

STYRNING  
AV  
LJUSBÅGE  
MED  
TYRISTORER

Marek Janiec

RE-109 juni 1972

STYRNING AV LJUSBÅGE MED TYRISTORER

Examensarbete utfört VT -72 av Marek JANIEC

Handledare: Björn Wittenmark

Innehållsförteckning.

sid

3	1. Sammanfattning
4	2. Abstract
5	3. Inledning
6	4. Analys av ett system med vit störning på motemkn.
13	5. Simulering av 1:a ordningens system på datamaskin.
23	6. Analys av ett system med bandbegränsad störning på motemkn.
28	7. Simulering av 2:a ordningens system på datamaskin.
36	8. Undersökning av sambandet mellan strömvariansen, totalresistansen och kretsinduktansen.
44	9. Sammanfattning och analys av resultaten.
45	10. Referenser.
46	11. Bilagor.

### 1. Sammanfattning.

Problemet har varit att styra strömmen genom en ljusbåge genom att reglera tändvinkeln hos tyristorerna i den brygga, som driver ljusbågen. Försöken har simulerats på dator.

Först behandlades fallet med vit störning på ljusbågens motemk. Man fick ett 1:a ordningens system. Då störningen enligt uppgift hade lågfrekvent karaktär, testades inverkan på systemet av lågfrekventa cosinusstörningar. Dessa hade enligt de utförda simuleringarna mycket liten inverkan på strömmen, även vid relativt höga toppspänningar.

För att få en bättre modell av systemet, bandbegränsades det vita bruset, innan det läts störa ljusbågens motemk. Man fick nu ett 2:a ordningens system.

För att eventuellt kunna minska strömmens varians genom att justera systemets parametrar, bestämdes sambandet mellan variansen och parametrarna  $R$  (totalresistansen) och  $L$  (totalinduktansen). Detta visade ett kraftigt  $L$ -beroende och ett svagt  $R$ -beroende.

Vid studier av kortslutningsförlopp visade det sig, att vid bibehållen negativ resistans blev kretsen instabil och strömmen ökade exponentiellt. Antog man däremot, att resistansen efter kortslutningen blev positiv, antog strömmen snabbt ett gränsvärde, som låg någon eller några tiopotenser högre än referensvärdet.

I den studerade modellen är regulatorns utstyrningsområde så begränsat, att man endast kan räkna med att kunna styra ut mycket svaga brus. Därför har även en modifierad modell av regulatorn, där man kan erhålla ett avsevärt större utstyrningsområde, presenterats.

## 2. Abstract.

The problem has been to control the current in an electric arc by regulating the thyristors' igniting angle in the bridge, which drives the electric arc. The experiments have been simulated in a computer.

At first the case with white noise disturbing the counter-electromotive force of the electric arc was treated. A system of the 1:st order was obtained. As the noise by informations was low-frequent, the influence on the system of low-frequent cosinus waves was tested. These had, according to the simulations, which was made, a very little influence on the current, even by relatively high peak voltages.

In order to get a better model of the system, the spectrum of the white noise was limited before it was let to disturb the counter-electromotive force of the electric arc. A system of the 2:nd order was now obtained.

In order to maybe be able to reduce the variance of the current by adjusting the parameters of the system, the connection between the variance and the parameters R (the total resistance) and L (the total inductance) was determined. This showed a strong L-dependence and a weak R-dependence.

By studies of short circuit lapses it showed that by remaining negative resistance the circuit became instable and the current increased exponentially. But if one supposed that the resistance after the short circuit moment became positive, the current quickly received a limit value that was one or a few ten powers higher than the reference value.

In the model which was studied, the control area of the regulator is so much limited, that it is impossible to control anything but very weak noises. Because of that a modified model has also been presented, where a very much greater control area can be received.

### 3. Inledning.

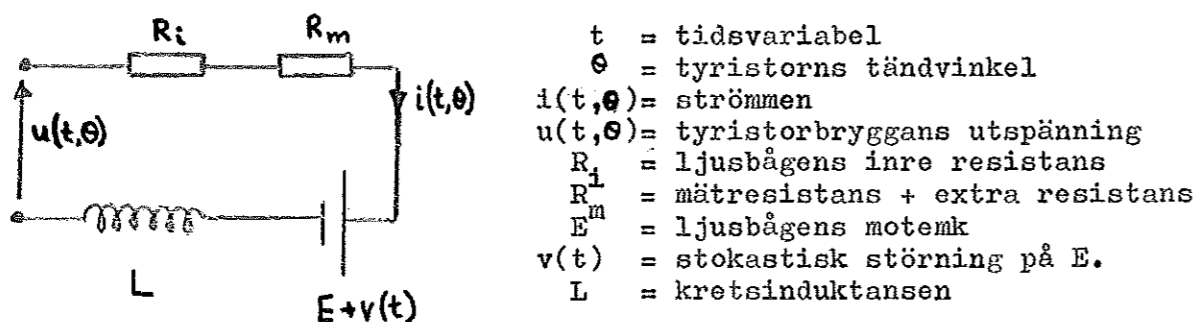
Uppgiften har bestått av att undersöka möjligheterna att styra strömmen genom en krets, som innehåller en ljusbåge. Strömmen drivs genom kretsen av en tyristorfullbrygga, och man vill styra strömmen genom att reglera tyristorernas tändvinkel. På ljusbågens motemk antages en stokastisk störning ligga.

Kretsen beskrivs i figur 3:1.

Ljusbågen har simulerats på dator. Genom att antaga, att den pålagda störningen är vit respektive bandbegränsad, har man fått två olika system att undersöka.

Ekonomiskt sett är det fördelaktigt med så små värden på  $R_m$  och  $L$  som möjligt. Därför har man vid de första försöken satt  $R_m = 0$  och  $L = 0.01$ . Dessa värden verkar emellertid ge alltför höga variationer i strömmen för normala värden på motemk-s brus, för att det skall gå att hålla strömmen inom godtagbara områden. Därför har variansen avsatts som funktion av  $L$  och  $R_i + R_m$  för de olika systemen och för olika styrstrategier på dessa system, för att undersöka beroendet mellan variansen och ovanstående parametrar. Med hjälp av dessa kurvor kan man sedan göra en avvägning av  $L$  och  $R_m$  med avseende på den tolererade variansen i strömmen.

Det uppgivna förslaget till krets har visat sig ge ett alldeles för litet utstyrningsområde för regulatorn. Därför har i denna rapport även förslag till ändring framförts.



Figur 3:1

4. Analys av ett system med vitt störning på motemkn.

Betrakta kretsen i figur 3:1. Motsvarande differential-  
ekvation blir :

$$(4.1) \quad \frac{di(t,\theta)}{dt} = -\frac{R_i + R_m}{L} i(t,\theta) + \frac{1}{L} [u(t,\theta) - E + v(t)]$$

där  $v(t)$  är vitt stokastiskt brus,  $N(0,\sigma)$ . Om man sät-  
ter  $\alpha = (R_i + R_m)/L$  och  $\beta = 1/L$  kan man i ett block-  
chema åskådligt beskriva systemet. Detta är gjort i  
figur 4:1.

Vi ser, att det ger ett 1:a ordningens system [1] .

Sampling av systemet med tidsintervallet  $T$  ger [1], [2]:

$$(4.2) \quad i(t+T, \theta) = i(t, \theta) \cdot e^{-\alpha T} + \beta \int_t^{t+T} e^{-\alpha(t+T-s')} [u(s', \theta) - E + v(s')] ds'$$

Variabeltransformationerna  $t+T-s' = s$  och  $ds' = -ds$  i  
integralen ger:

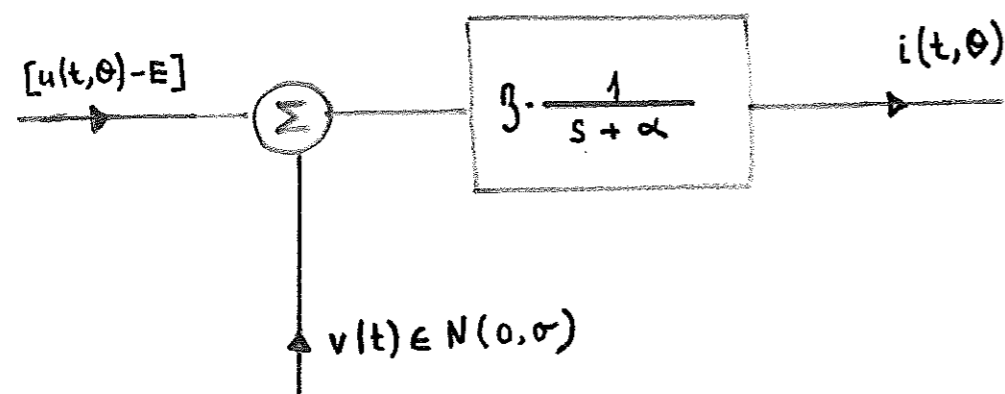
$$(4.3) \quad i(t+T, \theta) = i(t, \theta) \cdot e^{-\alpha T} + \beta \int_0^T e^{-\alpha s} [u(t+T-s, \theta) - E + v(t+T-s)] ds$$

Integralen i ekvation (4.3) kan delas upp i tre integraler:

$$(4.4) \quad I_1(t, \theta) = \int_0^T e^{-\alpha s} [u(t+T-s, \theta)] ds$$

$$(4.5) \quad C(t) = \int_0^T e^{-\alpha s} \cdot v(t+T-s) ds$$

$$(4.6) \quad I_2 = \int_0^T -e^{-\alpha s} \cdot E ds$$



Figur 4:1

Integralen (4.6) är lätt att lösa:

$$I_2 = \frac{E}{\alpha} \cdot (e^{-\alpha T} - 1), \quad \alpha \neq 0;$$

$$I_2 = -E \cdot T, \quad \alpha = 0;$$

Integralen (4.4) är däremot litet mera komplicerad.

För att lösa den betraktar vi först spänningen ut från

tyristorbryggan, som är uppritad i figur 4:2. Vi ser

omedelbart, att  $u(t, \theta)$  är periodisk med perioden

$T = \pi/3\omega$  för varje fixt  $\theta$ . Därigenom kan man skriva

integralen  $I_1(t, \theta)$  som:

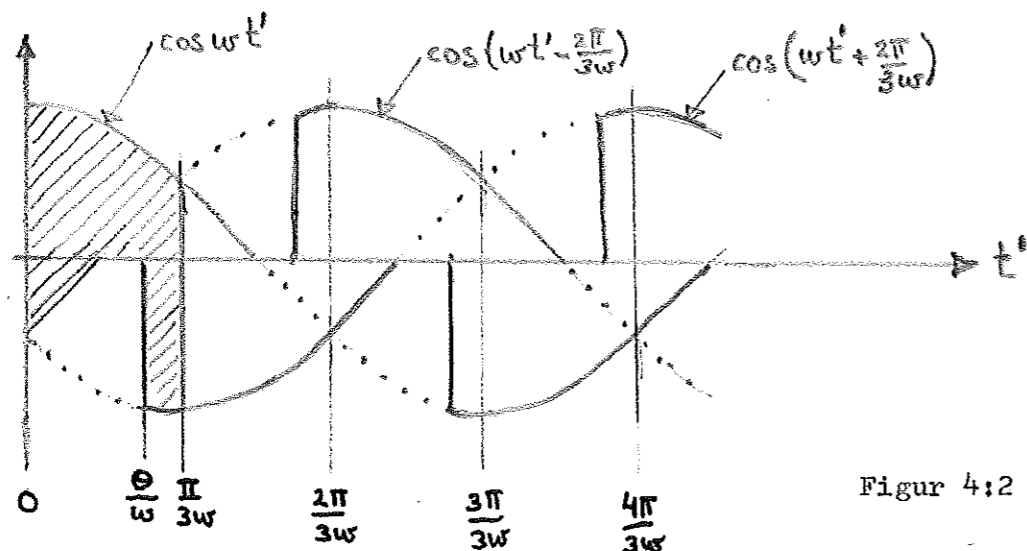
$$(4.7) \quad I_1(t, \theta) = \int_0^T e^{-\alpha s} \cdot u(t + T - s, \theta) ds = \int_0^T e^{-\alpha s} \cdot u(T - s, \theta) ds$$

$I_1$  är alltså oberoende av  $t$  och har således samma värde för varje samplingsintervall.

Genom att betrakta figuren 4:2 nedan, kan man lätt

bestämma  $u(t', \theta)$ :

$$(4.8) \quad u(t', \theta) = \begin{cases} \hat{u} [\cos \omega t' - \cos(\omega t' - \frac{2\pi}{3})], & 0 \leq t' \leq \frac{\theta}{\omega} \\ \hat{u} [\cos \omega t' - \cos(\omega t' + \frac{2\pi}{3})], & \frac{\theta}{\omega} \leq t' \leq \frac{\pi}{3\omega} \\ \hat{u} [\cos \omega t' - \cos(\omega t' - \frac{2\pi}{3})], & 0 \leq t' \leq \frac{\pi}{6\omega} \\ \hat{u} \cos \omega t', & \frac{\pi}{6\omega} \leq t' \leq \frac{\theta}{\omega} \\ \hat{u} [\cos \omega t' - \cos(\omega t' + \frac{2\pi}{3})], & \frac{\theta}{\omega} \leq t' \leq \frac{\pi}{3\omega} \end{cases} \begin{matrix} \theta \leq \frac{\pi}{6} \\ \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \end{matrix}$$



Figur 4:2



Nu är det inte längre någon svårighet att lösa integralen  $I_1$ . Man använder enkla trigonometriska formler och uttrycken:

$$(4.9) \int e^{ax} \cos bx \, dx = e^{ax} \cdot \frac{b \sin bx + a \cos bx}{a^2 + b^2} + C$$

$$(4.10) \int e^{ax} \sin bx \, dx = e^{ax} \cdot \frac{a \sin bx - b \cos bx}{a^2 + b^2} + C$$

Integralen  $I_1$  evaluerades med hjälp av datamaskin som funktion av tändvinkeln med några olika värden på  $\alpha$  och  $\beta$ . Uträkningarna gjordes exakt och tabulerades för ett stort antal tändvinklar i intervallet  $0 - \pi/3$ . Resultatet redovisas i figur 4:3.

I figur 4:3 ser vi, att funktionen  $I_1(\theta)$  är en-entydig. Detta innebär, att man kan erhålla funktionens invers. Detta är emellertid svårt att göra analytiskt, så istället lagrades de uträknade värdena i datamaskinen och genom att gå "bakvägen" och sedan göra en enkel interpolation, erhöles tändvinkeln för ett visst  $I_1$ -värde med tillräcklig noggrannhet.

Tyristorbryggans toppspänning  $\hat{u}$  bestäms lämpligen så, att utstyringsområdet för bryggan plus motemkn, alltså den sammanlagda spänning, som genererar styrsignalen, blir lika stort åt båda hållen. Sambandet blir då:

$$(4.11) \int_0^T e^{-\alpha s} \left[ \frac{1}{2} (u(\tau-s, 0) + u(\tau-s, \frac{\pi}{3})) - E \right] ds = 0$$

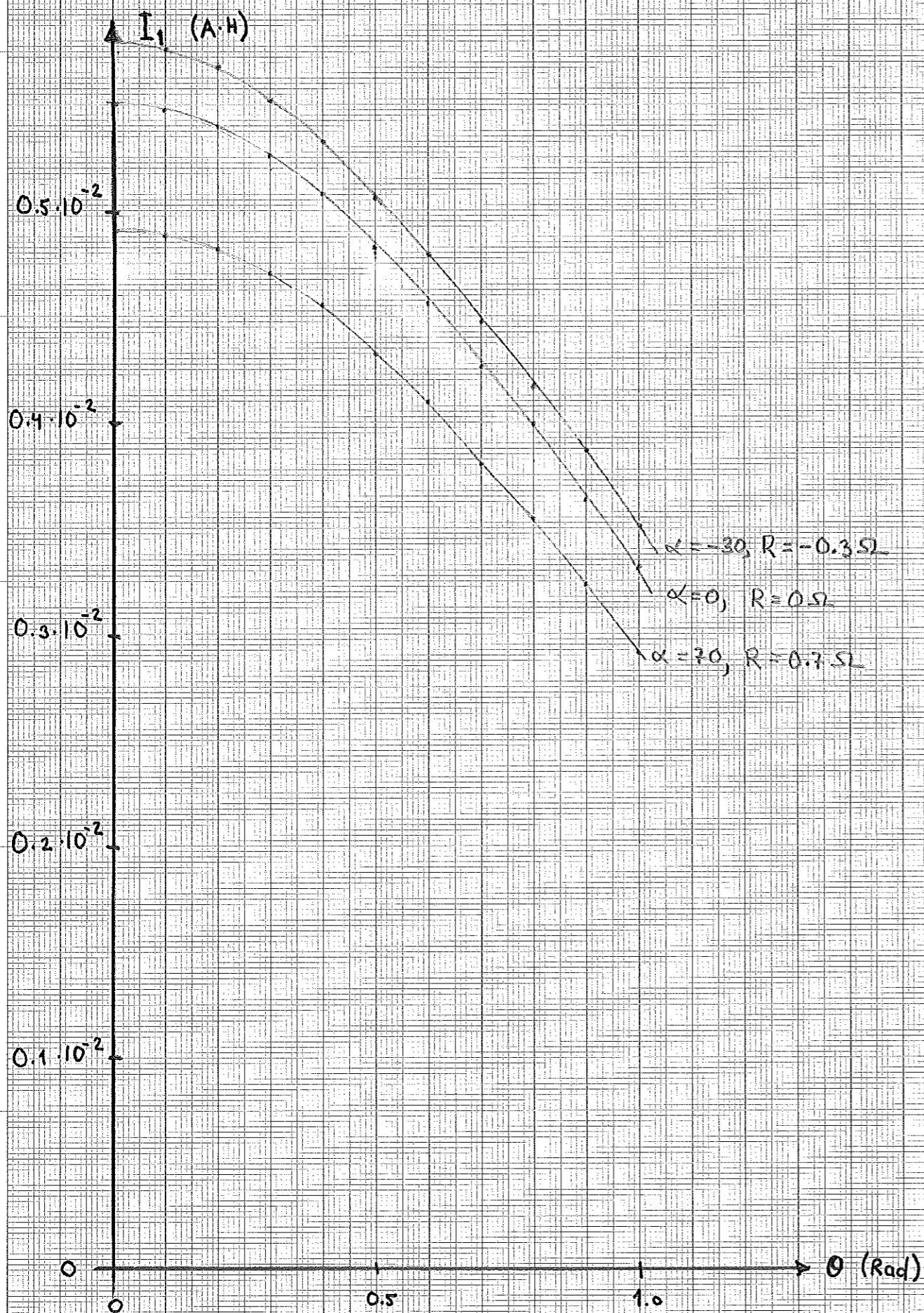
Ur detta samband kan  $\hat{u}$  lätt lösas ut.

Om man antar, att  $v(t)$  är vitt brus, blir integralen (4.5) en så kallad stokastisk integral med avseende på Wienerprocessen  $W(t)$ , ty då kan man formellt skriva:  $dW(t) = v(t) \cdot dt$  [3]. Integralen kan lösas, men inte på vanligt sätt. Simpsons formel gäller till exempel inte. Vi är emellertid inte intresserade av lösningen utan endast av medelvärdet och variansen. Vi vet nämligen, att resultatet blir en normalprocess (oberoende ökning) [3].

Figur 4:3

Styrfunktionens beroende av tändvinkeln.

Toppspänningen = 1 V. E = 0.



Betrakta  $C(t) = \int_0^T e^{-\alpha s} \cdot v(t+T-s) ds$  ;

Eftersom  $v(t)$  är vitt brus, kan vi göra en tidstranslation och skriva [3] :

$$(4.12) \quad C(t) = \int_0^T e^{-\alpha s} \cdot v(s) ds ; \quad v(s) \in N(0, \sigma)$$

Vi bildar medelvärdet [3] :

$$(4.13) \quad E[C(t)] = E \int_0^T e^{-\alpha s} \cdot v(s) ds = \int_0^T e^{-\alpha s} E(v(s)) ds = 0$$

Vi kan här flytta in medelvärdesbildningen i integralen, eftersom denna är konvergent för alla  $T$ .

På samma sätt bildar vi kovariansfunktionen [3] :

$$(4.14) \quad \lambda^2 = E[C(t) \cdot C(t')] = E \int_0^T \int_0^T e^{-\alpha s'} \cdot e^{-\alpha s''} \cdot v(s') \cdot v(s'') ds' ds'' =$$

$$= \int_0^T \int_0^T e^{-(\alpha s' + \alpha s'')} \cdot \sigma^2 \cdot \delta(s' - s'') ds' ds'' = \sigma^2 \int_0^T e^{-2\alpha s} ds =$$

$$= \frac{\sigma^2}{2\alpha} [1 - e^{-2\alpha T}] = \frac{\sigma^2}{2\alpha} [1 - 1 + 2\alpha T - \dots] , \alpha \neq 0;$$

$$(4.14b) \quad \lambda^2 = E[C(t) \cdot C(t')] = \int_0^T \sigma^2 dt = \sigma^2 T , \alpha = 0 ;$$

För små  $T$ , som ju vanligtvis är fallet, blir variansen  $\lambda^2$  för det nya bruset ungefär lika med  $\sigma^2 T$ .

Eftersom resultatet blir oberoende ökningarna med medelvärdet noll och variansen  $\lambda^2$ , får vi ett nytt vitt brus [3].

Sätt  $U = I_1 + I_2$  och  $A = -e^{-T}$ . Det samplade systemet kan nu beskrivas med differensekvationen

$$(4.15) \quad i(t+1) = -A \cdot i(t) + \beta \cdot U(t) + \beta \cdot \lambda \cdot e(t) ,$$

där  $e(t)$  är vitt brus med  $N(0,1)$ . Figur 4:4 beskriver det samplade systemet i ett blockchema [2], [3].

Ekvationen (4.15) kan med hjälp av skiftoperatören  $q$  skrivas som [2], [3]:

$$(4.16) \quad i(t) [1 + Aq^{-1}] = q^{-1} \beta \cdot u(t) + \beta \cdot \lambda \cdot e(t).$$

Eftersom det är svårt att mäta strömmen tillräckligt snabbt, införes en tidsfördröjning på ett steg i regulatorn, det vill säga:

$$(4.17) \quad U(t) = q^{-1} U'(t).$$

Insättning i (4.16) ger:

$$(4.18) \quad i(t) [1 + Aq^{-1}] = q^{-2} \beta U'(t) + \beta \cdot \lambda \cdot e(t).$$

Den minimala varians-styrlagen [3] blir då:

$$(4.19) \quad U'(t) = - \frac{g_0}{\beta (1 + f_1 q^{-1})} i(t).$$

Koefficienterna  $g_0$  och  $f_1$  i ekv. (4.19) bestäms genom identiteten [3]:

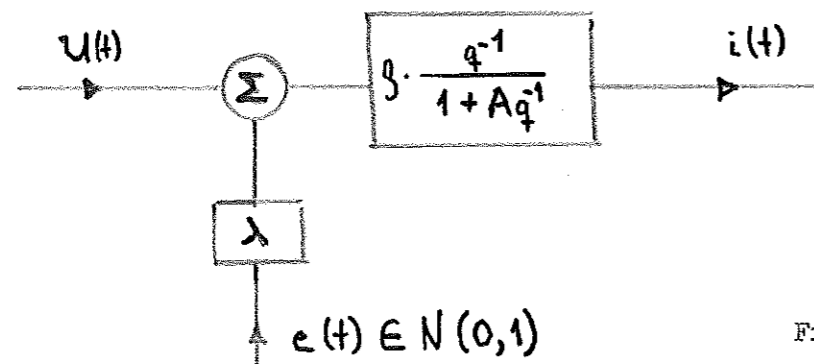
$$(4.20) \quad 1 \equiv (1 + Aq^{-1})(1 + f_1 q^{-1}) + q^{-2} g_0$$

Vi får  $f_1 = -A$  och  $g_0 = A^2$ . Styrlagen för ekv. (4.18) blir således:

$$(4.21) \quad U'(t) = - \frac{A^2 \cdot i(t)}{\beta (1 - Aq^{-1})}.$$

För ekv. (4.16) blir alltså den minimala varians-styrlagen med en fördröjning i regulatorn lika med:

$$(4.22) \quad U(t) = - \frac{A^2 \cdot i(t-1)}{\beta (1 - Aq^{-1})};$$



Figur 4:4.

Vi är nu intresserade av att styra kring ett referensvärde  $i_0$ . Betrakta därför ekvationen

$$(4.23) \quad A^*(q^{-1})(i(t) - i_0) = q^{-k} \cdot B^*(q^{-1})(U(t) - U_0) + C^* \cdot e(t). \quad [3].$$

Denna ekvation styr kring  $i(t) - i_0 = 0$ , dvs kring referensvärdet  $i_0$ , om man bestämmer  $U(t) - U_0$  med minimal varians-styrlag. Det inses lätt att  $U_0 = \frac{A^*(q^{-1})}{B^*(q^{-1})} \cdot i_0$ .  
Insättningen i styrlagen (4.22) ger:

$$(4.24) \quad U(t) = - \frac{A^* \cdot q^{-1} \cdot i(t) - i_0}{\beta(1 - Aq^{-1})}.$$

Ekvationen (4.24) är alltså vår sökta styrlag.

Om man använder styrlagen (4.24) blir  $i(t)$  minimala varians [3]:

$$(4.25) \quad V_{\min} = (1 + A^2) \cdot \lambda \beta^2 = (1 + e^{-2\alpha T}) \cdot \frac{\sigma^2 \beta^2}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha T}) =$$

$$= \frac{\sigma^2 \beta^2}{2\alpha} (1 - e^{-4\alpha T}); \quad \alpha \neq 0.$$

$$(4.25b) \quad V_{\min} = 2\sigma^2 T \beta^2; \quad \alpha = 0.$$

5. Simulering av 1:a ordningens system på datamaskin.

Analysen av systemet i avsnitt 4 gav ett 1:a ordningens system. Detta system har med datamaskinens hjälp låtits "fungera" i en viss tid, varvid värdena på  $i(t)$ ,  $U(t)$ ,  $\theta(t)$  och förlustfunktionen  $\sum (i(t)-i_0)^2$  har registrerats vid varje samplingstidpunkt  $t$ . Dessutom har den teoretiskt minimala variansen per steg beräknats, för att man skall kunna få en jämförelse med förlustfunktionen.

Programmet redovisas som en bilaga. Det är skrivet för filtrerat brus med en viss brytfrekvens  $a$ , som ger ett 2:a ordningens system [1]. Genom att låta  $a \rightarrow \infty$  erhåller man emellertid vitt brus och därigenom ett 1:a ordningens system. Detta uppnås i dataprogrammet genom att man sätter  $a \gg 3 \cdot 10^5$ .

Systemets egenskaper påverkas av parametrarna  $L$ ,  $R_i + R_m = R$ ,  $\sigma$ ,  $T$  och  $E$  enligt följande:

**L:** Dämpningen minskar med minskat  $L$  och därigenom erhålles försämrade styregenskaper.

**R:** Negativ totalresistans gör det öppna systemet instabilt, ävenså om  $R=0$ . [1] Om däremot totalresistansen är positiv, blir det öppna systemet stabilt, och om  $\sigma$  och  $L$  har måttliga värden, behöver man inte styra för att få strömmen att gå kring ett visst referensvärde. Styrning ger däremot mindre förluster, eftersom man kan styra med minimal varians.

**$\sigma$ :** Små värden på  $\sigma$  ger bättre styrning,  $\sigma = 0$  innebär, att man kan styra exakt och att styrlagen (4.24) blir en Dead-Beat II - regulator [2].

**T:** Små värden på  $T$  ger bättre styrning, eftersom strömmens varians för små  $T$  är ungefär lika med  $2\sigma^2 T$ . Minskade värden på  $T$  kan uppnås, genom att öka nätspänningens frekvens.

E: Höga värden på E ger ett större utstyringsområde för regulatorn och därigenom möjligheter att styra systemet med höga värden på  $\lambda^2$ .

Vid simuleringarna, som beskrivs i följande avsnitt, har parametrarna, om inget annat anges, följande värden:  $R_i = -0.3 \Omega$ ,  $R_m = 0 \Omega$ ,  $E = 560 \text{ V}$ ,  $i_o = 200 \text{ A}$ ,  $L = 0.01 \text{ H}$  och  $T = 1/300 \text{ s}$ .

För några olika värden på  $\sigma$  finns ett tabulerat resultat i Tabell 5:1 av de utförda simuleringarna.

Systemet går bra att styra med  $\sigma \leq 5 \text{ V}$ . För  $\sigma = 7.5 \text{ V}$  börjar regulatorn slå för mycket på sina begränsningar  $\Theta = 0$  och  $\Theta = \pi/3$  (regulatorn blir mättad), och den simulerade ljusbågen slocknar efter en kort tid.

Man får räkna med omkring  $\pm 3 \cdot \sqrt{V_{\min}}$  i strömvariation kring referensvärdet. Detta visar simuleringarna, och det innebär, att för till exempel  $\sigma = 5 \text{ V}$  kommer strömmen att ibland variera med så mycket som cirka  $\pm 135 \text{ A}$ . Trots detta slocknar aldrig ljusbågen eller blir heller aldrig instabil enligt de utförda simuleringarna.

---

$\sigma \text{ (V)}$	$\beta \cdot \lambda \text{ (A)}$	$V_{\min} \text{ (A}^2\text{)}$	$\sqrt{V_{\min}} \text{ (A)}$
0.25	1.519	5.123	2.263
1.00	6.075	81.97.	9.054
2.00	12.15	327.9	18.108
5.00	30.37	2049.0	45.27
7.50	45.56	4611.0	67.91

Tabell 5:1

Simuleringarna visar också, att regulatorn så småningom slår kring ett medelvärde på  $U$ , som är skilt från noll, det vill säga, att man från detta medelvärde räknat ej kan få maximal utstyrning åt båda hållen. Därför är det lämpligt att justera toppspänningen  $u$  något från det framräknade värdet i ekv.(4.11). För den storlek på parametrarna, som använts vid dessa försök, har det visat sig lämpligt att minska  $u$  med 10 % av det framräknade värdet i ekv.(4.11). Detta är utfört om inget annat anges.

En datamaskinplott av ström, styrsignal, tändvinkel och förlustfunktion redovisas i figurerna 5:2 och 5:3. Den räta linjen under förlustfunktionskurvan i figur 5:3 är den teoretiskt minsta förlustfunktionen, dvs  $V_{\min}$  gånger antalet samplingsintervall. Ur figur 5:3 framgår också, att förlustfunktionskurvan så småningom antar samma lutning som denna linje.[3] .

Om regulatorn skulle haft obegränsat eller i alla fall avsevärt större utstyrningsområde, skulle starten av ljusbågen, det vill säga stegsvaret, gå på två steg. (Jfr Dead-Beat-regulator med  $k=2$  [2].) Nu har vår regulator en mycket begränsad maxutstyrning, och därför får man vänta betydligt längre, innan strömmen når sitt referensvärde vid start. I figur 5:4 är en start uppritad för  $\sigma = 1$  V.

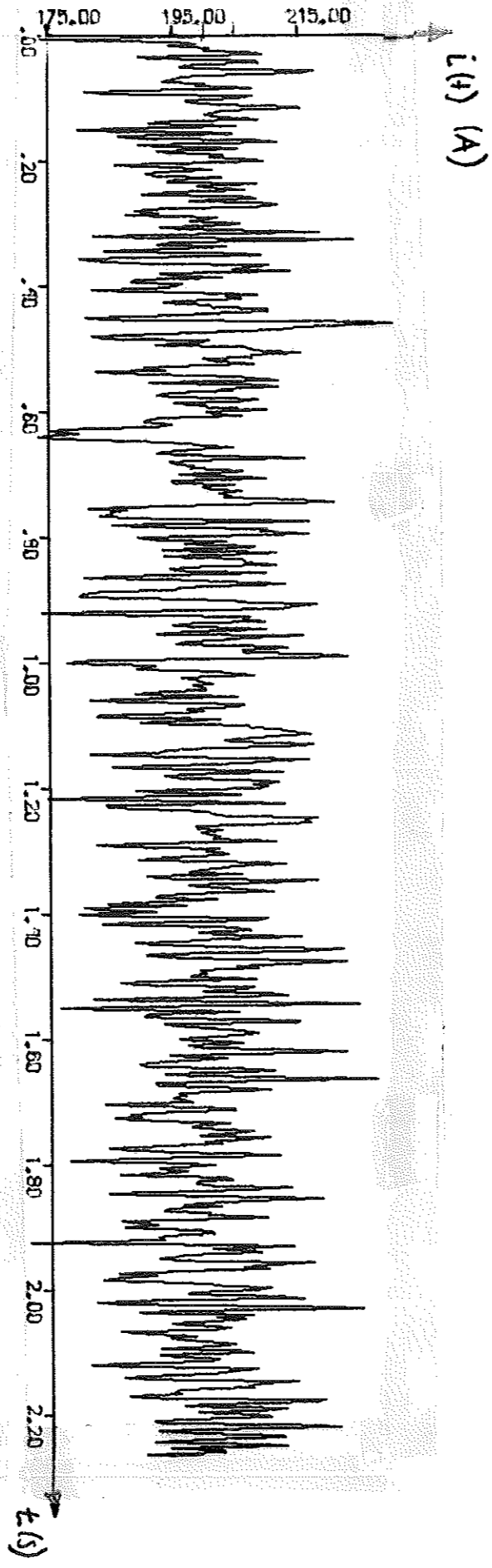
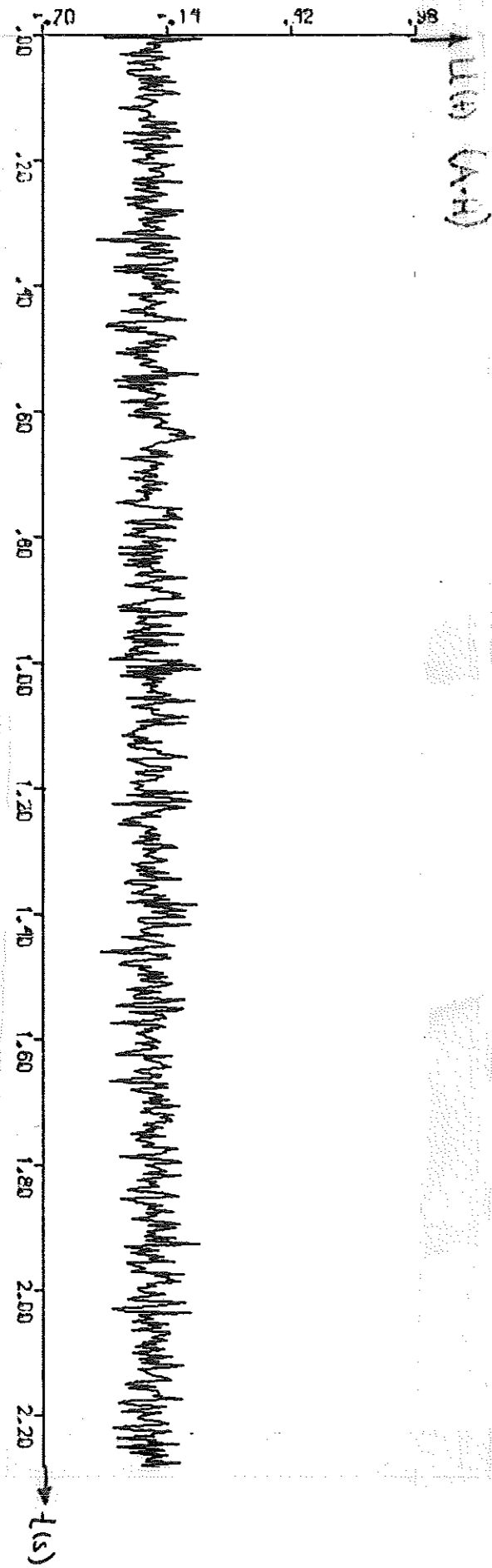
Systemet är mycket känsligt för bestående okända ändringar av motemkn  $E$ . Annat är inte heller att vänta, eftersom en minimal varians-regulator inte är härledd med några sådana förutsättningar[3] . Vid små stegökningar av  $E$  minskar strömmen. Vid ökningar större eller lika med 20 %



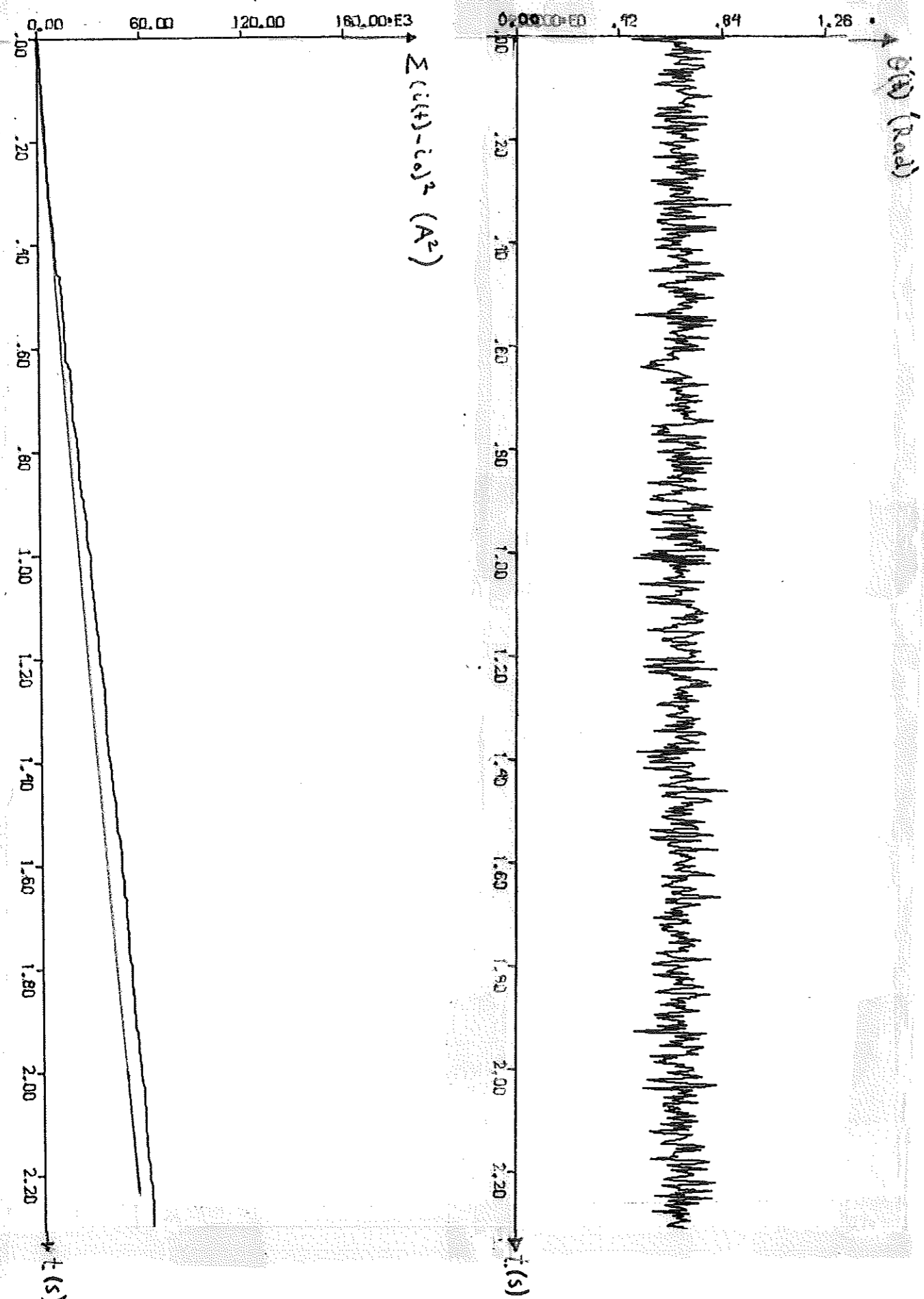
Figur 5;2

Datamaskinplott av ström och styrsignal.  $\sigma = 1 \text{ V}$ .

$$\sigma = 1 \text{ V}$$

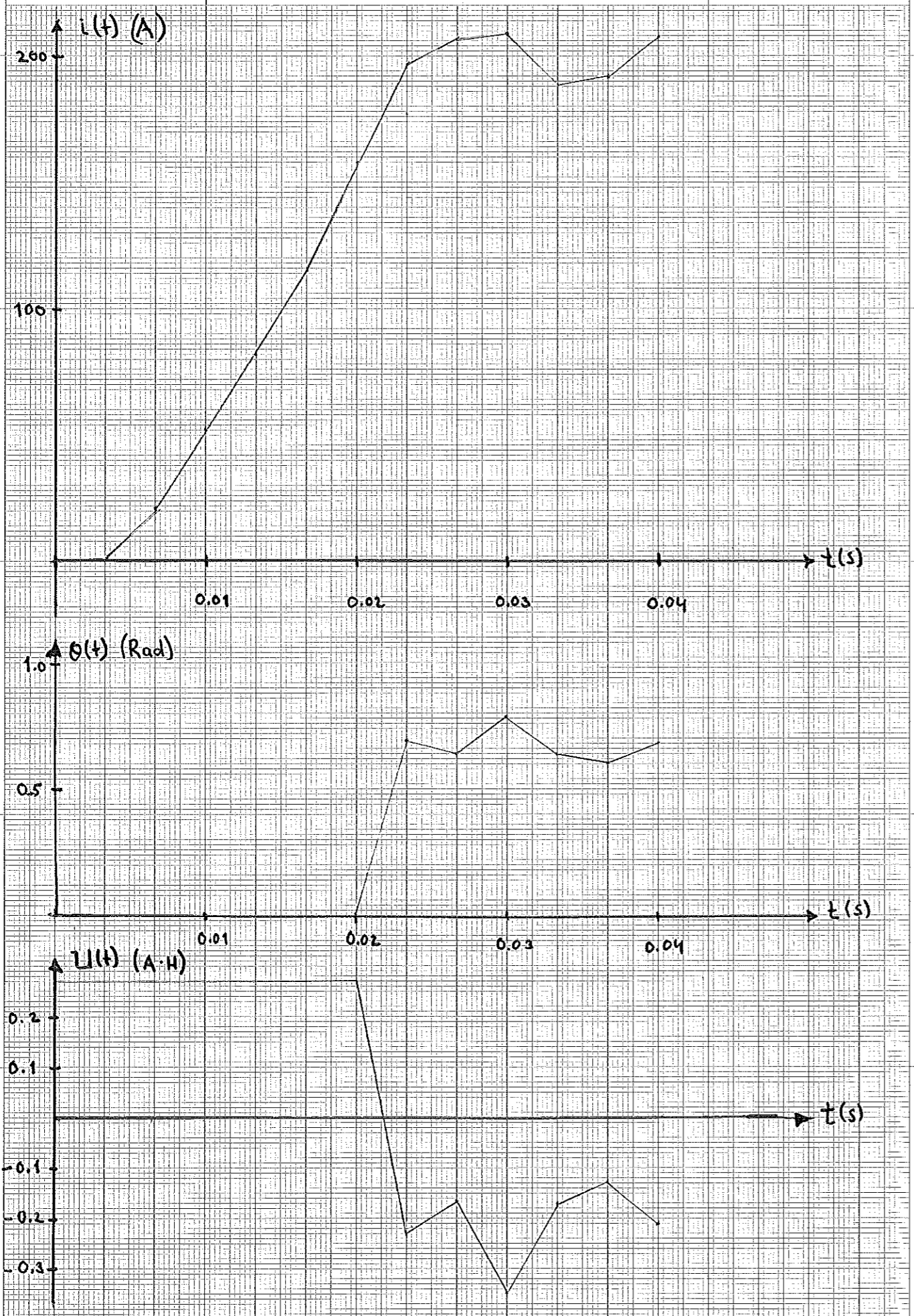


Figur 5:3 Datamaskinplott av tändvinkel och förlustfunktion.  
 $\sigma = 1V.$



Figur 5:4

Startförlopp.  $\sigma = 1 \text{ V.}$



slocknar ljusbågen helt. På motsvarande sätt ökar strömmen, om man minskar  $E$  något. Om  $E$  minskas med omkring 20 %, blir ljusbågen instabil, och strömmen ökar snabbt. Vid kortslutning av ljusbågen med bibehållen negativ resistans, ökar strömmen exponentiellt och mycket snabbt. Vid en kortslutning är emellertid en negativ kretsresistans fysikaliskt orimligt. Resistansen måste nu rimligen bli positiv eller eventuellt lika med noll. I figur 5:5 är kortslutningsförloppet uppritat för några olika resistansvärden på  $R_1$ . Man ser, att i ett troligt kortslutningsförlopp ( $R_1 > 0$ ), ökar strömmen inte obegränsat, utan antar snabbt ett gränsvärde, som kan ligga någon eller några tiopotenser högre än referensvärdet. Observera, att i figur 5:5 är skalan på  $i(t)$ -axeln logaritmisk.

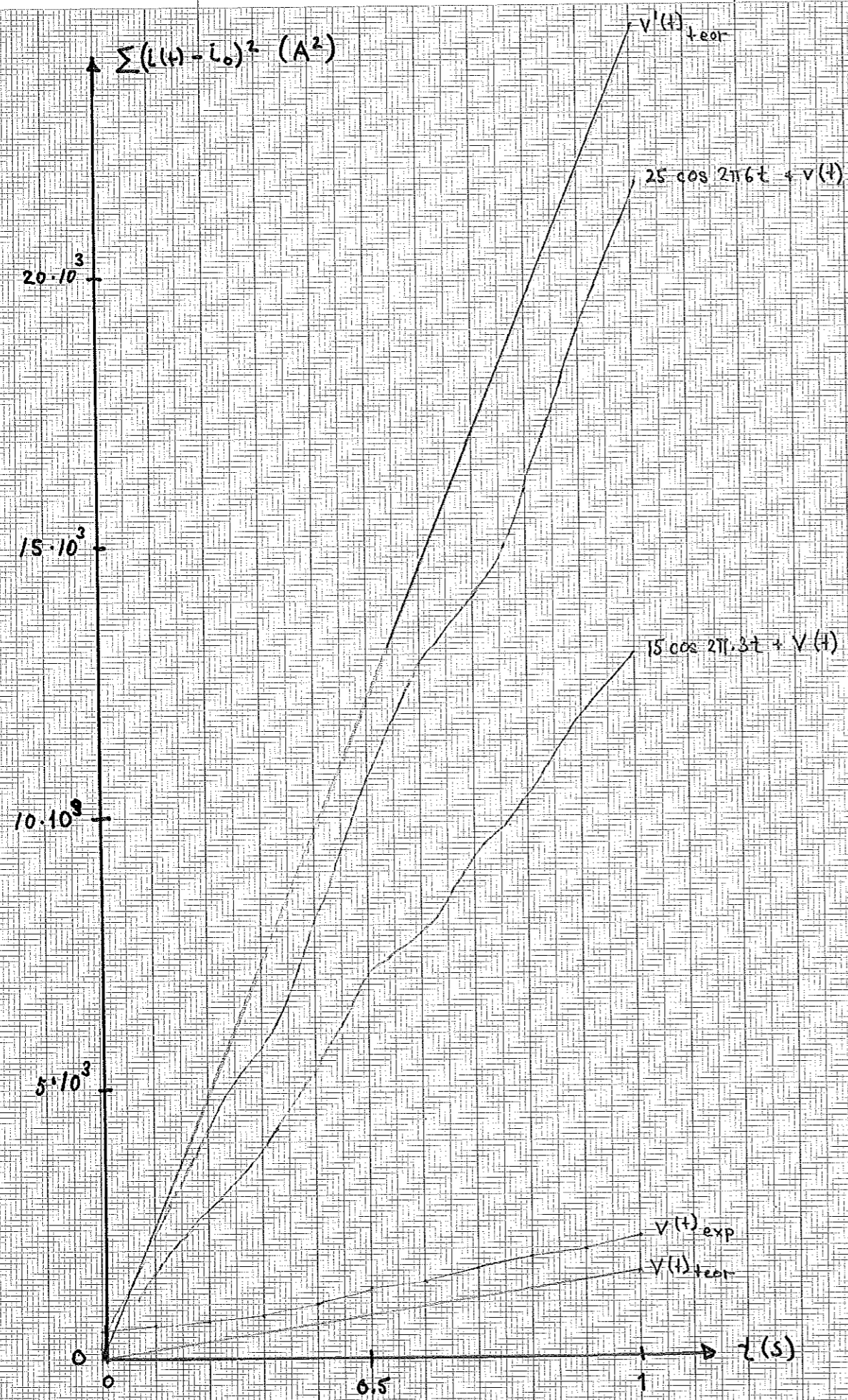
Störningen på ljusbågen är enligt uppgift ett brus med lågfrekvent karaktär. För att testa inverkan på systemet av lågfrekventa störningar, har en ren cosinus-spänning med varierande amplitud och frekvens pålagts motemkn  $E$ . Enligt simuleringarna verkar inverkan vara förhållandevis liten. Inverkan kan studeras i förlustfunktionen. Denna ökar med cosinusstörningens toppspänning och minskar med ökad frekvens, men blir naturligtvis aldrig mindre än utan cosinusstörning. I figur 5:6 har förlustfunktionerna för några olika typer av störningar ritats upp. Där ser man till exempel, att att störningen  $25 \cdot \cos 2\pi 6t + v(t)$ ,  $v(t) \in N(0, 0.25)$  ger en förlustfunktion av ungefär samma storleksordning som störningen  $v'(t) \in N(0, 1)$  enbart.

Systemet verkar alltså ha tillräckligt goda egenskaper för att kunna styras med tyristorernas tändvinkel med den beskrivna metoden, om man kan beskriva det som ett första ordningens system, som störs av en lågfrekvent cosinusstörning med relativt högt toppvärde samt ett vitt brus med liten varians. Emellertid kan det vara ett alltför stort fel att betrakta den lågfrekventa stokastiska störningen som en cosinusstörning plus ett vitt brus med liten varians. Därför har modellen dessutom simulerats med en stokastisk störning med viss brytfrekvens, som påverkar  $E$ , för att man skall kunna jämföra resultaten.

Figur 5:6

Förlustfunktioner för olika typer av störning.

$$v(t) \in N(0, 0.25) \quad v'(t) \in N(0, 1)$$



6. Analys av ett system med bandbegränsad störning på motemkn.

Antag, att det vita bruset är bandbegränsat med brytfrekvensen  $a$  [1]. För att få ett sådant brus, skickar vi det vita bruset genom ett 1:a ordningens filter [3]. Det system, som vi nu får, beskrivs i figur 6:1.

Systemet i figur 6:1 kan beskrivas med två differential-ekvationer.

$$(6.1a) \quad \frac{di(t,\theta)}{dt} = -\alpha \cdot i(t,\theta) + \beta [u(t,\theta) - E + v(t)]$$

$$(6.1b) \quad \frac{dv(t)}{dt} = -a \cdot v(t) + \sigma \cdot a \cdot e(t)$$

Genom att lösa detta system, kan man på samma sätt, som i avsnitt 4 få fram kovariansmatrisen [3]. Detta blir emellertid mycket besvärligt. Därför gör vi följande förenkling:

Systemet samplas först utan bruspåverkan och bruset samplas separat. Sedan låter vi det samplade bruset påverka den samplade styrsignalen. Det system, som vi då får, är beskrivet i figur 6:2, där  $U=I_1+I_2$  och  $I_1$  och  $I_2$  är definierade i ekv. (4.4) och (4.6).

Genom att använda ovanstående tillvägagångssätt gör vi naturligtvis en approximation. Denna approximation har emellertid ingen betydelse, eftersom antagandet, att det vita bruset sänds genom ett 1:a ordningens filter i sig självt är en stor approximation. Man vet ju inte egentligen alls, hur det lågfrekventa bruset ser ut.

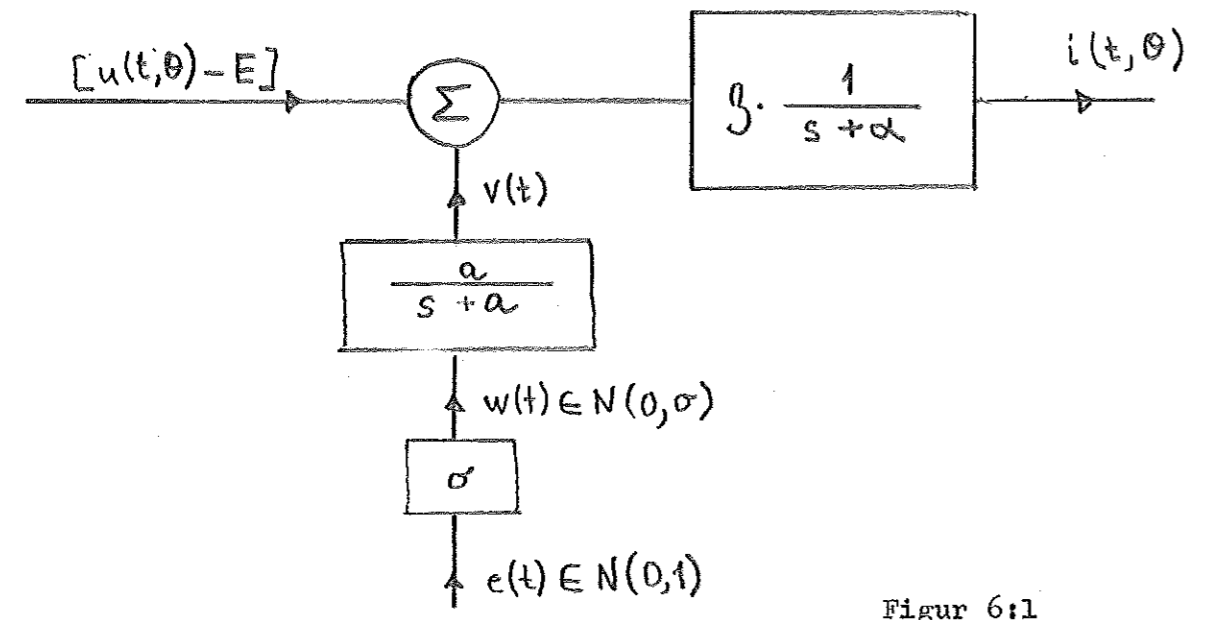
Om  $v(t)$  är vårt bandbegränsade brus och  $A_1 = -e^{-aT}$ , erhåller vi följande differensekvation för  $v(t)$ :

$$(6.2) \quad v(t) = -A_1 v(t-1) + \lambda_1 e(t), \quad \text{där } e(t) \in N(0,1).$$

Ur denna ekvation kan vi erhålla  $v(t)$ -s varians [3], som blir  $\frac{\lambda_1^2}{1-A_1^2}$ ;

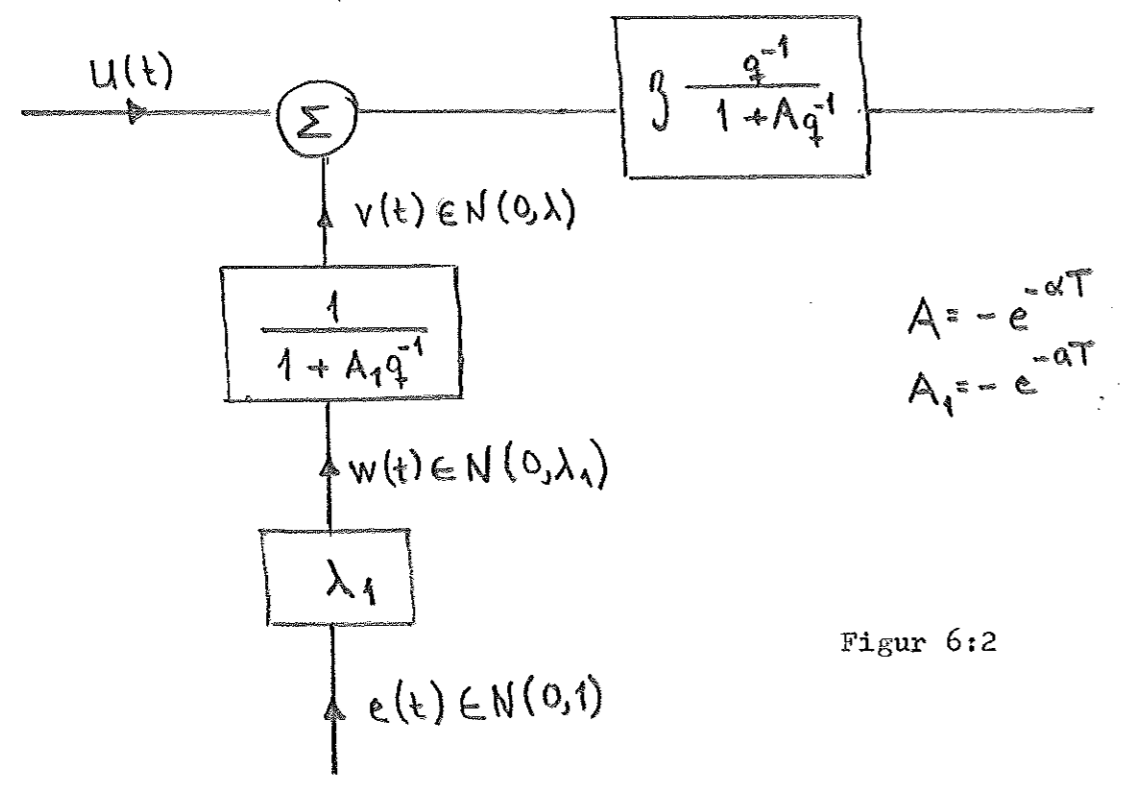
Om vi sätter  $v(t)$ -s varians lika med  $\lambda^2$ , dvs samma värde, på variansen, som den hade vid simuleringen med ofiltrerat

Det kontinuerliga systemet av 2:a ordningen.



Figur 6:1

Det samplade systemet av 2:a ordningen.



Figur 6:2



brus, definierat i ekvationerna (4.14) och (4.14b), får vi:

$$(6.3) \lambda_1^2 = \lambda^2 \cdot (1 - A_1^2),$$

det vill säga, att det ofiltrerade strömbuset, som motsvarar det bandbegränsade bruset, får en varians, som minskar med faktorn  $(1 - A_1^2)$ .

Det samplade systemet i figur 6:2 beskrivs med följande differensekvation:

$$(6.4) i(t) = \beta \cdot \frac{1}{1 + A_1 q^{-1}} U(t) + \frac{\beta \cdot \lambda_1}{(1 + A_1 q^{-1})(1 + A_1 q^{-1})} e(t)$$

Vi gör liknämning och får:

$$(6.5) [1 + (A + A_1)q^{-1} + AA_1q^{-2}] i(t) = \beta q^{-1} (1 + A_1 q^{-1}) U(t) + \beta \lambda_1 \cdot e(t);$$

Det blir alltså ett system av andra ordningen. Vi antar även nu, att det finns en fördröjning på ett steg i regulatorn. Enligt motsvarande resonemang som i avsnitt 4 för systemet av 1:a ordningen kommer ekv.(6.5) att omformas till:

$$(6.6) [1 + (A + A_1)q^{-1} + AA_1q^{-2}] i(t) = \beta q^{-2} (1 + A_1 q^{-1}) U'(t) + \beta \lambda_1 \cdot e(t)$$

Minimal-varians- strategin för ekv.(6.6) för styrning kring referensvärdet  $i_0$  ger som förut styrlagen:

$$(6.7) U'(t) = - \frac{(g_0 + g_1 q^{-1}) i(t) - i_0}{\beta (1 + A_1 q^{-1})(1 + f_1 q^{-1})};$$

där  $g_0$ ,  $g_1$ , och  $f_1$  identifieras med identiteten

$$(6.8) 1 \equiv [1 + (A + A_1)q^{-1} + AA_1q^{-2}](1 + f_1 q^{-1}) + q^{-2}(g_0 + g_1 q^{-1}), \text{ det vill säga}$$

$$f_1 = -(A + A_1)$$

$$g_0 = -(A + A_1) \cdot f_1 - A \cdot A_1 = (A + A_1)^2 - A \cdot A_1$$

$$g_1 = -A \cdot A_1 \cdot f_1 = A \cdot A_1 (A + A_1)$$

Styrlagen för ekvation (6.5) blir alltså med de framräknade koefficienterna insatta:

$$(6.9) \quad U(t) = - \frac{[(A+A_1)^2 - AA_1] + AA_1(A+A_1)q^{-1}}{\beta[1 - Aq^{-1} - A_1(A+A_1)q^{-2}]} i(t-1) - i_0$$

Strömmens minimala varians blir nu [3]:

$$(6.10) \quad V_{\min} = \beta^2(1 + f_1^2) \lambda_1^2 = \beta^2 [1 + (A+A_1)^2] \frac{\sigma^2}{2\alpha} [1 - A^2] [1 - A_1^2] =$$

$$= [1 + A^2 + A_1^2 + 2AA_1] \cdot \frac{\beta^2 \sigma^2}{2\alpha} [1 - A^2] [1 - A_1^2] =$$

$$= \frac{\beta^2 \sigma^2}{2\alpha} [1 - A^4] [1 - A_1^2] + \frac{\beta^2 \sigma^2}{2\alpha} [1 - A^2] [A_1^2 + 2AA_1] [1 - A_1^2] =$$

$$= \frac{\beta^2 \sigma^2}{2\alpha} [1 - A_1^2] [(1 - A^4) + (1 - A^2)(A_1^2 + 2AA_1)] =$$

$$= \frac{\beta^2 \sigma^2}{2\alpha} [1 - e^{-2\alpha T}] \left[ (1 - e^{-4\alpha T}) + (1 - e^{-2\alpha T})(e^{-2\alpha T} + 2e^{-(\alpha+q)T}) \right]$$

för  $\alpha \neq 0$ ; och

$$(6.11) \quad V_{\min} = [1 + (1+A_1)^2] \sigma^2 T [1 - A_1^2] \beta^2 =$$

$$= \sigma^2 T [2A_1 + A_1^2 + 2] [1 - A_1^2] \beta^2 =$$

$$= \sigma^2 T [e^{-2\alpha T} - 2e^{-\alpha T} + 2] [1 - e^{-2\alpha T}] \beta^2$$

för  $\alpha = 0$ ;

Betrakta ekvation (6.11). Vi skall med hjälp av den undersöka, hur storleken av  $V_{\min}$  förhåller sig i förhållande till det värde på  $V_{\min}$ , som erhöles i avsnitt 4.

Vi ser genast, att  $V_{\min} \rightarrow \frac{1}{2} \beta^2 T$ , då  $a \rightarrow \infty$  och således  $A_1 \rightarrow 0$ .

För att ta reda på, om  $V_{\min}$  för något  $A_1$  antar större värden än  $\frac{1}{2} \beta^2 T$ , bildar vi derivatan med avseende på variabeln  $A_1$ . Sedan bildar vi med hjälp av kedjeregeln derivatan med avseende på brytfrekvensen  $a$ , och studerar tecknet.

Derivatan med avseende på  $A_1$  blir

$$(6.12) \quad \frac{dV_{\min}}{dA_1} = \beta^2 T [2 - 2A_1 - 4A_1^3 - 6A_1^2] ; \quad A_1 < 0$$

Eftersom  $2 - 2A_1 - 4A_1^3 > -2A_1 + 4A_1^2 > -6A_1^2$  är denna derivata alltid positiv.

Då är  $\frac{dV_{\min}}{da} = \frac{dV_{\min}}{dA_1} \frac{dA_1}{da} = -a(-e^{-aT}) \frac{dV_{\min}}{dA_1} > 0$  för alla  $a$ , dvs funktionen  $V_{\min}$  är strängt växande med avseende på  $a$  med gränsvärdet  $\frac{1}{2} \beta^2 T$ , som då också är funktionens supremum.

Analysen behöver bara göras för  $\alpha = 0$ , eftersom  $A$  alltid ligger mycket nära  $-1$ .

### 7. Simulering av 2:a ordningens system på datamaskin.

Ljusbågen, framställd som ett andra ordningens system, simulerades på datamaskin på samma sätt, som i avsnitt 5. Brytfrekvensen  $a$  varierades och resultatet av styrningen registrerades. Dataprogrammet för simuleringen redovisas som en bilaga efter denna rapport.

Om man jämför med resultatet i avsnitt 5, så har styrningen avsevärt förbättrats. Förlustfunktionen minskar ju enligt analysen sist i avsnitt 6 med minskat  $a$ . Detta innebär emellertid inte, att man kan styra systemet med större brusvarianser än i avsnitt 5. Nu märker man, att den strömvarians, som uppstår vid  $\sigma = 5$  V, är omöjlig att styra ut. Detta gick vid simuleringen med ett 1:a ordningens system. Varför det nu inte går, kan man enkelt förklara med följande:

Storleken på det inkommande brusets variation bestäms av  $\lambda$ , som vi antagit samma här, som i avsnitt 5, och inte av  $\lambda_1$ . Därigenom blir storleken på utstyrningen i regulatorn samma i båda fallen, eftersom den måste styra ut lika stora amplituder i bruset. Nu, när bruset dessutom har en lågfrekvent karaktär, är det vid bibehållet större chans, att det blir många höga strömpulser med samma tecken under flera på varandra följande samplingsintervall. Genom att regulatorn har begränsat utstyrningsområde, blir den mättad, om strömpulsen från bruset är för stor, det vill säga, att regulatorn styr inte ut hela pulsen. Om det nu kommer en tillräckligt lång serie sådana negativa strömpulser, slocknar ljusbågen. Om det däremot kommer en tillräckligt lång serie höga positiva strömpulser, blir ljusbågen instabil. Instabiliteten verkar enligt simuleringarna inträffa, då strömmen stiger mer än  $2 \cdot i_0$ .

Vid dessa tester av den maximalt största tillåtna brusvariansen på systemet, visade det sig, att man erhöll absolut maximum på det tillåtna värdet på  $\sigma$ , om man definierade  $\hat{u}$  ur ekvation (4.11), dvs man gjorde inga justeringar.

Testen av det maximalt tillåtna spänningsvariansen gjordes för brytfrekvensen  $\omega = 30$  Rad/s med steg på 0.5 V på  $\sigma$ -värdet. Då erhöles  $\sigma = 3.5$  V som största tillåtna värde.

Man märker omedelbart vid simuleringarna, att startegenskaperna, det vill säga stegsvaret, försämras med minskande  $\omega$ . Detta har sin förklaring i att för små  $\omega$  kommer ekvation (6.4) att i nämmaren ha ett nollställe, som närmar sig enhetscirkeln [2]. Stegsvaret är för olika värden på  $\omega$  uppritade i figur 7:1. Dessutom är där inlagt stegsvaret för 2:a ordningens system, styrt med en 1:a ordningens styrlag.

I tabell 7:2 redovisas resultaten, erhållna vid simuleringen av ett 2:a ordningens system med minimal-variensstyrning. Parametrarna har hela tiden varit:

$E = 560$  V,  $T = 1/300$  s,  $\alpha = -30$  s/H,  $\beta = 100$  l/H,  $\sigma = 1$  V och således  $\beta \cdot \lambda = 6.075$  A.

Endast den nya parametern  $\omega$  har varierats.

I tabell 7:2 märker vi en underlighet för  $\omega = 1000$  Rad/s. Värdet på  $V_{\min}$  är större för detta värde på  $\omega$  än för  $\omega = \infty$ . Enligt analysen i slutet av avsnitt 6 är detta fel och det måste ha uppstått i datamaskinen vid beräkningen av de små exponentilafunktioner, som det här är frågan om. Värdet medtages dock, eftersom det inte skiljer sig nämnvärt från gränsvärdet då  $\omega \rightarrow \infty$ .

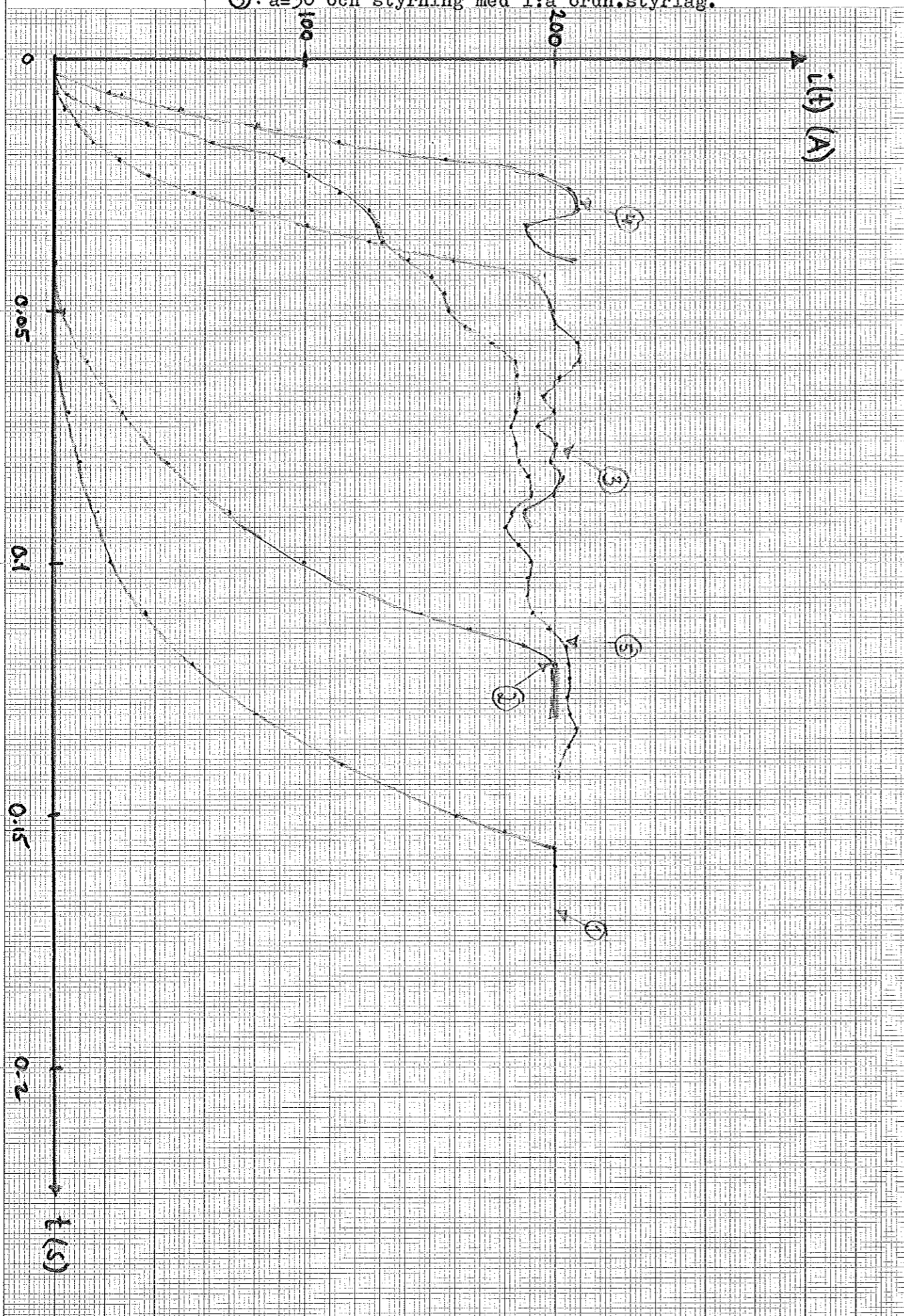
Enligt de genomförda simuleringarna ser vi, att om  $\omega > 1000$  Rad/s kan man behandla systemet som ett system av första ordningen.

Systemet av 2:a ordningen har även styrts med en 1:a ordningens styrlag för olika  $\omega$ . Med samma parametrar som för minimal-variensstyrningen, erhöles resultat, som redovisas i tabell 7:3. Observera att  $V_{\text{medel}}$  är experimentellt bestämd ur förlustfunktionen, det vill säga, att den är större än den teoretiskt minsta förlusten vid ovanstående styrstrategi. För  $\omega = \infty$  är t.ex. den teoretiskt minsta variansen ju lika med  $81.97$  A<sup>2</sup>/steg.

Figur 7:1

Stegsvar för olika värden på a

- ①: a=0.3, ②: a=1.0, ③: a=30, ④: a=1000.
- ⑤: a=30 och styrning med 1:a ordn.styrlag.



$\alpha$ (Rad/s)	Stegsvar (samplingsintervall)	$V_{min}$ ( $A^2$ )	$\sqrt{V_{min}}$ (A)	$\beta \cdot \lambda_1$ (A)
0.3	47	0.4002	0.6326	0.2715
1.0	36	1.328	1.149	0.4952
10.0	19	12.60	3.550	1.543
30.0	13	33.71	5.806	2.586
100.0	12	77.54	8.805	4.237
1000.0	7	84.82	9.210	6.071
$\infty$	7	81.97	9.054	6.075

Tabell 7:2

$\alpha$ (Rad/s)	Stegsvar (samplingsintervall)	$V_{medel}$ ( $A^2$ )	$\sqrt{V_{medel}}$ (A)
10.0	138	182.0	13.53
30.0	35	160.0	12.65
100.0	14	175.0	13.23
1000.0	7	113.2	10.64
$\infty$	7	114.6	10.71

Tabell 7:3

$\alpha$ (Rad/s)	Stegsvar (samplingsintervall)	$V_{medel}$ ( $A^2$ )	$\sqrt{V_{medel}}$ (A)
10.0	19	17.1	4.14
30.0	13	47.6	6.90
100.0	12	125.0	11.18
1000.0	7	250.0	25.0
$\infty$	7	115.0	10.72

Tabell 7:4

Styrningen har också utförts med ett  $a$ , som är mindre än det riktiga. En styrstrategi med  $a_1 = (1/100) \cdot a$  gav simuleringsresultat, som är edovisade i tabell 7:2.

Vi ser direkt ur tabellerna, att  $V_{\text{medel}}$  i allmänhet antar ett värde, som är mindre än  $10 \cdot V_{\text{min}}$ . Detta gäller, om inte  $a$  är alltför litet. Styrning med minimal varians ger alltså i allmänhet ett värde på variansen, som är av samma storleksordning som den varians man får, om man inte bestämmer  $a$  exakt. Det är alltså inte så viktigt att exakt känna  $a$ . En grov uppskattning räcker i allmänhet.

I figur 7:5 är förlustfunktionerna för några simuleringar uppritade.

Även systemet av 2:a ordningen, styrt med minimal-variansstyrlag, är mycket känsligt för okända stegändringar i motemkn. Detta system tål inte ens en ändring på 5 %. Vid kortslutning ökar även i detta fallexponentiellt och enormt snabbt, om man bibehåller  $R_1$  negativ. Om man däremot sätter  $R_1$  större eller lika med noll i kortslutningsögonblicket erhålles ett liknande resultat som i avsnitt 5. I figur 7:6 är kortslutningsförloppet uppritat för några olika värden på  $R_1$ .

Även här antar strömmen snabbt ett gränsvärde för fysikaliskt rimliga värden på  $R_1$  efter kortslutningsögonblicket.

Systemets dåliga styregenskaper kan avsevärt förbättras genom att man ökar regulatorns utstyrningsområde tillräckligt mycket. Utan någon ändring av utstyrningsområdet och för parametererna  $E = 560 \text{ V}$  blir  $\hat{u} = 427.91 \text{ V}$  och styrvariabeln  $U(t)$  kan variera mellan  $\pm 0.5179 \text{ A} \cdot \text{H}$ , vilket innebär  $\pm 51.79 \text{ A}$  för  $L = 0.01 \text{ H}$ . Dessa värden varierar obetydligt med  $\alpha$ . En utökning av utstyrningsområdet har vid simuleringarna gjorts genom att öka värdet på  $E$ . Vid  $E' = 8 \cdot E$  styrde regulatorn till exempel ett brus med  $\sigma = 8 \text{ V}$  utan att strömmen någon gång blev noll eller ökade utanför regulatorns möjligheter att styra ut den. Naturligtvis kan man inte ändra en motemk hos en ljusbåge, ty det är en karakteristisk konstant, men man kan

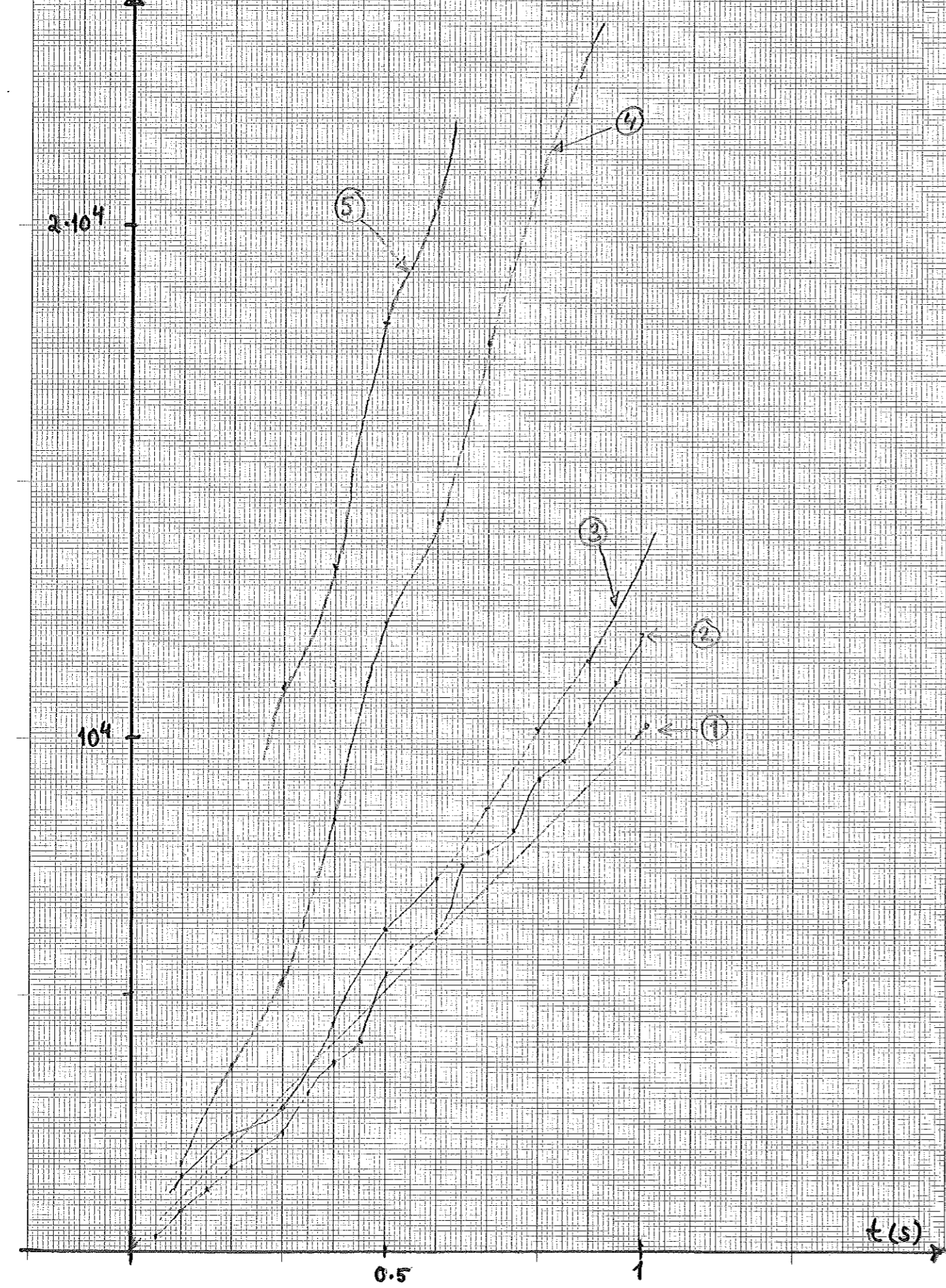


Figur 7:5

Förlustfunktioner

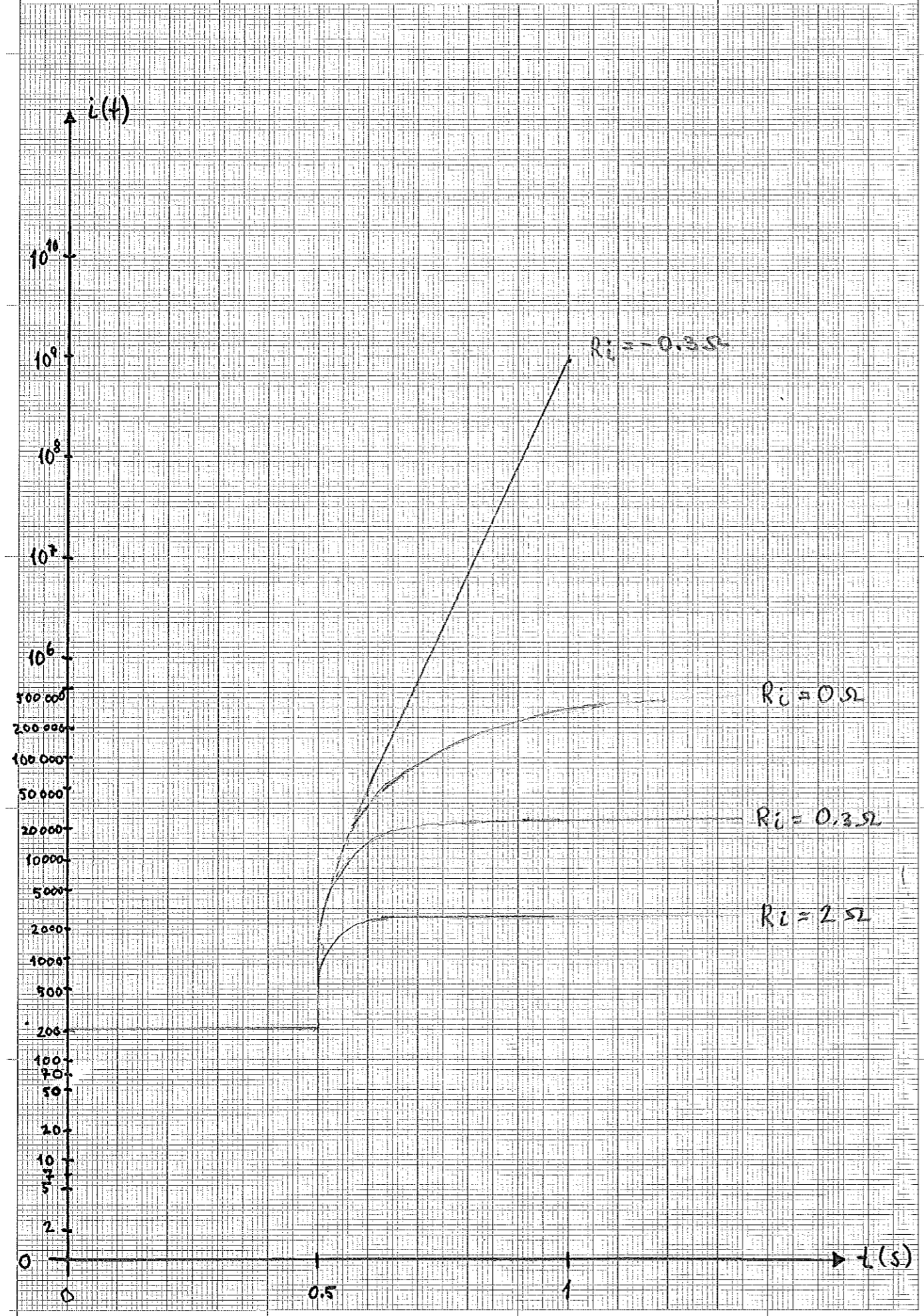
- ①: Teoretisk kurva,  $a=30$
- ②: simulerad kurva,  $a=30$
- ③: simulerad kurva,  $a=30$ , styrning med  $a=0.3$
- ④: simulerad kurva,  $a=100$
- ⑤: simulerad kurva,  $a=30$ , styrning med 1:a ordn. styrlag.

$Z(i(t)-i_0)^2 (A^2)$



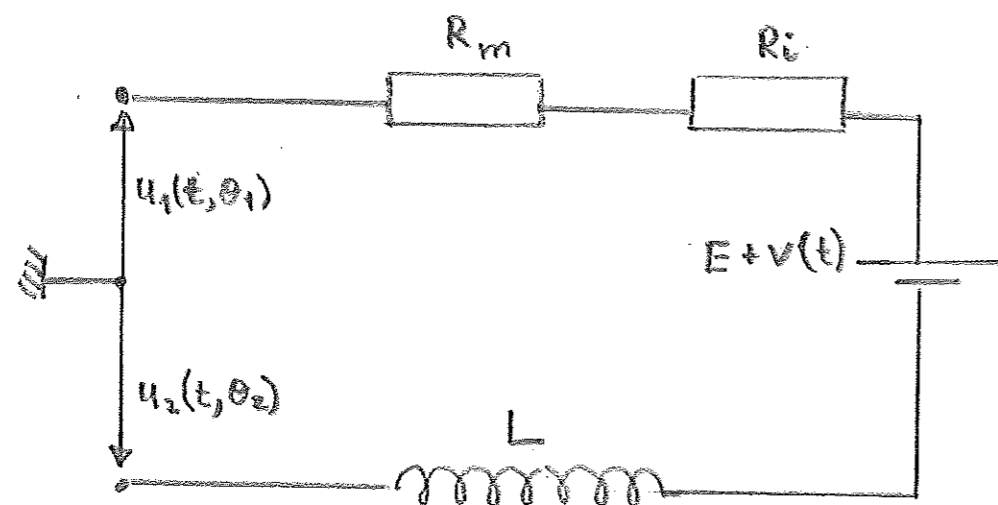
Figur 7:6

Kortslutningsförlopp för 2:a ordningens system. Observera log-skala på i-ax.



till exempel låta ljusbågen drivas av två motpolade tyristorbryggor med tillräckligt höga toppspänningar och där tändvinklarna skall kunna regleras i intervallet  $0 - 5\pi/6$  med  $\theta = 0$  som i figur 4:2. En sådan alternativ koppling är uppritad i figur 7:7.

Då det oberoende av regulatorns begränsade utstyrningsområde visar sig, att strömmens varians blir väl stor vid de använda värdena på parametrarna, kommer i nästa avsnitt sambandet mellan  $L$ ,  $R_i + R_m$  och  $V_{min}$  bestämmas, för att man eventuellt genom en justering skall kunna minska  $V_{min}$ .



Figur 7:7

8. Undersökning av sambandet mellan strömvariansen, totalresistansen och kretsinduktansen.

Ett dataprogram skrevs för att räkna ut variansen för de öppna och slutna systemen av 1:a ordningen, de öppna och slutna systemen av 2:a ordningen och systemet av 2:a ordningen styrt med 1:a ordningen styrlag. Resultaten åskådliggörs i figurerna 8:1, 8:2, 8:3, 8:4, 8:5 och 8:6. Programmet är redovisat som en bilaga till denna rapport.

Man märker ett kraftigt L-beroende och ett avsevärt svagare R-beroende hos de slutna systemen.

I försöken med 2:a ordningens system har man i enlighet med avsnitt 6, ekv. (6.3) multiplicerat det inkommande vita brusets med faktorn  $\sqrt{(1-e^{-2aT})}$ , för att strömvariansen skall bli lika i båda fallen av 1:a och 2:a ordningens system. Därför har variansaxlarna kunnat graderas i  $A^2/V^2$ , dvs. axlarna i ovannämnda figurer beror endast av det inkommande spänningsbrusets varians och dess brytfrekvens. Därvid behöver man endast multiplicera de avlästa strömvariansvärdena i figurerna med den aktuella spänningsvariansen för att direkt kunna få den väntade strömvariansen.

Variansen för de slutna systemen bestämdes direkt ur minimal-varians-styrlagarna. De andra varianserna bestämdes ur sambandet [3]

$$(8.1) \text{ Variansen} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{Q}{P} \cdot \frac{dq}{q}$$

P och Q är polynom i q och definieras ur sambanden:

$$(8.2) A i(t) = B U(t) + C e(t)$$

$$(8.3) U(t) = (D/F) i(t)$$

$$(8.4) P i(t) = Q e(t)$$

Ur ekvationerna ovan erhålles  $Q = C \cdot F$  och  $P = F \cdot A + B \cdot D$ .

Då blir vid beräkning av variansen för

öppna systemet av 1:a ordningen:  $\frac{Q}{P} = \frac{C_0 \cdot q}{q + A}$

öppna systemet av 2:a ordningen:  $\frac{Q}{P} = \frac{C_0 \sqrt{(1-A_1^2)} \cdot q}{q^2 + (A+A_1)q + A \cdot A_1}$

systemet av 2:a ordningen, styrt med 1:a ordningens styrlag:  $\frac{Q}{P} = \frac{C_0 \sqrt{(1-A_1^2)}(q-A)}{q + A_1}$

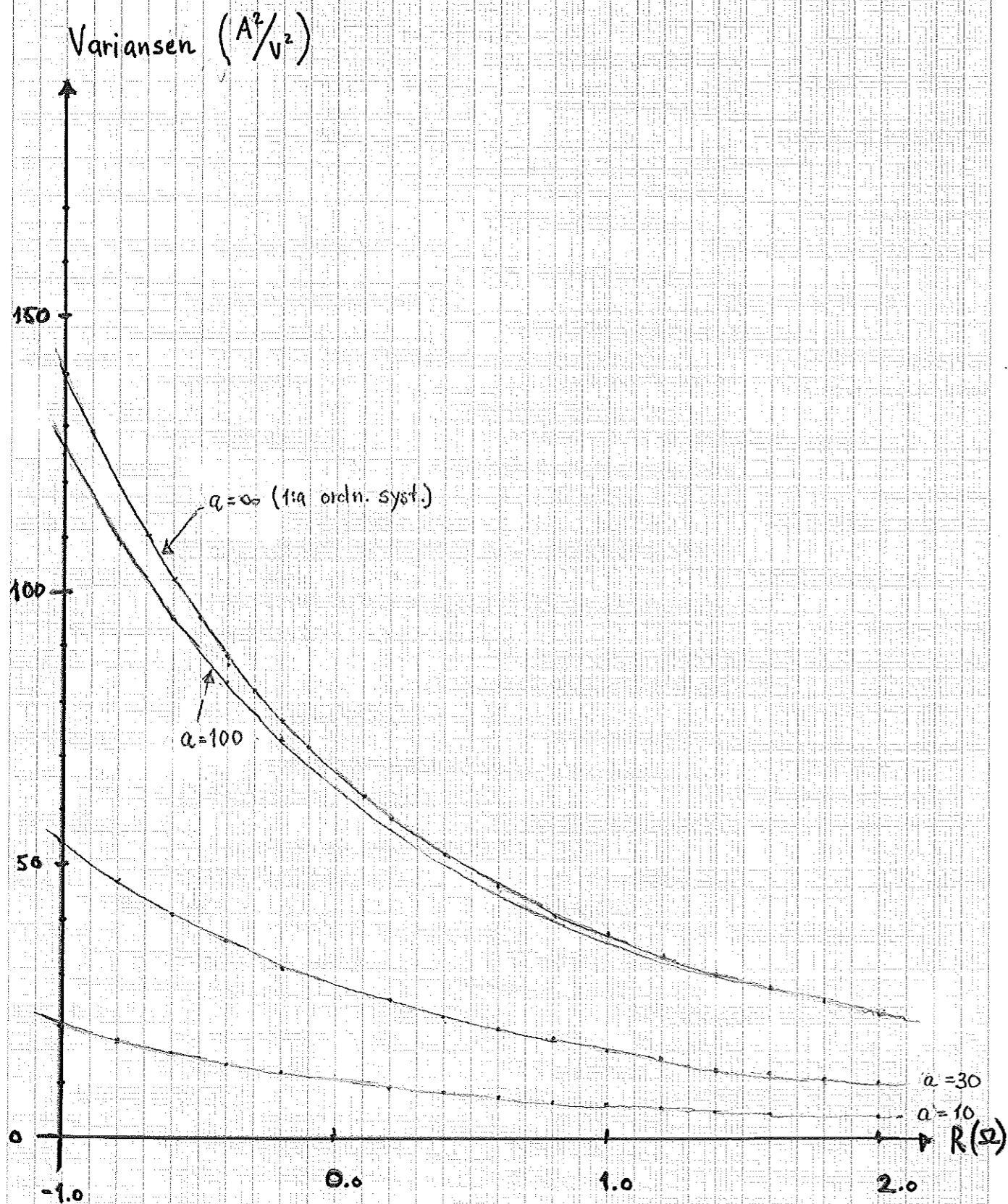
A och  $A_1$  definieras här samma som i de andra avsnitten.

Som förut nämnts, kan man i figurerna 8:1 till och med 8:6 direkt avläsa variansen i strömmen i varje enskilt fall och därigenom kunna välja sina parametrar L och R så, att strömmen kommer att vara begränsad av ett intervall, som man som förut bör välja i storleksordningen  $2 \cdot \left\{ i_0 - 3 \sqrt{\text{Variansen}} \right\}$  där  $i_0$  är strömmens medelvärde.

Figur 8:1

Variansen för det slutna systemet av 2:a ordn.,  
som funktion av R.

$$L = 0.01 H.$$

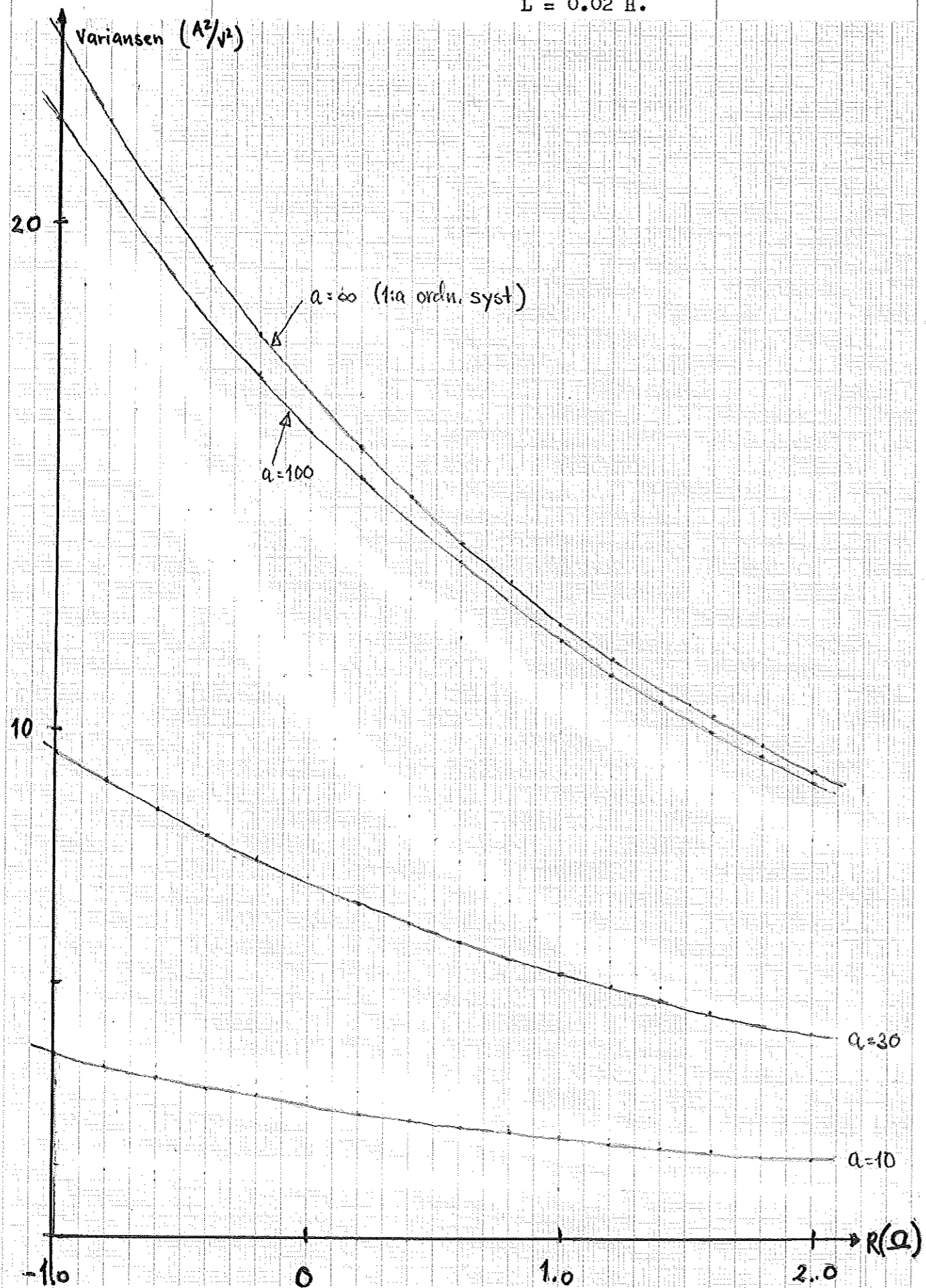


Figur 8:2

Variansen för det slutna systemet av 2:a ordn.

som funktion av R.

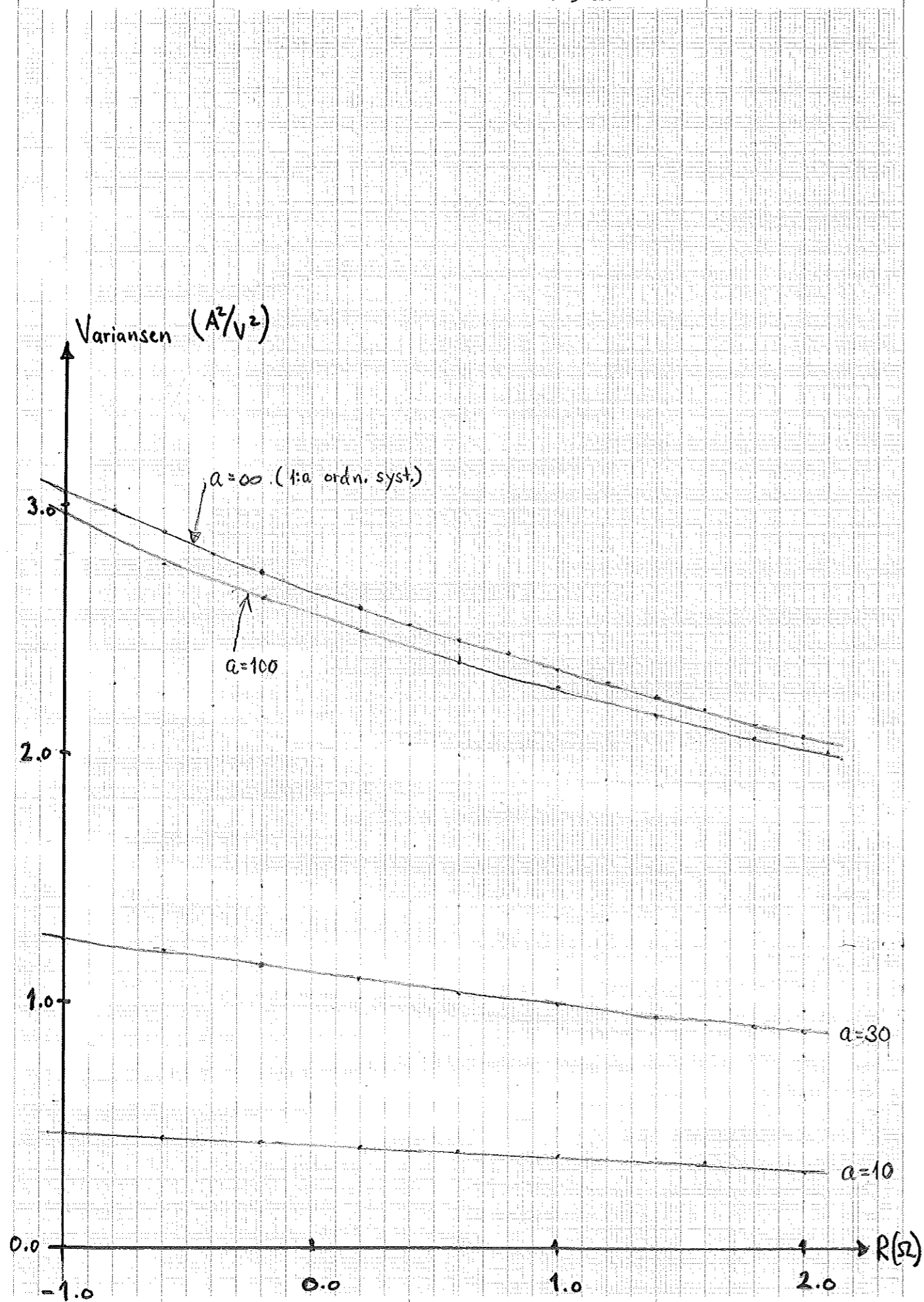
$L = 0.02 H.$



Figur 8:3

Variansen för det slutna systemet av 2:a ordn.  
som funktion av R.

$L = 0.05 H.$

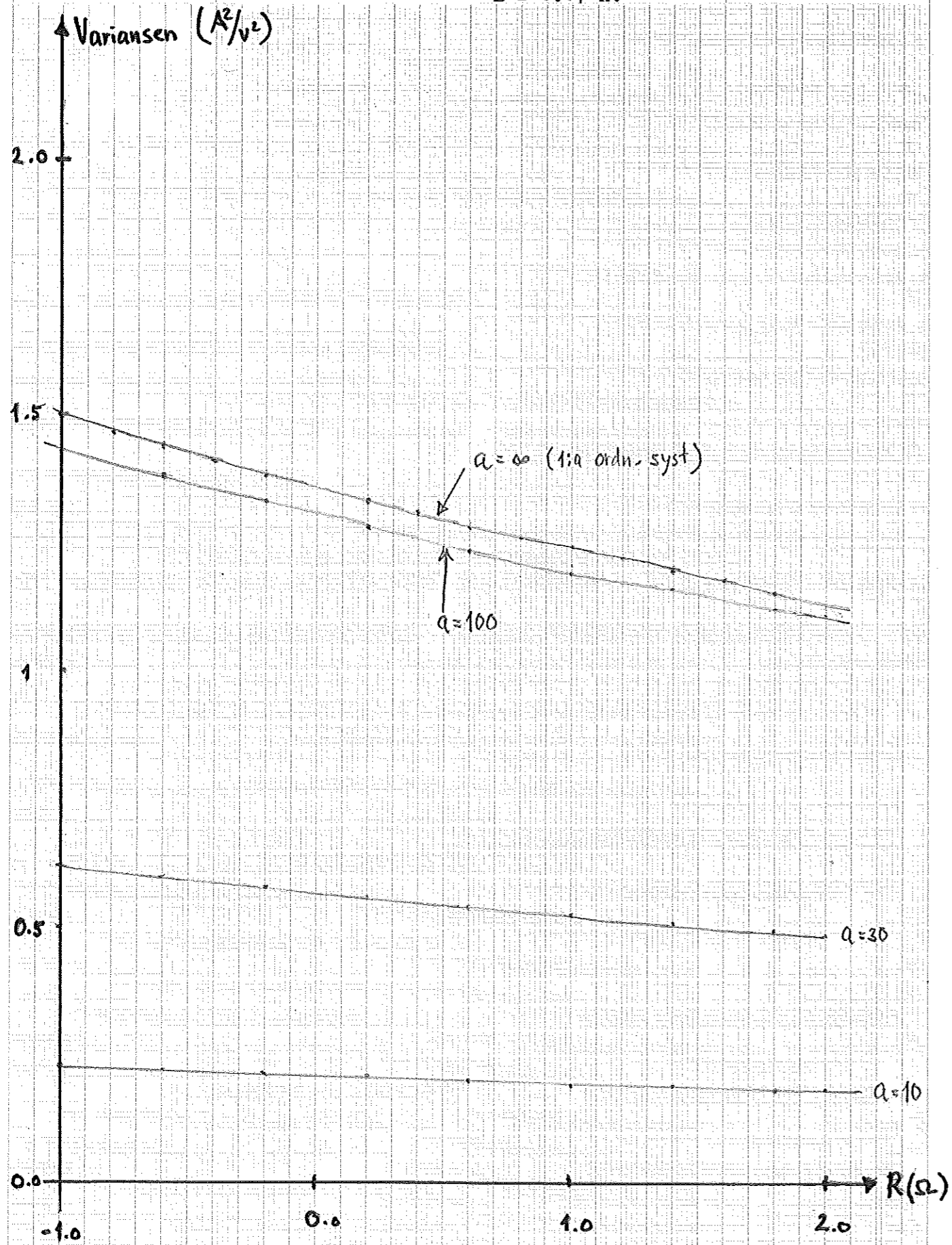




Figur 8:4

Variansen för det slutna systemet av 2:a ordn.  
som funktion av  $R$ .

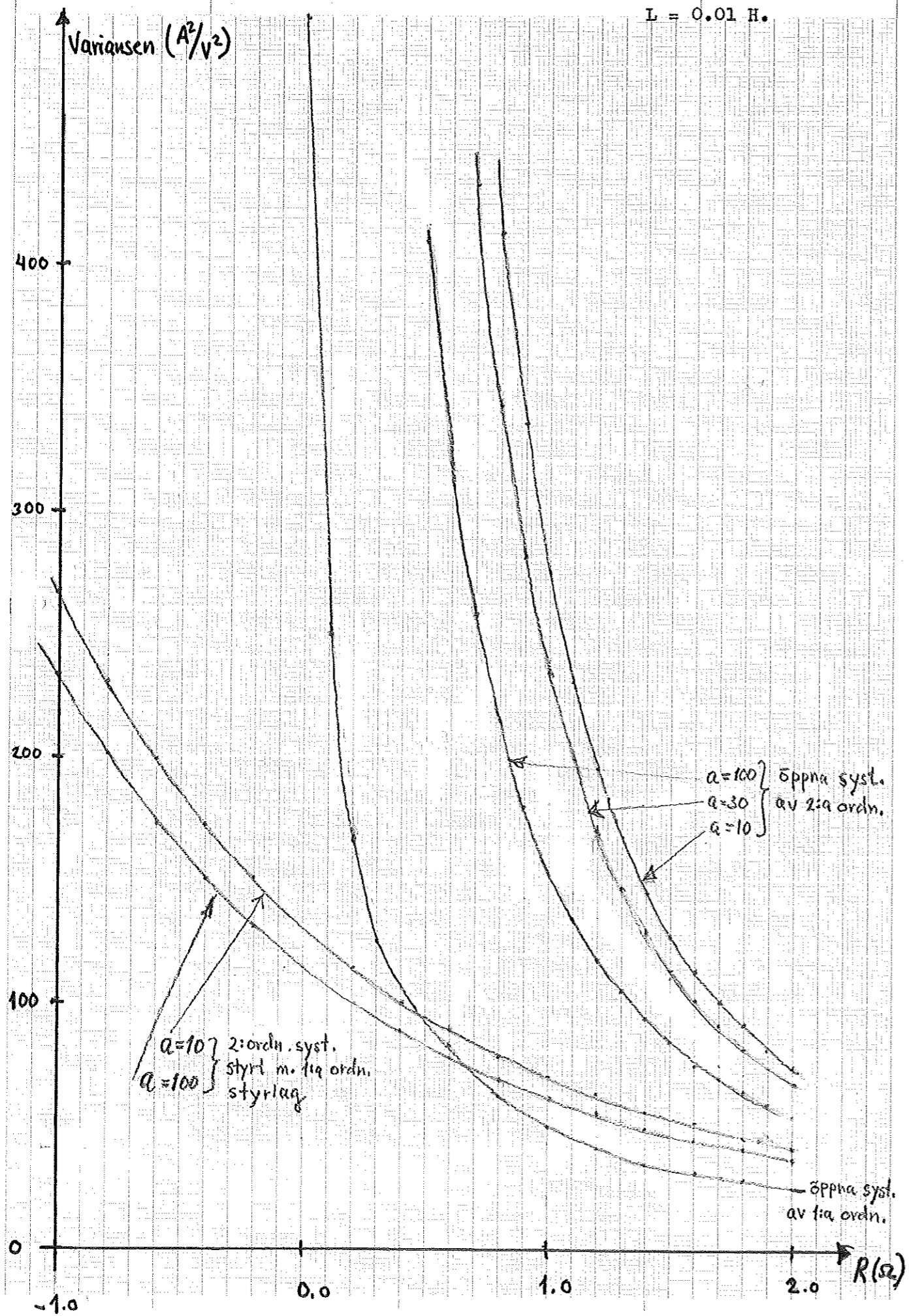
$L = 0.07 H.$



Figur 8:5

Varianser för de öppna systemen och för 2:a ordn. syst. styrt med 1:a ordn. styrlag som funktion av R.

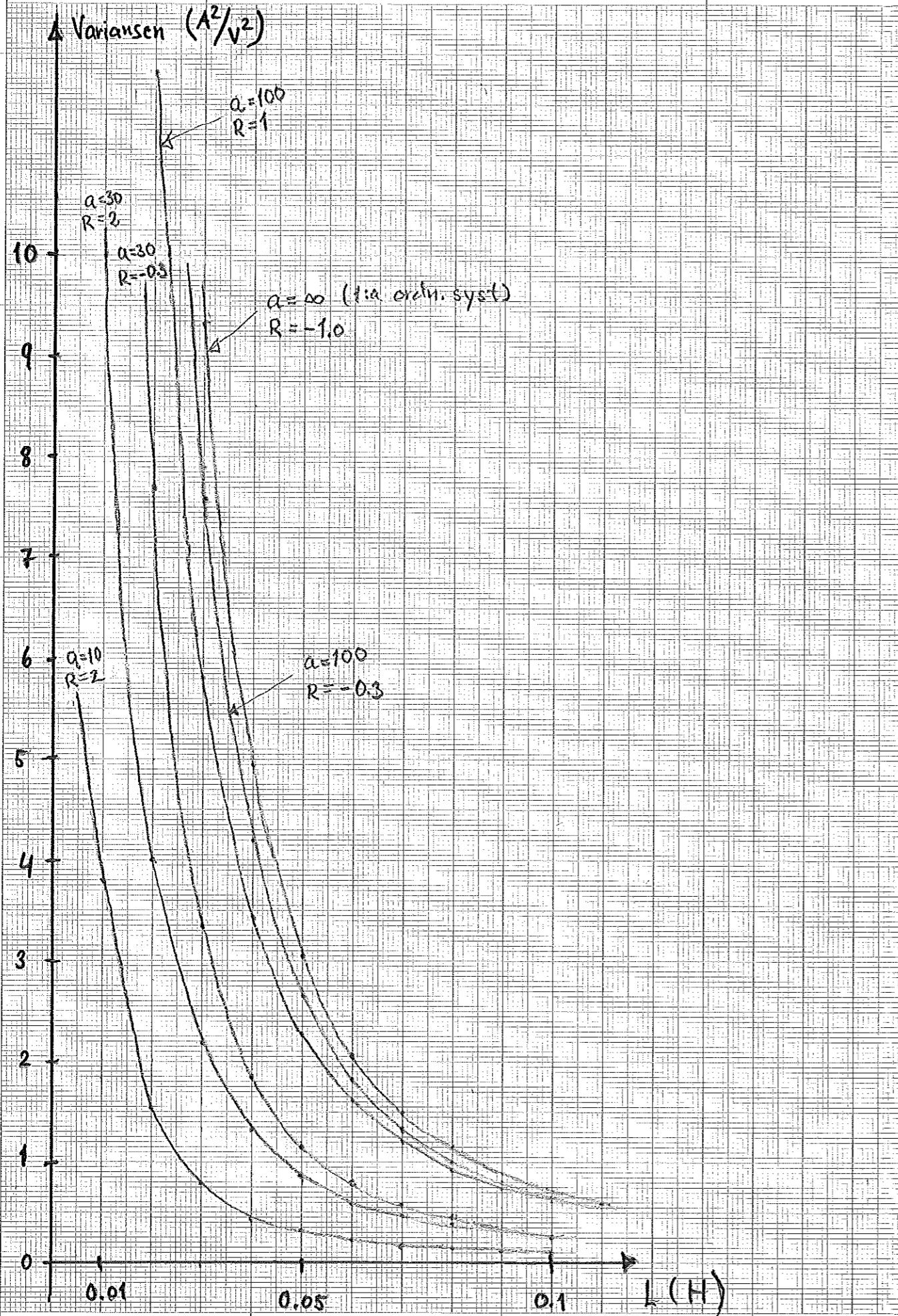
$L = 0.01 H.$



Figur 8:6

Variansen för det slutna systemet av 2:a ordn.

som funktion av L för olika värden på R.



### 9. Sammanfattning och analys av resultaten.

Det starka induktansberoendet, som åskådliggjörs i figur 6:6, visar, att vid en sådan här typ av styrning bör man hålla kretsinduktansen relativt högt och högst omkring 0.03 H. Ökningar över 0.1 H av induktansen ger emellertid liten eller mycket liten vinst.

Ändringar i kretsresistansen påverkar resultatet mycket litet, och man kan inte avsevärt förbättra vinsten genom små ökningar av denna. Därför bör den hållas så låg som möjligt.

Ändringar av induktansen ger inte någon ändring i regulatorns utstyrningskapacitet. Visserligen minskar strömmens standardavvikelse med minskat  $\xi$ , men utstyrningsområdet minskar med samma faktor, så förhållandet däremellan blir oförändrat. Därför kan man med ovanstående metod och med bibehållet och av den karakteristiska parametern E begränsat utstyrningsområde endast räkna att styra ut brus på motemkn E i storleksordningen något eller några volt, oberoende av parametrarna R och L. Om däremot utstyrningsområdet ökas avsevärt med någon metod, som är oberoende av  $\xi$ , kan man med lämpligt val av parametrarna komma ner i en varians i strömmen, som är mindre eller betydligt mindre än  $1 \text{ A}^2 / \text{V}^2$ . Därför bör man i första hand sträva efter att använda en sådan typ av spänningskälla för driften, så att i denna utstyrningsområdet kan utökas oberoende av det påkoppade systemet. Detta kan uppnås genom att t.ex. använda den typ av drift, som skisseras i figur 7:7.

Simulering av systemet bekräftar dessa påståenden. T.ex. gav en simulering med ökat utstyrningsområde för regulatorn (man satte  $E' = 20 \cdot E$ ) och med  $L = 0.08 \text{ H}$ ,  $R = -0.3 \Omega$  och  $a = 30 \text{ Rad/s}$  en varians i strömmen på  $279.4 \text{ A}^2$ , som innebär en strömstandardavvikelse på 16.72 A, då bruset på motemkn hade en standardavvikelse på 25 V.

10. Referenser.

- [1] Åström: Reglerteori. Almqvist o. Wiksell (1966)
- [2] Åström: Reglerteknik, samplade system. Föreläsningar vid LTH. TLTH/VBV (1971)
- [3] Åström: Reglerteknik, stokastiska system. TLTH/VBV (1971)

11. Bilagor.

Bilaga 1: Program för simulering av en ljusbåge i  
ett 2:a ordningens samplade system med  
störning av ett brus med varierbar brytfrekvens.  
(FORTRAN)

Bilaga 2: Program för uträkning av varianser för olika  
styrstrategier.  
(FORTRAN)

PROGRAM FÖR SIMULERING AV EN LJUSBÄGE, SOM ÄR STRÖMFÖRSÖRJD AV  
EN TYRISTÖRFULLBRYGGA OCH SOM STYRS AV TYRISTÖRERNAS TÄNDVINKEL.

AL= KRETSRESISTANSEN/KRETSINDUKTANSEN. (OHM/HENRY)

BETA= 1/KRETSINDUKTANSEN. (1/HENRY)

FR= NÄTSPÄNNINGENS FREKVENNS. (SVÄNGNINGAR/SEK)

FI= TYRISTÖRERNAS TÄNDVINKEL. (RADIANER)

IDEL+1= ANTALET LAGRADE VÄRDEN AV STYRVARIABELN U SOM  
FUNKTION AV FI.

E= LJUSBÄGENS MOTEMK. (VOLT)

V= STANDARDAVVIKELSEN AV BRUSET PÅ E. (VOLT)

JS= TÄNDVINKELNS STARTPUNKT. ( $JS * \pi / 3 / IDEL =$  TÄNDVINKELNS  
STARTVÄRDE I RADIANER)

INOLL= STRÖMMENS ÖNSKADE VÄRDE. (AMPERE)

NO= ANTALET SIMULERADE SAMPLINGSTIDPUNKTER.

IS= STRÖMMENS STARTVÄRDE. (AMPERE)

AM= EN PALAGD COSINUSSTÖRNINGS TOPPVÄRDE. (VOLT)

X= EN PALAGD COSINUSSTÖRNINGS FREKVENNS. (SVÄNGNINGAR/S)

H= STEGFÖRÄNDRING AV E. ( $H * E$  ÄR STEGFÖRÄNDRINGEN I VOLT)

AP= BRUSETS BRYTFREKVENNS. (RADIANER/SEK)  
VITT BRUS ERHÄLLES OM  $AP = 300000$ .

UTAK= NÄTSPÄNNINGENS TOPPVÄRDE. (VOLT)

F0= ADDERAD FÖRLUST. (AMPERE\*\*2)

LAMDA= STRÖMMENS STANDARSAVVIKELSE. (AMPERE)

VMIN= MINIMAL VARIANS PER STEG. (AMPERE\*\*2)

```

REAL LAMDA
DIMENSION B(6),C(6),D(6),FIL(101),RIL(101),UOL(101)
FUNK(F,G,S)=EXP(-AL*S)*((F*OM-G*AL)*SIN(OM*S)-(F*AL+G*OM)*COS
1(OM*S))/(AL**2+OM**2)
READ 7,AL,BETA,FR,IDEL,E, V,IS,INOLL,NO
7 FORMAT(F10.5,F10.5,F10.5,I10,F10.5,F10.5 /I10,I10,I10)
READ 84,JS
84 FORMAT(I10)
READ 87,AM,X,H
87 FORMAT(3F10.5)
READ 89,AP
89 FORMAT(F15.5)
PRINT 88,AP
88 FORMAT(5X,12HBRYTFREKV = ,E12.4)
PI=3.141593
OM=2*PI*FR
OV=2*PI*X
OF=OM

C
C
C HÄR RÄKNAS STYRVARIABELN U UT OCH LAGRAS SOM FUNKTION AV FI.
DFI=PI/3./IDEL
FI=0.
M=IDEL+1
IF(AL)23,24,23
24 P=-E*PI/3/OM
GO TO 26
23 P=E/AL*(EXP(-AL*PI/3/OM)-1.)
26 DO 200 J=1,M
B(1)=0
B(2)=(PI/3.-FI)/OM
B(4)=PI/3./OM
C(1)=1.5
C(2)=1.5
C(4)=0.
D(1)=SQRT(3)/2.
D(2)=D(1)
D(4)=2*D(1)
C(3)=0.
D(3)=D(4)
IF(PI/6.-FI)40,50,50
50 B(3)=B(2)
N=4
GO TO 60
40 B(3)=B(4)/2.
B(5)=B(2)
B(6)=B(3)
C(5)=0.5
C(6)=0.5
D(5)=D(1)
D(6)=D(1)
N=6
60 R=0.
DO 100 I=1,N
R=R+FUNK(C(I),D(I),B(I))*(-1)**I
100 CONTINUE
FIL(J)=FI
UOL(J)=R
FI=FI+DFI
200 CONTINUE
UTAK=-P*2/(UOL(1)+UOL(M))
DO 300 K=1,M
RIL(K)= UTAK*UOL(K)+P
300 CONTINUE

```



```
PRINT 5,AL,BETA,FR,E,UTAK,V,IS,INOLL,NO
5 FORMAT(5X,7HALFA = ,F9.1/5X,7HBETA = ,F6.0/5X,8HFREKV = ,F6.0/
15X,9HMOTEMK = ,F6.0/5X,7HUTAK = ,F8.2/5X,15HBRUSSTANDAVV = ,F9.4/
15X,9HSTARTV = ,I6 /5X,8HSLUTV = ,I6 /
15X,13HSAMPLANTAL = ,I6)
FIS=FIL(JS)
U1=RIL(JS)
U2=RIL(JS)
T=0
F0=0
SV=0.
ST1=15
ST2=15
ST3=15
NODD=19
A=-EXP(-AL*PI/3/OM)
A1=-EXP(-AP*PI/3/OM)
LAMDA=V*SQRT((1-EXP(-2*AL*PI/3/OM))/2/AL)*BETA
IF(AL)58,59,58
59 LAMDA=V*SQRT(PI/3/OM)*BETA
58 CONTINUE
LAMDA=LAMDA*SQRT(1-A1**2)
PRINT 6,A,LAMDA
6 FORMAT(5X,4HA = ,E12.4/5X,8HLAMDA = ,E12.4////)
PRINT 1,A1
1 FORMAT(5X,5HA1 = ,E12.4)
VMIN=(1+(A+A1)**2)*LAMDA**2
PRINT 3,VMIN
3 FORMAT(///5X,7HVMIN = ,E12.4//)
PRINT 8
8 FORMAT(5X,8HSAMPLTID,7X,5HSTROM,5X,12HSTYRSPANNING,8X,
110HTANDVINKEL,10X,15HFÖRLUSTFUNKTION,8X,4HBRUS//)
```

```
DO 500 KA=1,NO
C
C HÄR BESTÄMS STYRVARIABELN U MED MINIMAL VARIANSSTYRLAG.
U=A*U2+A1*(A+A1)*U1-(((A+A1)**2-A*A1)*ST2+A*A1*(A+A1)*ST1-INOLL)/
1BETA
C
F0=F0+(INOLL-ST2)**2
PRINT 9,T,ST2,U2,FIS,F0,SV
9 FORMAT(4X,F9.6,E12.4,5X,E12.4,8X,F10.6,10X,E15.7,E12.4)
C
C HÄR BESTÄMS TÄNDVINKELN FIS UR INVERSEN PÅ DE LAGRADE U-VÄRDENA.
IF(U-RIL(1))19,19,17
17 FIS=0.
U=RIL(1)
GO TO 56
19 DO 20 L=1,M
LA=L
IF(U-RIL(L))20,30,30
20 CONTINUE
U=RIL(LA)
FIS=FIL(LA)
GO TO 56
30 FIS=(RIL(LA-1)-U)/(RIL(LA-1)-RIL(LA))*(FIL(LA)-FIL(LA-1))
1+FIL(LA-1)
C
56 T1=T
T=KA*PI/3/OM
C
C SUBROUTINEN NODI(NODD,EV) GENERERAR VITT BRUS. NODD ÄR ETT UDDA
C TAL OCH EV ÄR DEN STOKASTISKA VARIABELN, SOM TILLHÖR N(0,1).
CALL NODI(NODD,EV)
C
SV=LAMDA*EV
OM=OV
C
C SS ÄR DEN STÖRNING I STRÖMMEN (AMPERE), SOM FÖRORSAKAS AV EN
C COSINUSSTÖRNING PÅ E (VOLT).
SS=AM*(FUNK(COS(T*OV),SIN(T*OV),PI/3/OF)-FUNK(COS(T1*OV),SIN(T1
1*OV),0.0))
C
OM=OF
STR=-(A+A1)*ST3-A*A1*ST2+BETA*U+BETA*A1*U2+LAMDA*EV
ST1=ST2
ST2=ST3
ST3=STR
ST3=ST3+BETA*SS
C
C OM H HAR ETT VÄRDE SKILT FRÅN NOLL, INNEBÄR FÖLJANDE KORT,
C ATT STEGFÖRÄNDRINGEN AV E KOMMER IN EFTER HALVA SIMULERINGSTIDEN.
C VILL MAN SIMULERA STEGFÖRÄNDRINGEN I BÖRJAN AV SIMULERINGSTIDEN,
C BORTTAGES DETTA KORT.
IF(KA-NO/2)15,15,16
C
16 ST3=ST3+H*BETA*P
15 CONTINUE
U1=U2
U2=U
500 CONTINUE
STOP
END
```

```
C PROGRAM FÖR UTRÄKNING AV VARIANSER.
C
C
C
C
C V= SPÄNNINGSBRUSETS STANDARDAVVIKELSE. (VOLT)
C
C R= TOTALA KRETSRESISTANSEN . (OHM)
C
C L= TOTALA KRETSIMPEDANSEN. (HENRY)
C
C AP= BRUSETS BRYTFREKVENNS. (RADIANTER/SEK)
C
C FR= NÄTSPÄNNINGENS FREKVENNS. (SVÄNGNINGAR/SEK)
C
C V10= VARIANSEN FÖR DET ÖPPNA SYSTEMET AV
C FÖRSTA ORDNINGEN. (AMPERE**2)
C
C V11= VARIANSEN FÖR DET SLUTNA SYSTEMET AV
C FÖRSTA ORDNINGEN . (AMPERE**2)
C
C V20= VARIANSEN FÖR DET ÖPPNA SYSTEMET AV
C ANDRA ORDNINGEN. (AMPERE**2)
C
C V21= VARIANSEN FÖR YSTEMET AV ANDRA ORDNINGEN, SOM
C STYRS AV FÖRSTA ORDNINGENS STYRLAG. (AMPERE**2)
C
C V22= VARIANSEN FÖR DET SLUTNA SYSTEMET AV
C ANDRA ORDNINGEN. (AMPERE**2)
C
C
C
C SUBROUTINEN SLOSS(P,Q,N,IERR,V) RÄKNAR UT VARIANSEN FÖR ETT DISKRET
C BRUS MED SPEKTRALTÄTHETEN  $Q(Z)*Q(1/Z)/(P(Z)*P(1/Z))$ , DÄR
C POLYNOMEN Q OCH P HAR GRADTALET N. IERR ÄR EN TESTVARIABEL.
C
```

```
REAL L
DIMENSION P(10),Q(10)
PI=3.141593
READ 1,R,L,AP,FR,V
1 FORMAT(5F10.5)
OM=2*PI*FR
T=PI/3/OM
A1=-EXP(-AP*T)
DO 20 I=1,10
PRINT 6,AP
6 FORMAT(29X,17HBRYTFREKVENSEN = ,E10.5/)
PRINT 7
7 FORMAT(9X,1HL,9X,1HR,9X,3HV10,7X,3HV11,7X,3HV20,7X,3HV21,7X,
13HV22,///)
DO 30 J=1,31
AL=R/L
A=-EXP(-AL*T)
C1=V**2*(1-A**2)/2/AL/L**2
IF(AL)11,12,11
12 C1=V**2*T
11 CONTINUE
C2=(1-A1**2)*C1
V11=C1*(1+A**2)
V22=C2*(1+(A+A1)**2)
P(1)=1.
P(2)=A
Q(1)=SQRT(C1)
Q(2)=0.
N=1
CALL SLOSS(P,Q,N,IERR,V10)
IF(IERR -1)13,14,13
13 V10=1.E6
14 CONTINUE
P(1)=1.
P(2)=A+A1
P(3)=A*A1
Q(1)=SQRT(C2)
Q(2)=0.
Q(3)=0.
N=2
CALL SLOSS(P,Q,N,IERR,V20)
IF(IERR-1)23,24,23
23 V20=1.E6
24 CONTINUE
P(1)=1.
P(2)=A1
Q(1)=SQRT(C2)
Q(2)=-A*SQRT(C2)
N=1
CALL SLOSS(P,Q,N,IERR,V21)
IF(IERR-1)33,34,33
33 V21=1.E6
34 CONTINUE
PRINT 41,L,R,V10,V11,V20,V21,V22
41 FORMAT(5X,7E10.4)
R=R+0.1
30 CONTINUE
R=R-3.1
L=L+0.01
PRINT 42
42 FORMAT(5X,/)
20 CONTINUE
STOP
END
```