

UNDERSÖKNING AV REGULATORER FÖR NORMAL  
ACCELERATIONEN HOS ETT FLYGPLAN

JOHN ENGEL

RE-167 November 1975  
Inst.för Reglerteknik  
Lunds Tekniska Högskola

UNDERSÖKNING AV REGULATORER FÖR NORMAL-  
ACCELERATIONEN HOS ETT FLYGPLAN

Examensarbete utfört av:

John Engel

Handledare:

Björn Wittenmark

Lund i November 1975

Institutionen för Reglerteknik

Lunds Tekniska Högskola

## Sammanfattning

Detta examensarbete handlar om styrning av flygplan.

Framställningen grundar sig på J.A.C.C.konferensen från 1970 där specifikationerna på stegsvaret för normalaccelerationen  $n_z$  ( vinkelrätt mot flygplanets longitudinella utsträckning ) och dess derivata är givna. Stegsvaren måste ligga helt innanför specifikationsgränserna med en sannolikhet av minst 85%.

Systemet är av icke minimum fas typ och för ett sådant system är man ofta tvungen att kompromissa mellan kraven på snabbhet och låg amplitud på den negativa överslängen.

Flygplansmodellen är ett 2:a ordningens lineärt system, och systemparametrarna varierar med olika flygfall.

Först undersöktes ett 4:de ordningens system med två återkopplingar och en regel utarbetades för hur återkopplingsparametrarna ska väljas allteftersom flygfallen ändrar sig.

Sedan tillfogades ytterligare två återkopplingar och kunde på så sätt placera polerna godtyckligt. Problemet är: var ska polerna för detta icke minimum fas system placeras?

Sedan simulerades ett 8:nde ordningens system med 2 återkopplingar och resultaten jämfördes och diskuterades.

Institutionens analogmaskin har använts i alla simuleringarna.

## Abstract

This work is dealing with airplane control.

The work is based on the J.A.C.C conference from 1970, where the time domain specifications on the step response of the normal acceleration  $n_z$  (perpendicular to the longitudinal direction of the airplane) and its derivative are given, so that all step responses shall entirely lie within the specifications with a probability of at least 85%.

The system is of non minimum phase type and for such a system there often must be a compromise between the requirements on short rise time and the amplitude of the negative overshoot.

The airplane is represented by a second order linear system, and the system parameters vary with different flight conditions.

First a 2-feedback 4:th order linear system is investigated and a rule is worked out on how to choose the feedback parameters as the flight conditions vary.

Next there are added another 2 feedback loops so that the poles of the system could be placed arbitrarily. The problem is: where shall we place the poles for this non minimum phase type system?

Next an 8:th order system was simulated and the results were finally discussed and compared

The analogue computer of the institute was used in all simulations.

## Innehåll

	sida
1. Introduktion:flygstabilitet och styrning	4
1:1 Stabilitet	4
Dynamisk längdstabilitet	4
Dynamisk sidstabilitet	6
1:2 Styrning	7
2. Matematisk systemmodell	8
2:1 Beteckningar och förkortningar	8
2:2 Inledning	9
2:3 Stelkroppsapproximationens rörelseekvationer	10
2:4 Sammanfattning	15
3. Problemet	16
4. Utförande	18
Inledning	18
4:1 Två enkla återkopplingar	18
Resultat	34
Kommentar	36
4:2 Fyra återkopplingar	37
Kommentar	43
4:3 R.A.Hannens förslag	44
4:4 Sammanfattning	52
Appendix	
A.Tabeller med överföringsfunktioner	53
B.Skalning	55
Referenser	57

## Introduktion

### Flygstabilitet och styrning

#### 1. Stabilitet

I litteraturen talas det om statisk och dynamisk stabilitet. Med statisk stabilitet menas att små långsamma störningar som verkar på flygplanet i ett oaccelererat jämviktstillstånd uppväcker krafter och moment (ej tröghet- eller hastighetsberoende dämpkrafter) vilka strävar att återföra flygplanet till jämviktstillståndet. Den dynamiska stabiliteten får inbegripa masskrafter och störningarna. kan verka på en accelererad rörelse hos flygplanet. Störningar är t.ex. vindbyar, ändringar i tyngdpunktens läge, roder utslag etc

Att man delar upp stabilitetsbegreppet på detta sätt beror på att flygplanet till skillnad från t.ex. stora fartyg, svarar snabbt på störningar, jämfört med tiden för korrektionsstyrning. Om flygplanet görs mycket statiskt stabilt blir den förstas trög att manövrera. Jag ska inte här gå in på frågan hur man ger flygplanet bra statisk stabilitet utan nöjer mig med att konstatera att den geometriska formen hos flygplanet är viktig, liksom fördelningen av vikterna.

Nedan följer ett utdrag ur ref 6.

### DYNAMISK LÄNGDSTABILITET

För att fullständigt definiera läget hos en stel kropp, som är fritt rörlig fordras sex storheter. Tre av dessa fordras för att definiera läget av en viss referenspunkt i kroppen (i vårt aktuella problem väljer vi tyngdpunkten). De övriga tre fordras för att ange hur kroppen är orienterad i rummet. De utgörs vanligen av vridningsvinklar kring tre på visst sätt definierade axlar i kroppen. Dessa tre vinklar benämns i vårt fall roll-, tipp- och girvinkel, vilka definierar vridning kring flygplanets tre axlar: längd-, tvär- (eller spännvidds-) resp. höjdaxeln.

Dessa sex möjligheter flygplanet har till rörelse kallas frihetsgrader. Flygplanet har i allmänhet ett symmetriplan, vilket definieras av dess längd- och höjdaxlar, vilka vi även brukar beteckna med  $x$  resp.  $z$ , se bild .1. Spännviddsaxeln betecknar vi med  $y$ .

Frihetsgrader

Translation: längd, sida, höjd

Rotation: roll, tipp, gir

Symmetriska frihetsgrader

Längd, höjd, tipp

Asymmetriska frihetsgrader

Roll, sida, gir

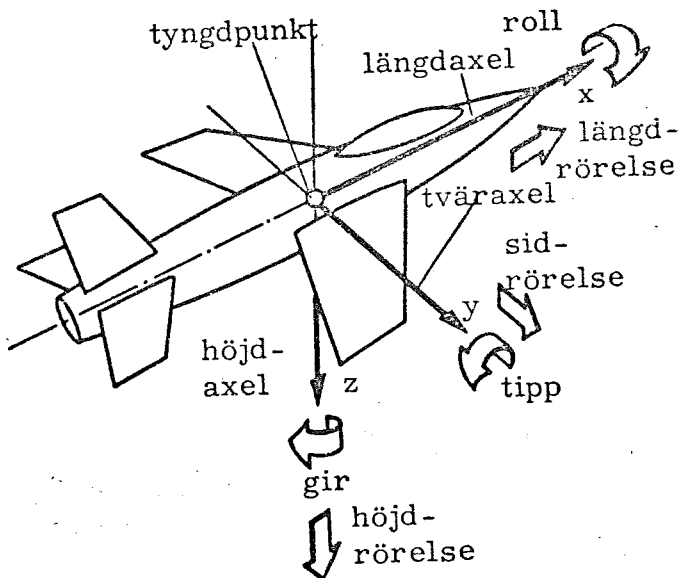


Bild 6.7.1 Flygplanets sex frihetsgrader

Om flygplanet rör sig så att dess symmetriplan stannar kvar i ett och samma fixa plan säger vi, att dess rörelse är symmetrisk. I annat fall är den asymmetrisk.

Beträffande störningar från ett jämviktsläge, som vi här är intresserade av för stabilitetsbetraktelsen, brukar störningar, som innebär symmetrisk rörelse ej påverka den asymmetriska rörelsen och omvänt. Vi talar därför om längdstabilitet och menar då stabilitet hos symmetriska störningsrörelser (rörelse i längd- och höjdaxlarnas riktning samt tipp-rörelse). På motsvarande sätt talar vi om sidstabilitet och menar stabilitet i den asymmetriska rörelsen (rörelse i tväraxelns riktning samt roll- och girrörelse).

Man vill att störningar, som uppstår i flygplanets rörelse (t. ex. när det möter en vindby) snabbt skall upphöra. Dock inte så snabbt att det är obehagligt för förare och passagerare genom allt för stora accelerationer. Flygplanet bör därför i allmänhet svänga in sig till det ursprungliga tillståndet på en lämpligt avvägd tid och med en lämplig frekvens. Förutom flygplanets frekvenser i olika frihetsgrader måste

man således även se till att de uppstående svängningarna är lämpligt dämpade. Storleken på de s. k. egenfrekvenserna bestäms främst av relationen mellan flygplanets tröghet med avseende på dess olika axlar och storleken av luftkrafterna. Dämpningen bestäms av vilka återförande krafter och moment som uppväcks när flygplanet har hastighet i de olika frihetsgraderna.

När flygplanet under flygning (antag horisontell jämviktsflygning) utsätts för en symmetrisk störning kommer det i allmänhet att uppträda en rörelse, som har två komponenter.

1. En s. k. phygoidsvängning, som innebär att flygplanet svänger i vertikalled. Flygplanet höjs och sänks. Vridningen av längdaxeln (tipp-rörelsen) är dock mycket liten. Svängningens periodtid är tämligen lång. Storleksordningen minuter. Dämpningen är mycket svag.
2. En tippsvängning, dvs. en svängning, som huvudsakligen består av tipp-rörelse och en mycket liten rörelse i längd- och höjddel. Denna frekvens är avsevärt större än phygoidfrekvensen. Periodtiden kan vara någon sekund på låg höjd (ökar med höjden). Rörelsen är starkt dämpad.

Byggnadsbestämmelserna för flygplan, såväl civila som militära, ställer krav på frekvensen på dessa svängningar samt hur snabbt de måste dämpas.

Den snabba svängningen (tippsvängingen) måste vara starkt dämpad eftersom dess frekvens är så hög (kan inte "pareras" av föraren). Phygoïdsvängningen är däremot i allmänhet inget problem eftersom föraren hinner korrigera densamma.

### DYNAMISK SIDSTABILITET

Även vid störning i flygplanets asymmetriska frihetsgrader kan en svängning uppstå. Eftersom den asymmetriska rörelsen innehåller två frihetsgrader i vridning: roll och gir, är det naturligt att tänka sig att vi här får en svängning som innebär en samverkan mellan dessa två rörelser. Denna svängning, som således innebär en kopplad roll- och girsvängning brukar kallas "dutch roll". Dess frekvens är tämligen hög men i allmänhet lägre än tippsvängningens. Dämpningen är något lägre. Enligt militära specifikationer kräver man vanligen, att dämpningen av dutch-roll-rörelsen skall vara så stor att svängningens amplitud har nedgått till halva värdet på en tid som är något högre än periodtiden (ca 50 % högre).

Förutom denna svängningsrörelse kan icke svängande asymmetriska störningsrörelser uppstå. Dessa är

1. Spiralrörelse. En allt brantare dykning under sväng, som uppstår när den statiska sid- (riktnings-) stabiliteten är alltför kraftig jämförd med den rolleffekt som erhålls av V- och pilform vid sidrörelse.
2. Riktningsavvikelse, som uppstår när statiska sidstabiliteten är för låg, dvs. vindflöjelstabiliteten är otillräcklig.



## Styrning av

Styrningen av flygplan sker idag med roderutslag och med drivkraften från motorerna.

Det är inte skälvtklart att flygplanet ska styras med roderutslag.

I flygplanets historia har det förekommit experiment med styrning genom att ändra tyngdpunktens läge, dock utan framgång.

Styrytorna benämns: höjdroder (sitter på bakvingarna), sidoroder (sitter på fenan), skevroder (sitter på de stora vingarna).

Det finns också s.k. trimroder som används för att justera in hela höjdstyrveket för att få bra statisk stabilitet.

I många fall styrs flygplanet med enbart roder, samtidigt som motorkraften är konstant, men ibland är det nödvändigt att styra med både roder och motorkraft.

Man vill styra många olika storheter, t.ex. lutningen i förhållande till hastighetsvektorn eller horisontalen, accelerationen i z-led, man vill kanske hålla höjden konstant etc. Principen är hela tiden den välkända återkopplingstekniken från reglerteorin.

En av avsikterna med styrningen är att avlasta föraren från rutinmässiga arbetsuppgifter. Föraren ska bara behöva trycka på en knapp där det står AUTO H så kan han vara säker på att höjden är konstant. Genom att obalanser automatiskt motverkas av roderutslag tar autopiloten hand om en del av den statiska stabiliteten och flygplanet kan ges en smäckrare utformning, vilket är aerodynamiskt riktigt.

Styrningen ska också kunna ske direkt på förarens kommando genom att han manipulerar en spake. Också i detta fall behövs en reglering enligt återkopplingsprincipen för att ge flygplanet bra styregenskaper som servo betraktad.

## Matematisk systemmodell

## 1. Beteckningar och förkortningar

- M moment  
 F kraft  
 V hastighet  
 $\delta_e$  höjdroderutslag i radianer, positiv nedåt  
 $\delta_c$  kommandosignal till höjdroderservo (radianer)  
 $\zeta$  relativ dämpning  
 $n_z$  normal acceleration i z riktning (per g)  
 $\omega_o$  egenfrekvens (radianer per sekund)  
 g tyngdaccelerationen  
 $\Theta$  tippvinkel: vinkel mellan X axeln och horisontalen mätt i longitudinella XZ planet.  
 $\Phi$  roll vinkel.  
 $\Psi$  girvinkel  
 P rollvinkelhastighet i rad/sek  
 Q tippvinkelhastighet  
 R girvinkelhastighet  
 U hastighet i X led  
 V hastighet i Y led  
 W hastighet i Z led  
 $I_x$  tröghetsmoment  
 $J_{xy}$  tröghetsprodukt  
 $\alpha$  attackvinkel: vinkel mellan relativa vindriktningen och en aerodynamisk vingkorda  
 $\sim$  proportionell mot  
 H rörelsemängdsmoment  
 m massa  
 F.C. flight condition (flygfall)

## Inledning

I detta avsnitt beskriver jag kortfattat de hudsakliga tankarna bakom flygplanets rörelseekvationer utan att gå in på detaljer om aerodynamik. Läsaren behöver alltså inte mer än läsa igenom texten, utan att med papper och penna jobba sig igenom ekvationerna, eller fundera alltför länge kring detaljer. Det viktiga är att veta under vilka förutsättningar och vilka begränsningar gäller för dessa ekvationer. Ekvationerna förenklas successivt ända tills man får en andra ordningens differentialekvation.

Flera approximationer är empiriska, andra är aerodynamiskt motiverade och jag har inte försökt att reda ut dem.

Ur reglerteknisk synpunkt är vi inte så intresserade av att veta varför systemekvationerna ser ut som de gör. Det tillhör fysiken. Huvudsaken är att vi har en matematisk modell som någorlunda beskriver systemets intressanta egenskaper. Vi vet också, att även om modellen är mindre noggrann, kan reglerteknikern vara framgångsrik, vilket sammanhänger med att genom återkoppling minskas systemets känslighet med avseende på parametervariationer.

Ref. 4 är källa.

### Stelkroppsapproximationens rörelseekvationer

I figuren nedan är koordinatsystemet XYZ fixerad i flygplanskroppen med origo i tyngdpunkten. Systemet XYZ rör sig alltså med flygplanet. Systemet  $X_E Y_E Z_E$  är fixerad i jorden och är vårt 'inertiella' referenssystem. Hastigheter räknas relativt  $X_E Y_E Z_E$  men man uttrycker dem som momentana projektioner på XYZ axlarna.

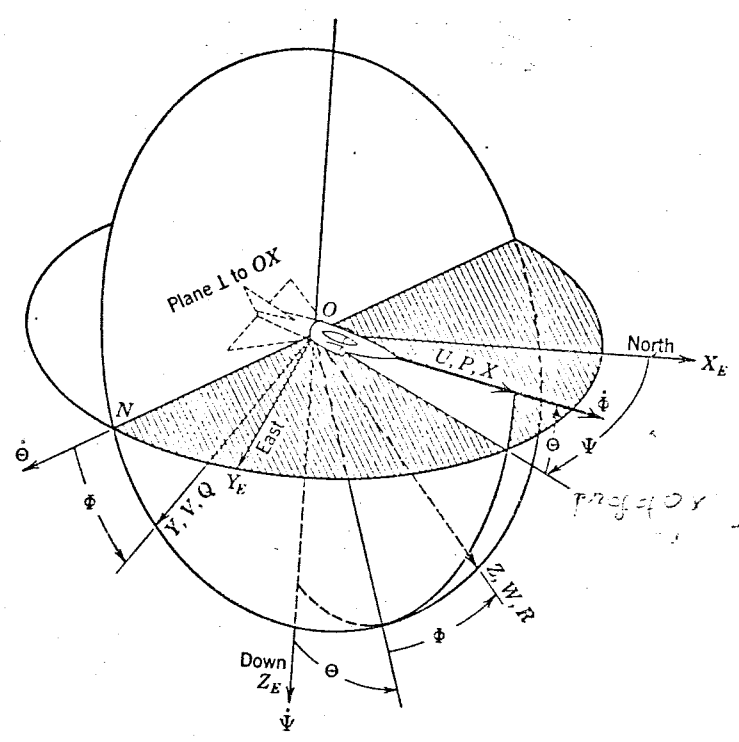


Figure 1-2 Sketch of fixed and aircraft axes.

Enligt mekanikens lagar bestäms en stelkropps rörelse fullständigt av:

- $\sum F = \frac{d}{dt} (m V_T) \Big|_E$
- $\sum M = \frac{dH}{dt} \Big|_E$

Index 'E' betyder 'earth' och påminner att derivatorna ska tas i ovan nämnda referenssystem. Index 'T' betyder 'total' eller resulterande.

$V_T$  är alltså hastighetsvektorn hos tyngdpunkten.

Vi delar nu upp  $\sum F$  och  $\sum M$  i två termer: en statisk jämviktsterm  $\sum F_0$  resp  $\sum M_0$  och en störningsterm  $\sum \Delta F$  resp  $\sum \Delta M$

- $\sum F = \sum F_0 + \sum \Delta F$
- $\sum M = \sum M_0 + \sum \Delta M$

Eftersom flygplanet ursprungligen befinner sig i en oaccelererad rätlinjig rörelse är

- $\Sigma F_o = 0$
- $\Sigma M_o = 0$

Innan vi går vidare ska följande antaganden preciseras:

1. Flygplanet är en stel kropp. Inga roterande eller flyttbara delar inuti flygplanet tas i beaktande.
2. Flygplanets massa är oförändrad.
3. Jorden tas som inertiellt referenssystem och atmosfären är fix relativ jorden. (instrumenten kan inte känna av jordens vridning)
4. Flygplanet har ett symmetriplan som spänns upp av axlarna X och Y och således är  $J_{xy}$  och  $J_{yz} = 0$ .
5. Innan störningen befinner sig flygplanet i en oaccelererad rätlinjig rörelse
6. Störningarna är små vid sidan av produkter och kvadrater av störstorheter.

Utveckling av ovanstående kraft och momentekvationer i X, Y, Z led leder till:

- $\Sigma \Delta F_x = m (\dot{U} + WQ - VR)$
- $\Sigma \Delta F_y = m (\dot{V} + UR - WP)$
- $\Sigma \Delta F_z = m (\dot{W} + VP - UQ)$
- $\Sigma \Delta M_x = \dot{P} I_x - \dot{R} J_{xz} + QR (I_z - I_y) - PQ J_{xz}$
- $\Sigma \Delta M_y = \dot{Q} I_y + PR (I_x - I_z) + (P^2 - R^2) J_{xz}$
- $\Sigma \Delta M_z = \dot{R} I_z - \dot{P} J_{xz} + PQ (I_y - I_x) + QR J_{xz}$

Beteckningarnas betydelse framgår av beteckningslista och figuren ovan. Observera att vi hittills icke utnyttjat aerodynamikens lagar. De aerodynamiska krafterna och momenten ligger inbakade i ekvationernas vänsterled.

och är av två slag: gravitationskrafter och aerodynamiska krafter. Momenten är av ren aerodynamisk natur.

Om störningen består av ett plötsligt roderutslag (höjdroder) förblir  $P=R=V=0$  och vi får bara tre ekvationer som beskriver rörelsen i symmetriplanet:

- $\Sigma \Delta F_x = m (\dot{U} + WQ)$
- $\Sigma \Delta F_z = m (\dot{W} - UQ)$
- $\Sigma \Delta M_y = Q I_y$

Med skrivsättet

$U = U_0 + u$	$P = P_0 + p$
$V = V_0 + v$	$Q = Q_0 + q$
$W = W_0 + w$	$R = R_0 + r$

har vi en term för den ostörda delen med index 0 och en del (liten bokstav) för störningsbidraget. Nu kan vi skriva ekvationerna i longitudinella symmetriplanet så här:

- $\sum \Delta F_x = m(\dot{u} + wq)$
- $\sum \Delta F_z = m(\dot{w} - u_0 q - uq)$
- $\sum \Delta M_y = I_y \dot{q}$

Med förutsättningen 6 ovan får man:

- $\sum \Delta F_x = m \dot{u}$
- $\sum \Delta F_z = m(\dot{w} - u_0 q)$
- $\sum \Delta M_y = I_y \dot{q}$

I detta fall är  $q = \dot{\theta}$

Dividera ekvationerna med  $U$  och inför beteckningen  $\alpha = \frac{w}{U}$ . Se figur nedan.

- $\frac{1}{U} \sum \Delta F_x = m \frac{\dot{u}}{U}$
- $\frac{1}{U} \sum \Delta F_z = m(\alpha - \dot{\theta})$
- $\frac{1}{U} \sum \Delta M_y = \frac{I_y}{U} \ddot{\theta}$

$$U \approx U_0$$

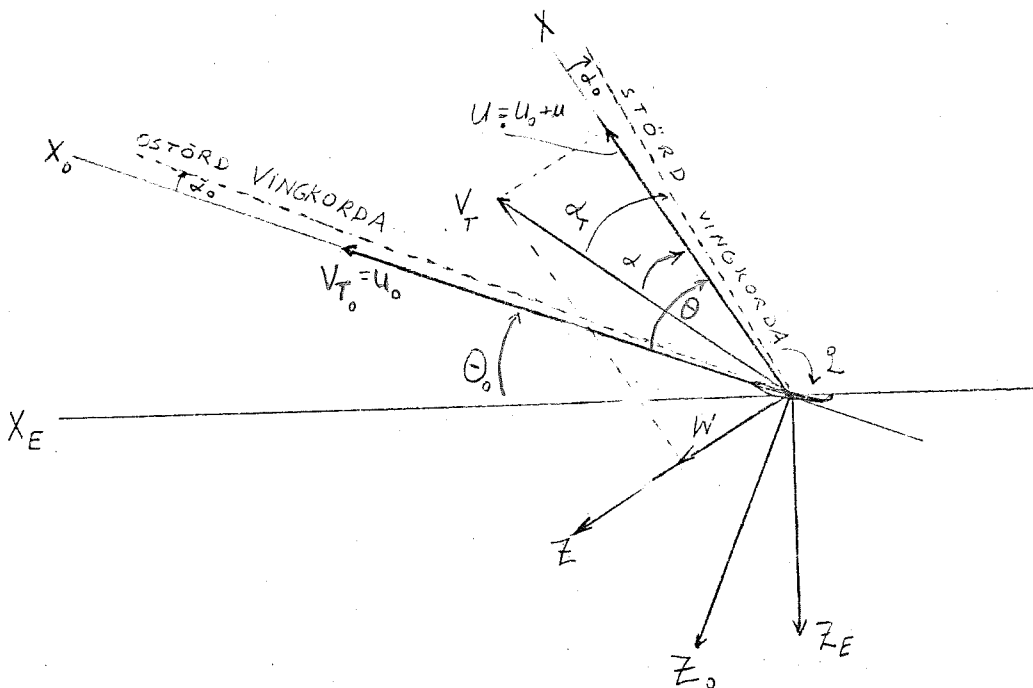


Fig: Flygplansaxlarna i longitudinella planet.

$X_0, Y_0, Z_0$  axlarna är ursprungliga läget av det stelkroppsfixerade axelsystemet medan  $XYZ$  är det nya störda läget.

Nu riktar vi vår uppmärksamhet på ekvationernas vänsterled. Av aerodynamiska orsaker kan man skriva:

- $\sum \Delta F_x = F_x(u, w, \dot{w}, \theta, \dot{\theta})$
- $\sum \Delta F_z = F_z(u, w, \dot{w}, \theta, \dot{\theta})$
- $\sum \Delta M_y = M_y(u, w, \dot{w}, \theta, \dot{\theta})$

Inom parantesen förekommer bara versaler här.

och med förutsättningen 6 ovan får man alltså:

etc

$$\sum \Delta F_x = \frac{\partial F_x}{\partial u} u + \frac{\partial F_x}{\partial w} w + \frac{\partial F_x}{\partial \dot{w}} \dot{w} + \frac{\partial F_x}{\partial \theta} \theta + \frac{\partial F_x}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta}$$

Genom att kombinera ekvationerna med ekv 7-9 förra sidan får man ett ekv-system som jag för överskådlighetens skull skriver:

- $A_1 \ddot{u} + A_2 \dot{u} + A_3 \dot{\alpha} + A_4 \alpha + A_5 \dot{\theta} + A_6 \theta = D_x \delta_e$
- $B_2 \dot{u} + B_3 \dot{\alpha} + B_4 \alpha + B_5 \dot{\theta} + B_6 \theta = D_z \delta_e$
- $C_2 \ddot{u} + C_3 \dot{\alpha} + C_4 \alpha + C_5 \dot{\theta} + C_7 \ddot{\theta} = D_M \delta_e$

där  $D_x, D_y, D_z$  är drivfunktionskonstanter. Vi kan anta att drivfunktionen är enbart av roder natur, men det är inte nödvändigt.

I praktiken är koefficienterna  $A_3, A_5, C_2, B_6, C_3$  försumbara. Betrakta det homogena ekv-systemet, dvs vi tänker oss att alla rodren låses fixa. Vi har att göra med 3 differentialekvationer varav 2 är av första ordningen och en är av andra ordningen. Den karaktäristiska ekvationen är alltså av 4:de ordningen och i ett praktiskt numeriskt fall får man alltid två komplexkonjugerade rotpar. Som numeriskt exempel kan vi ta:

$$\zeta_1 = 0.352 \quad \zeta_2 = 0.032$$

$$\omega_1 = 1.145 \quad \text{och} \quad \omega_2 = 0.073$$

Den snabba och starkare dämpade svängningen är den viktigaste. Den kallas tippsvängning och består främst av variationer i  $\alpha$  och  $\dot{\theta}$  medan  $u$  och  $\dot{u}$  nästan är noll. Genom att sätta  $u$  och  $\dot{u}$  lika med 0 i ekv 5-7 denna sida kommer varje överföringsfunktion (t.ex  $\frac{\alpha}{\delta_e}$ ) att överensstämma med det fullständigare ekv systemet för frekvenser kring tippsvängningen och högre, men inte för de lägre frekvenserna. Emellertid är de lägre frekvenserna mindre intressanta ty piloten har då gott om tid på sig att parera dem, ibland även omedvetet. Vi har nu förenklat ekvationerna och fått ett andra ordningens system, som kan skrivas:

- $\ddot{\alpha} = Z_\alpha \alpha + \dot{\theta} + Z_{\delta_e} \delta_e$
- $\ddot{\theta} = M_\alpha \alpha + M_\theta \dot{\theta} + M_{\delta_e} \delta_e$

Ena koefficienten framför  $\dot{\theta}$  är  $\approx 1$ , vilket också är ett empiriskt resultat. Koefficient värdena för de olika flygfällen ges i tabellen nedan.

F.C.	Z <sub>α</sub>	Z <sub>δ<sub>e</sub></sub>	M <sub>α</sub>	M <sub>δ<sub>e</sub></sub>	M <sub>θ</sub>	V/ε	q̄(psf)	M
1	-0.3	-0.192	-1.5	-6.0	-0.3	12.2	150	0.35
2	-0.98	-0.442	-4.9	-19.6	-0.98	21.9	490	0.63
3	-1.66	-0.49	-15.77	-33.2	-1.66	29.9	830	0.86
4	-2.28	-0.459	-46.1	-45.9	-2.27	35.7	1160	1.03
5	-2.727	-0.569	-57.9	-56.8	-2.73	39.6	1500	1.14
6	-1.83	-0.465	-51	-46.5	-1.83	51.9	1500	1.60
7	-1.02	-0.359	-43.9	-35.9	-1.02	63.6	1500	2.07
8	-0.807	-0.254	-36.9	-25.3	-0.807	76.5	1500	2.54
9	-0.600	-0.150	-30.0	-15.0	-0.600	90.3	1500	3.00
10	-0.462	-0.116	-23.1	-11.5	-0.462	90.3	1155	3.00
11	-0.328	-0.082	-16.4	-8.20	-0.328	90.3	820	3.00
12	-0.196	-0.049	-9.80	-4.90	-0.196	90.3	490	3.00
13	-0.060	-0.015	-3.00	-1.50	-0.060	93.9	150	3.00
14	-0.090	-0.030	-4.00	-3.00	-0.090	71.0	150	2.33
15	-0.167	-0.045	-4.98	-4.47	-0.167	50.5	150	1.68
16						30.4	150	1.01

Tabell 2:3-1

Tabellen visar flygplansparametrarna för de olika flygfallen.

Data har hämtats ur ref. 3

V̄ är en medelhastighet hos flygplanet.

q̄ är ett medelvärde för dynamiskt tryck.

M är Machtal.

I övrigt är flygplansparametrarna medelvärden i statistisk mening.

Varje flygfall representeras egentligen av en uppsättning stokastiska variabler men jag tar bara deras medelvärden .

Vi har nu fått den slutliga formen för systemekvationerna i longitudinella planet, på engelska kallad "the short period approximation".

Eftersom i fortsättningen jag kommer att koncentrera mig kring överföringsfunktionen  $\frac{n_2}{\delta_e}$  ska jag visa hur man kan få ett uttryck för  $n_2$ .

$$n_2 = \frac{\sum \Delta F_z}{mg} = \frac{m U_0}{mg} \left( \frac{\dot{\omega}}{U_0} - \frac{U_0 \theta}{U_0} \right) = \frac{U_0}{g} (\dot{\alpha} - \theta) \quad \text{där} \quad U_0 = \bar{V}$$

Vad beträffar lateral ekvationerna kommer jag inte att använda dem och därför nöjer mig med att bara nämna att man kan också där göra vissa approximationer men det är lite mer komplicerad.



## 2:4 Sammanfattning

Flygplansdynamiken i longitudinella symmetriplanet ges av:

$$\dot{\alpha} = Z_{\alpha} \alpha + \dot{\theta} + Z_{\delta_e} \delta_e$$

$$\ddot{\theta} = M_{\alpha} \alpha + M_{\dot{\theta}} \dot{\theta} + M_{\delta_e} \delta_e$$

Dessa ekvationer förutsätter små ändringar kring ett jämviktsläge eftersom de erhållits som en linearisering av ursprungligen komplicerade olineära ekvationer. Det ska också komma ihåg att de beskriver dynamiken för de högre frekvenserna, dit tippsvängningen räknas, och inte för låga frekvenser av typ phygoïdsvängning.

I kommande avsnitt kommer jag att studera uppförandet av normalaccelerationen  $n_z$  som kan uttryckas enligt ekv:

$$n_z = \frac{V}{g} (-Z_{\alpha} \alpha - Z_{\delta_e} \delta_e)$$

Man känner igen systembeskrivningen från teorin:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

I tabell 2:3-1 ges värdena på flygplansparametrarna för de olika flygfallen.

I appendix A finns tabeller med överföringsfunktioner.

Man ser där att överföringsfunktionen  $\frac{n_z}{\delta_e}$  är av icke minimum fas typ.

### 3. Problemet

Eftersom överföringsfunktionen  $\frac{n_z}{\delta_e}$  är av icke minimum fas typ är det besvärligare att styra än ett system av minimumfas typ .

I J.A.C.C. konferensen från 1970 har man sett det som en utmaning att konstruera en reglermekanism så att stegsvaret för  $n_z$  styrning ligger helt inom specifikationsgränserna på nästa sida med en sannolikhet av minst 85%. Man har där givit ekvationerna för det elastiska flygplanet, men jag har bara tagit med stelkreppsapproximationens ekvationer.

En ytterligare specifikation var  $|\dot{\delta}_e| < 0.5 \text{ rad/sek}$

Ett praktiskt önskemål är att konstruera en regulator som inte behöver ändra parametervärdena så mycket från flygfall till flygfall. Detta är bra därför att systemparametrarna egentligen är stokastiska variabler och liten variation hos regulatorparametrar tyder på bra känslighet med avseende på system - parametervariationer och brus. Regeln för valet av regulatorparametrar bör vara enkel. Det är svårt att mekanisera regulatorn annars.

Specifikationerna på nästa sida är av 2 slag: dels har vi de strängare specifikationerna på snabbhet att det högst får gå 1 sekund innan 90% värdet nås, dels har vi det mindre stränga kravet att det får gå 3 sekunder tills 90% värdet nås.

En titt på tabell 2:3-1 visar att de strängare kraven avser flygfallen 3-11 och övriga flygfall hamnar alltså under de mindre stränga kraven.

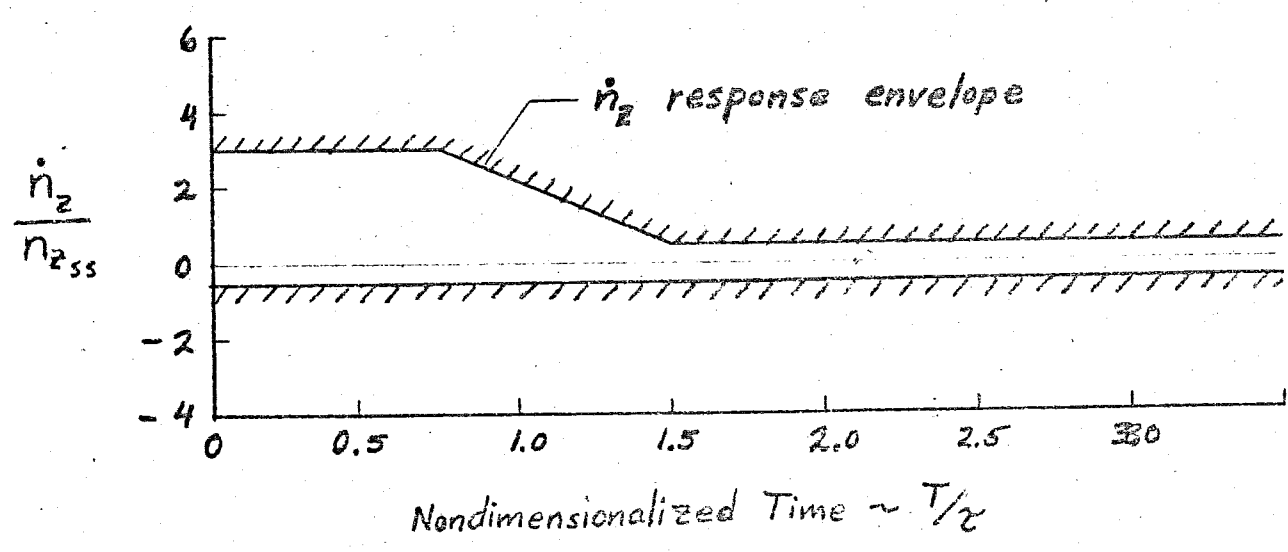
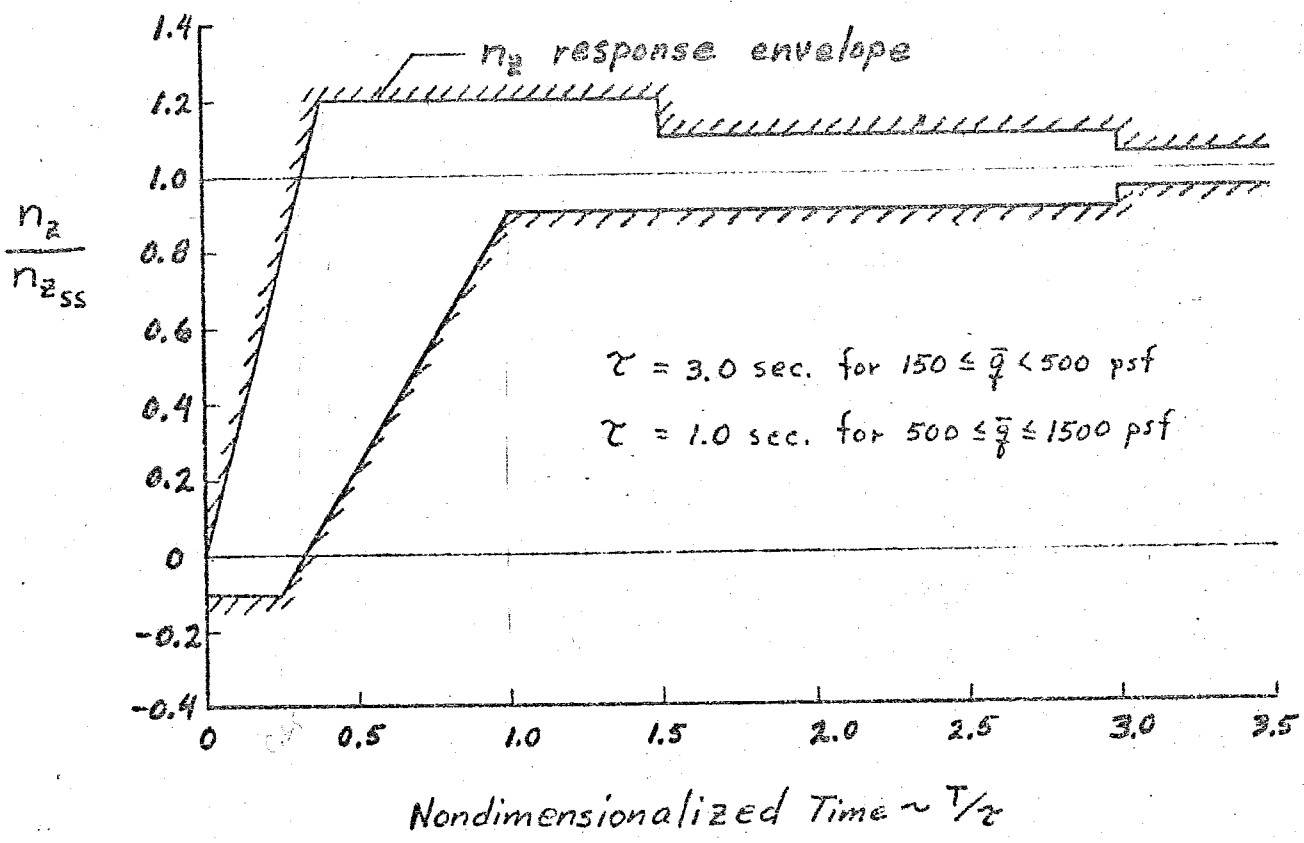


Figure 10. Design specifications for the time response to a step command input.

## 4. UTFÖRANDE

## 4:1 Inledning

Under rubriken "utförande" redogör jag för undersökningen av tre kopplingsförslag.

Det första är tagen ur ref.4 och använder sig av två återkopplingar: en från  $\dot{\theta}$  och en från  $n_z$ , som man ser i fig 4:1-1.

Det andra är en vidareutveckling av den första, genom att ytterligare tillfoga två återkopplingar för att kunna placera polerna godtyckligt. Kopplingen behandlas i avsnitt 4:2.

Den tredje undersökningen gäller ett förslag av R.A.Hannen i ref .2, som behandlas i avsnitt 4:3.

## 4:1. Två enkla återkopplingar

För att motivera kopplingen i fig 4:1-1 ska vi titta på rotorten för systemet UTAN inre loop. Flygplanets överföringsfunktion från  $n_z$  till  $\theta$  ges i appendix A. Vi ser där att överföringsfunktionen alltid har två nollställen ungefär symmetriskt belägna kring origo, och ett komplext polpar (tidigare förklarad som tippsvängningen). Integrationen i det öppna systemet är nödvändig för att få stationära felet 0. Argumentvillkoret är  $0^\circ$  och inte  $180^\circ$ .

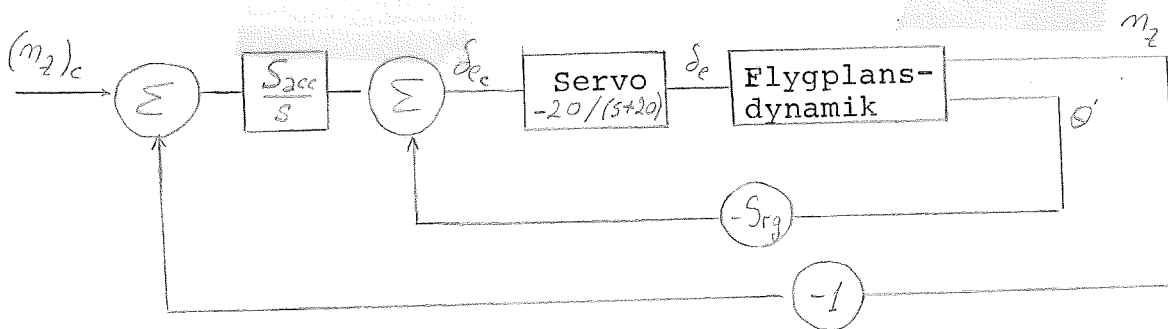


Fig.4:1-1

$S_{rg}$  och  $S_{acc}$  är regulator parametrarna som ska ställas in.  
 Index rg står för "rate gyro",  
 acc står för "acceleration",  
 c står för "command".

Övriga beteckningar framgår av beteckningslistan 2:1.

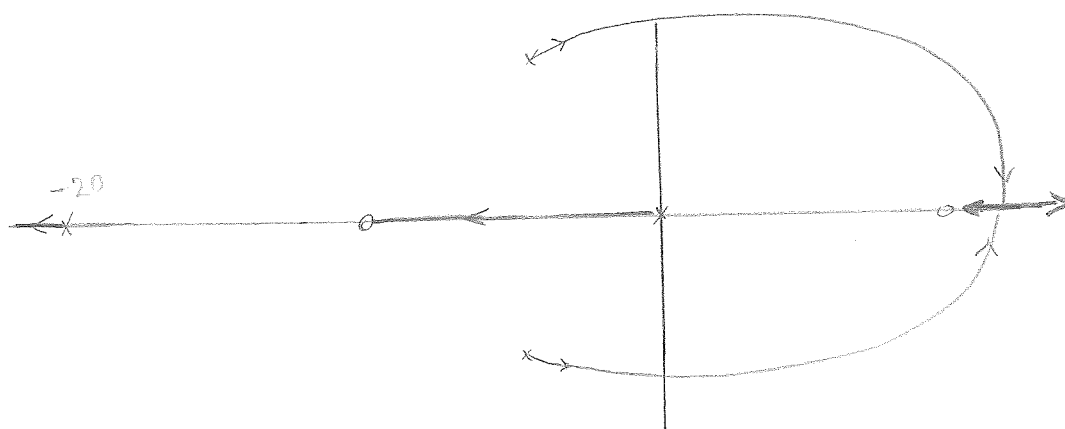


Fig 4:1-2a

Principiellt utseende hos rotorten när inre loopen sknas.

Denna rotort lämnar vänstra halvplanet alltför snabbt och därför är den oacceptabel ur stabilitetssynpunkt.

Vi ska nu titta på rotorten för endast inre loopen. I appendix A ser vi att överföringsfunktionen från  $\theta$  till  $\dot{\theta}$  alltid har ett nollställe i vänstra halvplanet och de ovannämnda komplexa polerna. Argumentvillkoret är  $180^\circ$  och rotorten kan se ut på endera av följande 2 sätt:

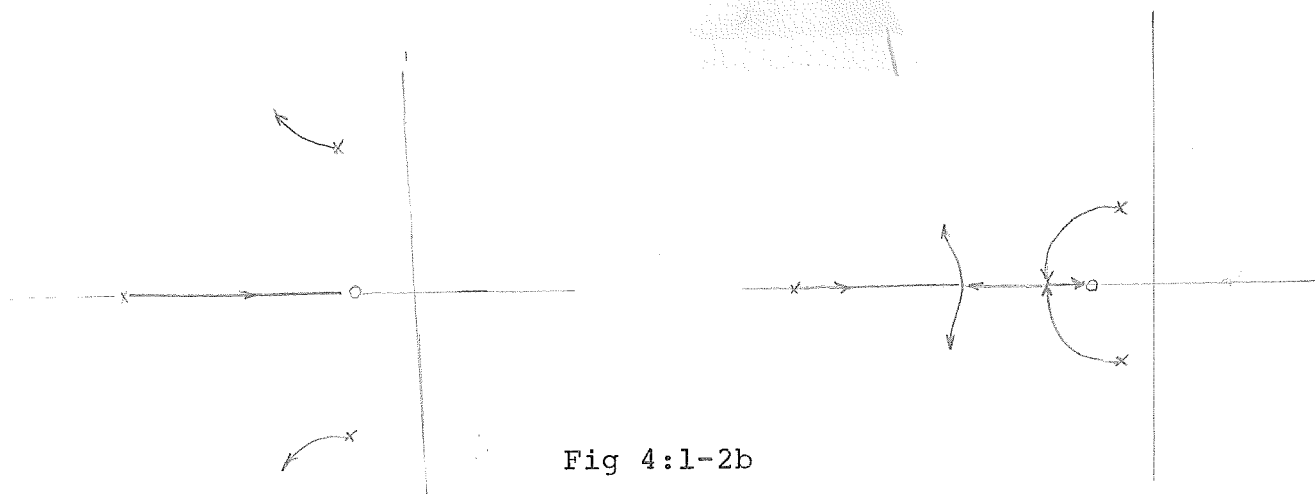
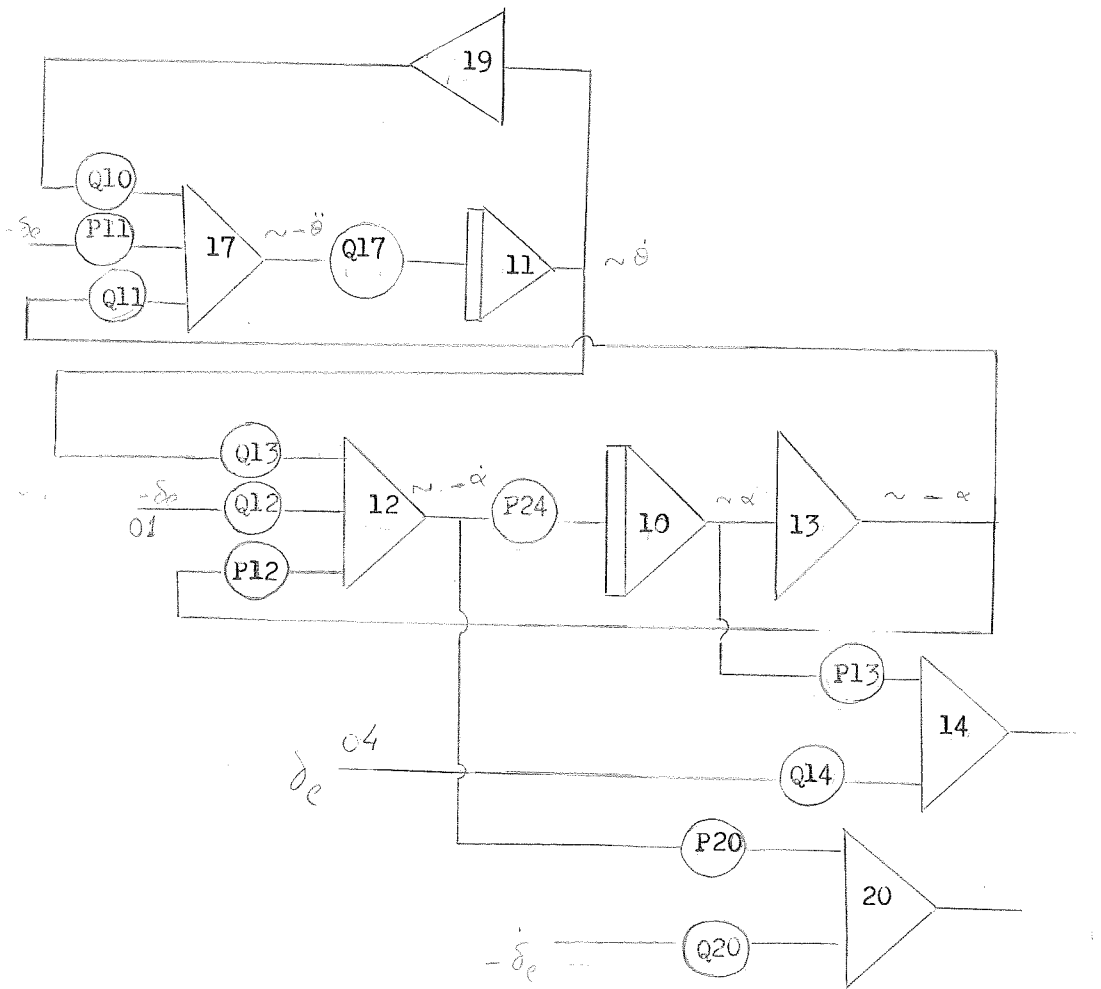


Fig 4:1-2b

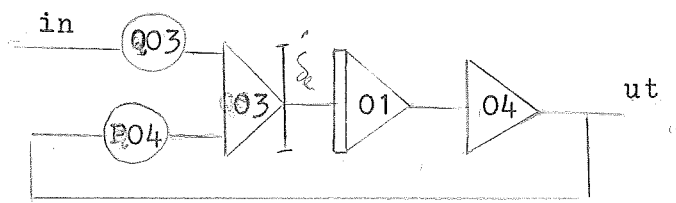
Figurerna visar de två möjliga utseendena hos rotorten när man återkopplar från  $\theta$ . Om de två komplexa polerna ligger tillräckligt nära reella axeln får man brytpunkter.

Således är inre loopen alltid stabil. Genom att välja ett visst  $S_{rg}$  har vi valt 3 startpunkter för nästa rotort, och man inser att  $S_{rg} > 0$  skjuter dessa startpunkter längre in i vänstra halvplanet, dvs  $S_{rg}$  har en stabiliserande verkan.



Koppling för flygplans dynamik

10 ingångar har ej utsatts. De framgår av tabell 4:1-1



Servo:  $ut/in = -5/(s+5)$

Tidsskala :4

Fig.4:1-3

F.C.	Q17	P24	P12	Q13	Q12	Q11	Q10	P11	P13	Q14	Q03
1	1	0.25	0.3	1	0.192	0.375	0.075	0.15x10	0.457	0.293	0.5x10
2	1	0.245	0.245	1	0.442	0.306	0.245	0.49x10	0.67	0.121x10	0.5x10
3	1	0.415	0.415	1	0.123	0.985	0.415	0.21x10	0.155x10	0.4575	10+10
4											
5	0.5x10	0.125x10	0.546	1	0.569	0.579	0.137	0.284x10	0.27x10	0.282x10	0.5x10
6											
7	1	0.255	0.255	1	0.359	0.274x10	0.255	0.897x10	0.205x10	0.285x10	0.5x10
8	1	0.202	0.202	0.125x10	0.159	0.185x10	0.202	0.316x10	0.152x10	0.121x10	1 x10
9	1	0.15	0.15	0.125x10	0.188	0.15x10	0.15	0.375x10	0.271x10	0.339x10	0.5x10
10	1	0.116	0.116	"	0.145	0.116x10	0.116	0.288x10	0.209x10	0.262x10	0.5x10
11	1	0.082	0.082	"	0.102	0.82	0.082	0.205x10	0.148x10	0.185x10	"
12	0.5	0.245	0.245	0.225x10	0.123	0.245x10	0.098	0.245x10	0.221x10	0.111x10	"
13	0.143	0.1	0.15	0.25 x10	0.0375	0.525x10	0.105	0.262x10	0.141x10	0.352	"

14

Tabell 4:1-1

Tabell för inställning av potentiometervärden för servo och flygplan.  
 Skrivsättet 10+0.28x10 anger att man ska ta signalen till två 10 ingångar, så att de summeras.

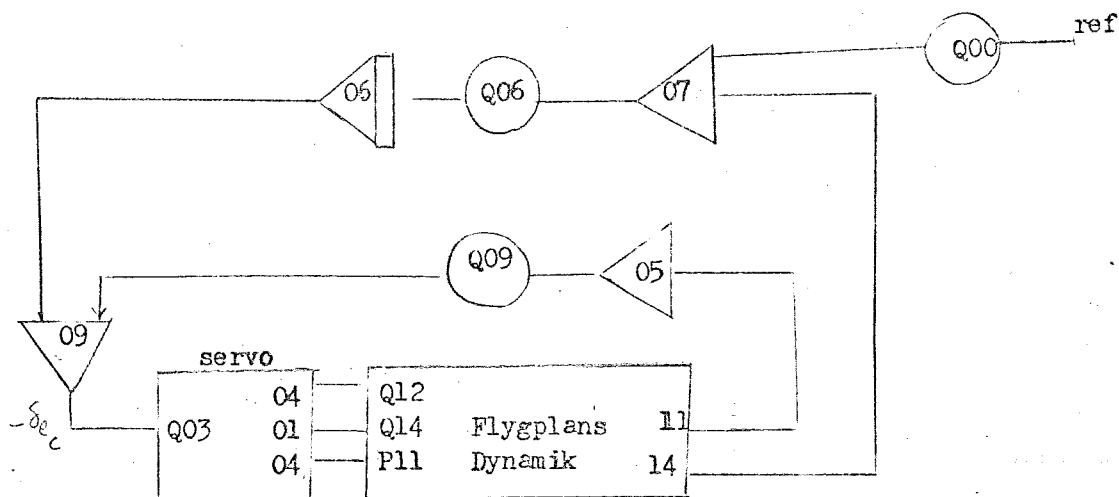


Fig 4:1-4

Analogmaskin koppling: 2 återkopplingar

Q06..... $2S_{acc}$  för flygfall 1-8. Annars  $S_{acc}$

Q09..... $S_{rg}$

Systemekvationerna lyder:

- $\dot{\alpha} = Z_{\alpha} \alpha + \dot{\theta} + Z_{\delta_e} \delta_e$
- $\ddot{\theta} = M_{\alpha} \alpha + M_{\dot{\theta}} \dot{\theta} + M_{\delta_e} \delta_e$
- $m_t = \frac{V}{g} (-Z_{\alpha} \alpha - Z_{\delta_e} \delta_e)$

Dessa ekvationer är skrivna på tillståndsformen:

- $\dot{x} = Ax + Bu$

- $y = Cx + Du$

där A, B, C är matriser.

Jag har kopplat upp på analogmaskin dessa ekvationer enligt kopplingschema nästa sida. Sedan återkopplade jag systemet enligt block-schemat ovan. Analogmaskinkoppling: se fig 4:1-2.

Efter en del experimenterande fick jag en känsla för hur  $S_{rg}$  och  $S_{acc}$  påverkar stegsvaret.

Om  $S_{acc}$  ökar, då ökar lutningen på stegsvaret dvs stigtiden minskar. Samtidigt ökar negativa och positiva överslängen.



Om  $S_{rg}$  ökar, blir stegsvaret trögare, negativa överslägen minskar men inte så mycket som när  $S_{acc}$  minskar lika mycket procentuellt. Överslängen dröjer sig kvar längre, och ändrar sig obetydligt i amplitud, fast det kan vara lite olika från fall till fall.

Ett exempel visas i diagram 4 (F.C. 7)

Inre loopen benämns mycket träffande "dämploop", och yttre loopen kallas "accelerationsloop"

Specifikationerna på  $n_z$  var aldrig något problem, och ifortsättningen bryr jag mig inte om det.

Det fanns också ett krav att  $|\delta_e| < 0.5$  men det kravet var alltid uppfyllt om  $(n_z)_c$  var mindre än  $2g$ , vilket jag diskuterar i appendix i samband med skalningen.

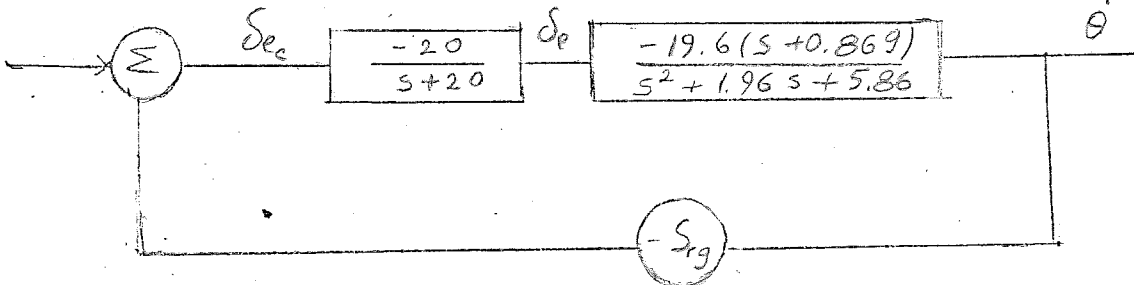
Metoden jag använder är en "trial and error"metod. Jag använder också rotorten men det räcker inte ensam. Här följer ett exempel på hur jag använt rotorten i ett fall.

Rotortssyntes för F.C.2

$$\frac{\dot{\theta}}{\delta_e} = \frac{-19.6(s + 0.869)}{s^2 + 1.96s + 5.86}$$

$$\frac{\dot{m}_z}{\delta_e} = \frac{9.66(s - 5.74)(s + 6.72)}{s^2 + 1.96s + 5.86}$$

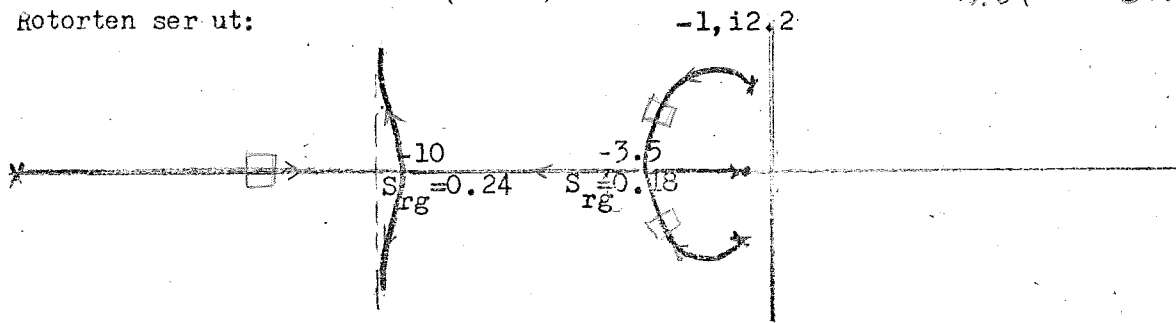
Dämploopen ser ut:



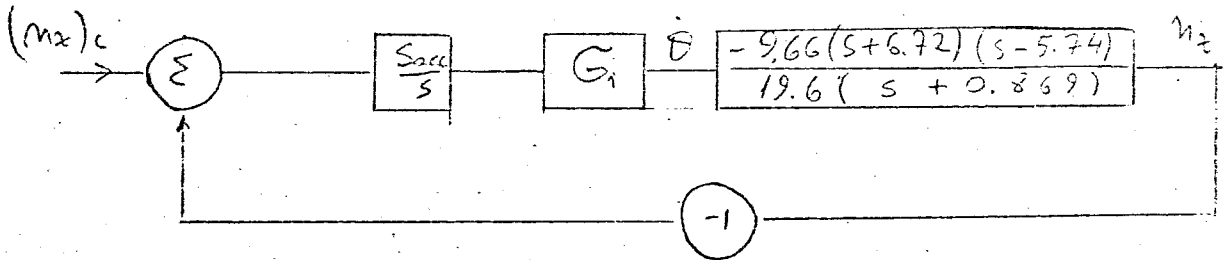
Dämploopen överföringsfunktion:

$$G_i = \frac{20 \cdot 19.6 \cdot (s + 0.869)}{(s + 20)(s^2 + 1.96s + 20) + 20 \cdot 19.6(s + 0.869)S_{rg}}$$

Rotorten ser ut:



Det gäller att bestämma singularitets diagrammet för nästa rotort med parametern  $S_{acc}$ . Systemet ser nu ut så:

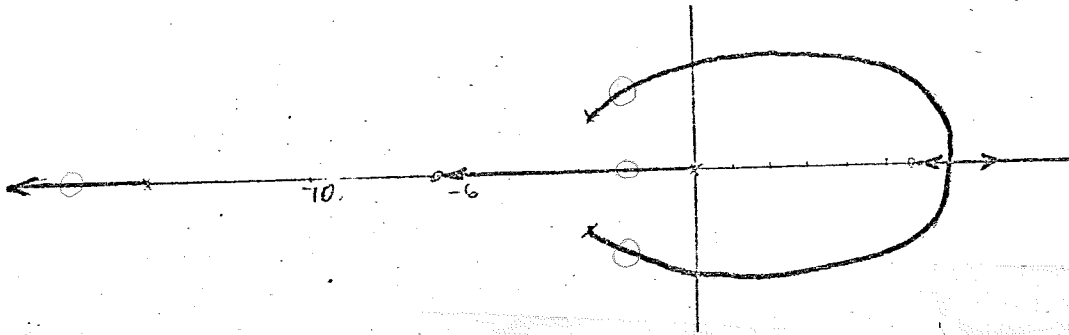


Öppna systemets överföringsfunktion är:

$$G_o = \frac{-S_{acc} \cdot 9.66 \cdot 20(s + 6.72)(s - 5.74)}{s [(s + 20)(s^2 + 1.96s + 20) + 20 \cdot 19.6(s + 0.869)S_{rg}]}$$

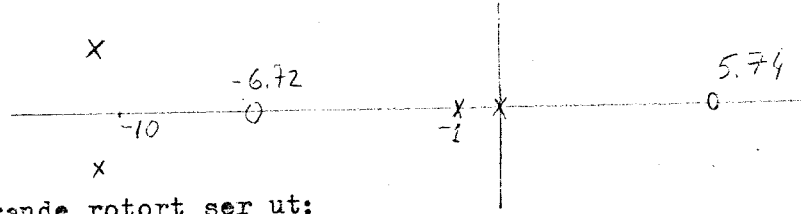
Om  $S_{rg} = 0.12$  kommer polerna för den inre loopen att ligga ungefär på de med kvadrater markerade ställena. Av uttrycket för  $G_o$  ser man att singularitetsdiagrammet för rotorten för systemet som återkopplas via  $-1$  har polerna  $0$  och de tre ovannämnda kvadratiske markeringarna, och nollställena  $5.74$  resp  $-6.72$ . De tre singulariteterna  $0, 5.74, -6.72$  kan vi inte göra något åt: de är s.a.s. fixa. Problemet är att välja de återstående 3 polerna (de kvadratiske markeringarna ovan) så att rotorten för totala systemet är bra. För olika  $S_{rg}$  får man olika rotorter för det totala systemet:

Vid uppritning av rotorten måste man observera att argumentvillkoret inte är det vanliga  $180^\circ$  utan  $0^\circ$ . Efter ett par övningar blir man så van att man kan se rotorten framför sig bara genom att titta på singularitetsdiagrammet.

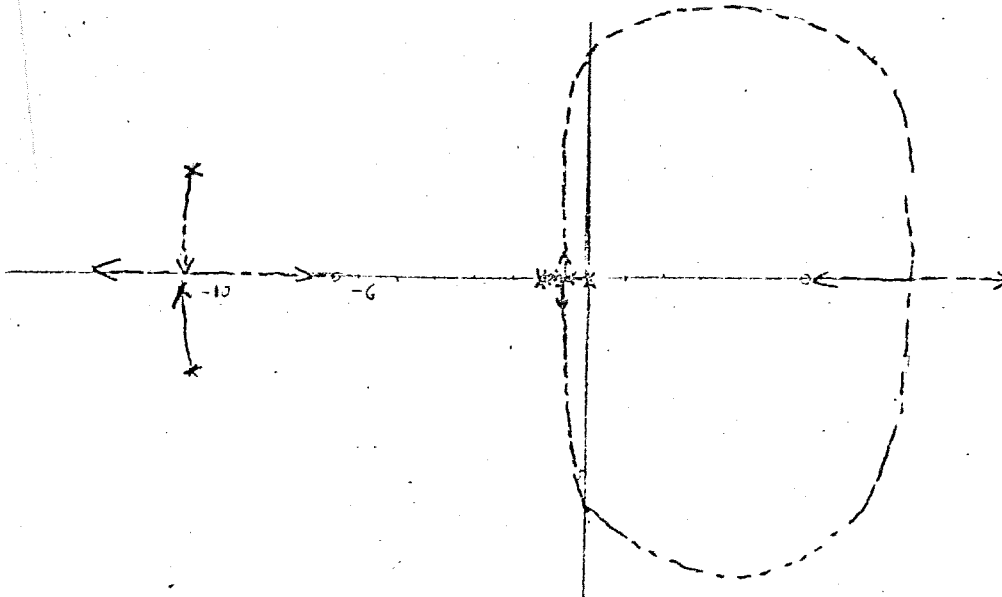


Figuren visar rotorten för totala systemet när  $S_{rg} = 0.12$ . Cirkelmarkeringarna anger det troliga läget hos polerna när  $S_{acc} = 0.02$ . Specifikationerna är uppfyllda med detta val av  $S_{rg}, S_{acc}$ . Jag ska nu visa hur ett annat val av  $S_{rg}$  också kan ge en "bra" rotort för totala systemet.

Specifikationerna för flygfall 2 är sådana att tidskonstanten ungefär är 2. Väljer vi t.ex.  $S_{rg}=1.8$  ser singularitets diagrammet ut:



Motsvarande rotort ser ut:



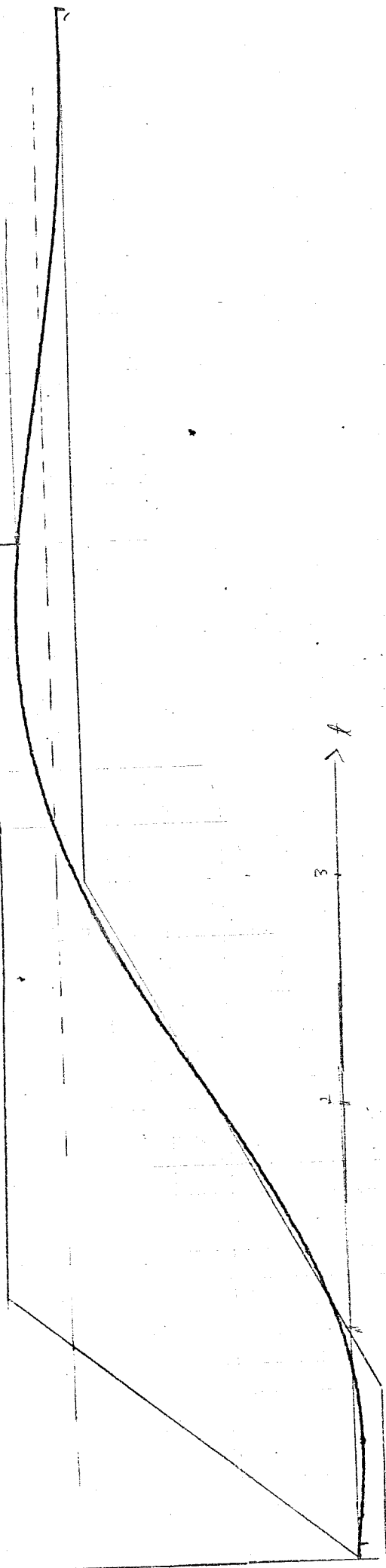
Det visar sig att specifikationerna uppfylles även för  $S_{rg}=1.8$  och  $S_{acc}=0.1$ , vilket förklaras av att tidskonstanten kunde vara så stor som 2 och alltså kunde den dominerande polens realdel vara  $-1/2$ , medan de övriga polerna ligger relativt långt borta.

Man ska dock inte tro att det alltid går att resonera på detta sätt. Jag hade nog tur att inte negativa överslängen blev för stor. Det finns alltså flera parameterpar  $S_{rg}, S_{acc}$  för vilka specifikationerna är uppfyllda. Detta vållade mycket problem ty det var inte alltid lätt att hitta de parametrar som täckte så många flygfall som möjligt. Jag nämnde i avsnitt 3 att styrparametrarna skulle variera så lite som möjligt för att utarbeta en någolunda enkel regel hur man ska välja styrparametrarna.

Det ska också nämnas att jag ofta avsiktligt ställde flygplansparametrarna något avvikande från sina medelvärden, för att testa parameterkänsligheten. Resultatet var tillfredsställande.

Närmast följer några diagram med stegsvar.

Diagram 4:1-1



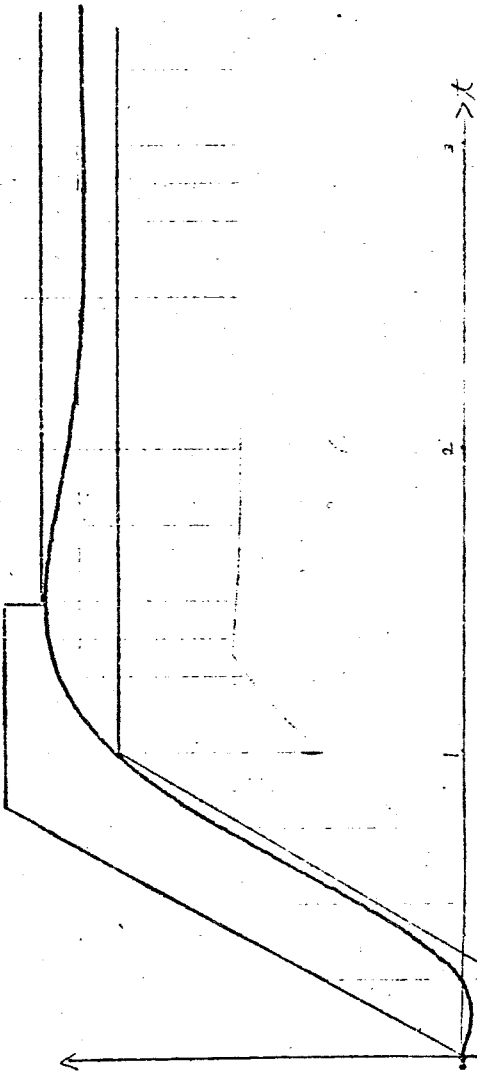
F.C.1

$S_{rg} = 0.12$  ,  $S_{acc} = 0.045$

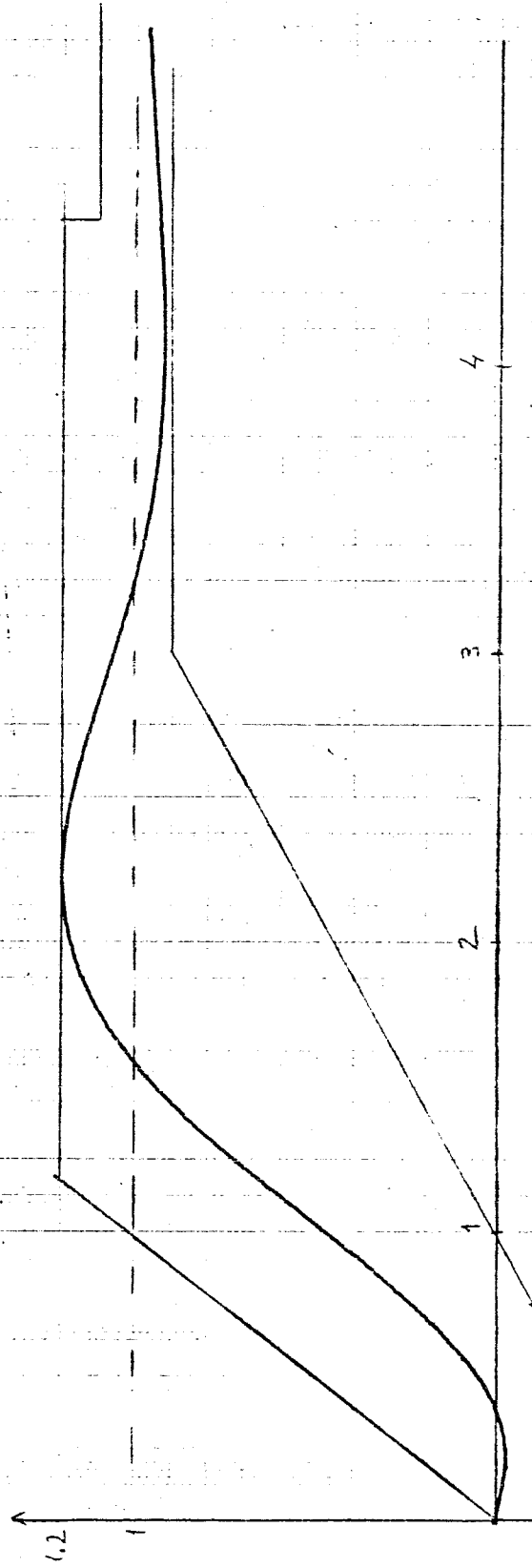
Kommentar

Specifikationerna för F.C.1 och F.C.2 är sådana att det får ta hela 3 sekunder tills stegsvaret når 90% värdet. Men för F.C.3-11 får det inte ta mer än 1 sek. Specifikationsgränserna är alltid utritade för varje diagram. Jag hade besvär med att få stegsvaret för detta fall att helt ligga innanför specifikationsgränserna.

Diagr. 4:1-2

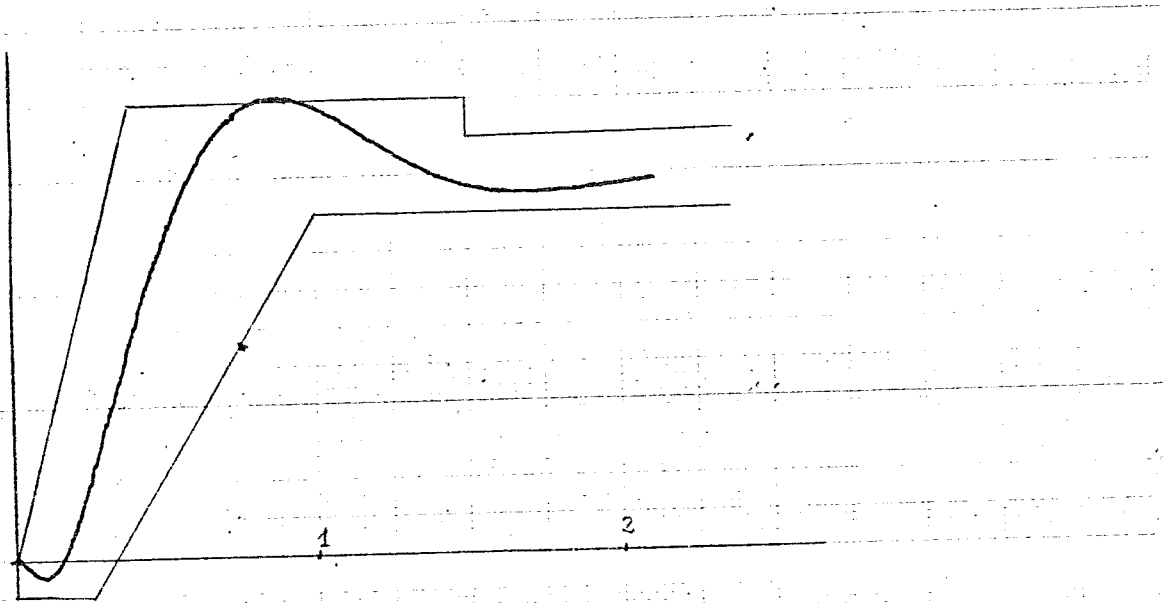


F.C.3:  $S_{rg} = 0.12, S_{acc} = 0.026$



F.C.2:  $S_{rg} = 0.12, S_{acc} = 0.025$

Diagram 4:1-3



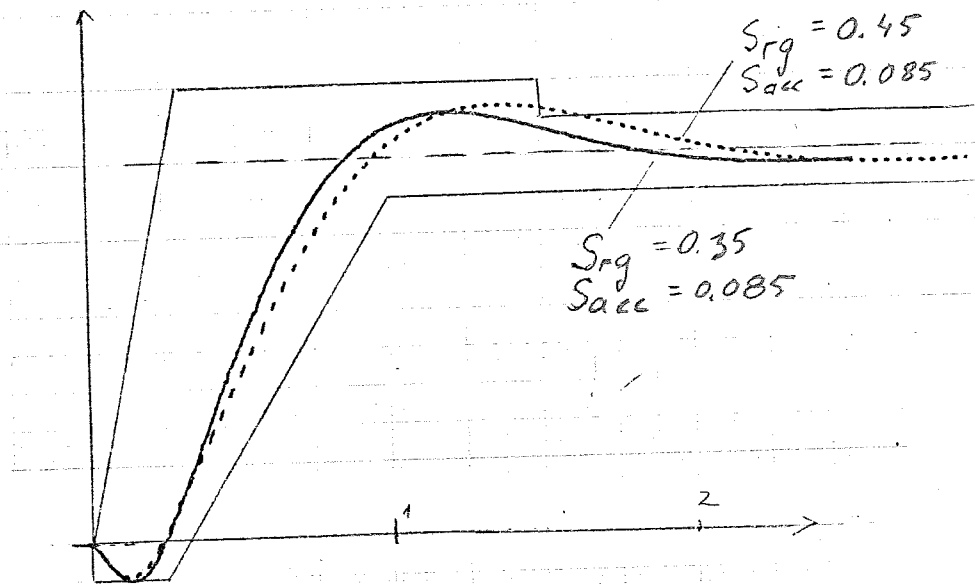
F.C.5

$$S_{rg} = 0.35, S_{acc} = 0.08$$

## Kommentar

Det var ovanligt lätt att uppfylla specifikationerna för detta flygfall.  
 Det fanns en mängd parameterpar  $S_{rg}, S_{acc}$  som uppfyllde specifikationerna och jag valde de värden som gav bästa "kontinuitet" i dessa parametrar med hänsyn till andra flygfall så att regeln för valet av parametervärden blev enkel.

Diagram 4:l-4



F.C.7

Kommentar.

Här ser man hur  $S_{rg}$  påverkar stegsvaret vilket kommenteras sidan  
 Man ser också att  $S_{rg}$  i detta fall kan tillåtas variera med  $\pm 25\%$  utan att stegsvaret hamnar utanför specifikationsgränserna.

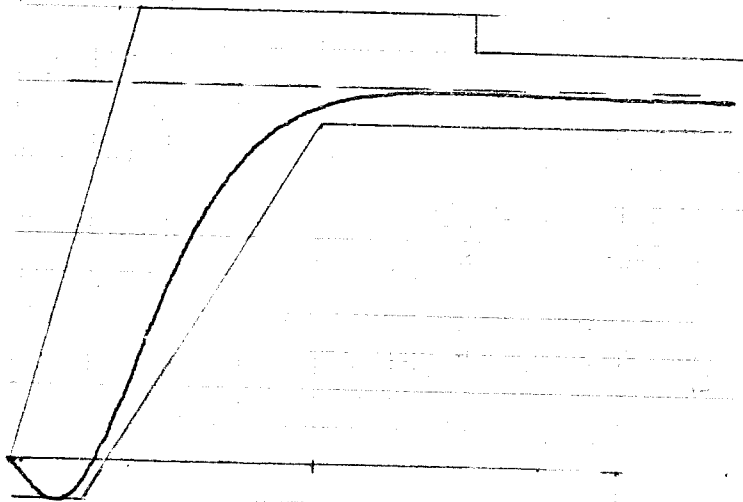
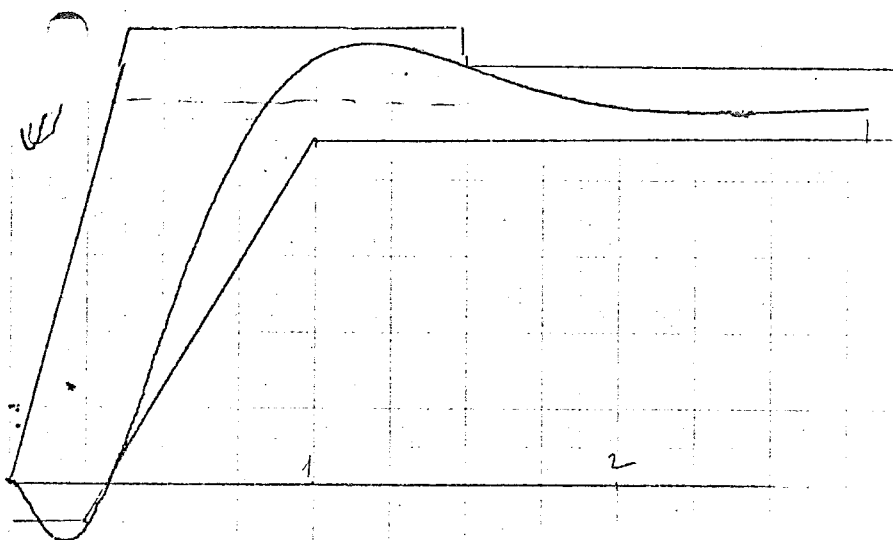
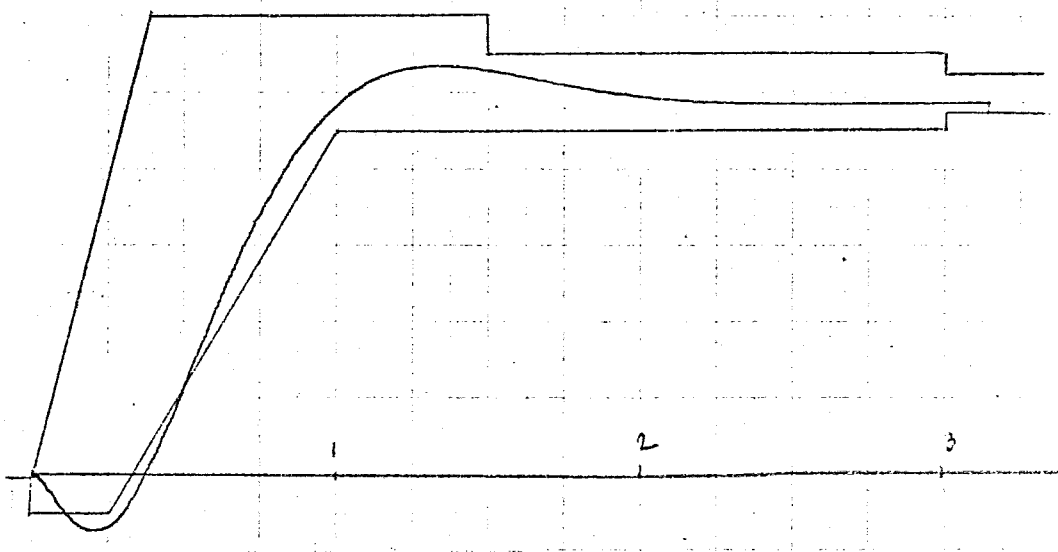
F.C.8:  $S_{rg} = 0.35, S_{acc} = 0.085$



Diagram 4:1-5



F.C. 9

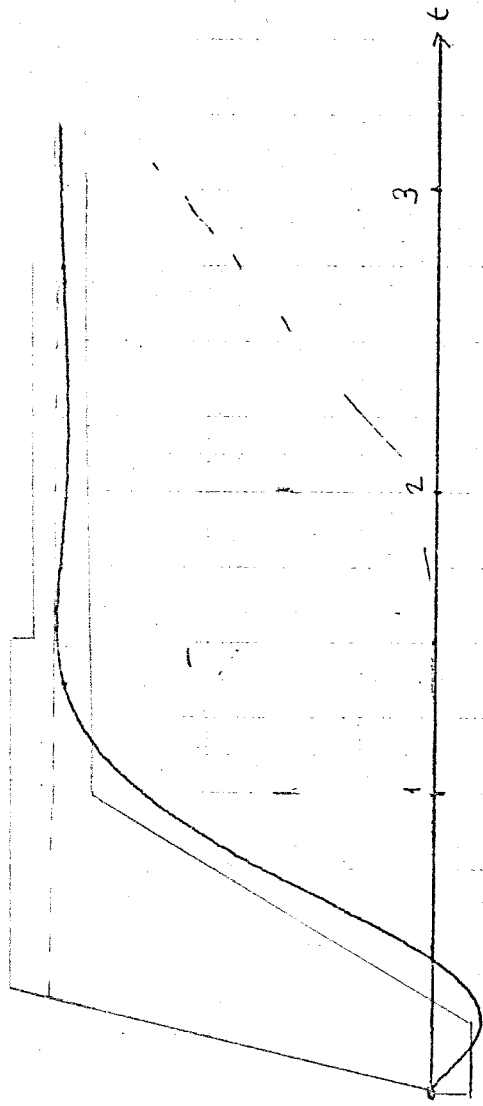
 $S_{rg}=0.6$  ,  $S_{acc}=0.16$ 

F.C.10

 $S_{rg}=0.6$  ,  $S_{acc}=0.16$ 

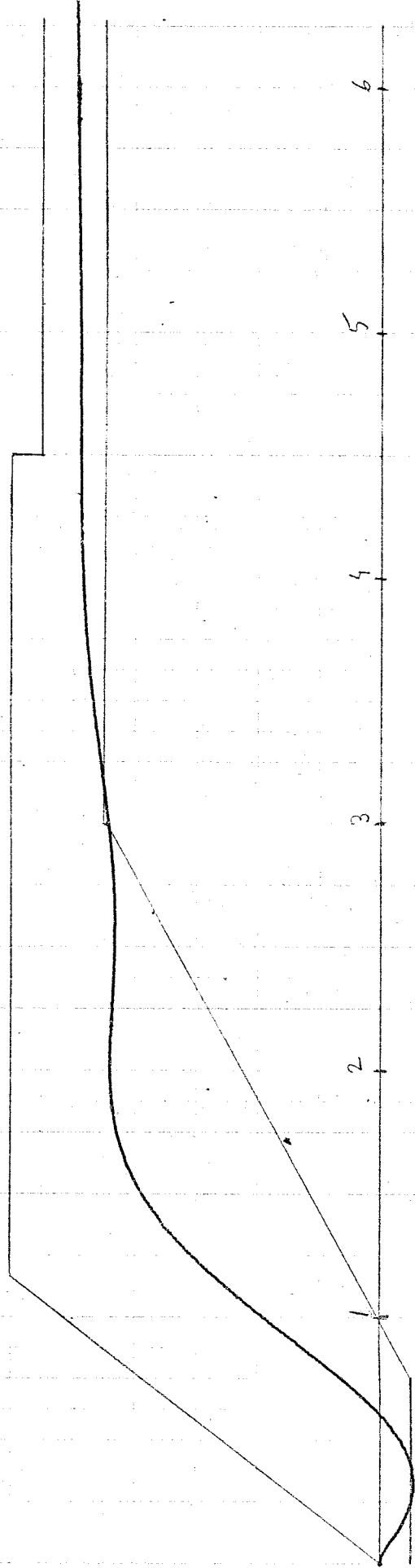
Kommentar: Ju mer vi avlägsnar oss från det "godartade" F.C.5 desto besvärligare tycks det bli. Jag kunde inte få detta stegsvar helt inom specifikationsgränserna.

Diagram 4:1-6



F.C. 11

$$S_{fg} = 0.6, S_{acc} = 0.16$$

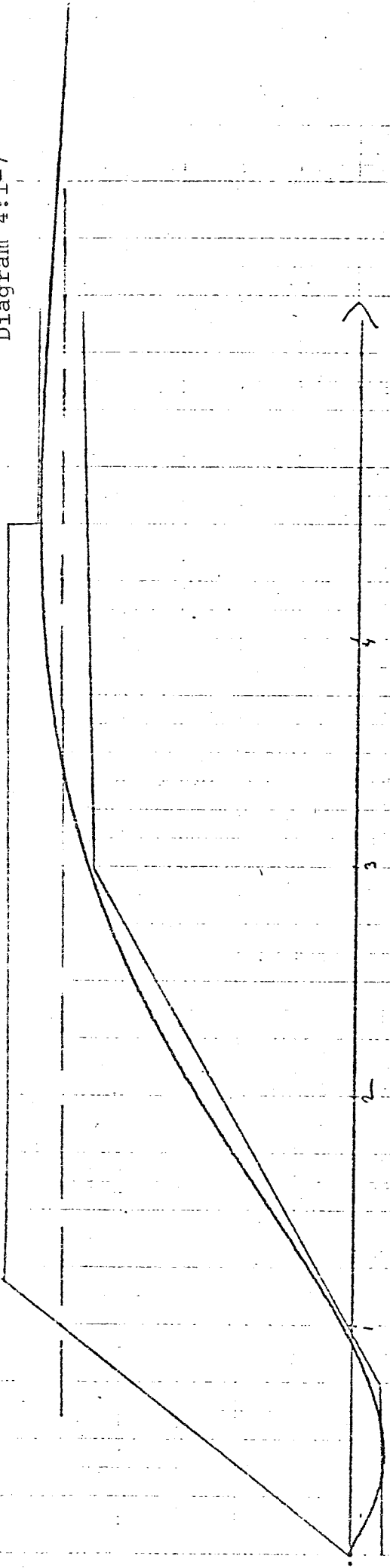


F.C. 12

$$S_{fg} = 0.6, S_{acc} = 0.16$$

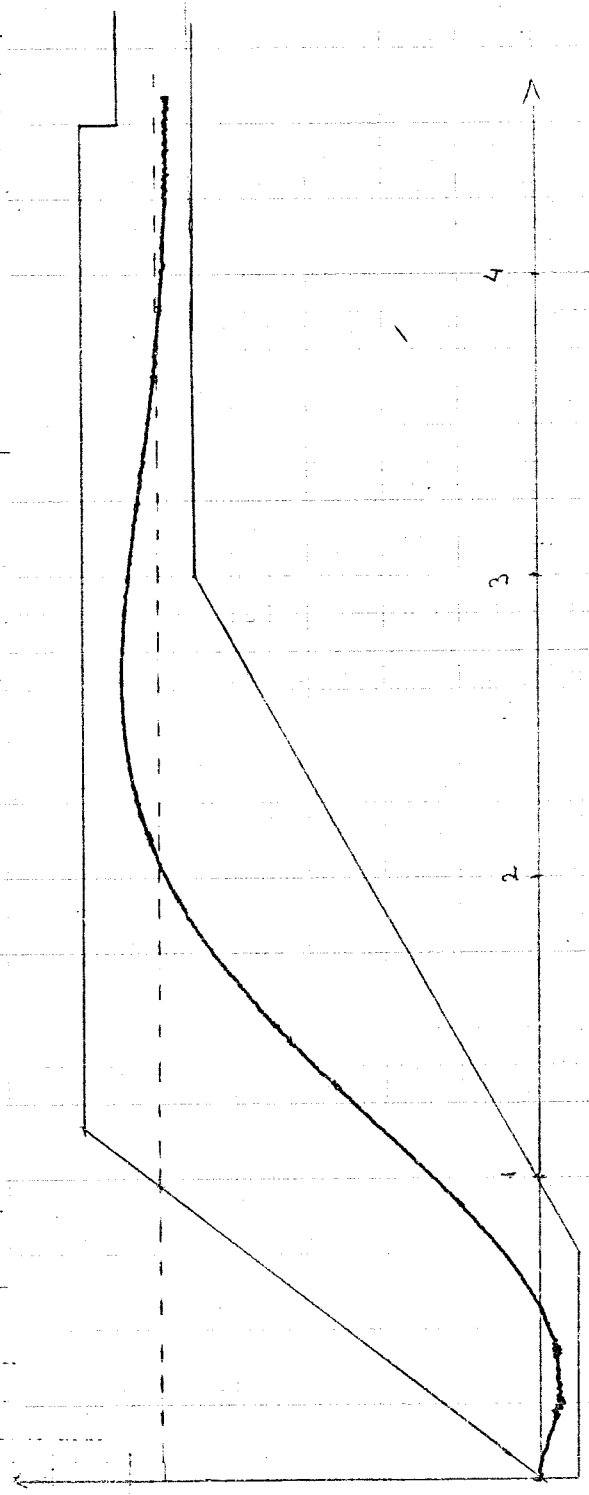
Kommentar: Äntligen är specifikationerna på snabbhet åter friare. Man ser att för F.C.11 uppstod en besvärlig kompromiss mellan snabbhet och underslängens amplitud.

Diagram 4:1-7



F.C. 13

$S_{rg} = 2.3$ ,  $S_{acc} = 0.4$



F.C. 15 :  $S_{rg} = 0.62$ ,  $S_{acc} = 0.16$

## Resultat

F.C.	$S_{rg}$	$S_{acc}$
1	0.12	0.045
2	0.12	0.025
3	0.12	0.026
4		
5	0.35	0.08
6		
7	0.35	0.085
8	0.35	0.085
9	0.6	0.16
10	0.6	0.16
11	0.6	0.16
12	0.6	0.16
13	2.3	0.4
14		
15	0.62	0.16

I allmänhet tål dessa värden att ändras med  $\pm 10\%$  utan att stegsvaret blir dåligt. Med ledning av tabellen kan följande regel ställas upp:

 $S_{rg}$ 

0.12	$M \leq 0.86$	$q \geq 0$
0.35	$0.86 < M \leq 2.54$	} $q \geq 490$
0.62	$2.54 < M$	
2.3	$2.07 \leq M$	} $q < 490$
0.62	$0.86 < M \leq 2.07$	

 $S_{acc}$ 

0.045	$M \leq 0.86$	$q \leq 150$
0.025	$M \leq 0.86$	$q > 150$
0.08	$0.86 < M \leq 2.54$	} $q \geq 490$
0.16	$2.54 < M$	
0.4	$2.07 \leq M$	} $q < 490$
0.16	$0.86 < M \leq 2.07$	

Denna regel kan presenteras i diagramform enl figurerna nedan:

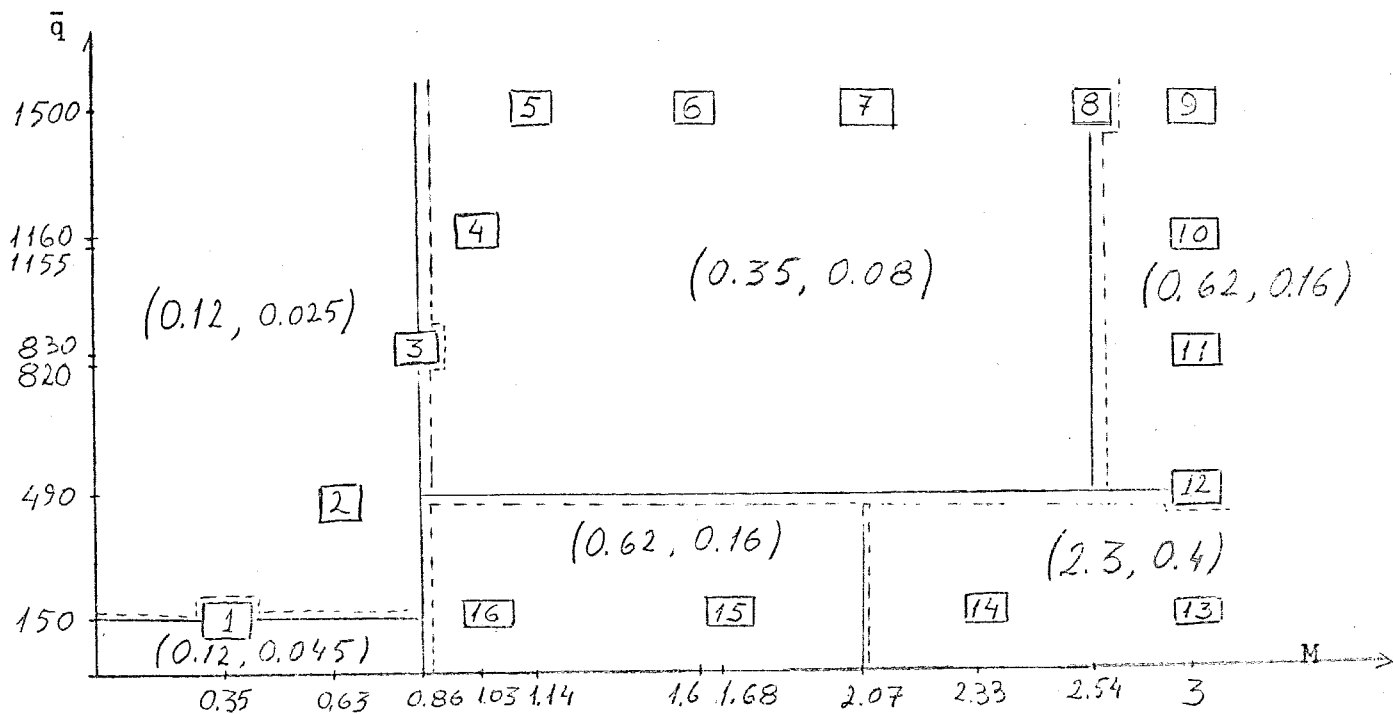


Fig 4:1-4

Regeln för val av  $S_{rg}, S_{acc}$  i diagramform.

Siffrorna i kvadraterna är flygfallsnummer.

Sträckade linjer anger att området gränser inte är skarpa (sträng olikhet)

Heldragna linjer tillhör området

Gränserna är lite godtyckliga då jag inte hade tillgång till så många data.

### Kommentar

Av 12 undersökta flygfall kan man anse att 8 helt ligger innanför specifikationsgränserna om man tillämpar regeln som gavs innan. Kravet att 80% ska ligga innanför specifikationsgränserna är alltså någorlunda uppfyllt. Jag hade kunnat få något bättre stegsvar i en del fall men då hade jag fått en mer komplicerad regel för val av  $S_{acc}$  och  $S_{rg}$ . T.ex F.C. 2 hade varit ännu bättre med  $S_{rg}, S_{acc} = 0.12, 0.021$  vilket man förstår av den tidigare förklaringen om hur  $S_{acc}$  påverkar stegsvaret.

Det var lättast att uppfylla specifikationen för F.C. 5. För varje värde på  $S_{rg}$  i området 0.08-2 fanns ett  $S_{acc}$  som gav ett mycket snyggt stegsvar. Nollställena för detta flygfall ligger längst bort från origo. Det är dock inte lätt att säga varför det i en del fall specifikationerna är omöjliga att uppfylla helt, medan det i andra fall är lätt.

Känsligheten i parametrvariationer var tillfredsställande i samtliga fall.

### 4:2 Fyra återkopplingar

Enl teorin i ref.5 kan man placera systemets poler godtyckligt om man återkopplar från samtliga tillstånd. I detta fall har vi ett 4:de ordningens system och behöver alltså 4 återkopplingar. Vid en närmare betraktelse visar det sig olämpligt att återkoppla från samtliga tillstånd som strax ska förklaras.

Låt oss titta på förslaget nedan.

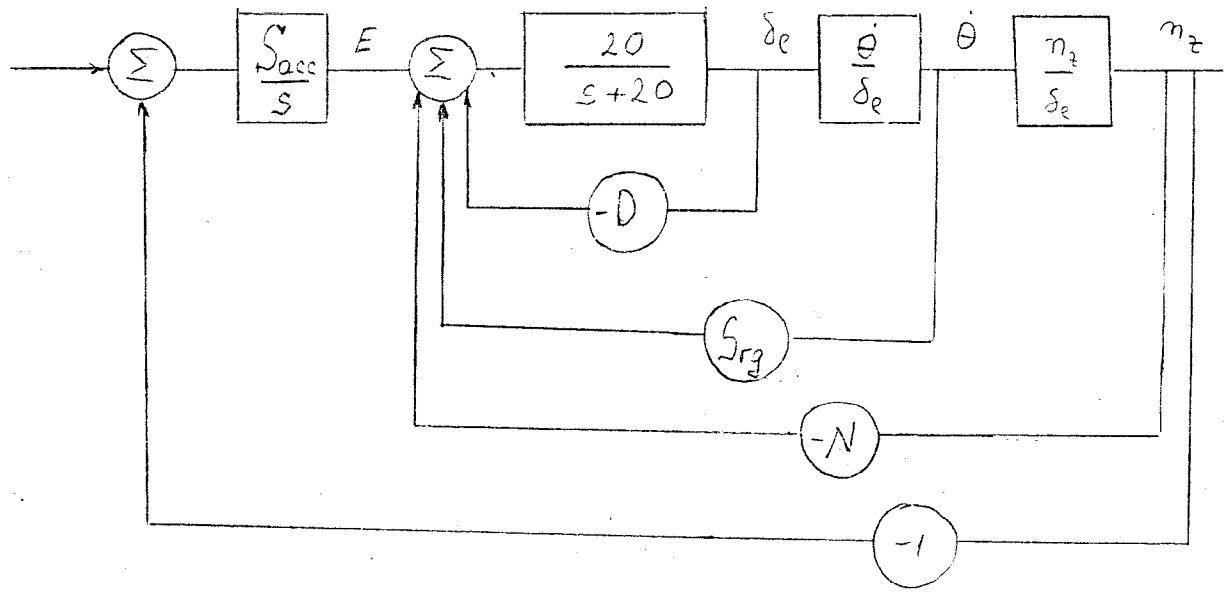


Fig.4:2- 1

Vi lägger märke till att vi måste ha en integration i yttre loopen för att få stationära felet noll. Man kan alltså inte återkoppla från tillståndet strax efter  $S_{acc}/s$ . Därför kan man inte återkoppla från samtliga tillstånd som det står i teorin i ref. 5. Men det gör ingen-  
ting ty med kopplingen i figur 4:2-2 kan man placera polerna där man vill. En fördel finns dock med en återkoppling från samtliga tillstånd jämfört med min koppling: om man inför nya nollställen i öppna systemet ändras inte polerna. Detta kan vara bra om man vill undersöka hur nollställen påverkar stegsvaret, men det har jag inte sysslat med. Min koppling är en utveckling av den tidigare undersökta (fig. 4:1-1). Skillnaden är (av misstag) bara att servot där var  $-20/(s+20)$  medan här är den  $20/(s+20)$ , och jag skriver här  $S_{rg}$  i återkopplingen, i stället för  $-S_{rg}$ . Det visar sig att  $S_{rg}$  och  $S_{acc}$  påverkar stegsvaret på samma sätt som jag beskrev i avsnitt 4:1, och att procentuella ändringar i dessa parametrar är de som mest påverkar stegsvaret.

Frågan ställer sig nu: finns det någon polkonfiguration som ger bättre stegsvar än det som erhöles med bara  $S_{rg}$  och  $S_{acc}$  i avsnitt 4:1? Jag gjorde ingen teoretisk undersökning utan försökte direkt genom experiment komma till ett resultat.

Enligt följande exempel: ...

Givet 
$$\frac{m_2}{d_e} = \frac{k_1 (s^2 + c s - d)}{\Delta(s)}$$

$$\frac{\dot{\theta}}{d_e} = \frac{-k^v (s + a)}{\Delta(s)}$$

där  $\Delta(s) = s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2$  och  $k_1, c, d, k^v, a, \zeta, \omega_0 > 0$

då är slutna systemets karaktäristiska ekv:

$$s^4 + s^3 [2\zeta\omega_0 + 20(1 + D + k_1 N)] + s^2 [\omega_0^2 + 20(2\zeta\omega_0(1 + D) + k_1 c N + k^v S_{rg} + k_1 S_{acc})] + s 20 [\omega_0^2(1 + D) + k_1(-dN + c S_{acc}) + k^v a S_{rg}] - 20k_1 d S_{acc} = 0$$

Önskad karaktäristisk ekv:

$$s^4 + p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0 = 0$$

Identifiering av de två ekvationerna leder till ett system av lineära ekvationer som lättast kan lösas med Gauss elimination (numerisk analys)



S <sub>acc</sub>	D	N	S <sub>rg</sub>	poler	ekv.
-0.0433	-0.4678	0.0117	0.2247	-4,-4,-3+12	$s^4 + 16.1s^3 + 99s^2 + 284s + 331$
-0.0689	-0.33	0.0085	0.3186	-5,-5,-3+12	$s^4 + 17s^3 + 109.6s^2 + 325.3s + 394$
-0.082	-0.2631	0.00642	0.3873	-5,-6, "	$s^4 + 21s^3 + 153.8s^2 + 498.6s + 656.5$
-0.1366	0.0161	-0.0012	0.61	-5,-10, "	$s^4 + 23s^3 + 190s^2 + 700s + 1000$
-0.2081	0.2147	-0.01068	0.8023	-5,-10,-4+12	$s^4 + 23s^3 + 202.8s^2 + 885s + 1614.7$
-0.3361	0.4838	-0.03636	0.98	-5,-10,-4+14	$s^4 + 23s^3 + 187s^2 + 655s + 856$
-0.1769	0.2291	-0.01206	0.7786	-5,-10,-4+14	$s^4 + 23s^3 + 187s^2 + 655s + 856$
-0.1665	0.2126	-0.01048	0.7646	-5,-10,-4,-4	$s^4 + 23s^3 + 186s^2 + 640s + 800$

Tabell 4:2-1.

Några olika polkonfigurationer för F.C.10. Karaktäristiska ekvationen är:  
 $s^4 + s^3 (20.93 + 20D + 208N) + s^2 (41.9 + 208S_{acc} + 18.6D + 230S_{rg} + 95.7N) + s (466 + 466D + 53.1S_{rg} - 4805N + 95.7S_{acc}) - 4805S_{acc} = 0$

För F.C.10 har vi nollställena i -5 och +4.6 .

Jag har placerat en pol i -5 för nästan varje fall i tabellen, så att nollställens inverkan eliminerar.

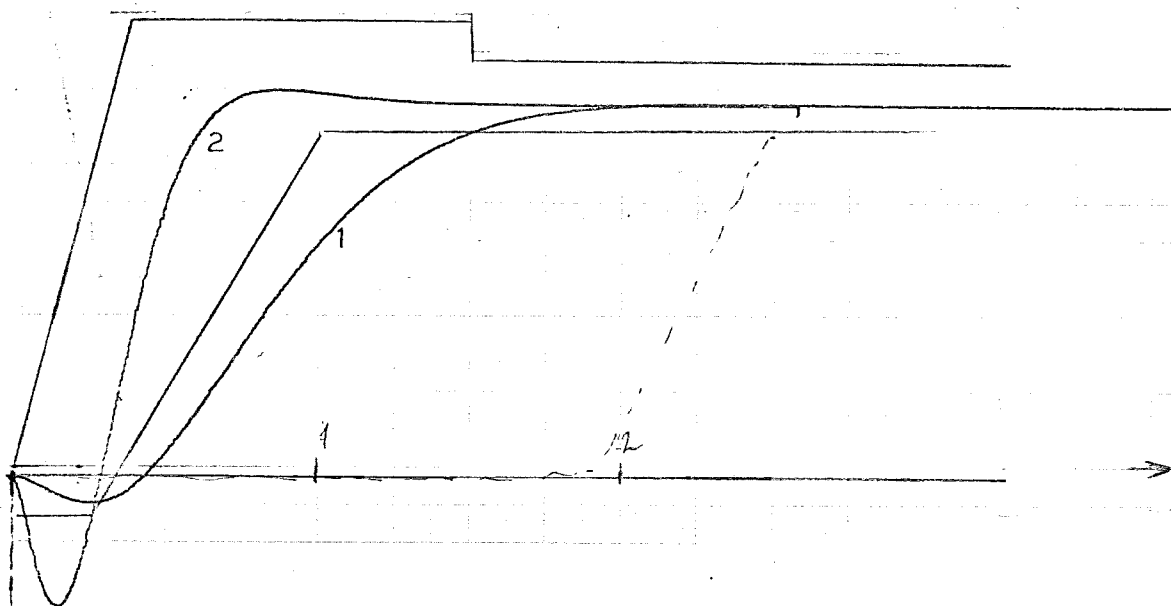


Diagram 4:2-1.

1 Poler i  $-4, -4, -3 \pm i2$ 2 Poler i  $-8, -8, -6 \pm i4$ 

Kommentar: här har jag snabbat upp systemet med en faktor 2. Underslängen ökar därvid 4.5 gånger.

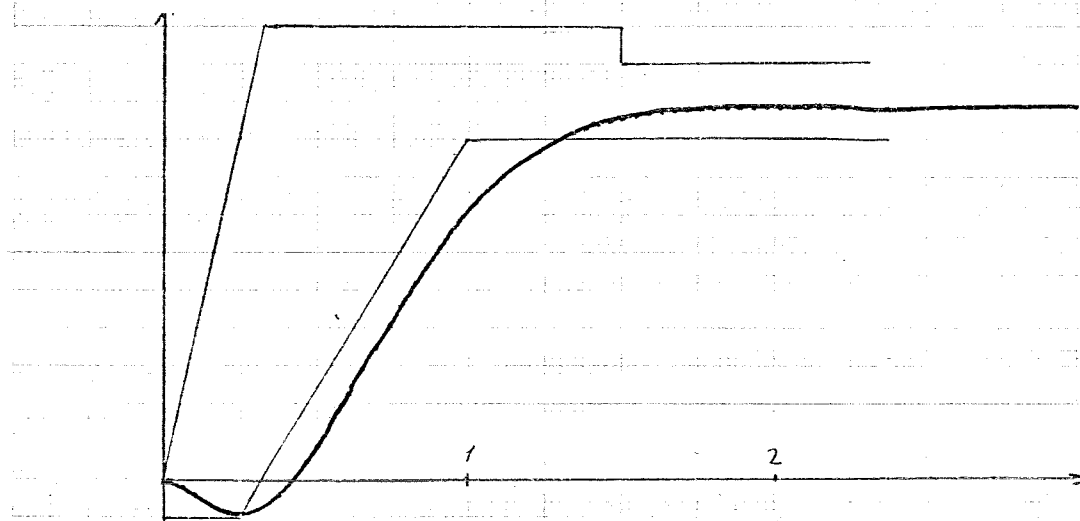


Diagram 4:2-2.

Poler i  $-5, -5, -3 \pm i2$ 

Kommentar: de komplexa polerna  $-3 \pm i2$  hålls fixa i några av dessa diagram medan de reella polerna varierar i förhoppning att hitta rätt polkonfiguration för bästa stegsvar.

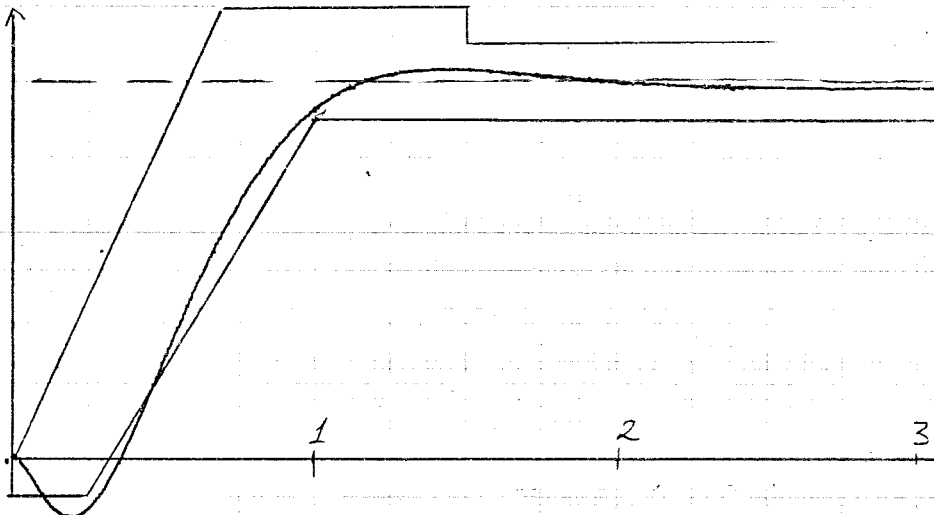
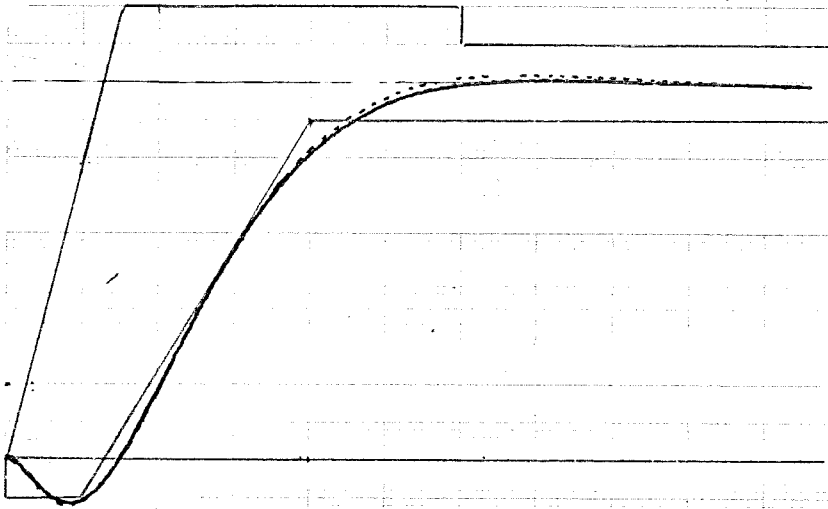
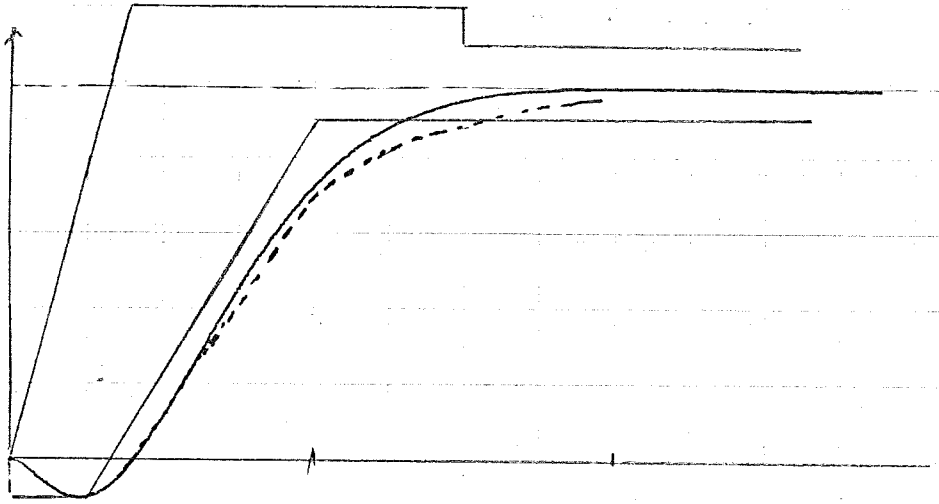


Diagram 4;2-3,4:2-4,4:2-5.

Poler i  $-5, -6, -3 \pm i2$ ; prickad:  $N=0$

$-5, -10, -3 \pm i2$ ; prickad:  $N=0, D=0$

$-5, -10, -4 \pm i2$

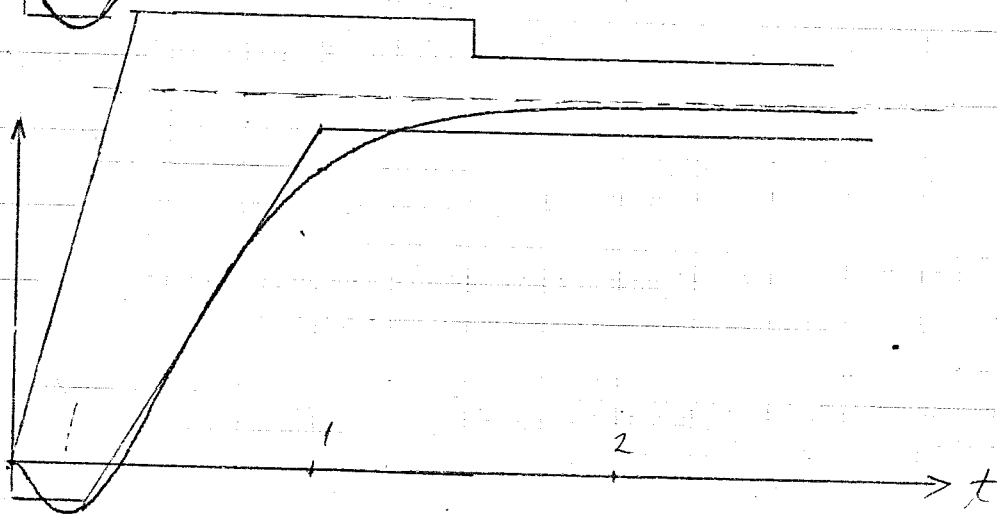
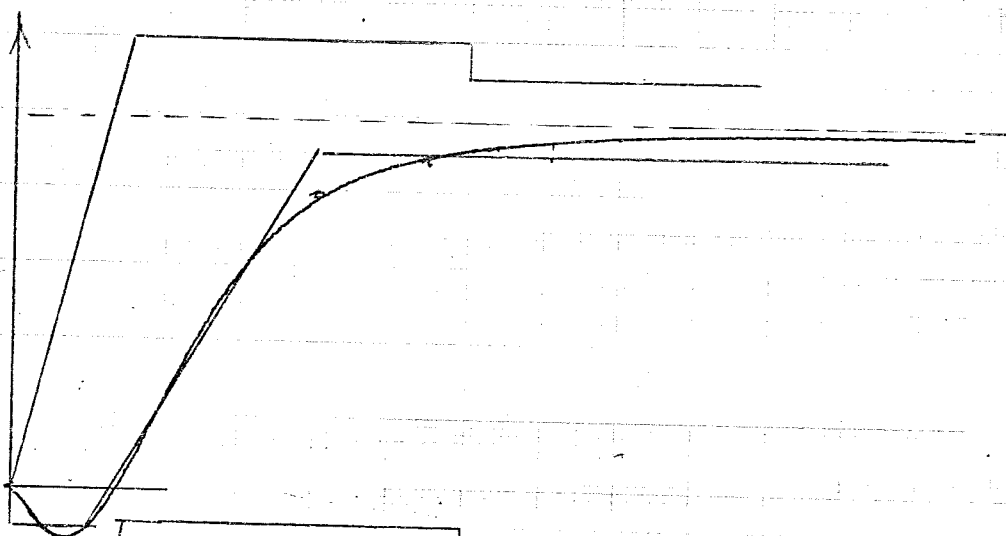
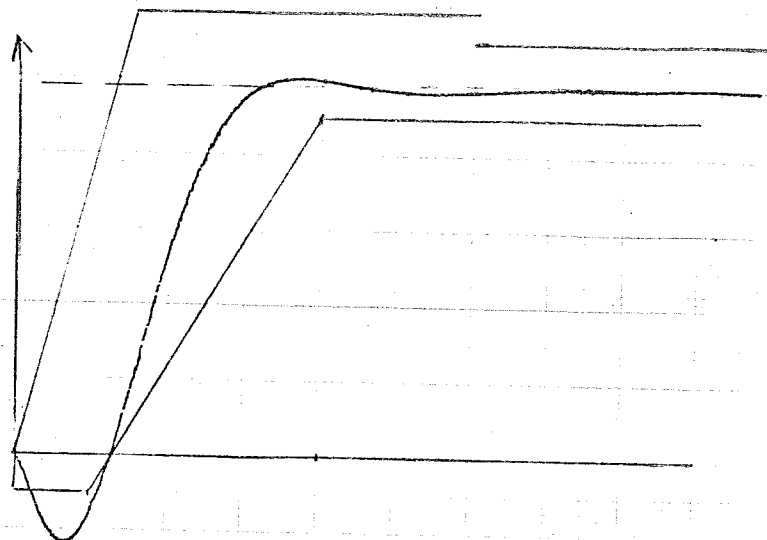


Diagram 4:2-6, 4:2-7, 4:2-8

Poler i  $-5, -10, -4 \pm i4$

$-5, -10, -4 \pm i$

$-5, -10, -4, -4$

Kommentar: Man ser vid en jämförelse mellan diagr. 4:2-5, 4:2-6 att en ökning i imaginära delen från  $2i$  till  $4i$  medan allt annat är konstant, leder till en uppsnabbning av stegsvaret men tyvärr ökar underslängen för mycket. Om man i stället minskar  $2i$  till  $i$  (diagr. 4:2-7) minskar underslängen ändå inte så mycket, och man förlorar i snabbhet.

## 4:2 Kommentar

Det gick alltså inte att få ett stegsvar som klart var bättre än den som erhöles med bara två återkopplingar. Men denna slutsats gäller bara för F.C. 10 eftersom jag av tidsbrist inte undersökt fler flygfall. Det var mycket svårare att undersöka denna koppling än den förra, där jag i alla fall hade en känsla för hur polerna flyttar sig när jag skruvade på potentiometrarna för  $S_{acc}$  och  $S_{rg}$  men inte här. Det verkar som om en koppling med bara  $S_{acc}$  och  $S_{rg}$  är den enklaste och lämpligaste för att uppfylla specifikationerna.

## 4:3.R.A.Hannens förslag

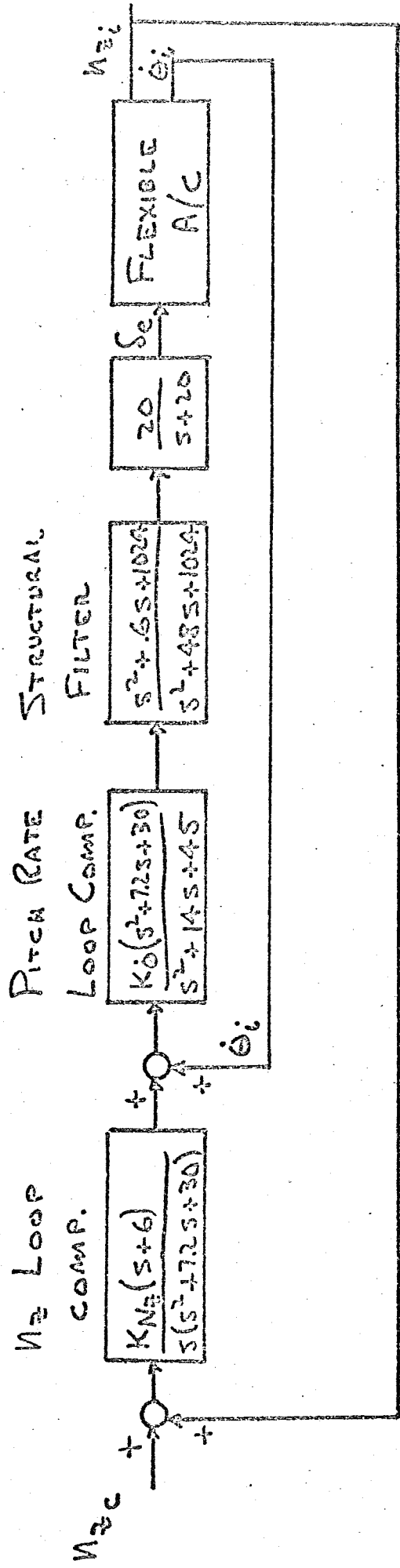
Bland de förslag till lösning av problemet som kommit från olika länder fanns det ett av R.A.Hannen, ref.2, som jag undersökt på analogmaskin.

Förslaget är återgiven på nästa sida. I de simuleringar som jag genomfört finns blocket "structural filter" inte med, eftersom mina systemekvationer inte tar hänsyn till elastiska böjningar av flygplanskroppen.

Även denna koppling har 2 stycken återkopplingar, en från  $\dot{\theta}$  och en från  $n_z$ , precis som kopplingen i fig.4:1-1, men nu är systemet av 8:nde ordningen.

Analogmaskinkoppling och resultat framgår av följande sidor.

# CLASSICAL DESIGN



$$K\dot{\theta} = \begin{cases} .4 & M < 3 \\ .8 & M \geq 3 \end{cases} \quad \rho > 150$$

$$\begin{cases} 1.2 & M < 3 \\ 2.4 & M \geq 3 \end{cases} \quad \rho \leq 150$$

$$KN_z = \begin{cases} .6 & M < 2 \\ 1.2 & M \geq 2 \end{cases}$$

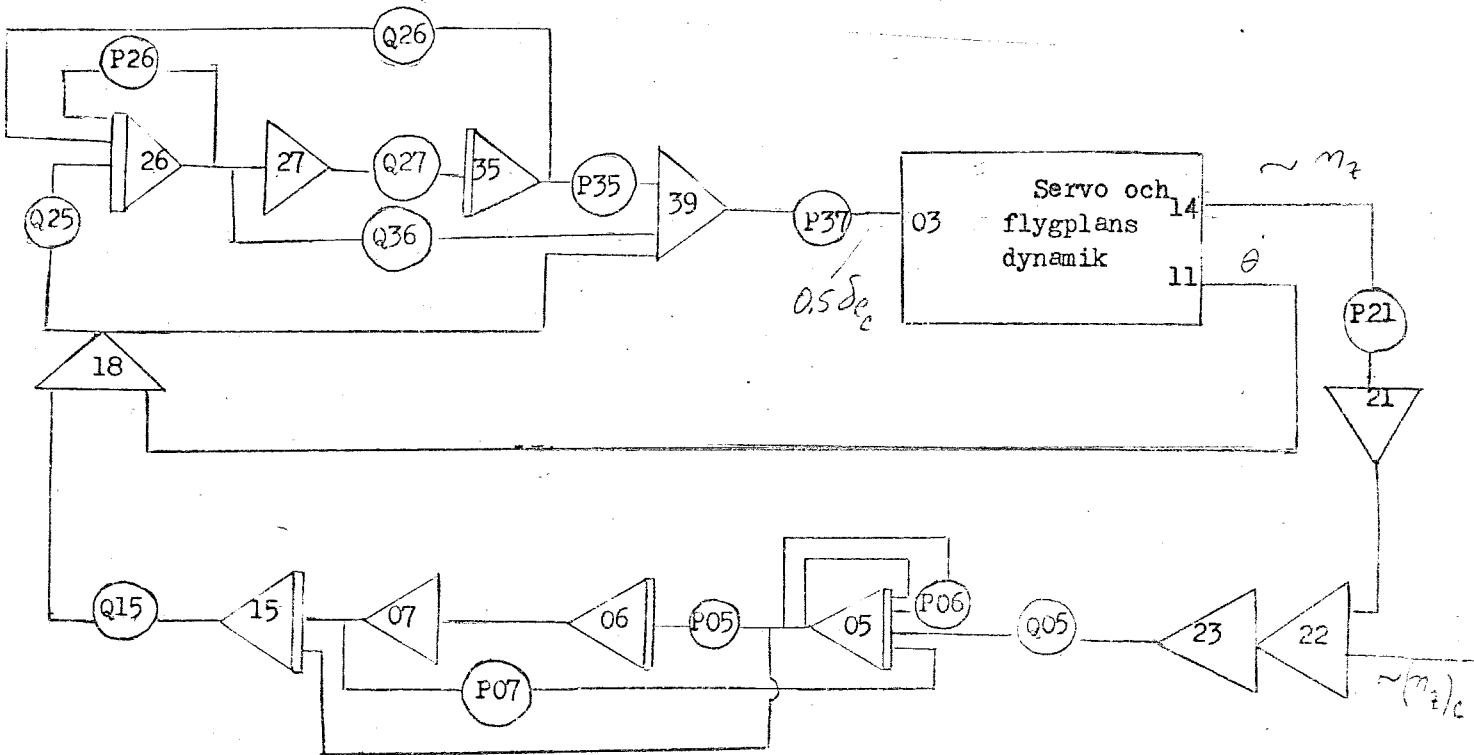


Fig.4:3-1

Analogmaskinkoppling för Hannens förslag

Kopplingen för servo och flygplan framgår av fig.4:1-3

POF lista

Tidsskala:4

P05	05	Q27	0.5
Q05	0.25	Q36	0.68
P06	0.8	P35	0.75
P07	0.375		
Q07	0.3		
P21	0.8 för F.C. 1-8 annars 0.4		
Q25	0.25	Q15	$\frac{K_N}{41}$
Q26	0.562	P37	$\frac{K_0}{2}$
P26	0.35		



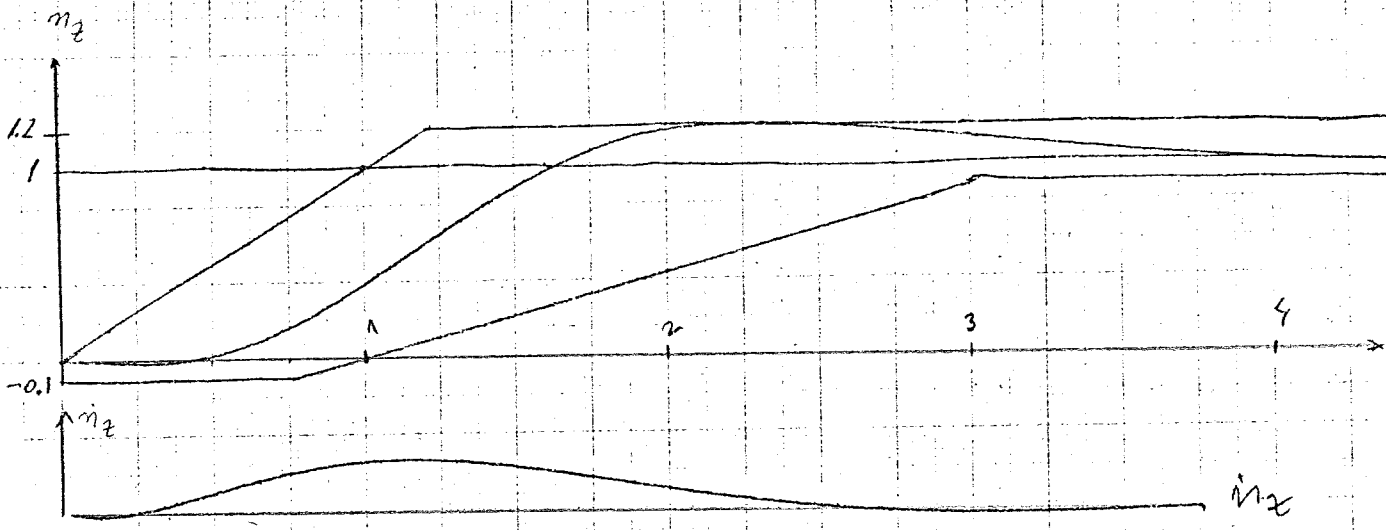


Diagram 4:3-1.  
F.C.2

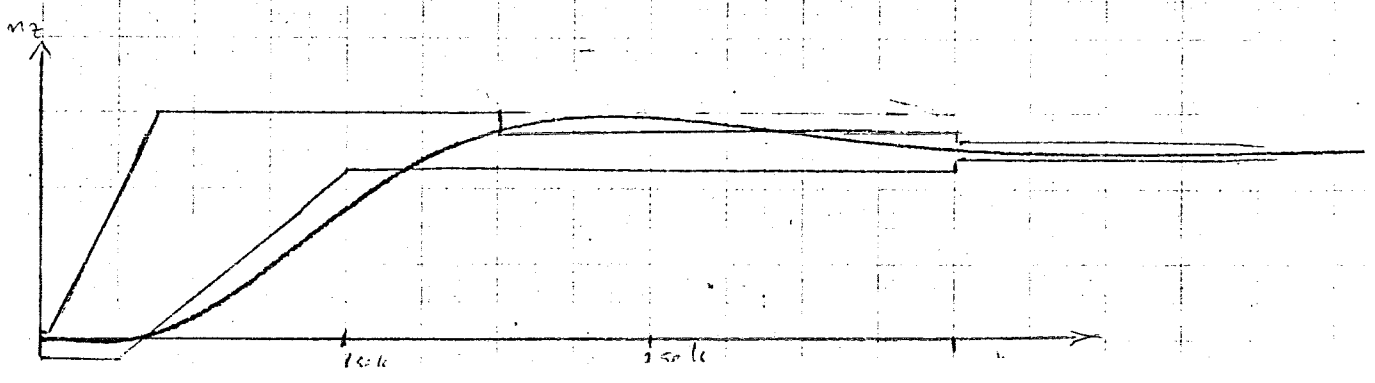
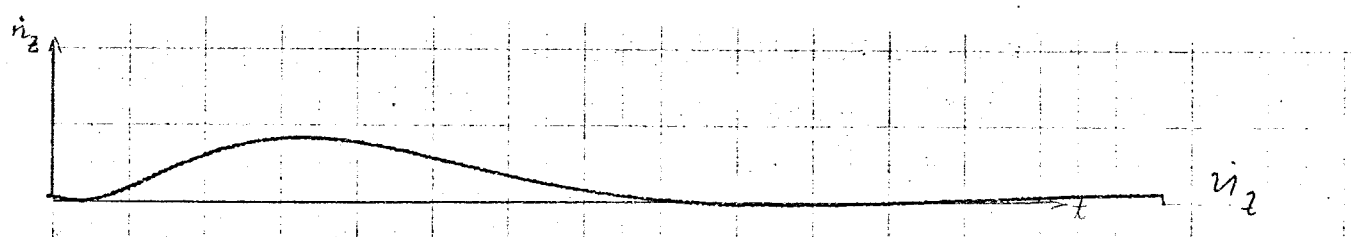


Diagram 4:3-2.  
F.C.3

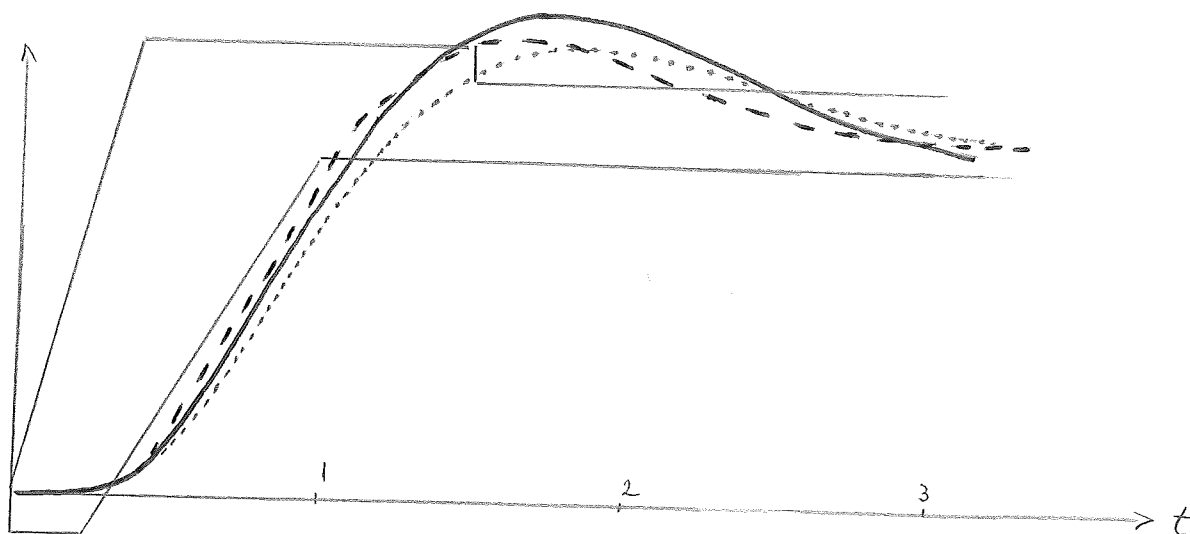


Diagram 4:3-3

F.C.3

Inverkan av parametervariationer på stegsvaret.

Prickad: medelvärden.

Heldragen:  $M_\alpha$  vid dess undre  $2\sigma$  gräns.

Streckad:  $M_\theta \approx 0$

Just i detta fall är  $M_\theta$  en svag parameter

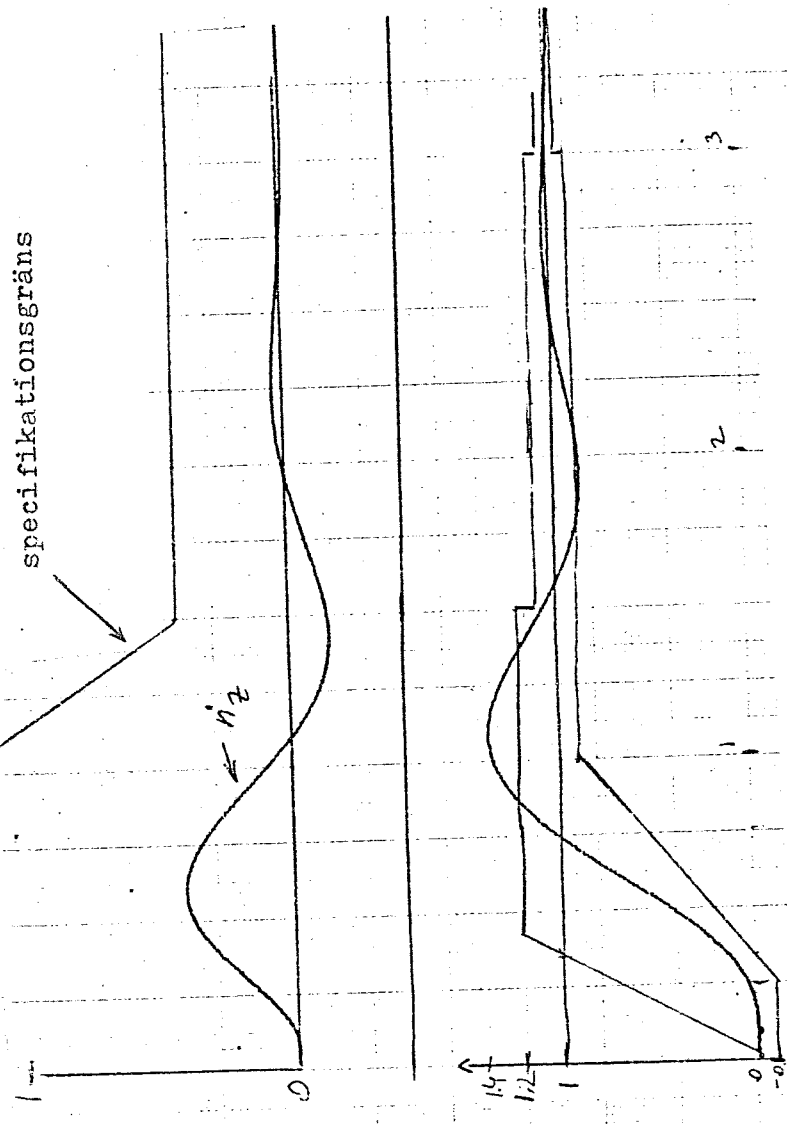


Diagram 4:3-4.  
F.C.7

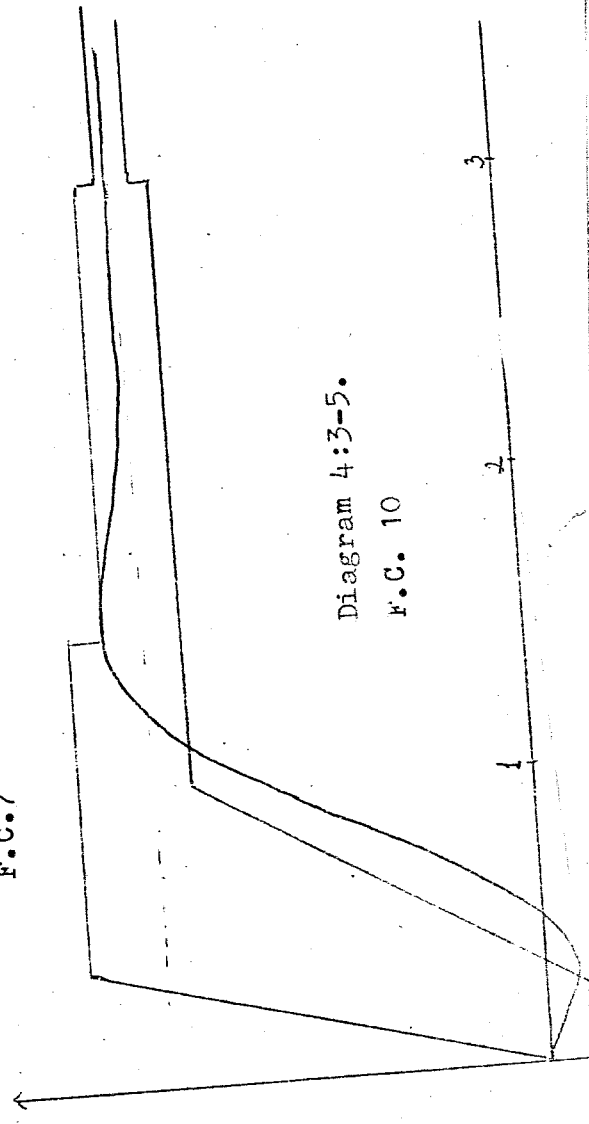


Diagram 4:3-5.  
F.C. 10

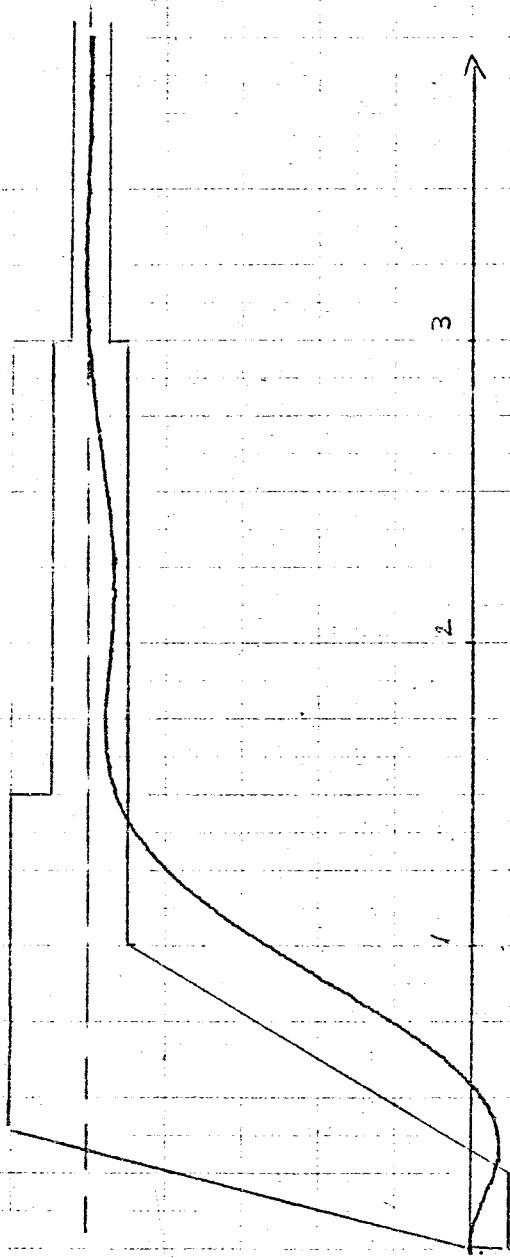


Diagram 4:3-6  
F.C. 11

Kommentar: Detta stegsvar är lika dålig som den i diagram 4:1-6 (F.C.11)

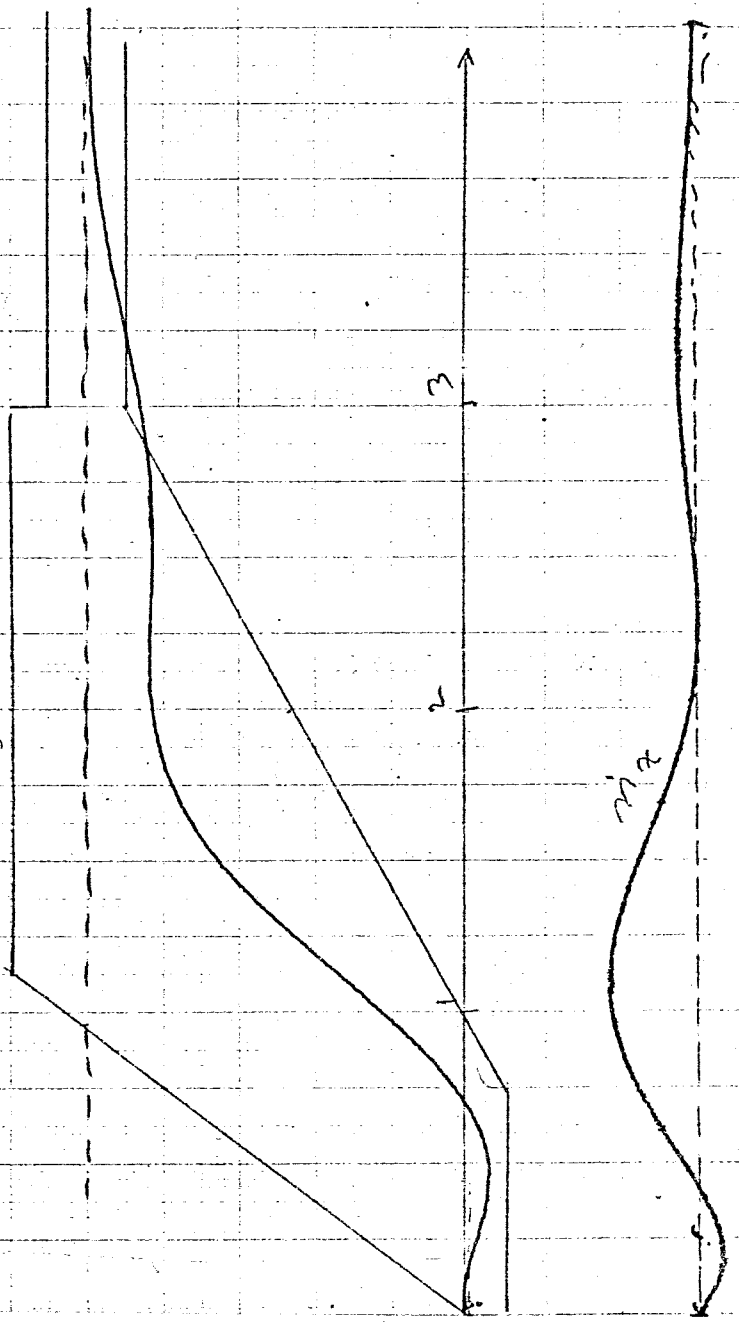


Diagram 4:3-7  
F.C.12

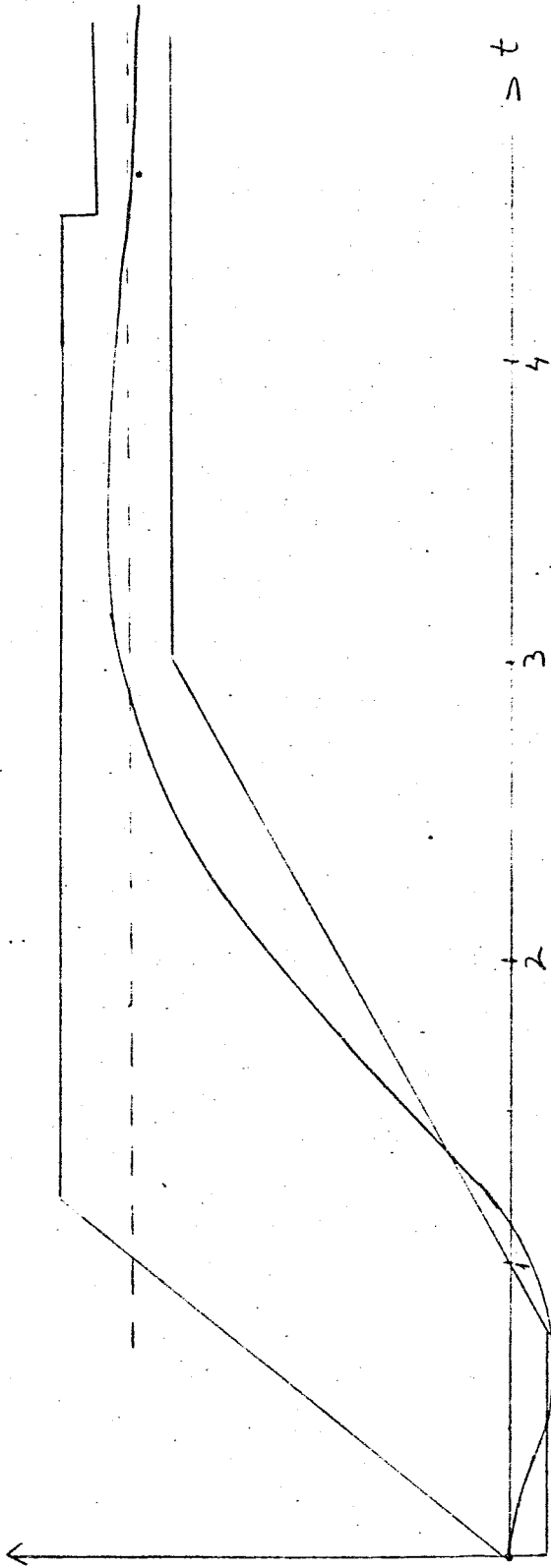


Diagram 4:3-8  
F.C.13

## 4:4. Sammanfattning

För systemet i fig 4:1-1 hade  $S_{rg}$  en stabiliserande verkan, och en ökning i  $S_{rg}$  gav ett trögare stegsvar samtidigt som underslängens amplitud minskade något.

$S_{acc}$  verkade uppsnabbande men samtidigt ökade underslängen. Genom att även utnyttja rotorten kunde jag till sist hitta lämpliga  $S_{rg}, S_{acc}$  som någorlunda uppfyllde specifikationerna.

För systemet med 4 återkopplingar i fig 4:2-1 verkade  $S_{rg}, S_{acc}$  på i princip samma sätt. Det visade sig att det inte gick att få ett bättre stegsvar än med systemet med 2 återkopplingar, trots att jag nu kunde placera polerna dit jag ville.

En pol placerades i närheten av det negativa nollstället, och med de övriga 3 polerna försökte jag kompensera för det positiva nollställets inverkan.

Eftersom det inte gick att få bättre stegsvar nu än i förra fallet, lutar jag åt den uppfattningen att det inte räcker att manipulera med polerna endast, när ett positivt nollställe inte kan ändras.

Hannens förslag utnyttjar också två återkopplingar; en från  $\dot{\theta}$  och en från  $n_z$ .

Men vad beträffar resultatet måste man komma ihåg att det inte är det ursprungliga förslaget med de kompletta flygplansekvationerna och med "structural filter", som jag simulerat, utan en förenklad version, som egentligen är en gissning att den skulle duga. Regeln för valet av regulatorparametrar är hos Hannens förslag tilltalande enkel och har inspirerat mig att själv försöka hitta en liknande lösning.

Efter att ha jämfört de olika undersökningarna vågar jag påstå att flygfallen 9-13 är de som ställer till de största problemen, när det gäller att kompromissa mellan underslängens amplitud och snabbhet. En titt på fig 4:1-4 visar att dessa flygfall har  $M=3$ . Lättast var F.C.5 och där omkring.

Specifikationerna på  $\dot{n}_z$  var alltid uppfyllda med mycket god marginal.

Specifikationen  $|\delta_e| < 0,5 \frac{\text{rad}}{\text{sek}}$  var uppfylld om  $(n_z)_c < 2$  där index c står för command.

Detta villkor är nödvändig också ur en annan synpunkt: kravet om små vinklar i avsnitt 2.

## APPENDIX A

## Tabeller med överföringsfunktioner

TABLE 1

NUMERATORS OF  $\frac{n}{de}(s) = \frac{1}{\Delta(s)} K_1 (s-a)(s-b)$

FC	$K_1$	a	b	$\zeta$	$\omega_0$
1	2.336	- 2.957	+ 2.657	0.238	1.261
2	9.665	- 6.718	+ 5.738	0.405	2.421
3	14.62	-10.70	+ 9.042	0.386	4.304
4	16.4	-14.65	+12.38	0.318	7.157
5	22.46	-16.08	+13.36	0.337	8.083
6	24.12	-12.44	+10.61	0.248	7.372
7	22.83	- 8.135	+ 7.117	0.152	6.707
8	19.37	- 7.034	+ 6.227	0.132	6.128
9	13.53	- 5.785	+ 5.185	0.109	5.510
10	10.42	- 5.043	+ 4.581	0.096	4.828
11	7.395	- 4.217	+ 3.889	0.081	4.063
12	4.419	- 3.230	3.034	0.062	3.137
13	1.407	- 1.762	1.702	0.035	1.733
14	2.134	- 2.284	2.194	0.045	2.003
15	2.257	- 3.514	3.347	0.075	2.238
16	1.8225	- 5.051	4.751		

$$\Delta(s) = s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2$$

TABLE 3

NUMERATORS OF  $\frac{\dot{\theta}}{\delta e}(s) = s \frac{\theta}{\delta e}(s) = \frac{1}{\Delta(s)} K_3 (s-a)$

FC	$K_3$	a
1	- 6.0	- .2519
2	-19.6	- .8695
3	-33.2	-1.427
4	-44.58	-1.814
5	-56.85	-2.148
6	-46.5	-1.320
7	-35.93	- .5789
8	-25.35	- .4379
9	-15.0	- .3000
10	-11.55	- .2309
11	- 8.2	- .1640
12	- 4.9	- .09796
13	- 1.5	- .030
14	- 3.01	- .05008
15	- 4.47	- .1175
16	- 6.0	- .2400

$$\Delta(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$



## APPENDIX B

## Skalning

Läsaren förutsättes känna till grunderna för skalning. Jag redogör här kortfattat för den skalningsmetod som jag tillämpat.

En dimensionslös maskinvariabel skrivs  $(x/x_{\max})$ . Fördelen med de dimensionslösa maskinvariablerna jämfört med dimensionella, är att referensspänningen  $V_{\text{ref}}$  inte finns med, och man genast kan se vad  $x$  maximalt kan bli (rättare sagt: vad man tror det kan bli). Det gäller att  $(x/x_{\max}) = V/V_{\text{ref}}$ .

Låt oss titta på ett exempel.

Det stod i specifikationerna för stegsvaret att  $|\dot{\delta}_e| \leq 0.5 \text{ rad/sek.}$

En lämplig dimensionslös maskinvariabel är alltså  $(\delta_e/0.5) \equiv (2\delta_e)$ .

Jag har tidsskalat samtliga flygfall med en faktor 4, för att XY skrivaren ska hinna registrera förloppet noggrant. Den tidsskalade dimensionslösa maskinvariabeln skrivs i praktiken  $(2\delta_e)$  vilket i detta fall betyder  $(2d\delta_e/d(4t))$  och inte  $(2d\delta_e/dt)$

Fråga: vilket värde ska begränsaren ställas in på?

Svar: det beror på valet av referensspänning. Säg att den är 25V.

$$\left(2 \frac{d\delta_e}{d(4t)}\right) = \frac{1}{2} \frac{d\delta_e}{dt} \Rightarrow \left|\frac{1}{2} \frac{d\delta_e}{dt}\right| \leq 0.25$$

$$\frac{V}{25} = 0.25 \Rightarrow V = 6.25 \text{ volt}$$

Begränsaren ska således ställas in på 6.25V.

I nästa exempel ska F.C. 13 skalas.

Man har givet flygplansekvationerna:

- $\dot{\alpha} = -0.06\alpha + \dot{\theta} - 0.015\delta_e$
- $\ddot{\theta} = -3.00\alpha - 0.06\dot{\theta} - 1.5\delta_e$
- $m_z = 93.9(0.06\alpha + 0.015\delta_e)$

Vi ser att koefficienterna 0.06 och 0.015 efter en tidsskalning med 4 blir alltför låga (4 gånger lägre). Enda möjligheten att komma ifrån detta (man kan även försumma dessa koefficienter om de inte påverkar karaktäristiska ekvationen för mycket) är att multiplicera ekvationernas båda led med ett tal, t.ex 10 resp 7 enl nedan.

- $10 d\alpha/d(4t) = \frac{10}{4} [-0.06\alpha + \dot{\theta} - 0.015\delta_e]$
- $7 d\dot{\theta}/d(4t) = \frac{7}{4} [-3\alpha - 0.06\dot{\theta} - 1.5\delta_e]$
- $m_z/4 = \frac{93.9}{4} (0.06\alpha + 0.015\delta_e)$

vilket jag skriver:

$$\cdot (10\dot{\alpha}) = -0,15(\alpha) + 2,5(\dot{\theta}) - 0,0375(\delta_e)$$

$$\cdot (7\ddot{\theta}) = -5,25(\alpha) - 0,105(\dot{\theta}) - 2,625(\delta_e)$$

$$\cdot \left(\frac{n_z}{4}\right) = 1,408(\alpha) + 0,3521\delta_e$$

Koefficienten 0.0375 är visserligen fortfarande låg men den får duga. Jag kunde inte tagit  $(30\dot{\alpha})$  i stället för  $(10\dot{\alpha})$  ty då hade förstärkare nr 12 i fig 4:1-3 blivit överlastad.

Lägg märke till att man inte kan slippa förstärkare 17 och 12 om man ska göra en skalning som ovan.

Potentiometervärden finns i tabell 4:1-1.

Någon uppskattning av max värden såsom lärs ut i litteraturen har jag inte direkt sysslat med. Jag bara såg till att koefficienterna framför variablerna låg mellan 0.1 och 10. Oftast blev resultatet bra med en gång. Det visade sig nu att stegsvaret blev alldeles för dålig när 25 volt skickades in på det slutna systemet och begränsaren sattes på 6.25 volt. Men om bara 12.5 volt skickades in, då blev stegsvaret 'normal' igen, eftersom begränsaren inte satte in.

Detta tolkade jag så att för F.C. 13 kommando signalen icke får överstiga 2g ty 25 volt in tolkas ju som 4g (det står  $(n_z/4)$  i ekv. ovan).

## Referenser

1. L.W.Taylor and H.A.Redies: Is modern control theory relevant to flight control systems? A design challenge presented at 1970 JACC, Georgia Institute of Technology
2. R.A.Hannen: Flight Control System Design Challenge  
Air Force Institute of Technology  
Wright-Patterson AFB, Ohio 45433
3. J.Edwards, Analysis Package for the Flight Control Systems Design Problem, June 1970, NASA, California
4. J.H.Blakelock: Automatic Control of Aircraft and Missile, 1965,  
New York-London-Sydney
5. K.J.Åström: Reglerteori, 1968, Uppsala
6. B.Bergkvist, K. Flodin, S.Hansson, F.Hjelte etc: Flyglärans grunder, 1962  
Stockholm