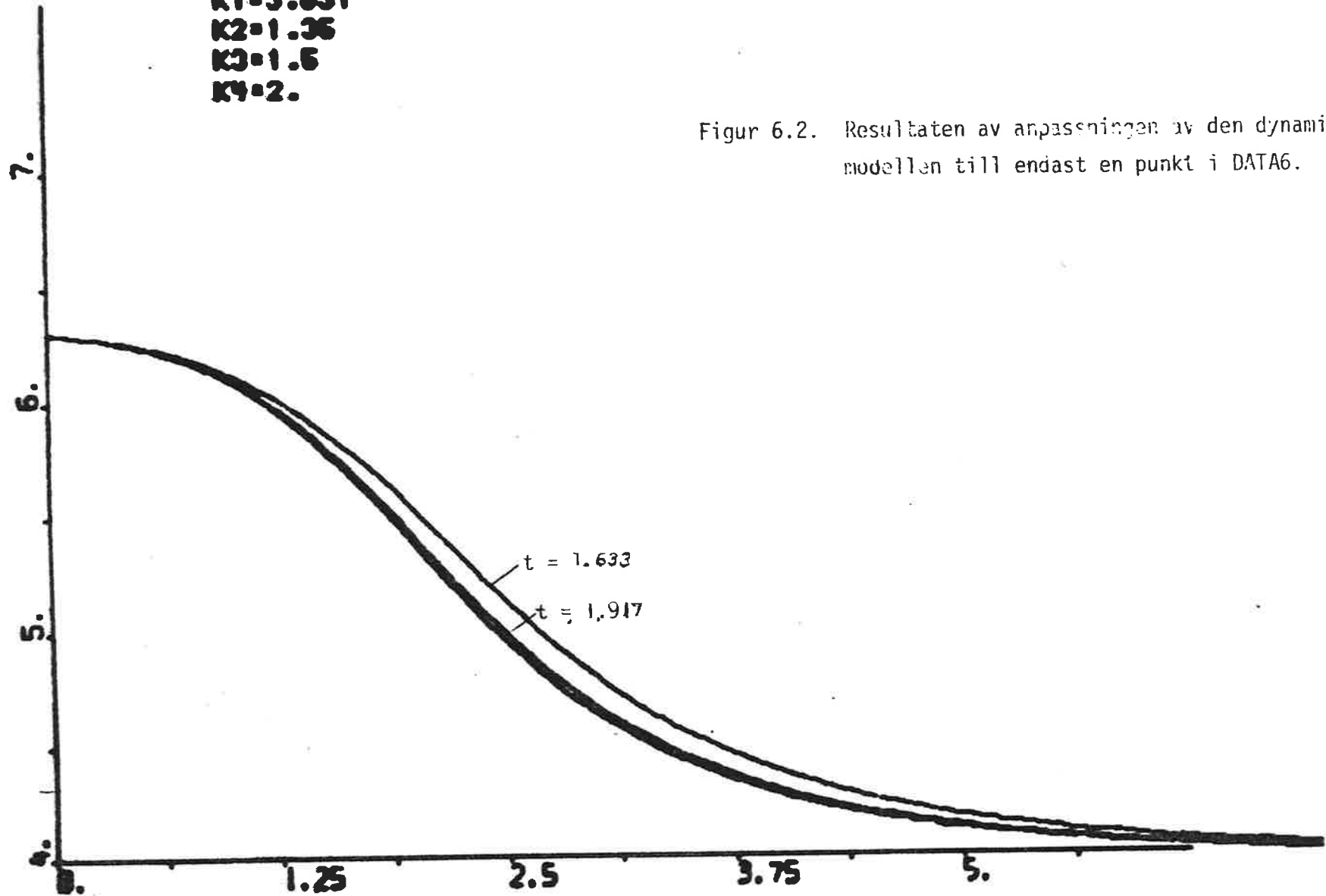
Figur 5.9. Anpassning av den dynamiska modellen till DATA7 då endast  $k_7$  varierades. De markerade mätpunkterna används i kapitel 6 vid anpassningen av modellen till endast en experimentell mätpunkt.

PLOT PH  
K1=4.29  
K1=3.785  
K1=2.742



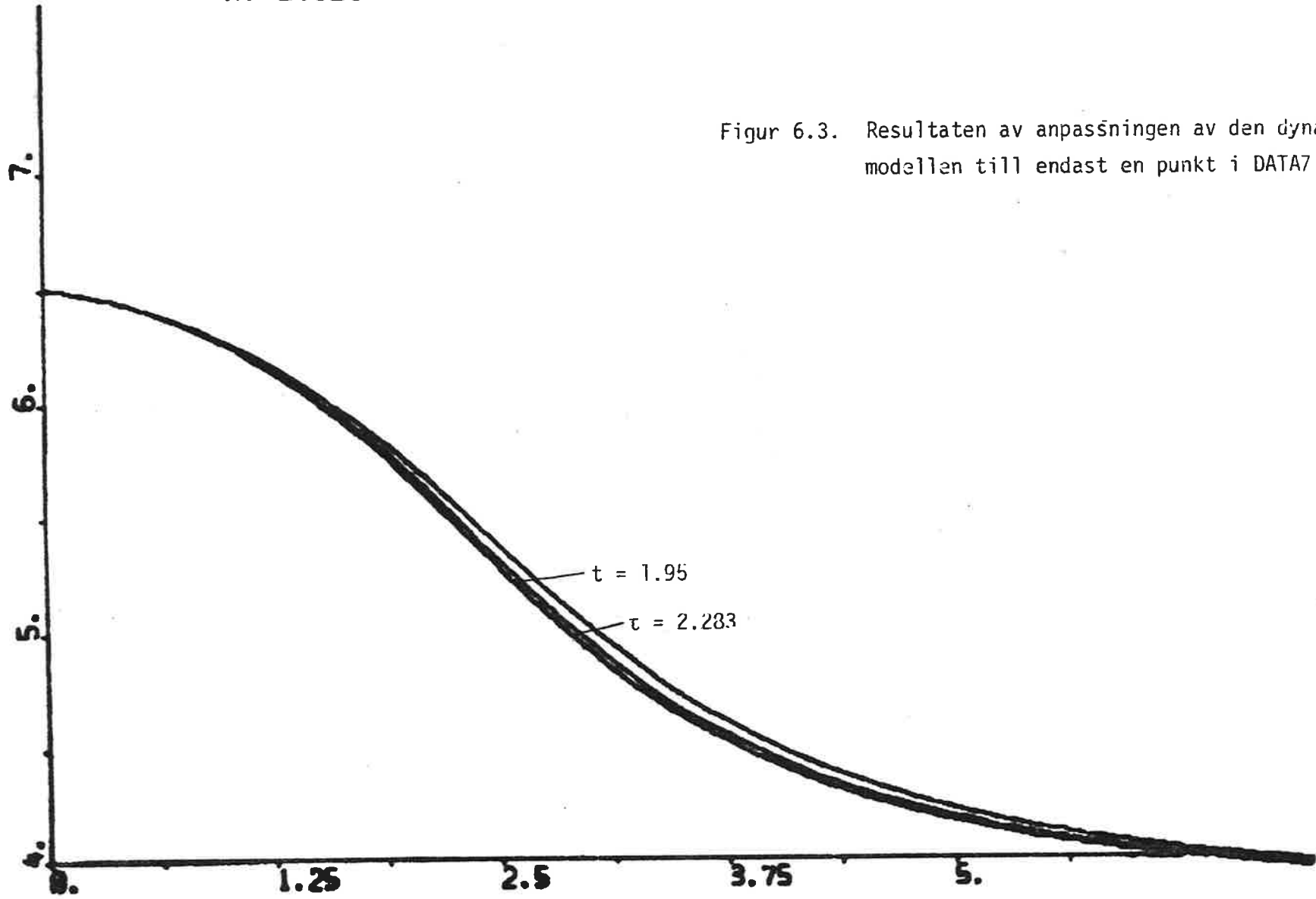
Figur 6.1. Förändringen i tidsförloppet Jå  $k_1$  varieras.  
De tre  $k_1$ -värdena är de som erhöles i DATA0,  
DATA2 respektive DATA7.

PLOT PH  
K1=4.29  
K1=4.198  
K1=3.831  
K2=1.36  
K3=1.5  
K4=2.

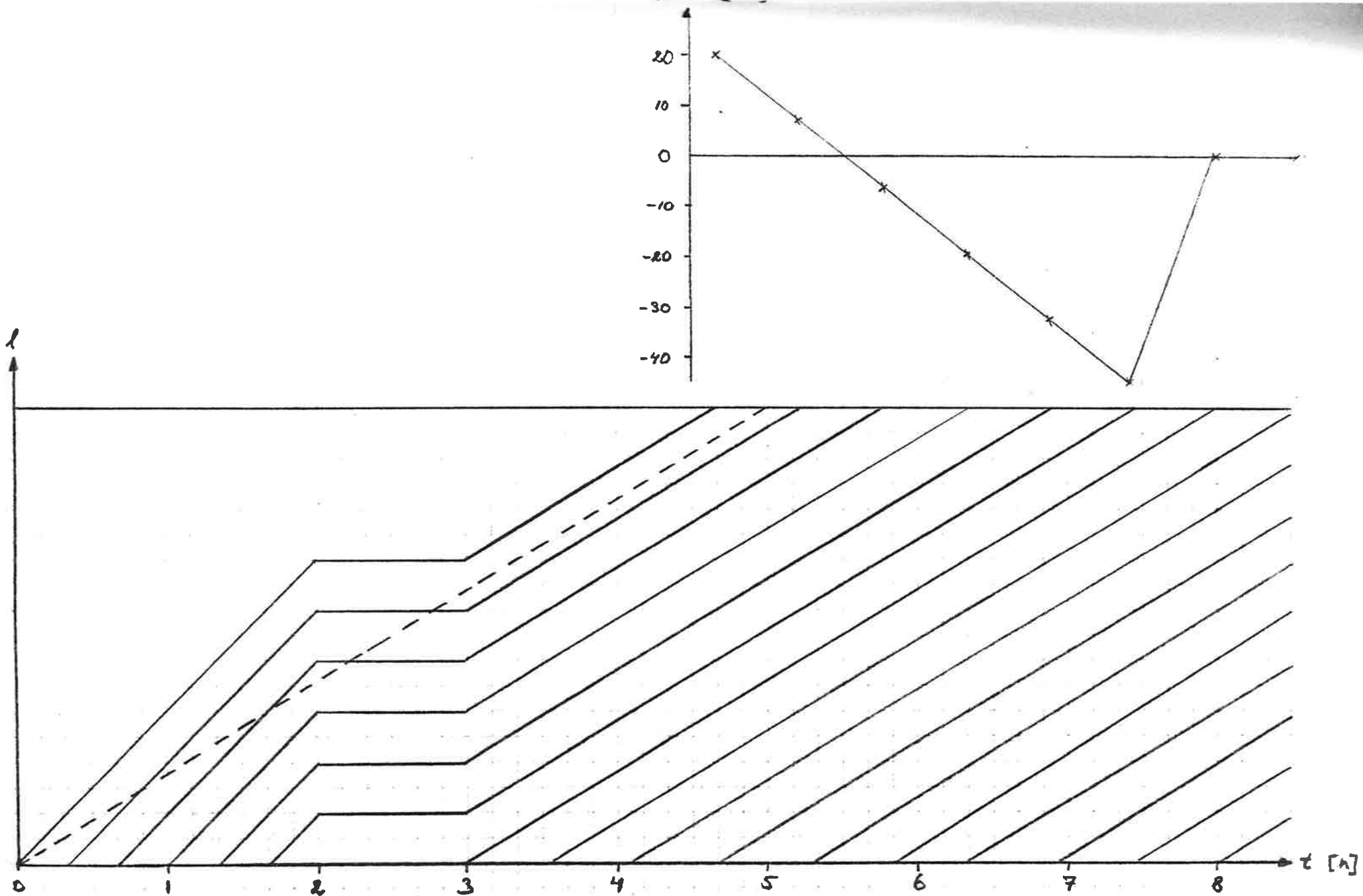


Figur 6.2. Resultaten av anpassningen av den dynamiska modellen till endast en punkt i DATA6.

PLOT PH  
K1=2.742  
K1=2.865  
K1=2.928

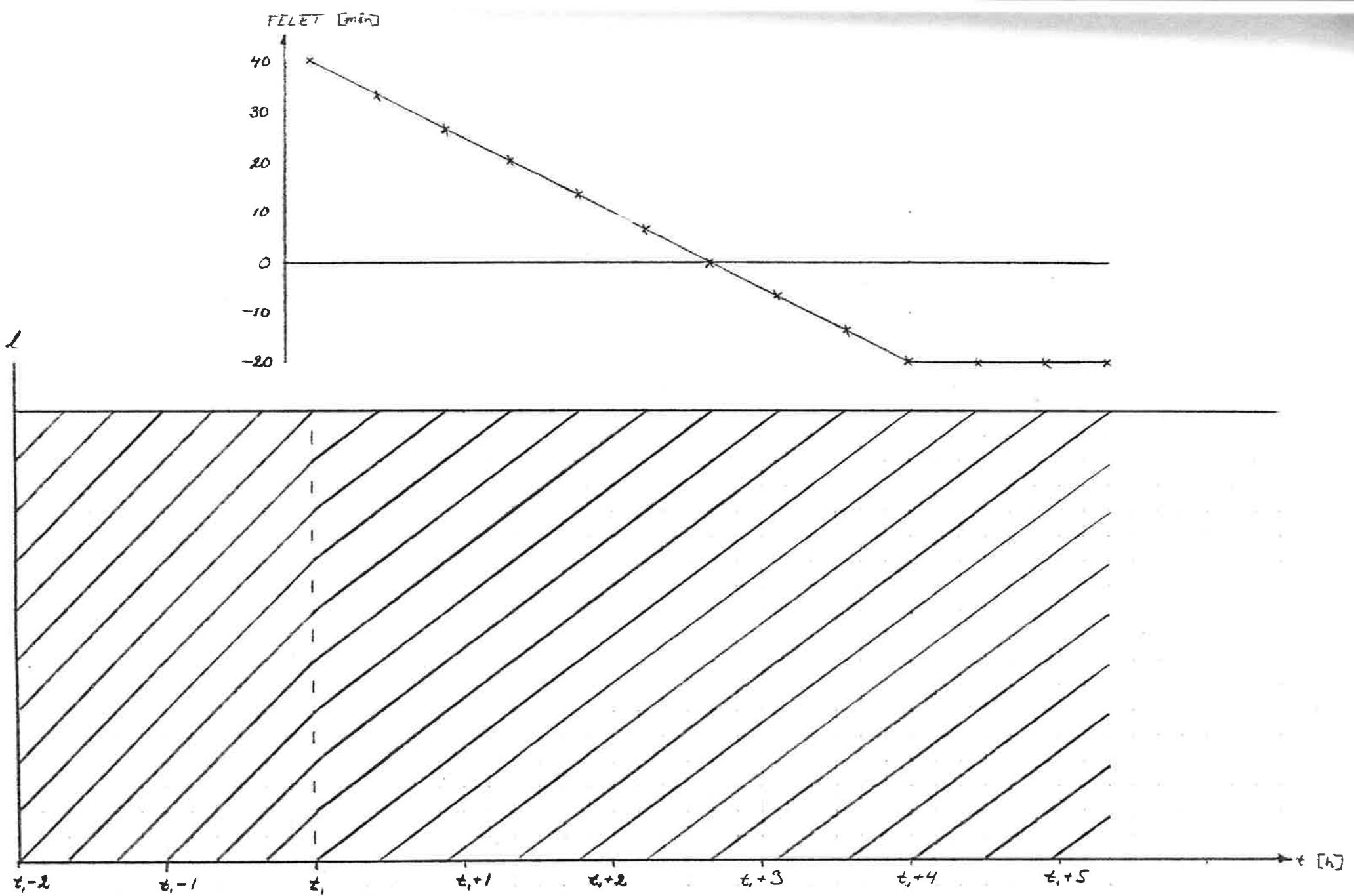


Figur 6.3. Resultaten av anpassningen av den dynamiska modellen till endast en punkt i DATA7.

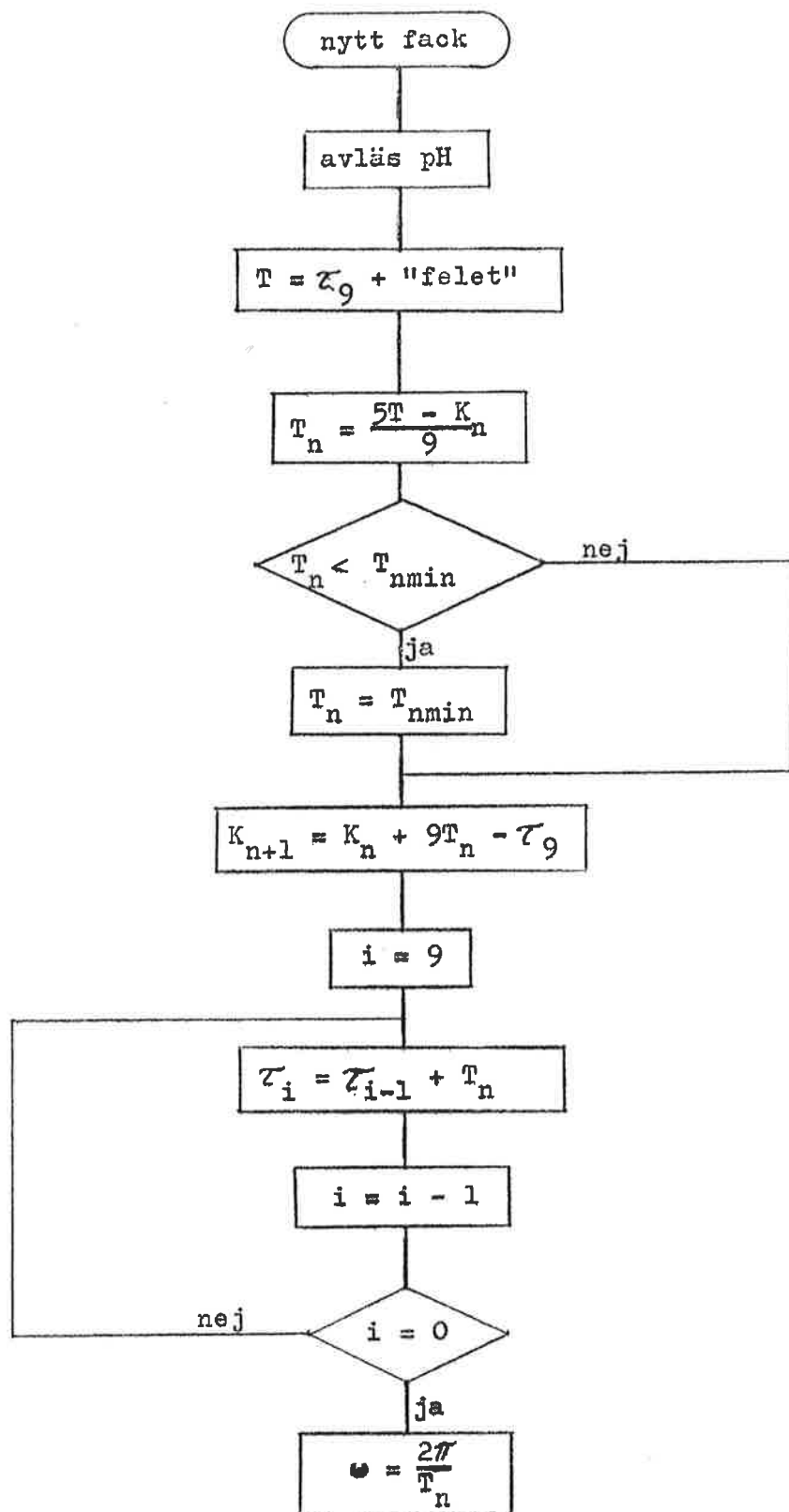


Figur 7.1. Reglering av startförloppet. Den streckade linjen anger den önskade rotations hastigheten hos spiraltanken.

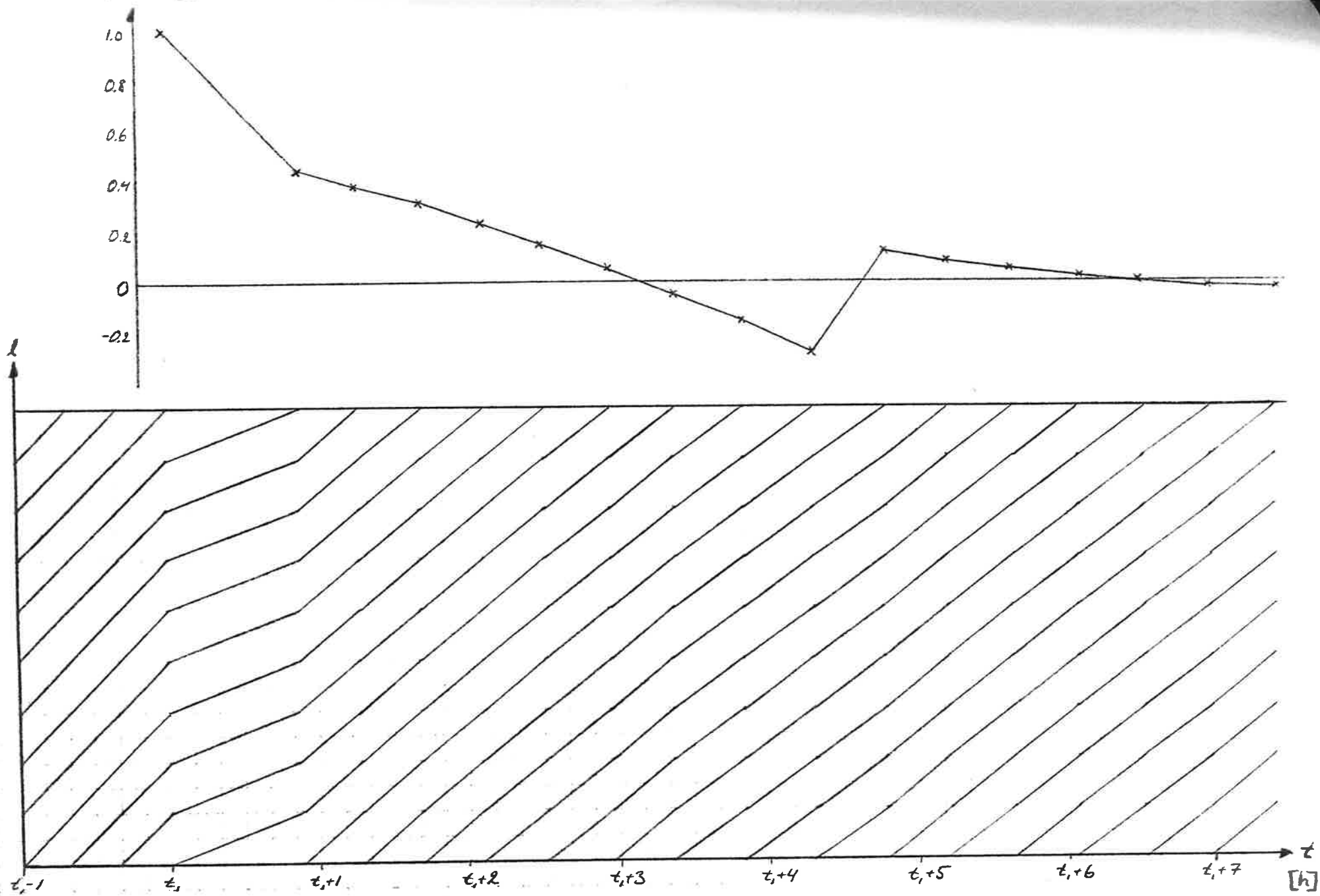




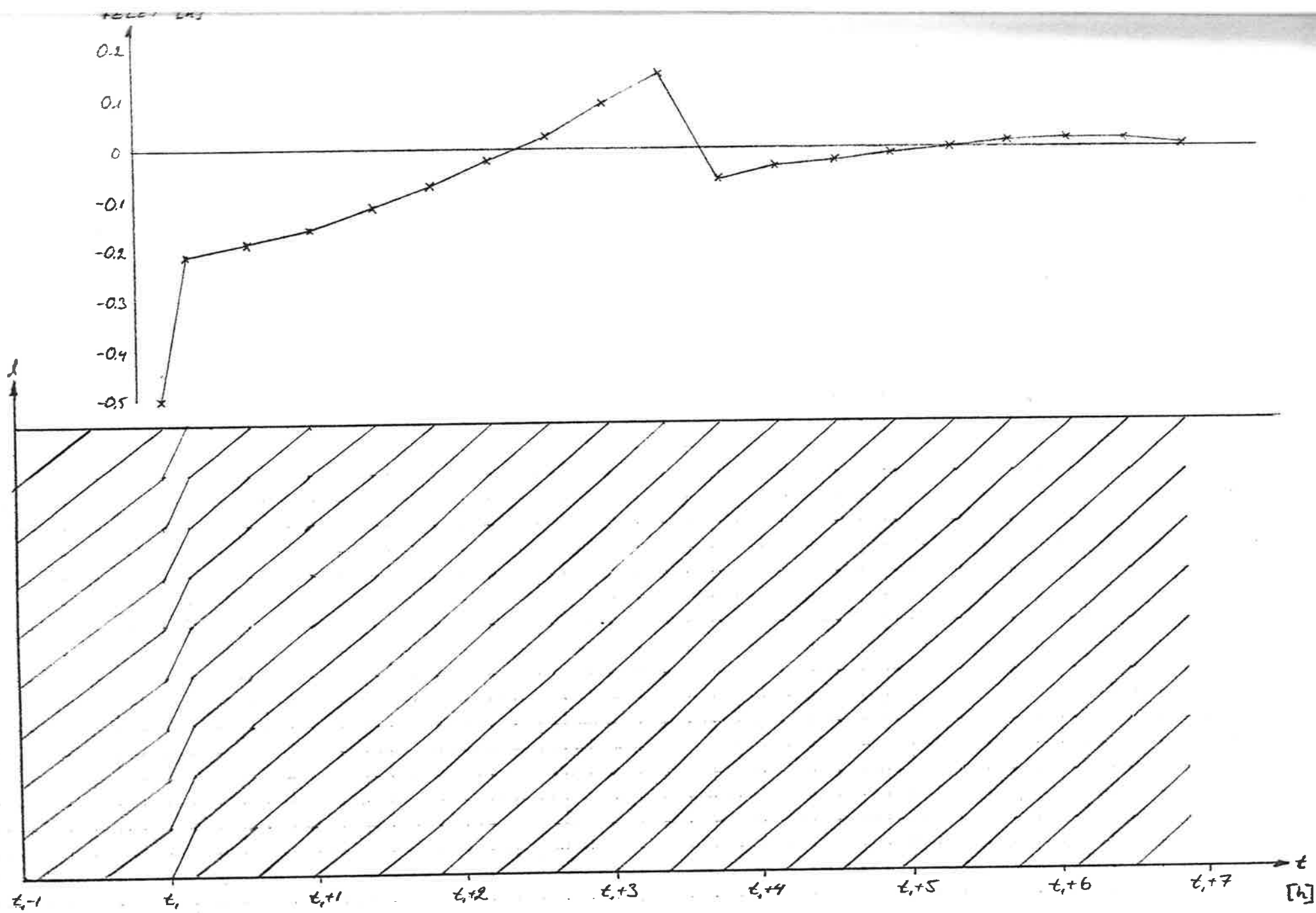
Figur 7.2. Manuell reglering vid kontinuerlig drift.



Figur 7.3. Blockschema över hur ett program för datorreglering kan vara uppbyggt.



Figur 7.4. Datorreglering vid kontinuerlig drift.



Figur 7.5. Datorreglering vid kontinuerlig drift.

## APPENDIX A

Experimentella mätdata

I detta appendix finns data från de olika experimentella mätningarna samlade. I försöken 780201 - 780210-2 är pH uppmätt genom provtagning, se kapitel 3. Prover som innehöll ovanligt mycket vassla har i dessa försök, utom 780201, märkts med ett "v". I de två sista försöken har pH-metern befunnit sig i bakterieodlingen under hela försöket.

I tabellerna anges pH-värdet strax ovanför respektive tid. Tiden är angiven i minuter.

780201

Mjölkk: Vanlig mjölkk från livsmedelsaffär

Starter: Färsk yoghurt

Starterkoncentration: 1,6 1.5 %

2,5 2.5 %

3,4 3.5 %

Temperatur: 43°C

<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
6.37 21	6.47 22	6.19 24	6.30 11	6.40 15	6.45 19
6.28 39	6.45 38	6.04 42	6.13 31	6.22 34	6.27 38
	6.42 42				
6.14 64	6.35 76	5.54 77	6.01 49	6.00 55	6.11 60
5.71 95	6.20 103	4.94 104	5.54 81	5.52 91	5.74 90
5.34 120	6.02 119	4.72 120	5.06 107	5.08 112	5.25 116
4.91 134	5.88 134	4.61 134	4.77 123	4.79 127	4.94 131
4.69 150	5.67 150	4.41 150	4.61 137	4.64 141	4.74 145
4.61 162	5.36 162	4.34 162	4.42 152	4.56 156	4.55 160
4.55 175	5.16 175	4.33 174	4.34 164	4.46 168	4.48 172
4.42 189	4.75 190	4.30 189	4.30 177	4.41 181	4.41 185
4.35 201	4.76 201	4.25 201	4.23 191	4.34 195	4.35 199
4.30 210	4.57 210	4.21 210	4.24 204	4.27 206	4.29 209

780203-1

Mjölkk: Vanlig mjölk från livsmedelsaffär

Starter: Riktig starter från Skånemejerier i Eslöv

Starterkoncentration: 1,6 3.5 %

2,5 2.5 %

3 1.5 %

4 2 %

Temperatur: 43°C

<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
6.41	6.46	6.51	6.47	6.51	6.40
12	12	10	13	17	21
6.36	6.46	6.52	6.50	6.48	6.37
26	26	25	27	32	36
6.31	6.42	6.48	6.45	6.42	6.33
40	39	38	40	45	49
6.14	6.32	6.29	6.20	6.19	6.00
56	58	61	63	68	73
5.90	6.04				
80	80				
4.76	4.93	5.17	5.03	4.96	4.91
138	138	125	128	133	137
4.65	4.77	4.94	4.84	4.87	4.69
154	154	140	143	148	152
4.53	4.62	4.80	4.78	4.65	4.61
167	167	155	157	162	166
4.45	4.70v	4.62	4.60	4.58	4.47
181	181	168	170	175	179
4.33	4.50	4.51	4.57	4.47	4.46
205	183	184	187	198	202
4.25	4.51	4.43	4.36	4.37	4.33
218	206	205	207	212	216
4.28v	4.33	4.34	4.36v	4.30	4.26
230	217	216	218	224	228
		4.42v			
		230			
		4.28	4.30		
		232	234		

780203-2

Mjölkk: Vanlig mjölkk från livsmedelsaffär

Starter: Riktig starter från Skånemejerier i Eslöv

Starterkoncentration: 1,6 3.5 %  
 2,5 2.5 %  
 3,4 1.5 %

Temperatur: 43°C

<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
6.52	6.58	6.61	6.57	6.48	6.47
12	11	10	10	15	21
6.33	6.49	6.58	6.57	6.47	6.37
27	26	24	25	30	35
6.21	6.38	6.52	6.48	6.37	6.20
40	40	38	39	44	50
6.00	6.17	6.36	6.36	6.14	5.99
57	56	55	56	61	66
5.78	6.01	6.14	6.16	5.92	5.80
73	72	71	71	76	81
5.65	5.82	5.96	5.93	5.74	5.52
88	87	86	87	92	97
5.15	5.39	5.44	5.69	5.37	5.09
109	107	106	107	112	117
4.82	5.06	5.27	5.29	4.98	4.77
127	125	124	125	130	136
4.63	4.82	4.94	4.97	4.79v	4.60
143	143	142	143	147	153
4.52v	4.72v	4.76	4.78	4.64	4.53
160	159	158	159	164	169
4.48v	4.54	4.69v	4.67	4.55v	4.53v
175	174	173	174	179	184
4.32	4.37	4.44	4.51	4.40	4.26
195	194	192	194	199	203
4.26	4.34v	4.44v	4.44v	4.31	4.28v
210	209	208	209	215	221
4.26	4.29	4.34v	4.35v	4.28v	4.25v
224	223	222	223	228	233



780210-1

Mjölk: Vanlig mjölk från livsmedelsaffär

Starter: Riktig starter från Skånemejerier i Eslöv

Starterkoncentration: 1,6,3,4 2.5 %

2 4 %

5 3.5 %

Temperatur: 1,2,3 43°C

4,5,6 45°C

<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
6.42	6.38	6.38	6.41	6.30	6.35
10	10	9	15	20	25
6.31	6.31	6.38	6.32	6.21	6.27
27	27	26	30	34	39
6.22	6.21	6.27	6.21	6.12	6.18
41	41	40	45	49	54
6.14	6.11	6.17	6.06	5.88	5.93
56	56	54	63	67	72
5.92	5.88	6.02	5.85	5.69	5.74
73	73	72	77	81	86
5.77	5.77	5.87	5.75	5.55	5.60
87	87	86	92	96	101
5.63	5.60	5.71	5.57	5.40	5.38
103	102	101	107	111	116
5.36	5.36	5.51	5.33	5.02	5.05
118	118	117	122	126	131
5.05	5.09	5.26	5.06	4.76	4.80
133	133	132	137	141	145
4.84v	4.86v	4.93	4.76	4.66v	4.59v
147	147	146	152	157	162
4.53	4.56	4.63	4.53	4.41v	4.45
164	168	167	169	173	178
4.44	4.56v	4.49	4.45	4.35v	4.35v
180	181	180	183	186	191
4.43v	4.35v	4.42v	4.35	4.33v	4.35v
194	195	194	196	201	205
4.33v	4.32v	4.38v	4.33v	4.24v	4.27v
212	212	210	212	216	221
4.22v	4.04v	4.14	4.11	4.07	4.08
262	262	261	263	267	271

780210-2

Mjölkk: Vanlig mjölk från livsmedelsaffär

Starter: Riktig kultur från Skånemejerier i Eslöv

Starterkoncentration: 2.5 %

Temperatur: 1,2 41°C

3,4 45°C

<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
6.31 6	6.30 7	6.27 8	6.30 9
6.25 25	6.27 26	6.17 26	6.20 27
6.12 46	6.14 47	6.10 48	6.09 49
6.07 60	6.03 61	5.94 62	5.94 63
5.97 75	5.93 76	5.79 77	5.82 78
5.86 90	5.81 91	5.70 92	5.67 93
5.72 105	5.71 106	5.55 107	5.51 108
5.57 120	5.55 121	5.37 122	5.38 123
5.45 135	5.37 136	5.09 137	5.07 138
5.25 150	5.13 151	4.84 152	4.82 153
4.98 165	4.91 166	4.64 167	4.68v 168
4.80 180	4.73 181	4.61v 182	4.54v 183
4.70 195	4.64 196	4.48v 197	4.49v 198
4.50 210	4.47 211	4.37v 212	4.35v 213
4.40 225	4.42v 226	4.33v 227	4.25v 228

780310

Mjölkk: Vanlig mjölk från livsmedelsaffär

Starter: Yoghurt pH=4.18

Starterkoncentration: 2.5 %

Temperatur: 43°C

6.36	4.76
2	163
6.33	4.69
5	170
6.31	4.61
12	182
6.30	4.56
18	190
6.29	4.49
23	200
6.25	4.43
33	210
6.21	4.37
43	220
6.17	4.32
50	230
6.12	4.28
60	240
6.09	4.24
68	250
6.04	4.20
75	260
5.96	4.17
85	270
5.80	4.15
98	275
5.48	
115	
5.21	
128	
5.10	
135	
4.97	
143	
4.88	
150	

780317

Mjölkk: Riktig yoghurtmjölk som förbehandlats hos Skånemejerier

Starter: Riktig kultur från Skånemejerier i Eslöv

Starterkoncentration: 2.5 %

Temperatur: 43°C

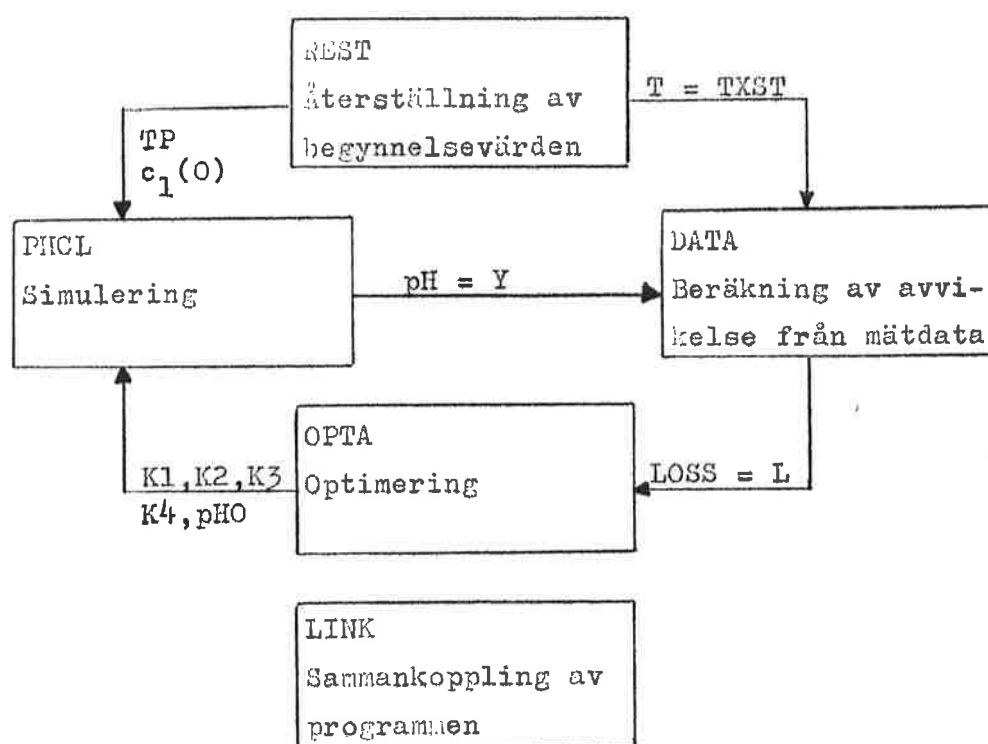
6.53	4.95
2	181
6.51	4.86
4	192
6.46	4.76
18	204
6.40	4.69
32	215
6.33	4.61
45	230
6.25	4.55
60	241
6.18	4.52
70	250
6.10	4.48
80	260
6.01	4.44
90	270
5.91	4.40
100	280
5.84	4.37
105	290
5.71	4.34
117	300
5.59	4.31
128	310
5.48	4.29
137	320
5.38	4.26
145	330
5.32	4.24
149	340
5.17	4.22
160	350
5.07	
169	

## APPENDIX B

Datanprogram

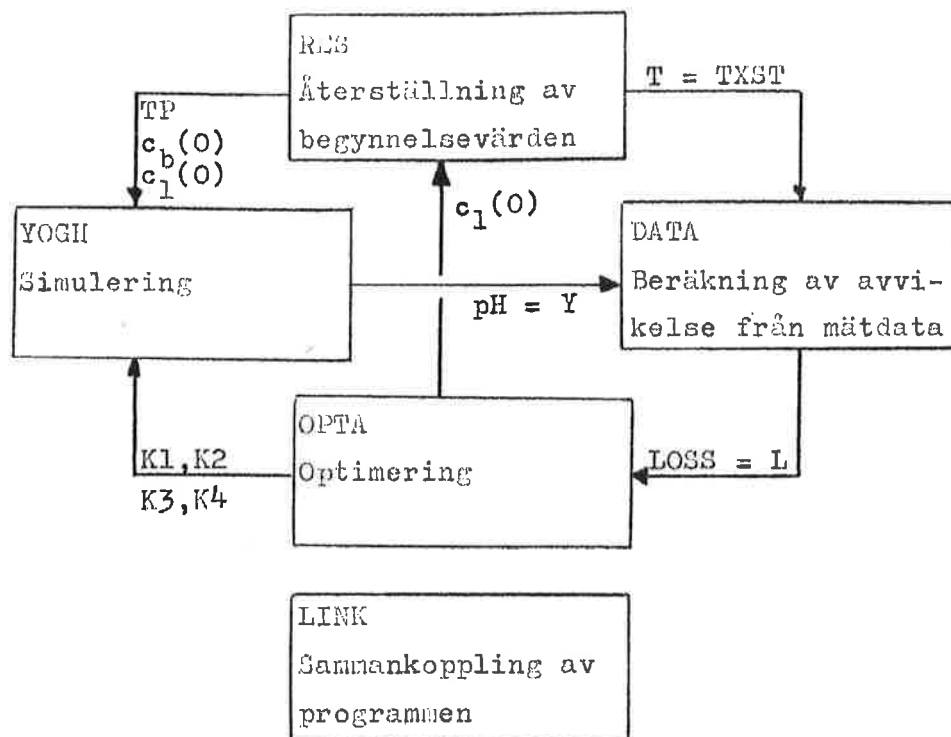
I detta appendix finns de dataprogram som användes under arbetet samlade. Det första programmet, YOG, användes vid simuleringen av yoghurttillverkningen.

Vid anpassningen av modellen för pH som funktion av mjölksyrakoncentrationen,  $c_1$ , till experimentella mätdata, användes PHCL och REST samt LINK och DATA med vissa modifikationer. Figur B.1 visar schematiskt hur programmen är sammankopplade.



Figur B.1. Sammankopplingen av de olika programmen vid beräkningen av pH som funktion av  $c_1$ .

Vid anpassning av modellen för yoghurttillverkning till experimentella mätvärden användes programmen YOGH, RES, LINK och DATA. I figur B.2 visas schematiskt hur dessa program är sammankopplade.



Figur B.2. Sammankopplingen av de olika programmen vid beräkningen av modellen för yoghurtillverkning.

## CONTINUOUS SYSTEM YOG

"THIS IS A BATCH MODEL OF A YOGHURT CULTURE

"CB = NUMBER OF BACTERIA (10\*\*8/ML)

" TYPICAL VALUES 0.1-15

"CL = LACTIC ACID CONCENTRATION (G/L)

" TYPICAL VALUES 0.3-10

"TIME IN HOURS

"AUTHOR TORE HAGGLUND 14 FEB 78

"REF. /TORE HAGGLUND/REGLERING AV YOGHURTTILLVERKNING/

OUTPUT PH  
STATE CB CL  
DER DCB DCL

OUTPUT

PH=7.251-LOG(0.6457\*CL\*CL\*CL-1.516\*CL\*CL+9.401\*CL+1.880)

DYNAMICS

MYB=K1-K2\*CL/(K4+CL)

MYL=K3

DCB=MYB\*CB

DCL=MYL\*CB

K1:4.206

K2:5.6

K3:1.5

K4:2

CL:0.63

CB:0.1

END

## CONTINUOUS SYSTEM PHCL

"THIS PROGRAM DESCRIBES THE CONNECTION BETWEEN THE PH-VALUE AND  
 "THE LACTIC ACID CONCENTRATION, CL (G/L), IN YOGHURT  
 "K1,K2,K3,K4 AND PH0 COME FROM OPTA  
 "THE INITIAL VALUES OF TP AND CL COME FROM REST  
 "TP = LOG(CL) + 1

OUTPUT PH  
 STATE TP CL  
 DER DTP DCL  
 INPUT K1 K2 K3 K4 PH0

OUTPUT  
 PH=PH0-LOG(MAX(0.001,K1\*CL\*CL\*CL+K2\*CL\*CL+K3\*CL+K4))

DYNAMICS  
 DTP=1  
 DCL=EXP(LN(10.)\*(TP-1.))

END

-----  
DISCRETE SYSTEM REST

"THIS PROGRAM RESTORES THE VALUES OF TP AND CL IN PHCL  
 "AND TXST IN DATA TO THEIR INITIAL VALUES  
 "T[REST]=TXST[DATA]

TIME TIM  
 STATE T  
 NEW NT  
 TSAMP TS

DYNAMICS  
 TS=TIM+TEXP  
 NT=T+TEXP  
 TP[PHCL]=0  
 CL[PHCL]=0.1  
 TEXP:3  
 I:0  
 T:0

END



## CONTINUOUS SYSTEM YOGH

```
"THIS IS A BATCH MODEL OF A YOGHURT CULTURE
"CB = NUMBER OF BACTERIA (10**8/ML)
"CL = LACTIC ACID CONCENTRATION (G/L)
"TIME IN HOURS
"K1,K2,K3,K4 AND THE INITIAL VALUE OF CL ARE COMPUTED IN OPTA
"THE INITIAL VALUES OF TP AND CB COME FROM RES
```

```
OUTPUT PH
STATE CB CL TP
DER DCR DCL DTP
INPUT K1 K2 K3 K4
```

```
OUTPUT
PH=7.251-LOG(MAX(0.001,0.6457*CL*CL*CL-1.516*CL*CL+9.401*CL+1.88))
```

```
DYNAMICS
MYB=K1-K2*CL/(K4+CL)
MYL=K3
DCB=MYB*CB
DCL=MYL*CB
DTP=1
```

```
FND
```

-----  
DISCRETE SYSTEM RES

```
"THIS PROGRAM RESTORES THE VALUES OF TP,CB AND CL IN YOGH
"AND TXST IN DATA TO THEIR INITIAL VALUES
"T(RES)=TXST[DATA]
```

```
INPUT K5
TIME TIM
STATE T
NEW NT
TSAMP TS
```

```
DYNAMICS
TS=TIM+TEXP
NT=T+TEXP
CB(YOGH)=0.1
CL(YOGH)=K5
TP(YOGH)=0
```

```
TEXP:6.
I:0
T:0
```

```
FND
```

## CONNECTING SYSTEM LINK

"THIS PROGRAM UNITES THE OTHERS BY TELLING WHICH  
 "PARAMETERS IN THE SYSTEMS THAT ARE EQUAL

Y[DATA]=PH[YOGH]  
 LOSS[OPTA]=L[DATA]  
 K1[YOGH]=P1[OPTA]  
 K2[YOGH]=P2[OPTA]  
 K3[YOGH]=P3[OPTA]  
 K4[YOGH]=P4[OPTA]  
 K5[RES]=P5[OPTA]  
 TXST[DATA]=T[RES]

END

## DISCRETE SYSTEM DATA

"THIS PROGRAM COMPUTES THE VALUE OF THE LOSS-FUNCTION  
 "Y = A PH-VALUE COMPUTED BY YOGH  
 "YM = A MEASURED PH-VALUE

STATE I L  
 NEW NI NL  
 INPUT Y TXST  
 OUTPUT YM  
 TSAMP TS

T1:0.0667  
 T2:0.533  
 T3:1  
 T4:1.5  
 T5:1.95  
 T6:2.283  
 T7:2.667  
 T8:3.017  
 T9:3.4  
 T10:4.017  
 T11:4.5  
 T12:5  
 T13:5.5  
 T14:5.833  
 Y0:6.52  
 Y1:6.51  
 Y2:6.40  
 Y3:6.25  
 Y4:6.01  
 Y5:5.71  
 Y6:5.48  
 Y7:5.17  
 Y8:4.95  
 Y9:4.76  
 Y10:4.55  
 Y11:4.44  
 Y12:4.34  
 Y13:4.26  
 Y14:4.22  
 A2=IF I<1 THEN 0. ELSE T2-T1  
 A3=IF I<2 THEN 0. ELSE T3-T2  
 A4=IF I<3 THEN 0. ELSE T4-T3

```
A5=IF I<4 THEN 0. ELSE T5-T4
A6=IF I<5 THEN 0. ELSE T6-T5
A7=IF I<6 THEN 0. ELSE T7-T6
A8=IF I<7 THEN 0. ELSE T8-T7
A9=IF I<8 THEN 0. ELSE T9-T8
A10=IF I<9 THEN 0. ELSE T10-T9
A11=IF I<10 THEN 0. ELSE T11-T10
A12=IF I<11 THEN 0. ELSE T12-T11
A13=IF I<12 THEN 0. ELSE T13-T12
A14=IF I<13 THEN 0. ELSE T14-T13
A15=IF I<14 THEN 0. ELSE TEXP-T14
R=T1+A2+A3+A4+A5+A6+A7+A8+A9+A10+A11+A12+A13+A14+A15
TS=TXST+R
B1=IF I<1 THEN 0. ELSE Y1-Y0
B2=IF I<2 THEN 0. ELSE Y2-Y1
B3=IF I<3 THEN 0. ELSE Y3-Y2
B4=IF I<4 THEN 0. ELSE Y4-Y3
B5=IF I<5 THEN 0. ELSE Y5-Y4
B6=IF I<6 THEN 0. ELSE Y6-Y5
B7=IF I<7 THEN 0. ELSE Y7-Y6
B8=IF I<8 THEN 0. ELSE Y8-Y7
B9=IF I<9 THEN 0. ELSE Y9-Y8
B10=IF I<10 THEN 0. ELSE Y10-Y9
B11=IF I<11 THEN 0. ELSE Y11-Y10
B12=IF I<12 THEN 0. ELSE Y12-Y11
B13=IF I<13 THEN 0. ELSE Y13-Y12
B14=IF I<14 THEN 0. ELSE Y14-Y13
YM=Y0+R1+B2+B3+B4+B5+B6+B7+B8+B9+B10+B11+B12+B13+B14
C=(Y-YM)*(Y-YM)
NL=IF I<1 THEN 0. ELSE L+C
NI=IF I<14 THEN I+1 ELSE 0.1
I:0.1
L:0.
TEXP:6.
```

END