

DYNAMISKA MODELLER FÖR BELASTNINGEN PÅ
ETT KRAFTNÄT

Examensarbete utfört av: Gunnar Josefson

Handledare: Jan Holst

Institutionen för Regler-
teknik vid Lunds Tekniska
Högskola
Lund juni 1978

Sammanfattning

I anslutning till stabilitetsundersökningar på kraftnätet studerar man olika typer av lastkarakteristikor. I denna rapport presenteras olika metoder att representera lastens dynamiska frekvens - och spännings beroende. Resultaten har varit tillfredsställande då enbart frekvens eller spänningsberoendet medtagits, men däremot inte då bådas inverkan samtidigt beaktats.

Abstract

In connection with investigations of the stability of the power-system, different kinds of load characteristics are being studied. In this report different methods to represent the dynamic frequency- and voltage dependence of the load are presented. The results were acceptable just in case either frequency or voltage were separately taken into account. In other case the results were not satisfactory.

KAPITEL 1

Inledning

Syftet med detta examensarbete är att finna en metod att analysera sambanden mellan belastning och frekvens samt spänning på kraftnätet. Sådana samband kan sedan utnyttjas vid analys av olika störningar på kraftsystemet. Dessa störningar utgörs bl.a. av

- 1) Bortfall av större produktionsenhet
- 2) Frånkoppling av godtycklig ledning eller transformator
- 3) Kortslutning av godtycklig samlings-skena

Orsaken till att man överhuvudtaget gör dessa undersökningar är att man vill kontrollera systemets stabilitet.

Vi har studerat statiska och dynamiska samband.

Vid de tidigaste arbetena vad beträffar detta ämne startade man med att studera den aktiva lastens spänningsberoende. I samband med större produktionsenheter och därmed hörande större störningar blev det även nödvändigt att ta hänsyn till frekvensberoendet. Den reaktiva lastens spänningsberoende gav däremot en bristfällig information. Detta sammanhänger med att den reaktiva lasten varierar kraftigt på grund av olika grad av kompensering (shuntkompensering etc.).

I anknytning till lastens frekvens och spänningsberoende studerade man i början på 1960-talet på Vattenfall och Chalmers Tekniska Högskola bl.a. statiska modeller, dynamisk stabilitet, belastningskomponenters karakteristiska och lastsammansättning.

Vid Lunds Tekniska Högskola har man studerat modelleringsproblemet för kraftgeneratorer under normal drift. I detta arbete betraktades effekten som insignal och frekvensen som utsignal. Den dynamiska modell man kom fram till var av lägst ordning fem. Se S. Lindahl och L. Ljung (1973). I ett arbete av Srinivasen, Nguyen och Robichaud (1978) har man studerat statiska modeller för lastens spännings- och frekvensberoende. I en översiktsartikel av C. Concordia (1975) framgår behovet av att även dynamiska samband studeras.

Uppläggningsen av detta examensarbete blir i fortsättningen denna: Kapitel 2 behandlar de olika dataseten vad beträffar deras tillkomst och utseende. Dessutom redogörs för hur de fysikaliska värdena beräknas ur de mätta.

I kapitel 3 tas de tre typer av modeller, som vi använt oss av upp. Här beskrivs också de teststorheter som används i anslutning till modellerna.

I kapitel 4 görs en relativt kortfattad arbetsbeskrivning.

I kapitel 5 redogörs för resultaten för de olika data-seten med en mera detaljerad beskrivning för några av dem.

Kapitel 6 behandlar diskretiseringarna och åtgärder att eliminera deras inverkan. Förslag till olika fortsättningsalternativ till detta arbete finns upptaget. Dessutom innehåller kapitlet synpunkter på en eventuell löpande verksamhet av den typ som de föregående kapitlen behandlar.

KAPITEL 2

Data

Data utgörs av frekvenser F , spänningar U , strömmar I och effekter P upptagna från en avgränsad del av det värmländska kraftnätet under 1976. Registreringar har gjorts vid sex olika tillfällen och vi har arbetat med fem av dessa dataset, som tilldelats namnen T65, T66, T67, T69 och T70.

Varje dataset omfattar ovannämnda storheter upptagna under en minut var 0,2:e sekund, dvs. 300 registrerade värden av varje.

Mot varje registrerat värde svarar ett verkligt värde som beräknats för de olika storheterna enligt följande formler:

X = registrerat värde

$$P_1 = (X - 511) \cdot 4,108 \quad (1)$$

$$P_2 = (X - 511) \cdot 3,28 \quad (2)$$

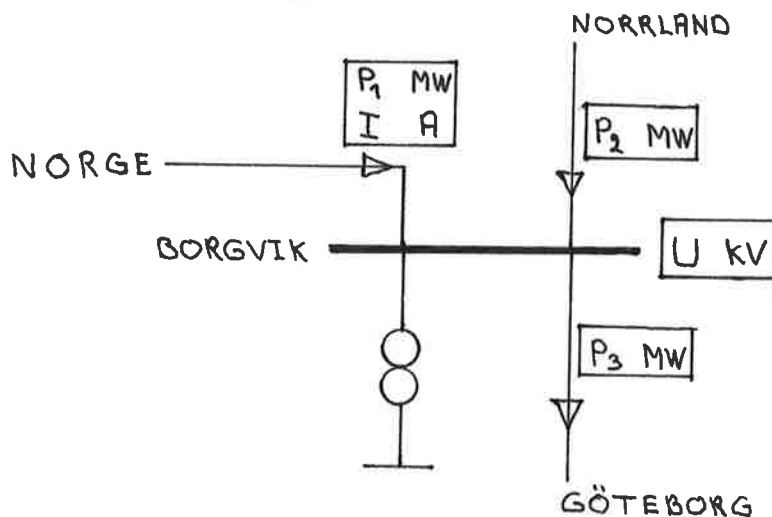
$$P_3 = X \cdot 1,645 \quad (3)$$

$$I = X \cdot 1,173 \quad (4)$$

$$U = 284,0 + 0,1815 \cdot X \quad (5)$$

$$F = 145 / (28155 + X) \quad (6)$$

För beteckningar se figur nedan.



Effekten genom transformatorn bildas som

$$P = P_1 + P_2 - P_3 \quad (7)$$

./.

Se bilaga 1.

Detta arbete har behandlat de statistiska och dynamiska sambanden mellan frekvens, spänning och belastning P (7). Däremot har strömmens direkta inverkan förbigåtts.

På grund av omräkningsformlerna (1) - (6) mellan verkligt och avläst värde, som f.ö. alltid är ett heltal, uppstår diskontinuiteter i de verkliga värdena. T.ex. gäller att P1 enligt (1) ändras med en faktor 4,108 MW, då det avlästa värdet ändras med en enhet. På samma sätt ändras P2 med en faktor 3,28 MW och P3 med en faktor 1,645 MW. I sämsta tänkbara fall adderas diskretiseringsfelet till ett total fel hos P till 9,033 MW.

Då själva utrustningen för upptagning av data från nätet ej ursprungligen var avsedd för underökningar av denna typ, tillkom en hel del störningar vid upptagningarna. Dessa störningar orsakar de kraftiga diskretiseringarna för framför allt grupp 2 belastningskurvor. Se bilaga 3. För åtgärder att eventuellt begränsa diskretiseringarnas inverkan se kapital 6.

Beroende på att de olika dataseten har parvis likartat utseende har analysen skett för T65 och T66 tillsammans, som hänförs till grupp 1, och för T67 och T69, som hänförs till grupp 2.

Registreringen T65 härrör från att Skagerackabeln samt belastningen på södra Vestlandet i Norge utlöses, varvid en del av produktionsöverskottet i södra Norge överförs via förbindning till Sverige, där störningen registreras i Borgvik. Här sker f.ö. alla de andra registreringarna.

T66 har samma bakgrund som T65 med den skillnaden att endast Skagerackabeln mellan sydnorge och Jylland utlöses. Grupp 2 registreringar har sitt ursprung i att Ringhals 2 upphör med sin produktion.

T70 beror på lastbortkoppling som följd av överbelastning av nätet i Finland efter utlösning av 160 MW produktion.

Grupp 1 och 2 frekvenskurvor karakteriseras av till en början relativt stabil stationär nivå till ungefär tolv sekunder. En ny stationär nivå uppträder efter drygt trettio sekunder. Denna avviker dock från den tidigare nivån med ett större värde för grupp 1 och ett lägre för grupp 2. Se bilaga 2. Frekvensregistreringen för T70 skiljer sig från grupp 1 och 2 emedan den uppvisar två toppar, som uppträder efter ungefär 18 respektive 33 sekunder. Den nya stationära nivån inträffar efter drygt 40 sekunder. Se bilaga 2.

Spänningskurvorna för de båda grupperna beter sig som frekvenserna vad beträffar tidpunkterna för de stationära nivåerna. Slutnivån ligger dock lägre än begynnelsenivån. Se bilaga 2. Spänningen för T70 ligger relativt konstant hela tiden.

./.

Effektkurvorna framgår ur bilaga 2. Den kraftigaste variationen inträffar också här efter drygt 12 sekunder.

KAPITEL 3

Modelluppsättningar

Beroende på vilken form av samband vi till ha mellan belastning, frekvens och spänning har vi använt oss av tre olika typer av modelluppsättningar. För att även åskådliggöra värden vid tidigare samplingspunkter används skiftoperatorn q^{-1} , som har följande beskrivning:

$$q^{-1} F(t) = F(t - T)$$

där T står för samplingsperioden, dvs. 0,2 sekunder i vårt fall. Samband mellan tidigare värden uttrycks således i polynom av skiftoperatorn.

Exempel

Låt
$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_n q^{-n}$$

vilket betyder att

$$A(q^{-1}) Y(t) = Y(t) + a_1 Y(t - T) + a_2 Y(t - 2T) + \dots + a_n Y(t - nT)$$

där koefficienterna a_1, a_2, \dots, a_n skall beräknas i de olika modellerna. För B_1, B_2 och C polynomen gäller motsvarande.

Vi antar att modellen för sambandet mellan belastning, frekvens och spänning har utseendet:

$$P(t) = \frac{B_1(q^{-1})}{A(q^{-1})} U(t) + \frac{B_2(q^{-1})}{A(q^{-1})} F(t) + \lambda \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} e(t)$$

där $e(t)$ är en stokastisk variabel med variansen λ^2 . Genom att välja A, C och D polynomen på nedan angivna sätt fås de tre modelltyperna:

- 1) $D = A$ = ML (Maximum Likelihood)
- 2) $C = D$ = Metod 2
- 3) $D = A, C = 1$ LS (Least-Squares)

1) och 3) finns beskrivna i en rapport av J Wieslander (1976).

För ML-modellen estimeras parametrarna i A, B och C polynomen genom minimering av förlustfunktionen

$$V = 1/2 \sum \varepsilon^2(t)$$

där $\varepsilon(t)$ beräknas ur ekvationen:

$$\hat{C}(q^{-1}) \varepsilon(t) = \hat{A}(q^{-1}) P(t) - \hat{B}_1(q^{-1}) F(t) - \hat{B}_2(q^{-1}) U(t)$$

där \hat{A}, \hat{B}_1 och \hat{B}_2 är de estimerade polynomen.

En närmare beskrivning av modellen kommer i kapitel 5 i samband med resultatredovisning.

För metod 2 bestäms parametrarna genom att minimera:

$$\sum \left(P(t) - \frac{\hat{B}_2(q^{-1})}{\hat{A}(q^{-1})} F(t) - \frac{\hat{B}_2(q^{-1})}{\hat{A}(q^{-1})} U(t) \right)^2$$

För LS slutligen fås parametrarna genom minimering av förlustfunktionen

$$V = 1/2 \sum \left(\hat{A}(q^{-1}) P(t) - \hat{B}_1(q^{-1}) F(t) - \hat{B}_2(q^{-1}) U(t) \right)^2$$

Det bör påpekas att med metod 2 minimeras en annan typ av fel, nämligen utsignalfelet.

Då i princip antalet parametrar i de tre modelluppsättningarna kan vara obegränsat bör man ha några kriterier på när antalet är tillräckligt, dvs. att ytterligare parameteruppsättningar inte ger någon nämnvärd förändring.

Vad beträffar ML som är den mest komplicerade av de tre har vi i princip tre olika kriterier:

- 1) Förlustfunktionen, som bör vara så liten som möjligt

I praktiken anses antalet parametrar vara tillräckligt, när förlustfunktionen inte visar någon signifikant nedgång längre. Detta kan testas genom att bilda test kvantiteten

$$Z = \frac{V_1 - V_2}{V_2} \cdot \frac{N - n_2}{n_2 - n_1}$$

som studeras då antalet parametrar ökat från n_1 till n_2 . V_1 och V_2 är respektive förlustfunktioner och N är antalet sample, dvs. 300 i vårt fall.

Z bör ha en $F(N - n_2, n_2 - n_1)$ fördelning.

Se K J Åström (1968)

- 2) Akaikes test kvantitet

$$AIC = N (\ln 2\pi + 2 \ln \hat{\lambda}) + 2np$$

där N = antalet sample, n = antalet parametrar och p = ordningstalet. Denna teststorhet förväntas ha ett minimivärde, när antalet parametrar är korrekt.

3) Residualerna, dvs.

$$\xi(t) = \frac{\hat{A}(q^{-1})}{\hat{C}(q^{-1})} P(t) - \frac{\hat{B}_1(q^{-1})}{\hat{C}(q^{-1})} F(t) - \frac{\hat{B}_2(q^{-1})}{\hat{C}(q^{-1})} U(t)$$

bör överensstämma med normalfördelat vitt brus. Korrelationen mellan $\xi(t)$ och insignalen skall vara så liten som möjligt.

Det finns olika tester av residualerna som omfattar kontroll av antalet teckenväxlingar, test av oberoendet hos residualerna och kontroll av om de kan anses normalfördelade. Vidare undersöker man om residualer och insignaler är oberoende. Detta ger två testkvantiteter, en för negativa och en för positiva tidsförskjutningar i korrelationsfunktionen.

Det bör betonas att de tre modellerna beskrivs av tre olika program, varför alla typer av test inte finns överallt. För alla metoderna har vi 1) och dessutom har vi kriterium 2) för metod 2 och kriterium 3) för LS. Man bör dessutom jämföra verkliga data med simuleringar av modellerna för att få en subjektiv uppfattning av när överensstämmelsen dem emellan inte förbättras med ökande parameterantal.

KAPITEL 4

Arbetsbeskrivning

Vid bearbetningen av datamaterialet, som erhållits från Vattenfall, har vi i huvudsak arbetat med IDPAC, ett interaktivt kommandodrivet programpaket vid regleringsinstitutionens minidator, en PDP 15/35 på 32 k 18 bitsord. Programmet som är segmenterat är skrivet i fortran och omfattar totalt 120 K. Det innehåller en hel del rutiner utöver de som använts.

Programpaketet finns beskrivet hos J Wieslander (1976).

Det tillhandahållna datamaterialet var stansat som oktala tal på hålremsa. Ett speciellt program konstruerades och användes vid översättningen till fysikaliska storheter. Dessa lagrades sedan på ett magnetband för att snabbt kunna kopieras till ett skivminne.

Innan själva estimeringarna av parametrarna i de olika modellerna påbörjades, beräknades medelvärden, varianser och standardavvikelser för de olika dataseten.

Då diskretiseringarnas inverkan var minst för data i grupp I, behandlades denna grupp först.

Eftersom modellerna beskriver avvikelser från en stationär nivå, subtraheras begynnelsenivåerna bort från de verkliga värdena. I kapitel 6 beskrivs en alternativ metod, som vi dock inte har använt oss av.

Som insignal till systemet användes till en början enbart frekvensen, därefter spänningen och slutligen både frekvens och spänning. Utsignalen utgörs hela tiden av lasten.

Av numeriska skäl kan det vara fördelaktigt att skala data för att åstadkomma att de signaler man arbetar med är av samma storleksordning. På grund av detta har i vissa fall lasten och spänningen skalats ned en faktor hundra.

Arbetsgången blir:

- 1) Variation i antalet parametrar
- 2) Studera hur parametrar, förlustfunktioner och andra testkvantiteter utvecklas när antalet parametrar ökas
- 3) Studera hur den simulerade lasten förändras vid olika parameteruppsättningar och vid olika modeller
- 4) Studera hur A-polynomets rötter förändras vid en ökning av systemets ordningstal.

Man slutar när förlustfunktioner och andra testkriterier inte förbättras.

KAPITEL 5

Resultat

I samtliga av de modeller vi använt oss av har som tidigare nämnts signalerna translaterats till en nollnivå. För t.ex. ML har vi studerat sambandet:

$$A(q^{-1})\Delta P = B_1(q^{-1})\Delta F + B_2(q^{-1})\Delta U + \lambda C(q^{-1})e$$

$$\Delta P = P - P_0$$

$$\Delta F = F - F_0$$

$$\Delta U = U - U_0$$

På Vattenfall representeras lastens spännings- och frekvensberoende genom sambandet:

$$P = P_0 \left(\frac{U}{U_0}\right)^{K_U} \left[1 + K_F \frac{(F - F_0)}{F_0}\right]$$

Med approximationer fås:

$$P = P_0 \left[1 + K_U \frac{(U - U_0)}{U_0}\right] \left[1 + K_F \frac{(F - F_0)}{F_0}\right]$$

Om termen $K \cdot \Delta U \Delta F$ försummas fås

$$\frac{P}{P_0} = 1 + K_U \frac{\Delta U}{U_0} + K_F \frac{\Delta F}{F_0}$$

$$\Delta P = K_F \Delta F \frac{P_0}{F_0} + K_U \Delta U \frac{P_0}{U_0}$$

$$\text{dvs. } \Delta P = \widetilde{K}_F \Delta F + \widetilde{K}_U \Delta U$$

$$\widetilde{K}_F = K_F \frac{P_0}{F_0}$$

$$\widetilde{K}_U = K_U \cdot P_0 / U_0$$

Då K_F och K_U är dimensionslösa, får våra förstärkningsfaktorer \widetilde{K}_F och \widetilde{K}_U sorterna MW/Hz respektive MW/kV.

Beräkningen av K_F och K_U ger möjlighet att jämföra med Vattenfall.

5.1 Resultat för T65 och T66

5.1.1 ML-metoden

Här nedan följer en redogörelse för lastens frekvensberoende, därefter spänningsberoendet och slutligen båda dessas inverkan.

För att förkorta skrivsättet har i tabellerna införts en sifferkombination abc

a st. A parametrar

b st. B parametrar

c st. C parametrar

Exempel

122 står för

$$\Delta P(t) + a_1 \Delta P(t - T) = b_1 \Delta F(t - T) + b_2 \Delta F(t - 2T) + \lambda [e(t) + c_1(t - T) + c_2 e(t - 2T)]$$

5.1.1.1 Frekvensen som insignal

Vi börjar med att studera B-parametrarnas inverkan. Från tabell 1 ses att förlustfunktionen minskar kraftigt vid övergång från 010 till 020 (37 %). Ytterligare en B-parameter medför 19-procentig minskning hos V. Samtidigt observeras att AIC avtar med ökat gradtal hos B. Detta indikerar att vår modell bör vara av formen:

$$\Delta P(t) \dots = b_1 \Delta F(t - T) + b_2 \Delta F(t - 2T) \dots$$

Se figur 1.

Vi skall nu studera vad som händer om även dynamik i lastsignalen införs.

Vid jämförelse mellan 010 och 110 framgår av tabell 1 att förlustfunktionen går ned mycket kraftigt (73 %). Ytterligare höjt ordningstal, dvs. 110 till 220 medför 35 % nedgång. AIC visar kraftigast minskning vid införandet av en A-parameter.

Vår modell bör således modifieras till att ha formen:

$$\begin{aligned} \Delta P(t) + a_1 \Delta P(t - T) + a_2 \Delta P(t - T) \dots = \\ = b_1 \Delta F(t - T) + b_2 \Delta F(t - 2T) \dots \end{aligned}$$

Vid införandet av även C-parametrar ser vi att förlustfunktionen minskar dock inte alls i samma omfattning som tidigare. AIC avtar enligt tabell 1 även den men relativt svagt. Däremot framgår C-parametrarnas betydelse tydligt ur figur 2, där egenskaperna hos residualerna (se kapitel 3) testas.

För både korrelations- och korskorrelationsfunktionerna finns två gränser inritade, där de skattade korrelationerna bör ligga med 95 % sannolikhet, om residualerna (och in-signalen) vore oberoende. Dessutom finns några testkvantiteter på normalitet och oberoende angivna, vilka bör vara små. Se J Wieslander (1976).

Figureerna 2a och 2b belyser förändringarna hos dessa kvantiteter vid införandet av C-parametrar. Vi ser dessutom att vid ett andra ordningens system, dvs. 222 hamnar vi innanför testgränserna. Övergång till 333 ger ingen större förändring vad beträffar förlustfunktionen, AIC, residualtester eller plottar. Slutsatsen blir att vår modell bör åtminstone vara av ordning två och således ha utseendet

$$(1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2})\Delta P(t) = (b_1q^{-1} + b_2q^{-2})\Delta F(t) + \lambda(1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2})e(t)$$

Se figur 3.

Som framgår av tabell 1 har även den statistiska förstärkningen beräknats. Den ligger relativt stabil med ett värde något över 200, dvs. $\widetilde{K}_F = 200$. Med Vattenfalls beteckning fås $K_F = 30$. Den statistiska förstärkningen beräknas på följande sätt med ledning av A- och B-polynomens koefficienter och med antagandet att lasten ligger på en stabil stationär slutnivå. Antag vi har den tidigare modellen, dvs.

$$(1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2})\Delta P(t) = (b_1q^{-1} + b_2q^{-2})\Delta F(t) + \lambda(1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2})e(t)$$

Den statistiska förstärkningen mellan ΔF och ΔP blir då

$$\widetilde{K}_F = \frac{b_1 + b_2}{1 + a_1 + a_2}$$

./.

Vid en jämförelse med förstärkningen vid statistiska modeller finner vi enligt bilaga 7 en god överensstämmelse.

./.

Tabell 6.1 i bilaga 6 visar A- och B-polynomens rötter och deras variation med ordningstalet. Ur denna tabell framgår att en rot till A-polynomet återfinns i alla modellerna oavsett ordningstal, under den inskränkningen att vi åtminstone har en C-parameter med, nämligen $0,7 \pm 0,4i$.

Med dessa komplexkonjugerade rötter kan en svängningsperiod på 2,7 sekunder beräknas. Från belastningskurvan ur T65 finner vi en svängningsperiod på 2,6 sekunder, som således väl överensstämmer med den ovan beräknade.

På samma sätt finner vi för B-polynomet den återkommande roten 0,95.

När ordningstalet ökar, finns såväl hos C- som hos A-polynomet rötter nära origo, vilket motsvarar en kort svängningsperiod, som till en del kan förklaras av diskretiseringarna.

Modellerna är alltså relativt konsistenta vid ordningstalsförändringar, vilket är en indikation på att dessa återger ett väsentligt element i lastens dynamiska beteende.

Av intresse är också att undersöka huruvida parameteruppsättning estimerad från T65 är tillämpbar på T66, emedan störningskällorna är likartade. Tabell 4 upptar ett andra ordningens system för T66 dels med frekvens och dels med spänning som insignal. Här jämförs estimeringar gjorda på normalt sätt på T66 och då vi använt oss av T65:s parameter.

Av denna tabell framgår vid en jämförelse mellan t.ex. (1) och (3) att parametrarna inte skiljer sig alltför mycket från varandra. Dessutom finner vi att förlustfunktionerna och AIC visar på acceptabel överensstämmelse.

Figur 4 åskådliggör den simulerade lasten för T66 med frekvensen som insignal och parametrar från T65. Med spänningen som insignal fås ett liknande resultat.

Vi har även gjort en liknande undersökning med LS-modellen och med frekvens och spänning som insignaler. Se sid 77

Av resultaten ovan framgår att vi får tämligen god överensstämmelse mellan modellerna för likartade störningar.

För att kontrollera att vi hamnat i rätt konvergenspunkt för de framitererade parametrarna vid ML-modellen, provades olika startvärden för dessa. Parameteruppsättningarna blev dock desamma oavsett startvärdena.

5.1.1.2 Spänningen som insignal

Med spänningen som insignal finner vi analogt med föregående att åtminstone en andra ordningens modell, dvs. 221 eller 222 är önskvärd.

För att utröna huruvida en direktterm (dvs. att utsignalen vid tidpunkten t bl.a. beror av insignalen vid tidpunkten t) har i tabell 3.1 en jämförelse gjorts med och utan direktterm. Som förklaring till beteckningarna i högra delen av tabellen tar vi som exempel 121, som betyder:

$$\Delta P(t) + a_1 \Delta P(t - T) = b_1 \Delta F(t) + b_2 \Delta F(t - T) + \lambda (e(t) + c_1 e(t - T))$$

Om vi studerar förlustfunktion och AIC vid jämförelse mellan t.ex. 222 och 232, finner vi obetydligt lägre värden hos dessa för den senare modellen. Detta var också att vänta, då vi har ytterligare en parameter till vårt förfogande.

Av tabellen framgår också att AIC vid övergång från 222 till 333 minskar, men att den däremot ökar för övergången 232 till 343. En kanske ännu starkare indikation på att direkttermen bör slopas, är en jämförelse mellan 222 och 232, se figur 3.7. Sammanfattningsvis bör vi således ej ha med någon direktterm.

5.1.1.3 Frekvens och spänning som insignaler

Då vi betraktade både frekvens och spänning som insignaler vid ML-modellen uppstod numeriska problem oberoende av startvärden eller skalning av data. Bl.a. visade det sig att approximationerna till variansmatrisen fick negativa egenvärden och att konvergensen vid iterationerna var otillräcklig.

En väsentlig orsak till problemen har varit beroendet mellan spänning och frekvens, vilket kan leda till problem med ML-metoden. Kombinationer av olika åtgärder vidtogs för att försöka gå runt dessa problem:

- 1) Att som startvärden använda föregående framitererade värden, detta upp till ett tiotal gånger
- 2) Användande av direktterm
- 3) Att skära av signalerna i början och i slutet, ty där gör sig diskretiseringarna påmind genom framför allt lastens "hackiga" uppförande. Se bilaga 3.
- 4) "Saxade" estimeringar, dvs. först beräknades en A-parameter, därefter, med A fixerad, en B-parameter och slutligen beräknades en C-parameter med både A och B fixerade vid tidigare värden. Därefter beräknades ytterligare en A-parameter och "kretsgången" fortsatte sålunda på ovannämnda sätt.

Resultatet blev dock att problemen kvarstod, varför vi fick övergå till att använda den enklare LS-modellen beskriven i kapitel 3.

5.1.2 Metod 2

Tabell 2 visar parametervärden, förlustfunktioner etc. vid modellidentifikation med metod 2 och frekvensen som insignal. Även här finner vi att ett andra ordningens system relaterar lasten till frekvensen på ett acceptabelt sätt. Den statistiska förstärkningen överensstämmer också väl med den från ML-modellen beräknade.

./.

Plottar på den simulerade lasten återfinns i bilaga 3, figur 3.1 - 3.3. Däremot framgår av figur 3.4 att metod 2 inte ger någon brusrepresentation.

5.1.3 LS-modellen

Om vi i denna modell med frekvens och spänning som insignaler studerar förlustfunktionens beteende framgår ur tabell 3 att den avtar påtagligt ända upp till en 12:e ordningens modell. (Högre ordningstal har vi inte möjlighet att studera.) Förändringen är dock liten för övergångarna från 6 6 6 till 7 7 7 och från 10 10 10 till 11 11 11, men ökar igen för övergången till 12 12 12. I figur 3.5 - 3.6 jämförs den simulerade lasten för ett 4:e och 12:e ordningens system. Tabell 3 visar också att \tilde{K}_F ligger relativt stabilt kring ett värde strax över 20 och att \tilde{K}_U ligger mycket nära noll. Vid denna modell dominerar alltså frekvensen markant över spänningen. Detta kan eventuellt förklaras av spänningens kraftigt oscillativa beteende och beroendet mellan frekvens och spänning.

./.

Vi ser också från bilaga 6 att A-polynomets rötter varierar beroende på ordningstal. Någon återkommande rot återfinns således ej. För T66 se bilaga 5, tabell 5.2 b.

./.

Vi finner även här att $\tilde{K}_F \approx 25$ och $\tilde{K}_U \approx 0,5$. Förlustfunktionen konvergerar något snabbare än för T65. I figur 3.8 - 3.10 jämförs den simulerade lasten för ett 4:e ordningens med ett 2:a respektive 8:e ordningens system med parametrar från T65. Överensstämmelsen är relativt god men förlustfunktionen (för 4 4 4 med parametrar från T65) blir stor i förhållande till motsvarande för T66 (27 % större).

5.1.4 Resultatsammanfattning för grupp 1

./.

Med endera frekvens eller spänning som insignal har vi med våra modeller kommit fram till att åtminstone ett andra ordningens system (där ingen direktterm ingår) behövs. Från modellerna har den statiska förstärkningen beräknats, dvs. \tilde{K}_F och \tilde{K}_U som i bilaga 7 jämförs med förstärkningen från en statisk modell, dvs. av formen:

$$\Delta P(t) = \tilde{K}_F' \Delta F(t) + \tilde{K}_U' \Delta U(t)$$

Av tabellen framgår att $\tilde{K}_F \approx \tilde{K}_F'$ men att däremot \tilde{K}_U och \tilde{K}_U' skiljer sig avsevärt åt för framför allt T65.

Då vi modellerat samband med både frekvens och spänning, har vi funnit att en 12:e ordningens modell inte räcker till. Eventuellt skulle vi behöva ännu högre ordningstal alternativt "bättre" data.

5.2 Resultat för T67 och T69

./.

Med ledning av tabell 4.1 i bilaga 4, där frekvensen utgör insignal, finner vi att lämpligaste ML-modellen för T67 blir 222, eftersom en övergång till 333 medför att AIC ökar och att förlustfunktionen ändras mycket litet. Den statistiska förstärkningen $\tilde{K}_F \approx 40$.

Med metod 2 finner vi att testkriterierna går ned kraftigt vid övergång från 22 till 33. Se tabell 4.2. \tilde{K}_F blir också här ungefär 40.

./.

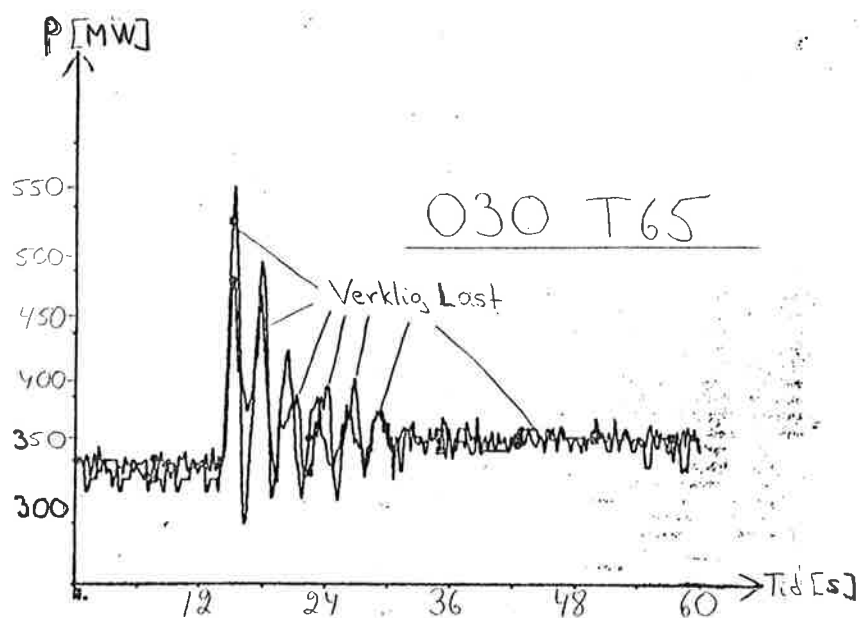
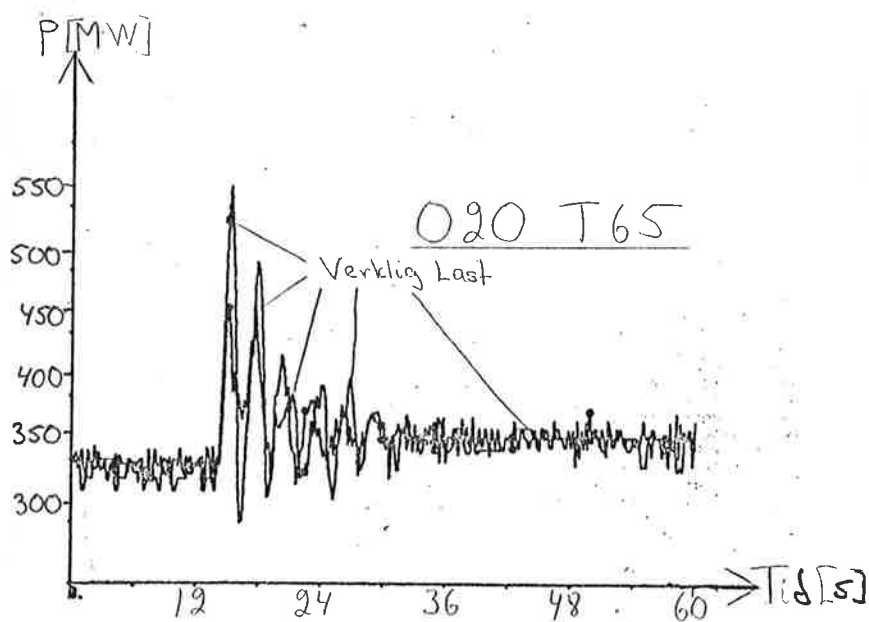
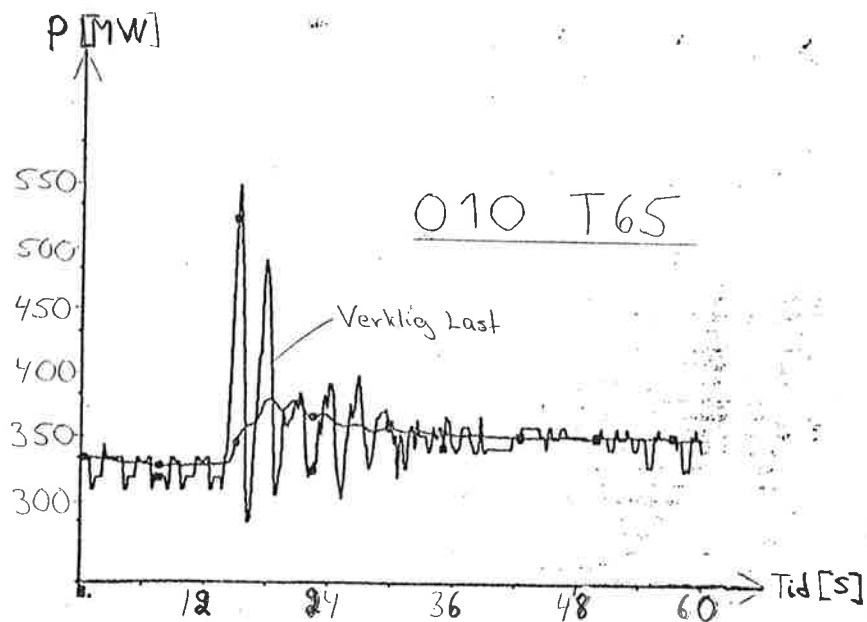
I bilaga 4, figur 4.1 - 4.2, jämförs den simulerade lasten för ett 3:e ordningens system mellan ML- och metod 2-modellen.

Tabell 4.3 upptar resultat från T67 och T69 med LS-modellen med såväl frekvens och spänning som insignaler upp till ett 6:e ordningens system. Vi finner här samma karaktär av problem som hos grupp 1.

5.3 Resultat för T70

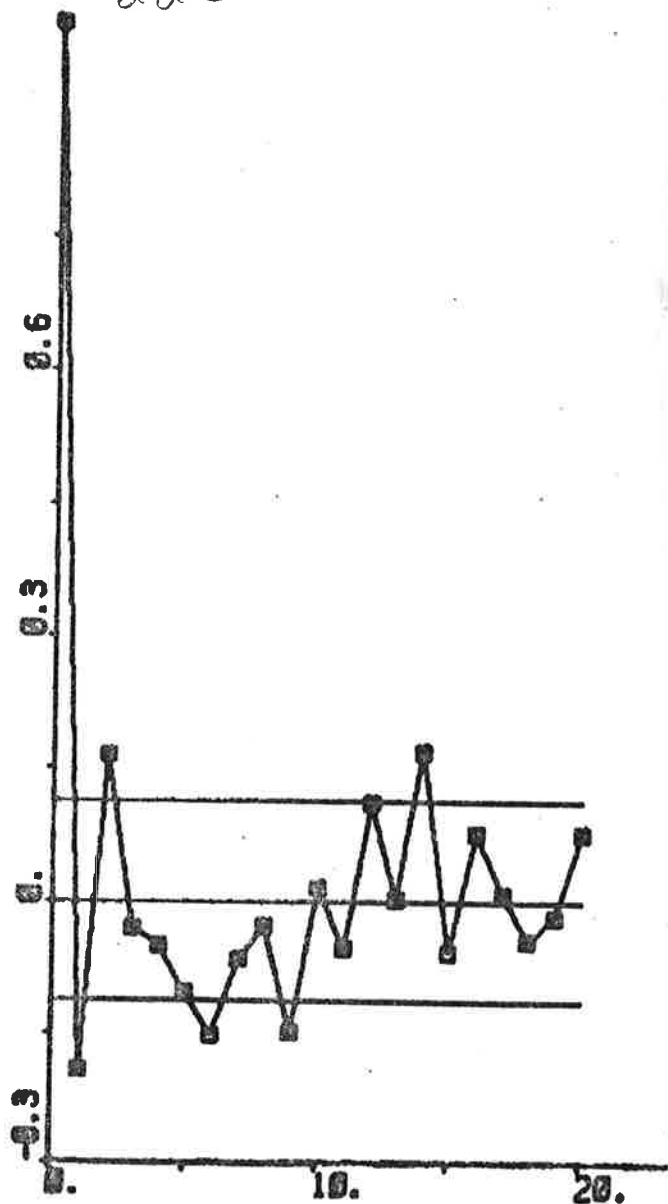
./.

Från bilaga 5 finner vi på samma sätt som för T67 ML-modellen 222 med frekvensen som insignal. A-polynomets återkommande rot är $0,75 \pm 0,35i$ som svarar mot en svängningsperiod på 2,7 sekunder, som ska jämföras med periodtiden 2,5 sekunder, som fås ur effektkurvan för T70. Metod 2 kräver åtminstone en 33 modell, se tabell 5.2. Den statistiska förstärkningen blir negativ med $\tilde{K}_F \approx -70$.

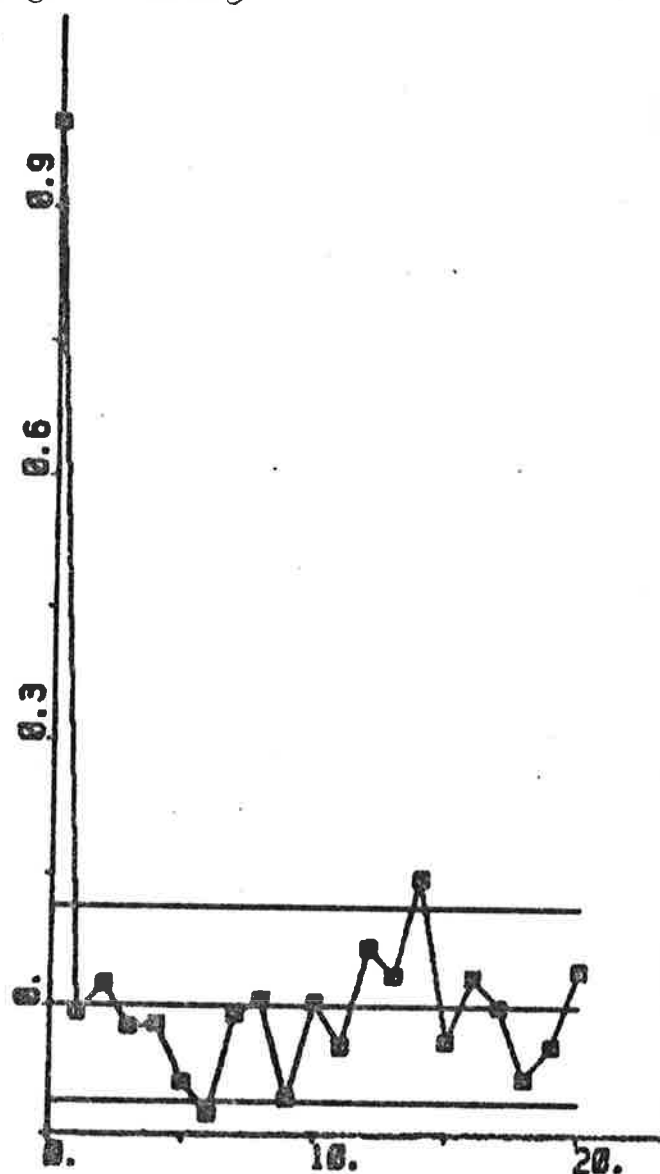


Figur 1. Jämförelse mellan verklig och simulerad last vid ökning av antalet B-parametrar med MI-modellen och frekvensen som insignal på data-set T65.

T65 220



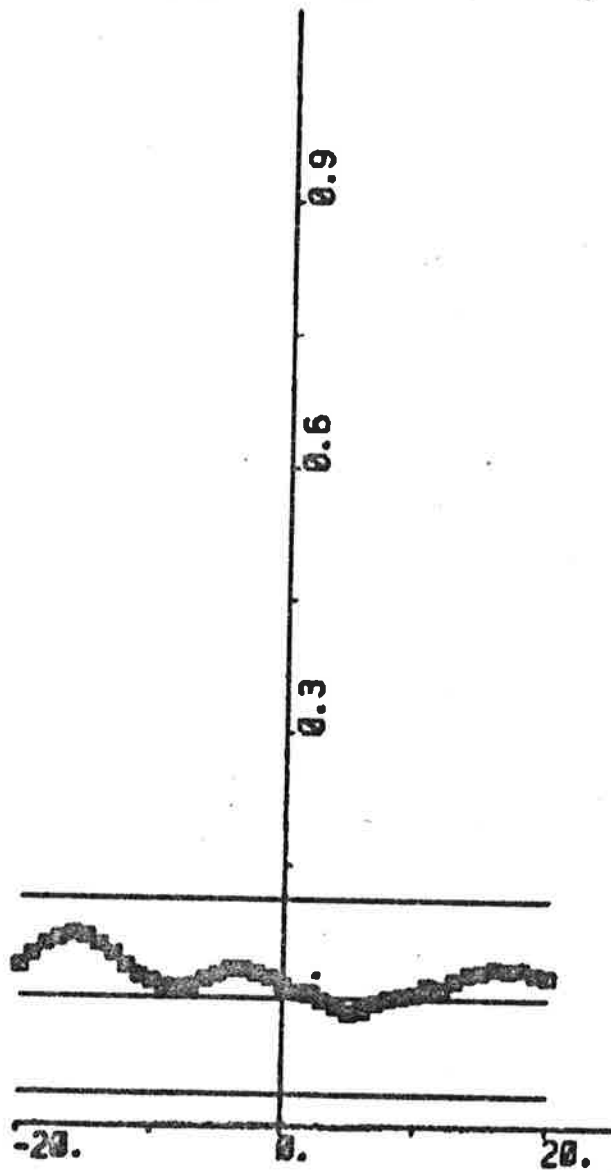
T65 229



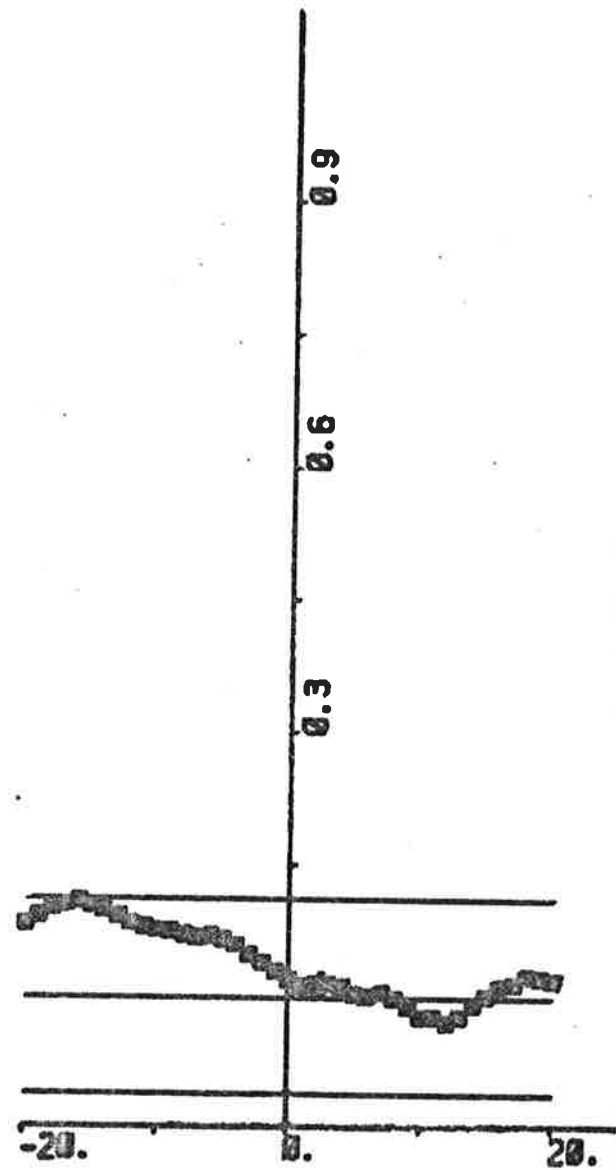
Antalet teckenväxlingar	175	145
5 % toleransgränser	132	166
Oberoendetest	21,313	0,569
Normalitetstest	78,413	74,711

Figur 2a. Test av residualer i experiment på dataset T65. I figurerna visas också 5 % konfidensgränserna för korrelationsfunktionen.

T65 220



T65 222



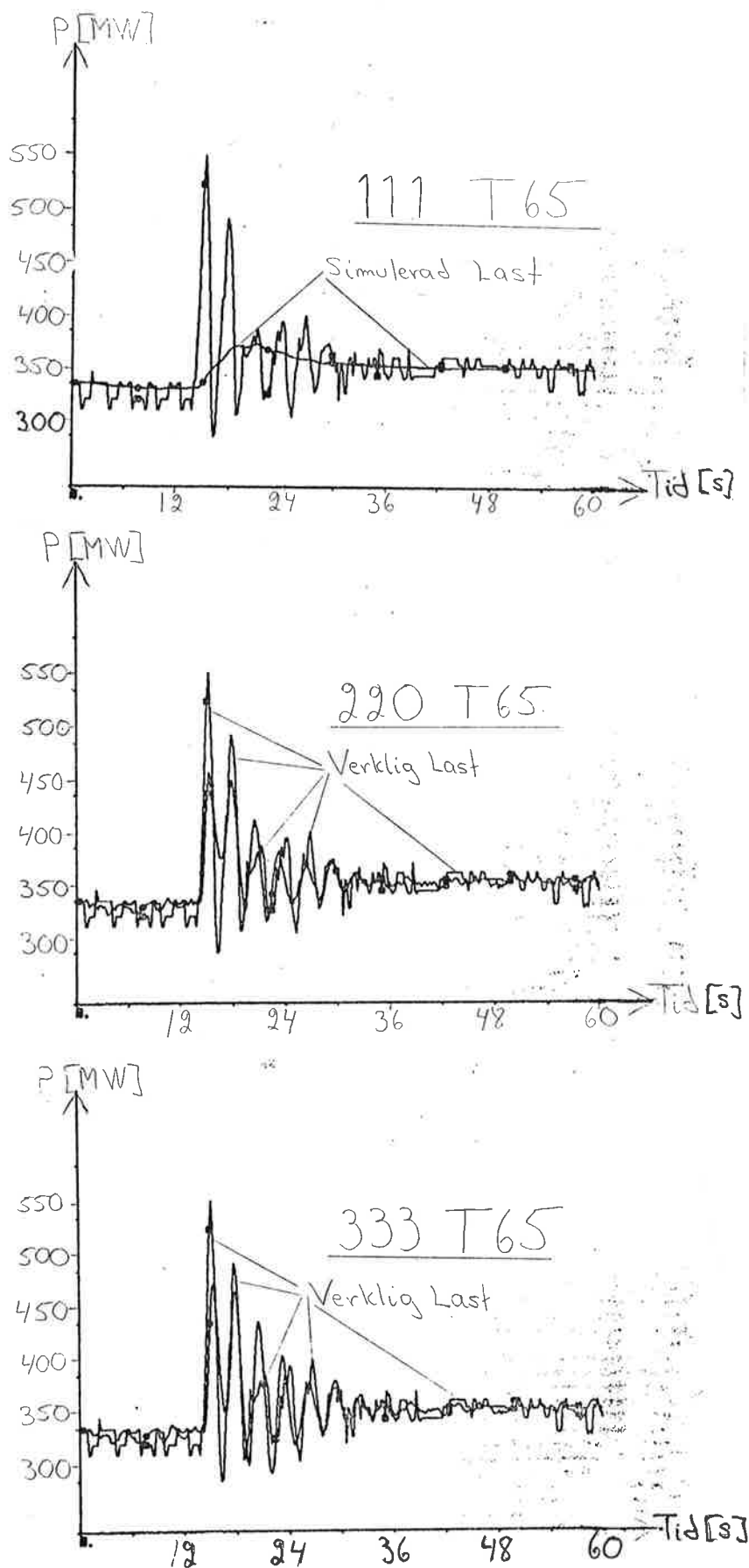
Testkvantitet 1	7,6170
-----------------	--------

4,6414

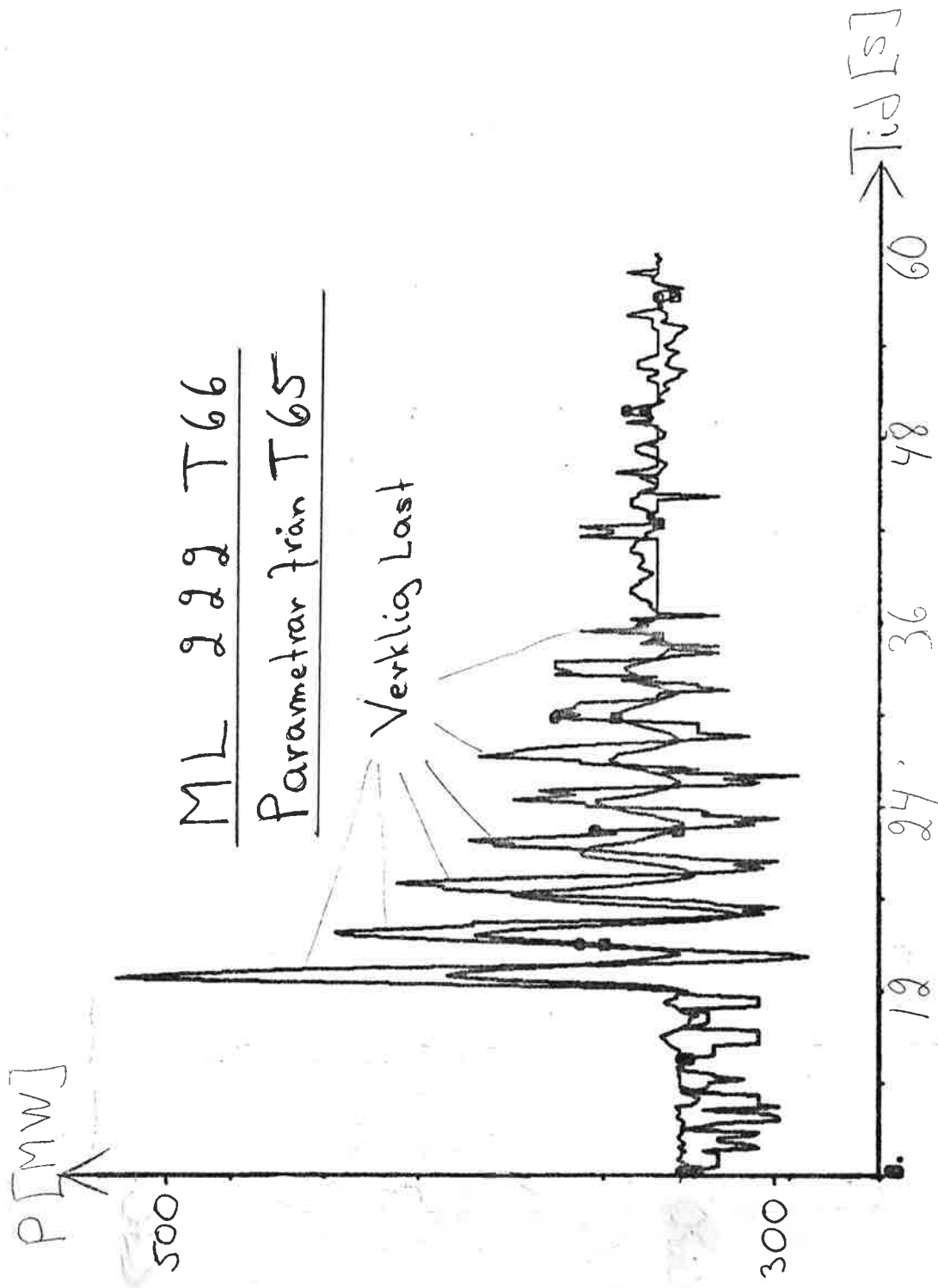
Testkvantitet 2	2,2545
-----------------	--------

5,6904

Figur 2b. Test av oberoende mellan residualer och frekvens.



Figur 3. Jämförelse mellan verklig och simulerad last vid ökning av ordningstalet med ML-modellen och frekvensen som insignal på dataset T65.



Figur 4. ML-simulering med frekvensen som insignal på dataset T66 med parametrar från T65.

Tabell 1. ML-estimeringar på dataset T65 med frekvensen som insignal

$$F_0 = 50,073 \text{ Hz}; P_0 = 331,0 \text{ MW}$$

Förklarande exempel till beteckningarna:

$$111 \text{ betyder } \Delta P(t) + a_1 \Delta P(t - T) + a_2 \Delta P(t - 2T) + \lambda(e(t) + c_1 e(t - T))$$

Beräknade storheter	010	011	110	111	020	021	022	120	220	221	222	030	031	033	130	230	330	331	333
\hat{a}_1			-0,87	-0,80				-0,74	-1,10	-1,52	-1,49				-0,70	-1,05	-0,93	-1,21	-2,23
\hat{a}_2									0,39	0,73	0,73					0,38	$7,4 \cdot 10^{-3}$	0,33	1,81
\hat{a}_3																	0,31	0,19	-0,53
\hat{b}_1	222	222	22	38	4123	2034	947	1782	1428	950	992	2100	2350	1400	1426	1088	955	890	1089
\hat{b}_2					-3911	-1820	-730	-1735	-1370	-907	-944	1144	142	98	-638	-320	-150	-431	-1892
\hat{b}_3												-3039	-2286	-1288	-733	-704	-726	-397	814
\hat{c}_1		0,74		0,32		0,66	0,91			-0,62	-0,61		0,66	0,95				-0,34	-1,39
\hat{c}_2							0,59				0,14			0,71					0,63
\hat{c}_3														0,31					-0,19
λ	30,0	19,6	51,3	14,3	23,6	18,4	15,3	13,6	12,4	11,5	11,4	21,2	15,9	13,5	13,4	12,2	11,5	11,4	11,2
$V (10^4)$	13,2	0,58	0,35	0,31	0,83	0,51	0,35	0,28	0,23	0,197	0,195	0,674	0,378	0,274	0,270	0,223	0,198	0,195	0,190
AIC	2588	2341	2194	2155	2452	2304	2198	2123	2069	2025	2024	2390	2218	2126	2177	2062	2029	2025	2021
K_F	222	222	173	192	213	215	216	185	198	203	203	206	207	210	185	197	202	203	207
K_F	34	34	26	29	32	33	33	28	30	31	31	31	31	32	28	30	31	31	31

Tabell 2. Metod 2 estimeringar på dataset T65 med frekvensen som insignal

$$F_0 = 50,073 \text{ Hz}$$

$$P_0 = 331,0 \text{ MW}$$

Förklarande exempel till beteckningarna:

$$12 \text{ betyder } \Delta P(t) + a_1 \Delta P(t - T) = b_1 \Delta P(t - T) + b_2 \Delta P(t - T) + \lambda e(t)$$

Beräknade storheter	01	11	02	12	22	03	13	23	33
\hat{a}_1		0,87		-0,57	-1,18		-0,43	-1,09	-1,84
\hat{a}_2					0,49			0,47	1,60
\hat{a}_3									-0,52
\hat{b}_1	222	420	4123	2700	1652	2100	1735	1284	758
\hat{b}_2			-3911	-2615	-1591	1143	95	-486	-183
\hat{b}_3						-3038	-1716	-721	-528
$\hat{\lambda}$	29,7	29,4	23,6	20,7	19,8	21,2	20,2	19,8	19,4
$V (10^4)$	13,20	13,00	8,36	6,40	5,87	6,74	6,15	5,85	5,63
AIC	2888	2884	2752	2674	2650	2689	2664	2651	2642
\overline{K}_F	222	225	212	199	201	206	199	201	199
K_F	34	34	32	30	30	31	30	30	30

Tabell 3. LS estimeringar på dataset T65 med frekvens och spänning som insignaler. (Belastning krympt en faktor 100 och spänningen en faktor 10)

$$F_o = 50,073 \text{ Hz}$$

$$U_o = 408 \text{ kV}$$

$$P_o = 331,0 \text{ MW}$$

Förklarande exempel till beteckningarna:

$$111 \text{ betyder } \Delta P(t) + a_1 \Delta P(t - T) = b_{21} \Delta F(t - T) + b_{21} \Delta U(t - T) + \lambda e(t)$$

Beräknade storheter	111	222	333	444	555	666	777	888	999	10 10 10	11 11 11	12 12 12
\hat{a}_1	-0,99	-0,79	0,75	-0,70	-0,68	-0,66	-0,63	-0,62	-0,59	-0,59	-0,60	-0,59
\hat{a}_2		0,22	0,02	-0,01	-0,01	-0,03	-0,04	-0,02	-0,04	-0,05	-0,04	-0,03
\hat{a}_3			0,17	0,16	0,17	0,16	0,16	0,13	0,14	0,14	0,15	0,14
\hat{a}_4				-0,07	-0,01	0,02	0,02	-0,005	-0,01	-0,007	0,01	0,007
\hat{a}_5					-0,08	0,01	0,02	0,04	0,04	0,05	0,07	0,07
\hat{a}_6						-0,07	-0,01	0,01	0,03	0,04	0,04	0,06
\hat{a}_7							-0,06	-0,13	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10
\hat{a}_8								0,13	0,017	0,02	0,03	0,04
\hat{a}_9									0,19	0,23	0,24	0,23
\hat{a}_{10}										-0,03	-0,03	-0,02
\hat{a}_{11}											0,02	0,06
\hat{a}_{12}												-0,06
\hat{b}_{11}	0,11	1,40	0,92	0,64	0,64	0,80	0,86	0,98	1,20	1,20	1,17	1,10
\hat{b}_{12}		-1,29	-0,23	-0,20	-0,26	-0,43	-0,43	-0,51	-0,59	-0,58	-0,50	-0,48
\hat{b}_{13}			-0,61	0,03	0,001	-0,009	-0,06	-0,08	-0,17	-0,17	-0,15	-0,08
\hat{b}_{14}				-0,42	-0,08	-0,09	-0,06	-0,12	-0,14	-0,08	-0,10	-0,11
\hat{b}_{15}					-0,25	-0,04	-0,03	0,06	-0,01	-0,01	-0,03	-0,02
\hat{b}_{16}						-0,17	-0,13	-0,098	-0,09	-0,23	-0,22	-0,19
\hat{b}_{17}							-0,05	-0,11	-0,01	-0,04	-0,08	-0,08
\hat{b}_{18}								-0,01	0,32	0,35	0,36	0,25
\hat{b}_{19}									-0,35	0,09	0,12	0,11
\hat{b}_{110}										-0,36	-0,24	-0,22
\hat{b}_{111}											-0,13	0,15
\hat{b}_{112}												-0,24
\hat{b}_{21}	0,178	-0,499	-0,617	-0,742	-0,777	-0,816	-0,842	-0,806	-0,655	-0,624	-0,612	-0,643
\hat{b}_{22}		0,525	0,866	0,699	0,670	0,609	0,602	0,560	0,368	0,331	0,327	0,348
\hat{b}_{23}			-0,260	0,477	0,517	0,699	0,685	0,664	0,639	0,666	0,671	0,695
\hat{b}_{24}				-0,467	-0,381	-0,203	-0,126	-0,115	-0,013	-0,073	-0,094	-0,120
\hat{b}_{25}					-0,063	-0,718	-0,641	-0,451	-0,471	-0,457	-0,472	-0,446
\hat{b}_{26}						0,416	0,142	0,148	0,316	0,307	0,327	0,255
\hat{b}_{27}							0,178	-0,305	-0,362	-0,334	-0,340	-0,332
\hat{b}_{28}								0,314	-0,046	-0,011	0,049	0,057
\hat{b}_{29}									0,245	0,178	0,193	0,234
\hat{b}_{210}										0,037	-0,145	-0,097
\hat{b}_{211}											0,127	-0,017
\hat{b}_{212}												0,092
V	3,011	1,906	1,760	1,634	1,612	1,529	1,511	1,453	1,384	1,367	1,367	1,348
\tilde{K}_F	1100	26	18	13	13	18	22	21	24	24	25	24
\tilde{K}_U	178	0,6	-0,25	-0,187	-0,87	-0,30	-0,04	0,17	0,31	0,28	0,39	0,32
K_F	166	3,9	2,7	2,0	2,0	2,7	3,3	3,2	3,6	3,6	3,8	3,6
K_U	219	0,74	-0,31	-0,07	-1,07	-1,37	-0,05	0,21	0,38	0,35	0,48	0,39

Tabell 4. Jämförelse mellan ML-estimeringar på dataset T66 dels med parameteruppsättningar från T65 och dels utan

	(1)	(2)	(3)	(4)
			Parametrar från T65	Parametrar från T65
Beräknade storheter	Frekvensen in-signal	Spänningen in-signal	Frekvensen in-signal	Spänningen in-signal
\hat{a}_1	-1,63	-1,09	-1,49	-0,83
\hat{a}_2	0,81	0,40	0,73	0,36
\hat{b}_1	1039	-6,4	992	-8,1
\hat{b}_2	-995	5,6	-944	6,8
\hat{c}_1	-0,95	-0,33	-0,61	0,05
\hat{c}_2	0,42	0,36	0,14	0,40
$v (10^4)$	1,795	2,139	2,184	2,460
AIC	1998	2051	2045	2081
$\tilde{K}_{F,U}$	245	-2,6	200	-2,5

KAPITEL 6

Avslutning

En av de viktigaste orsakerna till att datamaterialet varit så svårbearbetat har varit signalernas "hackiga" uppförande orsakat av diskretiseringarna. Som nämnts i kapitel 2 var utrustningen för upptagning av data bristfällig för den typ av analysmetod vi använts oss av. En del av svårigheterna skulle således med stor sannolikhet elimineras, om en bättre anpassad mätutrustning användes.

Vi har däremot funnit att antalet sample, dvs. tätheten av upptagningar är fullt tillfredsställande.

Resultatsammanfattningen blir att med endera frekvens eller spänning som insignal finner vi åtminstone en andra ordningens modell. Men med båda som insignaler har vi inte funnit någon lämplig modell. Av de tre modelltyperna har vi till övervägande del arbetet med ML-modellen och funnit att denna också är mest tilltalande att arbeta med. LS-modellen har endast använts i samband med två insignaler och där inte gett något positivt resultat.

Skärning, jfr kapitel 5, och filtrering utgör två andra metoder för att komma till rätta med diskretiseringsproblemen. Den förstnämnda metoden bör huvudsakligen användas på signaler som har någorlunda stabila stationära nivåer och på dessa överlagrade störningar. Metoden innebär, som nämnts i kapitel 5, att delar av nivåerna helt enkelt skärs bort. Den senare metoden syftar till att undertrycka de snabba variationer hos signalerna, som kan tänkas härröra från diskretiseringarna.

En annan väsentlig orsak till svårigheterna har varit beroendet mellan frekvens och spänning som påpekats i kapitel 5. I en eventuell fortsättning av detta arbete skulle man kunna komma tillrätta med beroendet genom följande förfaringssätt:

Estimera parametrarna i överföringsfunktionen H i modellen

$$\Delta U = H(q^{-1})\Delta F$$

simulera en spänning $\Delta U_s = H(q^{-1})\Delta F$

bilda en ny spänning $\Delta U^\perp = \Delta U - \Delta U_s$

och betrakta den nya modellen

$$\Delta P = G_1\Delta F + G_2\Delta U^\perp$$

Man har alltså i denna modell "tagit bort" den del av spänningen som beror av frekvensen.

Följande problem är också öppna för fortsatta studier:

- 1) Estimering av P_0 , F_0 och U_0 . I våra modeller har de tre värdena valts som signalernas begynnelseivåer. För beteckningarna se kapitel 5.
- 2) Uppdelning av belastning, frekvens och spänning i delar, där modelleringen sker för var del för sig.
- 3) Även strömmen medtages som insignal till systemet.

Det bör nämnas att en löpande verksamhet av den typ som behandlats i de föregående kapitlen är fullt möjlig. Detta sammanhänger med att tiden från det att ett dataset erhållits tills man fått fram resultat är mycket kort. Dock under förutsättning att den typ av samband man söker är känd, dvs. ML, LS eller metod 2 samband.

REFERENSER

Bubenko J A & Johansson T (1962): Belastningens statistiska karakteristika i ett kraftnät, Elteknik 1962.

Concordia C (1975): Symposium on Adequacy and Philosophy of Modelling: Dynamic System Performance, IEEE 1975 winter meeting papers.

Edblud P G & Walve K (1977): Simuleringsmetoder vid planeringen av ett kraftsystem - en översikt, Vattenfall 1977-05-04.

Lindahl S & Ljung L (1973): Estimation of Power Generator Dynamics from Normal Operating Data, Report 7336(C) December 1973, Lund Institute of Technology Division of Automatic Control.

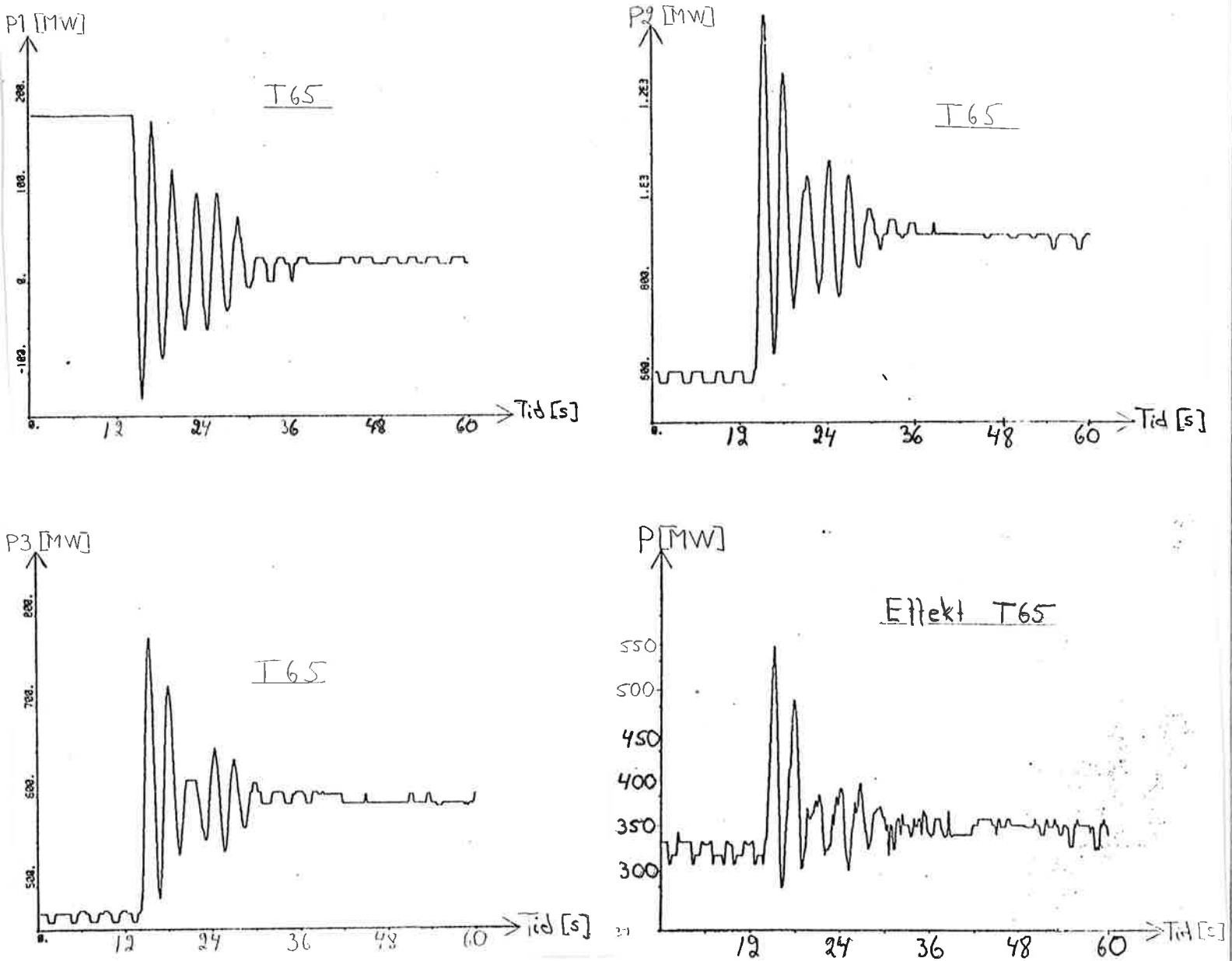
Srinivasan K, Nguyen C T & Robichaud Y (1978): On-Line Load Behaviour Modelling from Natural Variations, Paper A 78044-0, IEEE PES winter meeting New York.

Wieslander J (1976): IDPAC User's Guide, Report 7605 April 1976, Lund Institute of Technology Division of Automatic Control.

Åström K J (1968): Lectures on the Identification Problem - The Least Squares Method, Report 6806 September 1968, Lund Institute of Technology Division of Automatic Control.

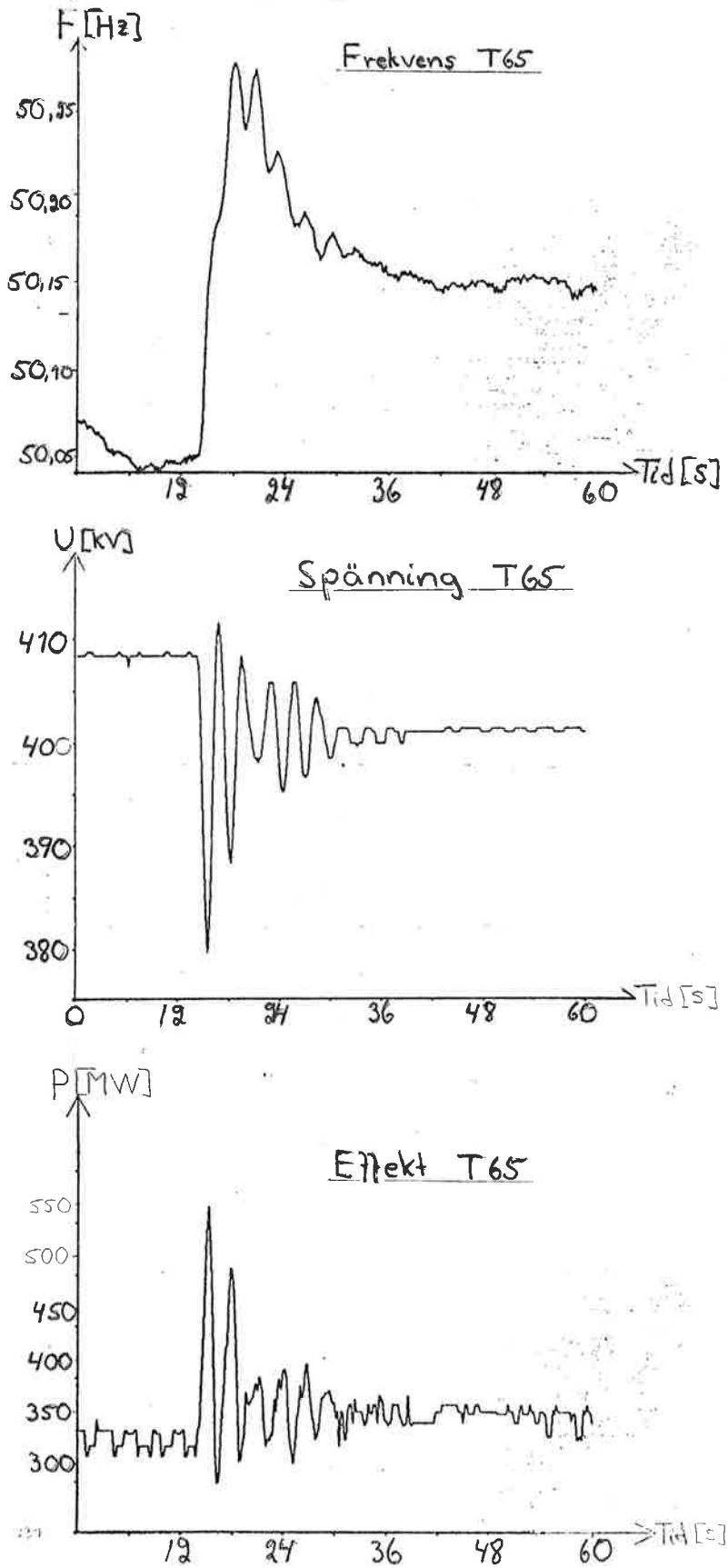
Åström K J & Bohlin T (1965): Numerical Identification of Linear Dynamic Systems from Normal Operating Records, Proceedings of the IFAC Conference on Self-Adaptive Control Systems, Teddington.

Bilaga 1 - Plottar på uppmätta effekter och beräknad effekt P



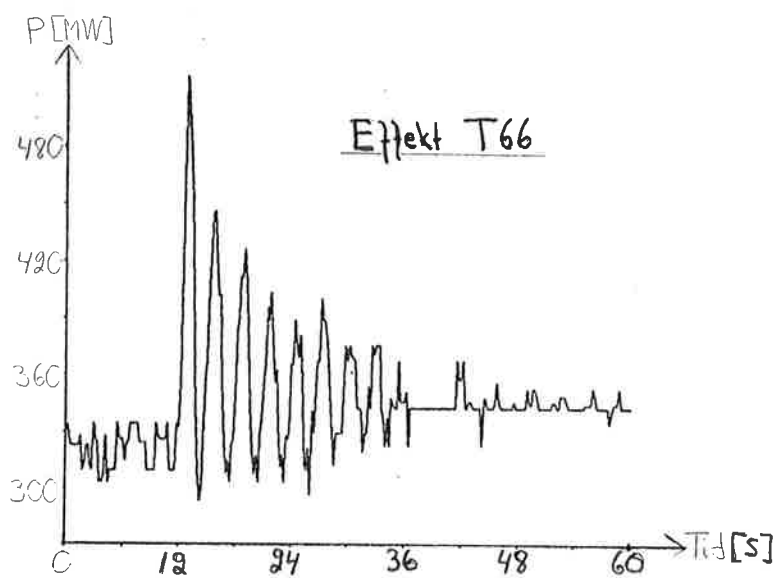
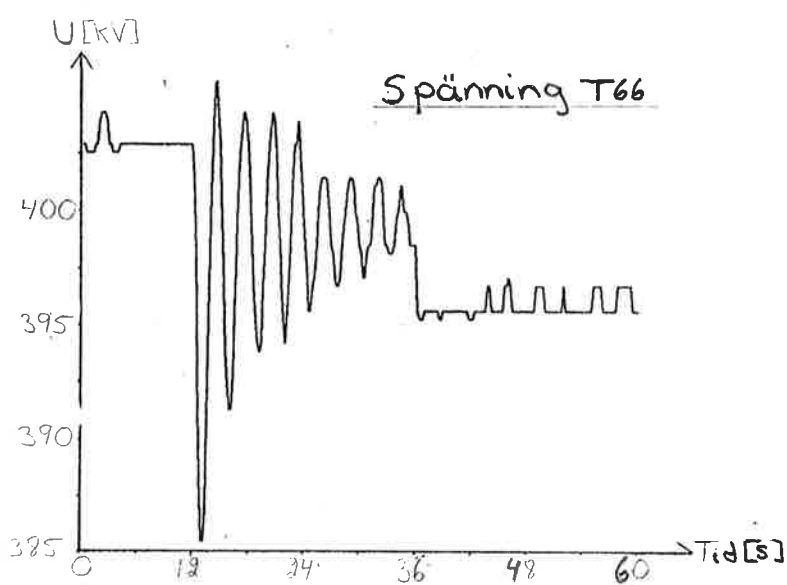
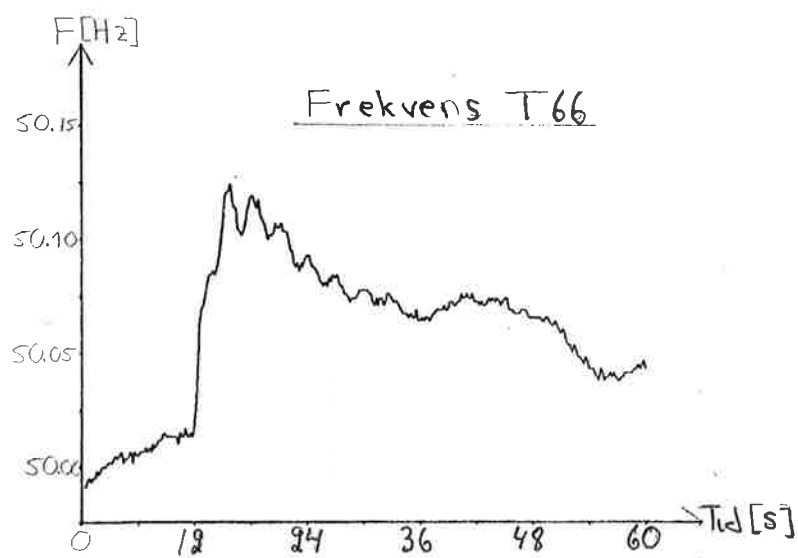
Figur 1.1. Uppmätta P_1 , P_2 och P_3 och beräknad effekt P, dvs.
 $P = P_1 + P_2 - P_3$ för T65

Bilaga 2 - Dataregistreringar F, U och P

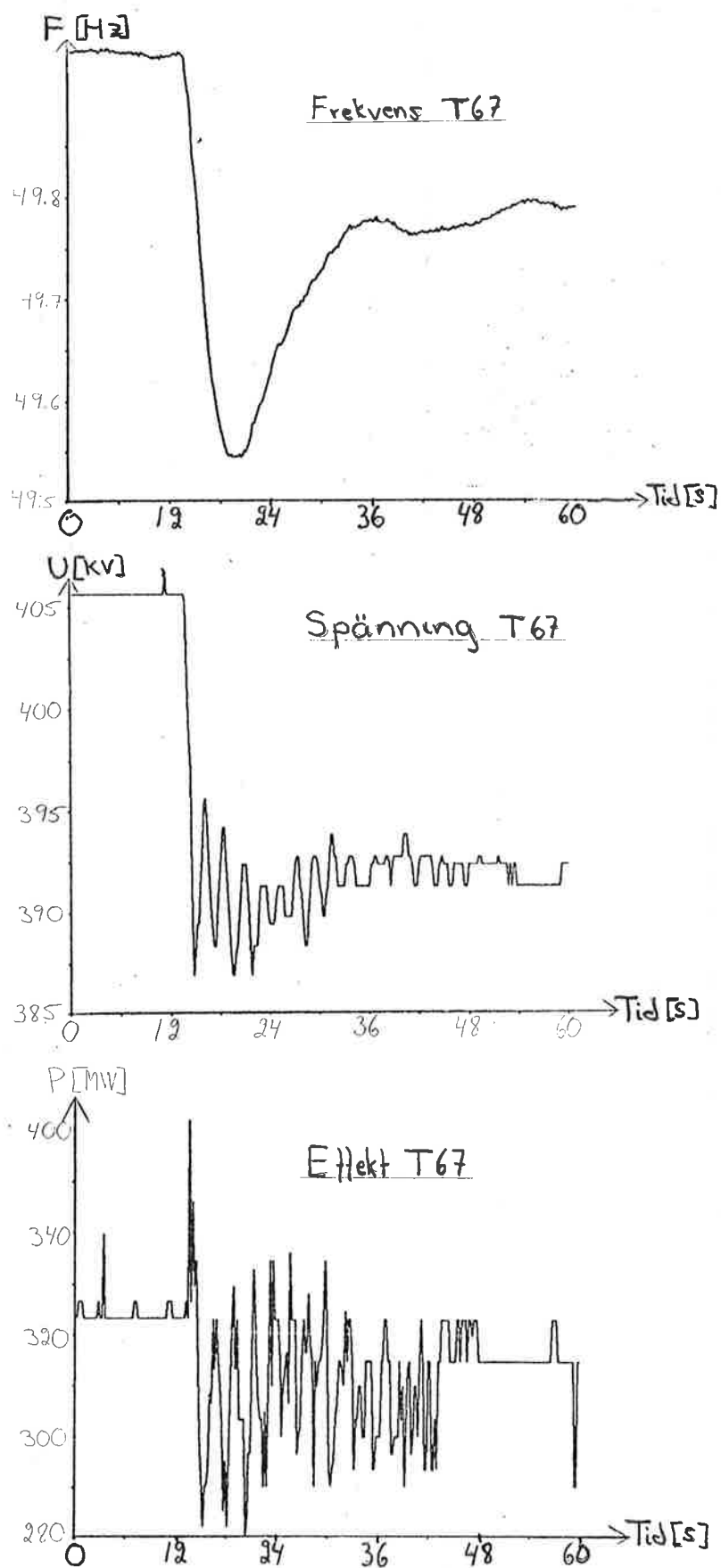


Figur 2.1. Registreringar av frekvens (F), spänning (U) och beräknad effekt (P) för dataset T65

Dataregistreringar

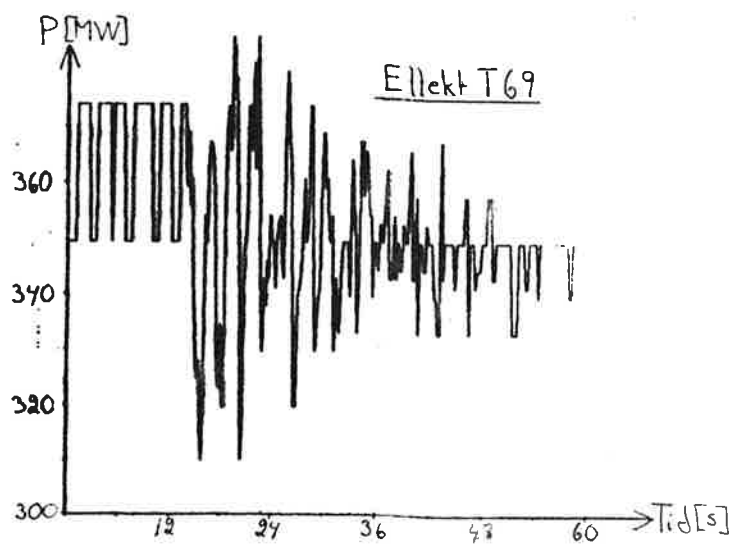
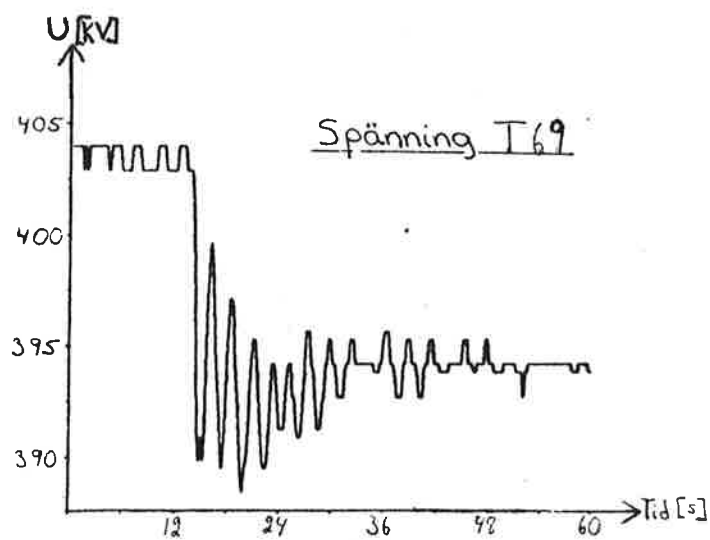
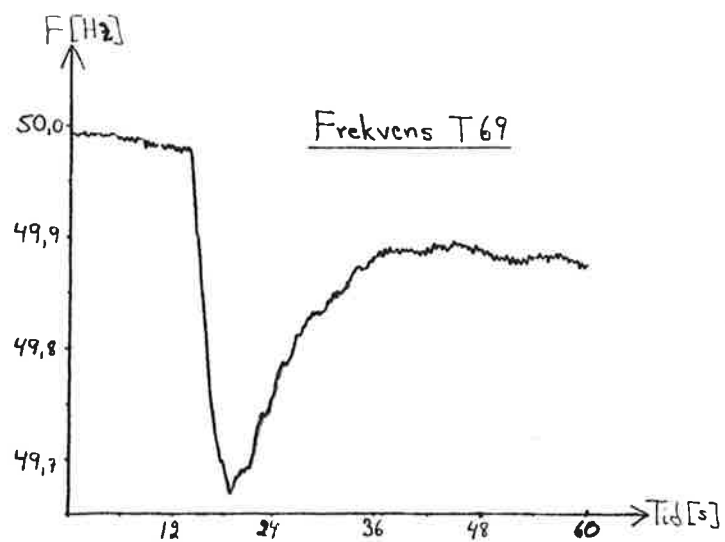


Figur 2.2 Registreringar av frekvens (F), spänning (U) och beräknad effekt (P) för dataset T66

Dataregistreringar

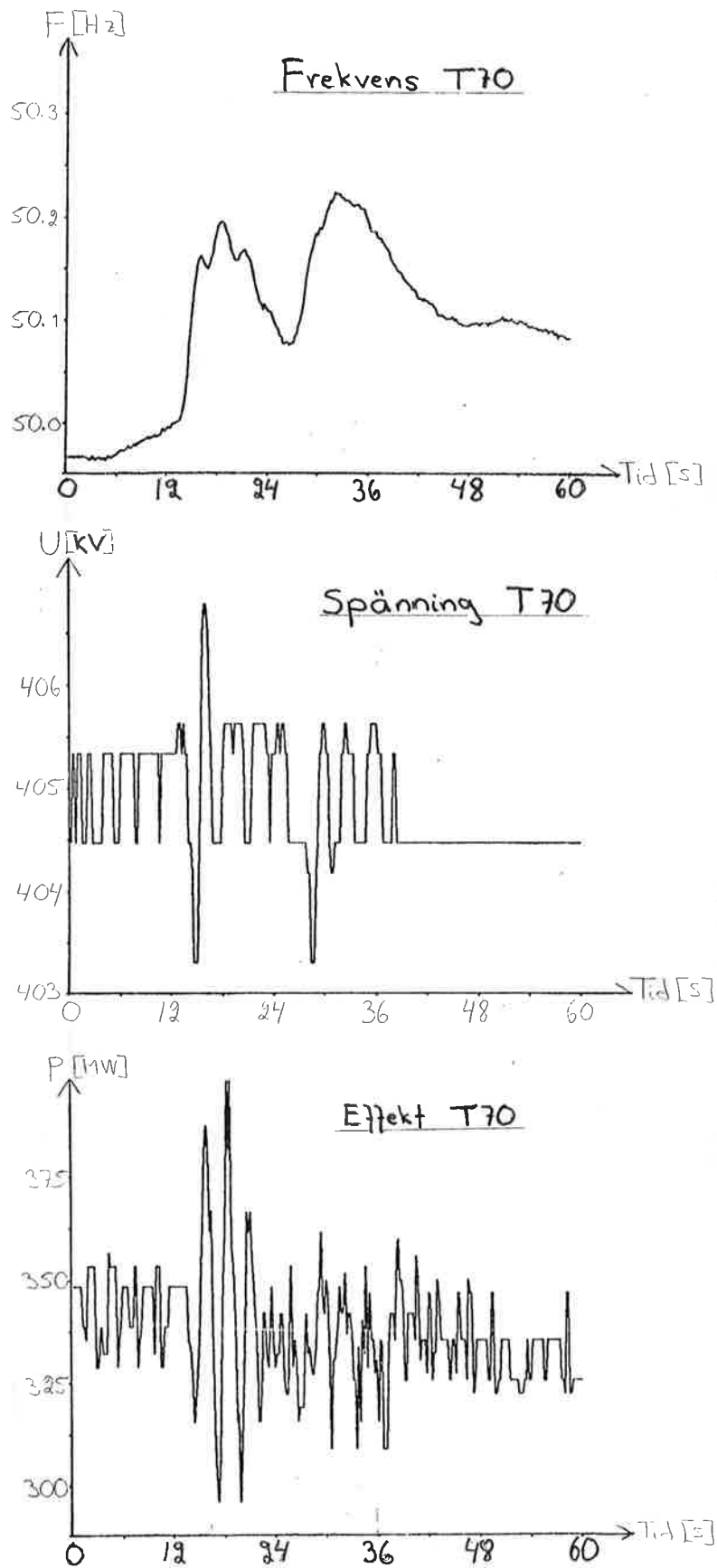
Figur 2.3. Registreringar av frekvens (F), spänning (U) och beräknad effekt (P) för dataset T67

Dataregistreringar



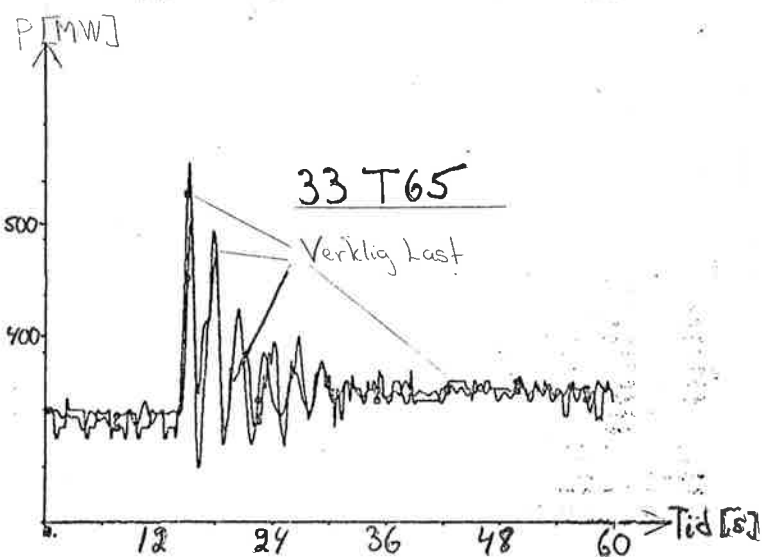
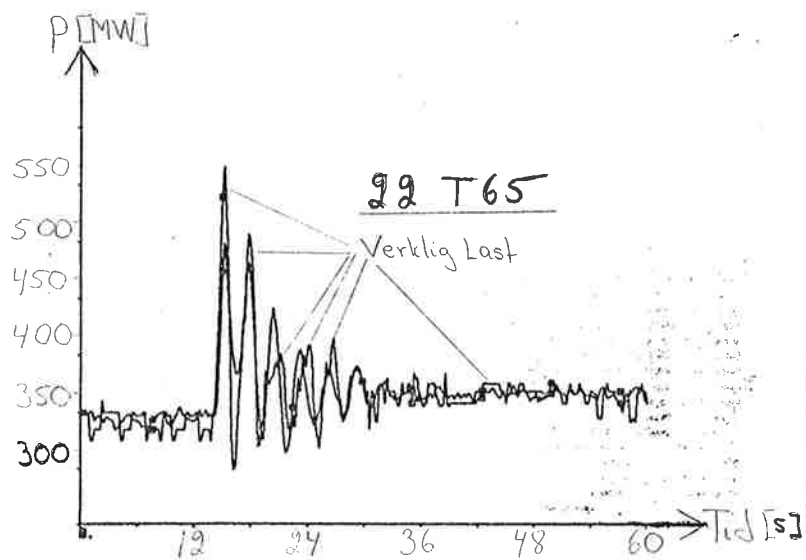
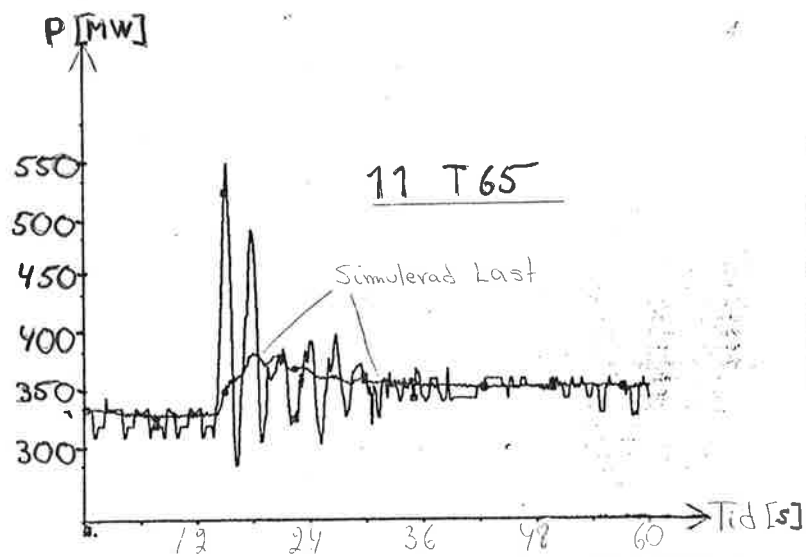
Figur 2.4. Registreringar av frekvens (F), spänning (U) och beräknad effekt (P) för dataset T69

Dataregistreringar



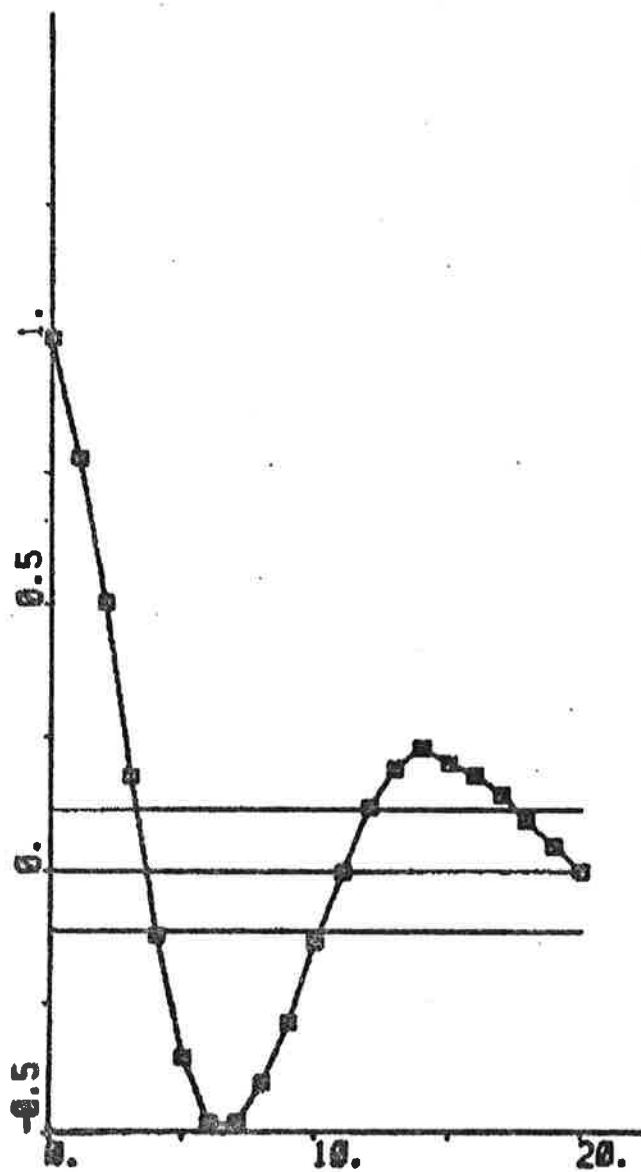
Figur 2.5. Registreringar av frekvens (F), spänning (U) och beräknad effekt (P) för dataset T70

Bilaga 3 - Simuleringar och tabeller på dataseten T65 och T66



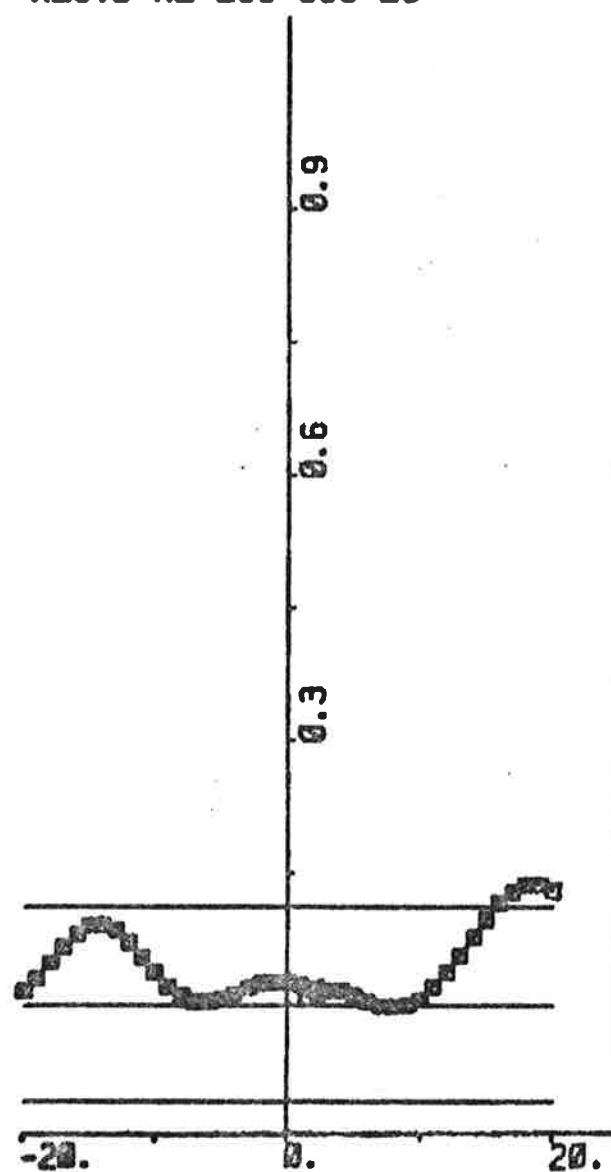
Figur 3.1 - 3.3. Simuleringar på dataset T65 med metod 2 och frekvensen som insignal

RESID RE-E33 S65 20



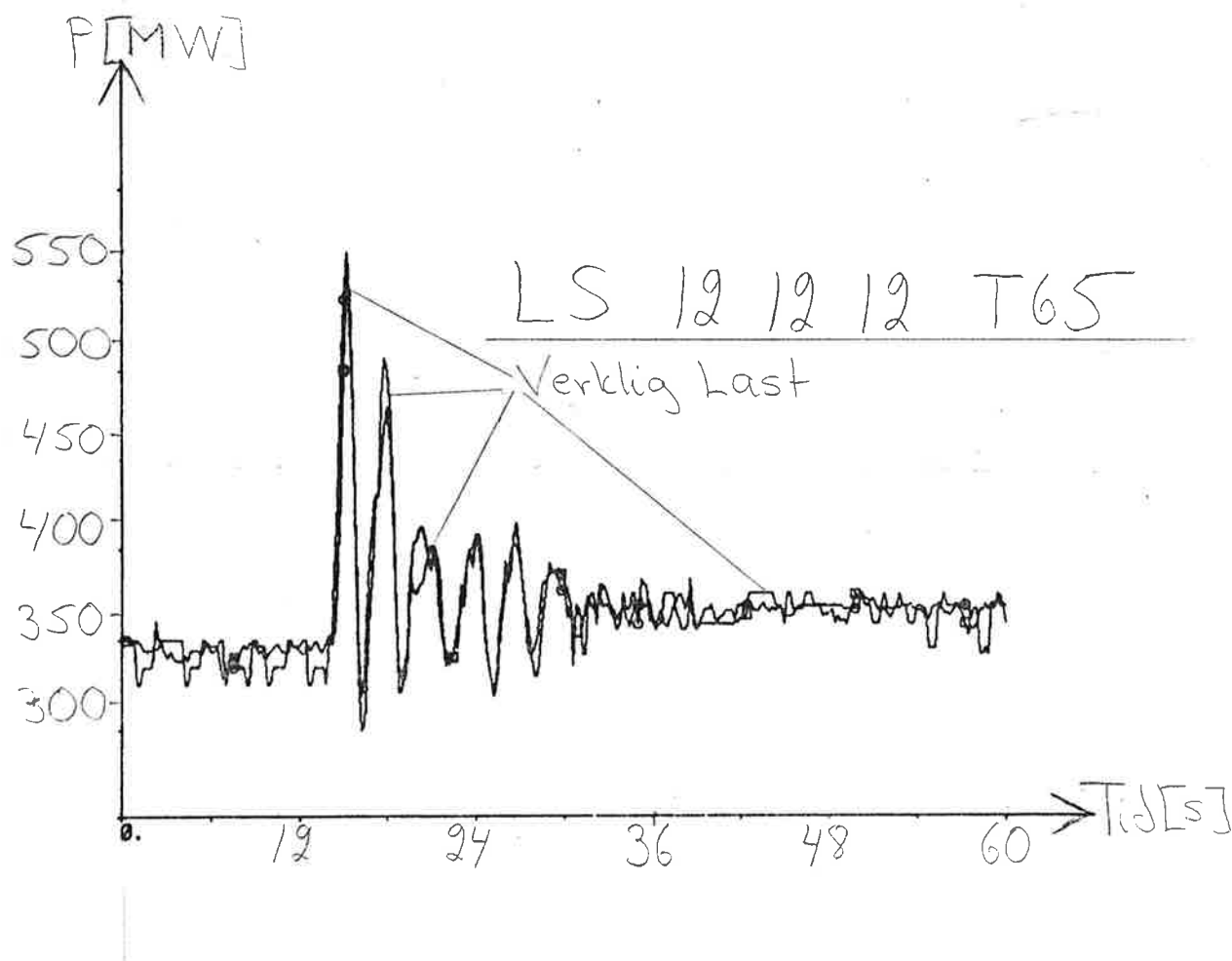
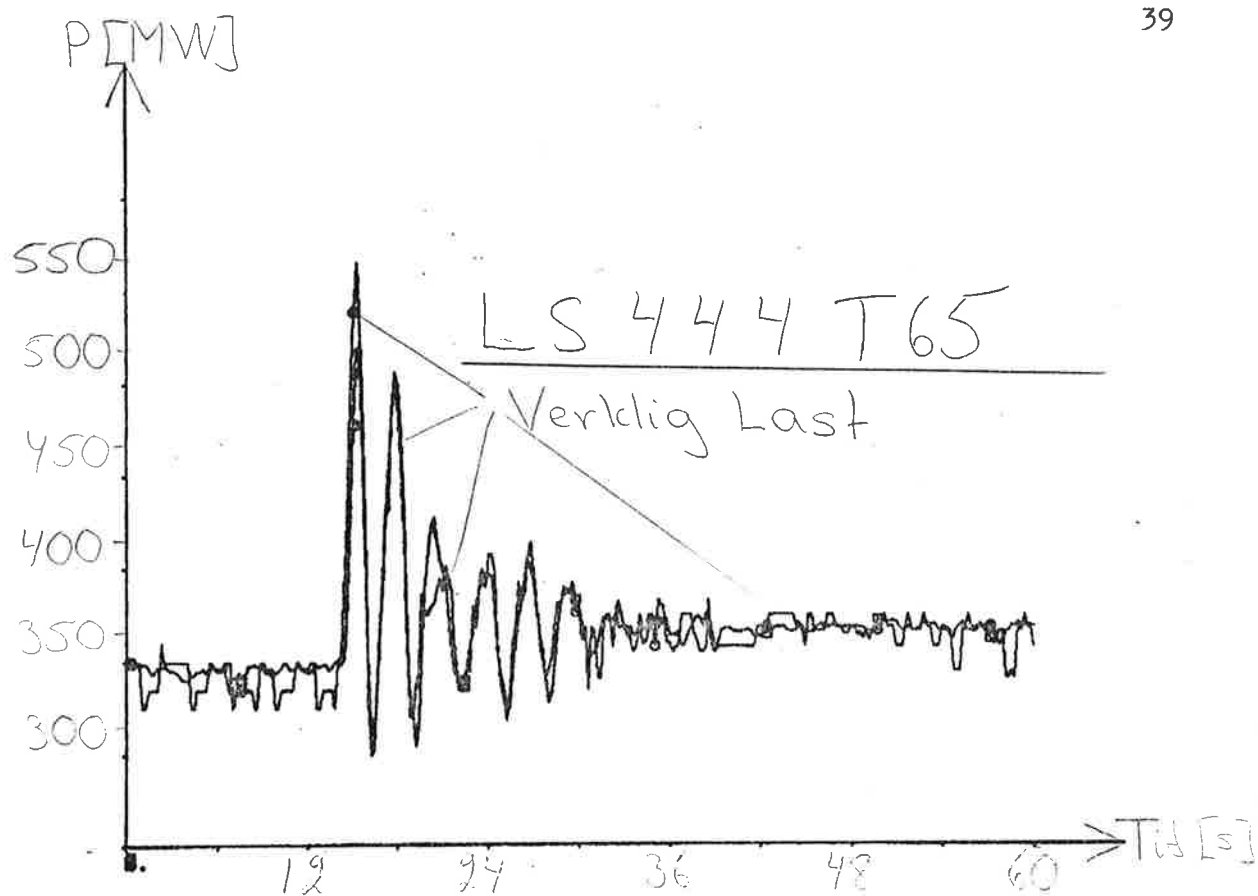
Antalet teckenväxlingar	73
5 % toleransgränser	132 166
Oberoendetest	271,00
Normalitetstest	126,15

RESID RE-E33 S65 20



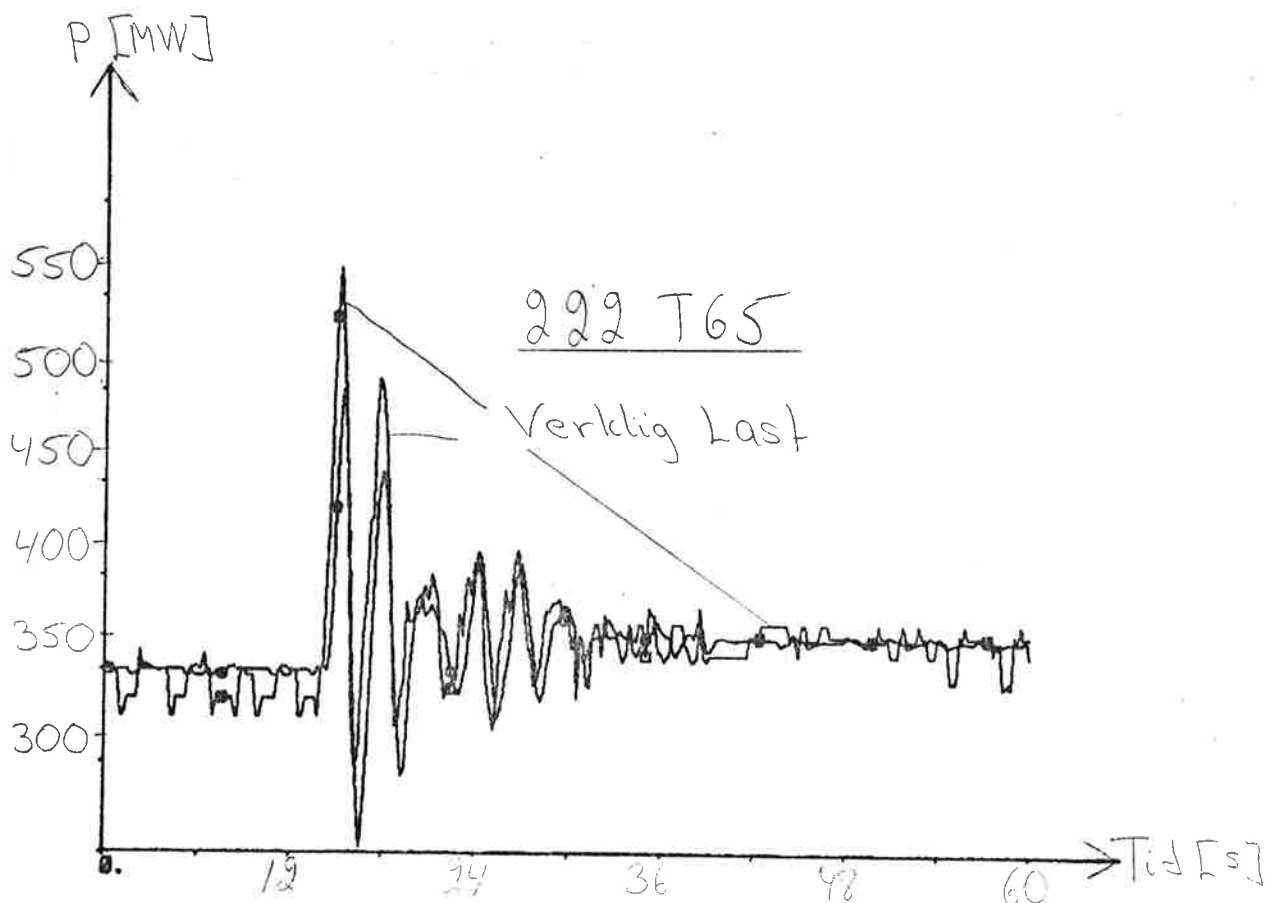
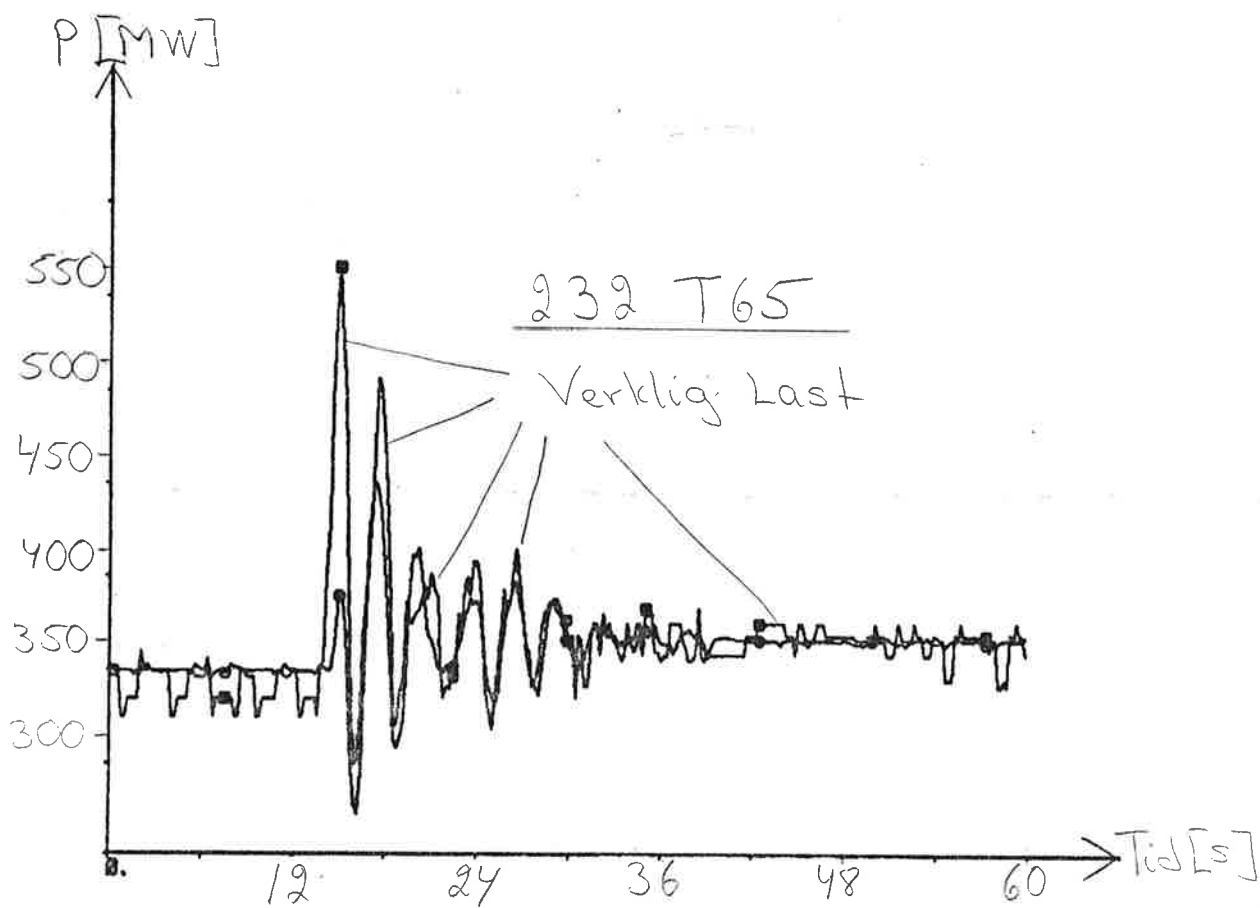
Testkvantitet 1	2,41
Testkvantitet 2	1,76

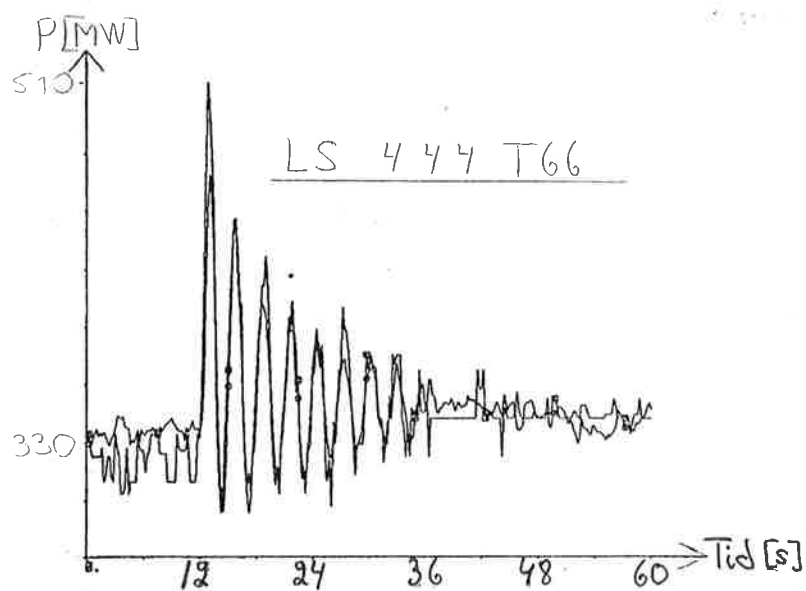
Figur 3.4. Test av residualer i experiment på dataset T65 (metod 2). I figurerna visas också 5 % konfidensgränserna för korrelationsfunktionen.



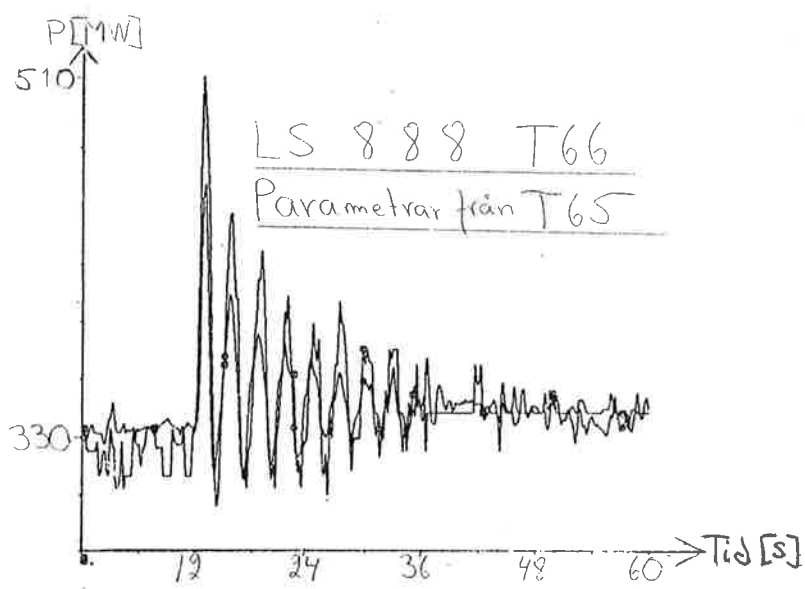
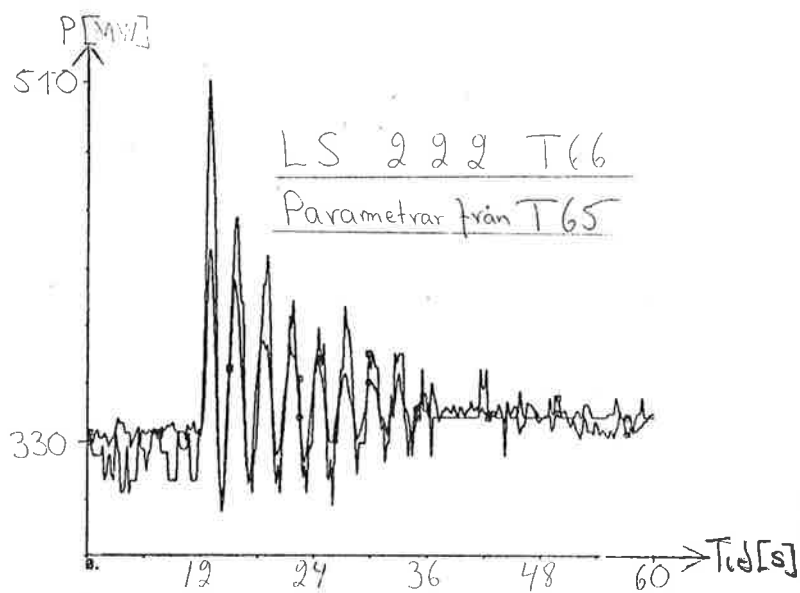
Figur 3.5 - 3.6. LS simuleringar på dataset T65 med frekvens och spänning som insignaler

Figur 3.7. Jämförelse mellan med och utan direktterm vid ML-estimeringar och spänningen som insignal på dataset T65





Figur 3.8. LS-simulering på dataset T66.



Figur 3.9 - 3.10. LS-simuleringar på dataset T66 med parametrar från T65

Tabell 3.1. ML estimeringar på dataset T65 med och utan direktterm och med spänningen som insignal

$$U_0 = 408 \text{ kV}$$

Beräkn. storheter	010	020	121	232	343
\hat{a}_1			-0,95	-1,34	-0,60
\hat{a}_2				0,46	-0,42
\hat{a}_3					0,21
\hat{b}_1	-2,36	-15,41	1,23	-5,76	-6,00
\hat{b}_2		13,34	-0,72	12,99	7,79
\hat{b}_3				-7,48	4,99
\hat{b}_4					-7,18
\hat{c}_1			0,25	-0,36	0,38
\hat{c}_2				0,14	-0,03
\hat{c}_3					0,05
$V (10^4)$	15,270	9,533	3,093	2,204	2,172
AIC	2623	2484	2152	2056	2058
\tilde{K}_U	-2,4	-2,1	10,2	-2,1	-2,1

Tabell 3.1a

Förklarande exempel till beteckningarna;
121 betyder:

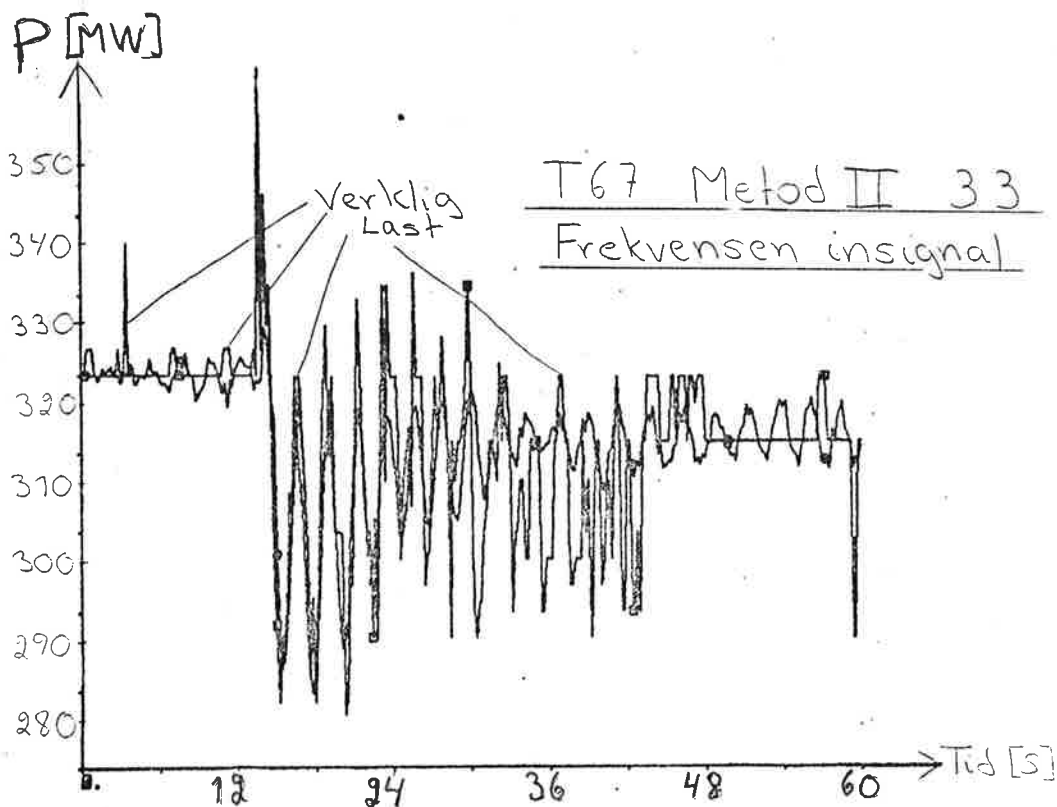
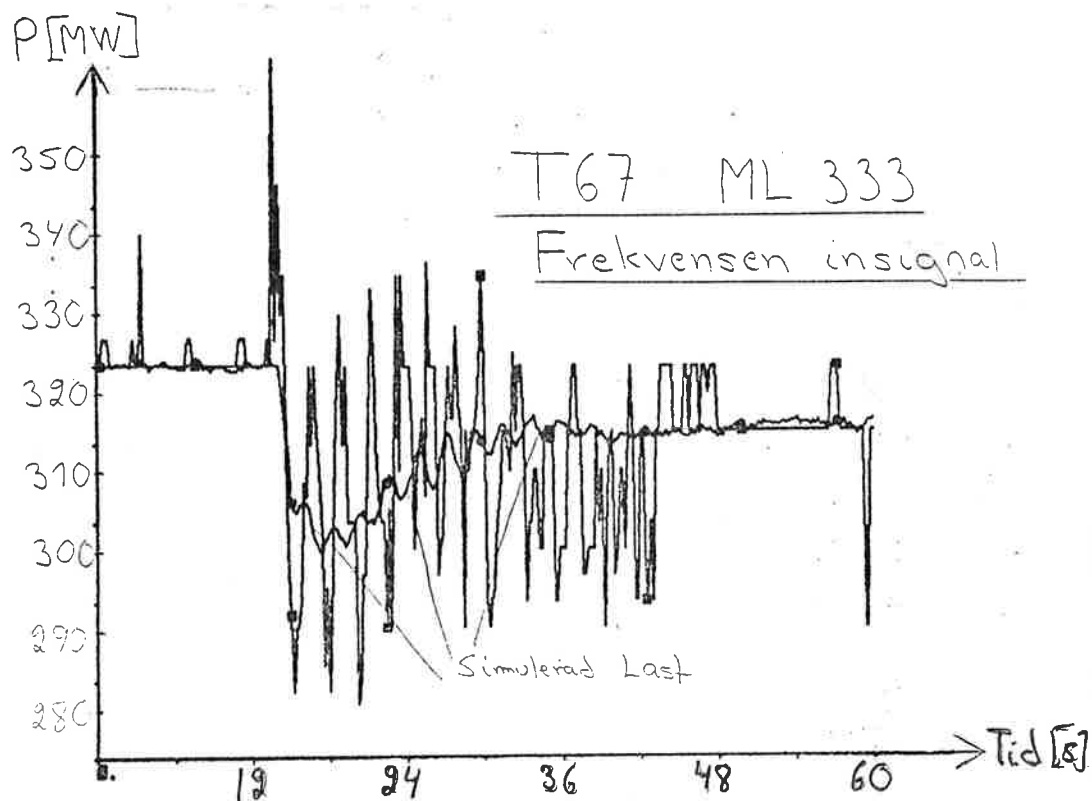
$$\Delta P(t) + a_1 \Delta P(t - T) = b_1 \Delta U(t) + b_2 \Delta U(t - T) + \lambda (e(t) + c_1 e(t - T))$$

Parameter-estimat	111	222	333
\hat{a}_1	-0,90	-0,83	-1,73
\hat{a}_2		0,36	1,40
\hat{a}_3			-0,55
\hat{b}_1	0,23	-8,07	-9,24
\hat{b}_2		6,80	16,00
\hat{b}_3			-7,06
\hat{c}_1	0,28	0,046	-0,95
\hat{c}_2		0,399	0,76
\hat{c}_3			-0,15
$V (10^4)$	3,140	2,272	1,799
AIC	2160	2069	2005
\tilde{K}_U	2,3	-2,4	-2,5

Tabell 3.1b

För beteckningarna se tabell 1

Bilaga 4 - Simuleringar och tabeller på dataseten T67 och T69



Figur 4.1 - 4.2. Jämförelse mellan ML och metod 2 simuleringar på dataset T67 av ordning 3

Tabell 4.2. Metod 2-estimeringar på dataset T67 med frekvens som insignal

$$F_0 = 50,059 \text{ Hz}$$

$$P_0 = 323,4 \text{ MW}$$

Förklarande exempel till beteckningarna:

$$01 \text{ betyder } \Delta P(t) = b_1 \Delta F(t - t) + \lambda e(t)$$

Beräknade storheter	01	11	02	22	03	33
\hat{a}_1		0,97		-1,52		-1,36
\hat{a}_2				0,67		0,33
\hat{a}_3						0,39
\hat{b}_1	41	81	261	78	137	-348
\hat{b}_2			-220	-72	61	861
\hat{b}_3					-157	-498
$\hat{\lambda}$	10,3	10,2	10,2	10,1	10,1	8,5
$V (10^4)$	3,164	3,142	3,094	3,052	3,081	2,173
AIC	2251	2251	2246	2246	2247	2148
\tilde{K}_F	41	41	41	39	41	40
K_F	6	6	6	6	6	6

Tabell 4.3. LS-estimeringar på dataseten T67 och T69 med både frekvens och spänning som insignaler.

Spänningen krympt en faktor 10. Belastningen krympt en faktor 100.

Tabell 4.3a

T67

Beräknade storheter	222	444	666
\hat{a}_1	-0,50	-0,48	-0,39
\hat{a}_2	-0,09	-0,15	-0,15
\hat{a}_3		0,08	0,08
\hat{a}_4		0,06	-0,08
\hat{a}_5			-0,03
\hat{a}_6			0,02
\hat{b}_{11}	0,64	-0,784	-2,20
\hat{b}_{12}	-0,71	1,152	1,75
\hat{b}_{13}		1,276	3,42
\hat{b}_{14}		-1,647	-2,43
\hat{b}_{15}			-0,81
\hat{b}_{16}			0,31
\hat{b}_{21}	0,12	0,07	0,13
\hat{b}_{22}	-0,07	-0,12	-0,19
\hat{b}_{23}		0,29	0,20
\hat{b}_{24}		-0,20	0,12
\hat{b}_{25}			0,003
\hat{b}_{26}			-0,22
V	0,967	0,900	0,813
\tilde{K}_F	-17,1	-0,6	8,9
\tilde{K}_U	1,2	0,8	1,0

Tabell 4.3b

T69

Beräknade storheter	222	444	666
\hat{a}_1	-0,71	-0,69	-0,61
\hat{a}_2	0,03	-0,04	-0,05
\hat{a}_3		-0,04	-0,02
\hat{a}_4			-0,01
\hat{a}_5			0,01
\hat{a}_6			-0,11
\hat{b}_{11}	1,42	1,79	-0,35
\hat{b}_{12}	-1,76	-2,32	2,19
\hat{b}_{13}		-0,17	-1,51
\hat{b}_{14}		0,5	1,78
\hat{b}_{15}			-6,54
\hat{b}_{16}			4,34
\hat{b}_{21}	-0,024	-0,089	-0,042
\hat{b}_{22}	0,08	0,128	0,022
\hat{b}_{23}		0,294	0,163
\hat{b}_{24}		-0,299	0,159
\hat{b}_{25}			-0,030
\hat{b}_{26}			-0,258
V	1,429	1,343	1,216
\tilde{K}_F	-106	-80	-43
\tilde{K}_U	1,8	1,4	0,7

Förlustfunktioner för T69 med parametrar från T67

222	1,751
444	1,751
666	1,713

Tabell 5.2. Metod 2-estimeringar på dataset T70 med frekvensen som insignal och LS-estimeringar på dataset T66 med både frekvens och spänning som insignaler

Tabell 5.2a

	T70				
Beräknade storheter	01	11	22	03	33
\hat{a}_1		-0,99	-0,27		1,56
\hat{a}_2			-0,69		0,76
\hat{a}_3					0,10
\hat{b}_1	-68	-1	37	-157	-824
\hat{b}_2			-40	1009	1824
\hat{b}_3				-921	-1022
$\hat{\lambda}$	14,9	13,8	13,8	14,4	10,5
V (10^4)	6,655	5,744	5,730	6,201	3,323
AIC	2472	2432	2435	2457	2276
\widetilde{K}_F	-68	-108	-93	-69	-72
K_F	-10	-15	-13	-10	-10

Tabell 5.2b

	T66	
Beräknade storheter	222	444
\hat{a}_1	-0,60	-0,58
\hat{a}_2	-0,07	-0,19
\hat{a}_3		0,01
\hat{a}_4		0,13
\hat{b}_{11}	1,52	1,29
\hat{b}_{12}	-1,42	-0,65
\hat{b}_{13}		-0,24
\hat{b}_{14}		-0,31
\hat{b}_{21}	-0,850	-0,504
\hat{b}_{22}	0,895	0,246
\hat{b}_{23}		0,518
\hat{b}_{24}		-0,237
V	1,816	1,653
\widetilde{K}_F	30	24
\widetilde{K}_U	1,4	0,6
K_F	4,5	3,6
K_U	1,7	0,7

Bilaga 6 - RotberäkningarTabell 6.1. Rötter till de ML-estimerade A, B och C polynomen till dataset T65 med frekvensen som insignal

Polynom Ordnings- tal	A		B		C	
	Re	Im	Re	Im	Re	Im
011					-0,74	
110	0,87					
111	0,80				-0,31	
020			0,95			
021			0,89		-0,66	
022			0,77		-0,46	0,62
					-0,46	-0,62
120	0,74		0,97			
220	0,55	0,29	0,96			
	0,55	-0,29				
221	0,76	0,40	0,95		0,62	
	0,76	-0,40				
222	0,74	0,42	0,95		0,30	0,21
	0,74	-0,42			0,30	-0,21
030			0,54			
			-1,44			
031			0,96		-0,66	
			-1,02			
033			0,92		-0,62	
			-0,99		-0,17	0,69
					-0,17	-0,69
130	0,70		0,97			
			-0,53			
230	0,53	0,32				
	0,53	-0,32				
330	0,70	0,42	0,95			
	0,70	-0,42	-0,80			
	-0,47					
331	0,74	0,42	0,95		0,34	
	0,74	-0,42	-0,47			
	-0,27					
333	0,72	0,40				
	0,72	-0,40				
	0,78					

Tabell 6.2. Rötter till LS-estimate-
rade A-polynomet till
dataset T65

Ordnings- tal	A	
	Re	Im
111	0,99	
222	0,39	0,25
	0,39	-0,25
333	0,56	0,36
	0,56	-0,36
	-0,38	
444	0,31	0,39
	0,31	-0,39
	0,60	
	-0,51	
555	0,41	0,54
	0,41	-0,54
	-0,43	-0,27
	-0,43	0,27
	0,72	
666	-0,24	0,49
	-0,24	-0,49
	0,53	0,52
	0,53	-0,52
	0,70	
	-0,62	
888	0,74	0,26
	0,74	-0,26
	-0,71	0,31
	-0,71	-0,31
	-0,18	0,74
	-0,18	-0,74
	0,47	0,62
	0,47	-0,62
10 10 10	0,85	0,31
	0,85	-0,31
	-0,11	0,84
	-0,11	-0,84
	0,53	-0,69
	0,53	0,69
	-0,64	-0,49
	-0,64	0,49
	0,14	
	-0,80	

Tabell 6.3. Rötter till Metod 2-estimate-
rade A och B polynomen till
dataset T65 med frekvensen
som insignal

Ordnings- tal	A		B	
	Re	Im	Re	Im
11	-0,87			
02			0,95	
12	0,57		0,97	
22	0,59	0,37	0,96	
	0,59	-0,37		
03			0,96	
			-1,50	
13	0,43		0,97	
			-1,02	
23	0,55	0,42	0,96	
	0,55	-0,42	-0,58	
33	0,61	0,68	0,96	
	0,61	-0,68	-0,72	
	0,62			

Tabell 6.4. Rötter till de ML-estimate-
rade A och B polynomen till
dataset T67 med frekvensen
som insignal

Ordnings- tal	A		B	
	Re	Im	Re	Im
110	0,59			
111	0,64			
020			0,84	
120	0,58		0,85	
220	0,64		0,86	
	-0,11			
222	0,78	0,45	0,87	
	0,78	-0,45		
030			0,87	
			-1,31	
130	0,58			
230	0,64		0,98	
	-0,10		-1,77	
333	0,79	0,48		
	0,79	-0,48		
	-0,66			

Tabell 6.5. Rötter till LS-estimate-
rade A polynomet till
dataset T67

Ordnings- tal	A	
	Re	Im
222	0,64 -0,14	
444	0,55 0,55 -0,31 -0,31	0,30 -0,30 0,23 -0,23

Tabell 6.6. Rötter till Metod 2-estimate-
rade A och B polynomen till
dataset T67 med frekvensen
som insignal

Ordnings- tal	A		B	
	Re	Im	Re	Im
11	-0,97			
02			0,84	
22	0,76 0,76	0,31 -0,31	0,92	
03			0,87 -1,31	
33	0,87 0,87 -0,39	0,50 -0,50		

Tabell 6.7. Rötter till de ML-estimerade A och B polynomen till dataset
T70 med frekvensen som insignal

Ordnings- tal	A		B	
	Re	Im	Re	Im
110	0,73			
111	0,70			
020			1,14	
120	0,72		1,04	
220	0,68 0,08		1,05	
222	0,75 0,75	0,35 -0,35	1,07	
333	0,74 0,74 -0,98	0,34 -0,34	1,07 -1,63	

Bilaga 7

Den statistiska förstärkningen vid statistiska modeller för data-
seten T65, T66, T67 och T69

De tre modellansättningarna blir:

$$\Delta P = \tilde{K}_F \Delta F$$

$$\Delta P = \tilde{K}_U \Delta U$$

$$\Delta P = \tilde{K}'_F \Delta F + \tilde{K}'_U \Delta U$$

	\tilde{K}_F	\tilde{K}_U	K_F	K_U	\tilde{K}'_F	\tilde{K}'_U	K'_F	K'_U
T65	212,4	-2,36	32,1	-2,91	202,2	-0,15	30,6	-0,18
T66	259,6	-3,16	39,3	-3,86	198,7	-1,00	30,1	-1,23
T67	40,9	0,88	6,3	1,10	-6,1	0,99	-0,9	1,24
T69	-1,6	0,14	-0,23	0,16	-63,5	1,07	-9,1	1,23