

UNDERSÖKNING AV  
BÖRVÄRDEJUSTERANDE  
REGULATORER

Jerker Borisson  
Jan Brissman

RE - 115 september 1972

UNDERSÖKNING AV BÖRVÄRDEJUSTERANDE REGULATOR.

Ett examensarbete utfört vid  
Institutionen för Regleringsteknik  
Tekniska Högskolan i Lund.

Av

Jerker Borisson

Jan Brissman

1972

## INNEHÅLLSFÖRTECKNING.

	Sida
Sammanfattning	4
Summary	5
1. Inledning	6
2. Undersökning av de teoretiska förutsättningarna för börvärdesjustering	9
Kommentar	12
3. Undersökning av några olika börvärdesjusterande regulatorer på en simulerad process	13
3.1. Inledning	13
3.2. En matematisk beskrivning	13
3.3. Val av processmodell	14
3.4. Beskrivning av de använda regulatorerna	15
3.5. Fukthaltsreglering vid papperstillverkning	17
3.6. Simulering av processen och en jämförelse av de olika metoderna att ställa in börvärdet	17
Analys och kommentar	21
Tabell I	23
Tabell II	24
Tabell III	25
Tabell IV	26
Tabell V	27
Tabell VI	27
Tabell VII	28
Tabell VIII	28
Tabell IX	28
Sammanställningstabell	29
Diagram 1	30
Diagram 2	31
Diagram 3	32
Diagram 4	33
Diagram 5	34

forts.

	Sida
Diagram 6	35
Diagram 7	36
Diagram 8	37
Diagram 9	38
Diagram 10	39
Diagram 11	40
Diagram 12	41
Diagram 13	42

Sammanfattning.

Om man reglerar en process, och reglersystemet är tidsdiskret, kan man vanligtvis betrakta utsignalen som vitt normal-fördelat brus. En ofta förekommande situation är, att man önskar få utsignalen att ligga så nära ett optimalt värde som möjligt. Samtidigt kräver man emellertid, att detta optimala värde ej överskrides för ofta. När man sätter sitt börvärde är man därför tvungen att ta hänsyn till storleken av det vita brusets standardavvikelse.

Om standardavvikelsen ej kan betraktas som konstant utan varierar i tiden, kan man tänka sig att låta börvärdet följa med i dessa variationer. Det är effekterna av en dylik justering av börvärdet, som vi har undersökt i detta examensarbete.

I avsnitt 2 har vi undersökt vad en justering av börvärdet innebär jämfört med om börvärdet hålles konstant när standardsvvikelsen pendlat mellan två olika värden. Det visade sig endast lönsamt att reglera börvärdet, när standardavvikelsen antog värden som skilde sig mycket åt, eller när kravet var, att det optimala värdet mycket sällan fick överskridas.

För att få de teoretiska resultaten i avsnitt 2 bekräftade och för att prova några olika typer av regulatorer, , simulerade vi i avsnitt 3 en verklig process på institutionens datamaskin. Den process vi försökte efterlikna var fukthaltsreglering vid papperstillverkning. Det visade sig att slutsatserna från avsnitt 2 var riktiga även när standardavvikelsens variationer var av en mer generell karaktär.

Vad beträffar regulatorerna slutligen, visade det sig helt naturligt, att börvärdesjustering med hjälp av dessa gav ett något sämre resultat än när standardavvikelsen antogs känd. Vi fann dock, att den enklaste av de provade regulatorerna, var den som gav bäst resultat.

Summary.

When regulating a process, the system being sampled, one can often regard the output as white noise.

Often occurring is a wish to obtain an output as close to an optimal value as possible. At the same time, however, you demand this optimal value not to be exceeded too often. Thus, when you decide your set-point you have to consider the value of the standard deviation of the white noise.

If the standard deviation can not be regarded as a constant but varies with time it is possible to have the set-point following this variation. The effects of such an adjustment of the set-point have been examined within this master thesis.

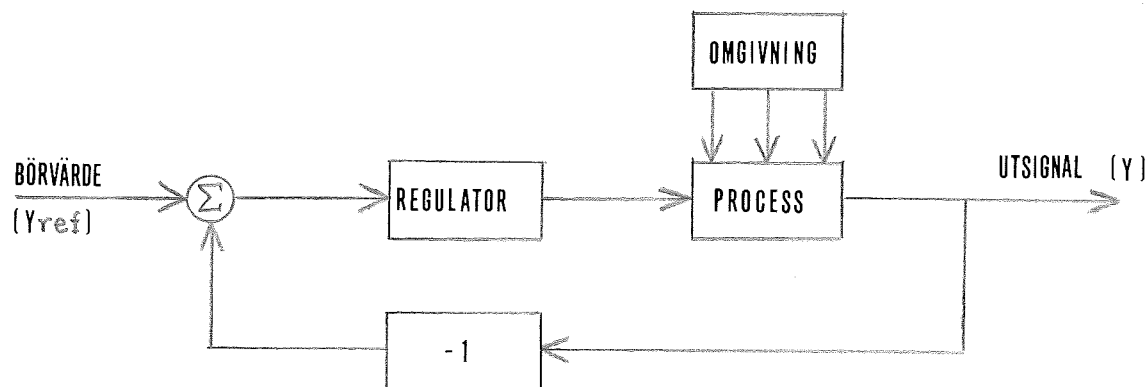
Chapter 2 is an examination of the differences between the cases of adjusting the set-point and keeping it constant when having the standard deviation changing between two values. It turned out to be profitable to adjust the set-point only when the two values of the standard deviation parted much or when there was a demand of the optimal value seldom to be exceeded.

To verify the theoretical results of chapter 2 and to test some different types of adjusting regulators a computer was used to simulate a real process. As an example of a real process moisture control when manufacturing paper was used. The results of chapter 2 were found true also when the variation of the standard deviation was a stochastic process.

Concerning the regulators it naturally turned out that adjusting the set-point with these gave a slightly inferior result to that when the standard deviation was known. However we found the most simple one to give the best result.

1. Inledning.

Fig 1.



En process regleras vanligen genom att utsignalen återkopplas och via en regulator påverkar insignalen, se fig 1. Syftet med regleringen är att få utsignalen att ligga så nära ett konstant värde som möjligt. Detta konstanta värde inställes med hjälp av referenssignalen eller börvärdet medan regulatorn således på bästa sätt försöker ta hand om de störningar, som omgivningen ger upphov till.

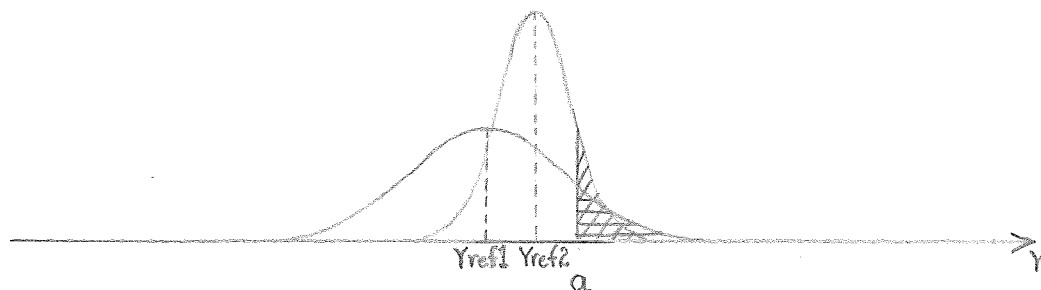
Det är ett känt faktum att regulatorer ej helt kan eliminera omgivningens inverkan utan att utsignalen kommer att vara behäftad med ett fel, reglerfelet, här definierat som:  
 Reglerfelet = utsignalen - börvärdet.

Låter man omgivningens inverkan på processen beskrivas med hjälp av statistisk teori brukar man ha utsignalens varians eller standardavvikelse som mått på reglerfelets storlek.

I praktiska fall är man ofta intresserad av att få utsignalen att ligga så nära ett optimalt värde som möjligt utan att detta värde för den skull överskrides. Samma problem uppstår givetvis om man i stället har ett minimalt värde som ej bör underskridas. När man i dessa fall sätter sitt börvärde är man tvungen att ta hänsyn till reglerfelets storlek.

Låt oss illustrera med ett exempel: Se fig 2. Det är fördelaktigt att kunna lägga utsignalen så nära värdet  $a$  som möjligt, men samtidigt vet vi att nästan alla utsignalens värden, låt oss säga  $p\%$  måste ligga under värdet  $a$ .

Om vi har stor spridning på utsignalens värden, dvs stor varians är vi tvungna att lägga vårt börvärde på  $Y_{ref} 1$ , medan om variansen är liten vi kan lägga vårt börvärde på  $Y_{ref} 2$  utan att fler värden för den skull hamnar utanför  $a$ .



Om man antar, att reglerfelet är normalfördelat med medelvärdet 0 och standardavvikelsen  $\sigma$ , fås om  $Y$  betecknar utsignalen:

$$\left(\frac{Y - Y_{ref}}{\sigma}\right) \in N(0,1)$$

$$P(Y \leq a) = p/100$$

$$P\left(\frac{Y - Y_{ref}}{\sigma} \leq \frac{a - Y_{ref}}{\sigma}\right) = p/100$$

$$\frac{a - Y_{ref}}{\sigma} = xp$$

$$Y_{ref} = a - xp$$

där  $xp$  fås ur normalfördelningstabell.

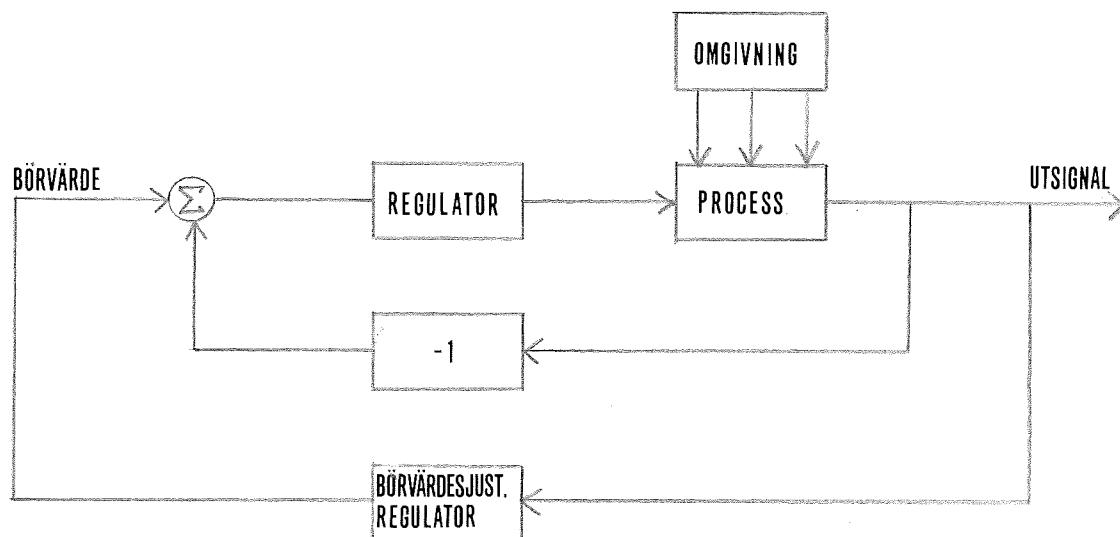
I fortsättningen kommer beteckningen  $\Phi(x)$  att användas för uttrycket  $P(X \leq x)$  där  $X$  är normalfördelad,  $(0,1)$ , stokastisk variabel.

Antag, däremot att  $\sigma$  ej är konstant utan varierar i tiden:  $\sigma = \sigma(t)$ . Inställningen av börvärdet blir då inte ett lika enkelt problem. Syftet med detta examensarbete har bl.a. varit att med antagandet att  $\sigma$  är tidsvariabelt undersöka vilka eventuella vinster, som kan uppnås vid en börvärdesjustering, dvs  $Y_{ref} = Y_{ref}(t)$ , jämfört med om börvärdet hålles konstant.

I avsnitt 3 av vårt examensarbete har vi konstruerat några regulatorer som på grundval av utsignalen ställer in börvärdet. Dessa regulatorer har sedan prövats på en process, som vi simulerat på datamaskin. Exemplet som därvid legat till grund för utformningen av den simulerade processen har varit fukthaltsreglering vid pappers-tillverkning. I fig 3 visas hur ett sådant system i princip kan se ut.



Fig 3.



Den inre regulatorn har till uppgift, att undertrycka de störningar, som omgivningen ger upphov till. Den yttre, börvärdesjusterande regulatorn, kontrollerar sedan kvaliteten på den högfrekventa utsignalen. Uppstår en förändring i utsignalens spridning är det denna regulators uppgift att justera börvärdet till en passande nivå.

2. Undersökning av de teoretiska förutsättningarna för börvärdesjustering.

Låt  $Y$  vara en normalfördelad stokastisk variabel med medelvärde  $u$  och standardavvikelse  $\sigma$ . ( $Y$  motsvarar i praktiken utsignalen och  $u$  börvärdet).

Om  $\sigma$  är en godtycklig funktion av tiden,  $\sigma = \sigma(t)$ , blir  $Y$  en stokastisk process  $Y(t)$ .

Vi önskar studera ett uttryck av typen

$$P(Y(t) \leq a) = p$$

(1)

dvs sannolikheten att  $Y$  understiger värdet  $a$  är  $p$ .

I fortsättningen kommer vi att studera två fall. Dels låter vi  $u$  variera i tiden på så sätt att  $p$  hela tiden är konstant, fall I, dels hålles  $u$  konstant, varvid  $p$  kommer att variera i tiden men som krav sättes i stället, att sannolikheten att värdet  $a$  ej skall överskridas under det totalt observerade tidsintervallet i genomsnitt skall vara  $p$  dvs

$$\frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = p$$

(2)

De båda fall betecknas med II.

Fall I:  $u = u(t)$ ;  $p = \text{konst.}$

$$\left( \frac{Y - u(t)}{\sigma(t)} \right) \in N(0, 1)$$

(1) ger:

$$\Phi\left(\frac{a - u(t)}{\sigma(t)}\right) = p$$

$$a - u(t) = xp \cdot \sigma(t)$$

Medelvärdet av  $a - u(t)$  betecknas med  $\overline{a - u(t)}$  och är alltså så mycket vi i medeltal måste lägga oss under det optimala värdet  $a$  för att vårt sannolikhetskrav (1) skall vara uppfyllt.

$$\overline{a - u(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T (a - u(t)) dt = \frac{xp}{T} \int_0^T \sigma(t) dt$$

(3)

Fall II:  $u = \text{konst.}$ ;  $p = p(t)$

$$\left( \frac{Y - u}{\sigma(t)} \right) \in N(0, 1)$$

(1) ger:

$$\Phi\left(\frac{a - u}{\sigma(t)}\right) = p(t)$$

$$\frac{a - u}{\sigma(t)} = xp(t)$$

(4)

dvs

$$xp(t) = xp(0) \cdot \frac{\sigma(0)}{\sigma(t)}$$

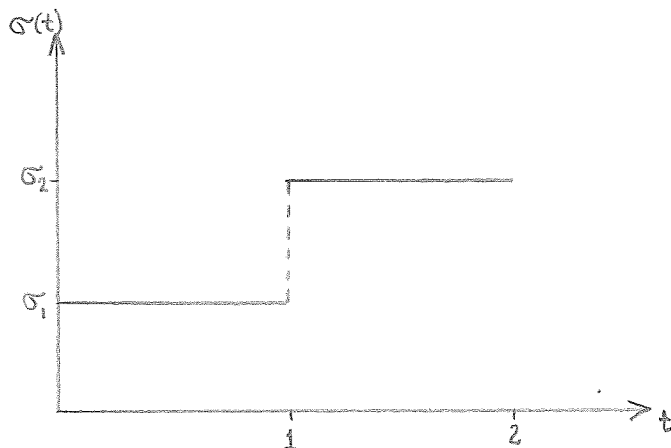
$xp(0)$  löses ur ekvationen:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \Phi\left[xp(0) \cdot \frac{\sigma(0)}{\sigma(t)}\right] dt = p$$

som fås ur ekv (2). Därefter löses a-u, som ju är konstant, lätt ur (4).

Låt oss betrakta specialfallet där  $\sigma(t)$  har följande utseende:

Fig 4.



$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_1 & 0 < t \leq 1 \\ \sigma_2 & 1 < t \leq 2 \end{cases}$$

$$Y(t) = \begin{cases} Y_1 & 0 < t \leq 1 \\ Y_2 & 1 < t \leq 2 \end{cases}$$

För fall I gäller då:

$$u(t) = \begin{cases} u_1 & 0 < t \leq 1 \\ u_2 & 1 < t \leq 2 \end{cases}$$

$$\frac{Y_1 - u_1}{\sigma_1} \in \mathbb{N}(0, 1)$$

$$\frac{Y_2 - u_2}{\sigma_2} \in \mathbb{N}(0, 1)$$

$$\Phi\left(\frac{a - u_1}{\sigma_1}\right) = p$$

$$\Phi\left(\frac{a - u_2}{\sigma_2}\right) = p$$

$$\frac{a - u_1}{\sigma_1} = xp$$

$$\frac{a - u_2}{\sigma_2} = xp$$

$$\frac{a - u(t)}{\sigma} = xp \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (\text{fås ur ekv. (3)})$$

För fall II gäller:

$$p(t) = \begin{cases} p_1 & 0 < t \leq 1 \\ p_2 & 1 < t \leq 2 \end{cases}$$

$$P(Y_1 \leq a) = p_1$$

$$P(Y_2 \leq a) = p_2$$

$$\Phi\left(\frac{a-u}{\sigma_1}\right) = p_1$$

$$\Phi\left(\frac{a-u}{\sigma_2}\right) = p_2$$

$$\frac{a-u}{\sigma_1} = xp_1$$

$$\frac{a-u}{\sigma_2} = xp_2$$

$$a-u = \sigma_1 \cdot xp_1 \tag{6}$$

För att lösa ut  $xp_1$  använder vi oss av ekv. (2):

$$\frac{p_1 + p_2}{2} = p$$

$$\Phi(xp_1) + \Phi(xp_2) = 2p$$

Denna ekvation måste lösas numeriskt. För bland annat detta ändamål gjordes ett program. Resultatet presenteras i tabellerna I-IV. Allmänt gäller för tabellerna:

Den totala sannolikheten att värdet  $a$  ej överskrides är  $p$ .  $p$  varierar mellan 0,80 och 0,98.  $S$  är förhållandet  $\sigma_1/\sigma_2$  där  $\sigma_1$  har värdet 1.  $S$  varierar mellan 0,1 och 1,0.

Tabell I visar  $x p_1$ . Då  $\sigma_1 = 1$  är detta värde samtidigt lika med  $a-u$ , dvs så mycket man måste sänka börvärdet i förhållande till sitt optimala värdet  $a$  om börvärdet hålles konstant i tiden, se ekv (4).

Tabell II visar  $a-u(t)$  dvs så mycket man i genomsnitt måste sänka sitt börvärde då detta inställes efter variationerna i  $\sigma$ .

I tabell III har värdena i tabell I subtraherats ifrån värdena i tabell II. Ett negativt värde visar att börvärdet i genomsnitt kommer att ligga lägre då vi låter börvärdet vara konstant, jämfört med när det får variera i tiden.

Tabell IV visar slutligen hur stor sannolikheten är att maxvärdet  $a$  ej skall överskridas i fallet konstant börvärde då  $\sigma = \sigma_1$ . Motsvarande sannolikhet för  $\sigma_2$  fås lätt ur sambandet  $p_1 + p_2 = 2p$ .

#### Kommentar:

Ur tabell III framgår att en justering av börvärdet ej alls innebär en generell förbättring om kravet är att en viss del av utsignalens värden skall understiga ett visst värde. Det är endast i vissa fall, när variationerna i  $\sigma$  är mycket stora och när sannolikhetskravet är extremt högt, som detta lönar sig. I övriga fall får man till och med en viss försämring vid justering. Till detta kommer att  $\sigma$  antagits vara känt vilket i praktiken aldrig kan vara fallet. En uppskattning av  $\sigma$  skulle sannolikt medföra ytterligare förluster i fallet börvärdesjustering.

Det bör påpekas att det genomräknade exemplet ej är generellt utan en matematisk abstraktion, men det indikerar trots allt att en börvärdesjustering ej nödvändigtvis behöver innebära en förbättring.

Naturligtvis kommer saken i ett annat läge om man i varje tidsintervall fixerar den maximala sannolikheten att ett värde får överskridas. Om man ej kan justera börvärdet blir man då tvungen att ställa in detta efter det sämsta tänkbara fallet, dvs största standardavvikelsen, medan man om möjligheten till justering finnes kan utnyttja att en låg standardavvikelse medför ett fördelaktigt börvärde.

### 3. Undersökning av några olika börvärdesjusterande regulatorer på en simulerad process.

#### 3.1. Inledning:

För att eventuellt få resultaten i föregående avsnitt bekräftade och för att studera effekten av en börvärdesjustering valde vi att i fortsättningen studera en process där variationerna i  $\sigma$  är mer generella. Som tidigare nämnts har fukthaltsreglering vid papperstillverkning legat till grund för utformandet av vår modell. Med tanke på de krav tillverkaren av pappret kan tänkas ställa har vi specialstuderat utsignalens utseende för de värden som överstigit det optimala värdet.

Innan vi går in på utförandet av processen och de olika regulatorerna följer nedan en kort matematisk beskrivning av ett allmänt fall. För närmare studium hänvisas till Kompendium i Regleringsteknik, Stokastiska system av K.J. Åström.

#### 3.2. En matematisk beskrivning.

Om man har ett linjärt, tidsinvariant, samplat system kan detta skrivas på formen:

$$y(t) = \frac{B_1^* (q^{-1})}{A_1^* (q^{-1})} u(t-k) + Y_{ref}$$

där

$$A^* (z) = 1 + a_1 z + \dots + a_n z^n$$

$$B^* (z) = b_0 + b_1 z + \dots + b_n z^n$$

$k$  är systemets tidsfördröjning

$y$  är utsignalen

$u$  är styrsignalen från regulatorn, jfr fig 3 sid 8. Denna bör ej förväxlas med börvärdet  $Y_{ref}$  som förutsättes konstant och således ej påverkas av systemets dynamik eller tidsfördröjning.

Låt vidare omgivningens inverkan på utsignalen beskrivas med  $v(t)$ .

Om  $v(t)$  antages vara en normalprocess med rationellt spektrum och medelvärdet 0 kan man skriva:

$$v(t) = \frac{C_1^* (q^{-1})}{A_2^* (q^{-1})} \sigma \cdot e(t)$$

där

$$C^* (z) = 1 + c_1 z + \dots + c_n z^n$$

$$\{ e(t), t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \}$$

är oberoende normalfördelade  $(0,1)$  variabler, dvs  $\sigma \cdot e(t)$  är vitt brus med medelvärdet 0 och standardavvikelsen  $\sigma$ .

Sambandet mellan styrsignal, börvärde, störsignal och utsignal kan då skrivas:

$$y(t) = \frac{B_1^*}{A_1^*} u(t-k) + \sigma \frac{C_1^*}{A_2^*} e(t) + Y_{ref}$$

Om vi gör bråken liknämninga fås:

$$y(t) = \frac{B^*}{A^*} u(t-k) + \sigma \frac{C^*}{A^*} e(t) + Y_{ref}$$

Om syftet med en reglering är, att utsignalens spridning skall vara så liten som möjligt, ger minimalvariansstrategin en optimal styrslag. Reglerfelet  $y$  kommer då att bli:

$$\tilde{y} = y - Y_{ref} = \sigma [e(t) + f_1 e(t-1) + \dots + f_{k-1} e(t-k+1)]$$

där  $K$  alltså är systemets tidsfördröjning och  $f_i$  är konstanter som erhålles vid beräkandet av minimalvariansregulatorn.

Felet utgöres således av vitt brus summerat från olika tidpunkter. Vidare kommer variansen hos reglerfelet att bli:

$$E \tilde{y}^2(t) = \sigma^2 [1 + f_1^2 + \dots + f_{k-1}^2]$$

Sammanfattningsvis observerar vi att styrstrategin är oberoende av  $\sigma$ . Detta innebär att minimalvariansregulatorn och den börvärdesjusterande regulatorn är helt oberoende av varandra, vilket för övrigt redan antytts i fig 3.

Däremot är det väl osäkert om börvärdet,  $Y_{ref}$ , förblir opåverkat av processens dynamik då det göres tidsvariabelt, och helt klart är att en ändring av  $Y_{ref}$  kommer att utsättas för processens tidsfördröjning.

Beträffande dynamikens inverkan, får man i praktiken bedöma denna komplikation från fall till fall, och detta problem kommer att förbises i den fortsatta behandlingen. Tidsfördröjningseffekten kan man eventuellt komma till rätta med genom ett lämpligt modellval.

### 3.3. Val av processmodell.

En modell för reglerfelet, som för ett samplat system skulle motsvara våra teoretiska betraktelser tidigare, skulle vara:

$$\tilde{y}(t) = \sigma(t) \cdot e(t)$$

dvs normalfördelat vitt brus.

Detta fall uppträder då man tillämpar minimalvariansstrategin på ett linjärt system med en tidsfördröjning av ett samplingsintervall. System med en tidsfördröjning av  $k$  samplingsintervall kan också innefattas i denna första ordningens modell så länge tidsfördröjningen är liten i förhållande till standardavvikelsens tidsvariation. Man väljer då ett nytt samplingsintervall som det gamla multiplicerat med  $k$ .

Med ovanstående utseende på reglerfelet får modellen alltså följande utseende:

$$y(t) = \sigma(t) \cdot e(t) + Y_{ref}(t-1)$$

Som påpekats, är börvärdets inställning fördröjd med ett samplingsintervall. Detta är en konsekvens av att vi återfört vår modell till ett första ordningens system. I fortsättningen kommer vi att använda oss av denna modell. Hur  $\sigma$  varierar återkommer vi till senare.

### 3.4. Beskrivning av de använda regulatorerna.

Först behandlas två regulatorer som gör en direkt variansuppskattning och ställer in börvärdet på grundval av denna se sid 7. Som jämförelse till dessa två behandlas dessutom en regulator, som ej explicit uppskattar variansen utan endast kontrollerar, om börvärdet har en nivå som medför en acceptabel utsignal.

#### Regulator 1.

Om  $\sigma$  vore konstant i tiden skulle man som uppskattning av  $\sigma^2$  använda:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (y(t) - Y_{ref})^2$$

där N således utgör antalet mätningar som gjorts. Om  $\sigma$  varierar i tiden kan vi i stället som uppskattning välja:

$$\hat{\sigma}^2(t) = \hat{\sigma}^2(t-1) + \alpha \{ [y(t) - Y_{ref}(t-1)]^2 - \hat{\sigma}^2(t-1) \}$$

där  $\alpha < 1$

För att bättre se hur formeln fungerar kan man skriva den på formen:

$$\hat{\sigma}^2(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha (1-\alpha)^i \cdot [y(t-i) - Y_{ref}(t-i-1)]^2$$

om antalet mätningar är stort.

Av denna formel ser vi att man inte, som i det tidsinvarianta fallet, viktar alla mätningar lika, utan ju äldre en mätning är desto mindre roll spelar den i förhållande till de övriga. Hur pass snabbt denna avtrappning skall ske inställes med  $\alpha$ .

Om  $\alpha$  väljes stort, dvs nära 1 kommer endast de allra senast inkomna värdena att spela någon roll;  $\alpha = 1$  medför att endast ett värde medtages. Om däremot  $\alpha$  är litet kommer regulatorn att ta hänsyn även till de äldre värden och om  $\alpha = 0$  återfår vi vår vanliga variansuppskattning. När man väljer sitt värde på  $\alpha$  får man således göra en kompromiss. Många mätvärden medför att man får en noggrann uppskattning, men samtidigt blir regulatorn långsam. Få mätvärden å andra sidan, ger en snabb regulator men noggrannheten i uppskattningen blir sämre.



En fördel med denna regulator är att man endast behöver lagra ett enda tal nämligen  $\hat{\sigma}(t-1)$ . Regulatorn är således av första ordningen.

### Regulator 2.

Denna regulator är nära besläktad med den ovan behandlade, men i stället för att använda en viktad summa av i princip oändligt många termer, tages endast ett begränsat antal termer med. Som uppskattning av variansen tages sedan det aritmetiska mediet av dessa termer.

I klartext:

$$\hat{\sigma}^2(t) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} [Y(t-i) - Y_{ref}(t-i-1)]^2$$

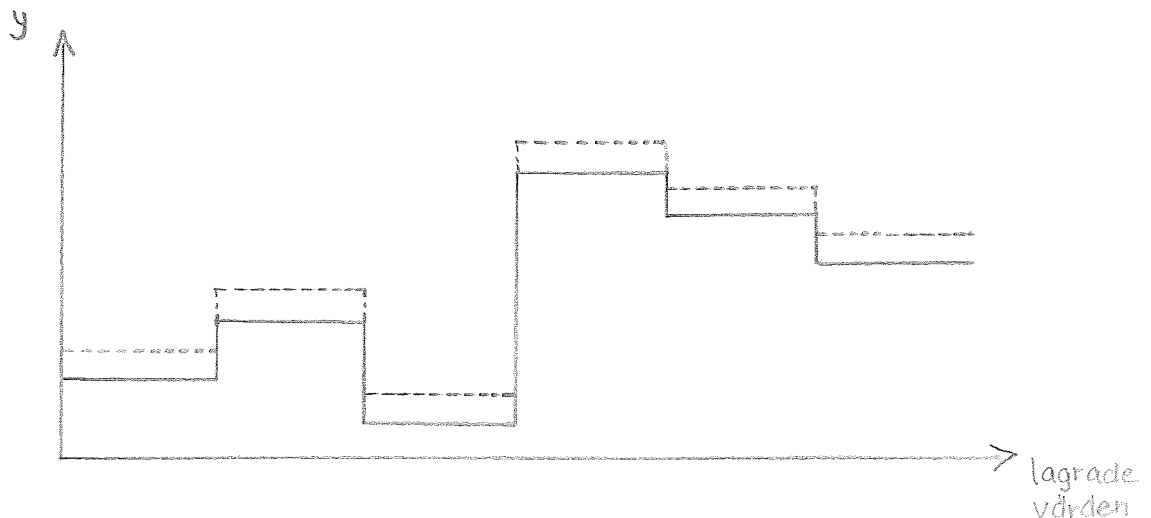
varvid man i varje samplingspunkt byter ut det äldsta värdet mot ett nytt. Liksom i fallet med regulator 1 får vi här göra en avvägning, hur många termer som lämpligen medtages i uppskattningen.

Denna regulator kan vid första påseendet tyckas enklare än alternativ 1, men i själva verket är den från reglerteknisk synpunkt sett, betydligt mer komplicerad, eftersom man här är tvungen att lagra information ända tillbaka till tidpunkten  $(t-n)$ , m.a.o. vi har här att göra med en regulator av n:te ordningen.

### Regulator 3.

Man lagrar de n senaste värdena av utsignalen. I likhet med regulator 2 byts i varje samplingspunkt det äldsta värdet ut mot ett nytt. Därefter kontrolleras hur många av utsignalens värden som ligger över det optimala värdet  $a$ . På grundval härav justeras börvärdet uppåt, nedåt eller förblir oförändrat, beroende på vilka krav man vill att utsignalen skall uppfylla. För att regulatorn skall "minnas" att en justering har skett, adderas efter en dylik en konstant till samtliga lagrade värden, se fig 5. För enkelhets skull har denna konstant valts lika med det belopp som börvärdet justeras med. En alternativ utformning vore att korrigera de lagrade värdena med olika belopp, så att de äldre värdena ej påverkas av korrigeringen i lika hög grad som de nyare. Detta fall har dock ej undersökts.

Fig 5.



### 3.5. Fukthaltsreglering vid pappertillverkning.

Nedan redovisas en del data om fukthaltens inverkan på papperskvaliteten. Vid tillverkningen av en viss sorts papper är det önskvärt för tillverkaren att hålla en så hög fukthalt som möjligt, eftersom han då får billiga råvarukostnader. Även köparen finner det önskvärt att fukthalten ej blir för låg. En optimal fukthalt kan anses vara 8%, men om fukthalten blir högre uppstår tjockleksvariationer i papperet varför det anses önskvärt att 90% av det tillverkade papperet har en fukthalt som ej överstiger 8%. Ett annat krav man måste ställa är, att fukthalten sällan eller aldrig överstiger 10%, eftersom man då erhåller fuktränder i papperet och varan måste kasseras.

Fukthaltens slumpmässiga variationer har en standardavvikelse som pendlar mellan 0,6% och 2,0% och har ett medelvärde på cirka 1,3%. För att uppfylla de ovan nämnda kraven är man därför, om ingen justering förekommer, tvungen att lägga sitt börvärde på 6%.

Vi antar, för att undersöka de potentiella möjligheterna till reglering, att fukthaltens avvikelse från börvärdet är vitt normalfördelat brus med en medelstandardavvikelse på 1,3%. Vidare antar vi att det enda krav man ställer på varan är att högst 10% av papperet har en fukthalt som överstiger 8%. Teoretiskt sett skulle man då tänkas kunna lägga börvärdet på i medeltal  $8\% - x \cdot 1,3\%$  där

$$\Phi(x) = 0,9 \quad \text{ger } x = 1,282.$$

Detta medför ett medelbörvärde på 6,33%. För att se vad en ökning av fukthalten medför i kronor och ören, ger vi ett sifferexempel:

En pappersmaskin tillverkar 10 ton papper i timmen till en kostnad av cirka 1200 kr/ton. På ett år produceras således papper för cirka 100 miljoner kronor. En ökning av fukthalten med 0,33% skulle alltså innebära en vinst på cirka 330 000 kr/år.

I praktiken känner vi naturligtvis inte den exakta standardavvikelsen, utan börvärdet måste ställas in med hjälp av en regulator. Dessutom har vi här helt bortsett från kravet, att fukthalten måste ligga under 10%. Vad detta innebär i praktiken har vi försökt belysa i nästa avsnitt.

### 3.6. Simulering av processen och en jämförelse av de olika metoderna att ställa in börvärdet.

Som tidigare nämnts låter vi processen simuleras av en 1:a ordningens modell:

$$y(t) = \sigma(t) \cdot e(t) + Y_{\text{ref}}(t-1)$$

där alltså

$y(t)$  motsvarar fukthalten i papperet  
 $e(t)$  är vitt normalfördelat brus med medelvärde 0 och standardavvikelse 1.

$\sigma(t)$  är det vita brusets standardavvikelse  
 $Y_{\text{ref}}(t)$  är börvärdet.

Även låter vi variera enligt en 1:a ordningens modell:

$$\sigma(t) = a \cdot \sigma(t-1) + b \cdot (1-a) + v(t)$$

där:

$a$  och  $b$  är konstanter.

$v(t)$  är vitt brus med medelvärde 0 och standardavvikelse  $\sigma_v$ .  
 $\zeta(t)$  är således en stationär normalprocess med medelvärde b  
 och variansen  $\frac{\sigma_v^2}{1-a^2}$ .

När det gällde att realisera vår modell på institutionens datamaskin visade det sig att 1000 samplingspunkter var ett lämpligt antal att köra.

Det vita bruset realiserades med hjälp av ett redan existerande biblioteksprogram. De normalfördelade slumpstal som genererades genom anrop av denna subrutin var, om parametrarna i anropet var fixerade, deterministiska varför, när samtliga parametrar i modellen väl bestämts, samma realisering erhöles vid varje körning.

Beträffande det praktiska utförandet av vårt program gjorde vi så att processmodell och regulator utformades som var sin subrutin. Sedan anropades dessa från huvudprogrammet i en slinga. För att undvika eventuella insvängningsförlopp lät vi slingan genomlöpas 1200 gånger varvid endast de 1000 sista värdena lagrades.

För att återknyta till pappermaskinen så gäller för denna att samplingsintervallet är 5 min. 1000 samplingsintervall motsvarar således  $3\frac{1}{2}$  dagars tillverkning. För standardavvikelsen gäller som tidigare nämnts, att denna varierar mellan cirka 0,6% och 2% och har ett medelvärde på 1,3%. Vidare gäller att standardavvikelsen varierar med cirka 0,2 och 0,6% i timmen i snitt. En timme motsvarar 12 samplingsintervall. Med ovanstående specifikationer som grund valdes parametrarna till modellen för  $\zeta$  som följer:

$$\begin{aligned} a &= 0,97 \\ b &= 1,361 \\ \sigma_v &= 0,107 \\ \text{vilket medför} \\ \sigma_\zeta &= 0,44 \end{aligned}$$

Valet av b kanske kräver en förklaring. Eftersom standardavvikelsens medelvärde är av största betydelse för börvärdets storlek valde vi att fixera medelvärdet av våra 1000 samplingspunkter till 1,3. Detta medförde således att b fick väljas till 1.361.

I diagram 1 visas standardavvikelsens variation under  $3\frac{1}{2}$  dags tillverkning (1000 samples).

I diagram 2 visas de 11 första timmarna (132 samples).

A. Körning av processen då standardavvikelsen antages känd och börvärdet justeras efter denna.

Börvärdet får följande utseende:

$$Y_{ref}(t) = 8 - x_p \zeta(t)$$

Detta motsvarar "fall I" i kap. 2. Om 90% av utsignalens värden skall underskrida värdet 8 får vi:

$$x_p = 1,282$$

Resultatet av en körning med denna idealiserade regulator blev: Genomsnittligt börvärde: 6.333.

Detta resultat är en följd av att standardavvikelsens medelvärde fixerats till 1,3.

Antalet av utsignalens värden som överskred värdet 8 var 109 st, vilket motsvarar 10,9%. Det bör påpekas att värdet 10,9% beror på ofullkomligheter i processmodellen och ej på regulatorn.

I diagram 3 visas slutligen utsignalens utseende för de värden som ligger över 8-nivån. Vi finner att två värden ligger över 10, därav är det största 10,46.

#### B. Körning av processen med börvärdet konstant.

Vi gjorde två realiseringar dels med börvärdet på 6.333 och dels på 6,0.

Med börvärdet på 6.333 blev resultatet:

Antalet av utsignalens värden som överskred värdet 8 var 108.

I diagram 4 visas utsignalens utseende för de värden som är större än 8. Antalet värden som är större än 10 är 6 varav det största har värdet 11.10.

Med börvärdet på 6.0 blev resultatet:

71 av utsignalens värden var större än 8.

I diagram 5 visas utsignalens utseende för de värden som är större än 8.

Antalet värden som är större än 10 är 2, varav det största har värdet 10.77.

#### C. Körning av processen med börvärdesjusterande regulator 1 insatt.

Börvärdet får då följande utseende:

$$Y_{ref}(t) = 8 - \alpha_p \cdot \hat{\sigma}(t-1)$$

Där  $\alpha_p$  är en konstant motsvarande  $x_p$  i det ideala fallet.  $\hat{\sigma}$  är vår uppskattning av det verkliga  $\sigma$ . Observera även att vi har en tidsfördröjning på ett samplingsintervall.

För att få kännedom om vilket värde på  $\alpha_p$  som var lämpligt att välja gjorde vi ett program som lät  $\alpha_p$  genomlöpa en följd av värden. För varje värde realiserades processen varvid det kvadratiske medelfelet  $(\sigma - \hat{\sigma})^2$  från varje samplingspunkt summerades. I tabell V har denna summa skrivits ut som funktion av  $\alpha_p$ . Det värde på  $\alpha_p$  som gav minsta kvadratiske avvikelser från valdes sedan. För att en jämförelse enkelt skulle kunna göras med det fall där standardavvikelsen antogs känd valde vi  $\alpha_p = 1,282$ .

Med:

$$\alpha = 0,075$$

$$\alpha_p = 1,282$$

fick vi följande resultat:

Antalet gånger utsignalen passerade värdet 8 var 107.  
Genomsnittligt börvärde: 6.311.

I diagram 6 visas den uppskattade standardavvikelsens utseende för de första 11 timmarna (132 samples).

I diagram 7 visas utsignalens utseende för värden större än 8. Tre värden ligger över 10, därav det största på 10.74

#### D. Körning av processen med börvärdesjusterande regulator 2 insatt.

Samma förfarande som tillämpades vid körningen av regulator 1 användes här, men i stället för  $\alpha$  låter vi  $n$ , som betecknar antalet termer, som medtages vid uppskattningen (se sid 16), vara en parameter. Även här låter vi minsta kvadratiska medelfelet vara utslagsgivande. Se tabell VI. Detta medför att  $n$  väljes till 34.  $\alpha_p$  har fortfarande värdet 1.282.

Resultat:

Genomsnittligt börvärde: 6.276.

Antalet gånger utsignalen passerade 8 var 107.

I diagram 8 visas den uppskattade standardavvikelsens utseende för de första 11 timmarna (132 samples), jfr diagram 6.

I diagram 9 visas utsignalens utseende för värden större än 8. Tre värden ligger över 10 därav det största på 10.85.

#### E. Körning av processen med börvärdesjusterande regulator 3 insatt.

De parametrar som skulle bestämmas var dels antalet termer som regulatorn skall lagra, i tabellerna betecknat med  $N_1$ , dels korrektionstermen  $\Delta u$ . Vi utförde därför ett antal realiseringar av processen varvid vid varje realisering, medelbörvärde respektive antalet gånger utsignalen passerat värdet 8 skrevs ut. I tabellerna VII och VIII återfinnes resultatet då  $N_1$  och  $u$  varierar.

Dessutom bildade vi vid varje tidspunkt termen  $(y(t)-8)^2$ . Summan av dessa termer skrevs sedan ut. I tabell IX återfinnes resultatet.

Trots de tre tabellerna visade det sig här mycket svårt att få någon överblick över regulatorns optimala inställning.

Vi redovisar därför 2 realiseringar med parametrarna valda som följer:

i/

$$N_1 = 10$$

$$\Delta u = 0,004$$

Medelbörvärdet blev 6.234.

Antalet gånger utsignalen överskred värdet 8 var 95.

I diagram 10 redovisas styrsignalens utseende för de 11 första timmarna (132 samples) jfr diagram 2.

I diagram 11 redovisas utsignalens utseende för värden större än 8. Fyra värden har passerat 10, varav det största har värdet 11,27.

ii/

$N1 = 1,0$

$\Delta u = 0,001$

Medelbörvärdet blev: 6,204.

Antalet gånger utsignalen överskred 8 var 92.

I diagram 12 redovisas styrsignalens utseende för de första 11 timmarna (132 samples).

Utsignalens utseende för värden större än 8 redovisas i diagram 13. Tre värden har passerat 10, varav det största har värdet 11,09.

#### Analys och kommentar till de erhållna resultaten.

Efter de företagna realiseringarna kan vi först av allt konstatera, att de teoretiska resultat som räknades fram i kapitel 2 tycks stämma även då standardavvikelsen företer en mera slumpartad variation i tiden. Det framgår ur körningarna A och B, att om man som kriterium har, att ett visst optimalt värde ej bör överskridas för ofta, det förmodligen ej lönar sig att justera sitt börvärde efter variationerna i standardavvikelsen utan att man snarare gör en, om än försumbar förlust.

Om man däremot betraktar börvärdesjusteringens inverkan på utsignalens extrema värden (i vårt fall värden som överstiger 10), finner man att denna är gynnsam, jämför diagram 3 och 4. Detta stämmer ju också med de resultat vi erhöll i avsnitt 2. När man kräver att utsignalen så gott som alltid skall ligga under visst värde lönar det sig att reglera, jämför tabell III. En jämförelse av diagram 3 och 5 visar också att dessa två realiseringar är fullt jämförbara. Även om materialet är i tunnaste laget för kvalitativa bedömningar vågar vi oss ändå på följande uttalande: Eftersom den troliga orsaken till att man i praktiken tvingas att lägga sitt börvärde på 6% är, att man vill undvika att fukthalten kommer upp i värden över 10%, kan vi om standardavvikelsens tidsvariation är känd med tillräckligt stor noggrannhet höja den genomsnittliga fukthalten i papperet.

När det gäller realiseringarna med våra egna regulatorer insatta, vill vi först påpeka att standardavvikelsens tidsvariation i vår processmodell förmodligen är svårare att följa än i verkligheten, på grund av de snabba skutt som kännetecknar denna första ordningens modell. Vi vill också påpeka att våra regulatorkonstruktioner bygger på att vi har tillgång till endast ett mätvärde i varje justeringspunkt.

Som väntat blev resultatet, jämfört med det fall där standardavvikelsen antogs känd, något sämre då våra regulatorer fick ställa in börvärdet.<sup>1)</sup> Eftersom det tidigare visat sig att en reglering endast är lönsam om man vill kapa topparna på sin utsignal och eftersom en optimal inställning, enligt ovanstående kriterium, torde erhållas om börvärdet justerades efter den exakta standardavvikelsen, brydde vi oss inte om att försöka åstadkomma en bättre variant av regulator 3, även om det förmodligen varit möjligt. Enligt vår mening uppnås bäst resultat om börvärdet ställes in på grundval av en explicit variansuppskattning.

1) I sammanställningstabellen sid 29 finns resultatet av de olika körningarna av processen sammanfattade.

Återstår då att jämföra regulatorerna 1 och 2. Härvid framgår att regulator 1 är både enklare och bättre. Regulator 1 har ett kvadratisk medelfel på  $\sqrt{0,082}$ , medan regulator 2 som lägst kommer ner i  $\sqrt{0,106}$ . Och som tidigare nämnt blir det praktiska utförandet för regulator 1 betydligt enklare än för både regulatorerna 2 och 3.

Om vi däremot jämför diagram 7 och diagram 5 finner vi att det största värdet på utsignalen visserligen är ungefär detsamma med regulator 1 som med börvärdet konstant på 6%-nivån, men dessutom ser vi, att regulator-fallet har 3 värden som passerat 10%. Det är alltså osäkert om en reglering här lönar sig. Avgörande för lönsamheten blir den kompromiss man får göra mellan en hög fukthalt och en acceptabel kassationsgrad, och detta problem har vi ej haft någon möjlighet att ta ställning till.

S	0.800	0.820	0.840	0.860	0.880	0.900	0.920	0.940	0.960	0.980
0.100	2.641	3.589	4.677	5.829	7.063	8.416	9.944	11.750	14.051	17.507
0.150	2.044	2.501	3.134	3.887	4.709	5.611	6.630	7.833	9.367	11.672
0.200	1.770	2.059	2.441	2.939	3.535	4.208	4.972	5.875	7.026	8.754
0.250	1.597	1.814	2.082	2.423	2.853	3.372	3.978	4.700	5.620	7.003
0.300	1.472	1.649	1.859	2.116	2.435	2.833	3.321	3.917	4.684	5.836
0.350	1.374	1.527	1.702	1.910	2.161	2.473	2.866	3.363	4.015	5.002
0.400	1.295	1.430	1.583	1.760	1.969	2.223	2.543	2.957	3.517	4.377
0.450	1.228	1.351	1.488	1.643	1.824	2.040	2.308	2.656	3.135	3.892
0.500	1.171	1.284	1.409	1.549	1.710	1.899	2.130	2.428	2.841	3.507
0.550	1.121	1.226	1.342	1.471	1.616	1.786	1.991	2.251	2.611	3.198
0.600	1.077	1.176	1.284	1.404	1.538	1.693	1.879	2.111	2.430	2.949
0.650	1.037	1.131	1.234	1.346	1.471	1.615	1.786	1.997	2.284	2.749
0.700	1.001	1.091	1.189	1.295	1.413	1.548	1.707	1.903	2.165	2.586
0.750	0.969	1.055	1.148	1.250	1.362	1.490	1.639	1.823	2.066	2.453
0.800	0.939	1.022	1.112	1.209	1.317	1.439	1.581	1.754	1.983	2.343
0.850	0.912	0.992	1.079	1.172	1.276	1.393	1.529	1.694	1.912	2.251
0.900	0.887	0.965	1.048	1.139	1.239	1.352	1.483	1.642	1.851	2.174
0.950	0.863	0.939	1.020	1.108	1.206	1.315	1.442	1.596	1.797	2.109
1.000	0.842	0.915	0.994	1.080	1.175	1.282	1.405	1.555	1.751	2.054

TABELL I

*x<sub>p1</sub> som funktion av p och S.*

Tabellen visar hur mycket börvärdet måste sänkas under det optimala värdet då börvärdet är konstant i tiden.



S	P											
	0.800	0.820	0.840	0.860	0.880	0.900	0.920	0.940	0.960	0.980		
0.100	4.629	5.034	5.469	5.942	6.462	7.049	7.728	8.552	9.629	11.295		
0.150	3.226	3.509	3.812	4.141	4.504	4.913	5.386	5.960	6.711	7.872		
0.200	2.525	2.746	2.983	3.241	3.525	3.845	4.215	4.665	5.252	6.161		
0.250	2.104	2.288	2.486	2.701	2.937	3.204	3.513	3.887	4.377	5.134		
0.300	1.823	1.983	2.155	2.341	2.546	2.777	3.044	3.369	3.793	4.450		
0.350	1.623	1.765	1.918	2.083	2.266	2.472	2.710	2.999	3.376	3.961		
0.400	1.473	1.602	1.740	1.891	2.056	2.243	2.459	2.721	3.064	3.594		
0.450	1.356	1.475	1.602	1.740	1.893	2.065	2.264	2.505	2.821	3.309		
0.500	1.262	1.373	1.492	1.620	1.762	1.922	2.108	2.332	2.626	3.080		
0.550	1.186	1.290	1.401	1.522	1.656	1.806	1.980	2.191	2.467	2.894		
0.600	1.122	1.220	1.326	1.440	1.567	1.709	1.873	2.073	2.334	2.738		
0.650	1.068	1.162	1.262	1.371	1.491	1.627	1.783	1.973	2.222	2.607		
0.700	1.022	1.111	1.208	1.312	1.427	1.556	1.706	1.888	2.126	2.494		
0.750	0.982	1.068	1.160	1.260	1.371	1.495	1.639	1.814	2.043	2.396		
0.800	0.947	1.030	1.119	1.215	1.322	1.442	1.581	1.749	1.970	2.310		
0.850	0.916	0.996	1.082	1.176	1.279	1.395	1.529	1.692	1.905	2.235		
0.900	0.888	0.966	1.050	1.140	1.240	1.353	1.483	1.641	1.848	2.168		
0.950	0.864	0.939	1.021	1.109	1.206	1.315	1.442	1.596	1.797	2.108		
1.000	0.842	0.915	0.994	1.080	1.175	1.282	1.405	1.555	1.751	2.054		

TABELL II

$q-u(t)$  som funktion av  $p$  och  $S$ .

Tabellen visar hur mycket börvärdet i genomsnitt måste sänkas under det optimala värdet då börvärdet inställes efter variationerna i  $\sigma$ .

S	P													
	0.800	0.820	0.840	0.860	0.880	0.900	0.920	0.940	0.960	0.980				
0.100	1.988	1.445	0.792	0.113	-0.600	-1.367	-2.216	-3.198	-4.422	-6.212				
0.150	1.182	1.008	0.678	0.254	-0.205	-0.698	-1.243	-1.873	-2.656	-3.799				
0.200	0.755	0.687	0.542	0.302	-0.010	-0.363	-0.757	-1.210	-1.773	-2.593				
0.250	0.507	0.475	0.404	0.277	0.084	-0.168	-0.466	-0.813	-1.244	-1.869				
0.300	0.352	0.334	0.295	0.225	0.111	-0.056	-0.277	-0.549	-0.891	-1.386				
0.350	0.249	0.239	0.215	0.174	0.105	-0.002	-0.156	-0.364	-0.639	-1.042				
0.400	0.178	0.172	0.157	0.131	0.088	0.019	-0.084	-0.236	-0.453	-0.783				
0.450	0.128	0.124	0.114	0.097	0.069	0.025	-0.044	-0.151	-0.315	-0.583				
0.500	0.092	0.089	0.083	0.071	0.053	0.024	-0.022	-0.095	-0.215	-0.426				
0.550	0.065	0.063	0.059	0.052	0.039	0.020	-0.011	-0.060	-0.144	-0.304				
0.600	0.046	0.044	0.042	0.037	0.028	0.015	-0.005	-0.038	-0.095	-0.211				
0.650	0.031	0.030	0.029	0.025	0.020	0.011	-0.002	-0.024	-0.062	-0.142				
0.700	0.021	0.020	0.019	0.017	0.013	0.008	-0.001	-0.015	-0.039	-0.092				
0.750	0.013	0.013	0.012	0.011	0.008	0.005	-0.000	-0.009	-0.024	-0.057				
0.800	0.008	0.007	0.007	0.006	0.005	0.003	0.000	-0.005	-0.014	-0.033				
0.850	0.004	0.004	0.004	0.003	0.003	0.002	0.000	-0.002	-0.007	-0.017				
0.900	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	-0.001	-0.003	-0.007				
0.950	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.001	-0.002				
1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000				

TABELL III

$a-u(t)-xp_i$  som funktion av  $p$  och  $S$ .

Värdena i tabell I har här subtraherats ifrån värdena i tabell II. Ett negativt värde visar således att börvärdet kommer att ligga närmare det optimala värdet vid reglering jämfört med om börvärdet hålles konstant.

S	P									
	0.800	0.820	0.840	0.860	0.880	0.900	0.920	0.940	0.960	0.980
0.100	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.150	0.980	0.994	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.200	0.962	0.980	0.993	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.250	0.945	0.965	0.981	0.992	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.300	0.929	0.950	0.969	0.983	0.993	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000
0.350	0.915	0.937	0.956	0.972	0.985	0.993	0.998	1.000	1.000	1.000
0.400	0.902	0.924	0.943	0.961	0.976	0.987	0.995	0.998	1.000	1.000
0.450	0.890	0.912	0.932	0.950	0.966	0.979	0.990	0.996	0.999	1.000
0.500	0.879	0.900	0.921	0.939	0.956	0.971	0.983	0.992	0.998	1.000
0.550	0.869	0.890	0.910	0.929	0.947	0.963	0.977	0.988	0.995	0.999
0.600	0.859	0.880	0.900	0.920	0.938	0.955	0.970	0.983	0.992	0.998
0.650	0.850	0.871	0.891	0.911	0.929	0.947	0.963	0.977	0.989	0.997
0.700	0.842	0.862	0.883	0.902	0.921	0.939	0.956	0.971	0.985	0.995
0.750	0.834	0.854	0.875	0.894	0.913	0.932	0.949	0.966	0.981	0.993
0.800	0.826	0.847	0.867	0.887	0.906	0.925	0.943	0.960	0.976	0.990
0.850	0.819	0.839	0.860	0.879	0.899	0.918	0.937	0.955	0.972	0.988
0.900	0.812	0.833	0.853	0.873	0.892	0.912	0.931	0.950	0.968	0.985
0.950	0.806	0.826	0.846	0.866	0.886	0.906	0.925	0.945	0.964	0.983
1.000	0.800	0.820	0.840	0.860	0.880	0.900	0.920	0.940	0.960	0.980

TABELL IV

$P_1$  som funktion av  $p$  och  $S$

Tabellen visar sannolikheten att det optimala värdet  $a$  ej överskrides i fallet med konstant börvärde då  $\sigma = \sigma_1$ . Motsvarande sannolikhet för  $\sigma_2$  fås ur:  $P_2 = 2P - P_1$

Det kvadratiske medelfelet från varje samplingspunkt  $(\sigma - \hat{\sigma})^2$  har här summerats och skrivits ut som funktion av respektive parameter i regulatorerna 1 och 2.

Tabell V visar resultatet för regulator 1 med  $\alpha$  som parameter.

Tabell VI visar resultatet för regulator 2 med  $n$  som parameter.

$\alpha$	$(\sigma - \hat{\sigma})^2$	$n$	$(\sigma - \hat{\sigma})^2$
0.040	92.75	10	136.11
0.045	89.51	11	130.36
0.050	86.70	12	125.40
0.055	84.77	13	121.70
0.060	83.39	14	118.26
0.065	82.48	15	116.46
0.070	81.94	16	114.91
0.075	81.73	17	113.47
0.080	81.79	18	111.84
0.085	82.08	19	111.29
0.090	82.57	20	111.05
0.095	83.23	21	111.22
0.100	84.04	22	110.96
		23	110.58
		24	110.36
		25	109.83
		26	109.30
		27	108.90
		28	108.40
		29	107.89
		30	107.13
		31	106.71
		32	106.00
		33	105.72
		34	105.64
		35	105.75
		36	106.09
		37	106.49
		38	107.21
		39	108.28
		40	109.41

TABELL V

TABELL VI

Tabell IX visar summan  
av  $(y-8)^2$  vid en  
realisering av processen, med  
N1 och  $\Delta u$  som parametrar

DELTAU	N1		
	10	20	30
0.0010	81.7	79.1	79.0
0.0020	81.8	76.6	77.4
0.0030	83.8	77.2	78.5
0.0040	85.4	78.1	76.3
0.0050	84.4	78.0	80.3
0.0060	87.6	77.1	81.8
0.0070	88.8	81.6	80.4
0.0080	90.1	78.0	82.0
0.0090	88.8	76.1	82.4
0.0100	92.3	79.5	82.8

TABELL IX

Tabell VII visar medel-  
börvärdet som funktion  
av N1 och  $\Delta u$ .

DELTAU	N1		
	10	20	30
0.0010	6227	6201	6197
0.0020	6227	6175	6175
0.0030	6240	6170	6170
0.0040	6250	6171	6140
0.0050	6240	6166	6170
0.0060	6265	6156	6180
0.0070	6271	6184	6159
0.0080	6278	6155	6178
0.0090	6268	6150	6173
0.0100	6292	6168	6164

TABELL VII

Tabell VIII visar antalet  
gångar utsignalen passe-  
rade värdet 8 med N1 och  
 $\Delta u$  som parametrar.

DELTAU	N1		
	10	20	30
0.0010	96	93	92
0.0020	95	91	92
0.0030	94	90	90
0.0040	95	90	90
0.0050	96	92	91
0.0060	98	91	93
0.0070	99	92	92
0.0080	100	93	93
0.0090	101	93	93
0.0100	102	93	93

TABELL VIII

Tabellen visar antalet gånger utsignalen passerat värdet 8 respektive 10, samt det genomsnittliga börvärdet för de olika körningarna av processen.

KÖRNING						
	A	B		C	D	i E ii
Antal över 8	109	108	71	107	107	95 92
Antal över 10	2	6	2	3	3	4 3
Medelbörvärde	6.333	6.333	6.0	6.311	6.276	6.234 6.204

## SAMMANSTÄLLNINGSTABELL

Fotnot. Regulatorerna 1 och 2 ger ett genomsnittligt börvärde lägre än 6.33 trots att faktorn  $\alpha = 1.282$ . Detta beror på att uppskattningen av  $\sigma$  ej är Medelvärdesriktig. I verkligheten är det  $\sigma^2$  vi skattar, varför det genomsnittliga börvärdet på  $\hat{\sigma}$  kommer att ligga för lågt.

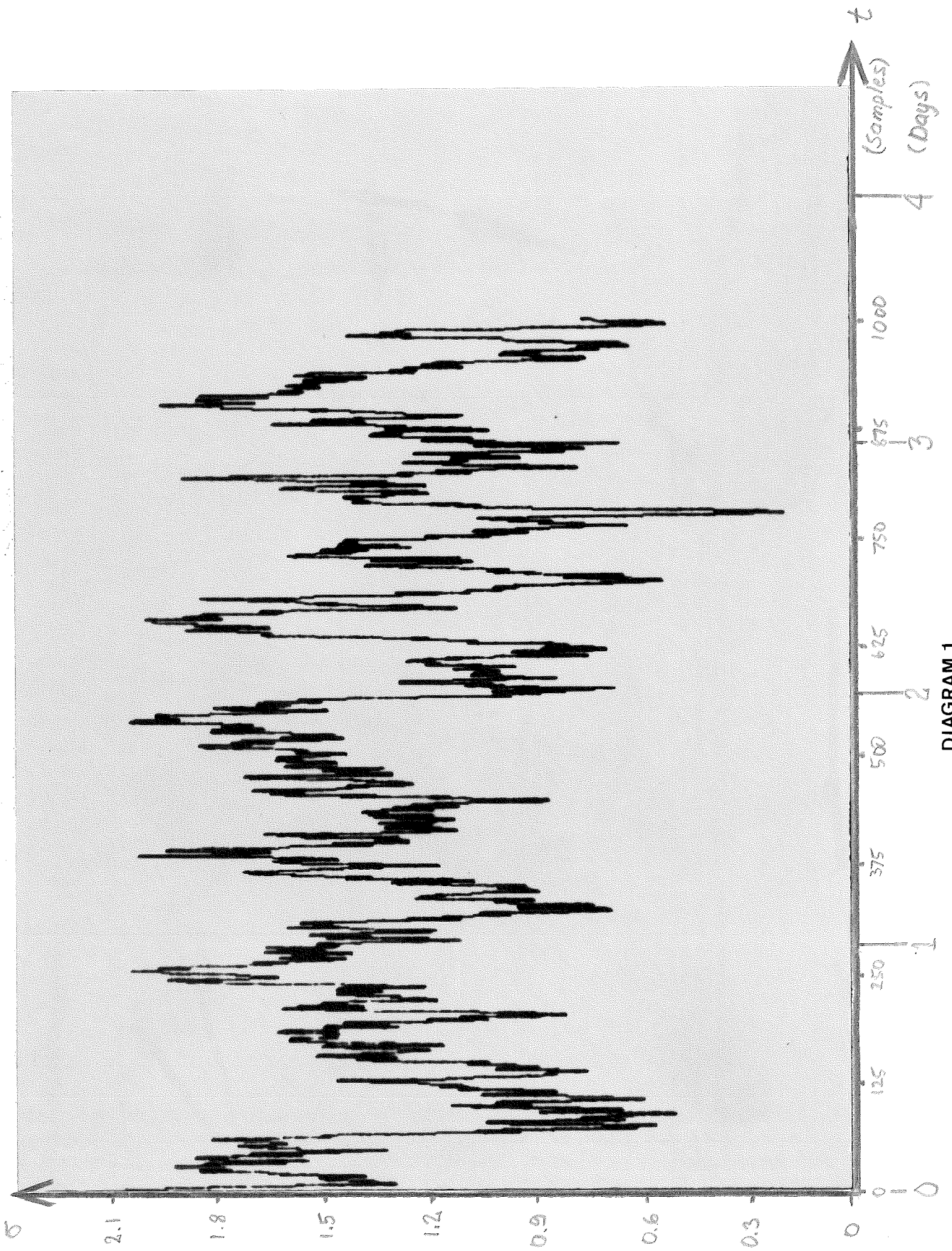


DIAGRAM 1

Standardavvikelsens tidsvariation (1000 samples).

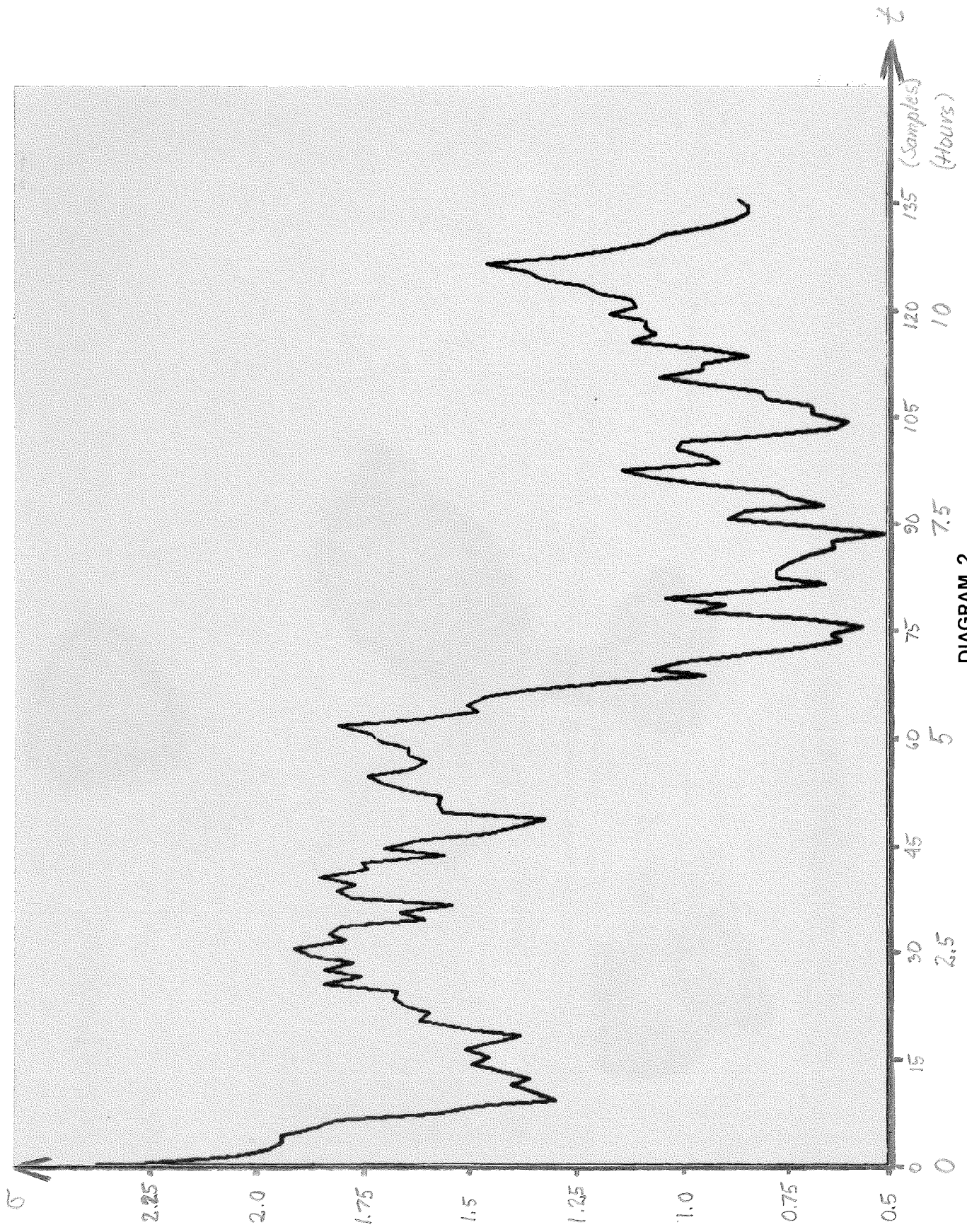
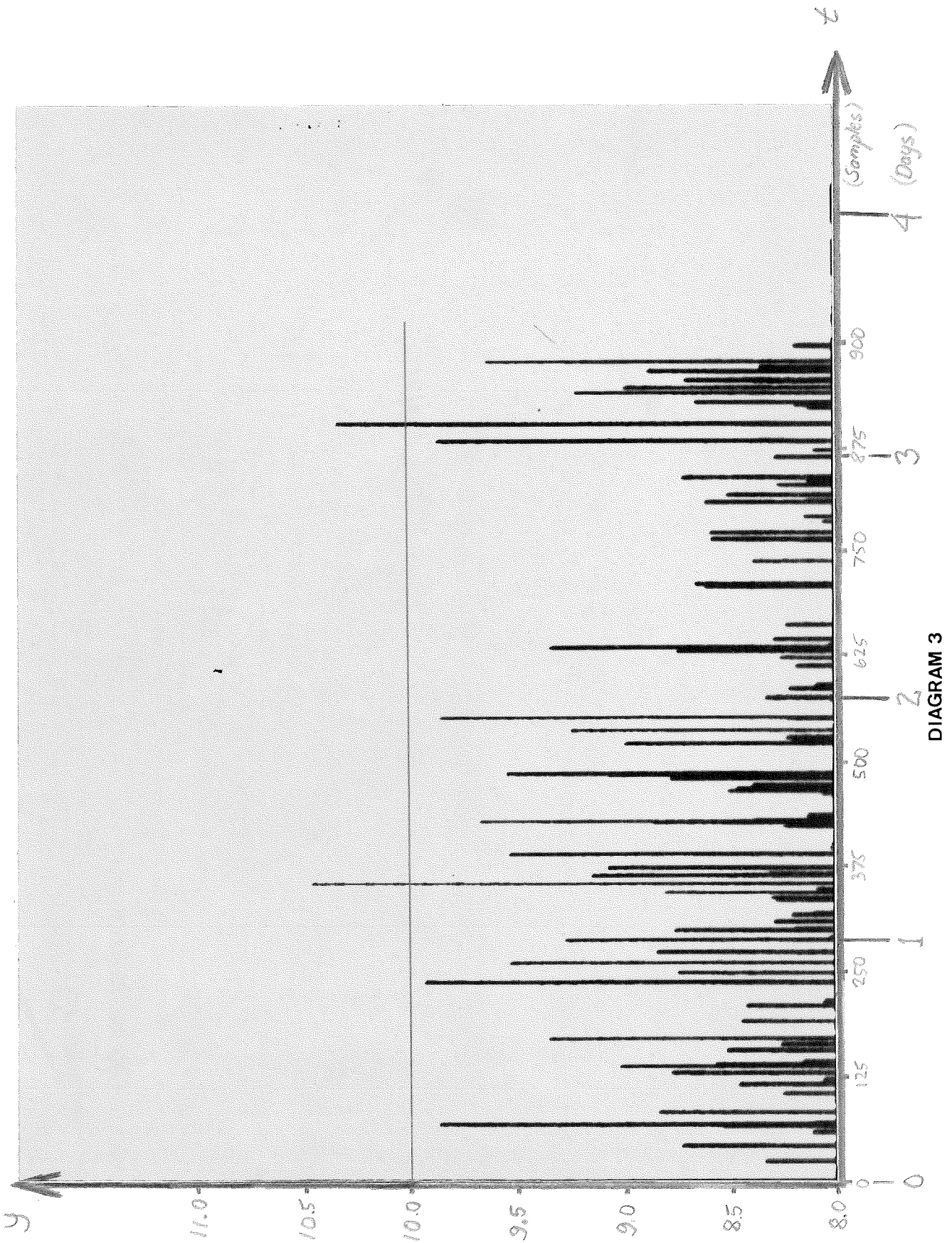


DIAGRAM 2

Standardavvikelsens tidsvariation (132 samples).





Utsignalens utseende för värden som är större än 8 då standardavvikelsen antages känd och börvärdet justeras efter denna (Körning A).

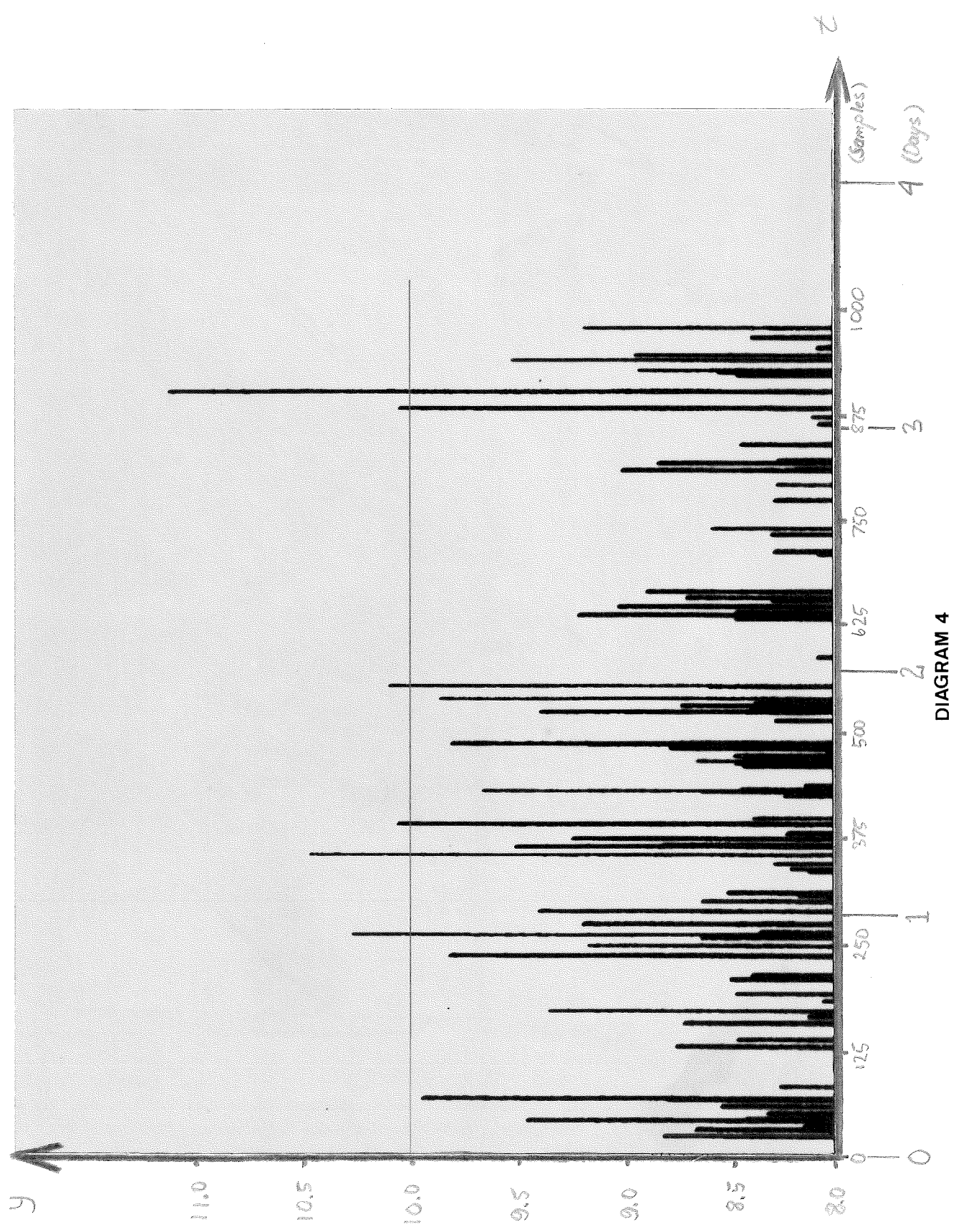


DIAGRAM 4

Utsignalens utseende för värden större än 8 då börvärdet hålles konstant på 6,333 (Körning B).

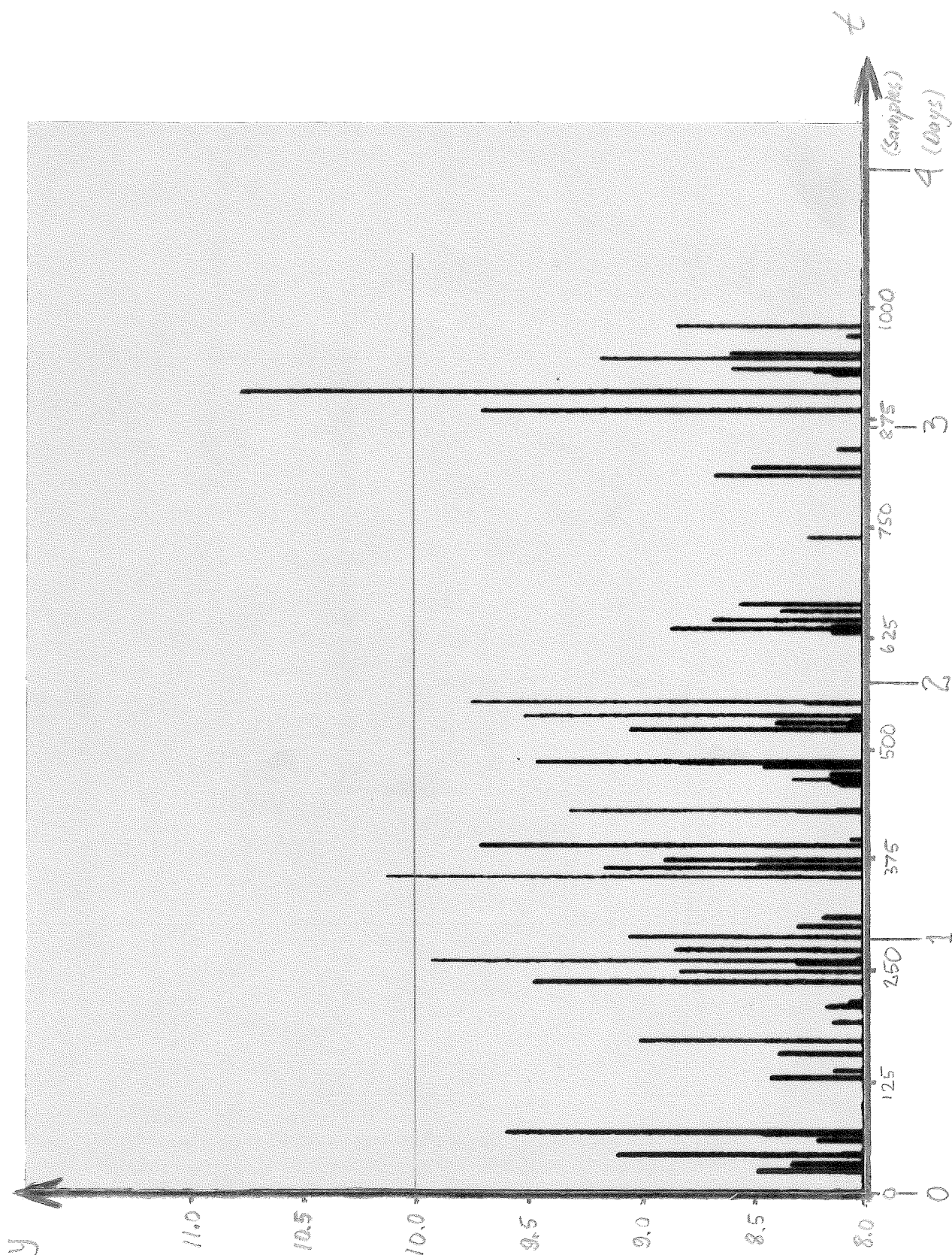


DIAGRAM 5

Utsignalens utseende för värden större än 8 då börvärdet hålles konstant på 6,0 (Körning B).

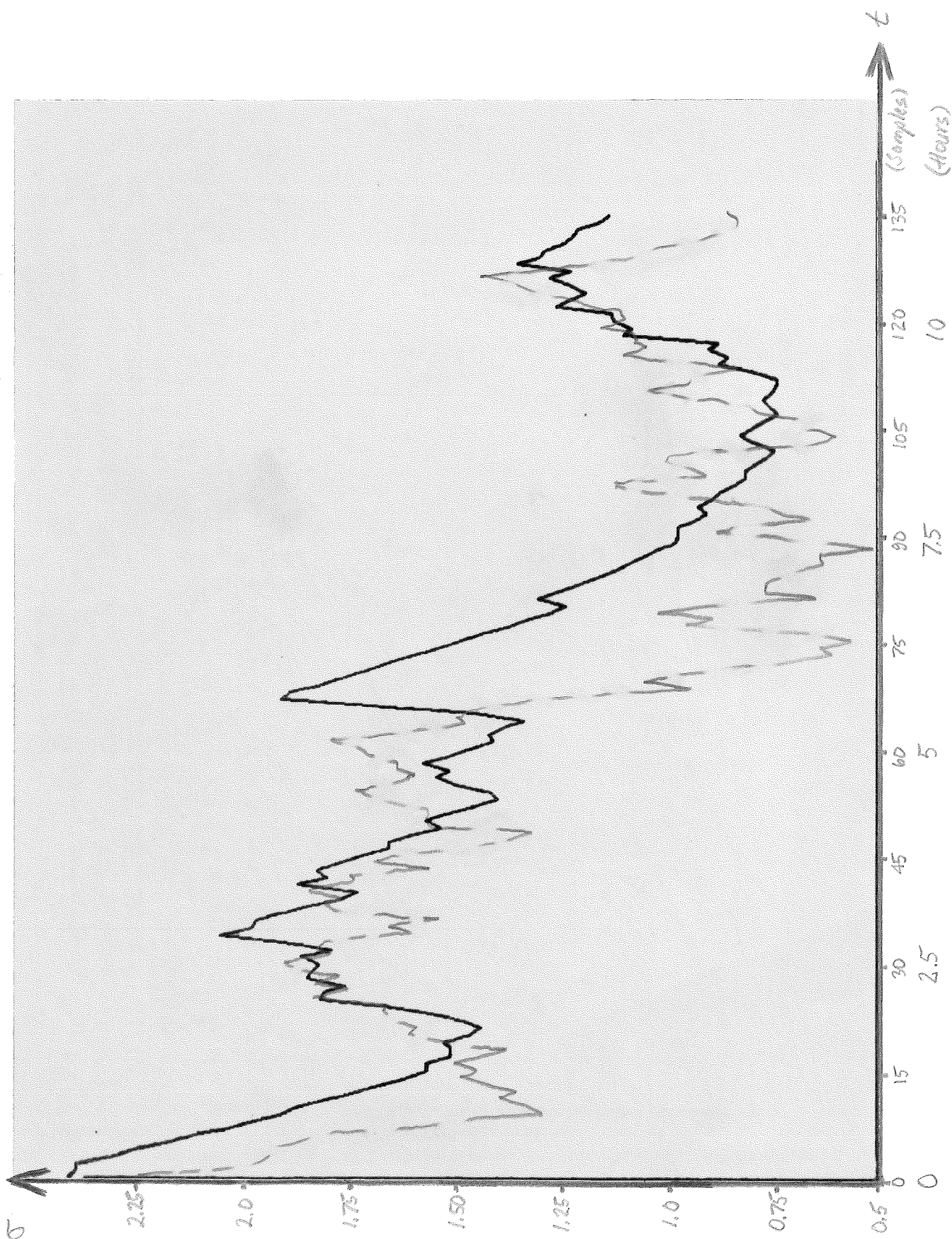
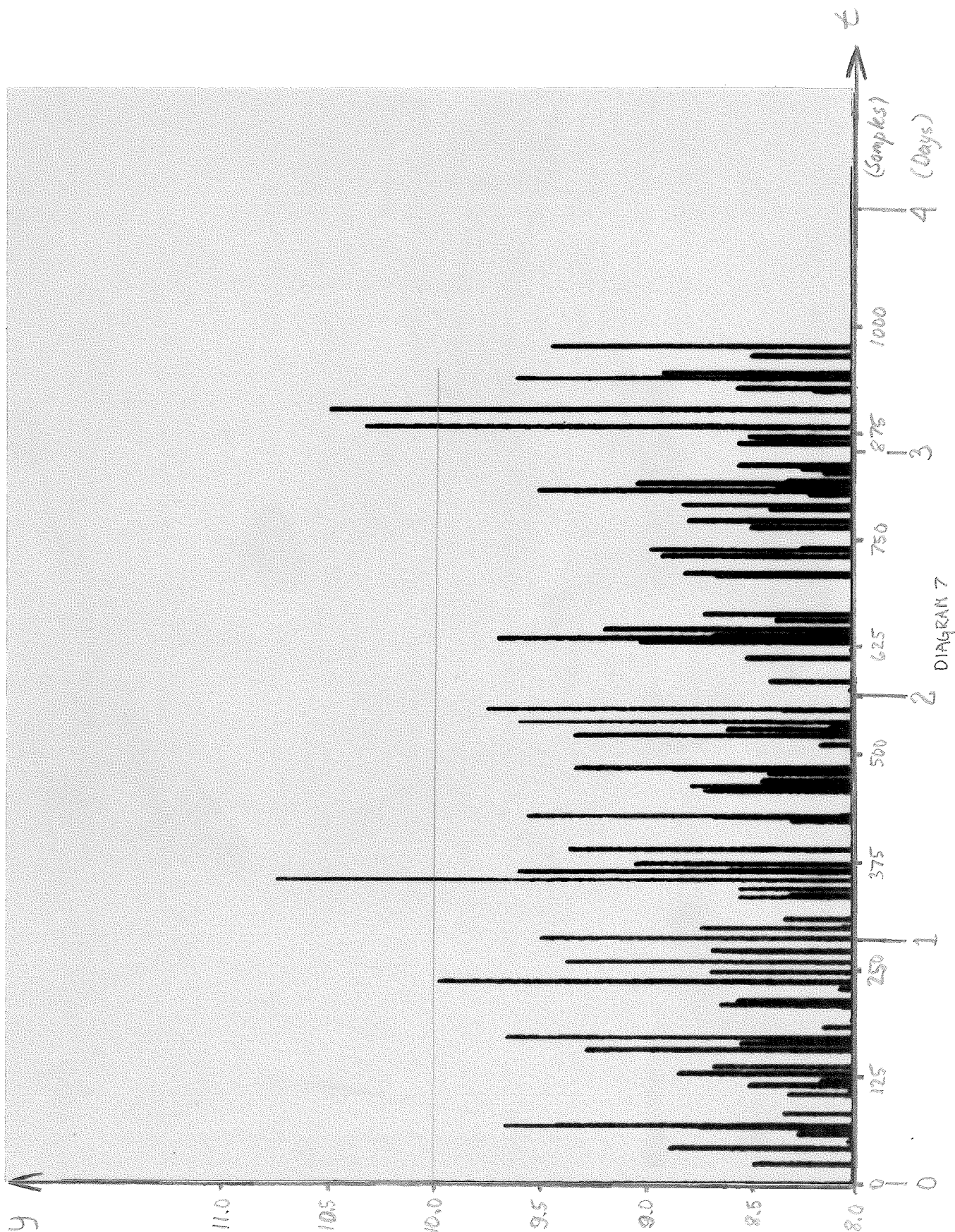
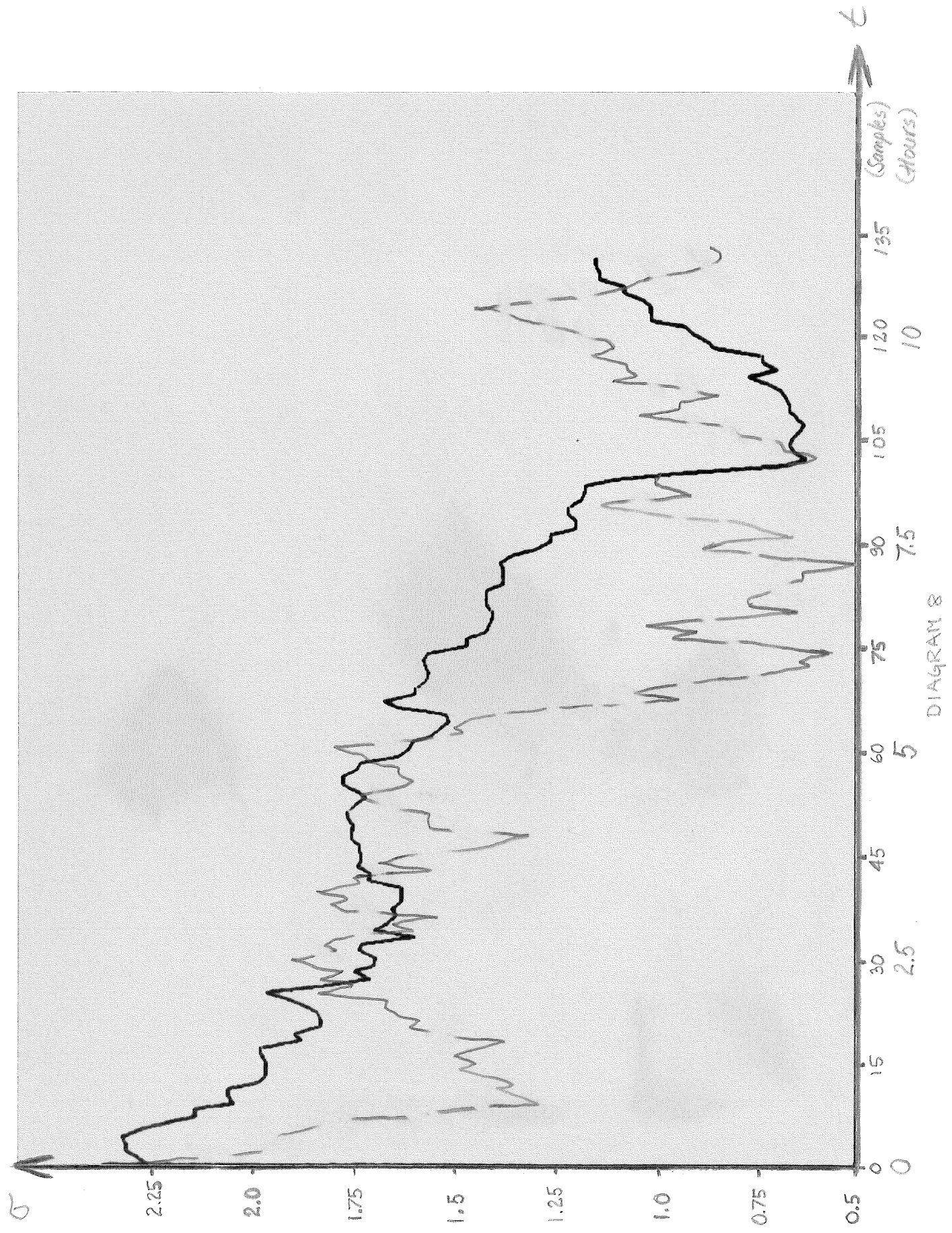


DIAGRAM 6

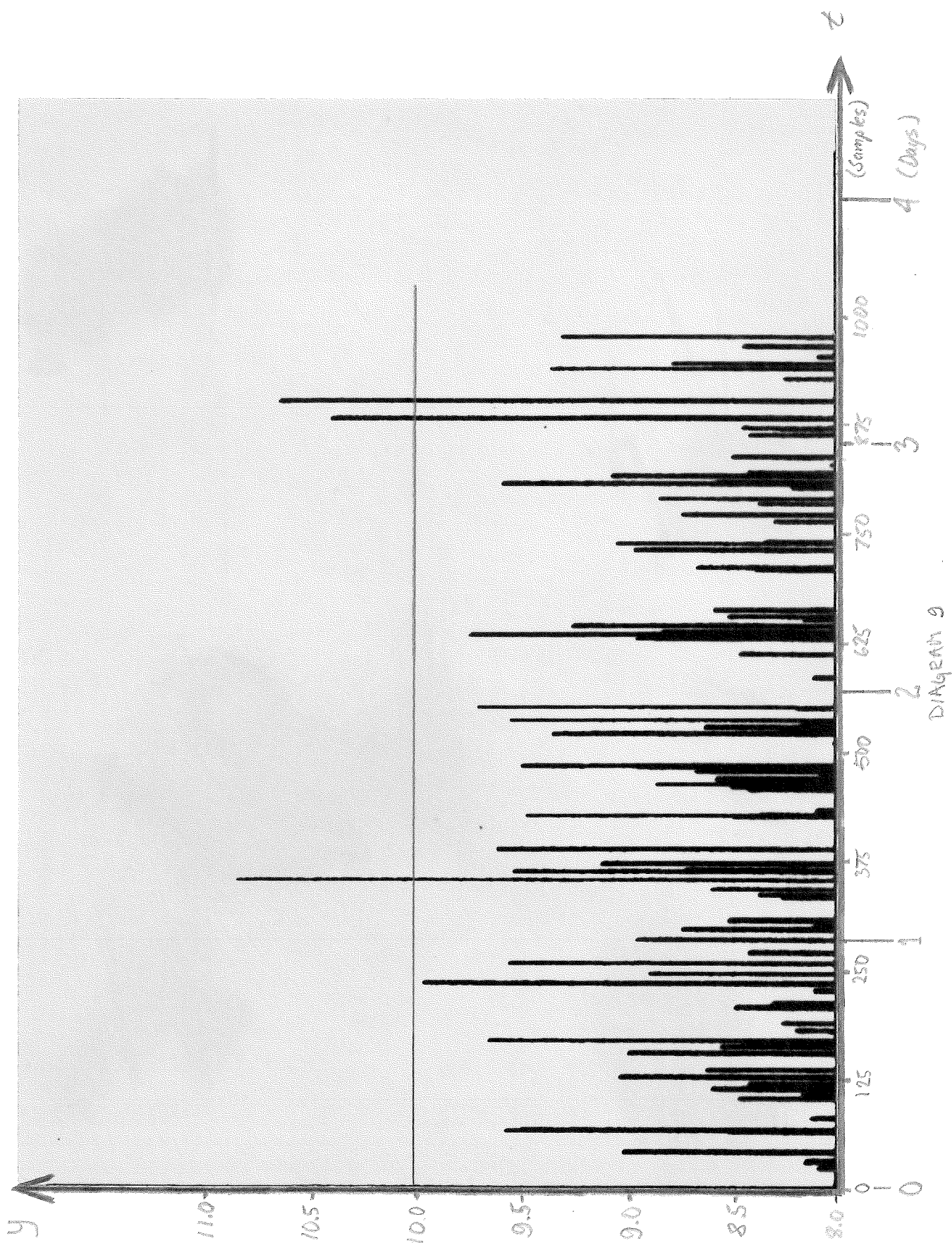
Den uppskattade standardavvikelsens utseende då regulator 1 har använts (Körning C).



Utsignalens utseende för värden större än 8 då regulator 1 har använts (Körning C).



Den uppskattade standardavvikelsens utseende då regulator 2 har använts (Körning D).



Utsignalens utseende för värden större än 8 då regulator 2 har använts (Körning D).

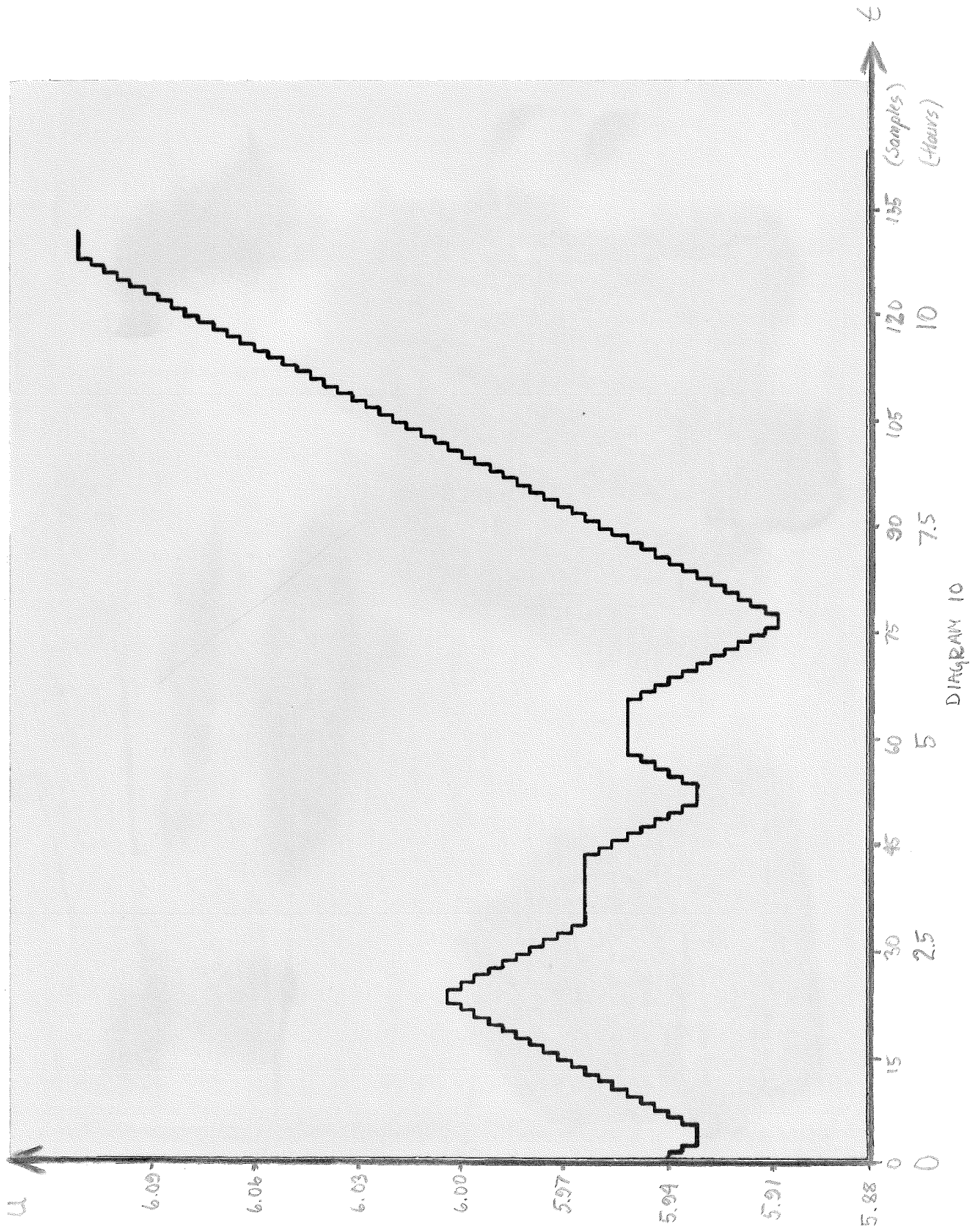
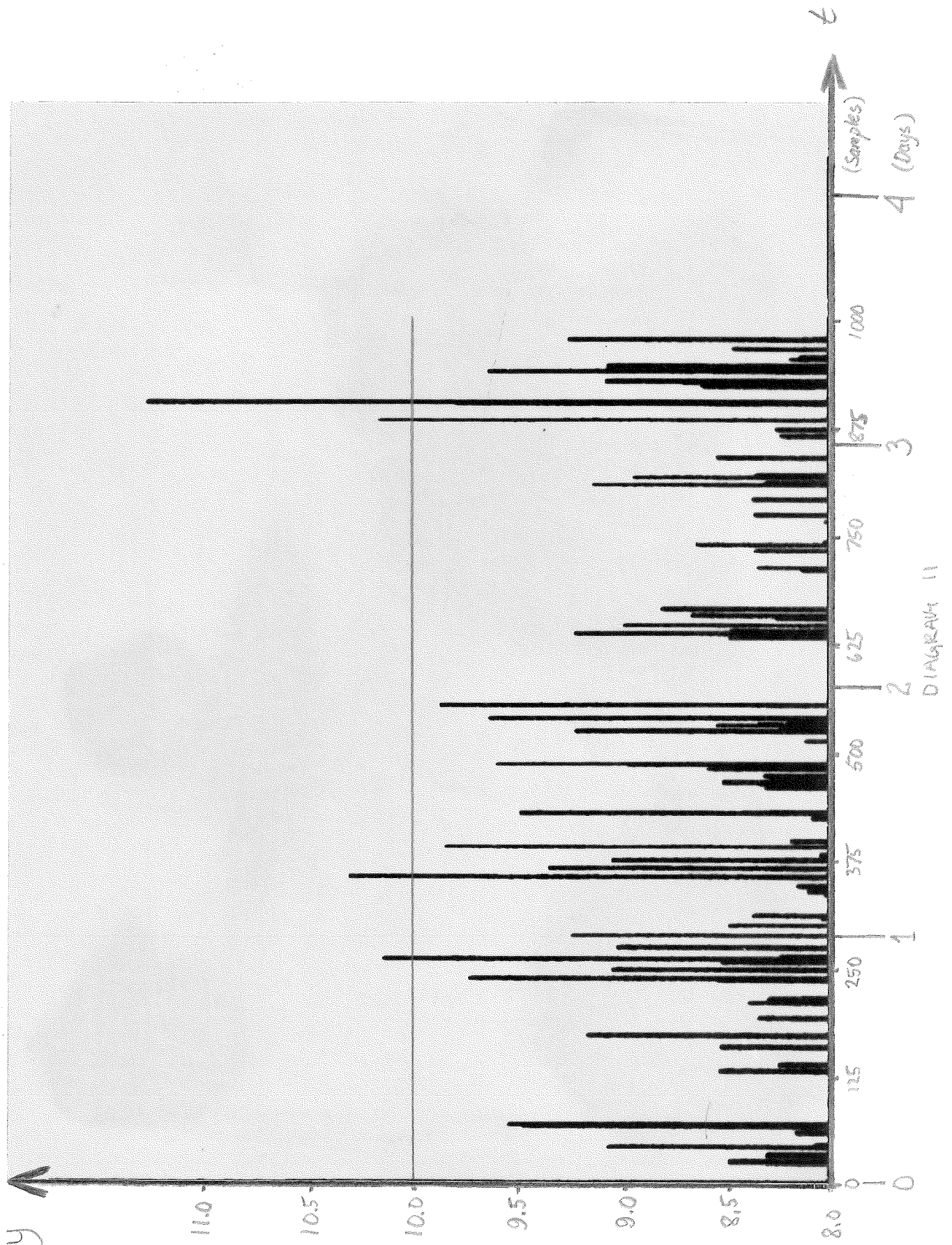


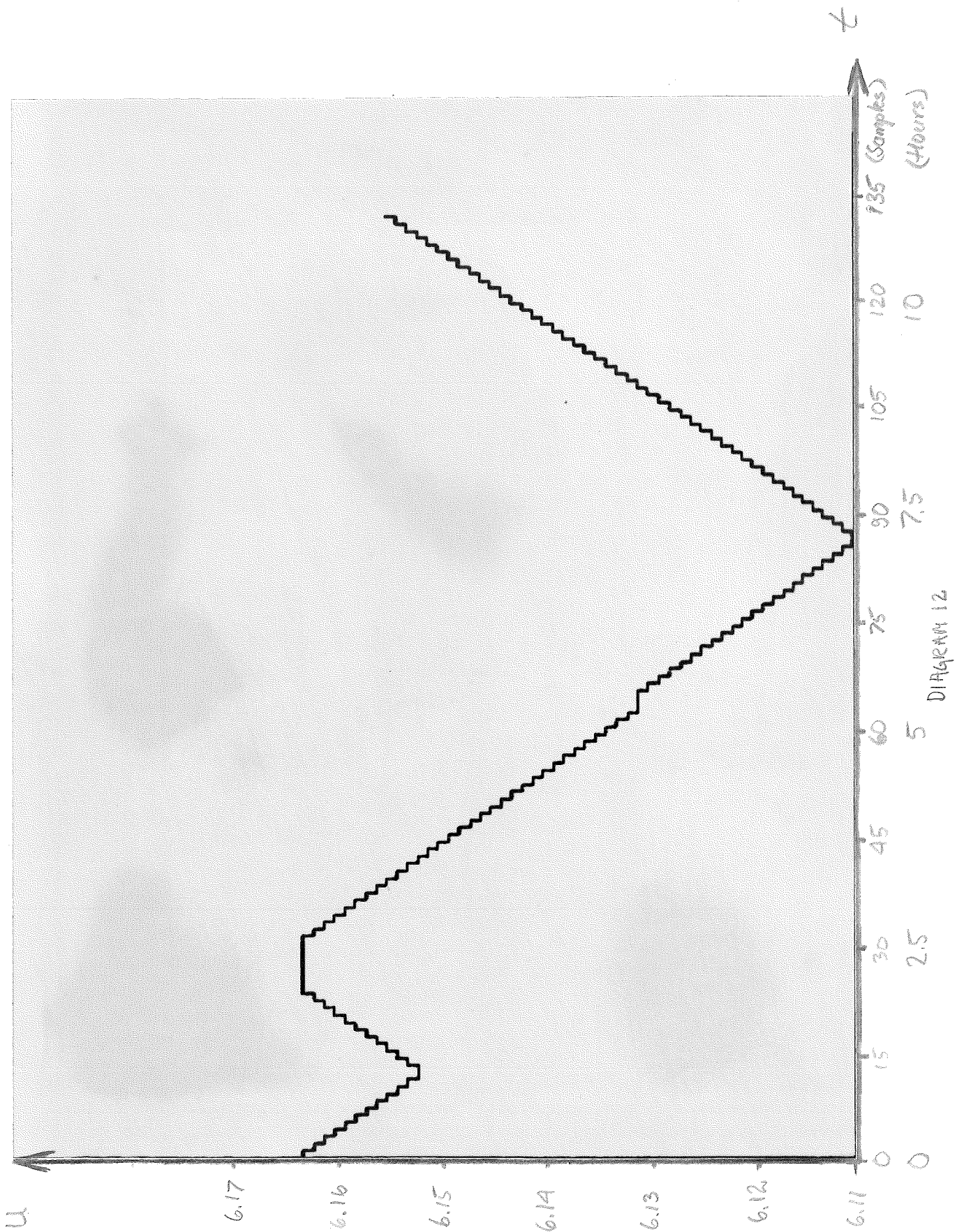
DIAGRAM 10

Börvärdets utseende då regulator 3 har använts (Körning E<sub>3</sub>).

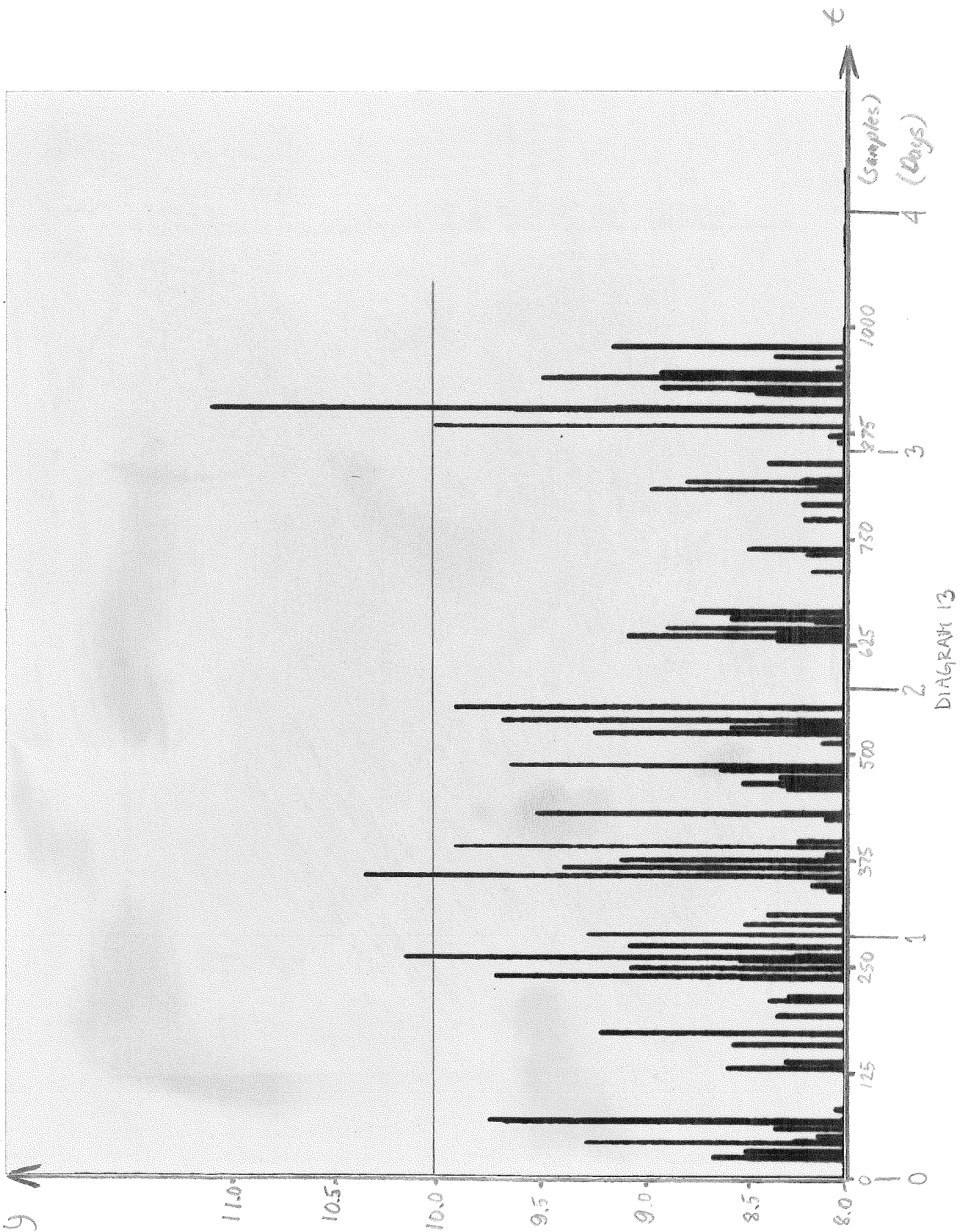




Utsignalens utseende för värden större än 8 då regulator 3 har använts (Körning  $E_i$ ).



Börvärdets utseende då regulator 3 har använts (Körning  $E_{ii}$ ).



Utsignalens utseende för värden större än 8 då regulator 3 har använts (Körning  $E_{ii}$ ).