

JÄMFÖRELSE MELLAN STÖRNINGS -
KÄNSLIGHETEN VID DIREKT
MÄTNING OCH REKONSTRUKTION.

ULF WALLIN

ARNE WIDSTRÖM

JÄMFÖRELSE MELLAN STÖRNINGSKÄNSLIGHETEN
VID DIREKT MÄTNING OCH REKONSTRUKTION

Examensarbete utfört av Ulf Wallin
 Arne Widström

Ansvarig handledare Björn Wittenmark

Inst. för reglerteknik
Lunds tekniska högskola

S A M M A N F A T T N I N G

I detta arbete undersöks störningskänsligheten hos ett andra ordningens system (moment störning på en motor), då tre olika regulatorer används. Återkopplingen sker från samtliga tillstånd.

De tre regulatorerna ger följande fall:

1. Direkt mätning av tillståndsvariablerna.
2. Modellrekonstruktion och återkoppling från de rekonstruerade tillstånden.
3. Modellrekonstruktion, men återkoppling från ett rekonstruerat och ett mätt tillstånd.

Störningarna är inte mätbara, och modellen uppfattar endast deras inverkan på utsignalen. Detta ger upphov till ett med störningen bestående rekonstruktionsfel. Formellt kan rekonstruktionsfelet betraktas som en ytterligare störning, och man erhåller då en fullständig analogi mellan direktmätning och rekonstruktion, där mätbruset motsvarar rekonstruktionsfelet.

Generellt ger direktmätning bästa resultatet, och störningskänsligheten ökar med antalet rekonstruerade variabler i styrlagen.

Slutligen beskrivs en digital styrning av en elektrisk motor.

Systemet samplas, och regulatorerna realiserar i en processdator.

A B S T R A C T

In this paper we investigate the sensitivity to disturbances of a system with two states, when three different regulators are used. The feedback is from all states.

The three regulators give the following cases:

1. Direct measuring of the states.
2. Modelreconstruction and feedback from the reconstructed states.
3. Modelreconstruction and feedback from one reconstructed and one measured state (the output signal).

The disturbances are not measurable, and the model does only apprehend their effect on the output signal. This causes a with the disturbance remaining reconstruction error. Formally the reconstruction error can be regarded as another disturbance, and we achieve a complete analogy between direct measuring and reconstruction, where the measurement noise corresponds to the reconstruction error.

Generally direct measuring gives the best result, and the sensitivity to disturbances is increasing with the number of used reconstructed states.

Finally we describe a direct digital control of an electric motor.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

	sid
1. Inledning	1
2. Problemställning	2
2.1 System	
2.2 Störningar	
2.3 Regulatorer	
2.4 Synpunkter på val mellan direkt mätning och rekonstruktion	
3. Analys	8
3.1 Öppna systemets överföringsfunktion	
3.2 Återkopplade systemet	
3.3 Fall 1, direkt mätning	
3.4 Rekonstruktionsfelet	
3.5 Fall 2, rekonstruktion	
3.6 Fall 3, hybrid	
3.7 Numeriska exempel och Bodediagram	
4. Stationära felet	18
4.1 Allmänna uttryck	
4.2 Diskussion av parametrar	
4.3 Tabell	
5. Inverkan av brusstörningar	27
6. Generalisering	36
7. Styrning med dator	37
7.1 System	
7.2 Överföring till samplat system	
7.3 Reelltidssystemet, RSX	
7.4 Reglerloopar	
7.5 Stegsvär	

Inledning.

Skall vi mäta eller rekonstruera tillståndsvariablerna?

Den frågan uppkommer ofta när det är svårt att mäta alla tillstånden eller om mätningen ger mycket brus. En viktig principiell skillnad mellan mätning och rekonstruktion är att vissa störningar påverkar de verkliga tillstånden men inte tillstånden i modellen. Detta innebär att störningskänsligheten är olika.

Utgående från ett DC-servo har vi undersökt störningskänsligheten hos ett system av andra ordningen, som är återkopplat från båda tillstånden. De analytiska beräkningarna kan lätt bli omfattande, men vi redovisar en enkel metod för beräkning av överföringsfunktionerna från störning till utsignal. Vidare behandlas återkopplingsparametrarnas inverkan på känsligheten för momentstörningar och mätbrus. En del analytiska samband presenteras, som gäller generellt även för system av högre ordning.

Den första delen av arbetet behandlar ett kontinuerligt system, som vi simulerat på en analogmaskin. Vi har slutligen samplat systemet och återkopplat via en datamaskin, som har beräknat styrlagarna. Genom att använda multiprogrammering har vi kunnat ändra parametrar och samplingsintervall utan att behöva avbryta reglerprocesserna.

2. Problemställning.

Skillnaden i störningskänslighet skall undersökas i tre olika fall:

1. Direkt mätning av alla tillståndsvariabler
2. Rekonstruktion av tillstånden med modell
3. En hybridmodell av 1. och 2. med avseende på återkopplingen.

2.1 System

Analysen avser ett andra ordningens system t. ex. en motor med vinkel-
läget som utsignal. Motorns rörelseekvation är

$$J\ddot{\theta} + D\dot{\theta} = M_{bel} + M_{el}$$

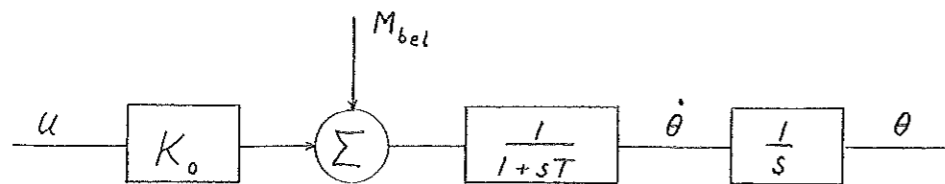
Elektriska momentet är proportionellt mot inspänningen U.

$$M_{el} = K_o U$$

Inför $T = J/D$. Efter Laplacetransformering fås överföringsfunktionen

$$\theta = \frac{M_{bel} + K_o U}{s(1 + sT)}$$

Blockschema:



Motorn skall användas i ett positionsservo. Därför måste den åter-
kopplas från vinkelläget. Har man tillgång till både vinkelläge och
vinkelhastighet, kan man lägga polerna i överföringsfunktionen var
man vill och därmed ge systemet önskade egenskaper. Om man vill på-
verka störningskänsligheten är det av speciellt intresse att åter-
koppla från vinkelhastigheten, då en sådan påverkar systemets
dämpning.

En hastig belastningsvariation (momentstörning) ger snabbare ett stort utslag på vinkelhastigheten än på vinkelläget. Det är då rimligt att man genom att återkoppla från vinkelhastigheten bättre kan dämpa störningarna.

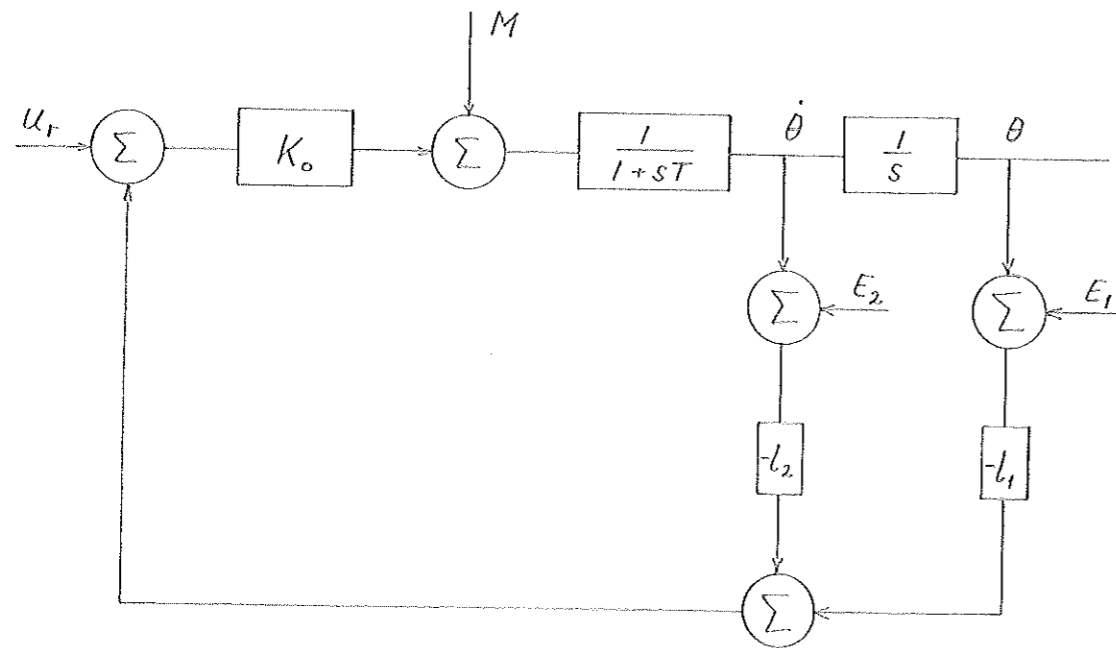
2.2 Störningar.

Belastningsvariationerna kan vara av samma slag som uppträder vid drift av t.ex. ett valsverk. När stålet, som skall bearbetas, når valsparet, kan detta betraktas som en stegstörning. Stålets varierande hårdhet och tjocklek är en störning i form av en stokastisk process. Vår önskan är att valsen skall gå med konstant hastighet. Detta är ett hastighetsservo, men störningarna illustrerar bra den typ av icke mätbara störningar, som kan påverka vårt system.

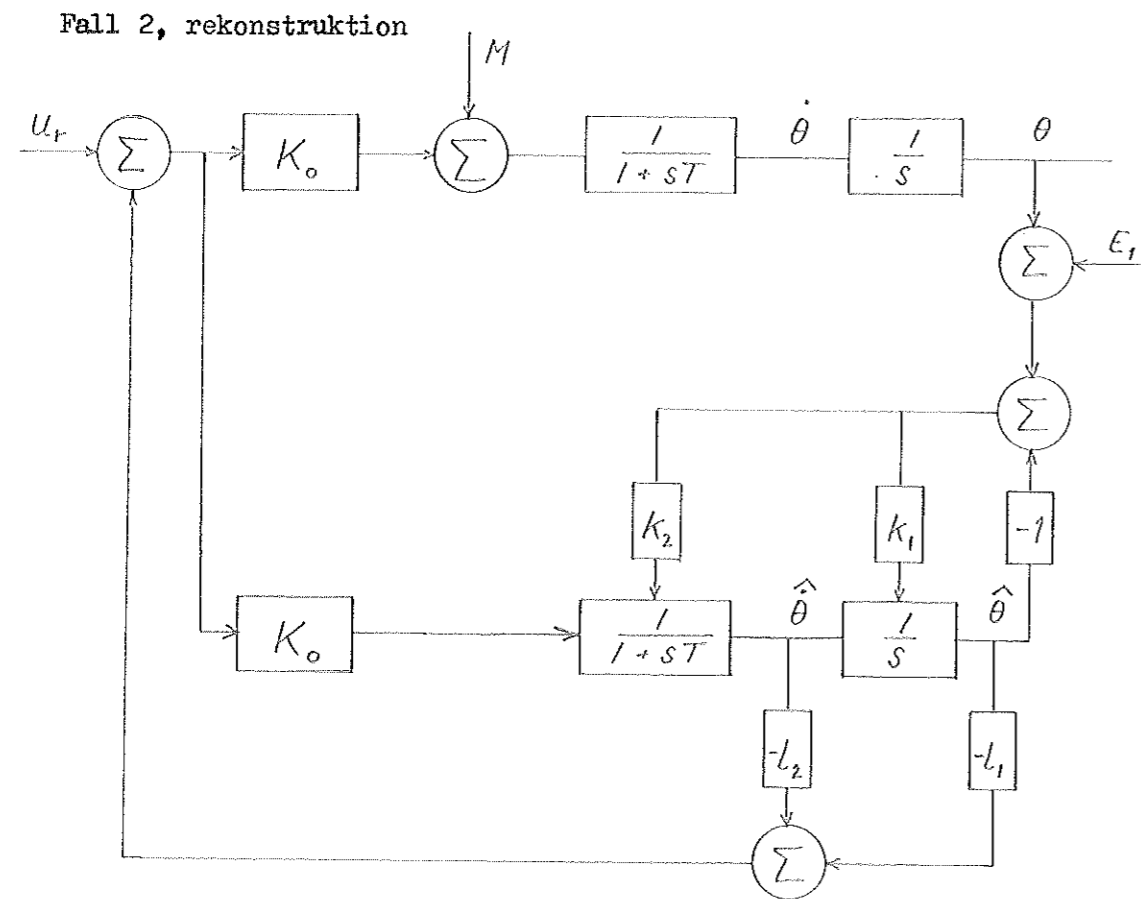
Förutom momentstörningar tillkommer mätbrus vid mätningen av vinkelläge och vinkelhastighet.

2.3 Regulatorer.

Fall 1, direktmätning

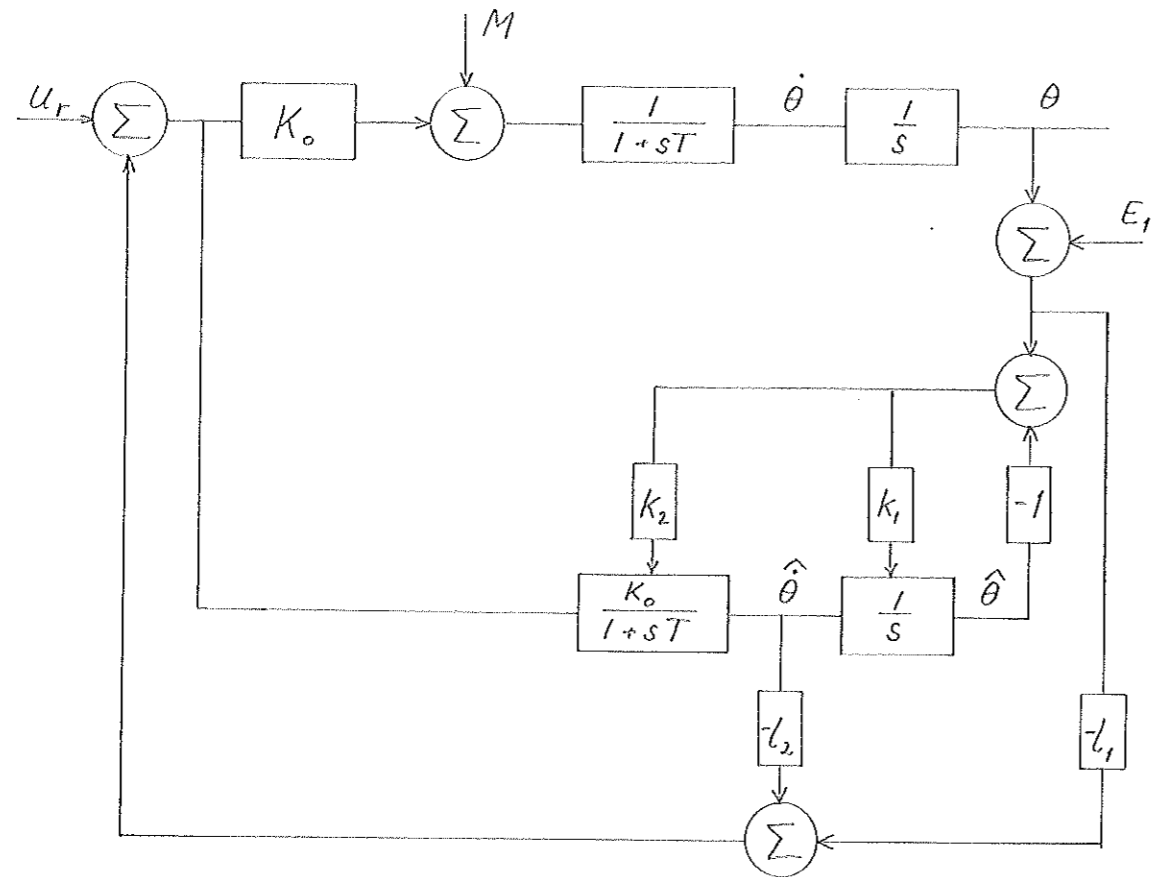


Vinkeln θ och vinkelhastigheten $\dot{\theta}$ mäts med en vinkelgivare respektive en tachometergenerator. Dessa mätningar medför, att brus E_1 respektive E_2 adderas till återkopplingssignalen.



Här mäts endast vinkeln θ , som används i modellen. Återkopplingen sker från de båda rekonstruerade tillstånden. Inget mätbrus inverkar direkt på återkopplingen.

Fall 3, hybrid



Till skillnad från fall 2 sker återkopplingen från läget direkt från vinkelgivaren. Hybridmodellen eliminerar inverkan av rekonstruktionsfelet i läget.

2.4 Synpunkter på val mellan direkt mätning och rekonstruktion.

För att belysa de avväganden, som kan bli aktuella, kan följande exempel anföras. Ett fartyg kan approximeras med ett system av den typ som vi undersöker. Störningarna är här vindar och strömmar. För en fullgod navigering är det ibland inte tillräckligt att känna till kursen, vinkelläget, utan även avvikelserna per tidsenhet, vinkelhastigheten, måste bestämmas. Denna kan mätas med ett gyro, som kostar ca 10 000 kronor. Även om denna metod ger det bästa resultatet, kan med hänsyn till kostnaden en rekonstruktion vara att föredra. Pris och krav på funktion ställs mot varandra.

3. Analys

Vi beräknar först in-ut-relationerna för det öppna och det återkopplade systemet. Sedan beräknas överföringsfunktionerna från störning till utsignal i de tre fallen. I fall 2 och 3 blir systemen av fjärde ordningen.

3.1 Öppna systemets överföringsfunktion och matrisekvationer.

Motorn beskrivs av överföringsfunktionen

$$\theta = \frac{M + K_o U}{s(1 + sT)} .$$

Välj $K_o = 36$ och $T = 0.1$, då erhålls

$$\theta = \frac{M + 36U}{s(1 + 0.1s)} = \frac{10M + 360U}{s(s + 10)} .$$

Genom att införa tillståndsvariablerna $x_1 = \theta$ och $x_2 = \dot{\theta}$ fås

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -10x_2 + 10m + 360u \end{cases}$$

$$y = x_1$$

eller på matrisform:

$$\dot{x} = Ax + B(m + 36u)$$

$$y = Cx$$

där $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ 0]$

3.2 Återkopplade systemets överföringsfunktion.

Om störmomentet m är noll så blir

$$Y(s) = \frac{360U(s)}{s(s + 10)} .$$

Genom att återkoppla från samtliga tillstånd kan det återkopplade systemets poler ges önskat läge.

$$u(t) = -Lx(t) + u_r(t) = -l_1x_1(t) - l_2x_2(t) + u_r(t) \text{ ger}$$

$$Y = \frac{360U_r}{s^2 + (10+360l_2)s + 360l_1} \quad (3.1)$$

Grovt kan man tolka återkopplingen så att l_1 bestämmer stationära värdet och l_2 det dynamiska uppförandet.

3.3 Fall 1, direkt mätning.

Antag att u_r är noll, då fås överföringsfunktionen från momentstörning m och mätbrus $e = (e_1 \ e_2)$ till utsignal:

$$\begin{cases} Y = \frac{10M + 360U}{s(s + 10)} \\ U = -L(X + E) \end{cases}$$

$$s(s + 10)Y = 10M - 360l_1(Y+E_1) - 360l_2(sY+E_2)$$

$$\therefore Y = \frac{10M - 360(l_1E_1 + l_2E_2)}{s^2 + (10+360l_2)s + 360l_1} \quad (3.2)$$

Vi ser att nämnaren är samma som i (3.1). Bruset e_1 och e_2 inverkar på ungefär samma sätt som m , eftersom alla koefficienter i täljaren är konstanta.

Överföringsfunktionen kan också fås med matrisräkning.

Öppna systemet:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B(m + K_o u) \\ y = Cx \end{cases}$$

Med återkopplingen $u = -L(x + e)$ erhålls

$$\dot{x} = (A - K_o BL)x + Bm - K_o BLE.$$

Efter Laplacetransf.

$$(sI - A + K_o BL)X = B(M - K_o LE)$$

$$\therefore Y = C(sI - A + K_o BL)^{-1}B(M - K_o LE).$$

Inför $G_{1M}(s) = C(sI - A + K_o BL)^{-1}B$ och jämför med (3.2). Man får då

$$Y = G_{1M}(M - K_o LE) \quad \text{och}$$

$$C(sI - A + K_o BL)^{-1}B = \frac{10}{s^2 + (10+3601_2)s + 3601_1} \quad (3.3)$$

Detta samband använder vi längre fram.

3.4 Beräkning av överföringsfunktionen från störning till
rekonstruktionsfel.

Systemet och modellen beskrivs av

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B(m + K_0 u) \\ \hat{x} = A\hat{x} + BK_0 u + K(y + e_1 - C\hat{x}) \\ y = Cx \end{cases}$$

där $K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}$

För rekonstruktionsfelet $\tilde{x} = x - \hat{x}$ gäller då

$$\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x} + Bm - Ke_1.$$

Efter Laplacetransformering fås

$$\tilde{X} = (sI - A + KC)^{-1}(Bm - Ke_1).$$

Enkla räkningar ger

$$\tilde{X}_1 = \frac{10M - (k_1(s+10) + k_2)E_1}{s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2} \quad (3.4)$$

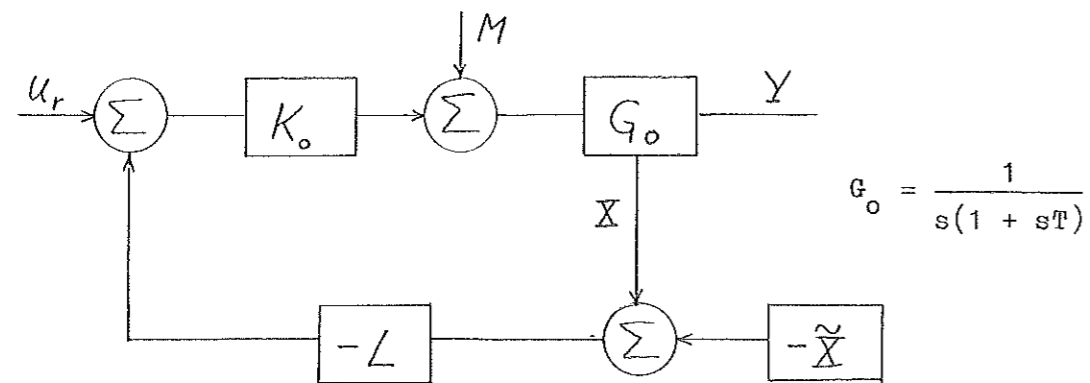
$$\tilde{X}_2 = \frac{10(s+k_1)M - k_2 s E_1}{s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2} \quad (3.5)$$

Rekonstruktionsfelet ges alltså av ett andra ordningens system.

Det är helt oberoende av återkopplingsparametrarna l_1 och l_2 samt förstärkningen K_0 .

3.5 Fall 2, rekonstruktion.

Återkopplingen $-L\hat{x} = -L(x - \tilde{x})$ kan illustreras med följande förenklade blockschema. Här separeras \tilde{x} och betraktas tills vidare som en insignal.



$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B(m + K_o u) \\ y = Cx \\ u = -L(x - \tilde{x}) \end{cases}$$

Sätt in u och Laplacetransformera:

$$\dot{x} = Ax + Bm - K_o BLx + K_o BL\tilde{x}$$

$$(sI - A + K_o BL)X = B(M + K_o L\tilde{x})$$

$$Y = C(sI - A + K_o BL)^{-1} B(M + K_o L\tilde{x})$$

Nu jämför vi med vänsterledet i ekvation (3.3) och ser att

$$Y = G_{1M}(M + K_o L\tilde{x})$$

Detta är samma uttryck som i fall 1, om man byter $-\tilde{x}$ mot E . Rekonstruktionsfelet och mätbruset har båda karaktären av fel i återkopplingen och betraktade som sådana är de ekvivalenta, utom i ett avseende nämligen att rekonstruktionsfelet inte är oberoende av momentvariationerna.

Med \tilde{X} enligt (3.4) och (3.5) blir Y som funktion av M

$$Y = \frac{10}{s^2 + (10+360l_2)s + 360l_1} \left(M + 36 \frac{l_1 \cdot 10M + l_2 \cdot 10(s+k_1)M}{s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2} \right)$$

$$Y = \frac{10(s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2 + 360l_1 + 360l_2(s+k_1))}{(s^2 + (10+360l_2)s + 360l_1)(s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2)} M \quad (3.6)$$

Y som funktion av E_1 då M är noll blir

$$Y = +G_{1M}(0 + K_o L\tilde{X})$$

$$Y = -G_{1M}(s) \cdot 36 \frac{l_1(k_1(s+10)+k_2) + l_2k_2s}{s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2} E_1$$

$$Y = -360 \frac{(l_1k_1 + l_2k_2)s + l_1(10k_1+k_2)}{(s^2 + (10+360l_2)s + 360l_1)(s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2)} E_1 \quad (3.7)$$

Nämnaren i (3.6) och (3.7) är som synes produkten av nämnarna i fall 1 och i \tilde{X} , se (3.2) respektive (3.4). Både stationära värdet och det dynamiska uppförandet beror av L och K.

3.6 Fall 3, hybridmodell.

Återkopplingen blir i detta fall

$$u = -l_1(x_1 + e_1) - l_2\hat{x}_2 = -Lx - l_1e_1 + l_2\tilde{x}_2.$$

Skillnaden jämfört med fall 2 är att vi nu har e_1 i stället för $-\tilde{x}_1$. Man får omedelbart att

$$Y = G_{1M}(M - K_o l_1 E_1 + K_o l_2 \tilde{x}_2).$$

Med G_{1M} och \tilde{X}_2 insatta erhålls Y som funktion av M :

$$Y = G_{1M} \left(M + 36l_2 \frac{10(s+k_1) M}{s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2} \right)$$

$$Y = \frac{10(s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2 + 360l_2(s+k_1))}{(s^2 + (10+360l_2)s + 360l_1)(s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2)} M \quad (3.8)$$

Y som funktion av E_1 då M är noll:

$$Y = G_{1M} \left(0 - 36l_1 E_1 - 36l_2 \frac{k_2 s E_1}{s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2} \right)$$

$$Y = \frac{-l_1(s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2) - l_2 k_2 s}{(s^2 + (10+360l_2)s + 360l_1)(s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2)} 360E_1$$

$$Y = -360 \frac{s(s+10)l_1 + (l_1 k_1 + l_2 k_2)s + l_1(10k_1+k_2)}{(s^2 + (10+360l_2)s + 360l_1)(s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2)} E_1 \quad (3.9)$$

Dessa överföringsfunktioner skiljer sig från de i fall 2, genom att (3.8) i täljaren saknar termen $360l_1$ som finns i (3.6). Vidare har (3.9) en term $s(s+10)l_1$ som inte finns i (3.7).

3.7 Numeriskt exempel och Bodediagram.

Antag att vi önskar lägga det återkopplade systemets poler i $s = -10 \pm i10$. X skall konvergera tillräckligt snabbt för att följa variationerna i x. Rekonstruktionsfelet bör då ha sina poler till vänster om -10 , t.ex. i $s = -15 \pm i15$. Detta medför

$$\text{att } \begin{cases} l_1 = 20/36 \\ l_2 = 1/36 \end{cases} \text{ och } \begin{cases} k_1 = 20 \\ k_2 = 250 \end{cases} . \text{ Insatta värden ger}$$

Fall 1.

$$Y = \frac{10M - 200E_1 - 10E_2}{s^2 + 20s + 200}$$

Fall 2.

$$Y = \frac{10}{s^2 + 20s + 200} \cdot \frac{s^2 + 40s + 850}{s^2 + 30s + 450} M$$

$$Y = \frac{-10}{(s^2 + 20s + 200)} \cdot \frac{650s + 9000}{(s^2 + 30s + 450)} E_1$$

Fall 3.

$$Y = \frac{10}{(s^2 + 20s + 200)} \cdot \frac{s^2 + 40s + 650}{(s^2 + 30s + 450)} M$$

$$Y = \frac{-10}{(s^2 + 20s + 200)} \cdot \frac{20s^2 + 850s + 9000}{(s^2 + 30s + 450)} E_1$$

Rekonstruktionsfelet blir

$$\tilde{X}_1 = \frac{10M - (20s + 450)E_1}{s^2 + 30s + 450}$$

$$\tilde{X}_2 = \frac{10(s + 20)M - 250s E_1}{s^2 + 30s + 450}$$

Bodediagram

Bodediagrammen för överföringsfunktionerna från störning M till utsignal är skissade i diagram 1.

I fall 1, direkt mätning, är förstärkningen 0.05 upp till 14 rad/s.

Fall 2, rekonstruktion, ger samma förstärkning vid 19 rad/s och

fall 3, hybriden, vid 17 rad/s.

För frekvenser över 30 rad/s ger de tre fallen samma förstärkning.

Vid så hög frekvens inverkar inte återkopplingen. Återkopplade

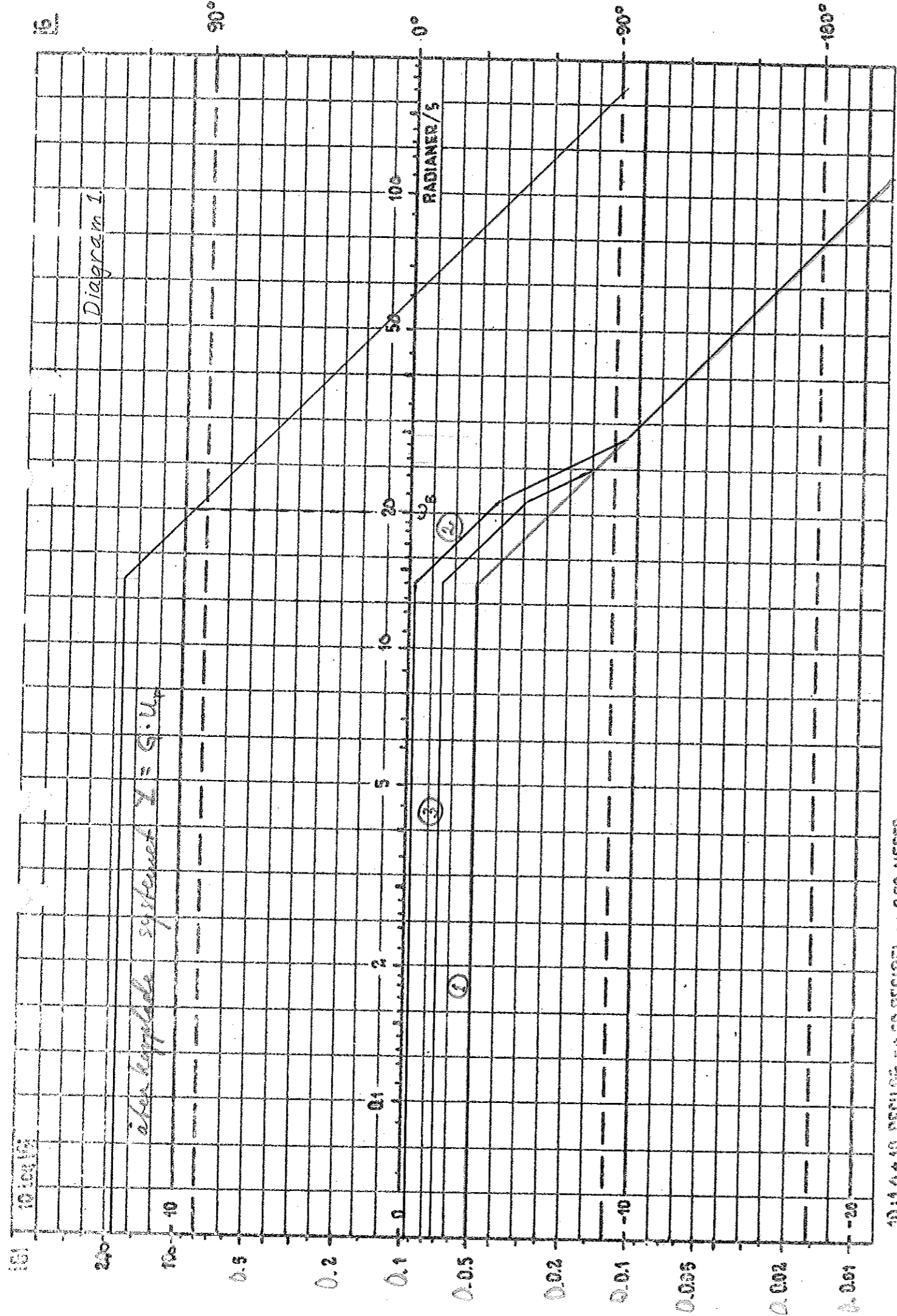
systemets bandbredd är 20 rad/s. Frekvenser mindre än 20 rad/s

dominerar alltså och för dessa frekvenser har de tre fallen olika

förstärkning. Kontrollpolerna ligger på en linje från origo med 45

graders lutning, vilket medför dämpningen 0.7, som inte ger någon

resonanstopp.



10:16 + 10 BESCHLAG = + 30 NEIGUNG = + 2.20 NEPES

INSTITUTIONEN FÖR BELESTINGSTEUERUNG L.T.W.

4. Undersökning av stationära felet vid en stegstörning.

För att undersöka de olika systemens egenskaper börjar vi med att studera inverkan av en stegstörning i momentet M . Det stationära felet är ett mått på känsligheten för momentstörningar. Med en integrerande återkoppling kan felet i princip elimineras, men den delen av problemet tar vi inte upp.

4.1 Allmänna uttryck

Vi betecknar det stationära värdet av y med \bar{y} .

Stationära felet erhålls på följande sätt:

$$Y = G(s) M$$

$$M = 1/s$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s)$$

Fall 1, direkt mätning. Ur ekvation (3.2) erhålls

$$\bar{y} = 1/36l_1$$

Fall 2, rekonstruktion. Ur ekvation (3.6) erhålls

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{10(10k_1+k_2 + 360l_1 + 360l_2k_1)}{(10k_1+k_2)360l_1} = \\ &= \frac{1}{36l_1} \left(1 + 36l_1 \frac{10}{10k_1+k_2} + 36l_2 \frac{10k_1}{10k_1+k_2} \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Fall 3, hybrid. Ur ekvation (3.8) erhålls

$$\bar{y} = \frac{1}{36l_1} \left(1 + 36l_2 \frac{10k_1}{10k_1+k_2} \right) \quad (4.2)$$

Om det fysikaliska systemet (motorn) och den matematiska modellen har samma insignal, konvergerar rekonstruktionsfelet mot noll. Då motor och modell har olika insignaler, nämligen $m+K_0 u$ respektive $K_0 u$, gäller inte detta. I stationärt tillstånd blir då \tilde{x} skilt från noll.

Enligt ekvationerna (3.4) och (3.5) med E_1 och E_2 lika med noll fås

$$\bar{\tilde{x}}_1 = 10/(10k_1+k_2) \quad \text{och} \quad \bar{\tilde{x}}_2 = 10k_1/(10k_1+k_2) \quad (4.3)$$

Insättning i ekvation (4.1) ger

$$\bar{y} = \frac{1}{36l_1} (1 + 36(l_1 \bar{\tilde{x}}_1 + l_2 \bar{\tilde{x}}_2)) = \frac{1}{36l_1} + \bar{\tilde{x}}_1 + \frac{l_2}{l_1} \bar{\tilde{x}}_2$$

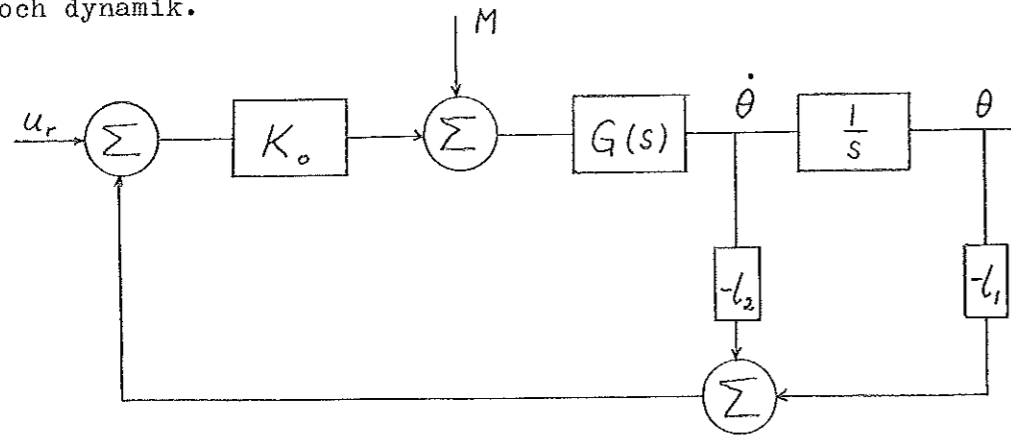
Felet består av tre termer. Den första från en stegstörning i momentet och de två övriga utgör rekonstruktionsfelets inverkan på återkopplingen. I fall 3 försvinner alltså \tilde{x}_1 ur formeln.

Tidigare förutsatte vi att momentstörningen var ett enhetssteg, $M = 1/s$. I fortsättningen antar vi att $M = \bar{m}/s$.

Sammanfattningsvis gäller:

$$\begin{aligned} \text{Fall 1} \quad \bar{y} &= \bar{m}/36l_1 \\ \text{Fall 2} \quad \bar{y} &= \bar{m}/36l_1 + \bar{\tilde{x}}_1 + l_2/l_1 \bar{\tilde{x}}_2 \\ \text{Fall 3} \quad \bar{y} &= \bar{m}/36l_1 + l_2/l_1 \bar{\tilde{x}}_2 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Stationära felet i fall 1 gäller oberoende av systemets ordning och dynamik.



Figur 4.1

$G(s)$ är överföringsfunktionen utan integrerande faktor. I stationärt tillstånd gäller då att $G(0) = 1$ och $\dot{\theta} = 0$. Detta ger

$$\dot{\theta} = \bar{m} - K_o l_1 \bar{\theta} = 0$$

$$\bar{\theta} = \bar{m}/K_o l_1$$

4.2 Diskussion av olika parametrar.

Vi har tidigare tagit fram allmänna uttryck på stationära felet med L och K som parametrar. För att lättare kunna bedöma dessa skall vi nu undersöka inom vilka gränser parametrarna varierar.

Det återkopplade systemets karakteristiska ekvation är

$$s^2 + (10+360l_2)s + 360l_1 = 0 \quad (4.5)$$

För stabilitet krävs att

$$\begin{cases} 10+360l_2 > 0 \\ 360l_1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l_2 > -1/36 \\ l_1 > 0 \end{cases}$$

Hur påverkas systemet av olika val av l_2 ? Jämför karakteristiska ekvationen med

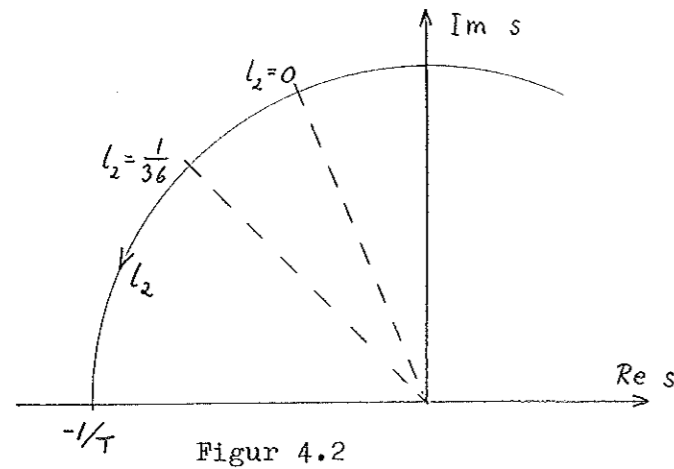
$$s^2 + 2\zeta/T s + 1/T^2 = 0 \quad (4.6)$$

Identifiering av koefficienterna ger

$$\begin{cases} 1/T = \sqrt{360l_1} \\ 2\zeta = T(10 + 360l_2) \end{cases}$$

Om l_1 är konstant kommer systemets dämpning att bestämmas av l_2 .

Se figur 4.2, som visar rotorten för ekvation (4.5), då l_2 varierar.



Då $l_2 < 0$ minskar dämpningen och snabbheten i systemet jämfört med $l_2 = 0$, dvs. utan återkoppling från vinkelhastigheten. Det är därför rimligt att välja $l_2 > 0$. Detta medför att både l_1 och l_2 är positiva.

Rekonstruktionsfelets karakteristiska ekvation är

$$s^2 + (10+k_1)s + 10k_1+k_2 = 0 \quad (4.7)$$

Stabiliteten kräver att

$$\begin{cases} 10+k_1 > 0 \\ 10k_1+k_2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 > -10 \\ k_2 > -10k_1 \end{cases}$$

Antag att lösningen till (4.7) är $\lambda = -a \pm ia$. Då kan karakteristiska ekvationen skrivas

$$s^2 + 2as + 2a^2 = 0 \quad (4.8)$$

Identifiera (4.7) och (4.8). Det ger

$$\begin{cases} k_1 = 2a - 10 \\ k_2 = 2a^2 - 20a + 100 \end{cases}$$

Man ser härav att

$$\begin{cases} k_1 > 0 & \text{för } a > 5 \\ k_2 > 0 & \text{för alla } a. \end{cases}$$

Enligt (4.3) är \bar{x}_1 och \bar{x}_2 positiva, utom när $k_1 > 0$, då \bar{x}_2 blir negativ. För utsignalen får man därför två möjligheter A och B.

$$A. k_1 > 0 \quad (a > 5).$$

Alla termer i utsignalens stationära fel (4.4) är positiva. Mellan felen i de tre fallen råder då följande samband

$$\bar{y}_1 < \bar{y}_3 < \bar{y}_2$$

Se figur 4.3, där $a = 15$.

$$B. k_1 < 0 \quad (a < 5)$$

Här gäller att \bar{x}_2 är negativ. Hur detta påverkar stationära felet illustreras i figur 4.4, där vi valt $\lambda = -4 \pm i4$. Rekonstruktionsfelet och därmed utsignalen konvergerar långsamt. Vidare blir \bar{x}_1 stort och $l_2/l_1 \bar{x}_2 \approx -1/361$. Stationära felen fördelar sig enligt

$$\bar{y}_3 < \bar{y}_1 < \bar{y}_2$$

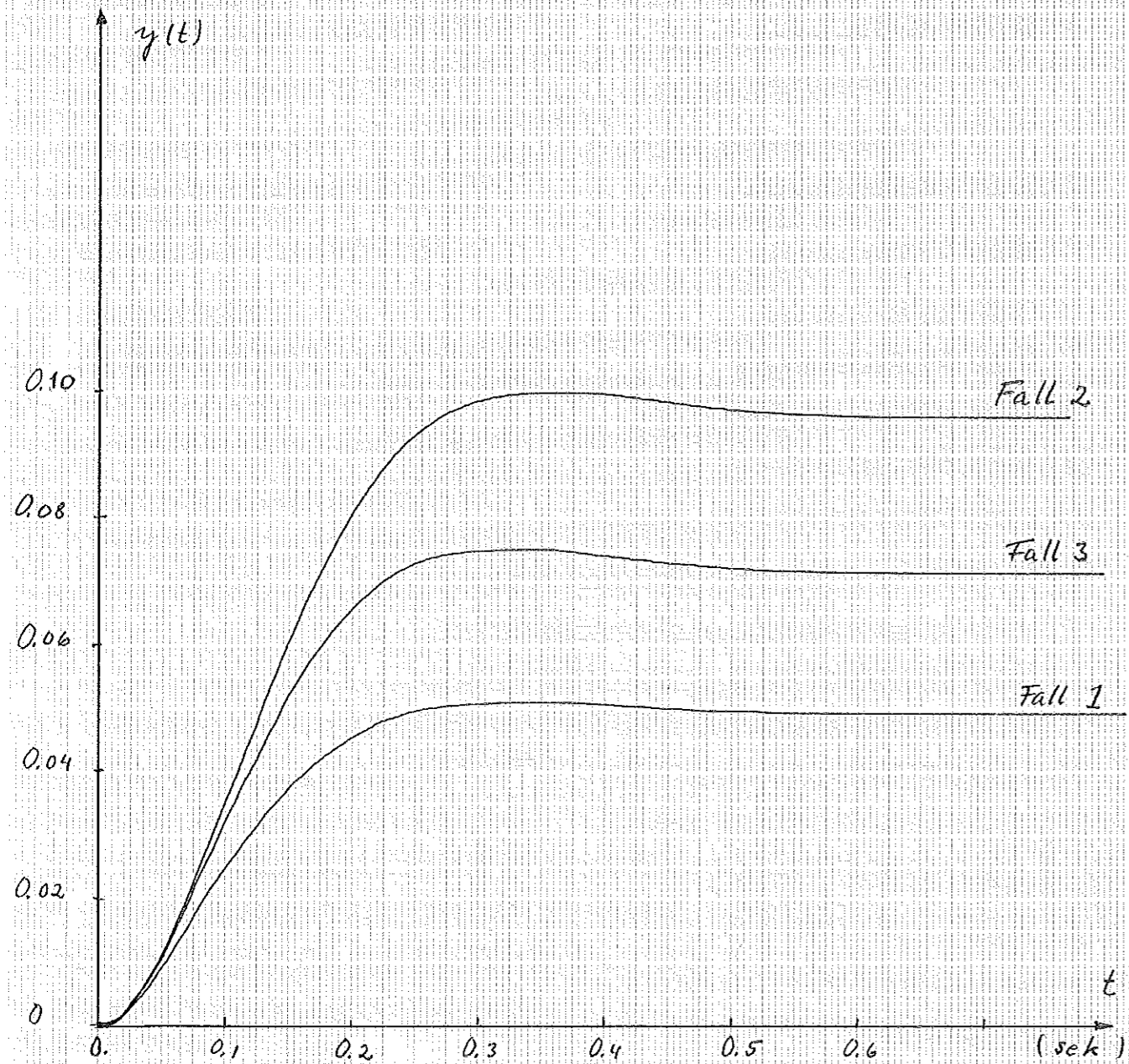
Trots det låga stationära felet i fall 3 visar sig detta val av i allmänhet mindre lämpligt vid snabba momentvariationer. Se kap. 5!

Kurvorna i figur (4.3) och (4.4) har erhållits genom att simulera systemen på analogmaskin. För uppkopplingar hänvisas till appendix. Stegsvaret från m i fall 1 överensstämmer med stegsvaret från u_r i samtliga tre fall för $u_r = m/K_0$.

Återkopplade systemet poler i $-10 \pm 10i$

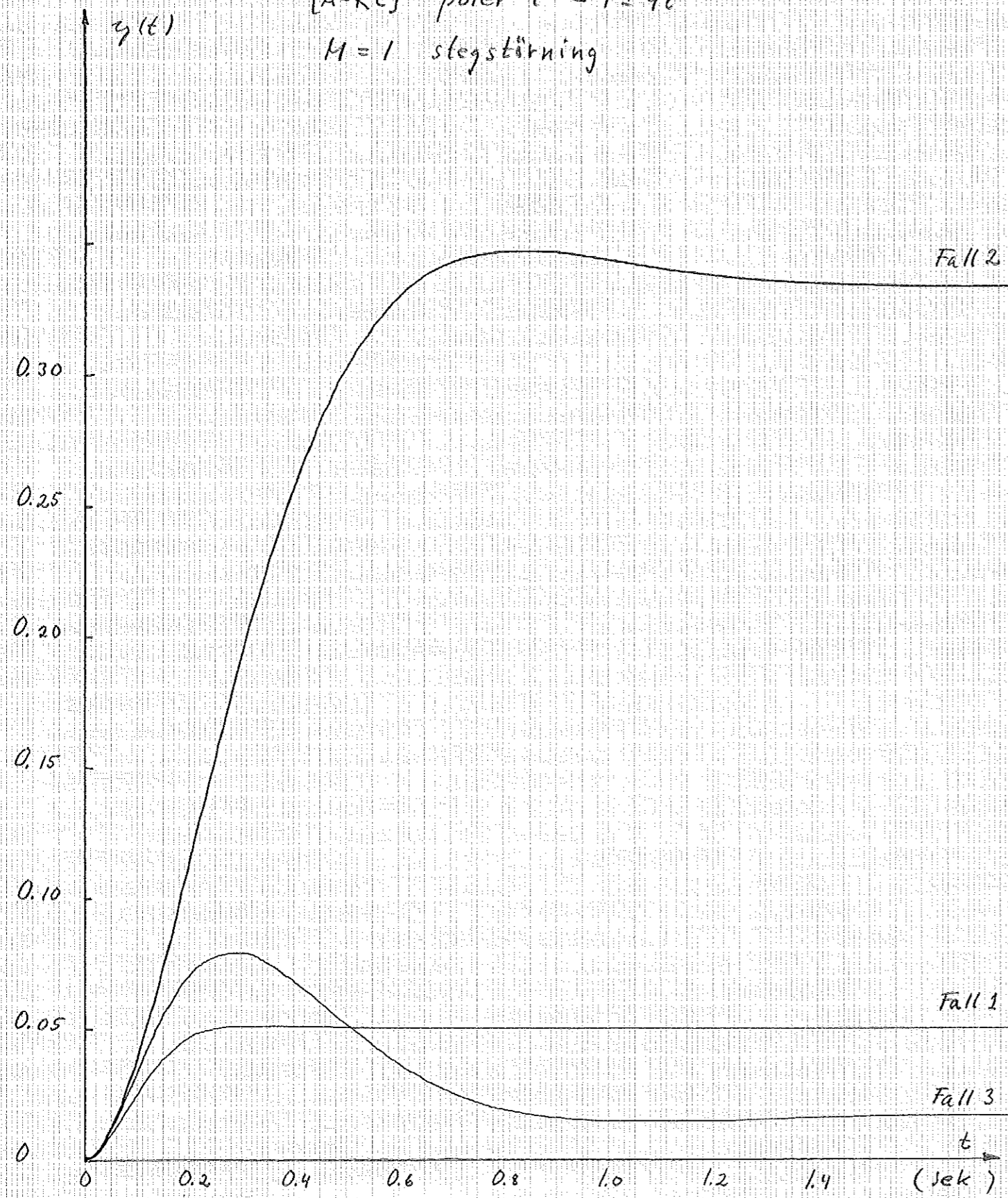
[A-KC] poler i $-15 \pm 15i$

$M=1$ stegstörning



Figur 4.3

Återkopplade systemet poler i $-10 \pm 10i$
[A-KC] poler i $-4 \pm 4i$
 $M=1$ stegstyrning



Figur 4.4

4.3 Tabell över de stationära felen.

För att få en känsla för de olika systemens uppförande har stationära felet beräknats för olika återkopplingar. Detta redovisas i tabell 4.1 . I fallet direkt mätning förekommer givetvis inte λ som parameter, men de stationära felen är inskrivna på alla platser. Med undantag för $\lambda = -4 \pm i4$ ser man att stationära felet minskar ju längre från origo det återkopplade systemets poler ligger. Förstärkarnas prestanda sätter en gräns för de stora värden på L och K, som krävs då polerna i överföringsfunktionen ligger långt från origo. De till varje återkoppling hörande värdena på L och K finns redovisade under respektive till höger om tabellen. Insignalen är ett enhetssteg i momentet.

Tabell 4.1 stationära fel

Återkopplade syst. poler	-10 ± i10	-15 ± i15	-20	
Olika λ				
$\lambda = -4 \pm i4$	0.050	0.022	0.025	$\begin{cases} k_1 = -2 \\ k_2 = 52 \end{cases}$
	0.019	-0.006	-0.022	
	0.321	0.306	0.290	
$\lambda = -10 \pm i10$	0.050	0.022	0.025	$\begin{cases} k_1 = 10 \\ k_2 = 100 \end{cases}$
	0.075	0.044	0.062	
	0.125	0.094	0.112	
$\lambda = -15 \pm i15$	0.050	0.022	0.025	$\begin{cases} k_1 = 20 \\ k_2 = 250 \end{cases}$
	0.072	0.042	0.058	
	0.095	0.064	0.080	
$\lambda = -10$	0.050	0.022	0.025	$\begin{cases} k_1 = 10 \\ k_2 = 0 \end{cases}$
	0.100	0.095	0.100	
	0.200	0.116	0.200	
$\lambda = -15$	0.050	0.022	0.025	$\begin{cases} k_1 = 20 \\ k_2 = 125 \end{cases}$
	0.095	0.061	0.092	
	0.140	0.106	0.137	
$\lambda = -20$	0.050	0.022	0.025	$\begin{cases} k_1 = 30 \\ k_2 = 100 \end{cases}$
	0.088	0.055	0.081	
	0.113	0.080	0.106	
	$\begin{cases} l_1 = 20/36 \\ l_2 = 1/36 \end{cases}$	$\begin{cases} l_1 = 45/36 \\ l_2 = 2/36 \end{cases}$	$\begin{cases} l_1 = 40/36 \\ l_2 = 3/36 \end{cases}$	

Talen betecknar i ordning de stationära felen för:

Fall 1 direkt mätning

Fall 3 hybrid

Fall 2 rekonstruktion

5. Inverkan av brusstörningar.

Hittills har vi studerat inverkan av en konstant momentstörning. Hur reagerar systemet på en varierande momentstörning, och hur påverkas rekonstruktionen i modellen av mätbrus? Några synpunkter på detta tas upp nedan.

I fall 1, direkt mätning gäller

$$Y = \frac{10M - 360l_1E_1 - 360l_2E_2}{s^2 + (10+360l_2)s + 360l_1}$$

Variansen i utsignalen erhålls ur :

$$\text{var}(y) = r_Y(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_Y(\omega) d\omega$$

$$\phi_Y(\omega) = |G(i\omega)|^2 \phi_U(\omega)$$

Antag att m , e_1 och e_2 alla är vitt brus med konstant spektraltäthet.

Då blir variansen i fall 1

$$\text{var}(y) = \frac{36l_1\pi}{(1 + 36l_2)} \left(1/(36l_1)^2 \phi_m + \phi_{e_1} + (l_2/l_1)^2 \phi_{e_2} \right) \quad (5.1)$$

Man konstaterar, efter att ha multiplicerat in faktorn $36l_1/(1 + 36l_2)$, att bidraget från momentet innehåller l_2 i nämnaren. Återkopplingen från vinkelhastigheten påverkar alltså systemets störningskänslighet gynnsamt.

Jämför (5.1) med uttrycket för stationära felet vid en stegstörning m i fall 2, rekonstruktion:

$$\bar{y} = \bar{m}/36l_1 + \bar{x}_1 + l_2/l_1 \bar{x}_2$$

Koefficienterna framför \bar{m} , \bar{x}_1 och \bar{x}_2 återfinns således i kvadrat framför ϕ_m , ϕ_{e_1} respektive ϕ_{e_2} inom parentesen i uttrycket för variansen (5.1).

Variansen i rekonstruktionsfelet \tilde{x}

Systemet påverkas av \tilde{x}_1 och \tilde{x}_2 på ungefär samma sätt som mätbruset i fall 1. Det kan därför vara befogat att studera hur \tilde{x} beror av var man placerar Kalmanfiltrets poler, λ . Tabellen nedan visar $\text{var}(x)$ då det återkopplade systemets poler ligger i $-10 \pm i10$.

(A-KC) poler

i	λ :	-15 \pm i15	-10 \pm i10	-7	-4 \pm i4	
$\text{var}_m(\tilde{x}_1)$		0.0074	0.025	0.143	0.39	} $\cdot \pi \phi_m$
$\text{var}_m(\tilde{x}_2)$		6.3	7.5	9.5	14	
$\text{var}_{e1}(\tilde{x}_1)$		28.3	15.0	4.65	4.5	} $\cdot \pi \phi_{e1}$
$\text{var}_{e2}(\tilde{x}_2)$		2080	500	5.8	338	

Tabell 5.1

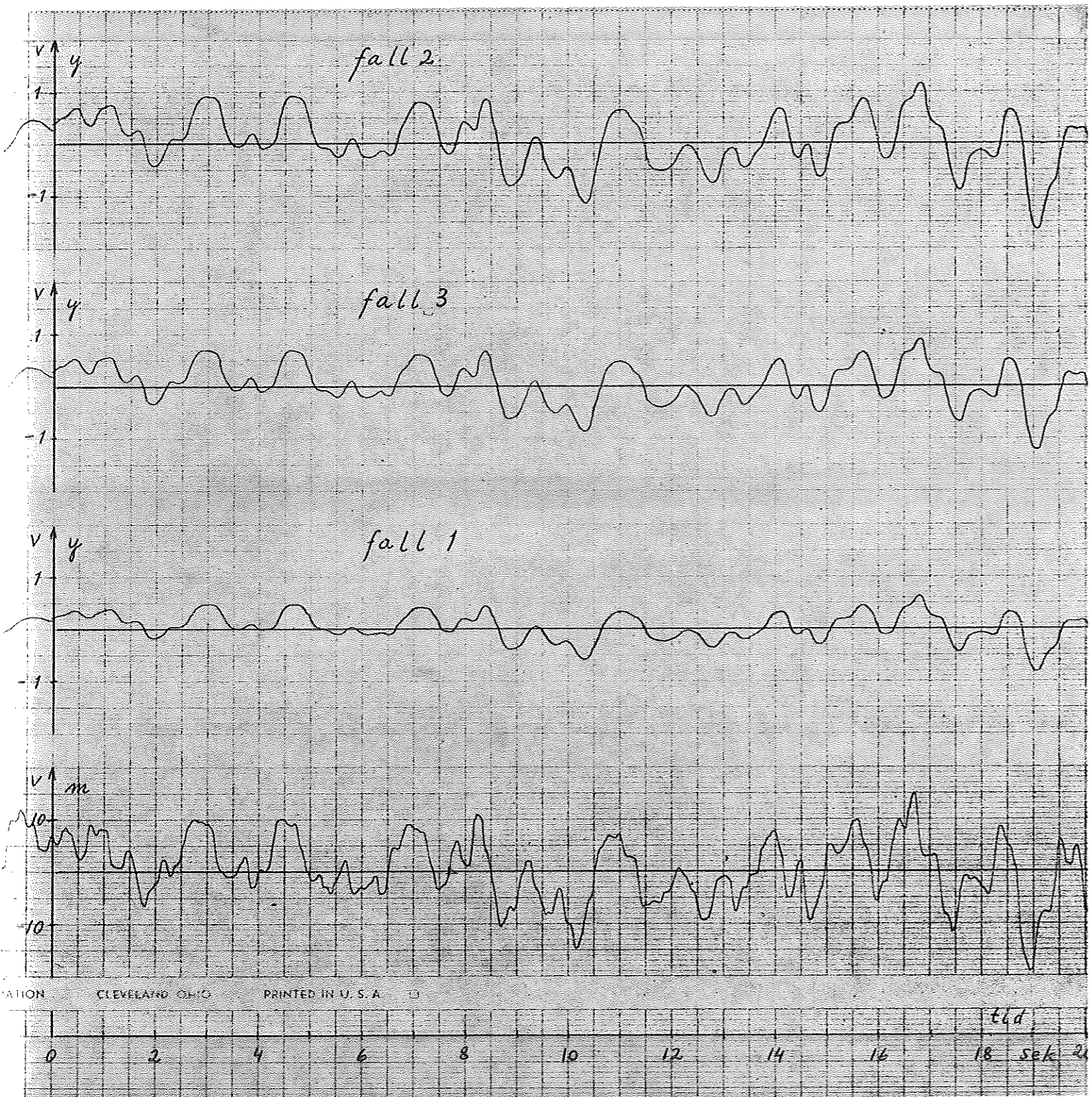
För att få en kvantitativ uppfattning om hur \tilde{x} bidrar till utsignalens varians, betrakta (5.1) då återkopplade systemets poler ligger i $-10 \pm i10$: ($l_1 = 20/36$ och $l_2 = 1/36$)

$$\text{var}(y) = 10 \pi (0.0025 \phi_m + \phi_{e1} + 0.0025 \phi_{e2}) \quad (5.2)$$

m och e_2 dämpas mycket mer än e_1 . Det tyder på att \tilde{x}_1 är mer kritisk än \tilde{x}_2 . Var det är lämpligast att placera Kalmanfiltrets poler beror sedan på förhållandet mellan ϕ_m och ϕ_{e1} .

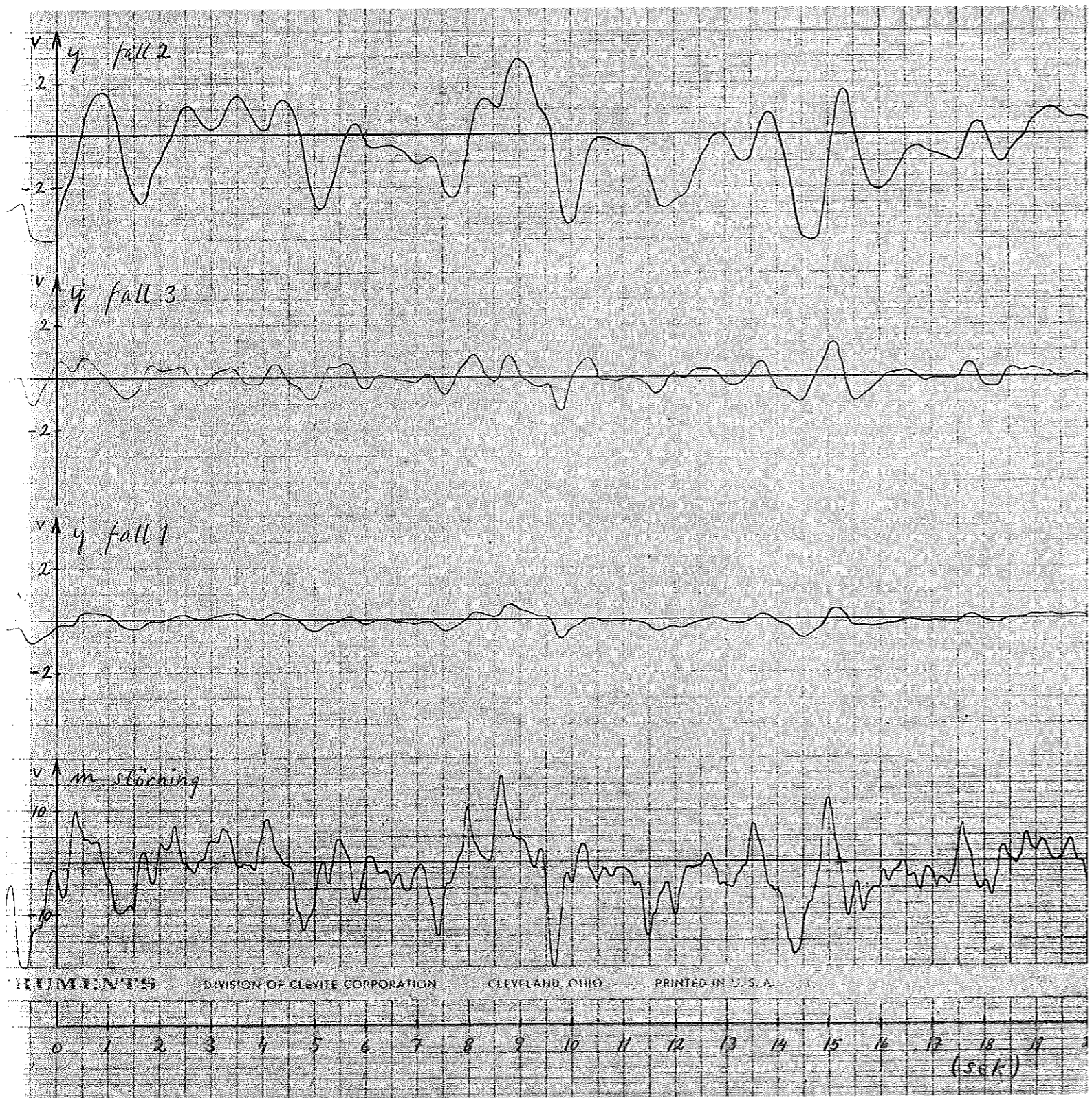
Känslighet för moment-variationer

I kapitel 4 fann vi att stationära felet i fall 3 blev litet då $\lambda = -4 \pm i4$. Frågan är om variansen också blir liten med detta läge på polerna. Figur 5.1 och 5.2 visar utsignalen i fall 2, fall 3 och fall 1 samt insignalen m för $\lambda = -15 \pm i15$ resp. $\lambda = -4 \pm i4$. Insignalen är en långsamt varierande momentstörning (bandbegränsat vitt brus, $\omega_g \approx 10$ rad/s).



Figur 5.1 (A-KC) poler i $-15 \pm i15$.

Återkopplade systemets poler i $-10 \pm i10$.



Figur 5.2 (A-KC) poler 1 -4 ±14.

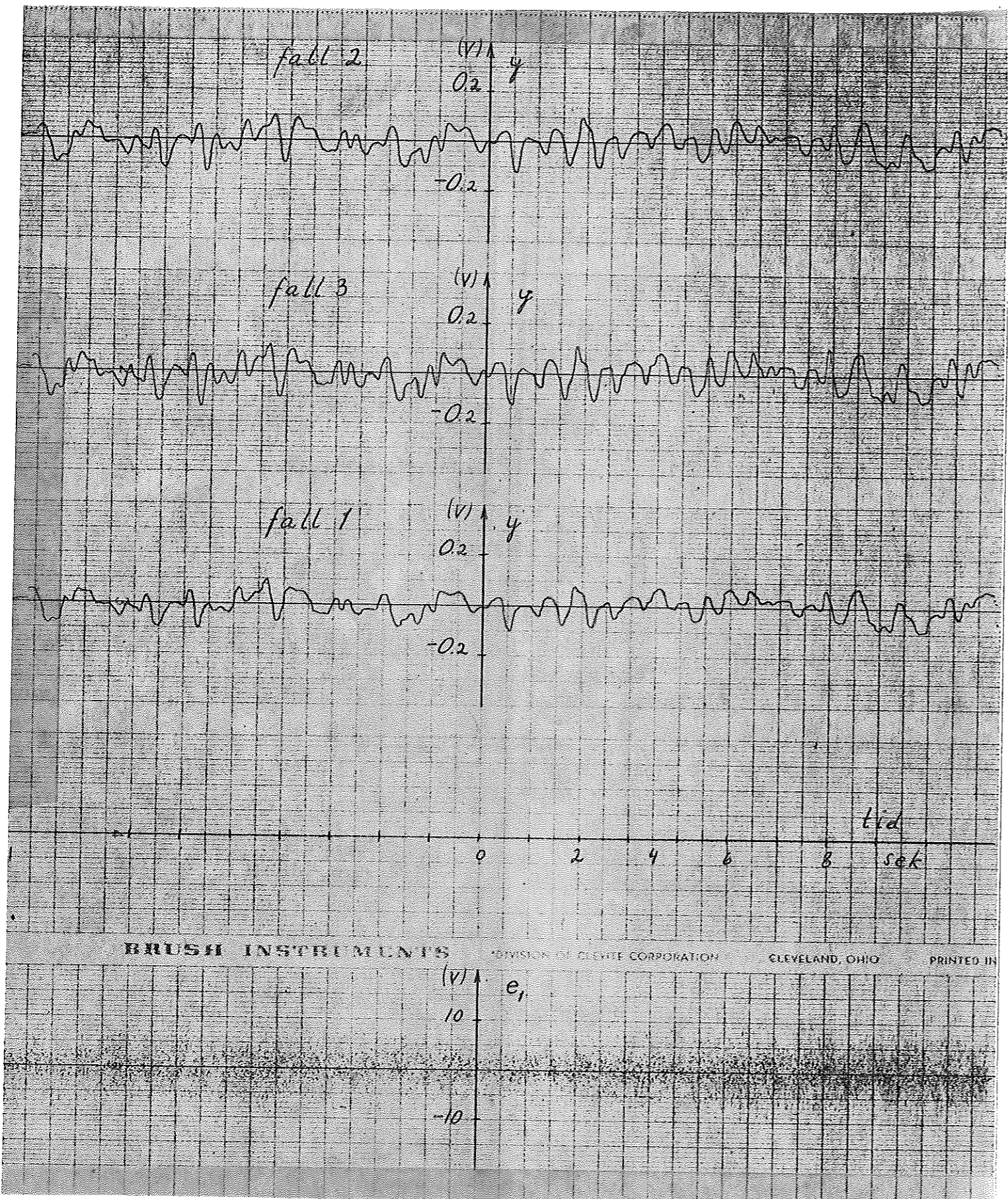
Av figur 5.1 framgår att varianserna har samma inbördes förhållande som stationära felen, dvs. minst varians i fall 1 och störst i fall 2. Figur 5.2 visar att känsligheten för variationer i momentet är större i fall 3 än i fall 1, trots att fall 3 ger mindre stationärt fel. Förklaringen till detta är att i fall 3 konvergerar utsignalen långsamt till sitt stationära värde. Se figur 4.3 !

Känsligheten för mätbrus

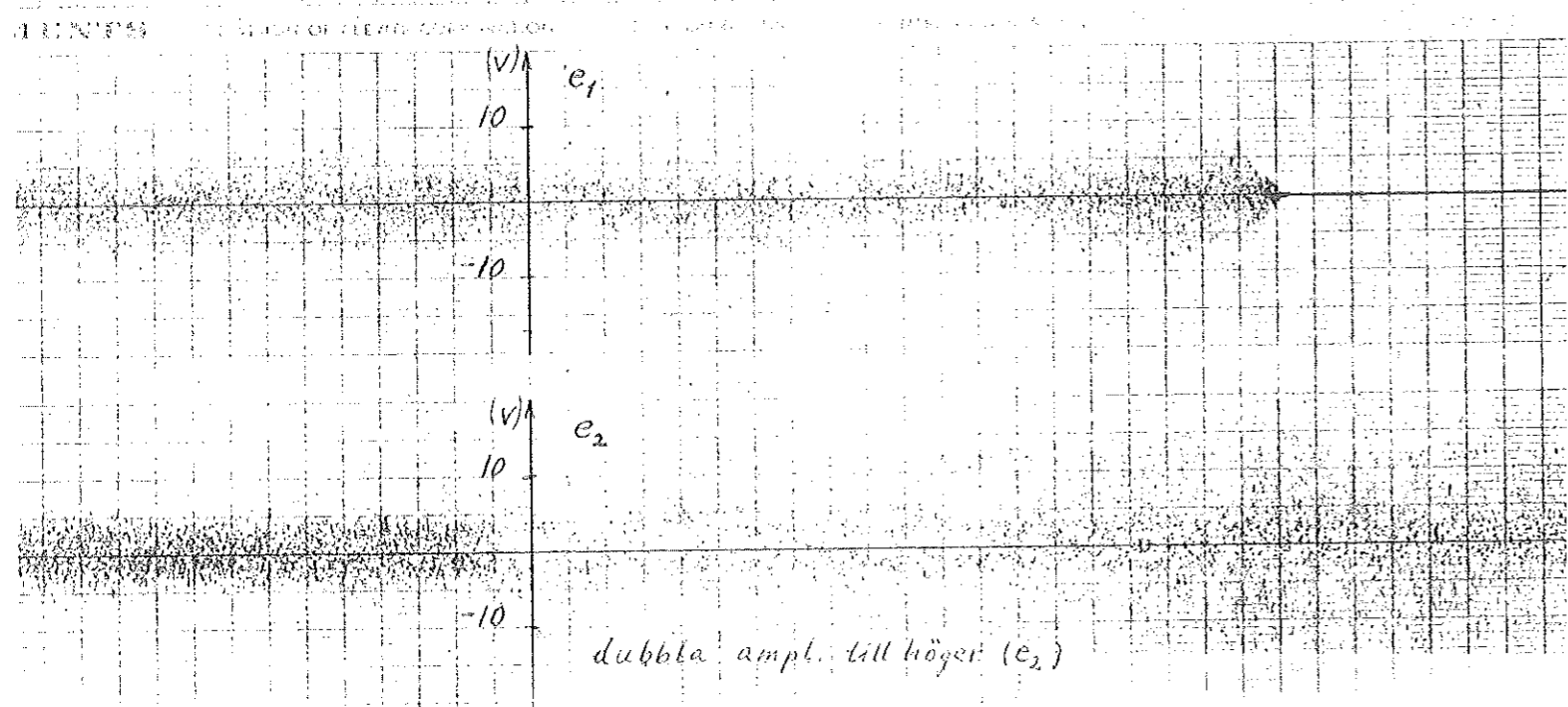
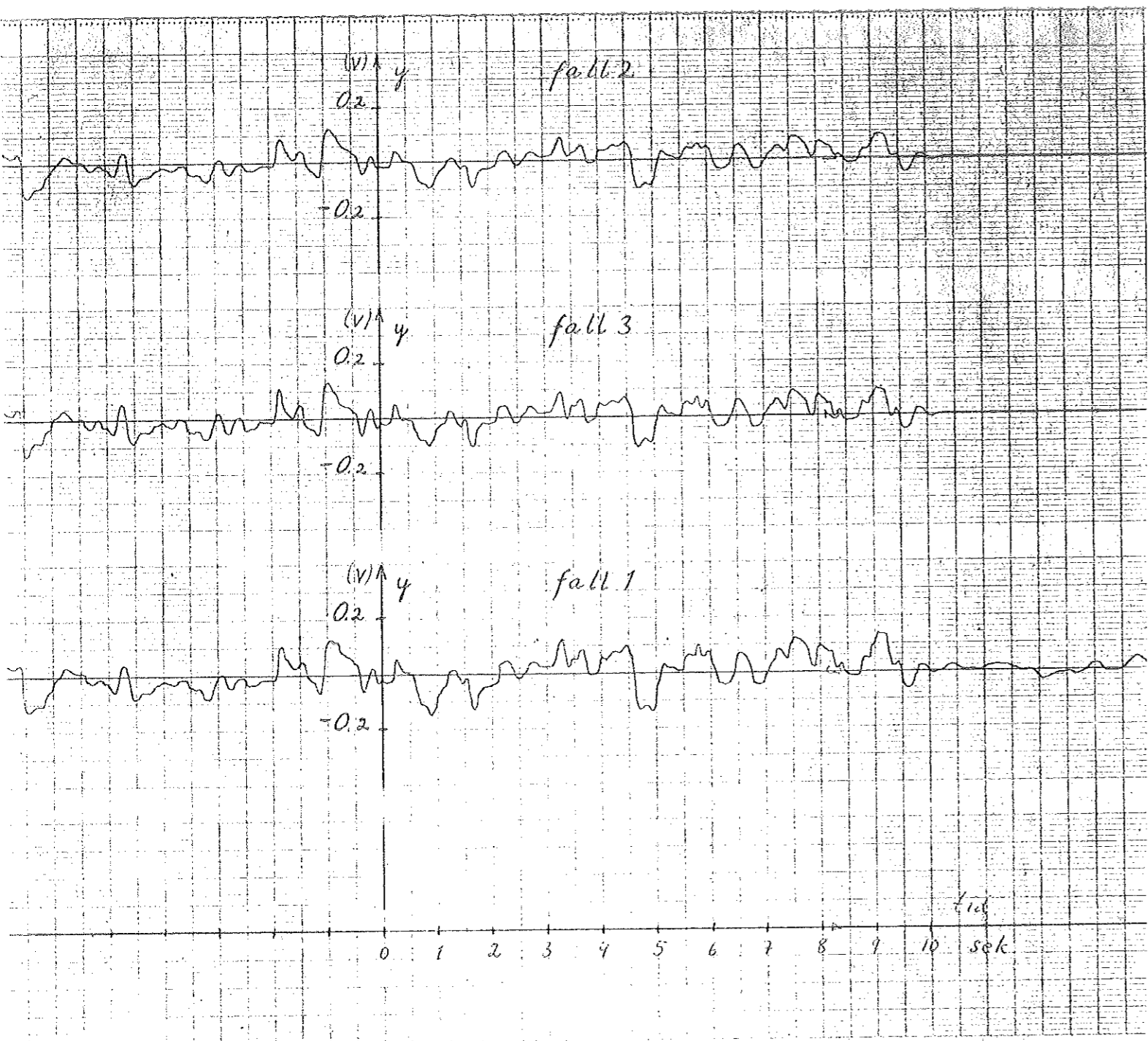
Tabell 5.1 visar att $\text{var}_{e_1}(\bar{x})$ är mindre då $\lambda = -4 \pm i4$ än då $\lambda = -15 \pm i15$. Vi undersöker utsignalens varians i dessa fall, och låter insignalerna e_1 och e_2 vara vitt brus. Se figur 5.3, 5.4 och 5.5 !

I figur 5.3 och 5.4 där $\lambda = -15 \pm i15$ är utsignalen ungefär lika känslig för mätbrus i fall 2 som i fall 3. Om bruset e_2 från mätningen av vinkelhastigheten är kraftigt, som i figur 5.4, så ger modellrekonstruktion mindre varians än direkt mätning. Här kommer emellertid e_1 och e_2 från samma brusgenerator och de är alltså inte oberoende av varandra, vilket vore mer realistiskt. Utsignalen är i fall 1 som väntat (se ekv. (5.2)) känsligare för e_1 än för e_2 .

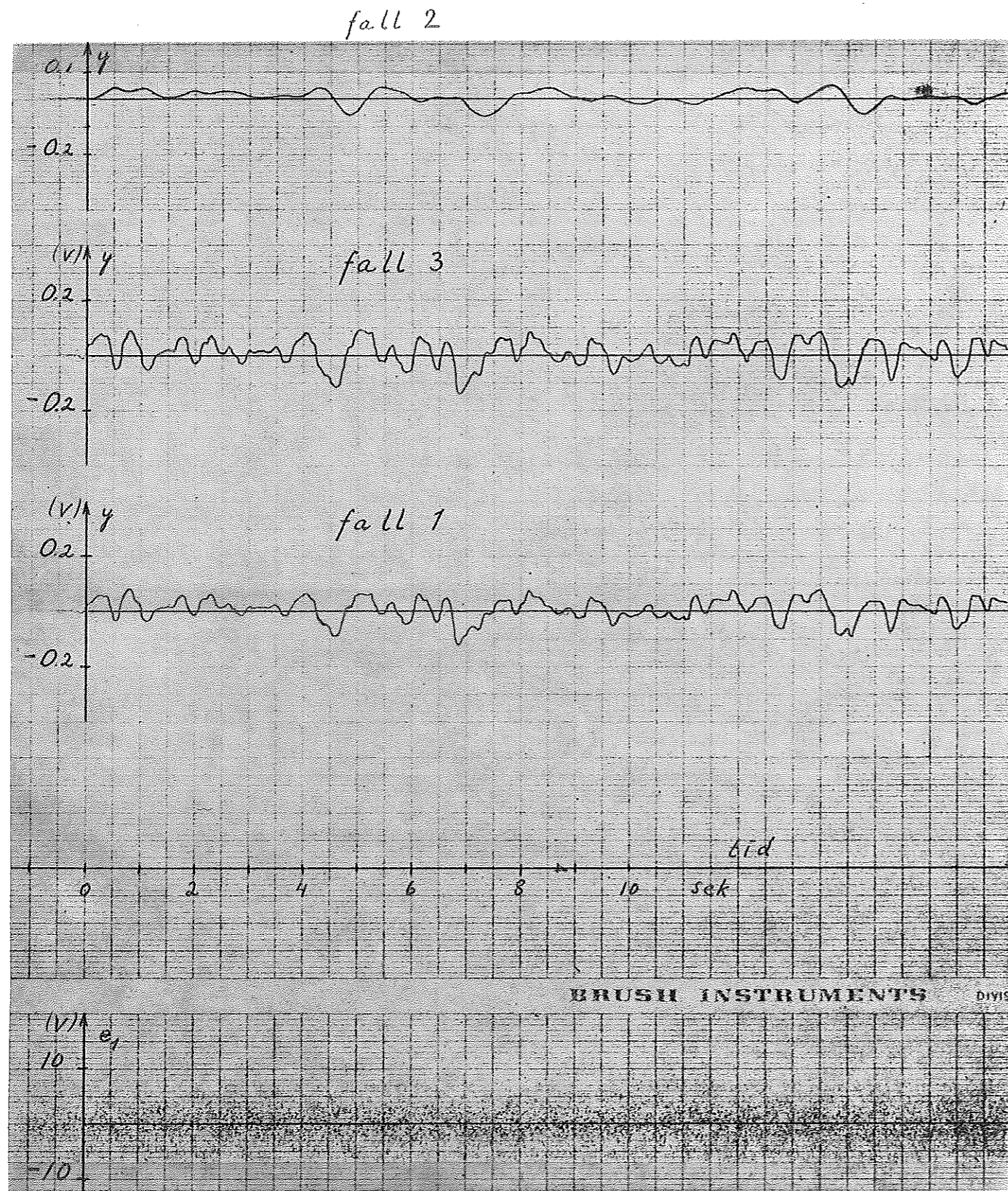
Då $\lambda = -4 \pm i4$ är fall 2 minst känslig för mätbrus (figur 5.5). Det beror på att rekonstruktionen inverkar som ett lågpassfilter, vars bandbredd minskar då polerna i $(A-KG)$ närmar sig origo.



Figur 5.3 (A-KC) poler 1 -15 ± i15.



Figur 5.4 (A-KC) poler i $-15 \pm i15$.



Figur 5.5 (A-KC) poler 1 -4 ±14.

En fördel med att rekonstruera x_2 jämfört med direkt mätning är att man slipper mätbruset e_2 . Om e_2 är kraftigt kan en rekonstruktion vara bättre än direkt mätning, vilket framgår av figur 5.4. Jämför variansen i fall 1 med fall 3, då m är noll. Återkopplade systemets poler ligger i $-10 \pm i10$ och Kalmanfiltrets i $-15 \pm i15$; e_1 och e_2 är vitt brus.

$$\text{Fall 1: } \text{var}(y) = 10 \pi \phi_{e1} + 0.025 \pi \phi_{e2}$$

$$\text{Fall 3: } \text{var}(y) = 13.7 \pi \phi_{e1}$$

Utsignalens varians i fall 1 och fall 3 blir lika stor då

$$10 \pi \phi_{e1} + 0.025 \pi \phi_{e2} = 13.7 \pi \phi_{e1}$$

$$0.025 \phi_{e2} = (13.7 - 10) \phi_{e1}$$

$$\phi_{e2} = 148 \phi_{e1}$$

Kort sagt om e_2 har mycket större spektraltäthet än e_1 , kan rekonstruktion vara bättre än direkt mätning.

Denna jämförelse bortser alltså från inverkan från momentstörningar. För dessa gäller, om m är vitt brus:

$$\text{fall 1 } \text{var}_m(y) = 0.025 \pi \phi_m$$

$$\text{fall 3 } \text{var}_m(y) = 0.053 \pi \phi_m$$

$$\text{fall 2 } \text{var}_m(y) = 0.084 \pi \phi_m.$$

6. Generalisering till allmänna system.

Vi önskar generalisera resultaten till system av högre ordning. I analysdelen erhöll vi för utsignalen

$$Y = G_{1M}(M + K_o L\tilde{X}) ,$$

där G_{1M} är överföringsfunktionen från M till Y i fall 1, direkt mätning. Sambandet ovan gäller helt generellt för olika återkopplingar, systemordningar och kretsöverföringar G_o . Om tillståndsvariabeln X_i mäts och återkopplas direkt, så ersätts \tilde{X}_i av $-E_i$.

Antag att kretsöverföringen innehåller en integrerande faktor.

Då gäller allmänt för fall 1 att $\bar{y} = \bar{m}/K_o l_1$, där m är en stegstörning i momentet. Se kapitel 4. Vid återkoppling från n rekonstruerade tillstånd erhålls följande stationära fel

$$\bar{y} = \frac{1}{K_o l_1} (\bar{m} + K_o \cdot \sum_{i=1}^n l_i \bar{x}_i) .$$

Då n tillstånd mäts och återkopplas direkt gäller under samma förutsättning för variansen

$$\text{var}(y) = f(L) \cdot (\phi_m + \sum_{i=1}^n (K_o l_i)^2 \phi_{ei}) .$$

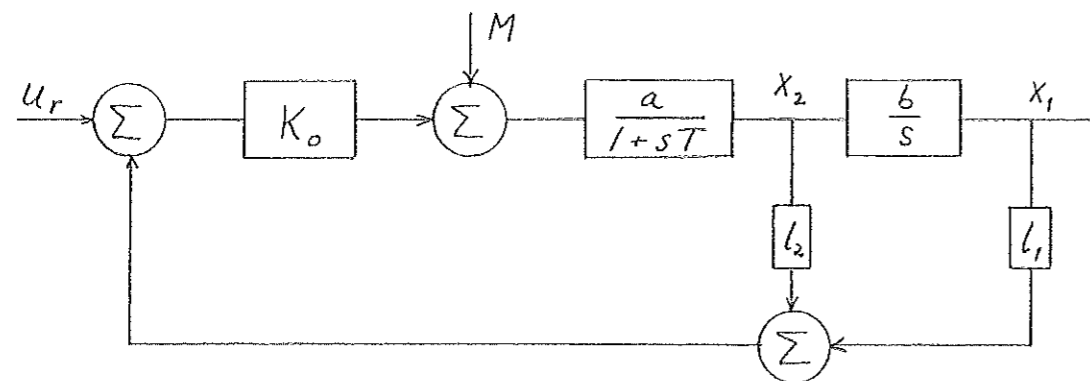
$f(L)$ är en funktion av kretsöverföringen och återkopplingsparametrarna l_i . Man ser att koefficienterna framför spektraltätheterna förhåller sig till varandra på ett bestämt sätt oberoende av kretsöverföringen.

7. Styrning med dator

Datorn har intagit en alltmer central plats i reglertekniken. En speciell typ av datorer, processdatorer, har utvecklats för att uppfylla kraven. Då processerna sker i verklig (reell) tid, måste datorn sköta flera uppgifter samtidigt. Institutionens PDP 15, som har utrustning för multiprogrammering, är den processdator vi använt. Fördelen med multiprogrammering är att man kan ingripa i processen och t.ex. ändra parametrar utan att avbryta styrningen. En dator kan inte åstadkomma en kontinuerlig styrning, utan man måste kvantisera tiden och arbeta med samplade system.

7.1 Beskrivning av systemet.

Systemet är i princip det samma som vi använt tidigare, men några konstanter har andra värden. Betrakta först en kontinuerlig modell:



$$\begin{array}{ll}
 K_o = 6 & a = 0.87 \\
 T = 0.1 & b = 6.2
 \end{array}$$

I frekvensplanet gäller

$$sX_1 = 6.2 X_2$$

$$X_2 = \frac{0.87}{1 + 0.1 s} (K_o (U_r + U) + M)$$

Detta ger tillståndsekvationerna

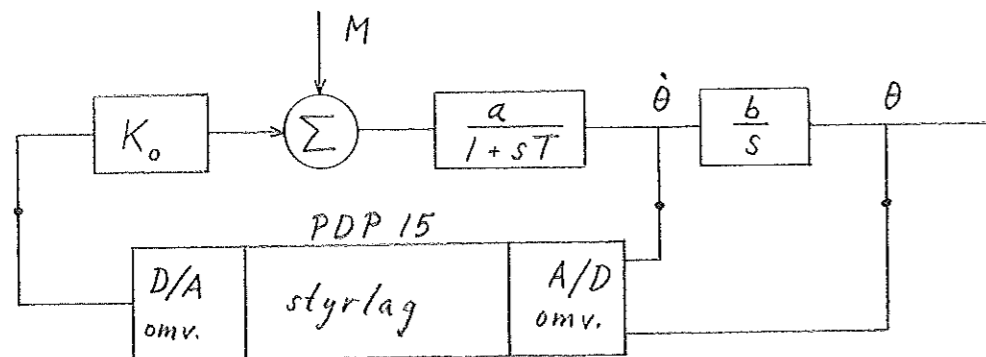
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 6.2 x_2 \\ \dot{x}_2 = -10x_2 + 8.7(K_o(u_r + u) + m) \end{cases}$$

Vi får de kontinuerliga systemmatriserna

$$A_k = \begin{bmatrix} 0 & 6.2 \\ 0 & -10 \end{bmatrix} \quad B_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 8.7 \end{bmatrix} \quad C_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

7.2 Överföring till samplat system

Om det återkopplade systemet samplas och samplingsintervallet är kort, så får det samplade systemet ungefär samma egenskaper som det kontinuerliga. Ett problem är att man måste sampla det öppna systemet.



Vi önskar att detta system så mycket som möjligt skall likna det kontinuerligt återkopplade och samplade. Genom att välja en lämplig styr/alg kan polerna i överföringsfunktionerna fås att sammanfalla.

Antag att det kontinuerliga återkopplade systemet

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_k - K_o B_k L_k)x \\ y = Cx \end{cases}$$

har polerna i $-PL \pm iPL$ (beteckningar enligt programmet).

Om vi samplar erhålls:

$$\begin{cases} x(t + T) = \exp(A_k - K_o B_k L_k)T x(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

med polerna i $\exp(-PL \pm iPL)T$.

Då man samplar det öppna systemet skall styrlagen alltså väljas så att polerna hamnar i $PR \pm iPI = \exp(-PL \pm iPL)T$.

Motsvarande karakteristiska ekvation är

$$z^2 + 2PRz + PR^2 + PI^2 = 0 \quad (7.1)$$

Vi har nu

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_k x + K_o B_k u \\ u &= -Lx \\ y &= Cx \end{aligned}$$

som samplat blir

$$\begin{aligned} x(t + T) &= Ax(t) + K_o B_u(t) \\ u(t) &= -Lx(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned}$$

där $A = \exp A_k T$ och $B = \int_0^T (\exp A_k s) ds B_k$.

Detta system har karakteristiska ekvationen

$$|zI - A + K_o BL| = 0 \quad (7.2)$$

L kan nu beräknas genom identifiering av koefficienterna i (7.1) och (7.2). Detta utförs i programmet SAMP.

För att bestämma den samplade Kalmanmodellen förfar vi på precis samma sätt. Identifiera koefficienterna i

$$\{zI - A + KC\} = 0 \quad \text{med de } i$$

$$z^2 - 2PRz + PR^2 + PI^2 = 0$$

där $PR \pm iPI = \exp(-PK \pm iPK)T$ och $-PK \pm iPK$ är Kalmanmodellens poler i det kontinuerliga fallet. Elementen i K-matrisen kan nu beräknas. De samplade systemmatriserna A och B beräknas med hjälp av ett biblioteksprogram som heter COSA.

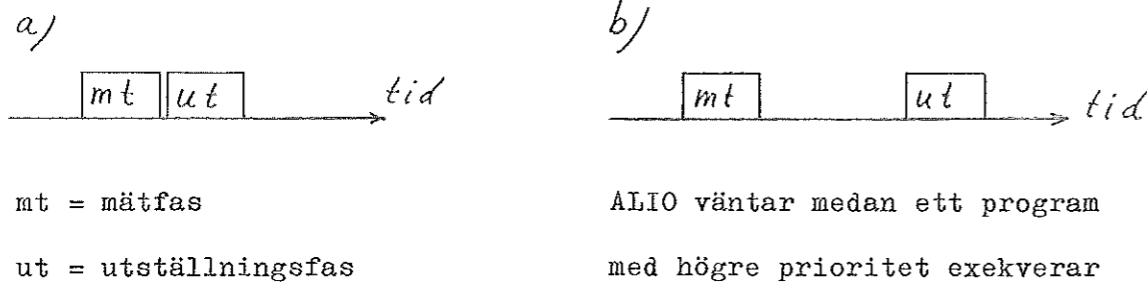
7.3 Reelltidssystemet, RSX

Det speciella system, som finns i PDP 15 för multiprogrammering i reell tid, kallas RSX. Från Keyboard monitor byggs RSX upp med data, som matas in via magnetband och hållremsa. Viktigt är att kärnminnet delas i mindre enheter, partitions, där olika program exekverar. Se vidare appendix och RSX manualen.

Vi har använt FORTRAN som högre programspråk. Ett FORTRAN källprogram kan inte installeras direkt i RSX-systemet. Programmen måste t.ex. förses med uppgifter om prioritet och plats i minnet. Detta sker i en så kallad taskbuilder, som omvandlar källprogrammen (SRC) till task (TSK). Ett task består av koden för huvudprogrammet och koden för de subrutiner man använder. Programmen i appendix är huvudprogram.

För en mängd uppgifter finns färdiga task i systemet. Ett sådant med särskilt intresse här är ALIO. Från A/D omvandlaren läser ALIO in värden på tillståndsvariabler och ställer ut styrsignaler till D/A omvandlaren.

ALIO kan arbeta på följande två sätt:

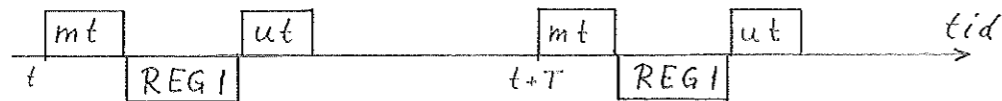


Maskinen administrerar programmen med hjälp av listor. I System Task List finns alla programmen i systemet. I Aktive Task List finns de task, som skall exekveras i prioritetsordning. Ett task kan hamna i ATL antingen periodiskt från en klockkö, genom anrop från monitorn eller genom anrop från andra task. Vi startar ALIO periodiskt från klock-kön med samma intervall som samplingsintervallet.

7.4 Beskrivning av reglerlooparna

Fall 1, direkt mätning.

Två task används under varje reglerloop. Förutom ALIO finns regulatorn, som vi kallar REG 1.

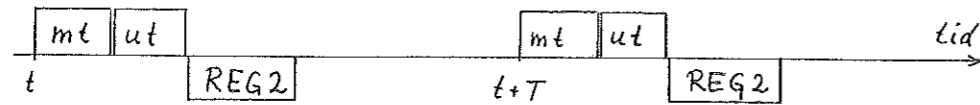


ALIO läser in x_1 och x_2 , men avbryts av REG 1, som beräknar styrsignalen u . När REG 1 är färdig, fortsätter ALIO och ställer ut styrsignalen. REG 1 ges högre prioritet än ALIO, men väntar med exekveringen tills inläsningsfasen är klar.

Ett task är normalt lagrat på skivminnet och överförs till kärnminnet, när det skall exekveras. Vid samplingstider mindre än ungefär 0.1 sek måste man emellertid lägga sitt task resident i kärnminnet.

Fall 2, rekonstruktion.

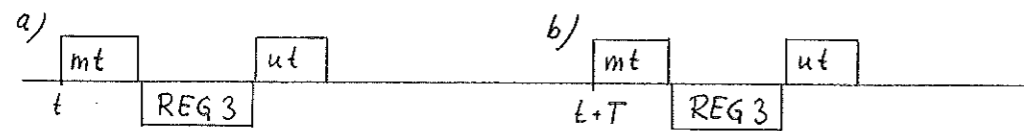
Regulatorn kallar vi REG 2. Tidsschemat blir:



REG 2 utför en modellkonstruktion och beräknar styrlagen, som ställs ut under nästa samplingsintervall. REG 2 uppskattar således $x(t + T)$ vid tidpunkten t . ALIO startar regulatorn genom anrop efter utställningsfasen.

Fall 3, hybrid.

Här används förutom ALIO regulatorn REG 3.

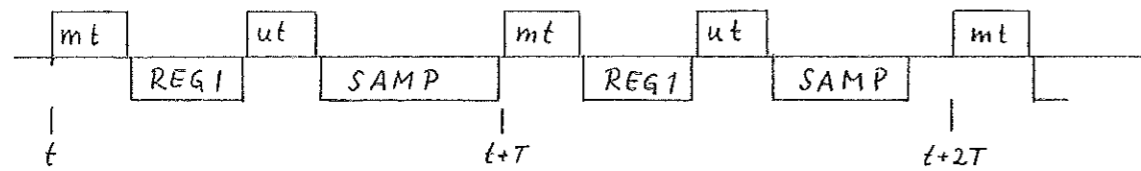


REG 3 och ALIO samarbetar på samma sätt som i fall 1. Kalla reglerlooparna a och b. När loop a har utförts finns ett uppskattat värde på tillståndsvariablerna x_1 och x_2 för tidpunkten $t + T$, $x(t + T)$. Under loop b mäts vinkelläget $x_1(t + T)$, som tillsammans med tidigare (under a) beräknade $x_2(t + T)$ används i styrlagen under loop b.

Elementen i matriserna A, B, L och K beräknas av ett task, TSAMP och lagras i Common arean. Innan dess måste man ange samplingstiden T samt PL och PK, som bestämmer det kontinuerliga systemets poler. Dessa uppgifter skrivs in i Common arean med ett task, SET, som finns i RSX-systemet. TSAMP startar även upp ALIO efter att ha läst in samplingstiden.

Om man vill använda REG 1 eller REG 3, så skall de anropas från skrivmaskinen. För att köra REG 2 skall namnet (TREG2) skrivas in i Common arean, så att det kan anropas från ALIO.

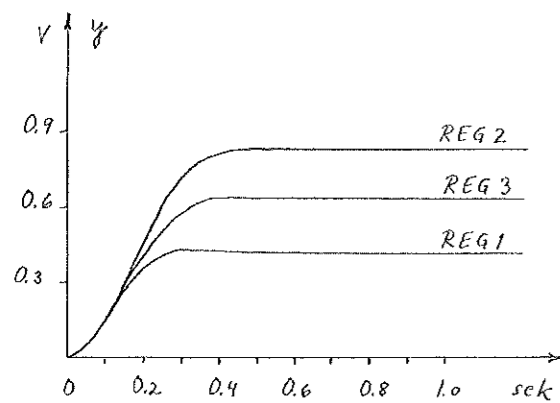
TSAMP, ALIO och regulatorn ligger fixa i var sin del av kärnminnet. TSAMP, som har lägst prioritet, arbetar i den del av samplingsintervallet, som återstår efter ALIO och regulatorn. Därmed blir det möjligt att ändra återkoppling och samplingstid, utan att avbryta regleringen. Tidsföljden kan exempelvis vara:



Stegsvar.

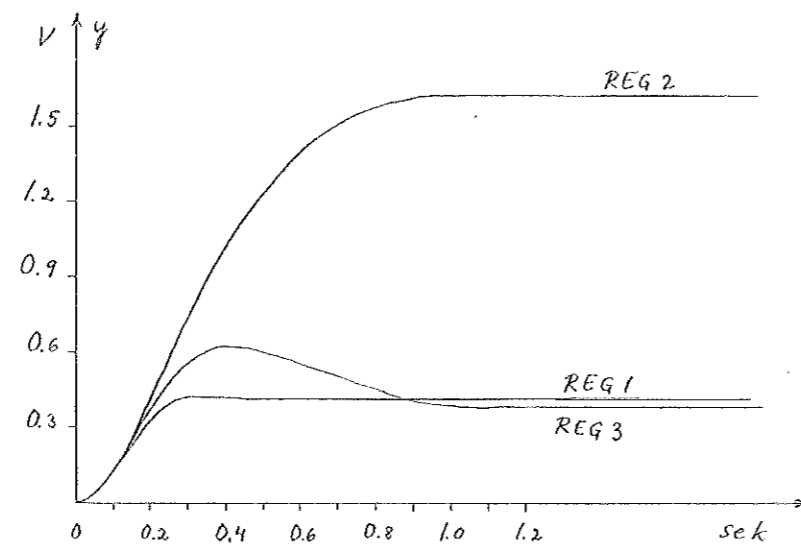
Det samplade systemets poler kan placeras så, att motsvarande kontinuerliga system har sina poler på linjer från origo med 45 graders lutning. Det samplade systemets nollställten är däremot inte under kontroll.

Figur 7.1 - 7.4 visar vinkelläget då insignalen är en stegstörning i momentet. Vi har samma värden på $\lambda = -PK \pm iPK$ som i avsnitt 4.2 .



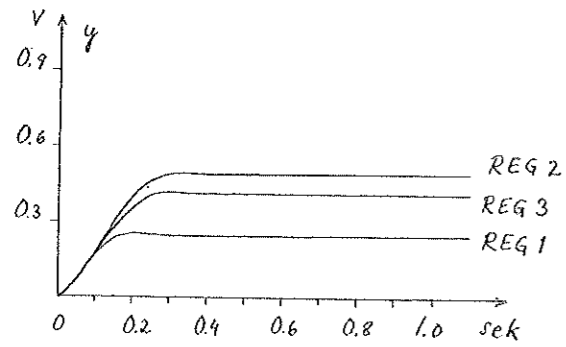
Figur 7.1

PL = 10 ; PK = 15 ; T = 0.1



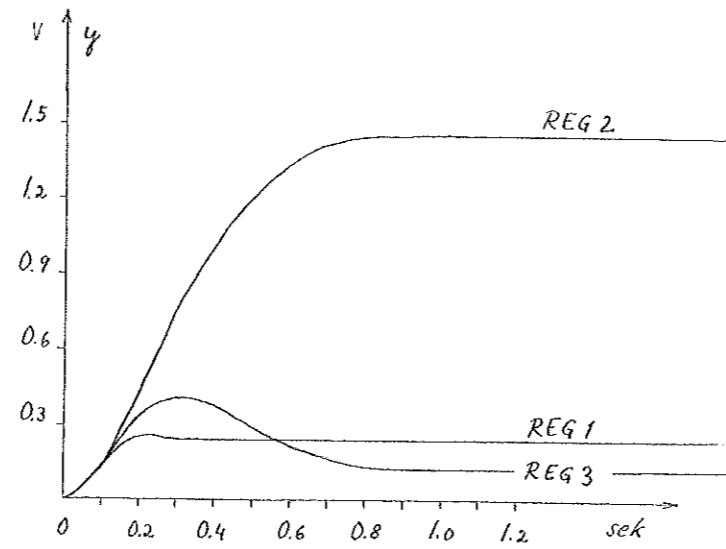
Figur 7.2

PL = 10 ; PK = 4 ; T = 0.1



Figur 7.3

PL = 10 ; PK = 15 ; T = 0.02



Figur 7.4

PL = 10 ; PK = 4 ; T = 0.02

Kurvornas utseende påminner starkt om stegsvaren i figur 4.3 och 4.4 . Då samplingstiden minskar så blir dels stegsvaret mer likt det kontinuerliga systemets och dels stationära felet mindre.

I fall 1 är det stationära värdet $\bar{y} = \bar{m}/(K_0 l_1)$. Eftersom l_1 beror av samplingstiden, blir även stationära värdet en funktion av denna.

Till skillnad från avsnitt 4.2, där vi hade $K_0 = 36$, är här $K_0 = 6$.

Dessa stegsvar påverkas dessutom av motorns olineäriteter.

APPENDIX

Uppkoppling på analogmaskin

Fall 1

$$Y(s) = \frac{10}{s(s+10)}(M + K_o U)$$

$$U = -LX \quad ; \quad K_o = 36$$

På tillståndsform:

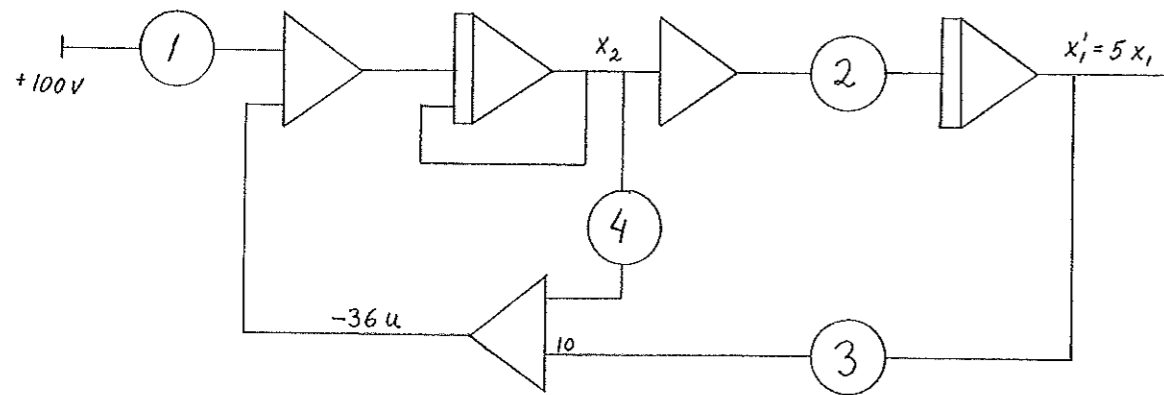
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -10x_2 + 10(m + 36u) \end{cases}$$

Sätt $T=10t$ dvs. systemet görs 10 gånger långsammare.Inför vidare $x'_1 = 5x_1$. Detta ger tillståndsekvationerna

$$\begin{cases} \dot{x}'_1 = 0.5x_2 \\ \dot{x}_2 = -10x_2 + m + 36u \end{cases}$$

Polerna i $-10 \pm i10$ ger $l_1 = 20/36$ och $l_2 = 1/36$.

$$\therefore 36u = -20x_1 - x_2 = -4x'_1 - x_2$$

pot 1 $m/100$ pot 3 $36l_1 0.1/5$ (0.4)

pot 2 0.5

pot 4 $36l_2$ (1.0)

Fall 2

Tillståndsekvationerna är

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -10x_2 + 10(m + 36u) \end{cases}$$

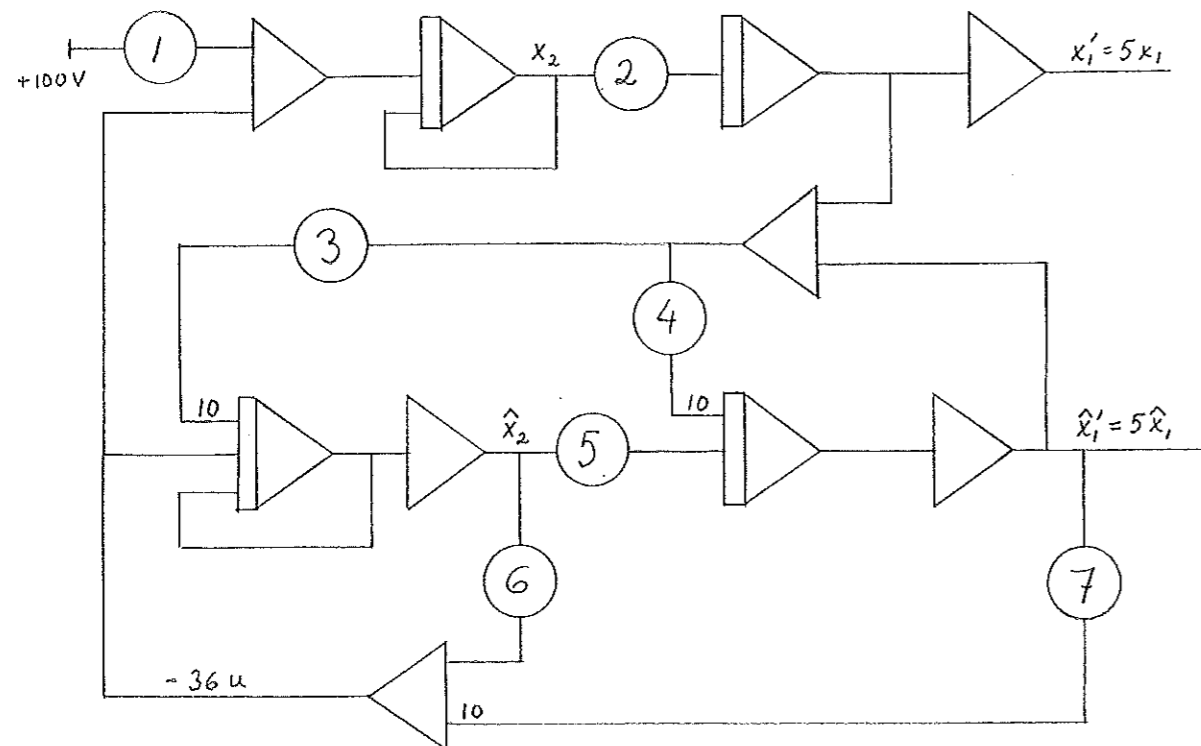
$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + k_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = -10\hat{x}_2 + k_2(x_1 - \hat{x}_1) \end{cases}$$

Med samma skalning som i fall 1 erhålls

$$\begin{cases} \dot{x}'_1 = 0.5x_2 \\ \dot{x}'_2 = -x_2 + m + 36u \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}'_1 = 0.5\hat{x}'_2 + 0.1k_1(x'_1 - \hat{x}'_1) \\ \dot{\hat{x}}'_2 = -\hat{x}'_2 + 0.02k_2(x'_1 - \hat{x}'_1) \end{cases}$$

$$u = -1_1\hat{x}'_1 - 1_2\hat{x}'_2 = -0.2 \cdot 1_1\hat{x}'_1 - 1_2\hat{x}'_2 .$$



Potentiometerlista på nästa sida.

pot 1 m/100
 " 2 0.5
 " 3 0.002 k_2 (0.5)
 " 4 0.01 k_1 (0.2)
 " 5 0.5
 " 6 361₂ (1.0)
 " 7 361₁ 0.1/5 (0.4)

Värdena inom parentes avser det fall då systemets poler ligger i $-10 \pm i10$ och $-15 \pm i15$.

Samma uppkoppling gäller för fall 3, om återkopplingen ändras från \hat{x}_1 till x_1 .

Kommentar till programmen

Subrutinen PAXA används för att SAMP inte skall bli avbruten, då beräknade värden skrivs in i Common arean. Variabeln N kan användas så att inte hela SAMP körs, då bara L eller K skall ändras. Elementen SL(1) och SK(1) betecknar l_1 resp. k_1 . I REG betecknar XS och EX variablerna \tilde{x}_1 resp. \hat{x} .

SAMP

```

DIMENSION AK(2,2), BK(2,2), A(2,2), B(2,2), SL(2), SK(2)
DIMENSION IT(4)
COMMON IV(131), IEV(5), IFLOVA(48), IUSER(72)
EQUIVALENCE (A(1,1), IUSER(1)), (B(1,1), IUSER(9)),
1(SL(1), IUSER(13)), (SK(1), IUSER(17)),
1(PL, IUSER(21)),
1(PK, IUSER(23)), (T, IUSER(25)), (N, IV(18))
DATA AK(1,1), AK(2,1), BK(1,1), BK(1,2), BK(2,2)/5*0./
1, IT(1), IT(2), IT(4)/1, 1, 1/
GO TO (1,2,3,4), N
1
AK(1,2)=6.2*T
AK(2,2)=-10.*T
BK(2,1)=8.7*T
CALL COSA (AK, BK, 2, 1, 2)
CALL PAXA(IEV(2))
DO 10 J=1,2
DO 10 I=1,2
A(I,J)=AK(I,J)
B(I,J)=BK(I,J)
IEV(2)=1
CALL DECLAR
4
CALL CANCEL(4HALIO)
IT(3)=50.*T
CALL RUN(4HALIO, IT, 0)
2
PR=EXP(-PL*T)*COS(PL*T)
PI=EXP(-PL*T)*SIN(PL*T)
PAR1=PR**2+PI**2+A(2,1)*A(1,2)-2.*A(2,2)*PR+A(2,2)**2
PAR2=A(1,1)+A(2,2)-2.*PR
PAR3=A(2,2)*B(2,1)-A(1,1)*B(2,1)+A(2,1)*B(1,1)
SL2=(PAR1*B(1,1)-B(2,1)*A(1,2)*PAR2)/
1(6.*PAR3*B(1,1)-6.*B(2,1)**2*A(1,2))
SL1=PAR2/(6.*B(1,1))-B(2,1)*SL2/B(1,1)
CALL PAXA (IEV(2))
SL(1)=SL1
SL(2)=SL2
IEV(2)=1
CALL DECLAR
IF(N.EQ.2) CALL EXIT
3
PR=EXP(-PK*T)*COS(PK*T)
PI=EXP(-PK*T)*SIN(PK*T)
SK1=A(1,1)+A(2,2)-2.*PR
SK2=(PR**2+PI**2-A(1,1)*A(2,2)+SK1*A(2,2))/A(1,2)+A(2,1)
CALL PAXA (IEV(2))
SK(1)=SK1
SK(2)=SK2
IEV(2)=1
CALL DECLAR
N=2
100
CALL EXIT
GO TO 100
END

```

1. } beräkning av de samplade matriserna A och B.

2. ↑ beräkning av l_1 och l_2

3. ↑ beräkning av k_1 och k_2

REG 1

```
DIMENSION X(2),SL(2)
COMMON ISYSA(25),IOA(26),MPXA(40),ICOMVA(45),IFLOVA(48),
1IUSER(72)
EQUIVALENCE (X(1),IFLOVA(1)),(U,IFLOVA(33)),
1(SL(1),IUSER(13)),(IEV1,ICOMVA(41)),(UR,IUSER(35))
5 IEV1=0
CALL WAITFR(IEV1)
U=-SL(1)*X(1)-SL(2)*X(2)+UR*SL(1)
IF (ISYSA(19).EQ.1) STOP
GO TO 5
END
```

REG 2

```
DIMENSION Z(2),EX(2),SL(2),SK(2),A(2,2),B(2,2),X(2)
COMMON ISYSA(25),IOA(26),MPXA(40),ICOMVA(45),
1IFLOVA(48),IUSER(72)
EQUIVALENCE (X(1),IFLOVA(1)),(U,IFLOVA(33)),(A(1,1),IUSER(1)
1),(B(1,1),IUSER(9)),(SL(1),IUSER(13)),(SK(1),IUSER(17)),
2(EX(1),IUSER(27)),(UR,IUSER(35))
XS=X(1)-EX(1)
DO 10 I=1,2
Z(I)=0
DO 10 J=1,2
10 Z(I)=Z(I)+A(I,J)*EX(J)
DO 20 I=1,2
20 EX(I)=Z(I)+B(I,1)*6.*U+SK(I)*XS
U=-SL(1)*EX(1)-SL(2)*EX(2)+UR*SL(1)
100 CALL EXIT
GO TO 100
END
```

REG 3

```
DIMENSION X(2),SL(2),EX(2),SK(2),Z(2),A(2,2),B(2,2)
COMMON ISYSA(25),IOA(26),MPXA(40),IDFB(30),IRQNA(10),
1IEV(5),IFLOVA(48),IUSER(72)
EQUIVALENCE (X(1),IFLOVA(1)),(U,IFLOVA(33)),
1(IEV1,IEV(1)),(EX(1),IUSER(27)),(SK(1),IUSER(17)),
1(SL(1),IUSER(13)),(A(1,1),IUSER(1)),(B(1,1),IUSER(9))
3,(UR,IUSER(35))
5 IEV1=0
CALL WAITFR(IEV1)
U=-SL(1)*X(1)-SL(2)*EX(2)+UR*SL(1)
XS=X(1)-EX(1)
DO 10 I=1,2
Z(I)=0
DO 10 J=1,2
10 Z(I)=Z(I)+A(I,J)*EX(J)
DO 20 I=1,2
20 EX(I)=Z(I)+B(I,1)*6.*U+SK(I)*XS
IF (ISYSA(19).EQ.1) STOP
GO TO 5
END
```