5102

UNDERSÖKNING AV MARŠIKS ADAPTIVA REGULATOR.

PER-OLOF ANDERSSON

TOMMY OLOFSSON

RAPPORT RE-102, december 1971

UNDERSÖKNING AV MARŠIKS ADAPTIVA REGULATOR

Examensarbete utfört under höstterminen 1971
vid Institutionen för Reglerteknik vid
Lunds Tekniska Högskola.

Utfört av: Tommy Olofsson
Per-Olof Andersson

Handledare: Björn Wittenmark

Sammanfattning

Marsiks adaptiva regulator, som undersökts i detta examensarbete, har fördelen att ha en speciellt enkel användningsprincip. Den kräver i motsats till många andra adaptiva regulatorer ingen modell av den reglerade processen. Regulatorn användes för att automatiskt justera processens kretsförstärkning till ett av regulatorn bestämt jämviktsläge. Den består av två multiplikatorer och en integrator. Dessutom föreslår Marsik ett filter mellan process och regulator, vilket filtrerar bort utsignalens stationära komponent. Filtret har brytfrekvensen $1/\tau$.

Regulatorn har använts på olika processer, dels på en vid institutionen tidigare studerad process, den s k normalprocessen, dels på samma process Marsik använder.

För fallet utan filter kan ett jämviktsvillkor enkelt uppställas för kretsförstärkningen, då referenssignalen är ett enhetssteg:

$$\int_0^\infty \varphi \, dt = \int_0^\infty \varphi^2 \, dt \; .$$

φ är skillnadssignalen mellan processens in- och utsignal. Dessa integraler kunde bestämmas som funktion av förstärkningen, dels teoretiskt, dels genom simulering på analogimaskin. Dessutom kunde förstärkningens jämviktsläge bestämmas, dvs dess slutvärde fastställdes, då enhetssteget upprepades. Härvid konstaterades god överensstämmelse mellan teori och resultaten av simuleringarna.

För fallet med filter blir jämviktsvillkoret

$$\int_0^\infty x \, dt = \int_0^\infty x y \, dt \, ,$$

där x är filtrets utsignal dvs regulatorns insignal, och y är processens utsignal. Detta villkor verifierades för ett fixt värde på filtrtets brytfrekvens. Regulatorns jämviktsläge kunde påverkas uppåt, genom att filtrets brytfrekvens ökas. Detta faktum har också tillfredsställande förklarats.

Då insignalen var en fyrkantpuls konstaterades att dess amplitud men ej dess nivå påverkade jämviktsläget, vilket enligt ovan angivna villkor ej borde vara fallet. Inställningshastigheten minskar dock kraftigt då insignalens amplitud minskar.

Då insignalen var en triangel- eller sinusvåg erhölls inget jämviktsläge för förstärkningen.

För att kunna påverka förstärkningens jämviktsläge mot lägre värden, provades en modifierad modell av regulatorn, vilken utvecklades till en modell, där insignalen till processen dessutom lades in på regulatorn. Härvid kunde förstärkningens jämviktsläge sänkas något.

Slutligen kombinerades denna modifierade modell av regulatorn med ett lämpligt värde på filtrets brytfrekvens, varvid ett tillfredsställande lågt jämviktsläge erhölls på förstärkningen, och systemet någorlunda bra kunde följa en fyrkantvåg.

Abstract

Marsik's adaptive controller, which has been investigated in this work, is an extremely simple adaptive controller without need of any plant model. The purpose of the adaptive control is automatic adjustment of the controller gain. The adaptive controller consists of two multipliers and one integrator. Moreover, Marsik proposes a filter between the controlled plant and the adaptive controller. This filter eliminates the steady-state value of the response signal.

The controlled plant was partly a process, which has earlier been examined at the institution (the normal process), partly the same process that Marsik has used.

When no filter was used, the equilibrium condition of the controller gain could easily be found to be

$$\int_0^\infty \varphi \, dt = \int_0^\infty \varphi^2 \, dt \quad ,$$

where the signal φ is the control deviation, and the reference signal is a unit-step function. These integrals where evaluated theoretically for different values of the controller gain. Moreover, they where determined on an analog computer, as well as the equilibrium value of the controller gain. This was obtained by measuring the final value of the controller gain, when the unit-step reference signal was repeated. Perfect agreement was established between theory and the results of the analog computing.

When the filter was used, the equilibrium condition is found to be

$$\int_0^\infty x \, dt = \int_0^\infty x y \, dt$$

where y is the signal having passed through the process, and x is this signal having passed through the filter. This condition was verified on the analog computer. The equilibrium

value of the controller gain was found to be increasing, when the break-frequency of the filter was increased. This fact was also satisfactorily explained.

When the reference signal was a repeated unit-step function, the equilibrium value of the controller gain was influenced by the amplitude of the reference signal, but not of its level. Taking only the above mentioned equilibrium conditions into consideration, this should not be the case. The rate of reaching the equilibrium value, however, decreases strongly, if the amplitude is decreased.

When the reference signal was a triangel- or a sinuswave-function, no state of equilibrium was reached.

In order to be able to decrease the equilibrium value of the controller gain, a modified model of the adaptive controller was developed.

Finally, this modified model was combined with a suitable value of the break-frequency of the filter. In this case a satisfactorily low equilibrium value of the controller gain was reached, that is the overshoot of the response signal was brought down to an acceptable level.

Innehållsförteckning

1. Inledning

2. Beskrivning av Marsiks adaptiva regulator

3. Beskrivning av våra processer

3.1 Normalprocessen

3.2 Marsiks system

4. Teoretisk analys av regulatorns jämviktsläge

4.1 Beräkning av $\int \varphi^2 dt$ och $\int \varphi dt$ för normalprocessen

4.2 Beräkning av $\int \varphi^2 dt$ och $\int \varphi dt$ för Marsiks system

4.3 Simulering utan regulator

5. Filtrets inverkan på regulatorns jämviktsläge

5.1 Filtret bortkopplat

5.2 Filtret inkopplat

5.3 Jämförelser

5.4 Analys av jämviktslägets $1/\tau$ -beroende

5.5 Bestämning av jämviktsvillkor

6. Simuleringar

6.1 Insvängningsförlopp och jämviktslägets beroende av insignalens nivå och amplitud.

6.2 Andra insignaler

7. Modifierade modeller av regulatorn

7.1 Modifierad modell 1

7.2 Modifierad modell 2

8. Slutsatser

9. Referenser

10. Appendix

10.1 Kopplingsschema

1. Inledning

I den klassiska servomekanismteorin betraktade man enbart tidsinvarianta system. De flesta typer av system uppvisar emellertid viss variation i sina parametrar, beroende på omgivningens inverkan. Ett känt faktum är att en konventionell återkoppling kraftigt minskar inverkan av dessa parametervariationer på systemegenskaperna. När emellertid dessa parametervariationer är snabba och stora, beroende på systemets omgivning, uppvisar systemet vid olika tidpunkter så olika egenskaper, att operatörens uppgift blir omöjlig. Detta födde idén till adaptiv kontroll, varmed man menar, att systemet erhåller förmåga att automatiskt justera sina parametrar och därmed anpassa sig till omgivningen.

Det finns många exempel i litteraturen på adaptiva regulatorer och deras användningssätt. Här skall bara nämnas en generell princip för hur en adaptiv regulator kan användas. (Se fig. 1.)

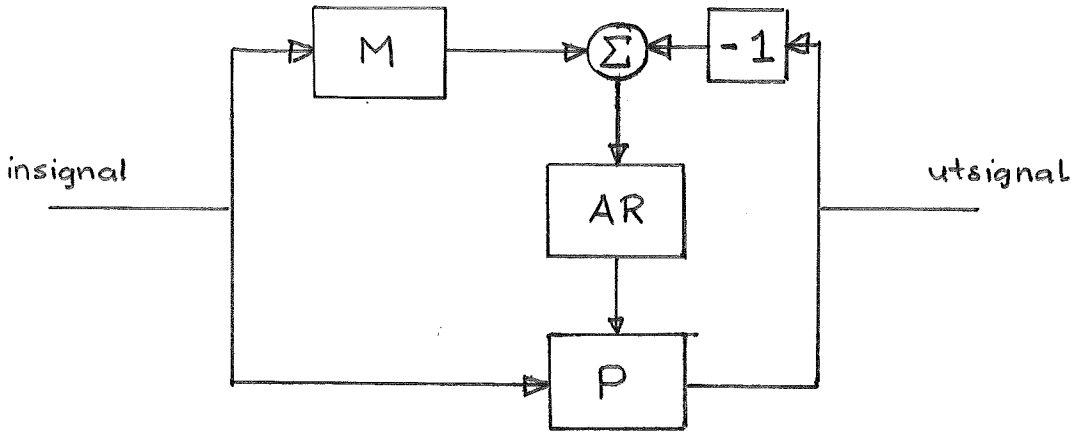


Fig. 1 Exempel på hur en adaptiv regulator kan användas.

I detta fall har man gjort en ideal modell (M) av den process man vill styra (P). Så snart processens parametrar avviker från de ideala värdena kommer ej längre utsignalerna från modell och process att överensstämma, och vi kommer att få en styrsignal till regulatorn (AR), som därvid förväntas justera processens parametrar till de ideala värdena.

Den regulator, som här skall studeras, har en ännu enklare användningsprincip. (Se fig. 2.) I vårt fall saknas som synes modellen av processen, vilket innebär en avsevärd förenkling. Någon detaljerad processidentifiering är alltså överflödig. Den adaptiva regulatorn kommer här alltid att justera processparametern till ett på förhand bestämt jämviktsläge.

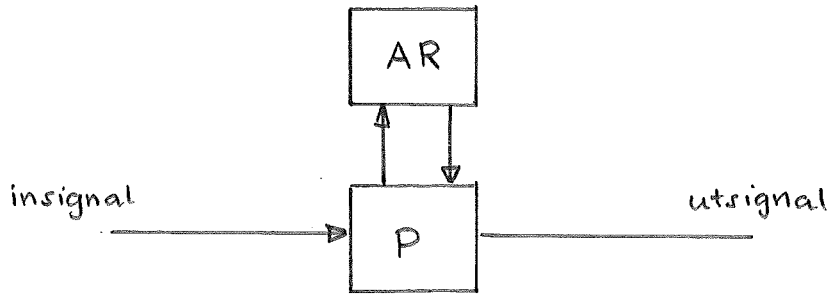


Fig. 2 Användningsprincip för Marsiks adaptiva regulator.

2. Beskrivning av Marsiks adaptiva regulator

Användningsprincipen, som redan beskrivits, har således fördelen att vara synnerligen enkel. Regulatorn användes för att automatiskt justera processens kretsförstärkning (α). Förutom den adaptiva återkopplingen är processen också traditionellt återkopplad. (Se fig. 3.)

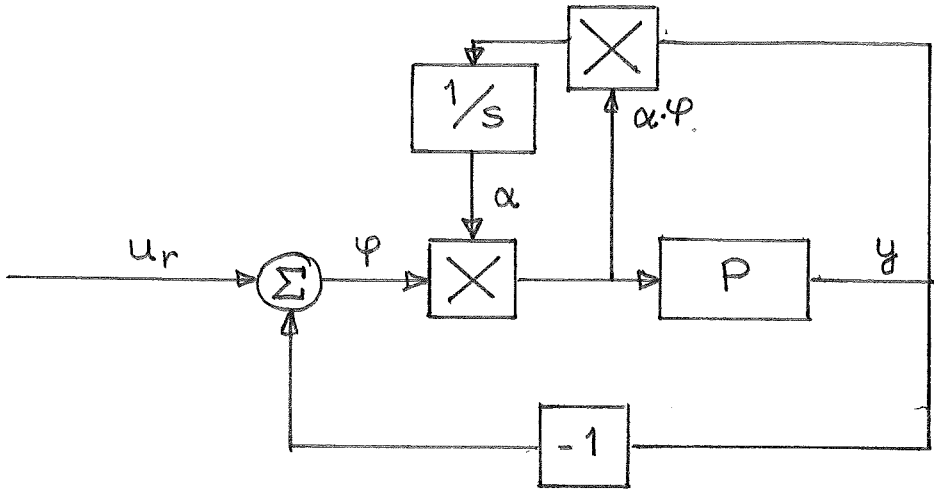


Fig. 3 Regulatorns inkoppling i processen.

Regulatorn består av två multiplikatorer och en integrator. Differentialekvationen för förstärkningen α erhålles enligt Fig. 3 till:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \alpha \varphi y = \alpha \varphi (u_r - \varphi)$$

En icke explicit lösning (felsignalen φ beror ju även av kretsförstärkningen α) kan skrivas som:

$$\alpha(t) = \alpha(0) \cdot e^{\int_0^t u_r \varphi \, dt - \int_0^t \varphi^2 \, dt}$$

Detta uttryck får vi anledning att senare återkomma till, då vi skall analysera regulatorns jämviktsläge.

3. Beskrivning av våra processer

Vid våra simuleringar på analogimaskin har vi applicerat Marsiks regulator på två olika system, vilka hädanefter i texten kommer att benämnas "normalprocessen" respektive "Marsiks system".

3.1 Normalprocessen

Denna process har överföringsfunktionen:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)^2}$$

Den har tidigare undersökts i samband med adaptiv reglering i ett antal examensarbeten på institutionen. Om systemet återkopplas fås asymptotisk stabilitet för $K < 2$.

3.2 Marsiks system

Denna process kopplades upp för att undersöka huruvida vi skulle lyckas att reproducera Marsiks resultat. Den har överföringsfunktionen:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)^3}$$

Om systemet återkopplas fås asymptotisk stabilitet för $K < 8/9$.

4. Teoretisk analys av regulatorns jämviktsläge

Om vi som referenssignal u_r väljer ett enhetssteg får vi följande uttryck för kretsförstärkningen α :

$$\alpha(t) = \alpha(0)\, e^{\int_0^t \varphi\, dt - \int_0^t \varphi^2 dt}$$

Om kretsförstärkningen α antagit sitt jämviktsläge återgår den till detta värde efter det att enhetssteget lagts på, d.v.s.

$$\alpha(\infty) = \alpha(0) \quad ,$$

vilket enligt sambandet ovan är ekvivalent med

$$\int_0^\infty \varphi\, dt = \int_0^\infty \varphi^2\, dt \quad ,$$

som blir vårt jämviktsvillkor.

Med kännedom om överföringsfunktionen från insignal till felsignal (φ) kan dessa båda integraler beräknas teoretiskt för konstanta värden på förstärkningen (α).

4.1 Beräkning av $\int \varphi dt$ och $\int \varphi^2 dt$ för normalprocessen

Överföringsfunktionen från referenssignal u_r till felsignal φ erhålles för normalprocessen till

$$G(s) = \frac{s(s+1)^2}{s(s+1)^2 + \alpha}$$

Om vi nu väljer ett enhetssteg till referenssignal, kommer felsignalens Laplacetransform att ha följande utseende:

$$\overline{\varphi(s)} = \frac{(s+1)^2}{s(s+1)^2 + \alpha}$$

Då samma symbol användes för såväl tidsfunktionen som för dess Laplacetransform, skall i detta kapitel för tydlighets skull den senare markeras med ett horisontellt streck.

Enligt transformtabell och slutvärdesteoremet kan ett integraluttryck för $\int_0^\infty \varphi^2 dt$ erhållas enligt följande:

$$\overline{\varphi^2(s)} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \overline{\varphi}(\sigma) \cdot \overline{\varphi}(s-\sigma)\, d\sigma$$

$$\int_0^\infty \varphi^2 dt = \lim_{t\to\infty} \int_0^t \varphi^2 dt = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{\overline{\varphi^2}(s)}{s} = \lim_{s\to 0} \overline{\varphi^2}(s)$$

$$\int_0^\infty \varphi^2 dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \overline{\varphi}(\sigma)\, \overline{\varphi}(-\sigma)\, d\sigma$$

Enligt formelsamling, sid 52 (se kap. 9, Referenser) förfogar vi över en metod att beräkna denna typ av integral. Då

$$\overline{\varphi}(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^3 + 2s^2 + s + \alpha}$$

erhålles täljar- och nämnarpolynomets koefficienter till

$c_0 = 1$	$d_0 = \alpha$
$c_1 = 2$	$d_1 = 1$
$c_2 = 1$	$d_2 = 2$
	$d_3 = 1$

Den sökta integralen erhålles slutligen som funktion av förstärkningen α till

$$\int_0^\infty \varphi^2 dt = \frac{3\alpha + 2}{2\alpha(2 - \alpha)}$$

Se diagram 4.1.

Enligt transformtabell och slutvärdesteoremet kan för $\int_0^\infty \varphi\, dt$ följande uttryck erhållas

$$\int_0^\infty \varphi\, dt = \lim_{t\to\infty} \int_0^t \varphi(t)\, dt = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{\overline{\varphi}(s)}{s} = \lim_{s\to 0} \overline{\varphi}(s)$$

$$\int_0^\infty \varphi\, dt = \frac{1}{\alpha}$$

Se diagram 4.1.

4.2 Beräkning av $\int \varphi\, dt$ och $\int \varphi^2 dt$ för Marsiks system.

Om liksom tidigare referenssignalen väljes till ett enhetssteg erhålles för detta fall felsignalens Laplacetransform till

$$\overline{\varphi}(s) = \frac{(s+1)^3}{s(s+1)^3 + \alpha}$$

Identifiering av täljar- och nämnarpolynomens koefficienter ger på samma sätt som ovan följande uttryck för $\int \varphi^2 dt$:

$$\int_0^\infty \varphi^2 dt = \frac{3\alpha^2 - 15\alpha - 8}{2\alpha(9\alpha - 8)}$$

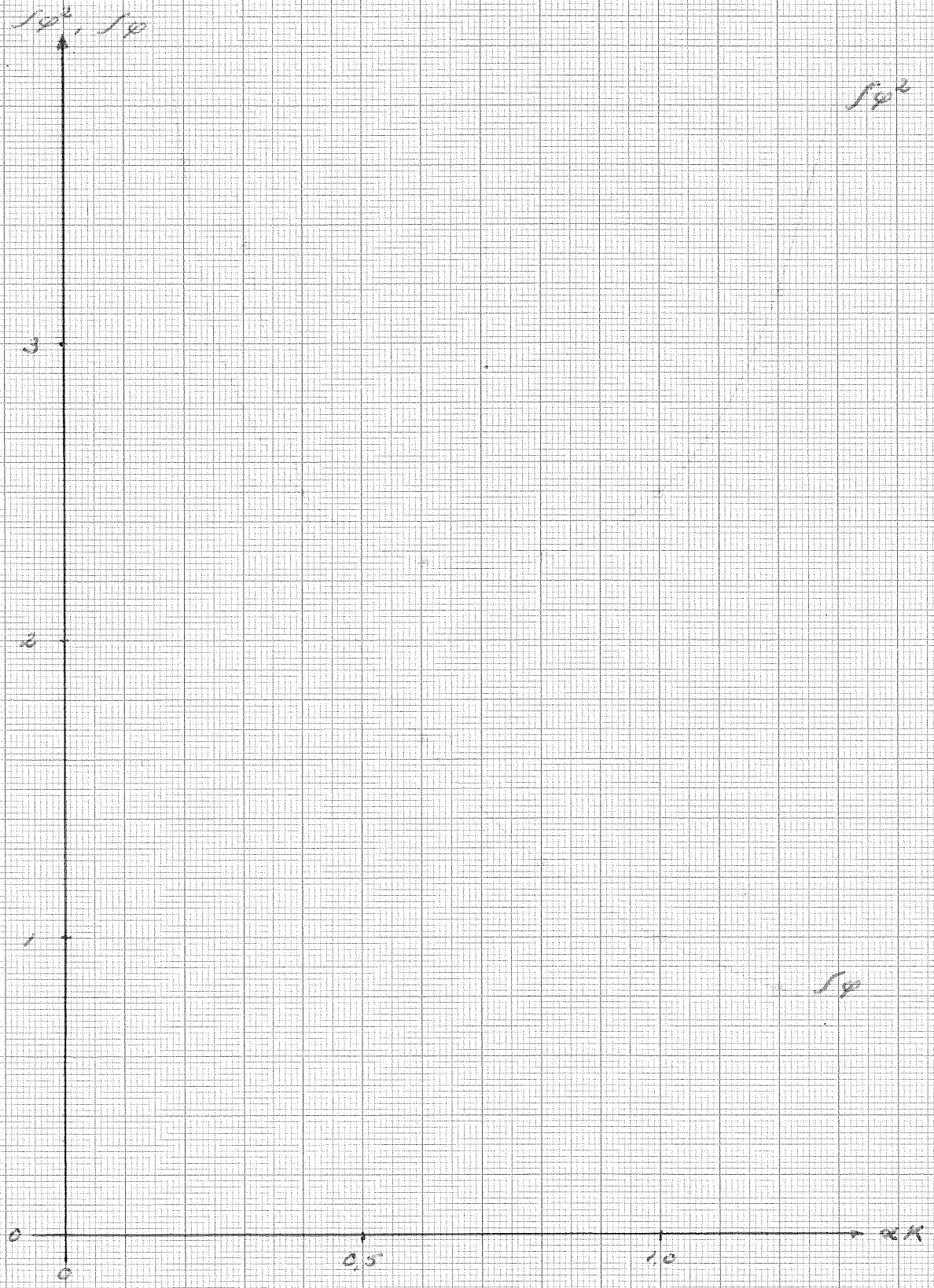
För den andra integralen erhålles liksom tidigare

$$\int_0^\infty \varphi\, dt = \frac{1}{\alpha}$$

Se diagram 4.2.

NORMALPROCESSEN. TEORETISKA KURVOR.
$\int \varphi \, dt$ OCH $\int \varphi^2 \, dt$ SOM FUNKTION AV α.

DIAGRAM 4.1.

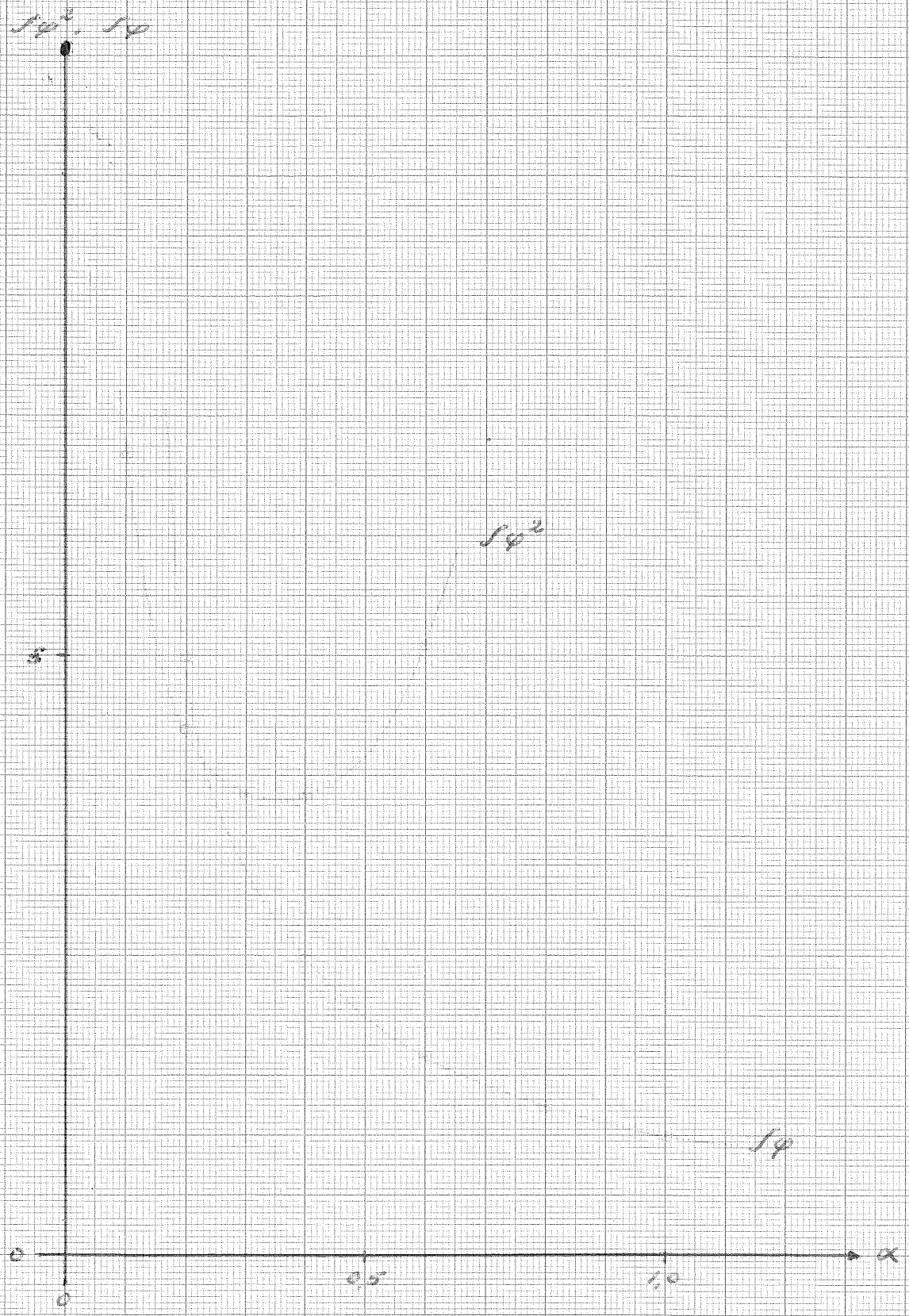


514 A4
SIS 73 25 01
TULLBERG R&T KLIPPAN
Nr 1624

MARŠIKS SYSTEM. TEORETISKA KURVOR.
$\int \psi\, dt$ OCH $\int \psi^2 dt$ SOM FUNKTION AV α.

SID 13

DIAGRAM 4.2



514 A4
SIS 73 25 01
TULLBERG RST KLIPPAN
Nr 1624

Ur diagram 4.1 och 4.2 kan vi avläsa de teoretiska jämviktslägena för de båda systemen till 0,23 (Marsik) och 0,40 (normalprocessen). Vi måste emellertid vid våra simuleringar komma ihåg, att i dessa beräkningar α hållits konstant, och således ingen hänsyn tagits till kretsförstärkningens insvängningsförlopp, vilket torde påverka integralernas värden och därmed jämviktsläget hos regulatorn.

4.3 Simulering utan regulator

För att kontrollera den teoretiska analysens riktighet kopplades regulatorn bort. Därvid kunde integralernas värden erhållas som funktioner av kretsförstärkningen α, vilken då naturligtvis höll sig konstant lika med det inställda initialvärdet. Dessa resultat visade sig sammanfalla helt med de teoretiska, varför vi här endast hänvisar till ovan nämnda diagram.

5. Filtrets inverkan på regulatorns jämviktsläge

Ett filter med överföringsfunktionen

$$F(s) = \frac{s\tau}{1 + s\tau}$$

finns inkopplat enligt Fig. 4.

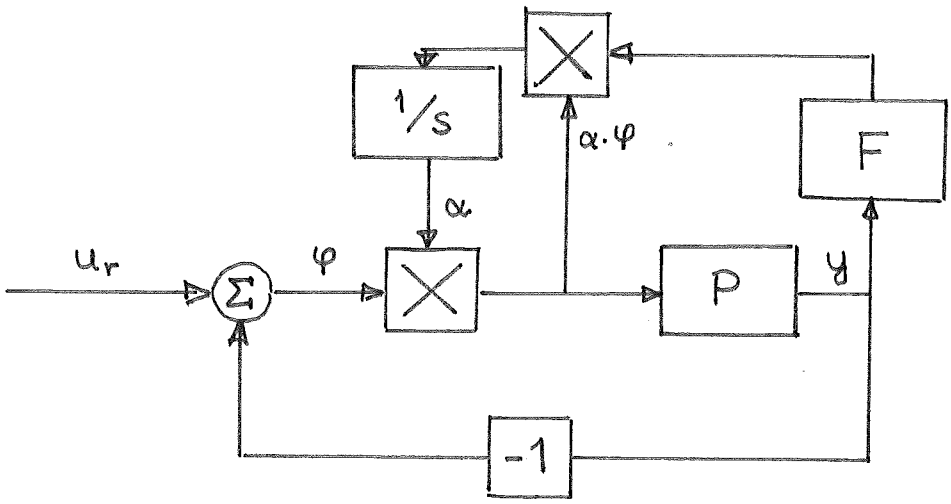


Fig. 4 Blockschema med filtret inkopplat.

Filtrets omedelbara effekt är att filtrera bort utsignalens stationära läge, innan denna läggs in på regulatorn. Filtrets brytfrekvens är $1/\tau$. Hur påverkar filtret regulatorns jämviktsläge? För att få svar på denna fråga gjordes simuleringar både med Marsiks system med regulator och normalprocessen med regulator, dels med filtret bortkopplat, dels för olika värden för filtrets brytfrekvens. Därvid var insignalen till systemet ett enhetssteg. För att jämföra det reella jämviktsläget med det "teoretiska" upptogs $\int_0^\infty \varphi\, dt$, $\int_0^\infty \varphi^2 dt$ och kretsförstärkningens slutvärde α_∞ som funktion av kretsförstärkningens initialvärde .
I dessa simuleringar är således regulatorn inkopplad, varför hänsyn tages till förstärkningens insvängningsförlopp. Jämför simuleringarna under 4.3.

5.1 Filtret bortkopplat

Då filtret är bortkopplat läggs alltså processens utsignal in direkt på regulatorn och jämviktsvillkoret blir enligt 4:

$$\int_0^\infty \varphi^2 dt = \int_0^\infty \varphi \, dt$$

Vid denna mätning, som bara kunde genomföras på normalprocessen, var driften stark i förstärkningen α, varför slutvärdet ej var helt enkelt att fastställa. Då emellertid $\int_0^\infty \varphi^2 dt$ var påtagligt stabil, avbröts simuleringen då denna integral antagit sitt slutvärde, och förstärkningens slutvärde erhölls som värdet vid denna tidpunkt. Att driften var så markant då filtret var bortkopplat torde kunna skyllas på de i regulatorn använda elektroniska multiplikatorerna. Vid noggrannare undersökning av dessa visade det sig nämligen att en multiplikation av en mycket liten signal (≈ 0) med en stor signal gav som resultat en alltför stor signal. Detta är ju precis vår situation utan filter, då ju utsignalens stationära komponent utgör den stora signalen till den första multiplikatorn. Trots att den andra insignalen till multiplikatorn så småningom blir mycket liten, kommer integratorn att erhålla en insignal och således driva iväg.

I diagram 5.1 finns resultatet av dessa simuleringar för normalprocessen. Det reella jämviktsläget erhålles som skärningspunkten mellan kurvan α_∞ som funktion av α_{IC} och linjen $\alpha_\infty = \alpha_{IC}$. Insvängningsförloppet hos förstärkningen har markerats i diagram 3 för $\alpha_{IC} = 0{,}8$ varvid insignalen tänkes vara ett upprepat enhetssteg eller en fyrkantpuls. Det "teoretiska" jämviktsläget erhålles som skärningspunkten mellan $\int \varphi dt$ och $\int \varphi^2 dt$. Som framgår ur diagram 3 överensstämmer dessa värden väl för detta fall och jämviktsläget erhålles till

$$\alpha_{jv} = 0{,}33 \text{ (normalprocessen)}$$

5.2 Filtret inkopplat

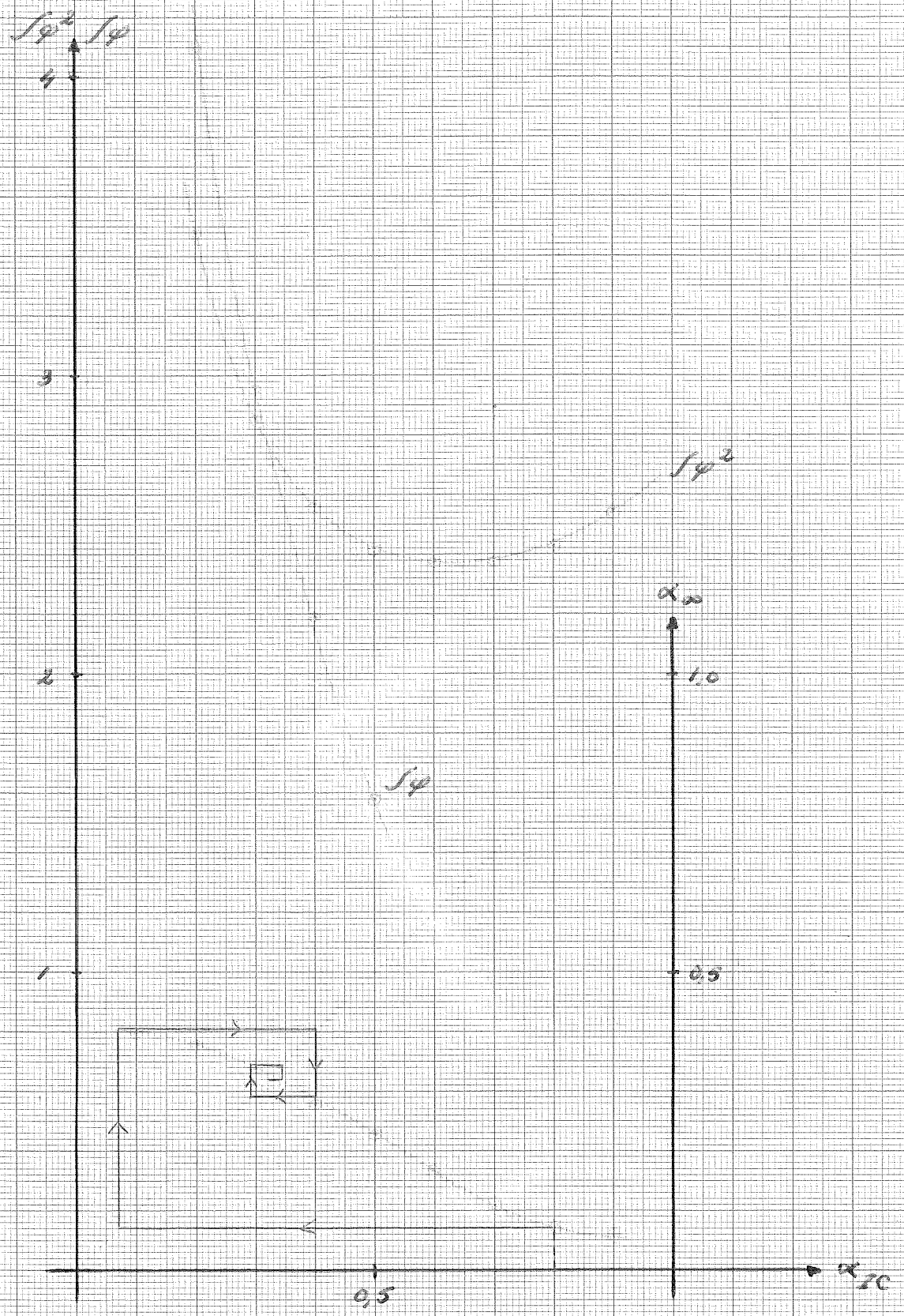
För detta fall kommer signalen som läggs in på regulatorn att utgöras av den filtrerade utsignalen. Härvid torde jämviktsvillkoret

$$\int_0^\infty \varphi^2 dt = \int_0^\infty \varphi \, dt$$

knappast längre gälla. För att verifiera detta har $\int \varphi dt$ och $\int \varphi^2 dt$ liksom tidigare upptagits som funktion av α_{IC} för varierande värden

NORMALPROCESSEN MED REGULATOR UTAN FILTER. INSIGNAL: ENMETSSTEG. $\int \varphi dt$, $\int \varphi^2 dt$ OCH α_∞ SOM FUNKTION AV α_{IC}.

DIAGRAM 5.1



SIS
514 A4
732501
TULLBERG RST KLIPPAN
Nr 1624

på filtrets brytfrekvens $1/\tau$. Integralernas skärningspunkt har markerats i diagram 5.2 (normalprocessen) och diagram 5.3 (Marsiks system). Vidare har i dessa diagram för respektive system förstärkningens slutvärde α_∞ avsatts som funktion av förstärkningens initialvärde α_{Ic} för olika värden på filtrets brytfrekvens $1/\tau$, varvid liksom tidigare förstärkningens jämviktsläge erhålles som skärningspunkt mellan nämnda kurva och linjen $\alpha_\infty = \alpha_{Ic}$.

Till sist har en fyrkantpuls använts som insignal. Därvid har jämviktslägena bestämts och plottats som funktion av $1/\tau$ i diagram 5.4 (normalprocessen) och i diagram 5.5 (Marsiks system). Av dessa diagram framgår att kretsförstärkningens jämviktsläge ökar för ökande brytfrekvens $1/\tau$ hos regulatorn. I diagram 5.4 och 5.5 har förstärkningens jämviktsvärde för $1/\tau = 0$ extrapolerats fram varvid erhålles:

$$\text{Extrapolering till } 1/\tau = 0 \quad \begin{cases} \alpha_{jv} = 0{,}20 \text{ (Marsiks system)} \\ \alpha_{jv} = 0{,}35 \text{ (normalprocessen)} \end{cases}$$

5.3 Jämförelser

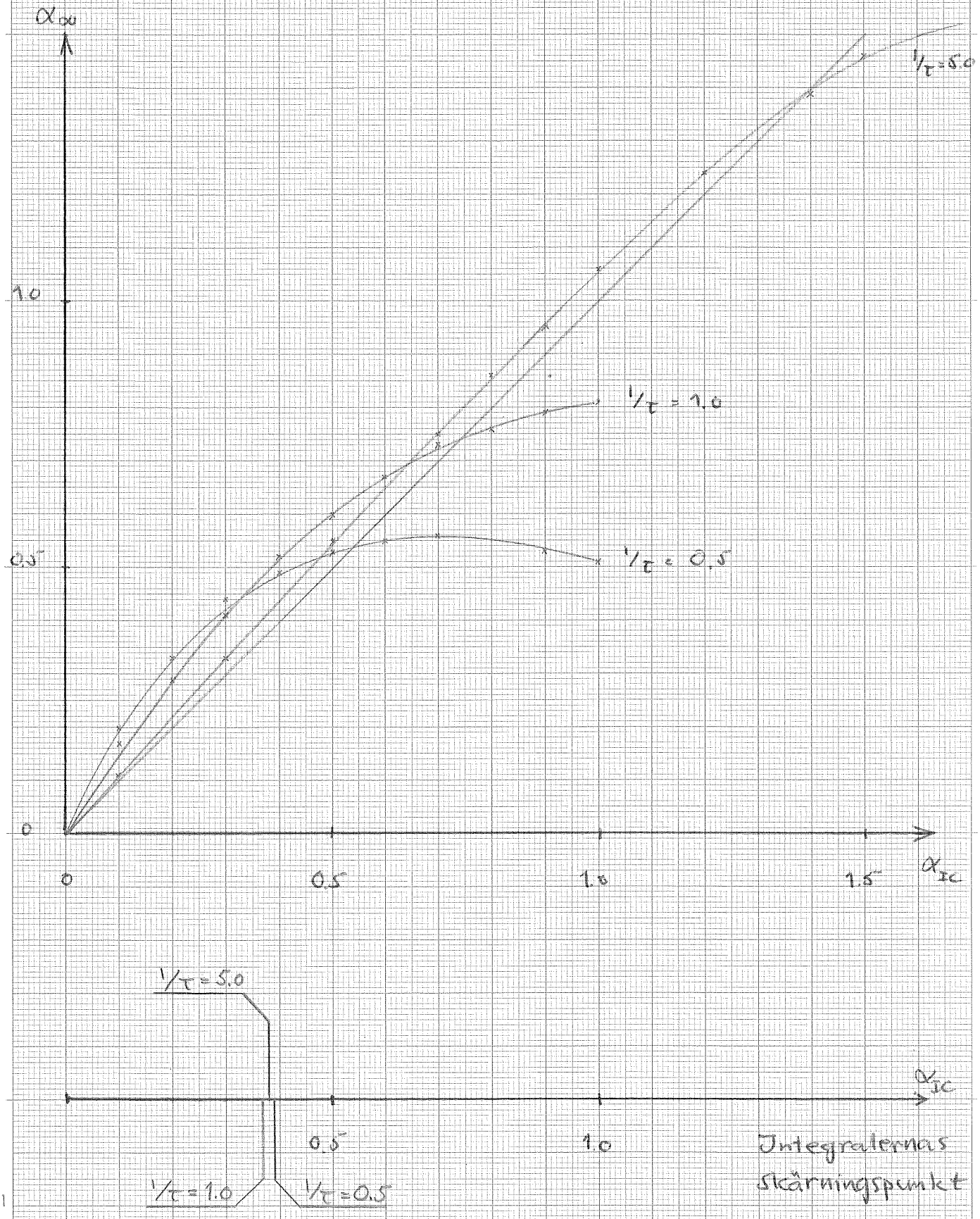
Resultatet av de i 4.3, 5.1 och 5.2 gjorda simuleringarna kan sammanfattas i följande tabell:

	Förstärkningens jämviktsvärde	
	Marsiks system	Normalprocessen
Utan regulator	0,23	0,40
Med regulator		
utan filter	-	0,33
$1/\tau = 5{,}0$	0,75	1,40
$= 1{,}0$	0,48	0,74
$= 0{,}7$	0,41	-
$= 0{,}5$	-	0,54
Extrapol. till $1/\tau = 0$	0,20	0,35

Av denna tabell framgår att jämviktslägena för de båda processerna med regulator något understiger de i 4.4 teoretiskt framtagna jämviktslägena, vilket vi med tanke på 4.2 inte låter oss förvånas över.

NORMALPROCESSEN MED REGULATOR
α_∞ SOM FUNKTION AV α_{Ic} FÖR
$1/\tau$ = 5.0, 1.0, 0.5

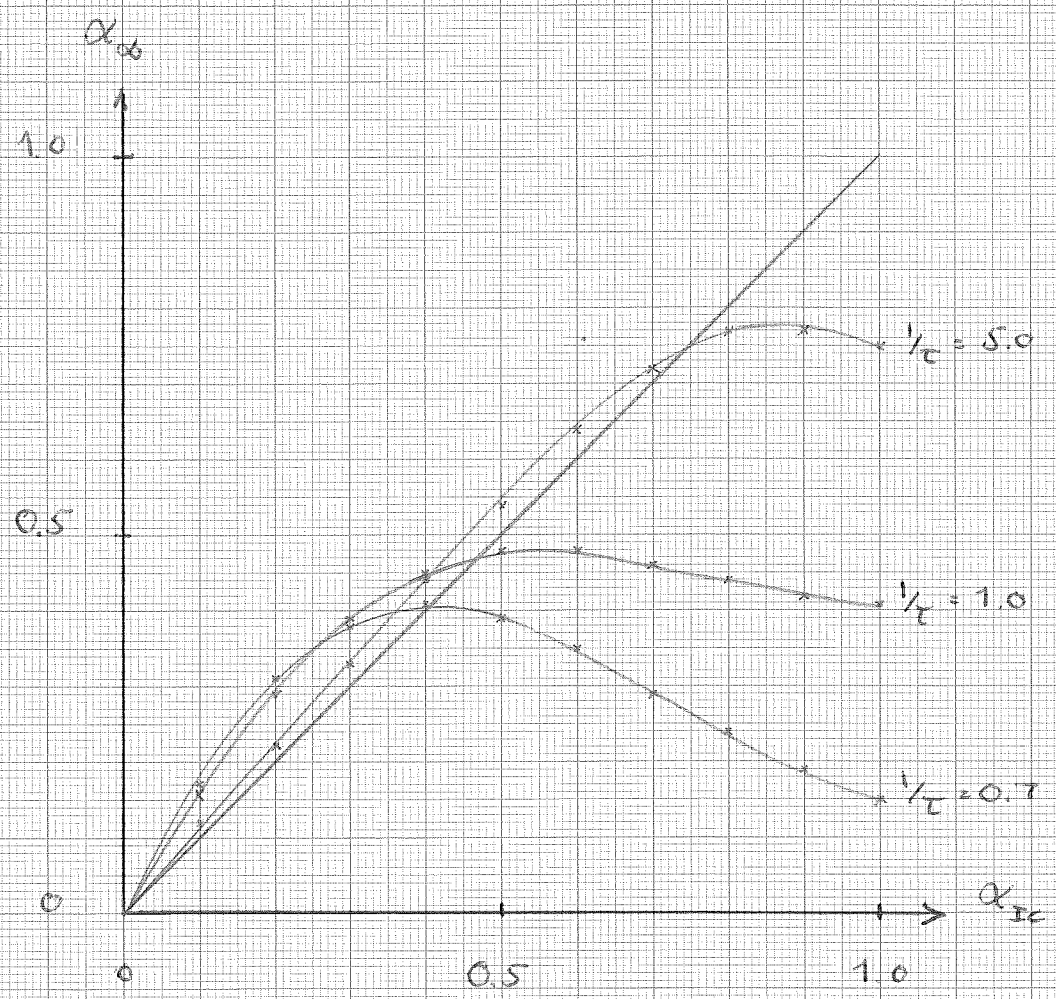
DIAGRAM 5.2

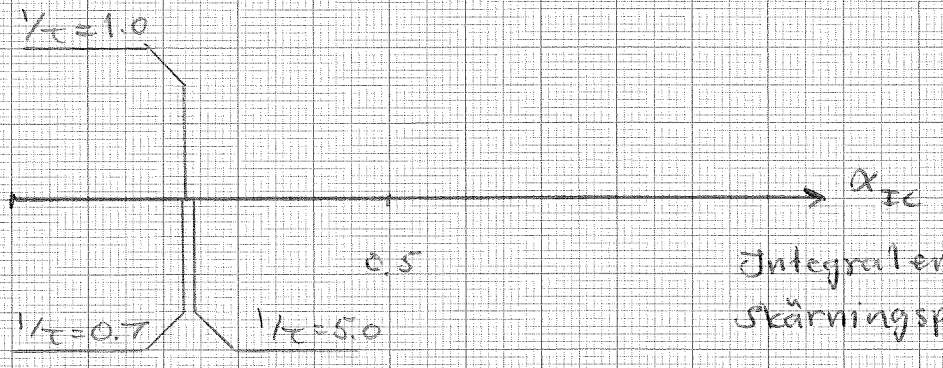


514 A4
SIS 73 25 01
TULLBERG RST KLIPPAN
Nr 1624

MARŠIKS SYSTEM MED REGULATOR.
α_∞ SOM FUNKTION AV α_{IC} FÖR
$1/\tau = 5.0,\ 1.0,\ 0.7$

DIAGRAM 5.3



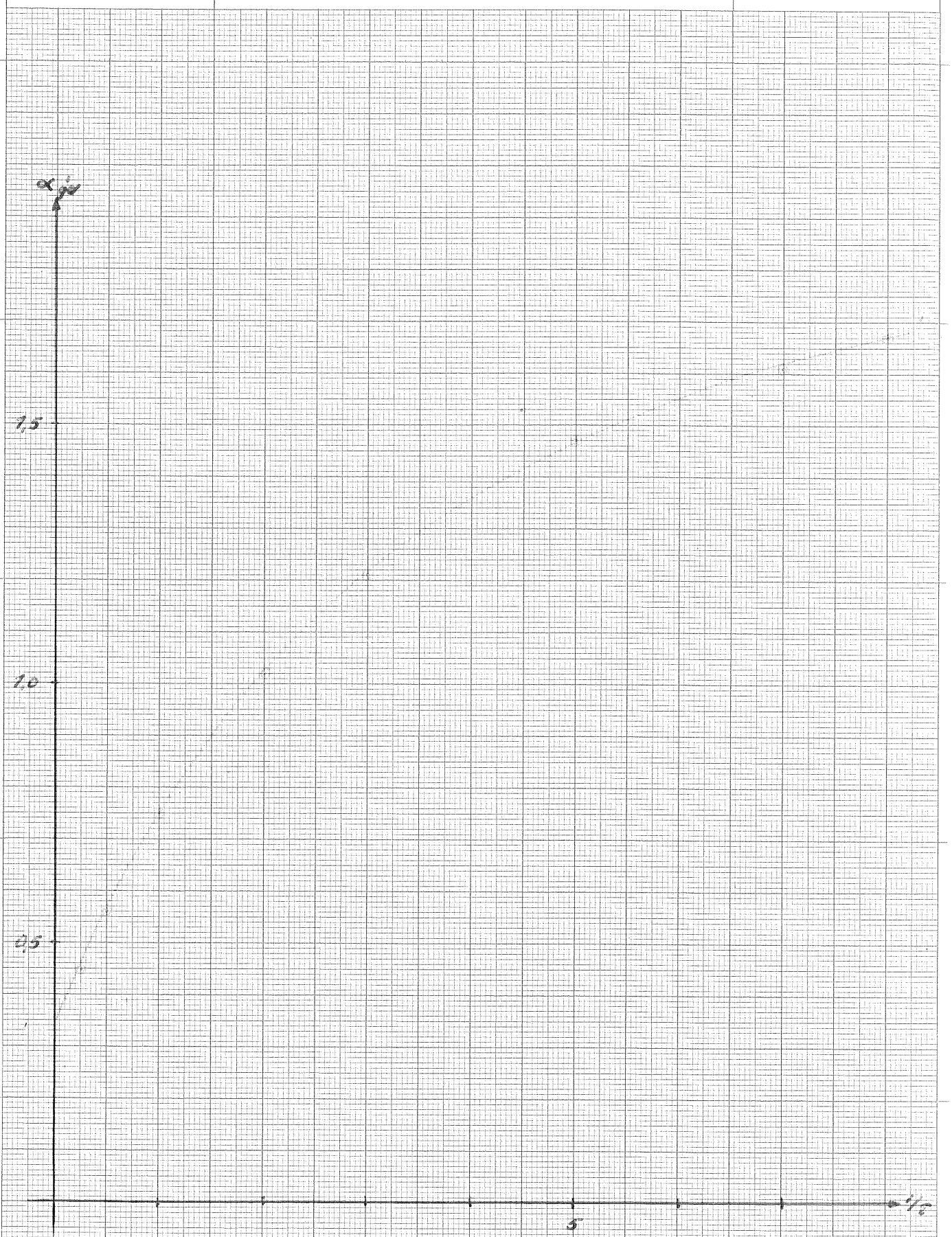


Integralernas skärningspunkt

514 A4
SIS 73 25 01
TULLBERG RST KLIPPAN
Nr 1624

NORMALPROCESSEN MED REGULATOR.
INSIGNAL: FYRKANTPULS ± 0.5 (α_{Ic} = 1.0).
α_{ju} SOM FUNKTION AV $1/\tau$.

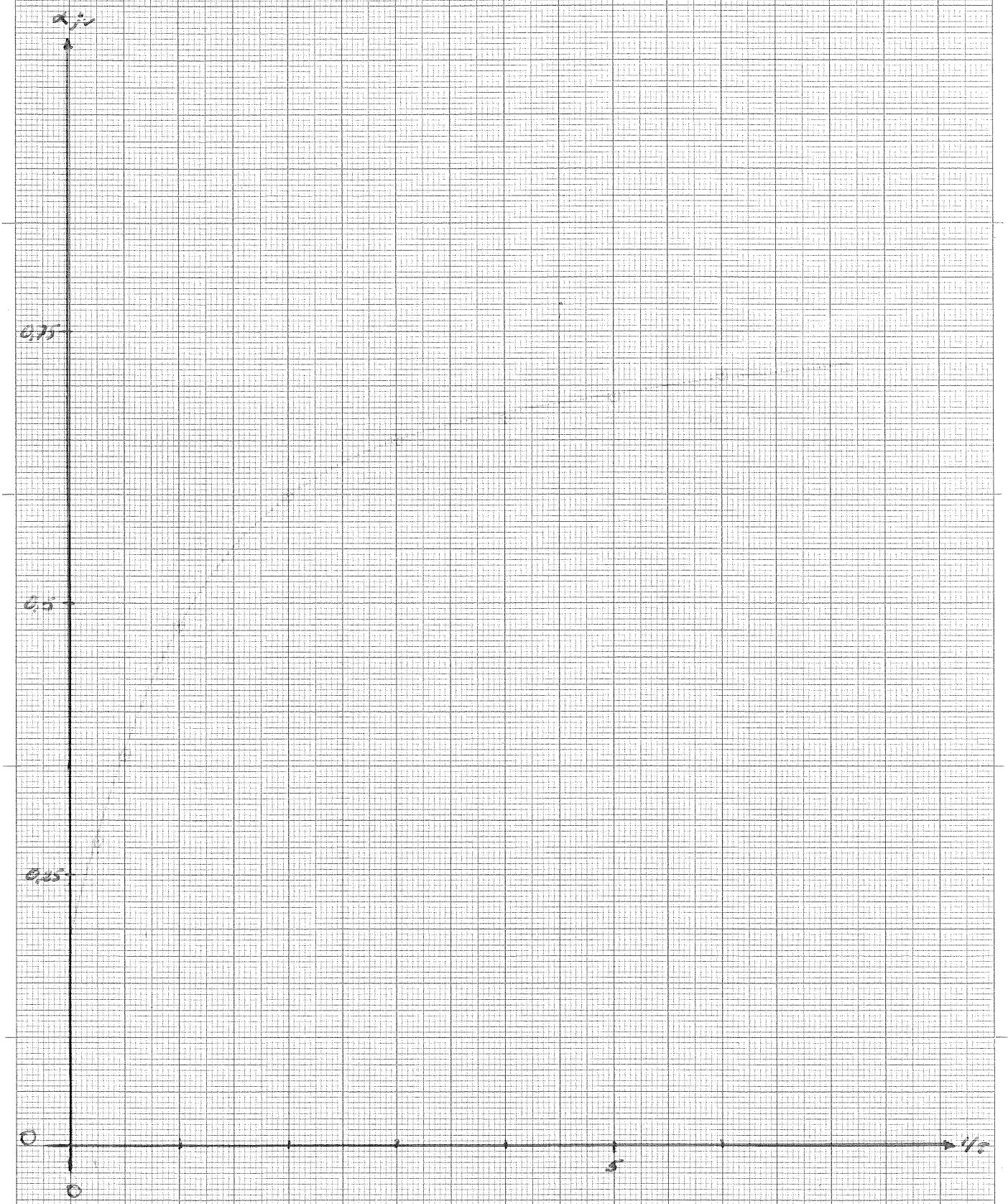
DIAGRAM 5.4



SIS
514 A4
732501
TULLBERG
KLIPPAN
Nr 1624

MARŠIKS SYSTEM MED REGULATOR.
INSIGNAL: FYRKANTPULS (± 0.5). ($\alpha_{Tc} = 1.0$)
α_{jv} SOM FUNKTION AV $1/\tau$.

SID 22
DIAGRAM 5:5



SIS
514 A4
732501
TULLBERG RST KLIPPAN
Nr 1624

Vidare överensstämmer för normalprocessen det till $1/\tau = 0$ extrapolerade jämviktsläget väl med det utan filter.

En jämförelse mellan integralernas skärningspunkt för olika värden på $1/\tau$ visar att denna håller sig anmärkningsvärt konstant. Härav drar vi slutsatsen, att våra tidigare uttalade misstankar var riktiga. Jämviktsvillkoret

$$\int \varphi \, dt = \int \varphi^2 \, dt$$

är endast giltigt då filtret ej är inkopplat och således utsignalen ofiltrerad ges som insignal till den första multiplikatorn.

5.4 Analys av jämviktslägets $1/\tau$-beroende

Regulatorns funktion kan förklaras sålunda: För varje frekvenskomponent ω_i bildas multiplikationen enligt

$$x_i \cdot y_i = x(\omega_i) \cdot y(\omega_i) \cdot \cos \varphi_i$$

där φ_i är fasförskjutningen mellan de båda insignalerna x_i och y_i till multiplikatorn. På grund av olika komponenters ortogonalitet kan de båda signalernas produkt uttryckas

$$x \cdot y = \sum_i x_i \cdot y_i$$

där summering sker över alla frekvenser ω_i. Integrering av denna storhet kan slutligen tolkas som en tidsmedelvärdesbildning, vilken således bestämmer regulatorns jämviktsläge.

Frekvenskomponenter med fasförskjutningen sådan att (I) $0 \leq \varphi_i \leq \pi/2$ kommer således att ge positivt bidrag till summan och därvid öka jämviktsläget, medan komponenter med (II) $\pi/2 \leq \varphi_i \leq \pi$ kommer att ge negativt bidrag till summan och därvid minska jämviktsläget. Detta ger oss en möjlighet att bestämma jämviktslägets nivå. Låt oss nämligen välja filtrets brytfrekvens $1/\tau$ så att ett lämpligt antal frekvenskomponenter med $\omega_i > 1/\tau$ kommer att erhålla ett positivt tillskott $\approx \pi/2$ rad. till fasförskjutningen vid passage genom filtret medan andra komponenter med $\omega_i < 1/\tau$ kommer att undertryckas.

Därvid kommer alla de komponenter med $\omega_i > 1/\tau$, som före filtret (d.v.s. i processens utsignal) har positiv fasförskjutning, att uppfylla villkor II ovan. Härav inses att ett lägre värde på brytfrekvensen $1/\tau$ ger flera frekvenskomponenter större fasförskjutning och således ett större negativt bidrag till summan, d.v.s. ett lägre jämviktsläge.

5.5 Bestämning av jämviktsvillkor

I den av Marsik föreslagna metoden att bestämma jämviktsläget, vilken beskrivits ovan, tas ingen hänsyn till filtret.

Differentialekvationen för α bör rätteligen skrivas $\dot{\alpha} = \alpha\varphi \cdot x$, där x är filtrets utsignal.

$$y \longrightarrow \boxed{F} \longrightarrow x \qquad\qquad F(s) = \frac{s\tau}{s\tau+1}$$

$$X(s) = \frac{s\tau}{s\tau+1}\, Y(s)$$

$$\tau\dot{x} + x = \tau\dot{y}$$

$$\dot{x} + \tfrac{1}{\tau}x = \dot{y}$$

$$\dot{x} + \tfrac{1}{\tau}x = -\dot{\varphi}$$

$x(t) = (G(t) + C)\, e^{-t/\tau}$, där G(t) är en primitiv funktion till $-\dot{\varphi}e^{t/\tau}$.

$x(0) = 0 \Rightarrow C = -G(0)$

$\therefore\ x(t) = (G(t) - G(0))\, e^{-t/\tau}$

För α gäller då $\dot{\alpha} = \alpha\varphi\left[(G(t) - G(0))\, e^{-t/\tau}\right]$, vilket har lösningen

$$\alpha(t) = \alpha(0)\, e^{\int_0^t \varphi G(t) e^{-t/\tau} dt - \int_0^t \varphi G(0) e^{-t/\tau} dt}$$

Jämviktsvillkoret blir då

$$\int_0^\infty \varphi\, g(t)\, e^{-t/\tau}\, dt = \int_0^\infty \varphi\, g(0)\, e^{-t/\tau}\, dt \qquad (5.5.1)$$

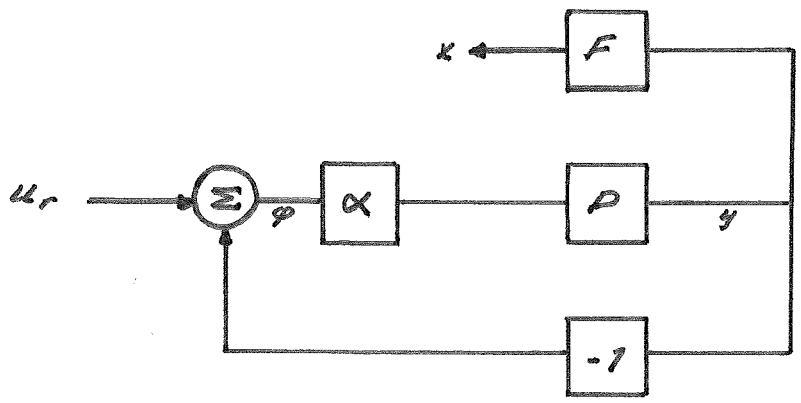
Integralerna går att räkna ut analytiskt men det är besvärligt.

Differentialakvationen för α : $\dot{\alpha} = \alpha\varphi \cdot x$ kan också skrivas
$\dot{\alpha} = \alpha(1 - y)\, x = \alpha\,(x - xy)$, varvid

$$\alpha(t) = \alpha(0)\, e^{\int_0^t x\,dt - \int_0^t xy\,dt}$$

Jämviktsvillkoret kan då skrivas $\int_0^\infty x\,dt = \int_0^\infty xy\,dt$.

För att testa det $1/\tau$ -beroende jämviktsvillkoret (5.5.1) gjordes följande uppkoppling med normalprocessen:



Med u_r = enhetssteg och $1/\tau = 1$ uppmättes med denna uppkoppling $\int_0^\infty xy\,dt$ och $\int_0^\infty x\,dt$ för några olika α . Mätningarna visade att dessa integraler blev lika för $\alpha = 0{,}85$. Detta α -värde bör jämföras med det α_{jv} (= 0,75) som erhålles då α inte är konstant utan varierar i tiden. Se kap. 6.1.

$$\int_0^\infty \varphi\, g(t)\, e^{-t/\tau}\, dt \quad \text{och} \quad \int_0^\infty \varphi\, g(0)\, e^{-t/\tau}\, dt$$

beräknades för detta α -värde och $1/\tau = 1$ och det visade sig då att de blev lika.

6. Simuleringar

Vid den fortsatta undersökningen av Marsiks regulator har simuleringar i huvudsak gjorts med ett visst bestämt $1/\tau$ -värde, nämligen $1/\tau = 1$.

För att kunna studera regulatorns egenskaper med utgångspunkt från Marsiks teoretiska bestämning av jämviktsvillkoret , har i vissa fall filtret helt kopplats bort, d.v.s. $1/\tau = 0$. Här bör än en gång pekas på de under 5.1 behandlade svårigheter, som uppstår då $1/\tau = 0$. Avläsningarna av α_∞ och $\int \varphi$ på digitalvoltmetern har gjorts då $\int \varphi^2 dt$ stabiliserats.

Samtliga simuleringar med normalprocessen har gjorts för K = 1.

Kopplingsschema: Se appendix!

6.1 Insvängningsförlopp och jämviktslägets beroende av insignalens nivå och amplitud

I diagram 4 och 5 har α_∞ uppritats som funktion av α_{IC} för normalprocessen respektive Marsiks system, då insignalen var ett enhetssteg. Man kan direkt ur diagrammen avläsa α :s jämviktsvärde, vilket ges av det α_{IC} för vilket $\alpha_{IC} = \alpha_\infty$. Då $1/\tau = 1$ blir jämviktsvärdet för normalprocessen 0,75 och för Marsiks system 0,47.

Utsignalens och α :s uppförande för några olika α_{IC} , då insignalen är en fyrkantsvåg mellan - 0,5 och + 0,5, d.v.s. motsvarande ett enhetssteg, framgår av diagram 6.1 och 6.2 för normalprocessen och 6.3 och 6.4 för Marsiks system. Jämviktslägena för α överensstämmer med dem som erhölls ur diagram 4 och 5.

För att se om fyrkantsvågens nivå har någon inverkan på jämviktsläget lades en fyrkantsvåg mellan 0 och + 1 på ingången. Resultatet blev att man fick samma jämviktslägen som ovan.

Fyrkantsvågens nivå har tydligen ingen betydelse för α :s jämviktsvärde.

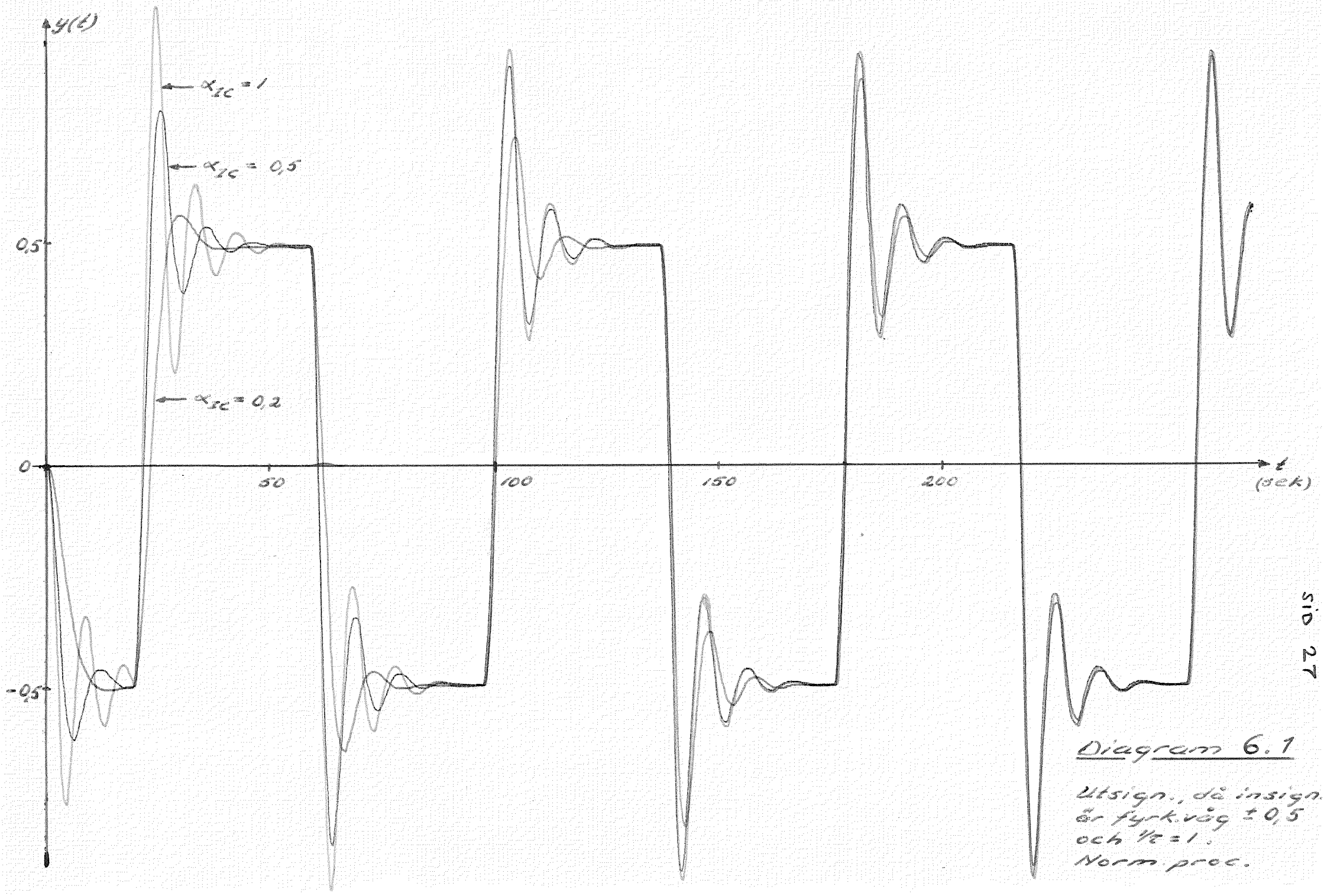


Diagram 6.1

Utsign., då insign. är fyrk.väg ± 0,5 och 1/τ = 1.
Norm. proc.

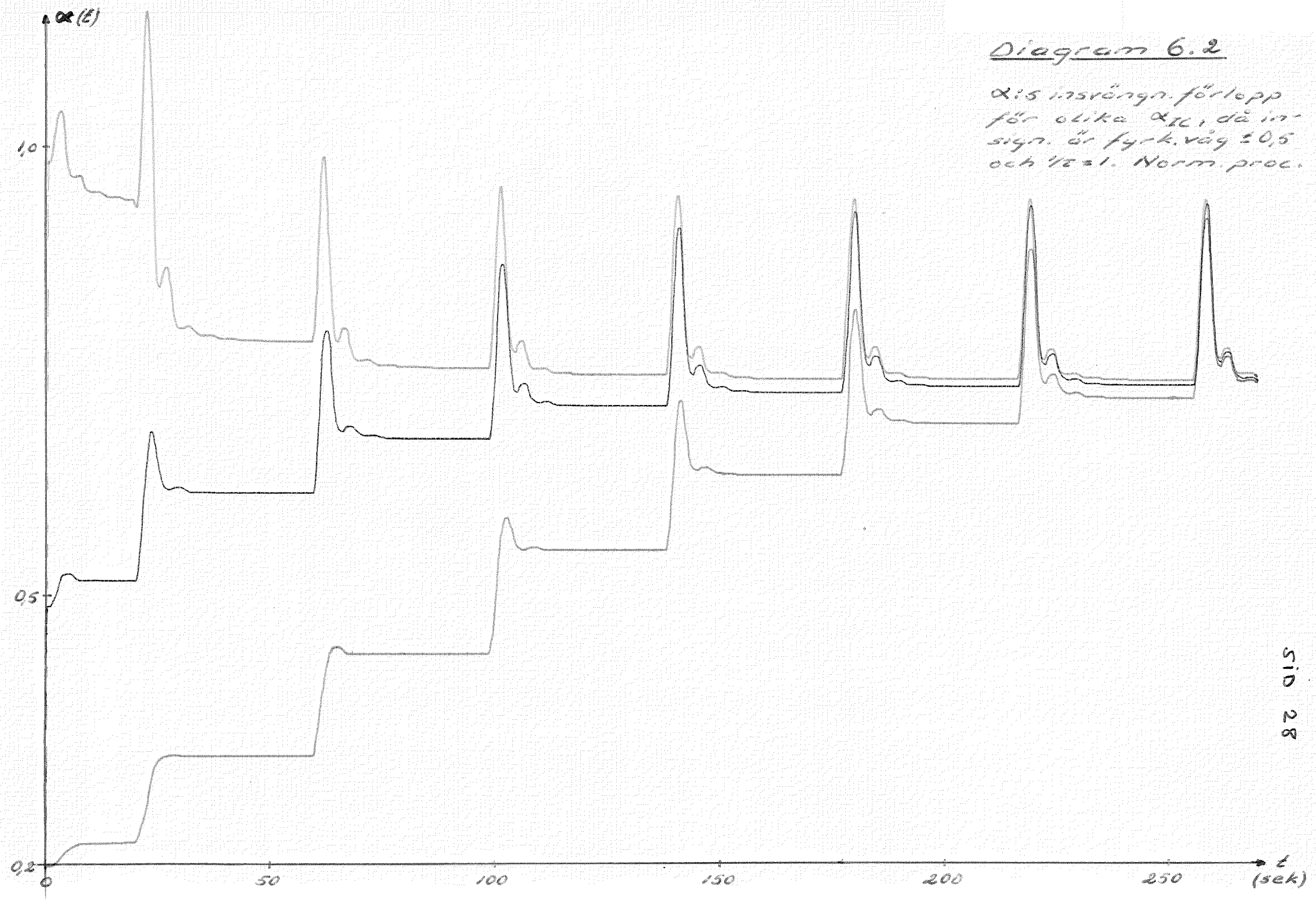


Diagram 6.2

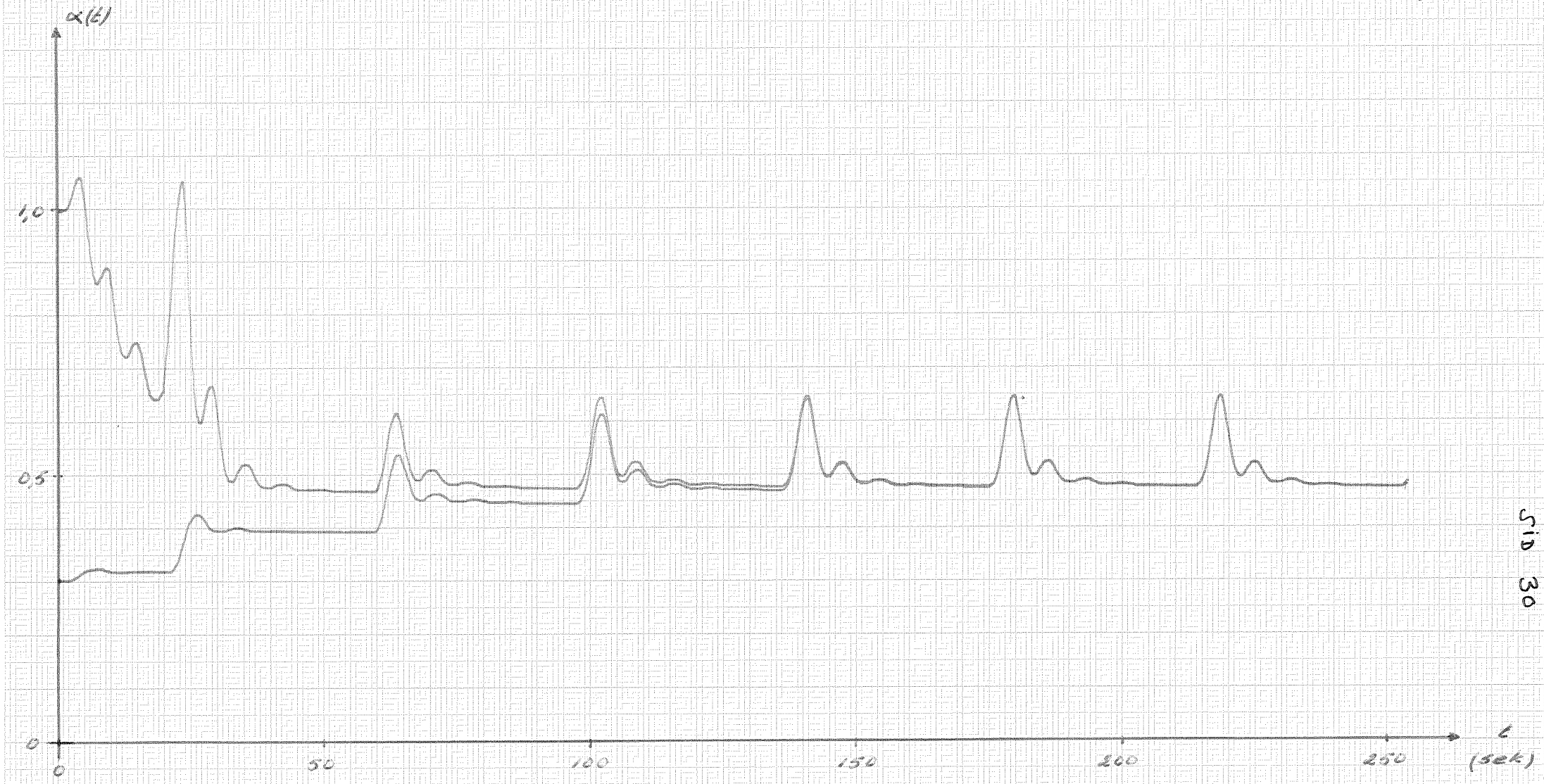
α:s insvängn. förlopp för olika α_{IC}, då insign. är fyrk.våg ±0,5 och 1/τ=1. Norm. proc.

Diagram 6.3

Utsign., då insign. är fyrkvåg ±0,5 och $\alpha=1$. Mersiks syst.

Diagram 6.4

α:s insvängn. förlopp för $\alpha_{IC} = 1$ resp. 0,3, då insign. är fyrk.väg ±0,5 och $1/\tau = 1$. Marčuks syst.



Om man utgår från Marsiks jämviktsvillkor, $\int_0^\infty y^2 dt = \int_0^\infty uy\, dt$, och antar att insignalen u är ett steg av storlek A, så erhålles följande jämviktsvillkor: $\int_0^\infty \varphi^2 dt = \int_0^\infty A\varphi\, dt$. $\int_0^\infty A\varphi\, dt = \frac{A^2}{\alpha K}$ för båda systemen, (K = 1 för Marsiks system).

$$\int_0^\infty \varphi^2 dt = A^2 \frac{3\alpha K + 2}{2\alpha K(2-\alpha K)}$$

för normalprocessen och

$$\int_0^\infty \varphi^2 dt = A^2 \frac{3(\alpha K)^2 - 15\alpha K - 8}{2\alpha K(9\alpha K - 8)}$$

för Marsiks system.

Eftersom faktorn A^2 ingår i både $\int \varphi^2$ och $\int A\varphi$ är jämviktsvillkoret oförändrat och således oberoende av stegstorleken.

Även det jämviktsvillkor, som erhålles då filtrets inverkan medtages i härledningen, är oberoende av stegstorleken. Man har alltså anledning att förvänta sig ett jämviktsvärde för α, som är oberoende av stegstorleken.

För insignal = steg 0,5 och $1/\tau$ = 0 har α uppmätts som funktion av α_{IC} dels för normalprocessen och dels för Marsiks system. Enligt dessa mätningar är jämviktsvärdet för normalprocessen 0,27 och för Marsiks system 0,18. Dessa värden skall alltså jämföras med de teoretiskt beräknade värdena α_{jv} = 0,40 respektive α_{jv} = 0,23 och de för enhetssteget ur extrapolering erhållna värdena α_{jv} = 0,35 respektive α_{jv} = 0,20, se 5.2.

Motsvarande mätningar har gjorts med $1/\tau$ = 1 för normalprocessen med insignalen = steg 0,5 och insignalen = steg 0,2. Jämviktsläget blev 0,78 respektive 0,79.

α:s insvängningsförlopp för några olika α_{IC} visas för normalprocessen, då $1/\tau$ = 1 och insignalen är en fyrkantsvåg mellan - 0,25 och + 0,25 respektive - 0,10 och + 0,10, i diagram 6.5 och 6.6. Diagrammen visar att antalet pulser, som behövs innan α når sitt jämviktsvärde, ökar kraftigt då fyrkantvågens amplitud minskar.

Diagram 6.7 visar sambandet mellan α_{jv} och a, där a är amplituden för en fyrkantsvåg mellan ± a, för normalprocessen och Marsiks system.

Diagram 6.5

α:s insvängn. förlopp för olika α_{1c}, då insign. är fyrk. våg ± 0,25 och $1/\tau = 1$. Norm. proc.

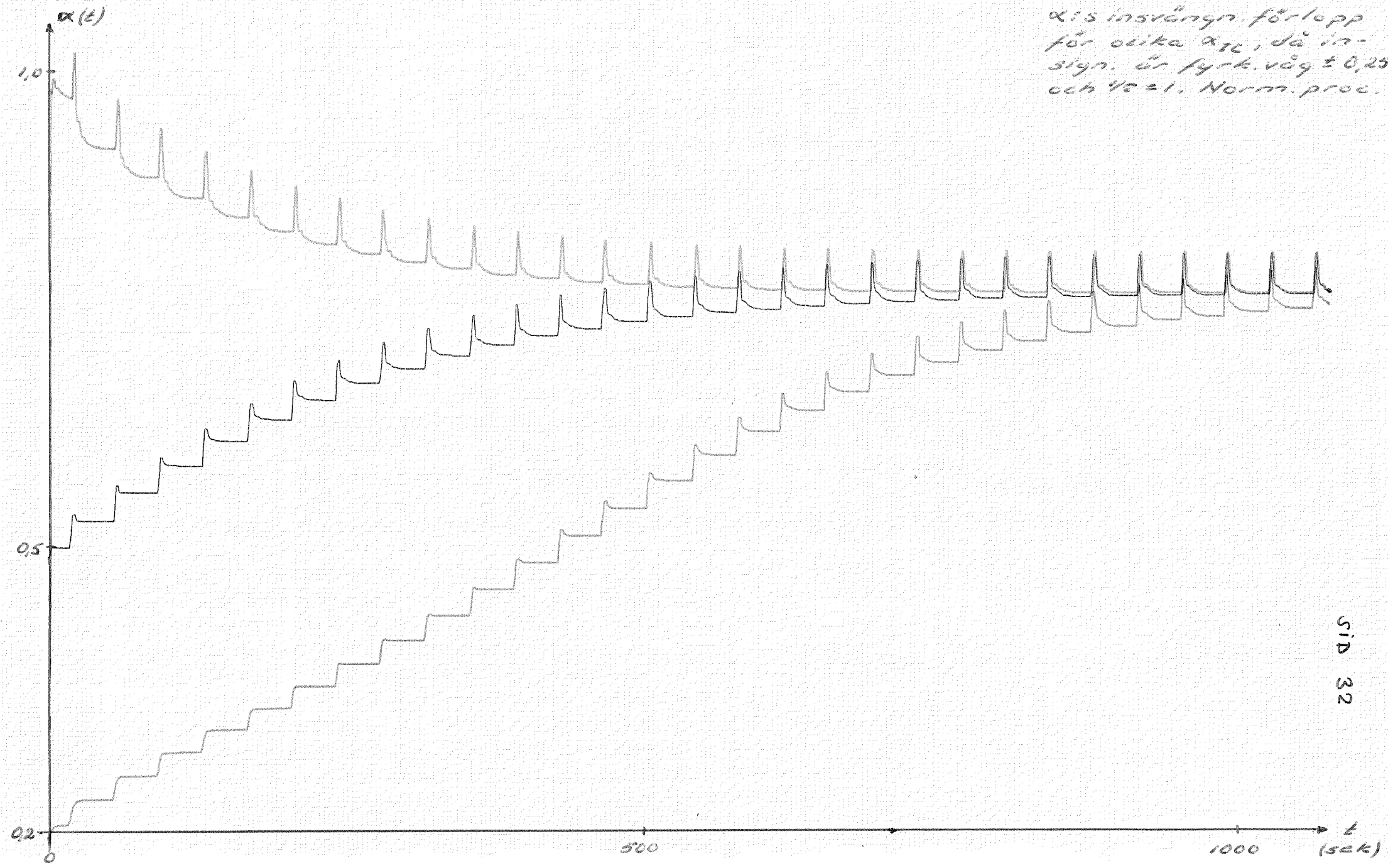
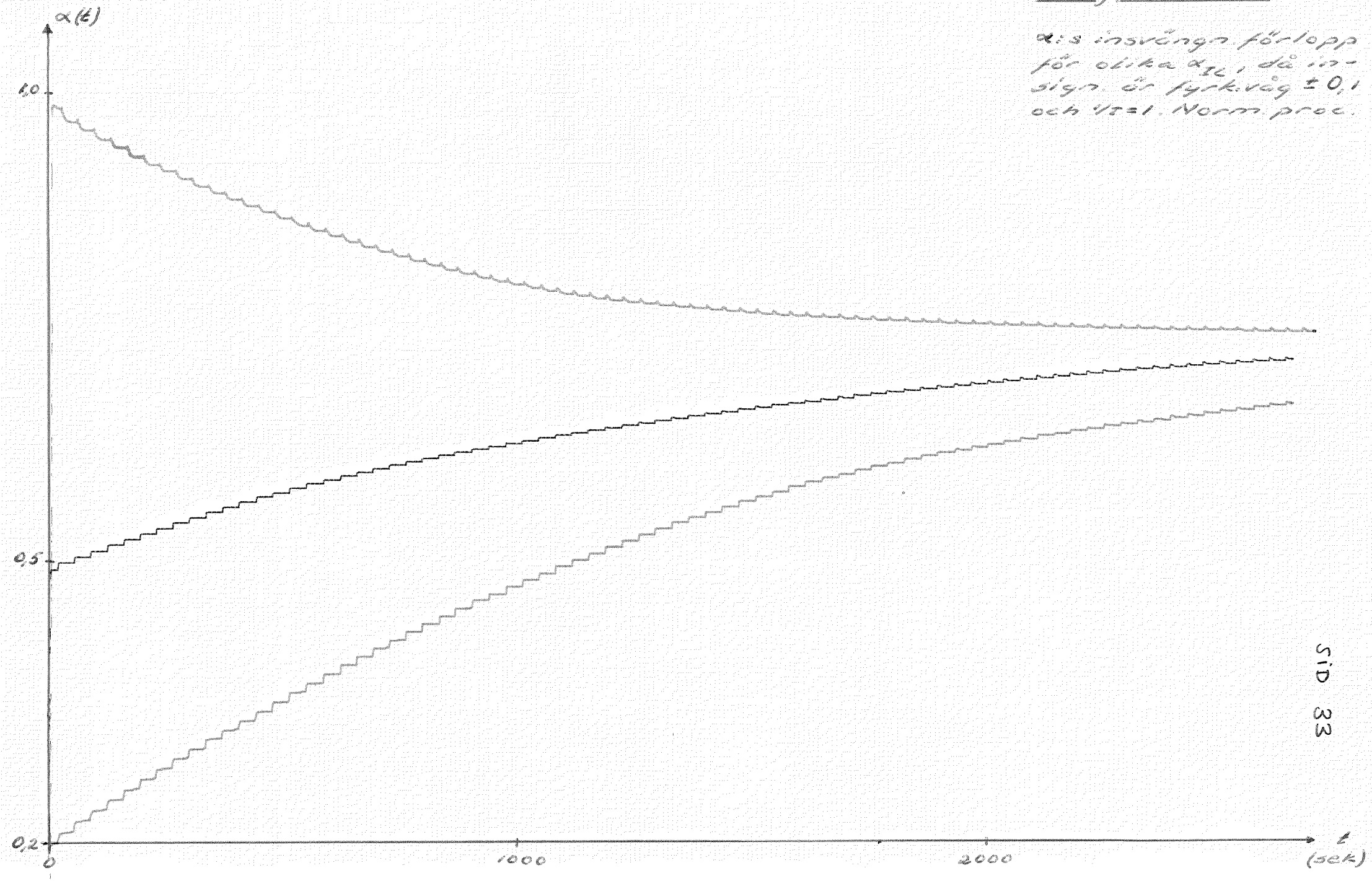


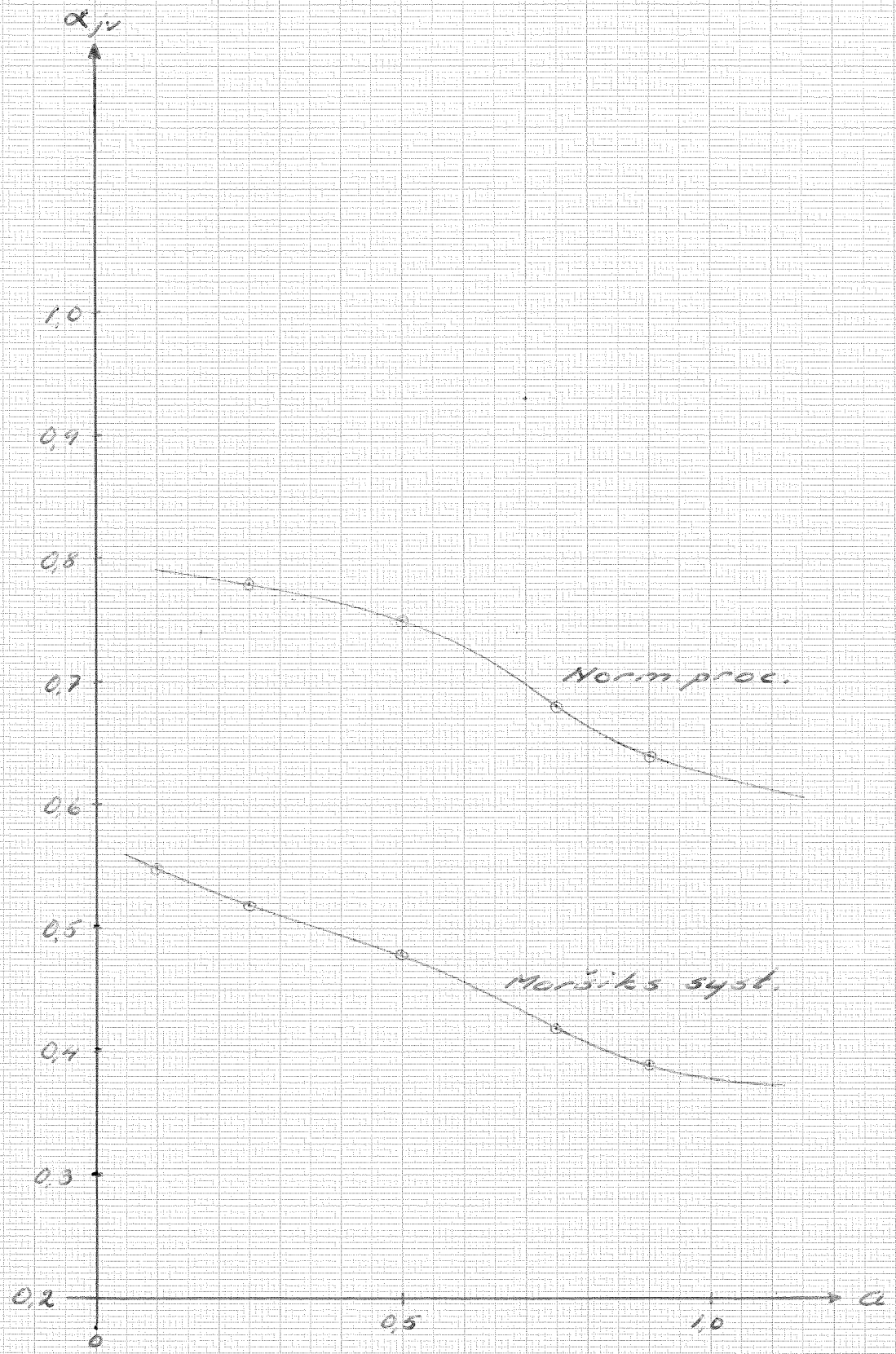
Diagram 6.6

α:s insvängn. förlopp för olika α_{SL}, då insign. är fyrkvåg ± 0,1 och V_S=1. Norm. proc.



Samband mellan amplitud och jämv. värde, då insign. är en fyrk. våg ±a.

Diagram 6.7



73 25 01 - 514 A4 - 1 x 1 mm
ESSELTE ⊗
4441

Jämviktsläget är tydligen beroende av insignalens amplitud, vilket som antytts ovan ej framgår av våra jämviktsvillkor. Detta faktum torde ha sin förklaring däri, att nämnda jämviktsvillkor förutsätter att α är konstant vid beräkning av integralerna. De praktiska integralerna avviker något från de teoretiska, eftersom de tas upp för ett α som varierar i tiden. Avvikelserna mellan de teoretiska och praktiska integralerna är tydligen olika för olika insignalamplituder, vilket alltså förklarar de skilda jämviktsvärdena.

6.2 Andra insignaler

Betrakta ett öppet system med överföringsfunktionen $G_o(s)$, där

$$G_o(s) = \frac{k_n(1+b_1 s+\cdots+b_p s^p)}{s^n(1+a_1 s+\cdots+a_q s^q)} = \frac{k_n B(s)}{s^n A(s)}$$

Det slutna systemets överföringsfunktion blir då

$$G(s) = \frac{k_n B(s)}{k_n B(s)+s^n A(s)}$$

Låt vidare insignalen $u(t) = u_o + u_1 t + \text{-----} + u_n t^n$. Det asymptotiska reglerfelet φ blir då $\varphi(t) \approx$

$$\approx e_o u(t) + e_1 \frac{du(t)}{dt} + \cdots + e_n \frac{d^n u(t)}{dt^n}$$

där e_o, e_1, e_2 ----- e_n är felkoefficienterna.

För att α ska ha ett jämviktsvärde, måste $\int_0^\infty \varphi\, dt$ och $\int_0^\infty \varphi^2 dt$ existera. Det gör de endast om $e_o = e_1 = \text{------} = e_n = 0$ eller om $\frac{d^\nu u(t)}{dt^\nu} = 0$ för $e_\nu \neq 0$.

För $n = 0$ gäller $e = \frac{1}{1+k_o}$, vilket är skilt från noll. Integralerna existerar alltså ej för $n = 0$. Kravet för att det skall finnas ett α_{jv} måste således vara att $n > 0$, d.v.s. det öppna systemet innehåller minst en integrator.

För $n > 0$ gäller $e_o = e_1 = \text{-----} = e_{n-1} = 0$ och $e_n = \frac{1}{k_n} \neq 0$. För att integralerna skall existera fordras alltså att $\frac{d^n u(t)}{dt^n} = 0$, d.v.s. $u(t)$ är av grad $\leq n - 1$.

Normalprocessen har $k_n = \alpha K$ och n = 1, vilket medför att α endast har jämviktsläge, om insignalen är konstant.

Ovanstående resonemang gäller dock bara med säkerhet, om insignalen inte är periodisk.

Utsignalens uppförande, då insignalen är en triangelvåg och $1/\tau$ = 1, framgår av diagram 6.8. I diagram 6.9 visas α för några olika α_{IC}, då insignalen är samma triangelvåg och $1/\tau$ = 1. Av detta diagram får man kanske intrycket att α skulle kunna ha ett jämviktsvärde någonstans mellan 1,5 och 2,0. En undersökning av α :s uppförande visade dock att α , oberoende av värdet på α_{IC} , kontinuerligt växer och till slut överskrider stabilitetsgränsen (α = 2). Jämviktsvärde saknas således.

Då insignalen är en sinussignal uppför sig α på samma sätt som för en triangelvåg. Jämviktsläge saknas alltså även då insignalen är en sinussignal.

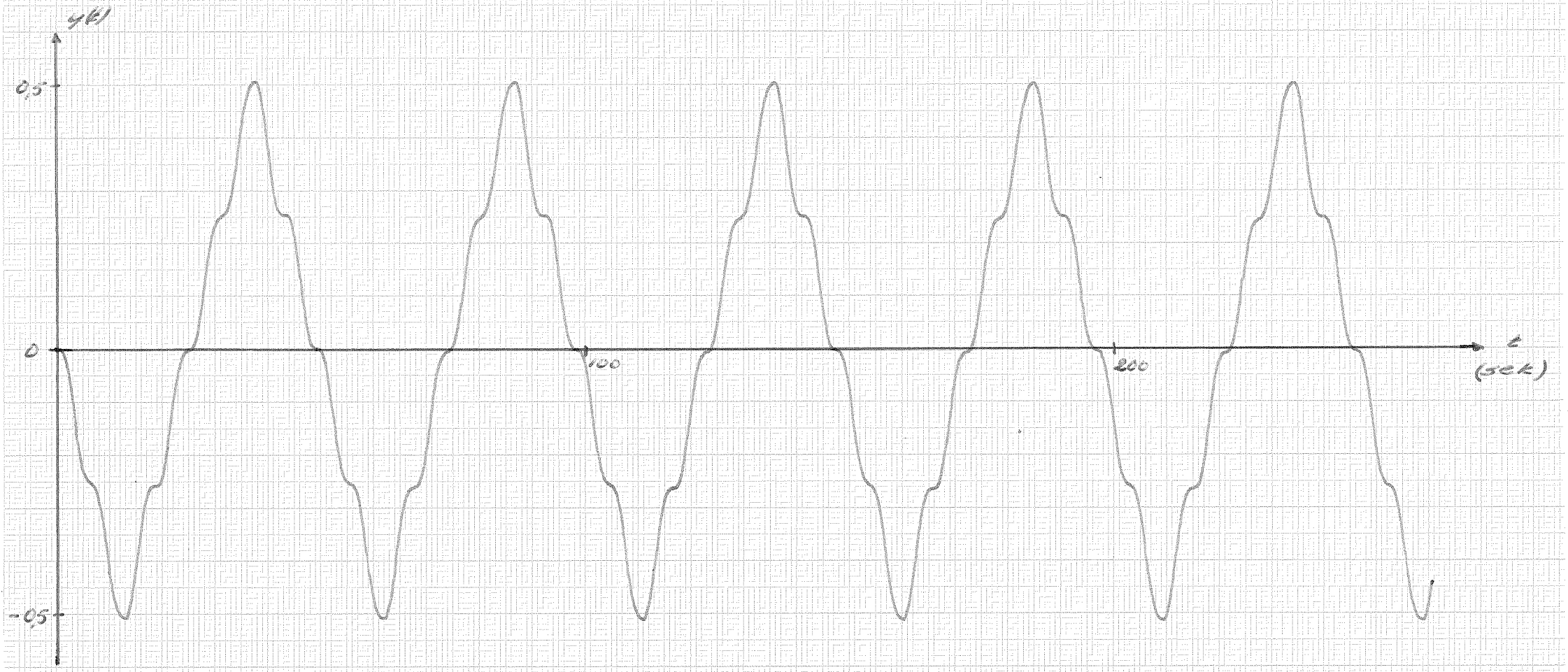


Diagram 6.8

Utsign., då insign. är triangelvåg ±0,5 och $T_E = 1$. $\alpha_{1k} = 1,9$.
Norm. proc.

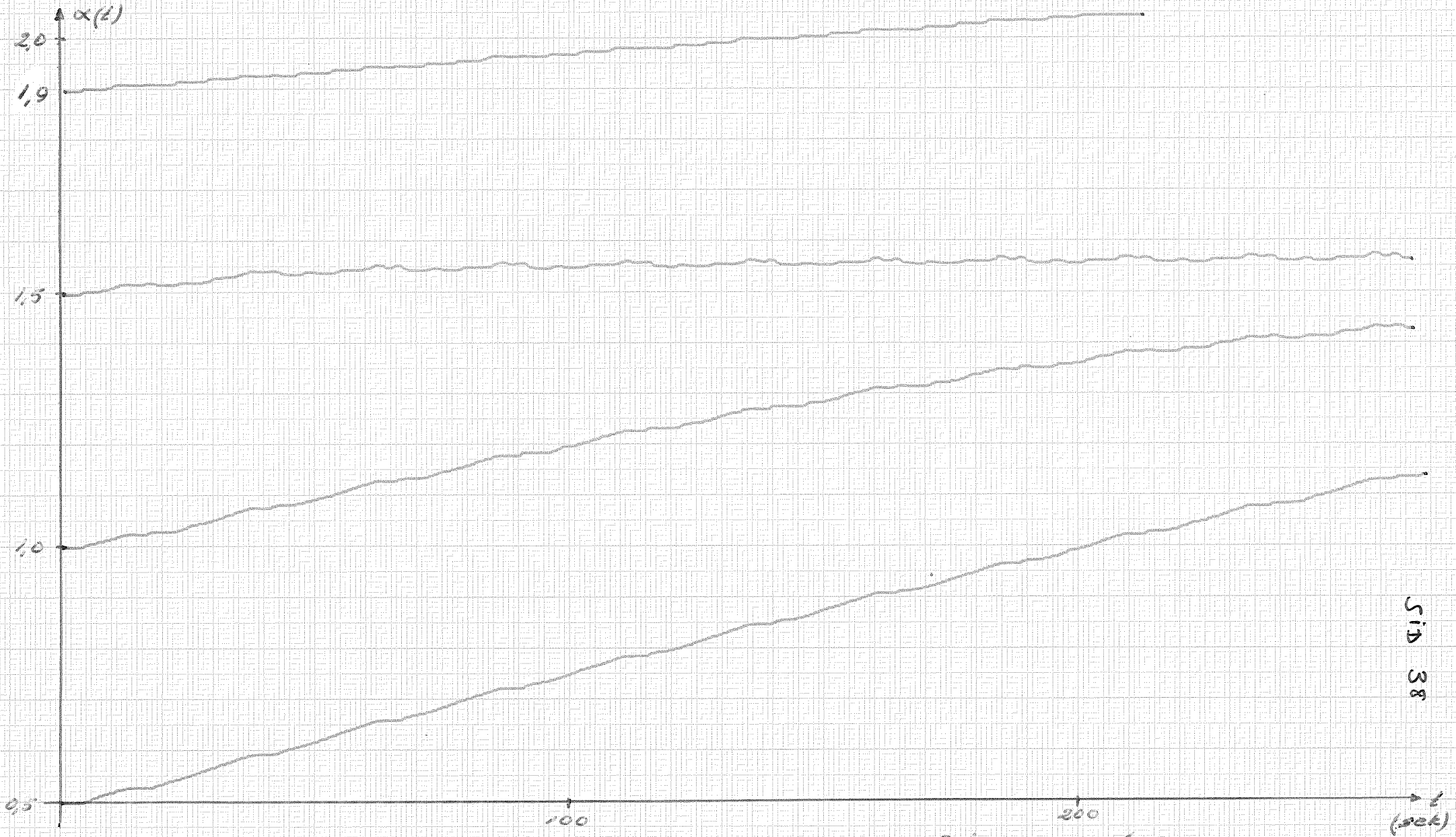


Diagram 6.9

α(t), då insign. är triangelvåg ±0,5 och 1/T = 1. α_{RC} = 0,5, 1,0, 1,5 och 1,9. Norm. proc.

7. Modifierade modeller av regulatorn

De modifierade modeller av regulatorn, som gjorts, har haft som mål att, för ett bestämt $1/\tau$ -värde, påverka α :s jämviktsläge i en gynnsam riktning. Simuleringar med dessa regulatormodeller har endast gjorts för normalprocessen med $1/\tau = 1$.

I diagram 6.1 framgår, att utsignalen har mycket kraftiga överslängar för $\alpha_{jv} = 0{,}75$, varför vår strävan bör vara att om möjligt göra α_{jv} mindre.

Impulser till förändringar av regulatorn har erhållits genom studium av Marsiks jämviktsvillkor. Med detta som utgångspunkt har också vissa resultat analyserats och förklarats.

7.1 Modifierad modell 1

Marsiks jämviktsvillkor: $\dot{\alpha} = \alpha\varphi \cdot y = \alpha\varphi(1-\varphi) = \alpha(\varphi - \varphi^2)$.
Genom att förflytta kurvan $\int_0^\infty \varphi\, dt$ i diagram 1 till vänster skulle ett lägre α_{jv} kunna erhållas. Detta tycks låta sig göras om $\int_0^\infty \varphi\, dt$ i jämviktsvillkoret multiplicerades med en faktor < 1. Ett jämviktsvillkor $\int_0^\infty (1-k_1)\varphi\, dt = \int_0^\infty \varphi^2\, dt$ uppnås med regulatorn enligt Fig. 5.

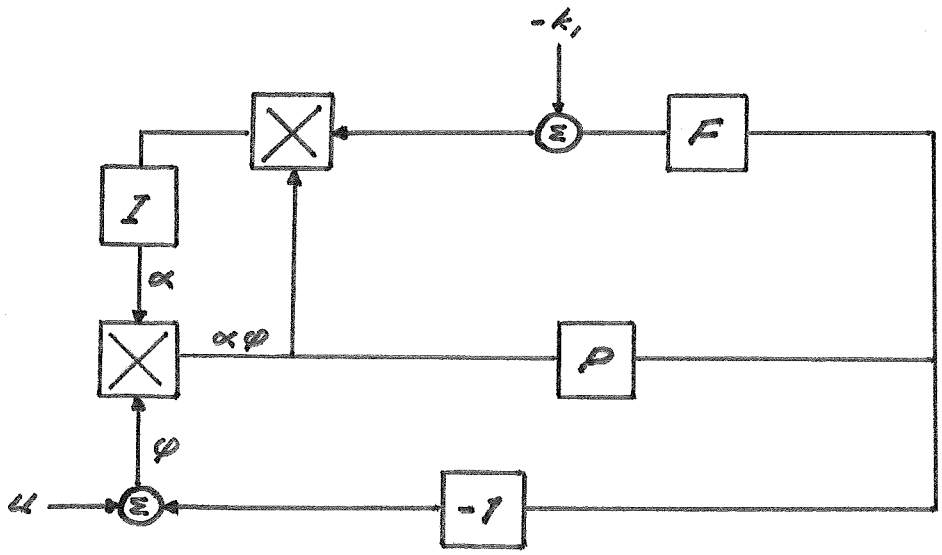


Fig. 5 Modifierad modell 1

Som framgår av figuren har en konstant signal = $-k_1$ adderats till filtrets utsignal.

Diagram 7.1 visar α :s insvängningsförlopp för $k_1 = 0{,}3$ då insignalen är en fyrkantsvåg $\pm$ 0,5. Som synes har α två olika jämviktsvärden, ett för positiva pulser och ett för negativa.

Diagram 7.1

α:s insvängn. förlopp för $\alpha_{ZC} = 0{,}2$ och $1{,}0$, då insign. är fyrk. väg $\pm 0{,}5$, $T_2 = 1$ och $k_1 = 0{,}3$. Norm. proc.

Tidigare simuleringar har gjorts med $k_1 = 0$ och gav endast ett jämviktsvärde. För $k_1 = 0$ gäller $\dot{\alpha} = (1-\varphi)\alpha\varphi = (\varphi-\varphi^2)\alpha$ för positivt steg = 1 och $\dot{\alpha} = (-1-\varphi)\alpha\varphi = (-\varphi-\varphi^2)\alpha$ för negativt steg = - 1. Detta ger samma α_{jv} ty de båda stegsvaren är symmetriska. Det enda som skiljer är att positiva φ för steg = 1 motsvaras av negativa φ för steg = - 1 och vice versa. Detta kompenseras dock av att vi i uttrycket för $\dot{\alpha}$ har olika tecken framför $\dot{\varphi}$.

För $k_1 \neq 0$ gäller $\dot{\alpha} = (y-k_1)\alpha\varphi = (1-\varphi-k_1)\alpha\varphi = \alpha(1-k_1)\varphi - \alpha\varphi^2$ för steg = + 1 och $\dot{\alpha} = (y-k_1)\alpha\varphi = (-1-\varphi-k_1)\alpha\varphi = \alpha(-1-k_1)\varphi - \alpha\varphi^2 = -(1+k_1)\alpha\varphi - \alpha\varphi^2$ för steg = - 1. Faktorn framför φ skiljer sig i de båda fallen nu inte enbart genom tecken utan även till belopp.

Positivt k_1 =>	α_{jv}	för	positiva	steg	sjunker
och	α_{jv}	"	negativa	"	ökar.
Negativt k_1 =>	α_{jv}	"	positiva	"	ökar
och	α_{jv}	"	negativa	"	sjunker.

7.2 Modifierad modell 2

För att undvika att få två olika jämviktsvärden vid förändring av det ursprungliga jämviktsvärdet gjordes uppkopplingen enligt Fig. 6.

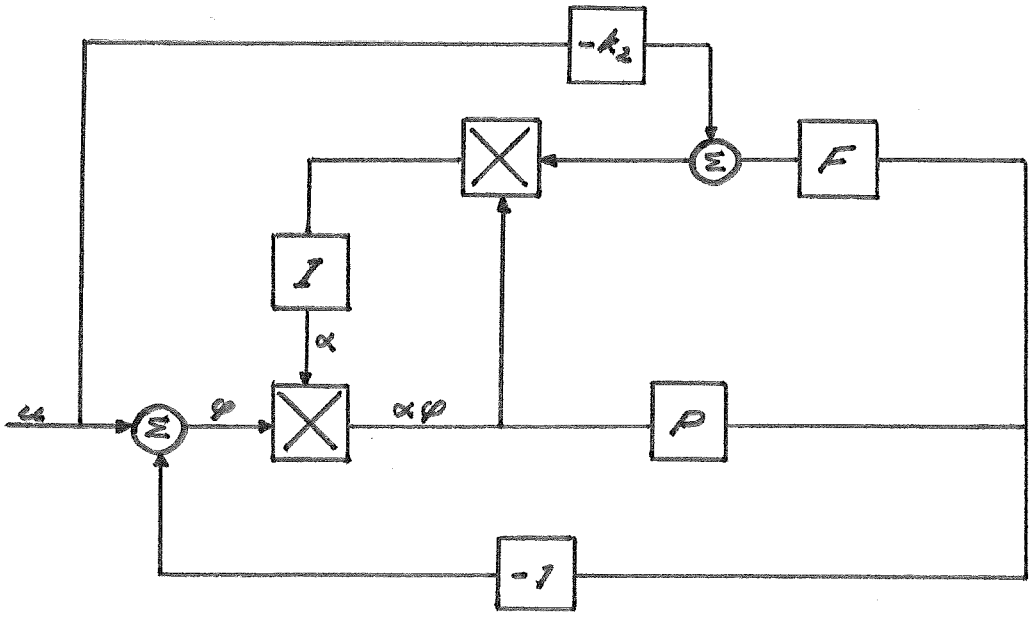


Fig. 6 Modifierad modell 2

Vid koppling enligt figur 6 blir de under 7.1 behandlade jämviktsvillkoren för positiva respektive negativa steg identiska, nämligen

$$\int_0^\infty \varphi^2 dt = \int_0^\infty (1-k_2)\varphi\, dt$$

Då insignalen var en fyrkantsvåg mellan - 0,5 och + 0,5, kunde jämviktsläget endast påverkas i intervallet 0,75 - 0,55. För $k_2 > 0{,}25$ erhölls inget jämviktsvärde, vilket torde ha sin förklaring i de tidigare nämnda bristerna hos den elektroniska multiplikatorn (se 5.1).

Utsignalen för $k_2 = 0{,}3$ visas i diagram 7.2, i vilket även de på digitalvoltmetern avlästa α -värdena noterats. Det framgår av detta diagram, att ett jämviktsvärde på ungefär 0,25 vore önskvärt. Detta ligger dock ej i det intervall, inom vilket jämviktsvärdet lät sig påverkas.

Det lägsta α_{jv}-värde, som kan erhållas genom lämpligt val av $1/\tau$ för den ursprungliga, icke modifierade regulatorn, är som framgår av diagram 6.4 0,35. Man kan således ej heller välja $1/\tau$, så att det önskvärda jämviktsvärdet erhålles, då $k_2 = 0$.

Försök med olika kombinationer av $1/\tau$ - och k_2 -värden utfördes och det bästa resultatet erhölls för $1/\tau = 0{,}2$ och $k_2 = 0{,}25$, varvid α_{jv} blev 0,30. Utsignalen för dessa parametervärden visas i diagram 7.3.

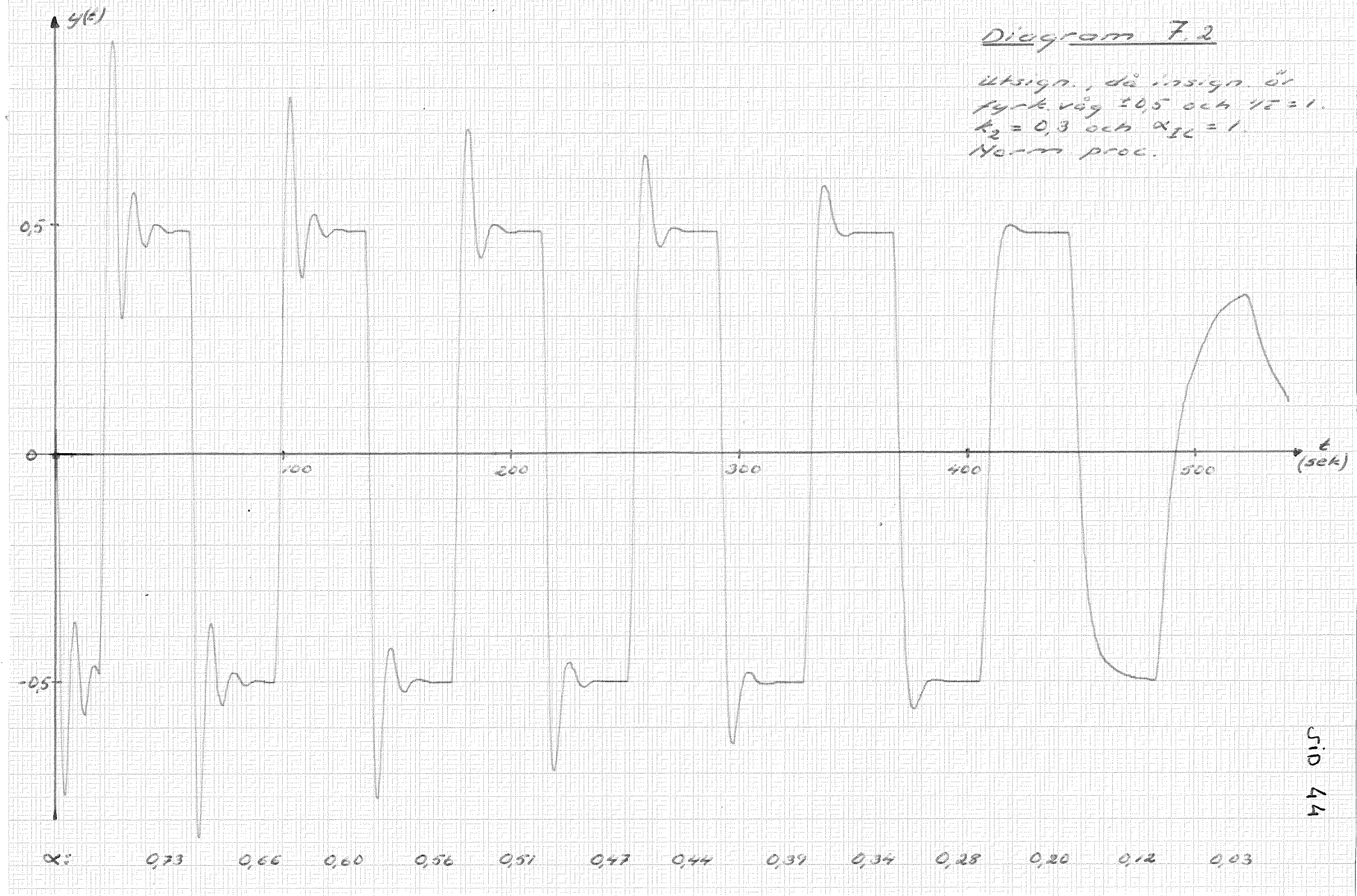


Diagram 7.2

Utsign., då insign. är fyrkt. våg ±0,5 och $T_5 = 1$.
$k_2 = 0,3$ och $\alpha_{IL} = 1$.
Norm proc.

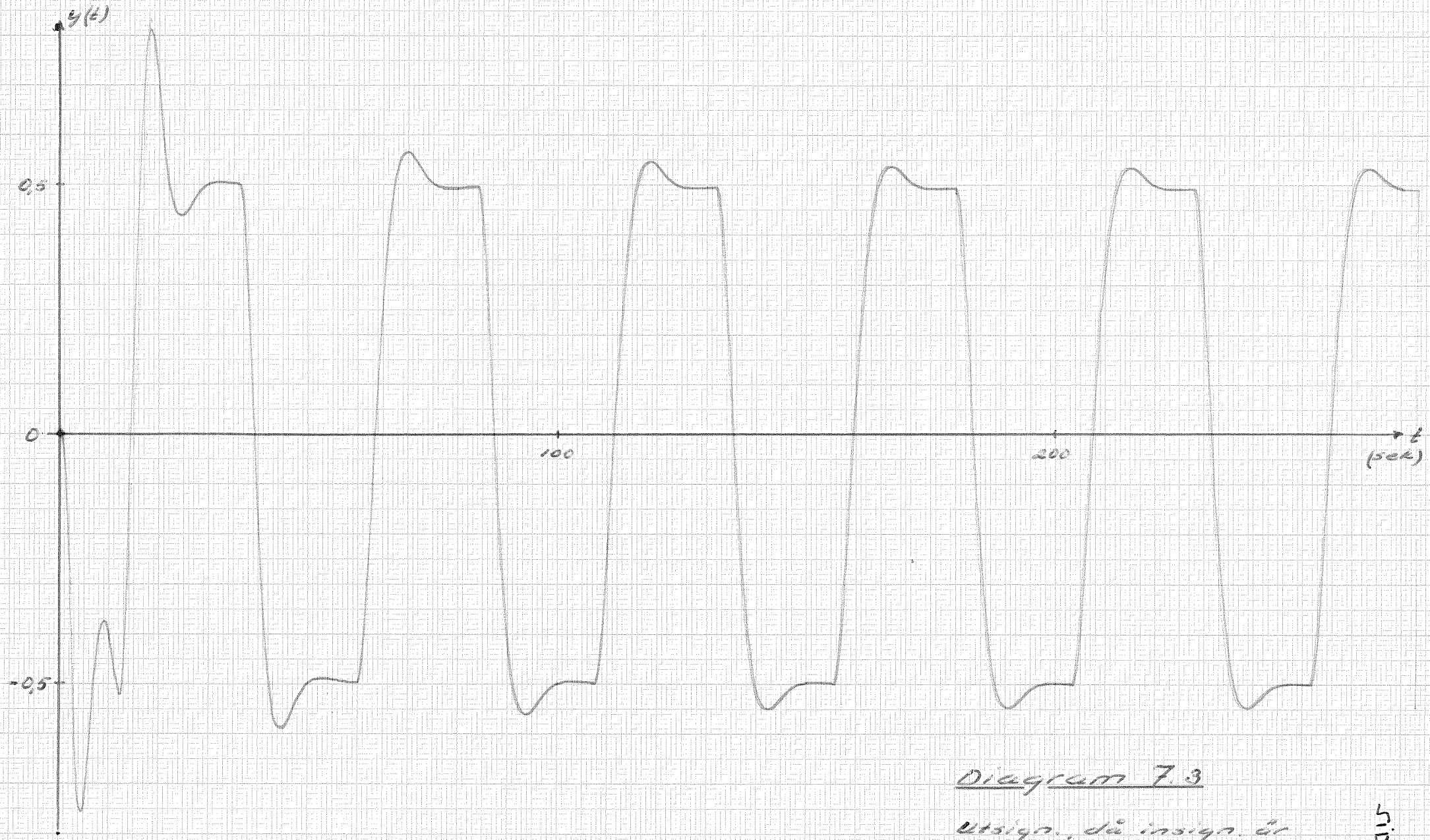


Diagram 7.3

utsign. då insign. är fyrk.väg ±0,5. $T_E = 0,2$, $k_2 = 0,25$ och $\alpha_{SC} = 1$

8. Slutsatser

Jämviktsvillkoret för Marsiks adaptiva regulator utan filter lyder $\int_0^\infty \varphi^2 dt = \int_0^\infty \varphi \, dt$ om insignalen är ett enhetssteg. Regulatorn justerar således kretsförstärkningen så att detta villkor blir uppfyllt efter ett antal enhetssteg. Om ett filter införes framför regulatorn får simuleringarna vissa praktiska fördelar. Genom att variera filtrets brytfrekvens kan förstärkningens jämviktsläge påverkas. Jämviktsläget, som erhålles utan filter, kan dock ej underskridas på detta sätt.

Med en modifierad modell av regulatorn kan detta emellertid ske. Genom att kombinera denna modell med ett lämpligt värde på filtrets brytfrekvens kan för normalprocessen ett tillfredsställande lågt jämviktsvärde erhållas, såtillvida att systemet ganska bra lyckas följa en fyrkantsvåg.

Kretsförstärkningens jämviktsvärde är beroende av fyrkantsvågens amplitud. Jämviktsvärdet minskar då amplituden ökar. Dessutom minskar förstärkningens inställningshastighet kraftigt, då amplituden minskar.

Jämviktsvärde erhålles endast för "snälla" insignaler, vilka, då de inte är periodiska, har av den aktuella processen begränsat gradtal. För normalprocessen erhålles inte heller något jämviktsvärde för de periodiska insignalerna sinus- och triangelvåg. Förstärkningen ökar i dessa fall och passerar till slut stabilitetsgränsen.

9. Referenser

Åström, K.J.: Reglerteori

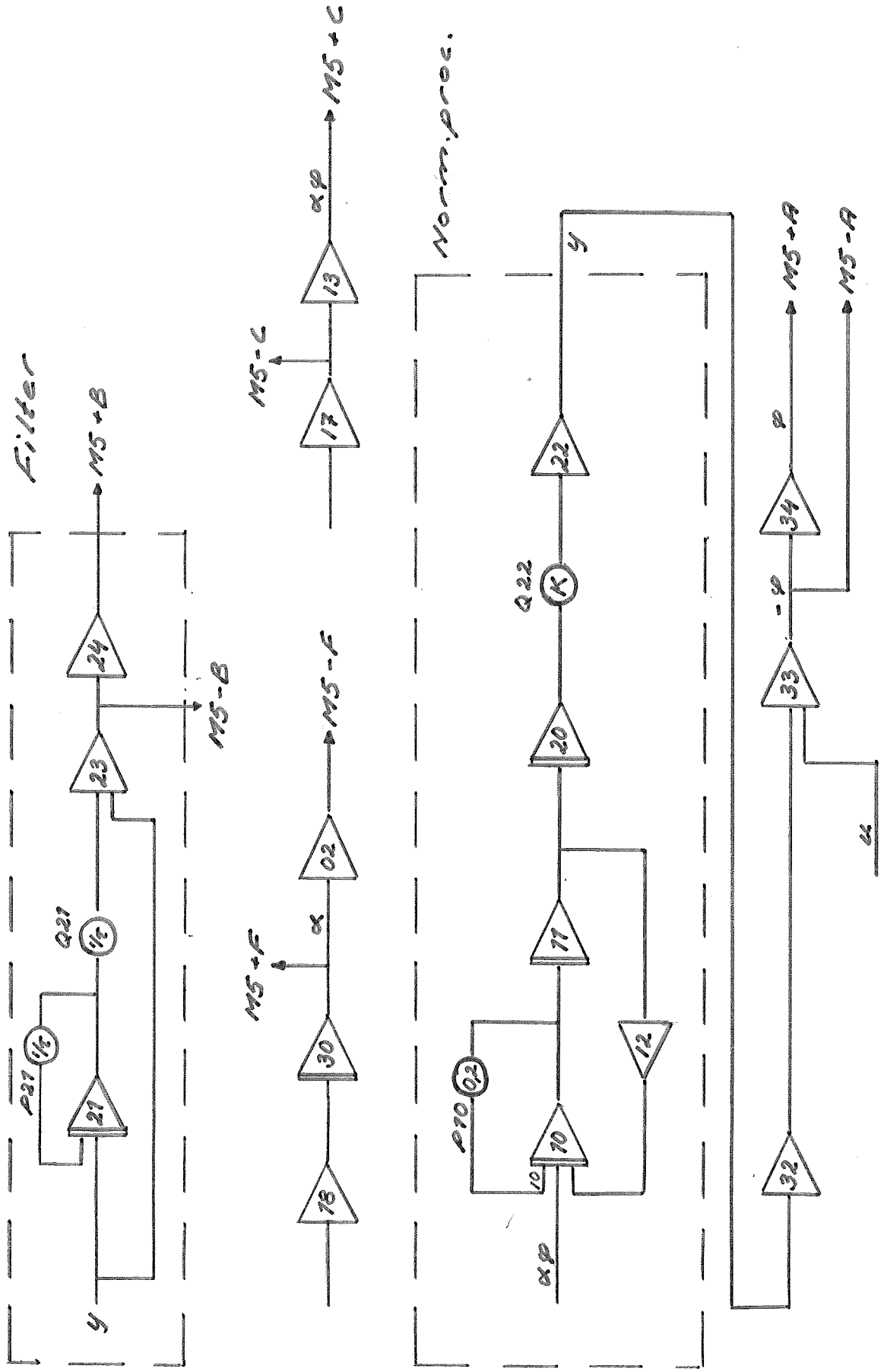
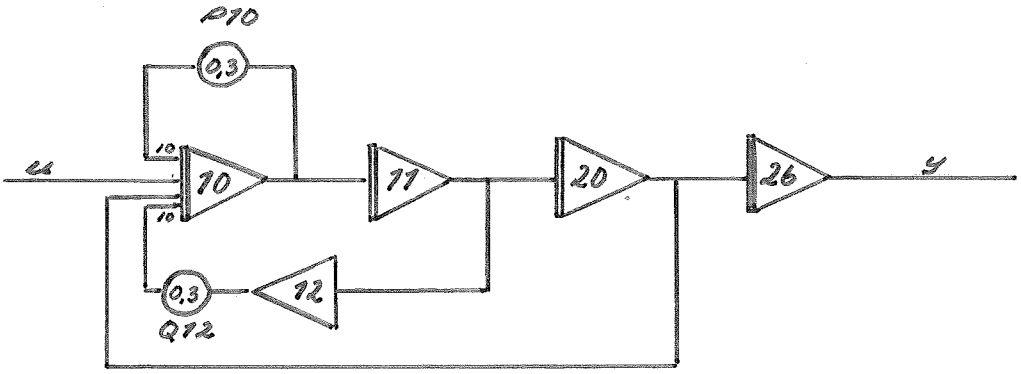
Maršik, J.: A simple adaptive controller

Wittenmark, B.: A survey of adaptive control

Reglerteknik Formelsamling TLTH/VBV 1970

10. Appendix

10.1 Kopplingsschema



Maršiks system