

DIGITAL REGLERING  
MED  
PROCESSDATOR

ANDERS NILSSON  
RUNE NILSSON

RAPPORT RE-96, augusti 1971

TILLHÖR REFERENSBIBLIOTEKET  
UTLÄNAS EJ

D I G I T A L   R E G L E R I N G

M E D

P R O C E S S D A T O R

Examensarbete av: Anders Nilsson  
Rune Nilsson

Ansvarig handledare: Björn Wittenmark

Inst. för reglerteknik  
Lunds tekniska högskola

Innehållsförteckning.

	Sid.
Abstract	2
Sammanfattning	3
Inledning	4
Proportionell reglering	7
Fasavancerande regulator	17
Återkoppling från tillstånd mha modellrekonstruktion	24
Dead-beat regulatorn	37

ABSTRACT

This paper treats digital control of a position servo. The effect of the samplingrate for different regulators are investigated. At first we discuss a proportional feed back. Then we try to improve the results in different ways. In order to reduce the rise time without increasing the overshoot a sampled correspondence of a lead compensation is used. By making a feed back from  $x(t)$  we get a regulator which has a very good damping. With this regulator we can get a system that is as fast as the lead compensation but the overshoot is reduced to one half. Finally a dead-beat regulator is used. With this we receive the same results as using the proportional regulator although the samplingrate is much slower.

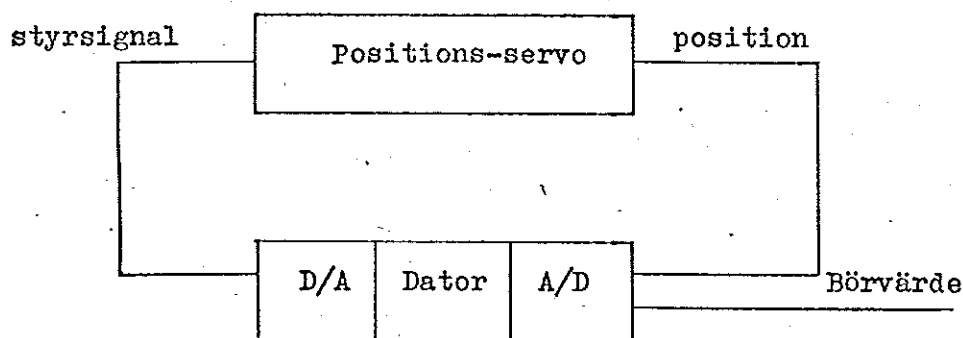
SAMMANFATTNING.

Arbetet handlar om digital reglering av ett positionsservo. Vi studerar samplingstidens inverkan på olika regulatorer. Först diskuterar vi en proportionell regulator. De resultat vi då erhåller försöker vi sedan att förbättra i olika avseende. Med den samplade motsvarigheten till ett fasavancerande kompenseringsnät minskar vi stigtiden till hälften utan att öka överslängen. Genom att återkoppla från tillstånd får vi en regulator som kan uppfylla höga krav på snabbhet och dämpning. Slutligen studerar vi dead-beat regulatorn. Med denna får vi samma resultat som med den proportionella regulatorn trots att vi samplar betydligt långsammare.

## INLEDNING.

Syftet med arbetet är att åstadkomma en digital reglering av ett positionsservo. Vi ställs inför problemet att välja lämplig samplings- och integrationsintervall. Med korta samplingsintervall får man hög beläggning på processdatorn och med långa samplingsintervall är det ofta svårt att utföra en acceptabel reglering. Avsikten med examensarbetet är dels att finna lämpliga samplingsintervaller och dels att dimensionera olika regulatorer.

Vårt regelsystem kan karakteriseras av följande schema.

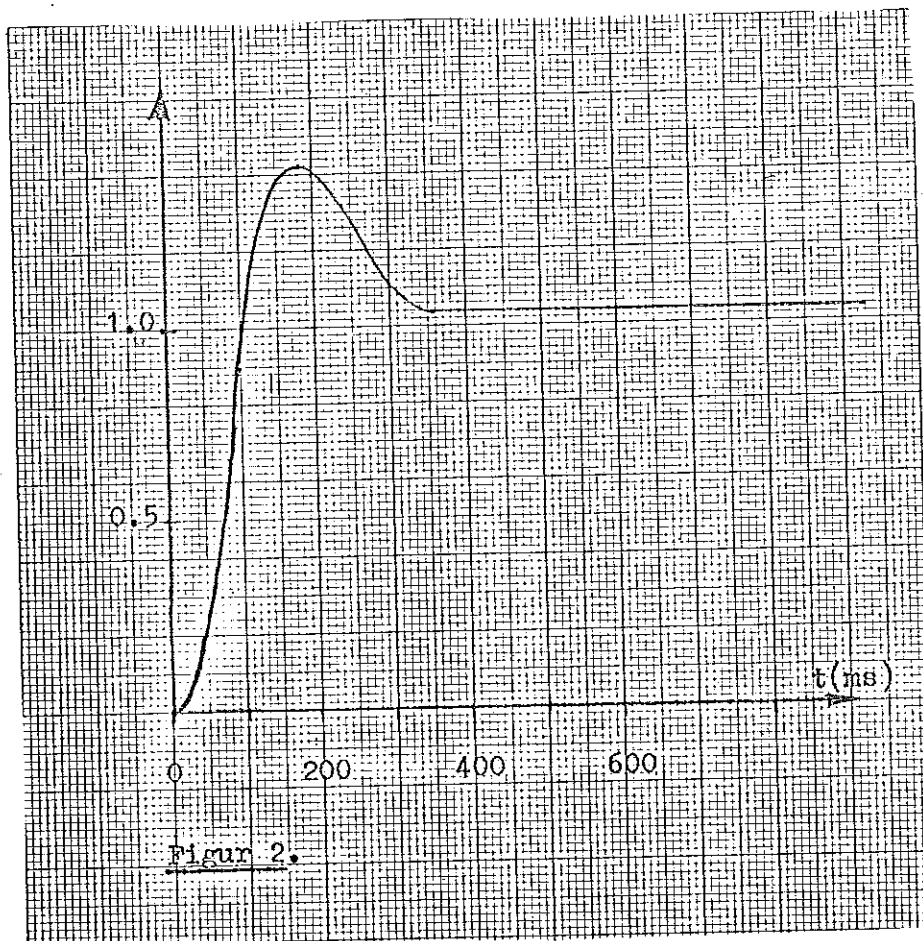


Figur 1.

Vi kommer genomgående att arbeta med en modell av ett positionsservo och ett servo bestående av en elektrisk motor och en potentiometer. Det verkliga servots överföringsfunktion är

$$G_o(s) = \frac{340}{s(s + 10)} \quad (1)$$

Om man återkopplar detta system erhålles ett stegsvar enl. följande figur.



Av figuren framgår att servot är olineärt. Detta beror bland annat på friktion.

Den högsta samplingsfrekvens vi har tillgänglig på datorn är 50 Hz. För att få större möjlighet att variera samplingsintervallet har vi valt modellen c:a 10 gånger långsammare än det verkliga servot. Överföringsfunktionen för modellen är

$$G_o(s) = \frac{3.0}{s(s + 1.0)} \quad (2)$$

Denna har realiserats på en analogmaskin. När vi arbetar på modellen kommer vi därför ifrån problemet med friktionen.

Vi kommer att dimensionera fyra olika regulatorer. Först studeras proportionell återkoppling. Genom att variera samplingstiden och förstärkningsparametern

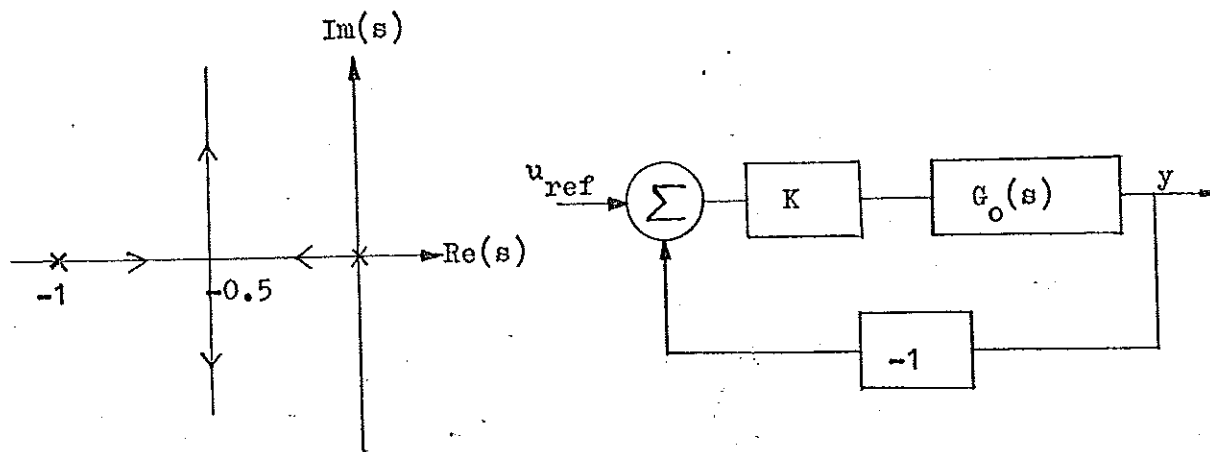
skall vi undersöka vilka specifikationer som systemet kan uppfylla. Nästa steg blir att försöka göra systemet dubbelt så snabbt utan att öka överslängen. Detta kommer att lösas med en samplad motsvarighet till ett fasavancerande kompenseringssystem. Med denna metod kan man genom att sampla 4 - 5 gånger på stegsvarets uppgång få ett system med en översläng på c:a 40 %. För att minska överslängen kommer vi i det tredje avsnittet att göra återkoppling från tillstånd med hjälp av modellrekonstruktion. Vi kan då med långsam sampling få hårt dämpade system. Till exempel kan vi på fyra samplingsintervall styra ett system och få en översläng på c:a 10 %. Slutligen skall vi i fjärde avsnittet diskutera dead-beat regulatorn. Vi kommer att visa att man kan få samma stegsvar som med en proportionell regulator och ändå sampla 5 - 10 gånger långsammare.



PROPORTIONELL REGLERING.

Reglering av modell:

Betrakta först en proportionell regulator i det kontinuerliga fallet. Rotorten visas i figur 1.

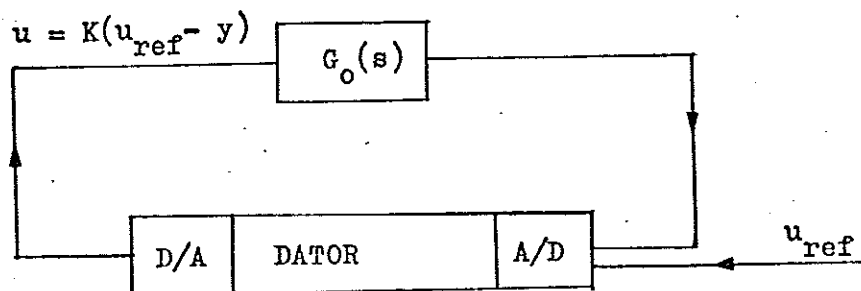


Figur 1.

$$G_o(s) = \frac{3}{s(s+1)}$$

Det återkopplade systemet är stabilt för varje värde på förstärkningen till skillnad från det digitalt styrda vilket vi kommer att se längre fram.

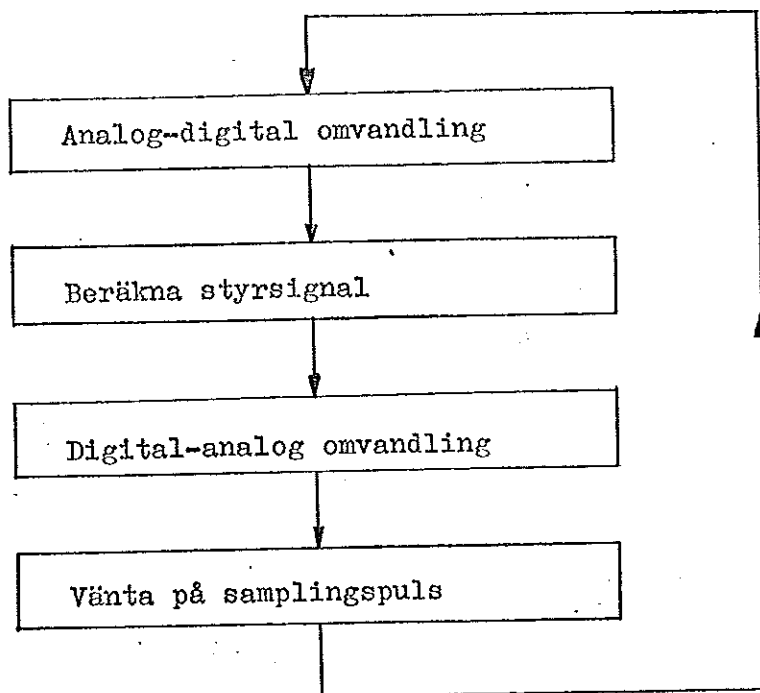
Vid digital reglering används ett arrangemang enligt figur 2.



Figur 2.

Flödesschema över datorns arbetssätt framgår av nedanstående figur.

Figur 3.



I beräkningarna nedan förutsättes att tiden mellan analog-digital omvandling och digital-analog omvandling är försumbar jämfört med samplingsintervallet.

Stabiliteten för det samplade systemet bestäms av rötternas läge till karakteristiska ekvationen

$$1 + K H_0(q) = 0 \quad (1)$$

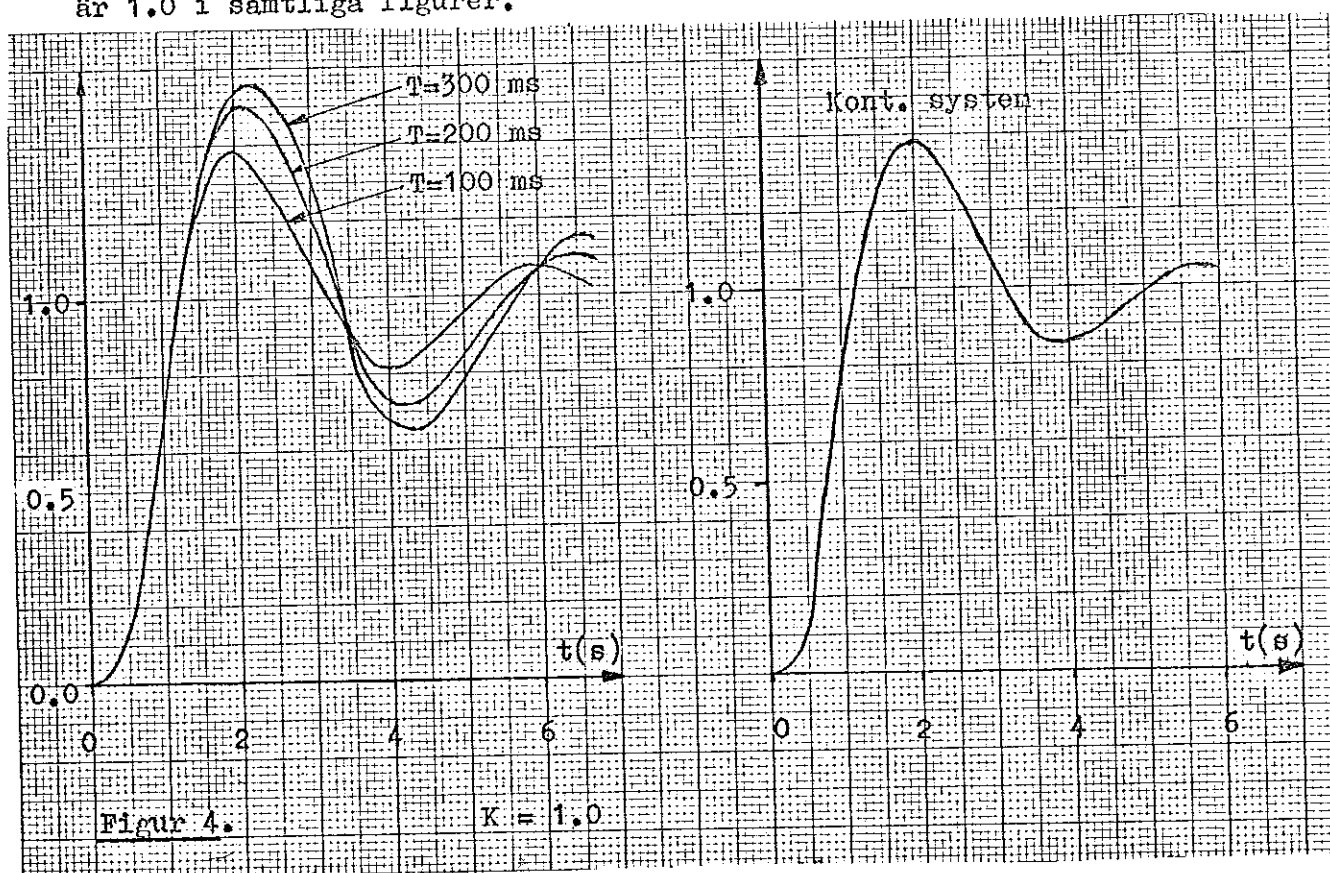
där  $H_0(q)$  erhålles ur

$$H_0(q) = \sum_{i=1}^k \frac{q^{-1}}{1 - q^{-1} e^{p_i T}} \operatorname{Res}_{s=p_i} \frac{e^{sT} - 1}{s} G_0(s) \quad (2)$$

I vårt fall fås

$$H_0(q) = \frac{3(e^{-T} - 1 + T)q + 3(e^{-T} - 1 + T e^{-T})}{q^2 - (1 + e^{-T})q + e^{-T}} \quad (3)$$

Karakteristiska ekvationen innehåller både  $T$  och  $K$  som parametrar. Om vi nu vill bilda oss en uppfattning om samplingstidens inverkan kan vi hålla  $K$  konstant och studera stegsvaren. I figur 4 finns stegsvaren dels för olika samplingstider och dels för det kontinuerliga systemet. Förstärkningen är 1.0 i samtliga figurer.

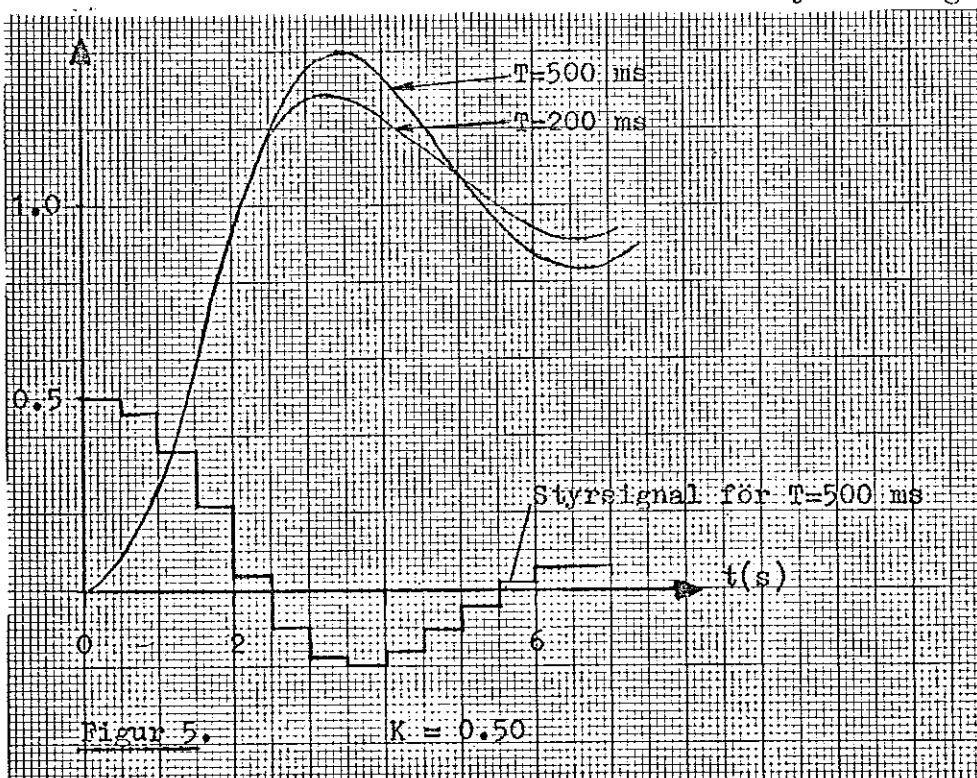


Genom att sampla snabbt  $T = 100$  ms ser vi att vi uppnått samma resultat som i det kontinuerliga fallet. En ytterligare sänkning av samplingstiden medför därför inte någon större skillnad i stegsvaret. Med  $T = 200$  ms har vi fått ett något slängigare system. Ju längre samplingstid desto mindre dämpning. Genom att undersöka karakteristiska ekv. för  $K = 1.0$  finner man att systemet är stabilt ända upp

till  $T = 750$  ms. Så långsam sampling saknar emellertid praktiskt värde, då vi redan för  $T = 400$  ms har en över-  
släng på 65 %.

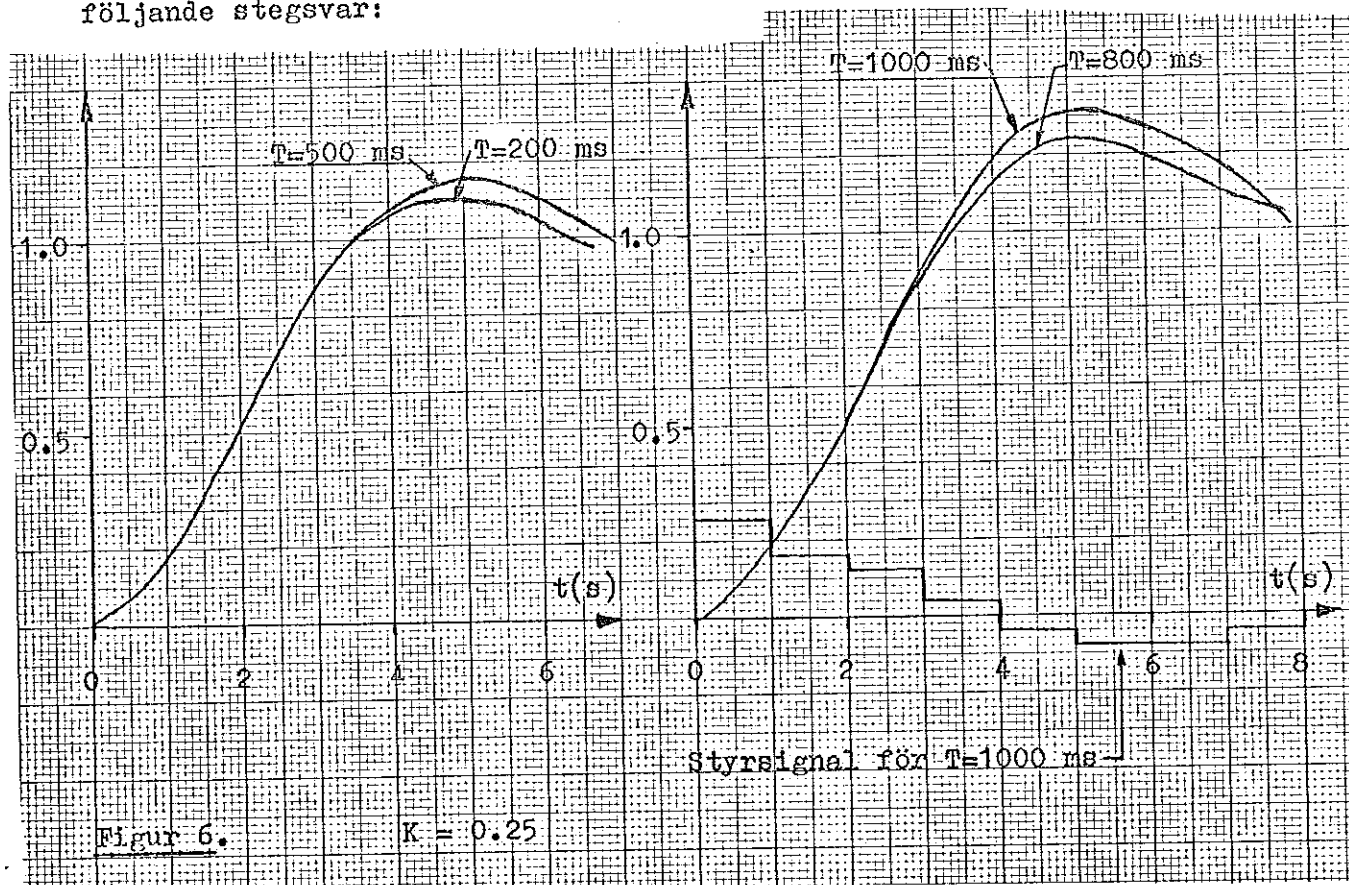
$T = 100$  ms innebär att vi samplar c:a 20 gånger på stegsvarets uppgång. Detta är en alltför hög siffra. Mera lämpligt var om vi kunde sampla 5 - 10 gånger, vilket skulle motsvara 200 - 500 ms samplingsintervall.

Betrakta återigen det kontinuerliga stegsvaret i figur 4. Vi ser att systemet har svängt in sig till  $\pm 10\%$  efter c:a 5 sekunder. Antag att denna lösningstid är väsentligare än en kort stigtid. Vi borde då kunna dra ner förstärkningen och sampla långsammare. Med  $K = 0.5$  får vi följande stegsvar:



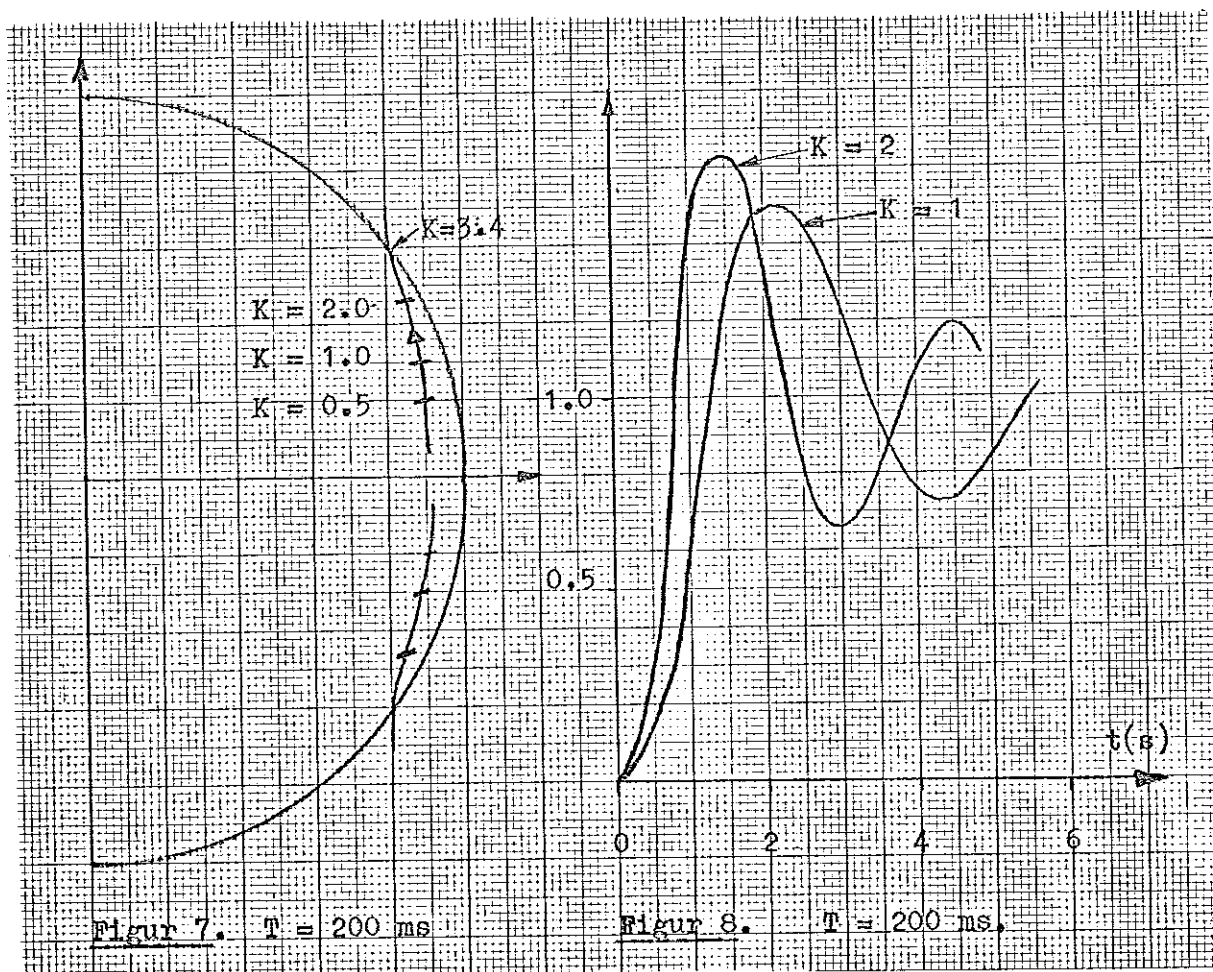
För  $K = 1.0$  och  $T = 500$  ms erhåller man en över-  
släng på c:a 70 %. Med  $K = 0.5$  minskar över-  
slängen till 40 %. Samplings-  
tiden  $T = 200$  ms och  $K = 0.5$  klarar av kravet på lösning-  
tiden.

Genom att minska förstärkningen ytterligare till 0.25 får vi följande stegsvar:



Med samplings tiden 500 ms har vi nu fått en lösningstid på c:a 6 sekunder. Dessutom har överslängen minskat markant för samtliga samplings tider. Vi ser att man kan välja  $T$  ända upp till 1 sekund med en översläng mindre än 30 %. Systemet har dock förlorat en faktor 3 i snabbhet och lösningstiden blir lång.

Enligt tidigare ingår både  $T$  och  $K$  som parametrar i karakteristiska ekvationen. Vi övergår nu till att studera inverkan av förstärkningen vid konstant samplings tid. Vi väljer med utgångspunkt från figurerna 4 - 6 samplings tiden till 200 ms. Rotorten visas i figur 7.

Figur 7.  $T = 200$  msFigur 8.  $T = 200$  ms.

För  $K = 2$  får man ett snabbare system. Det blir dock mer oscillativt eftersom rötterna närmar sig enhetscirkeln. Vill man ha ett snabbare system finns det lämpligare metoder som ej ger så stor översläng. Detta kommer att studeras i senare avsnitt.

Vi skall nu göra en kort sammanfattning av resultaten. Tabellen på nästa sida är uppbyggd så att för olika värden på samplingstiden  $T$  och förstärkningen  $K$  anges stigtiden  $T_r$ , lösningstiden  $T_s$  och överslängen  $M$ .

Tabell 1.

K	0.25			0.50			1.0			2.0		
	$T_r$ (ms)	$T_s$ (s)	M (%)	$T_r$ (s)	$T_s$ (s)	M (%)	$T_r$ (s)	$T_s$ (s)	M (%)	$T_r$ (s)	$T_s$ (s)	M (%)
100							1.2	4.5	40	0.9	6.0	65
200	3.0	3.2	10	2.0	5.0	30	1.3	6.5	50			
500	3.2	6.0	15	2.3	7.5	40						
800	3.6	---	25									
1000	3.7	---	30									

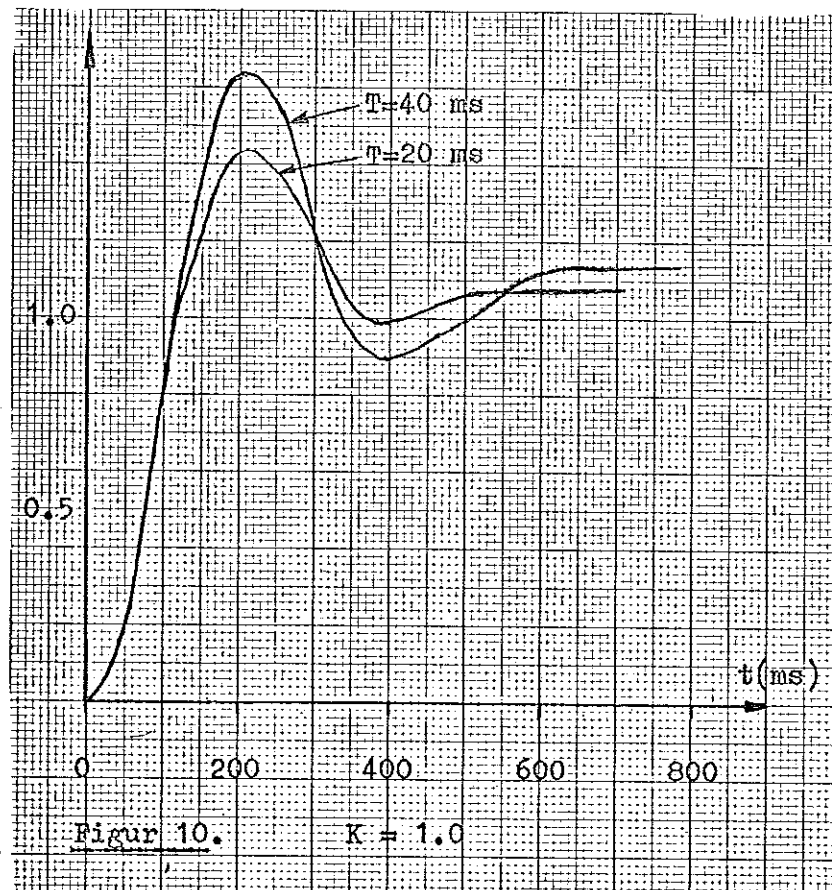
Det framgår klart av tabellen att om man ställer krav på ett snabbt system måste man sampla snabbt. Större möjlighet att välja samplingstid fås om lösningstid och översläng anses väsentligare än stigtiden.

Reglering av servo:

Vi studerar nu en digital återkoppling av det verkliga servot som har överföringsfunktionen

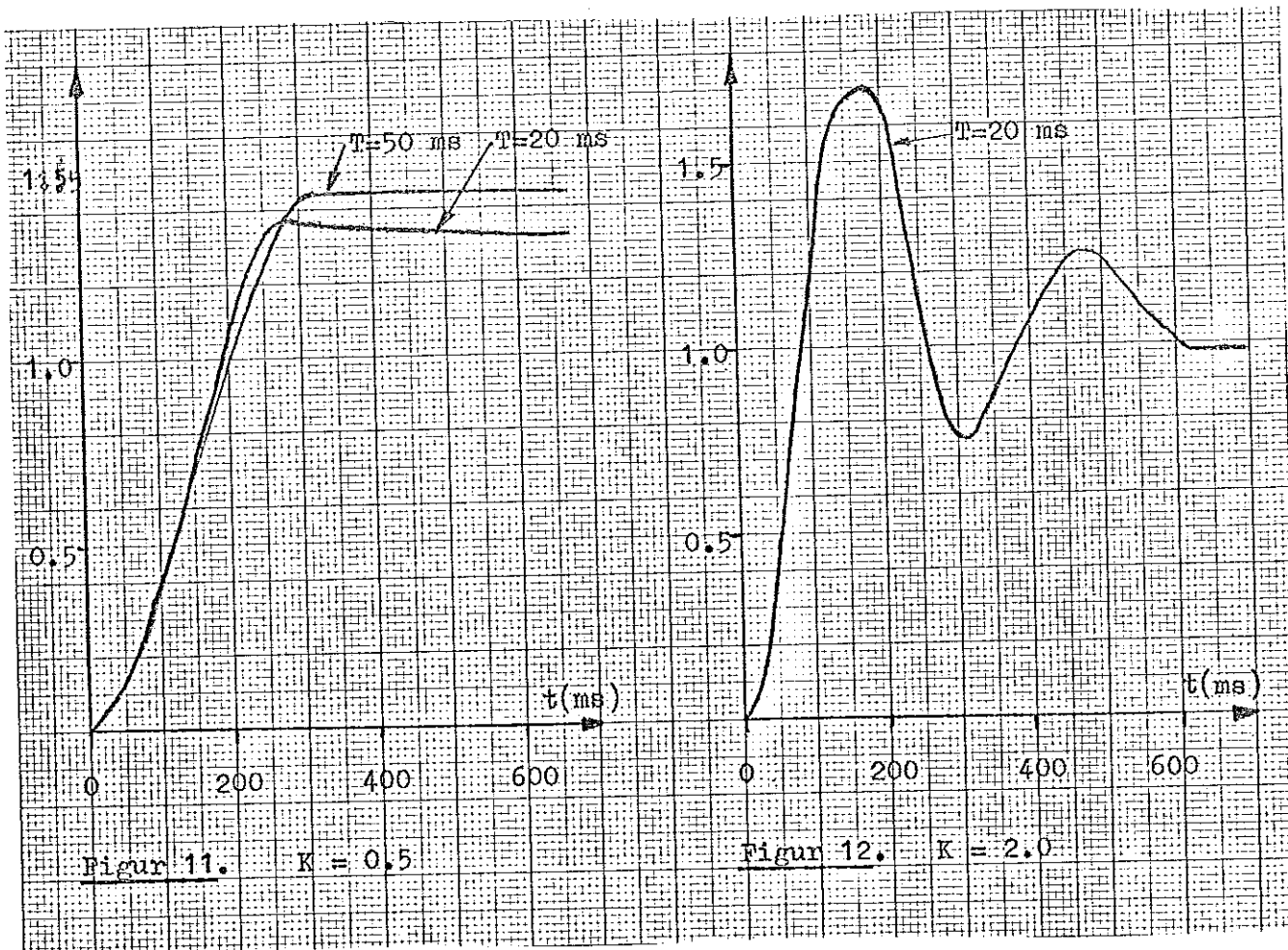
$$G_o(s) = \frac{340}{s(s + 10)} \quad (4)$$

Eftersom servot är 10 gånger snabbare än modellen kan vi dra slutsatsen att ett lämpligt samplingsintervall för  $K = 1.0$  ligger mellan 20 och 40 ms. Stegsvaren visas i nedanstående figur.



Av figuren framgår att vi har fått ett stationärt fel. Detta beror på friktion hos servot. För att övervinna denna friktion krävs relativt stora styrsignaler. Detta syns ännu tydligare i figur 11 där  $K = 0.5$ .





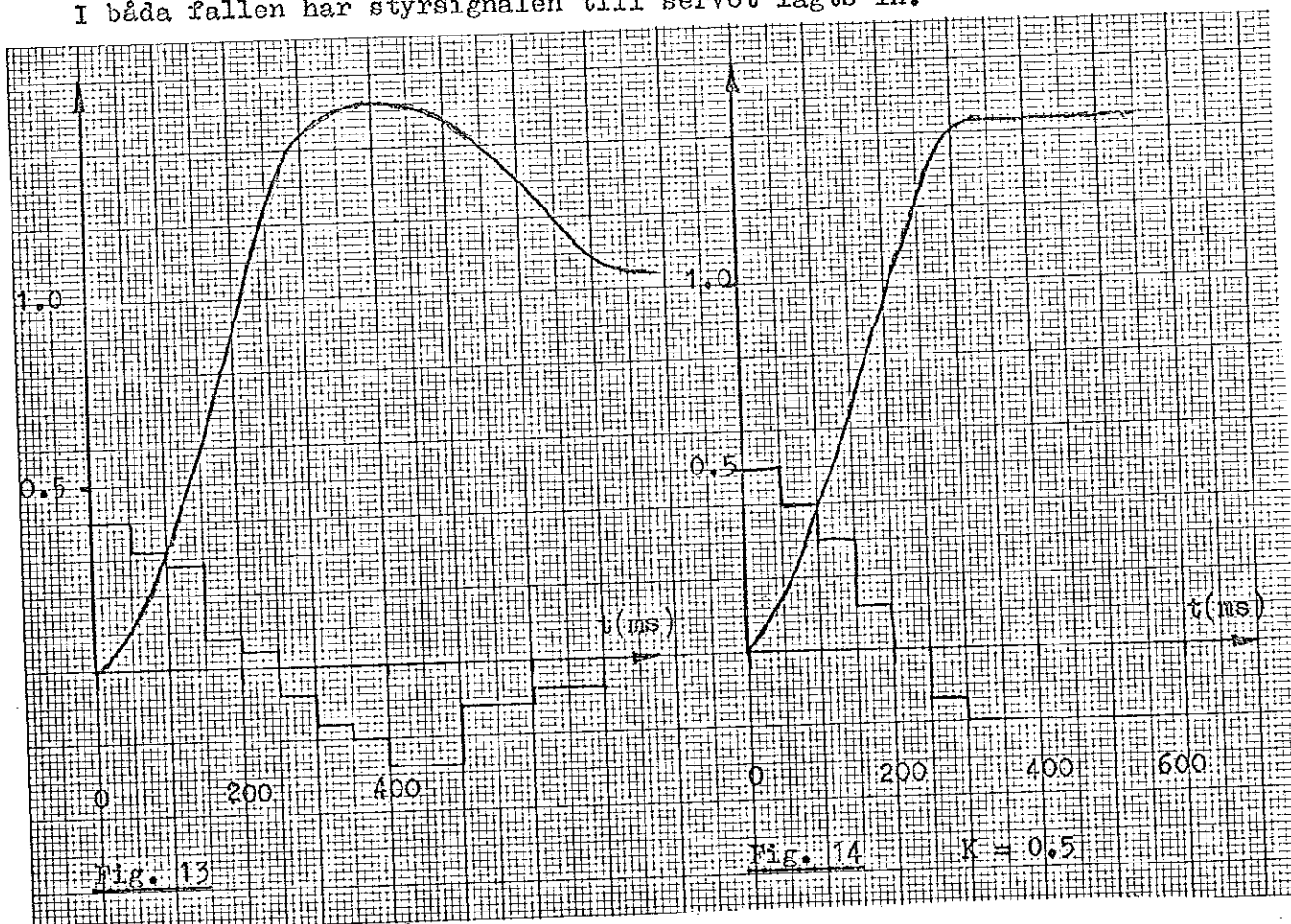
Att enbart minska förstärkningen för att kunna sampla långsammare är alltså ingen lämplig metod för servot. I figur 12 visas stegsvaret för  $K = 2.0$ . Med höjd förstärkning blir det stationära felet mindre men i gengäld får vi en kraftig översläng. En lämplig metod att eliminera det stationära felet borde vara att använda en PI-regulator.

PI-regulatorns överföringsfunktion är

$$G(s) = K + K_1/s \quad (5)$$

Vi har valt att studera servot med  $K = 0.5$  eftersom det stationära felet med proportionell reglering då var så stort som 40 %. Parametern  $K_1$  har provats fram för att ge

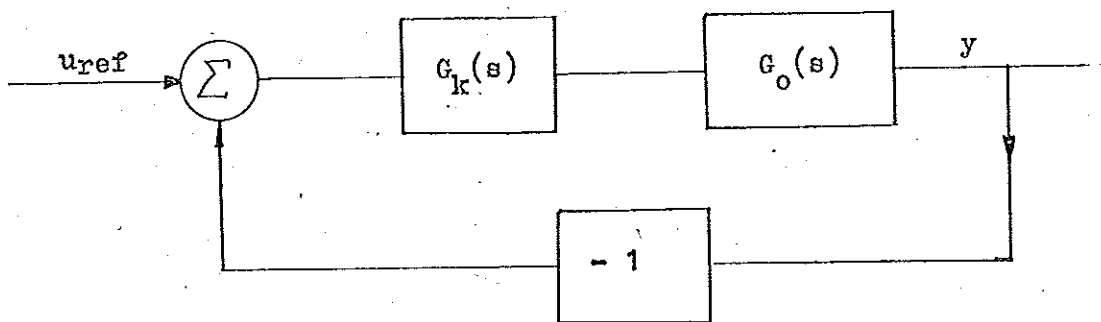
bästa resultat. Nedan visas stegsvaret för  $K = 0.5$ ,  $K_1 = 1.2$  och  $T = 50$  ms (fig 13). Som jämförelse visas i figur 14 det proportionellt återkopplade systemet med  $K = 0.5$  och  $T=50$  ms. I båda fallen har styrsignalen till servot lagts in.



Man kan alltså med en PI-regulator eliminera det stationära felet.

FASAVANCERANDE REGULATOR.

I föregående avsnitt om proportionell reglering försökte vi att snabba upp systemet genom att höja förstärkn. Resultatet blev visserligen ett snabbare system men överslängen ökade kraftigt. I detta avsnitt har vi som mål att minska stigtiden till hälften utan att öka överslängen. För kontinuerliga system skulle ovanstående problem lösas med ett kompenseringsnät enligt figur 1.

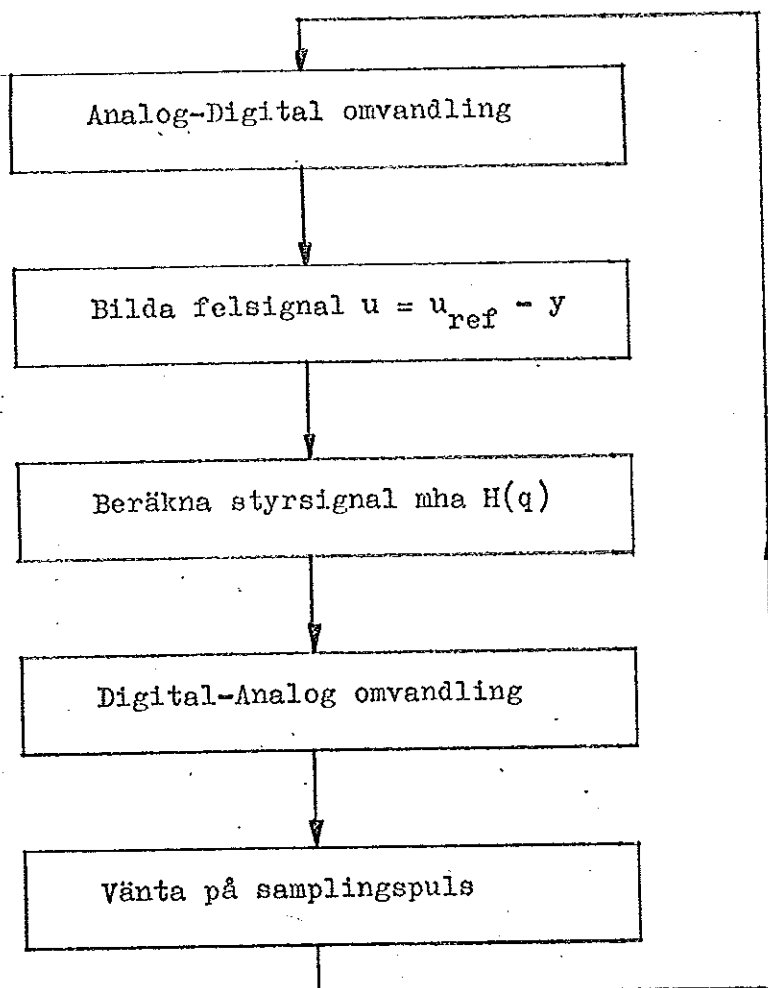


Figur 1.

Eftersom systemets bandbredd skall ökas måste  $G_k(s)$  vara av fasavancerande typ.

Vi skall nu uppfylla specifikationerna med en digital regulator. Vi dimensionerar den fasavancerande regulatorn i det kontinuerliga fallet och samplar därefter nätets överföringsfunktion för att få  $H_k(q)$ . Under regleringen låter vi processdatorn arbeta i följande loop.

Figur 2.



Reglering av modellen:

Modellens Bode- och Nicholsdiagram framgår av figur 3 resp. figur 4. Ur Nicholsdiagrammet fås bandbredden ( $\omega_b$ ) till 2.4 rad/sek. Eftersom stigtiden är omvänt proportionell mot bandbredden vill vi ha  $\omega_b = 5$  rad/sek. Kurvan i Nicholsdiagrammet måste då lyftas. I överföringsfunktionen

$$G_k(s) = N \frac{s + a}{s + aN}$$

väljer vi nu  $N = 5$ . Då får vi ett maximalt tillskott i

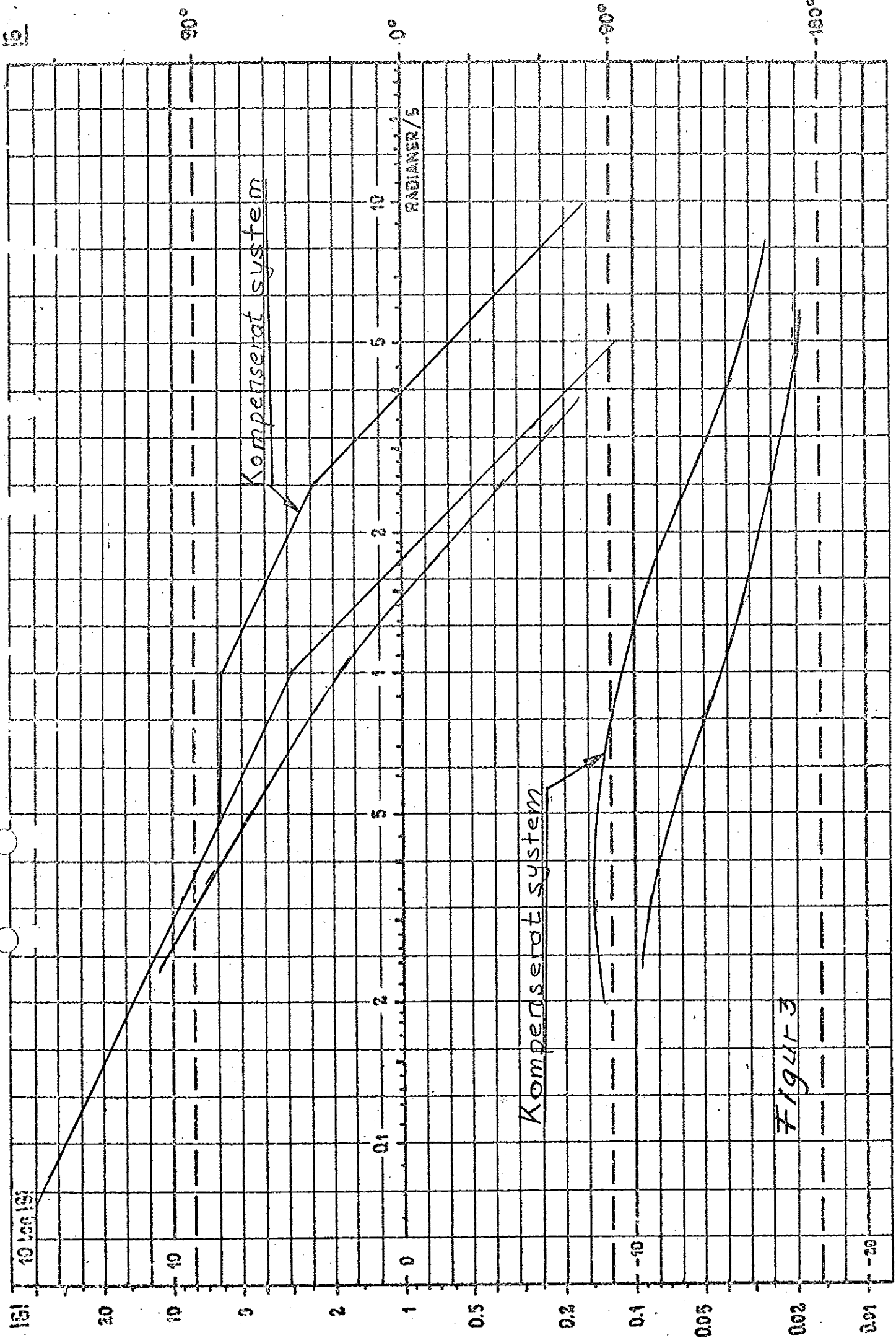
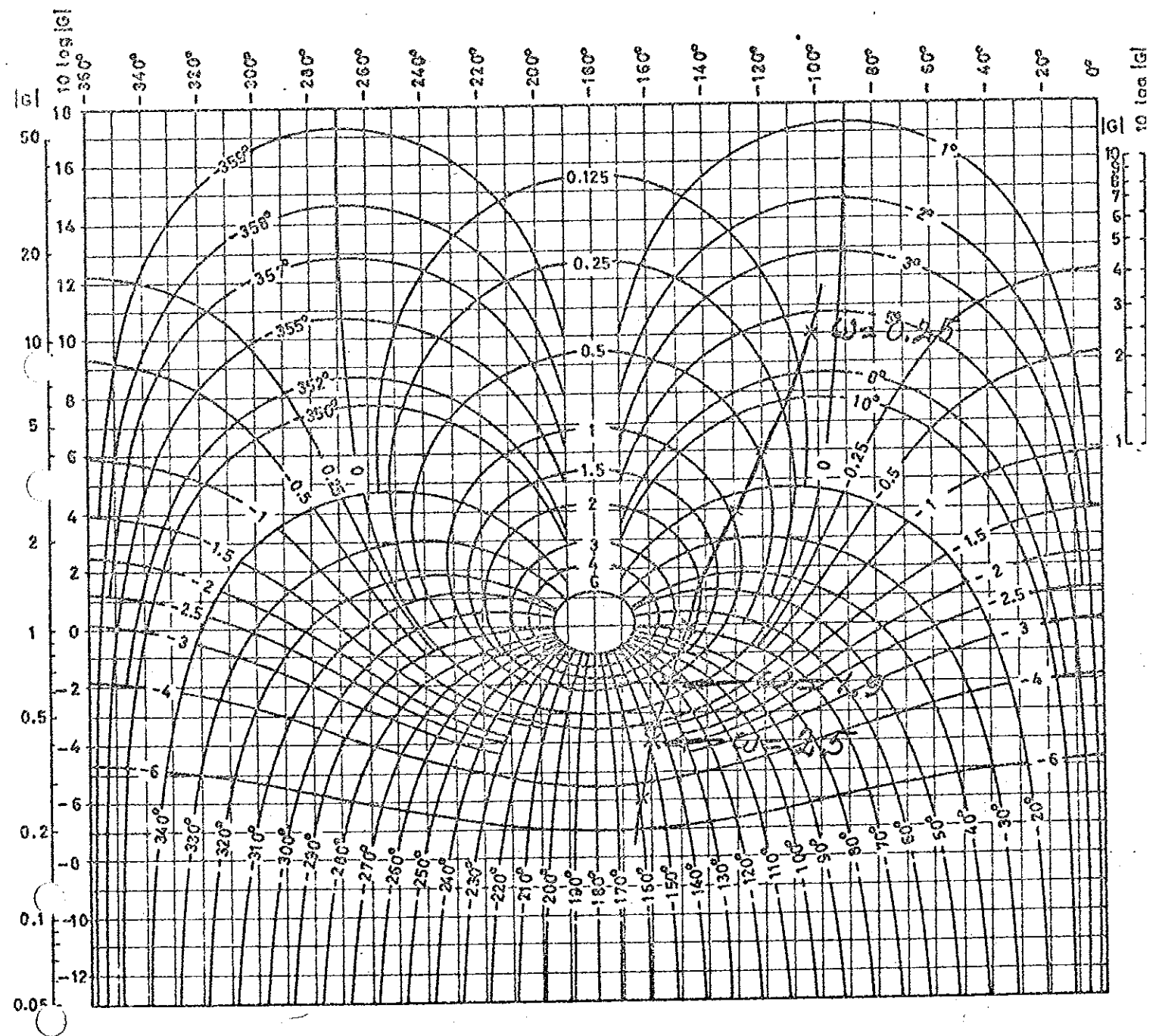


FIGURE 3



Kurvskara för konstant  $\left| \frac{G}{1+G} \right|$  graderad i  $10^{10} \log \left| \frac{G}{1+G} \right|$

Kurvskara för konstant fas för  $\frac{G}{1+G}$

Figur 4.

fasen på  $43^\circ$ . Om  $a$  sättes till 0.5 fås maximal fas för  $\omega = 1.1$  rad/sek och fasmarginalen för det kompenserade systemet blir  $40^\circ$  mot ursprungligen  $30^\circ$ . Bode-diagrammet för det kompenserade systemet finns i figur 3. Kompenseringsnätets överföringsfunktion blir

$$G_k(s) = 5 \frac{s + 0.5}{s + 2.5}$$

Samplas denna fås

$$H_k(q) = 5 - \frac{4}{q(1 - e^{-2.5T}) - e^{-2.5T} + e^{-5T}}$$

Vi vill nu undersöka inom vilka gränser samplingstiden kan varieras utan att systemet blir instabilt. Pulsöverföringsfunktionen för det kompenserade systemet är

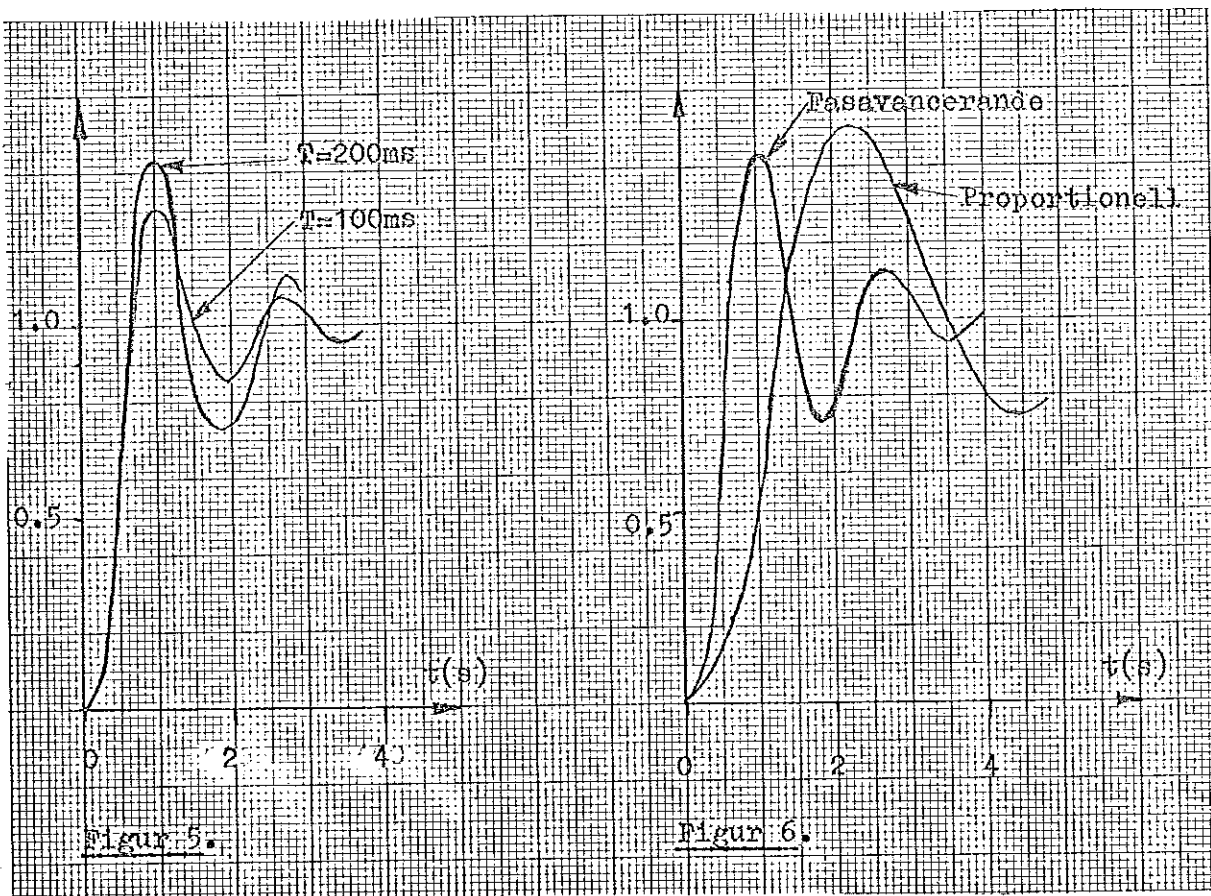
$$H(q) = \frac{H_k(q) H_o(q)}{1 + H_k(q) H_o(q)}$$

Stabiliteten bestäms av rötternas läge till ekvationen

$$1 + H_k(q) H_o(q) = 0$$

Denna ekvation är av tredje graden och det är besvärligt att exakt bestämma stabilitetsgränsen. Man kan emellertid för lämpliga  $T$ -värden kontrollera om systemet är stabilt eller instabilt. Med hjälp av Schur-Cohns stabilitetskriterium har vi på så sätt uppskattat att stabilitetsgränsen ligger mellan 325 och 350 ms.

Om vi samplar med 300 ms får vi en översläng på 90 %. Med samplingstiderna 100 och 200 ms får vi stegsvar som uppfyller de ursprungliga specifikationerna. Se figur 5.



$T = 100$  ms ger som synes ett bra system men samplingsfrekvensen är i högsta laget. Samplingstiden 200 ms är lämpligare och jämför vi med proportionell reglering  $K = 1.0$ ,  $T = 200$  ms (figur 6) ser vi en tydlig förbättring. Vi kan alltså med en fasavancerande kompensering få systemet styrt till maxvärde på 4 - 5 samplingsintervall med en översläng på 40 %.

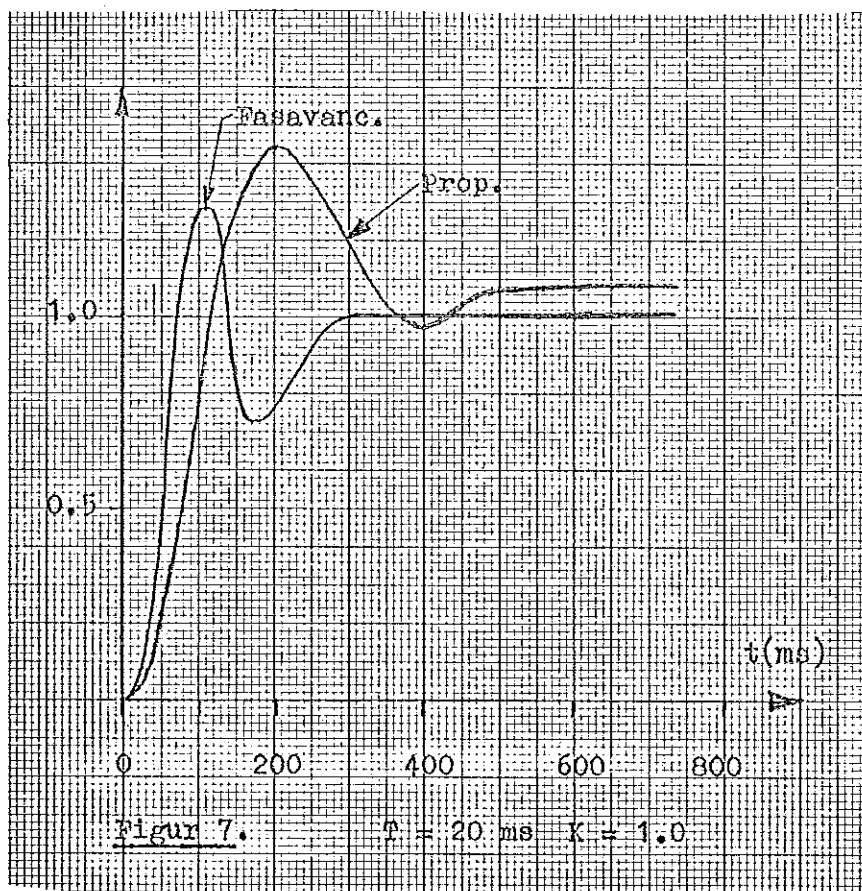
#### Reglering av servo:

Kompenseringslänken för servot bestäms med samma resonemang som för modellen. Vi får då överföringsfunktionen

$$G_k(s) = 5 \frac{s + 5}{s + 25}$$



Om vi samplar med  $T = 20$  ms får vi följande stegsvar.



I figuren finns för jämförelse stegsvaret vid proportionell reglering med  $T = 20$  ms. Av figuren framgår att den fasavancerande regulatorn inte är speciellt känslig för servots friktion. Vi finner istället god överensstämmelse med vår modell.

### ÅTERKOPPLING FRÅN TILLSTÅND M. H. A. MODELLREKONSTRUKTION

I detta avsnitt kommer vi att försöka ge vårt system önskade egenskaper genom återkoppling från tillstånd. Framför allt skall vi studera hur man med bibehållen snabbhet kan minska överslängen. Vi kommer att förutsätta att endast utsignalen är mätbar och därför måste vi på något sätt rekonstruera de övriga tillstånden.

Vi har valt att göra en modellrekonstruktion enligt

$$\hat{x}(t+1) = \phi \hat{x}(t) + \Gamma u(t) + K (y(t) - \theta \hat{x}(t)) \quad (1)$$

Felet mellan den rekonstruerade tillståndsvektorn  $\hat{x}(t)$  och den verkliga vektorn  $x(t)$  bestäms av

$$\tilde{x}(t+1) = x(t+1) - \hat{x}(t+1) = (\phi - K\theta) \tilde{x}(t) \quad (2)$$

Genom att välja  $K$ -vektorn kan man få egenvärdena till  $(\phi - K\theta)$  att anta lämpliga värden  $\lambda = \lambda_0$ . Vill man styra under ett litet antal samplingsintervall måste man välja  $\lambda_0$  litet så att felet avtar snabbt. Utnyttjar man flera intervall kan man använda ett större  $\lambda_0$ -värde. Nackdelen med att slå ner felet snabbt är att systemet då blir känsligt för störningar.

När vi nu förfogar över tillståndsvektorn kan vi göra återkopplingen. Om systemet är styrbart kan vi lägga polerna till systemets överföringsoperator godtyckligt. I det kontinuerliga fallet är det relativt enkelt att resonera om hur snabbhet och dämpning beror av polernas lägen. Därför har vi valt att sätta upp en önskad överföringsfunktion  $G(s)$  och sedan sampla denna. Vi transformerar till styrbar form och får då

$$x'(t+1) = \begin{vmatrix} -\phi'_{11} & -\phi'_{12} \\ 1 & 0 \end{vmatrix} x'(t) + \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} u_{\text{ref}}(t) \quad (3)$$

Servots öppna överföringsoperator  $H_0(q)$  beskrivs av

$$x(t+1) = \begin{vmatrix} -\phi_{11} & -\phi_{12} \\ 1 & 0 \end{vmatrix} x(t) + \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} u(t) \quad (4)$$

$$y(t) = \begin{vmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \end{vmatrix} x(t)$$

Med styrlagen

$$u(t) = C u_{\text{ref}}(t) + (\phi_{11} - \phi'_{11}) x_1(t) + (\phi_{12} - \phi'_{12}) x_2(t) \quad (5)$$

övergår systemet (4) i det önskade systemet (3). Eftersom vi inte förfogar över nollställena till överföringsoperatören måste vi införa en skalfaktor  $C$  för att inte få stationärt fel.  $C$  bestäms ur följande uttryck.

$$\lim_{q \rightarrow 1} C (1 - q^{-1}) \frac{\theta_{11}q + \theta_{12}}{q^2 + \phi'_{11}q + \phi'_{12}} = 1 \quad (6)$$

Modellrekonstruktionen tillgår på följande sätt.

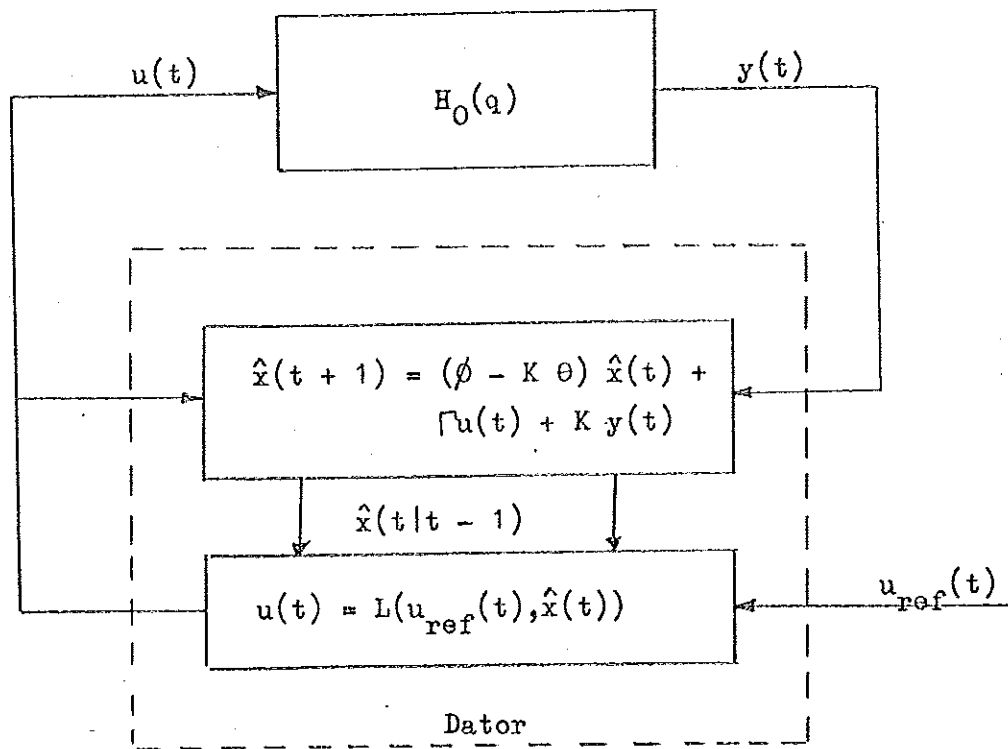


Fig 1.

Flödesschema över datorns arbetssätt i figur 2.

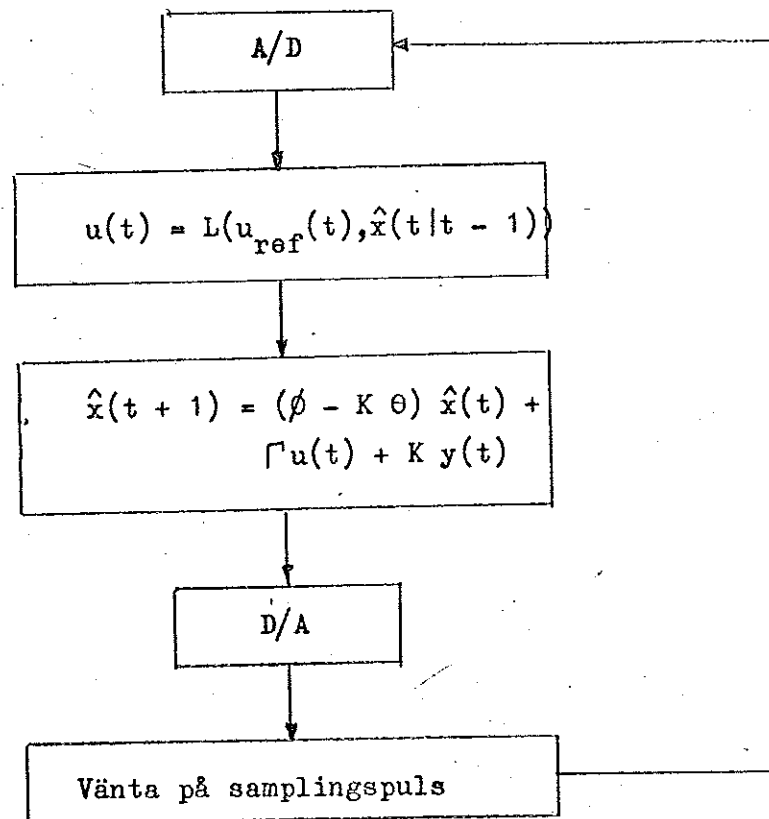


Fig 2.

Eftersom samplings tiden är lång i förhållande till räknetiden i datorn försummas tiden mellan A/D och D/A.

### Reglering av modell.

Betraktar vi resultaten från den proportionella regleringen ser vi att lämpliga samplings tider ligger mellan 200 och 500 ms. Vi börjar därför med  $T = 200$  ms.

Först måste vi välja ett lämpligt  $\lambda_0$ . Vi har provat med  $0.1 \leq \lambda_0 \leq 0.5$  och i figur 3 visas hur ett fel i initialtillståndet slås ner med dessa värden.

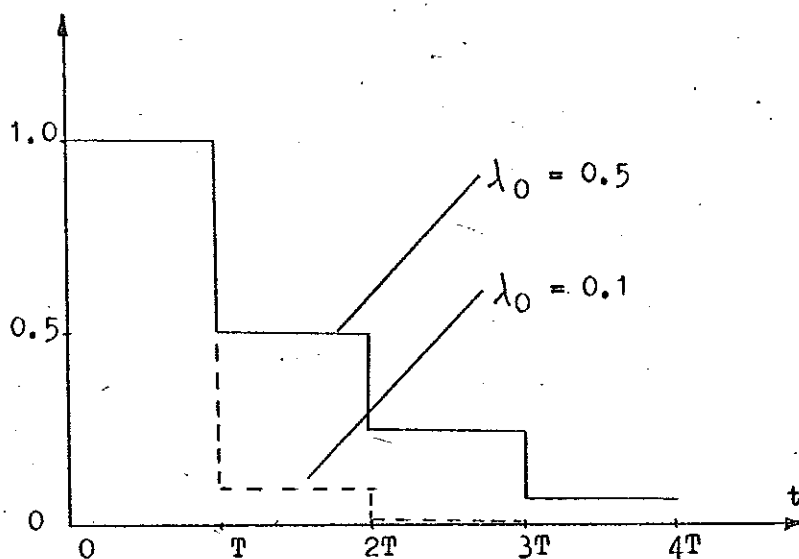


Fig 3.

För att få en uppfattning om hur rekonstruktionsfelet ser ut under ett stegsvar har vi "matchat" modellen i datorn mot det proportionellt reglerade systemet. Följande skillnad mellan  $y(t)$  och  $\theta x(t)$  erhålls då. ( Fig 4 ).

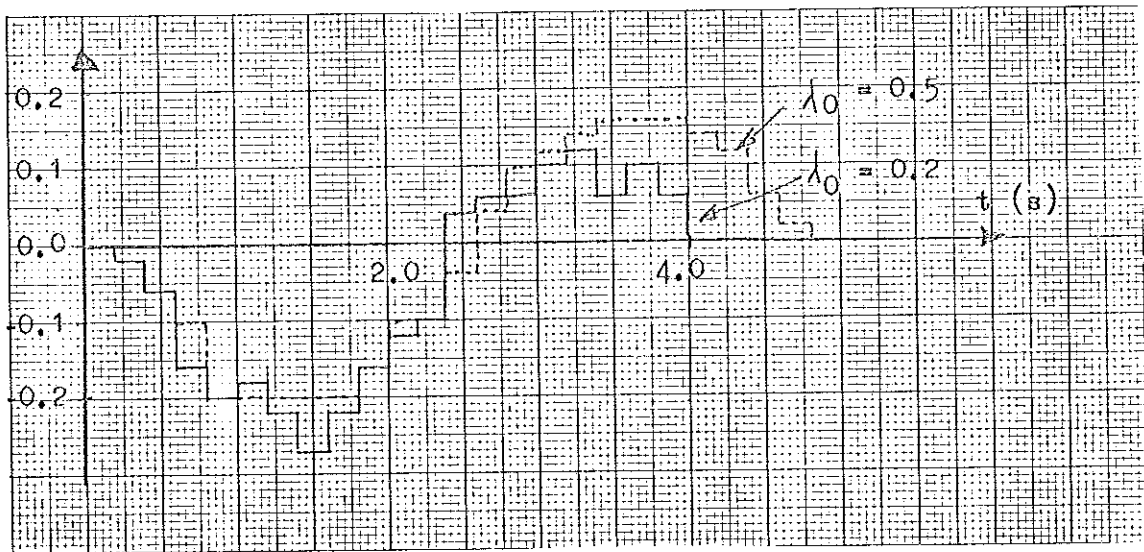


Fig 4. Stegets amplitud = 1.0 skaldelar.

Man kan alltså inte se någon större skillnad mellan  $\lambda_0 = 0.2$  och  $\lambda_0 = 0.5$ . Om man däremot använder  $\lambda_0 > 0.6$  börjar modellen få svårt att hänga med snabba förlopp och med  $\lambda_0 < 0.1$  blir systemet mera känsligt för störningar. Vi har ganska godtyckligt valt att arbeta med  $\lambda_0 = 0.2$ .

Med  $T = 200$  ms erhålles då följande ekvationer. För det kontinuerliga systemet gäller

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 3 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned} \quad (7)$$

Samplas (7) och transformeras på styrbar form får vi ekv (8).

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \begin{bmatrix} 1.819 & -0.819 \\ 1.0 & 0.0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0.0562 & 0.0526 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned} \quad (8)$$

Kravet att  $(\phi - K \theta)$  skall ha sina rötter i  $\zeta = 0.2$  ger

$$K = \begin{vmatrix} 14.9 \\ 11.0 \end{vmatrix} \quad (9)$$

och vi får då ekv för rekonstruktionen

$$\hat{x}(t+1) = \begin{vmatrix} 0.980 & -1.603 \\ 0.380 & -0.580 \end{vmatrix} \hat{x}(t) + \begin{vmatrix} 1 & 14.9 \\ 0 & 11.0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u(t) \\ y(t) \end{vmatrix} \quad (10)$$

Vi har rekonstruerat de "styrbara tillstånden" för att göra återkopplingen så enkel som möjligt. Nästa steg blir att finna lämpliga styrlagar. Vi övergår därför till att studera systemet i det kontinuerliga fallet. Om modellen av servot återkopplas med  $-1$  får vi följande karakteristiska ekv

$$s^2 + s + 3 = 0 \quad (11)$$

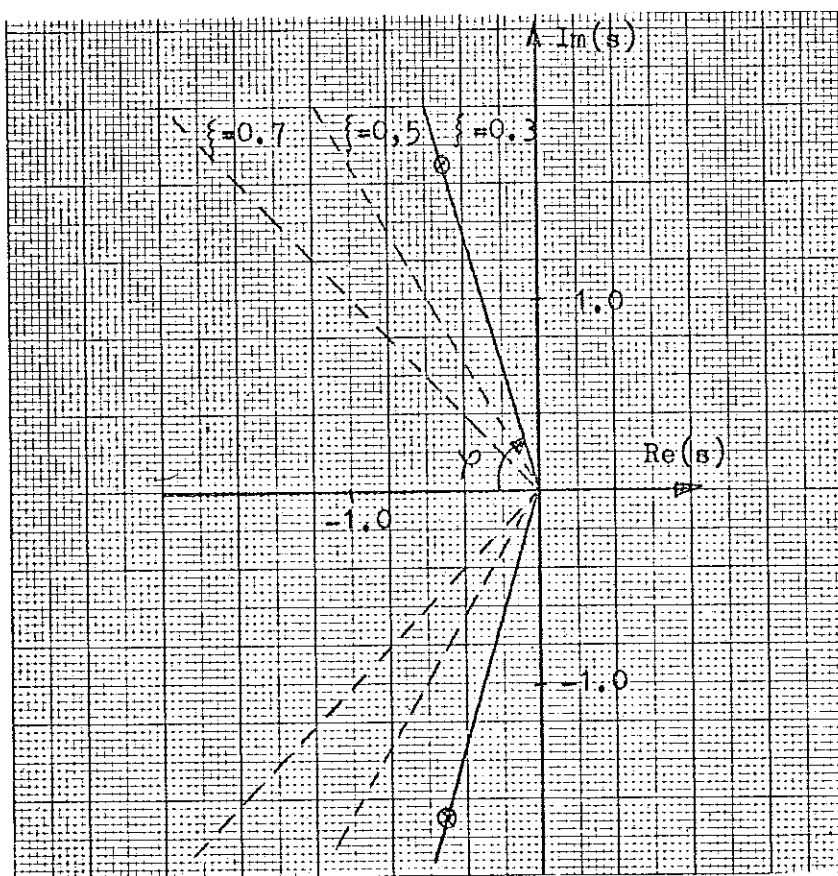


Fig 5.

Relativa dämpningen ges av  $\cos\psi$ . Systemet enkelt återkopplat har alltså  $\zeta = 0.3$ . Vi kommer att studera återkopplingar som ger  $\zeta = 0.7$  och  $\zeta = 0.5$ .

$\zeta = 0.7$	$p_{12} = -1.0 \pm 1.0 i$	fig 6
	$p_{12} = -1.5 \pm 1.5 i$	fig 7
$\zeta = 0.5$	$p_{12} = -1.0 \pm 1.7 i$	fig 8
	$p_{12} = -1.5 \pm 2.6 i$	fig 9

I figurerna har vi som jämförelse lagt in stegsvaret vid proportionell reglering med  $T = 200$  ms och  $K = 1.0$ .

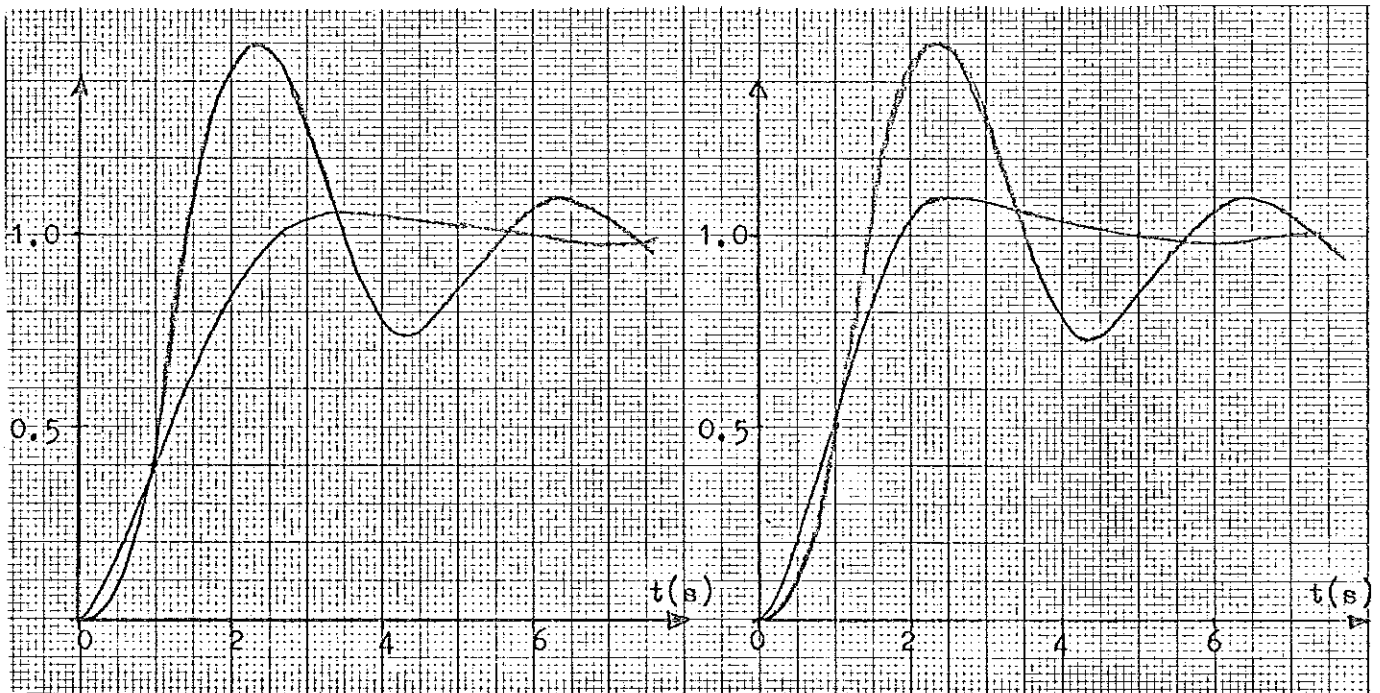


Fig 6.  $p_{12} = -1.0 \pm 1.0 i$

Fig 7.  $p_{12} = -1.5 \pm 1.5 i$

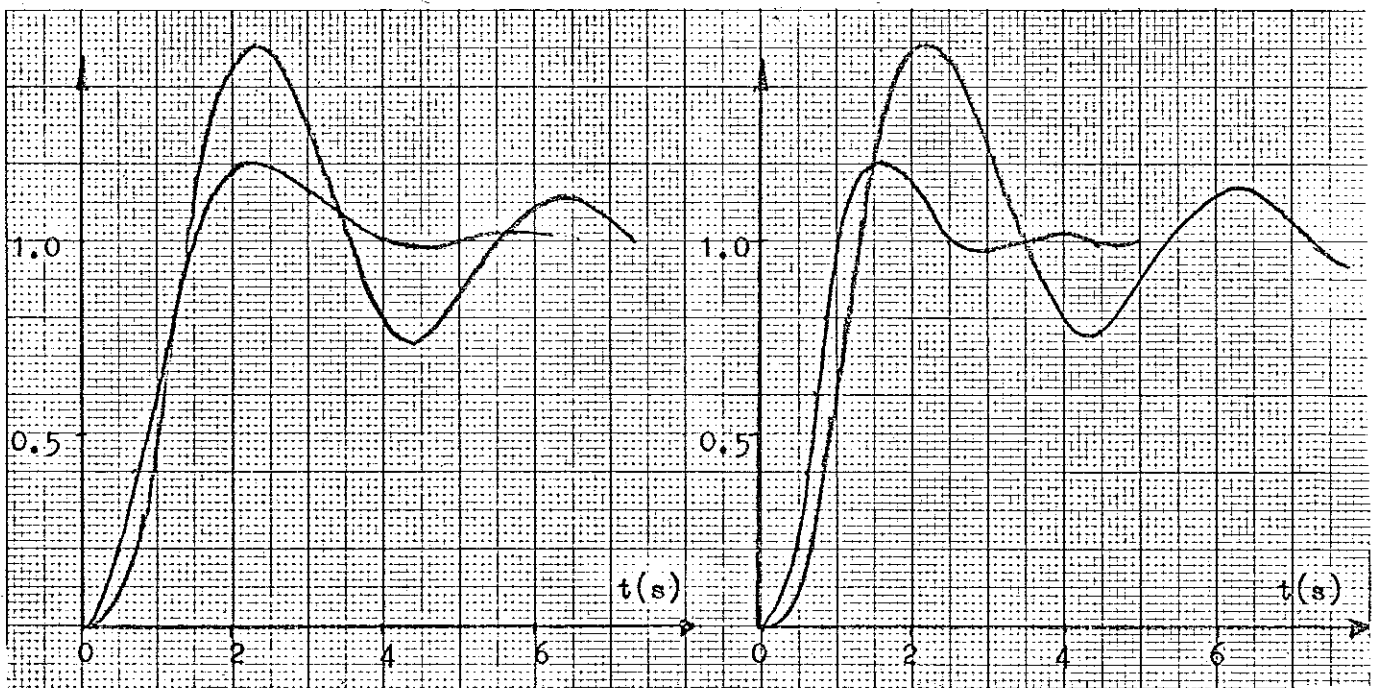


Fig 8.  $p_{12} = -1.0 \pm 1.7 i$

Fig 9.  $p_{12} = -1.5 \pm 2.6 i$



De gjorda återkopplingarna har huvudsakligen minskat överslängen.  
I figur 10 visas att man även kan öka snabbheten.

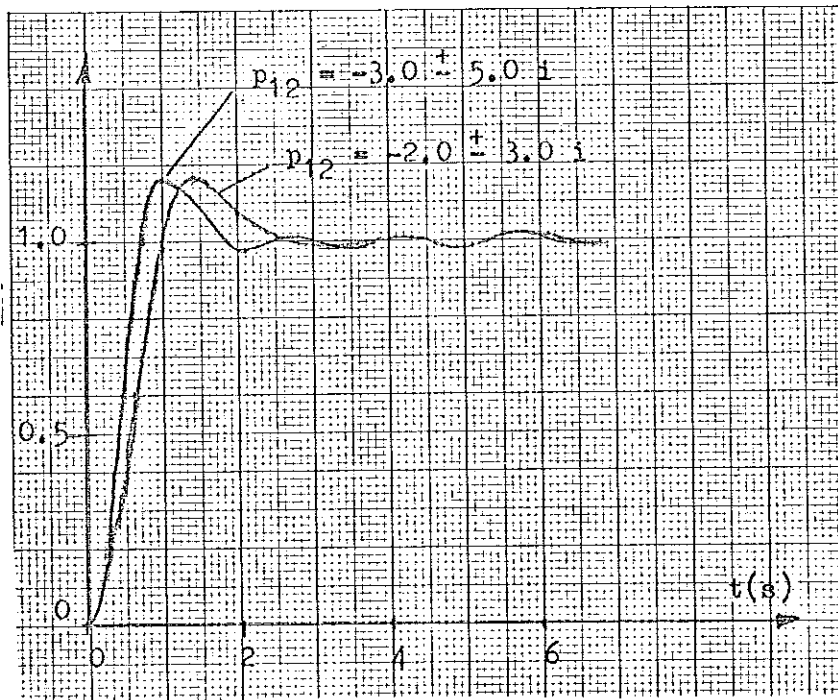


Fig 10.

Jämför med fig 5 i avsnittet om den fasavancerande regulatören.  
Ungefär samma stigtid har erhållits, men med betydligt mindre  
översläng.

Vi ska nu höja samplingstiden till 400 och 600 ms. I båda  
fallen har vi använt  $\lambda_0 = 0.2$ . Figurerna 11-14 visar stegsvar  
och styrsignaler.

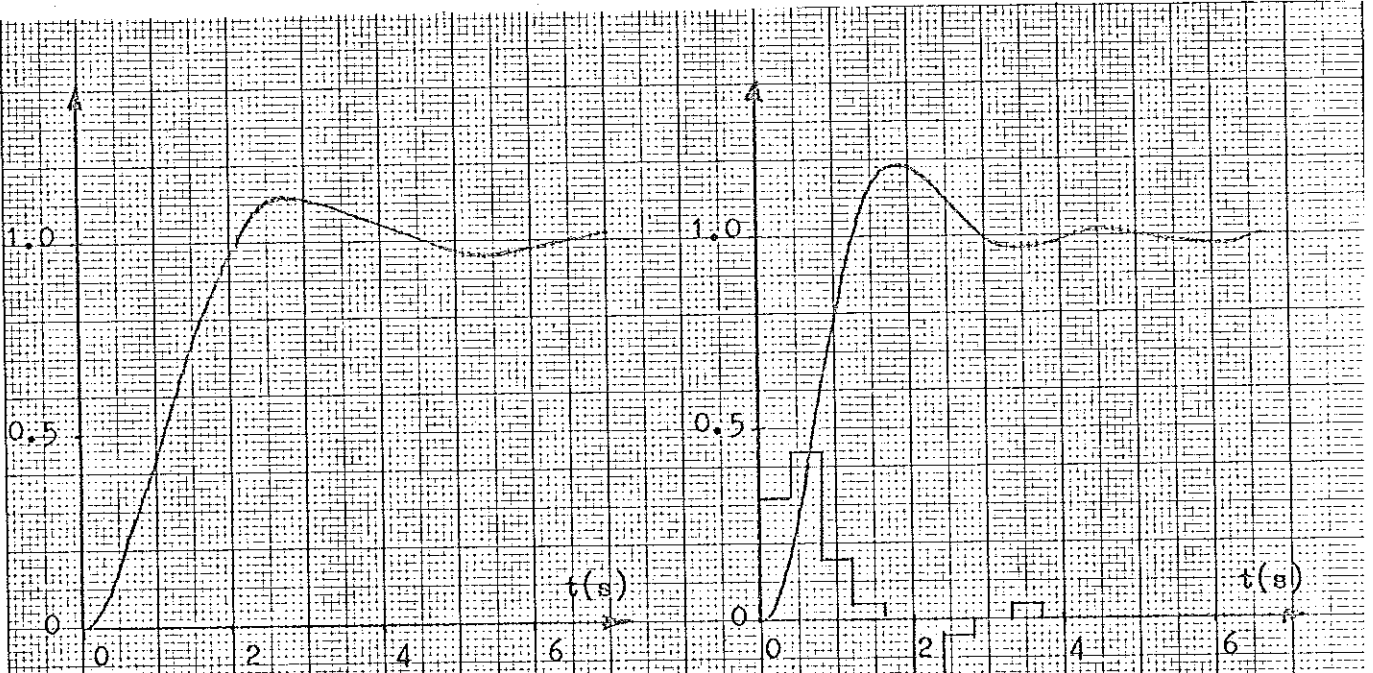


Fig 11.  $T = 400$  ms,  $p_{1,2} = -1.5 \pm 1.5i$

Fig 12.  $T = 400$  ms,  $p_{1,2} = -1.5 \pm 2.6i$

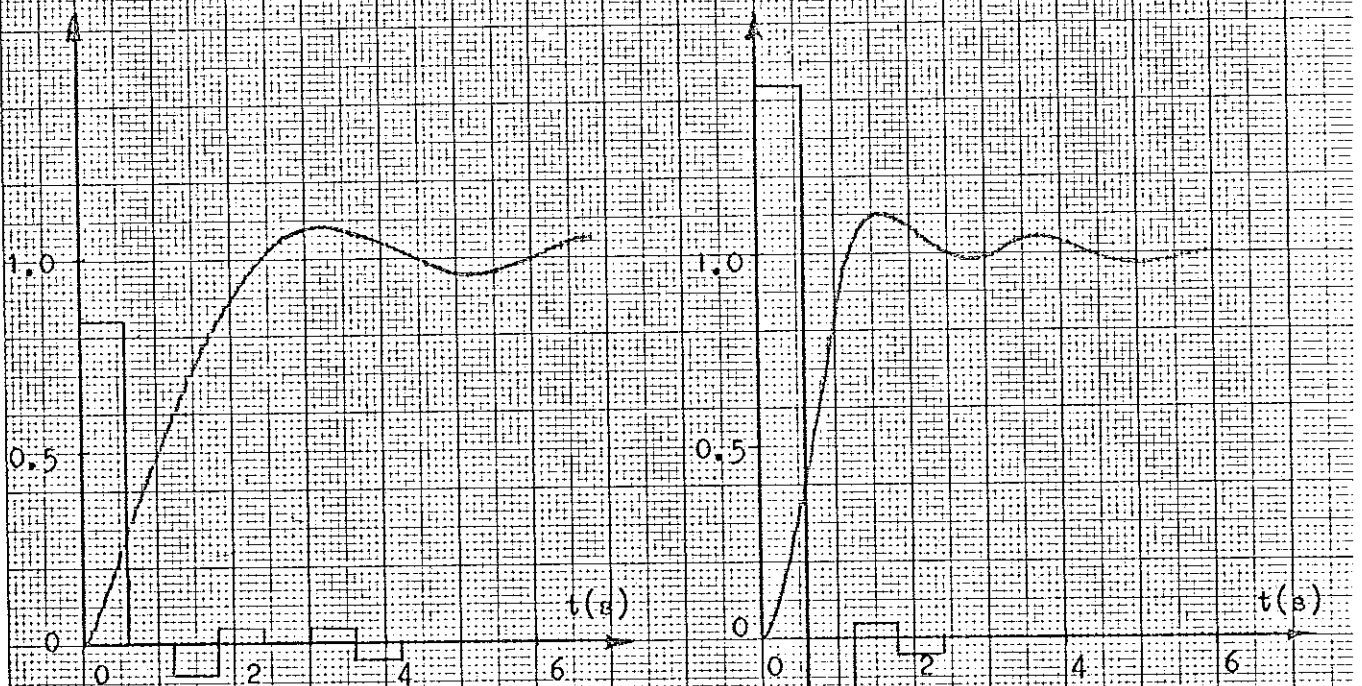


Fig 13.  $T = 600$  ms,  $p_{1,2} = -1.5 \pm 1.5i$

Fig 14.  $T = 600$  ms,  $p_{1,2} = -1.5 \pm 2.6i$

För  $T = 400$  ms finns inga större avvikelser jämfört med  $T = 200$  ms. I figur 12 kan vi observera att endast 4 samplingsintervall utnyttjas för att styra på stegsvarets uppgång.

Samplingstiden 600 ms ger emellertid stegsvar som inte stämmer särskilt väl med de föregående. För att förklara detta betraktar vi ett speciellt fall där återkopplingen skall ge den karakteristiska ekvationen  $s^2 + 3s + 9 = 0$ . Stegsvaret för

$$G(s) = \frac{9}{s^2 + 3s + 9} \quad (12)$$

visas i figur 15.

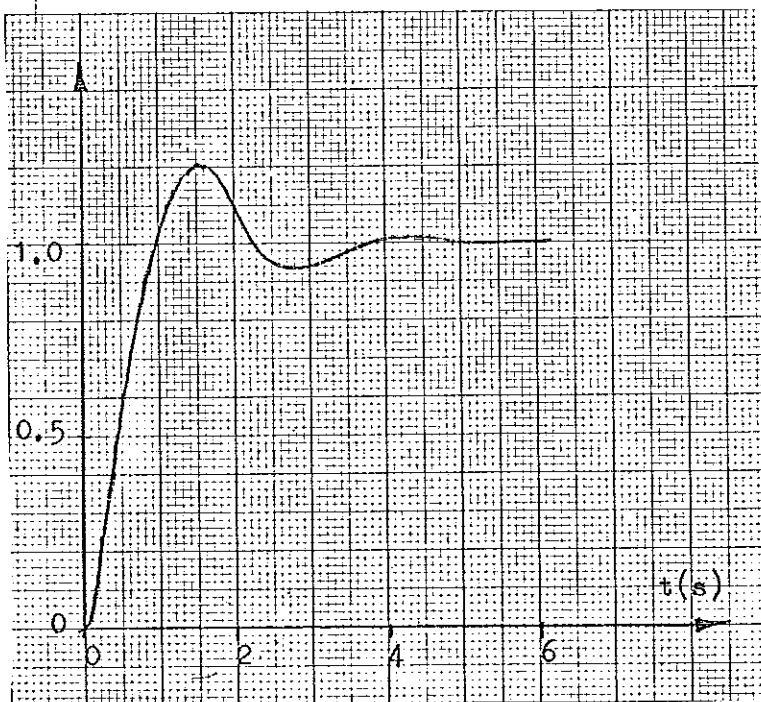


Fig 15.

När vi bestämmer vår styrlag samplar vi systemet i (12) och återkopplar sedan vårt  $H_0(q)$  så att den samplade motsvarigheten till (12) erhålles. Detta innebär att i samplingsögonblicken

skall det digitalt styrda systemet överensstämma med det kontinuerliga. I figur 15 ser man att för  $T = 600$  ms skall man styra uppgången underuändast två samplingsintervall. Så stora krav kan vi uppenbarligen inte ställa eftersom vi inte kan rekonstruera  $x(t)$  utan fel. Med  $T = 400$  ms utnyttjar vi flera intervall vilket innebär att rekonstruktionsfelet får mindre betydelse. Stegsvaret för  $T = 400$  ms ansluter därför bättre till det kontinuerliga.

För  $T = 400$  ms och i ännu större utsträckning för  $T = 600$  ms dämpas inte stegsvaret ut fullständigt. Detta beror på följande:

1. Brum från D/A.
2. Otillräcklig upplösning hos D/A.
3. Drift hos operationsförstärkarna.

Svängningens amplitud ökar med samplingsintervallet. Vi studerar hela tiden hårt dämpade system. Detta innebär att svängningen från D/A och operationsförstärkarna kommer att dominera över systemets egen svängning. Det är därför mycket svårt att analysera de resultat vi får med längre samplingsintervaller än  $T = 600$  ms.

Om vi jämför erhållna resultat i detta avsnitt med den proportionella regleringen finner vi att denna metod är helt överlägsen. Samtliga stegsvar har mycket liten översläng utan att snabbheten förloras på samma sätt som tidigare. Dessutom kan vi återkoppla systemet så att vi får samma snabbhet som med den fasavancerande regulatorn och samtidigt minska överslängen från c:a 40 % till 20 %. Vi kan alltså uppfylla specifikationer inom relativt vida gränser och ändå inte sampla mer än 4-6 ggr på stegsvarets uppgång. Förmodligen skulle vi kunna få acceptabla stegsvar med ännu långsammare sampling om vår försöksuppställning haft större noggrannhet.

### Reglering av servo.

Vi ska nu kontrollera att resultaten för vår långsamma modell går att överföra på vårt verkliga servo. I figur 16 visas ett system med relativa dämpningen  $\zeta = 0.5$  och i figur 17 visas ett snabbare system. Samplingstiden är 20 ms.

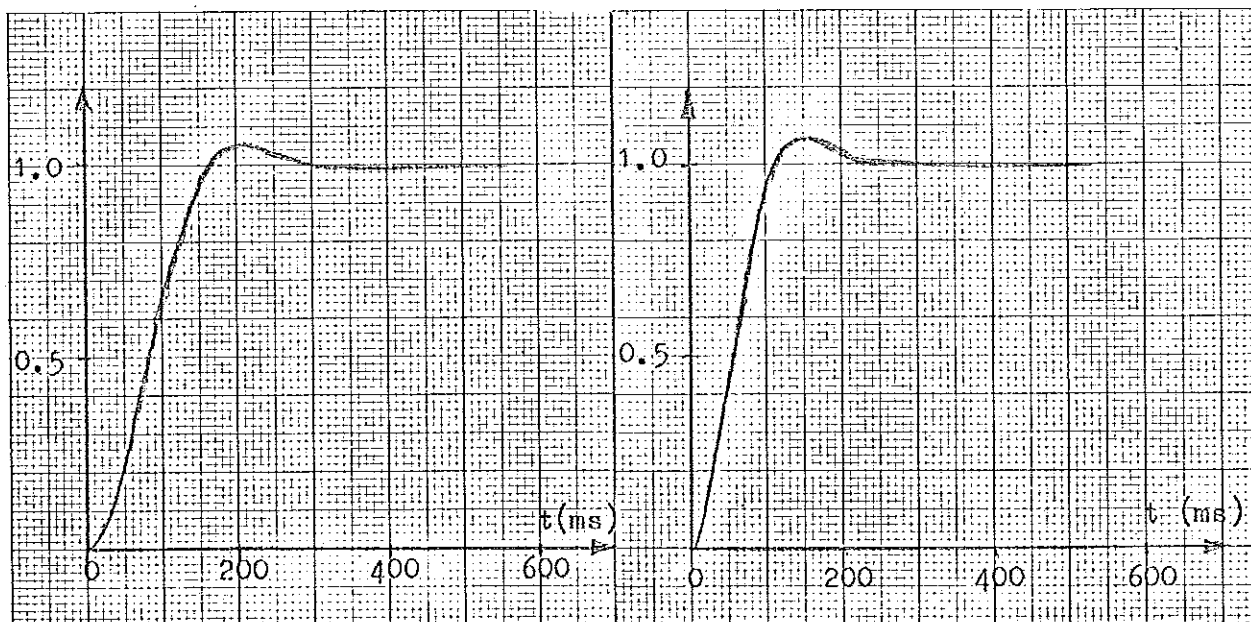


Fig 16.  $p_{12} = -15 \pm 26 i$

Fig 17.  $p_{12} = -20 \pm 30 i$

Om vi höjer samplingstiden till 50 ms få vi följande stegsvar.

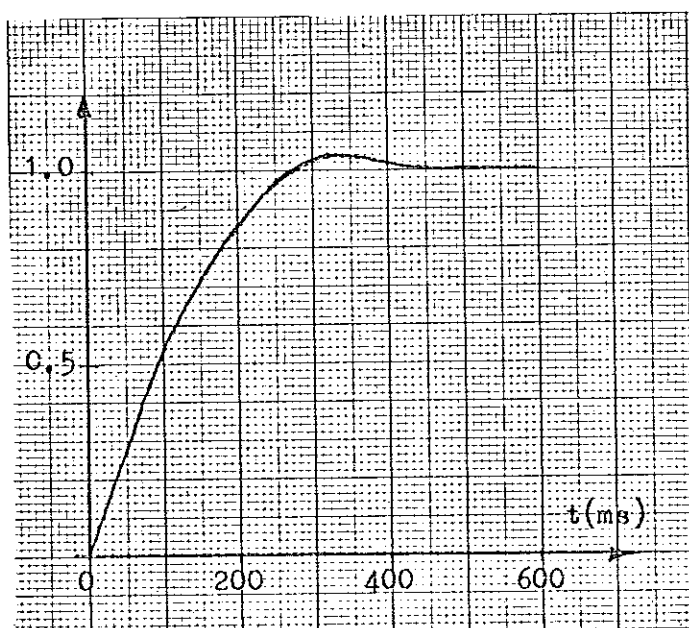


Fig 18.  $p_{12} = -15 \pm 26 i$

Stegsvaret har ändrats i förhållande till fig 16. Detta har samma orsaker som redovisats i avsnittet om reglering av modellen. Dessutom inverkar friktion. Jämför vi istället figur 16 och 17 med motsvarande stegsvar för den långsamma modellen har vi god överensstämmelse. Metodens goda egenskaper gäller alltså även för det verkliga servot.

DEAD-BEAT REGULATORN

När vi i tidigare avsnitt har dimensionerat regulatorer har vi utgått från den kontinuerliga överföringsfunktionen  $G_0(s)$ . I detta avsnitt skall vi istället utgå från pulsöverföringsoperatören  $H_0(q)$  och bestämma en styrlag så att systemets utsignal antar bestämda värden i samplingstidpunkterna. En utförlig redogörelse om dead-beat regulatorer finns i K.J.Åström, Samplade system.

För att bestämma koefficienterna till dead-beat regulatorn använder man följande formelmetodik. Skriv systemets in-utsignal samband enligt

$$A^*(q^{-1}) y(t) = q^{-k} B^*(q^{-1}) u(t) \quad (1)$$

där  $A^*(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots$   
och  $B^*(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots$

Vi förutsätter att systemet är av minfas typ. Inför identiteten

$$1 = A^*(q^{-1}) F_{k-1}^*(q^{-1}) + q^{-k} G_{n-1}^*(q^{-1}) \quad (2)$$

där  $n$  är systemets ordning. (1) och (2) ger nu

$$y(t) = q^{-k} ( F_{k-1}^*(q^{-1}) B^*(q^{-1}) u(t) + G_{n-1}^*(q^{-1}) y(t) ) \quad (3)$$

Med styrlagen

$$u(t) = - \frac{G_{n-1}^*(q^{-1})}{F_{k-1}^*(q^{-1}) B^*(q^{-1})} y(t) \quad (4)$$

kommer utsignalen att bli noll efter  $k$  steg.

För att få utsignalen att anta ett godtyckligt värde,  $u_{ref}$ , använder vi följande arrangemang.

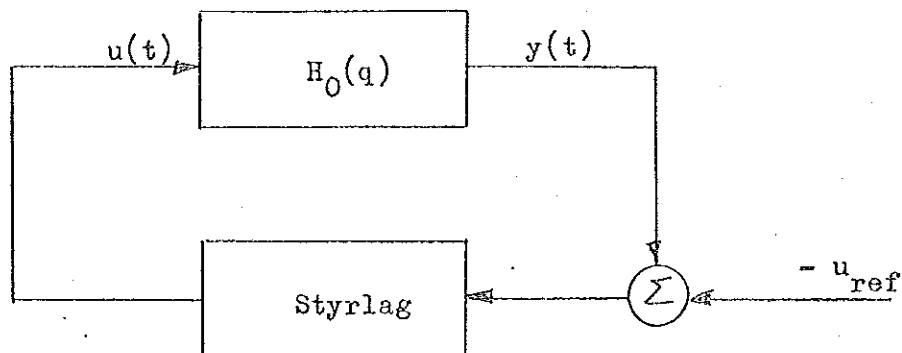


Fig 1.

Reglering av modell.

Vårt system innehåller en tidsfördröjning dvs  $k = 1$ . Deadbeat regulatorn kommer därför att styra utsignalen till börvärdet på ett samplingsintervall. Väljer vi  $T = 1.0$  sek får vi följande in-utsignal samband.

$$y(t) - 1.368 y(t-1) + 0.368 y(t-2) = 1.104 u(t-1) + 0.793 u(t-2) \quad (5)$$

Enligt (4) blir styrlagen

$$u(t) = -0.718 u(t-1) - 1.239 y(t) + 0.333 y(t-1) \quad (6)$$

I figur 2 på nästa sida visas stegsvaret och styrsignalen. Vi observerar att i samplingstidpunkterna har utsignalen önskat värde. Överslängen är dock alltför stor. Vi provar därför med  $T = 1.5$  sek och  $T = 2.0$  sek. (figur 3 resp. 4)



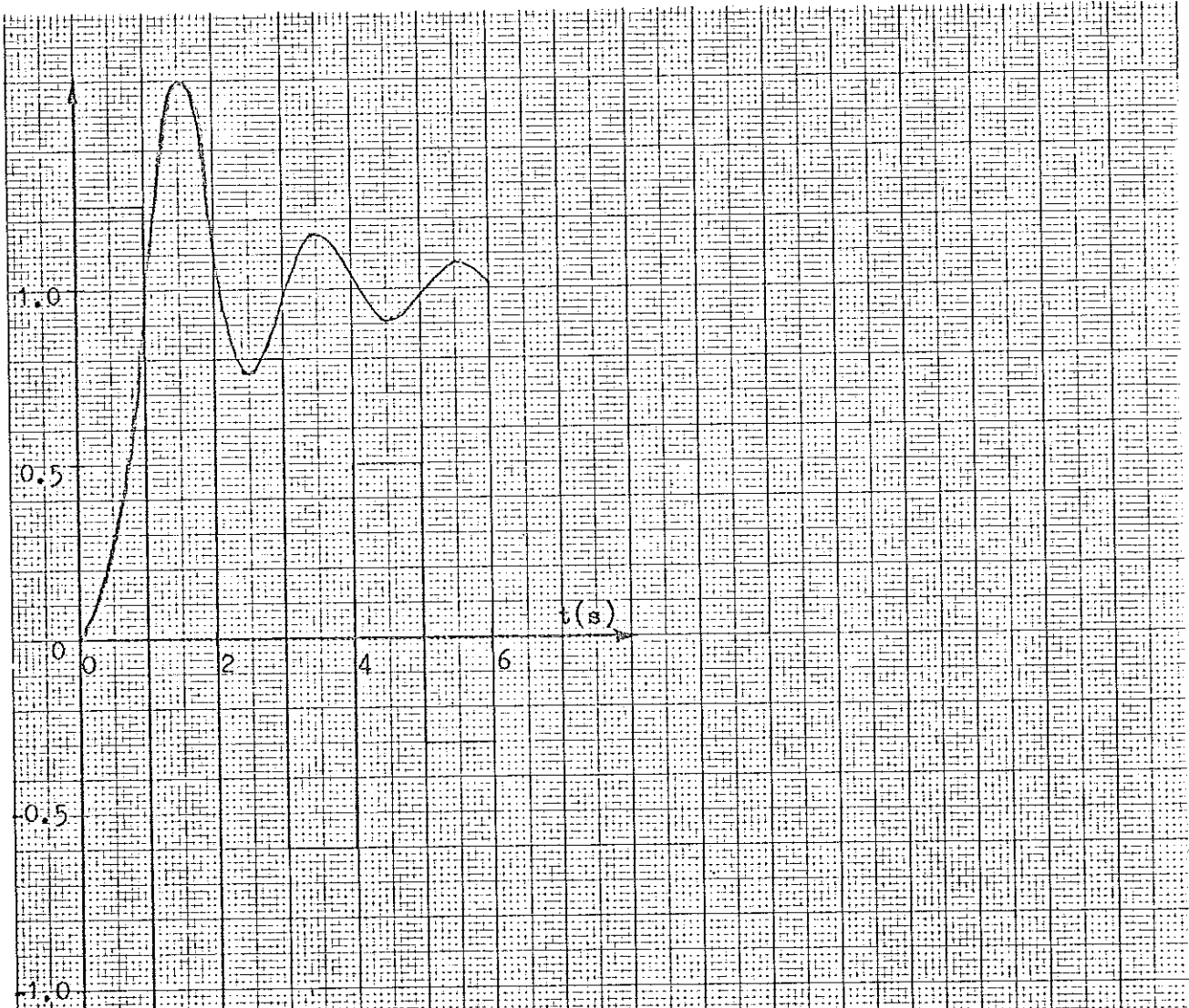


Fig 2.  $T = 1.0$  sek

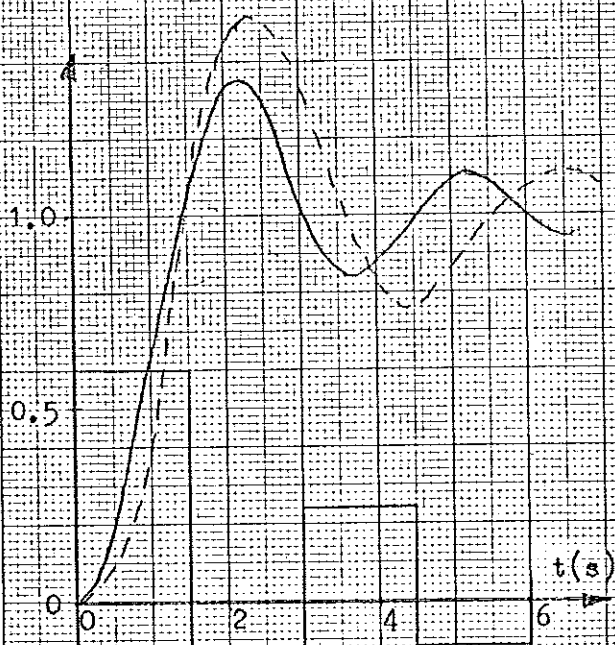


Fig 3.  $T = 1.5$  sek

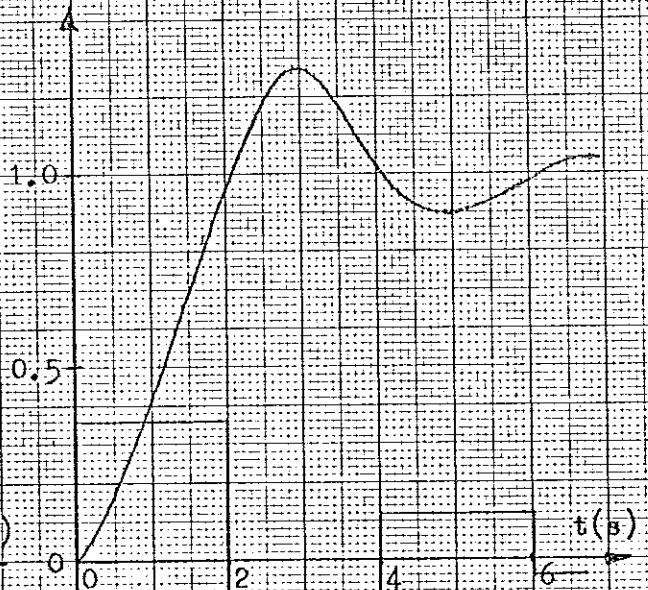


Fig 4.  $T = 2.0$  sek

I figur 3 har vi som jämförelse lagt in stegsvaret för en proportionell regulator med  $T = 200$  ms och  $K = 1,0$ . Dead-beat regulatorn ger alltså ett bättre stegsvar trots att vi samplar 7.5 ggr långsammare. Samma slutsatser kan dras om man jämför figur 2 och 4 med motsvarande stegsvar för den proportionella regleringen.

### Reglering av servo.

Vi skall nu prova dead-beat regulatorn på vårt verkliga servo. Med  $T = 150$  ms borde vi få samma stegsvar som i figur 3. Istället erhåller vi följande

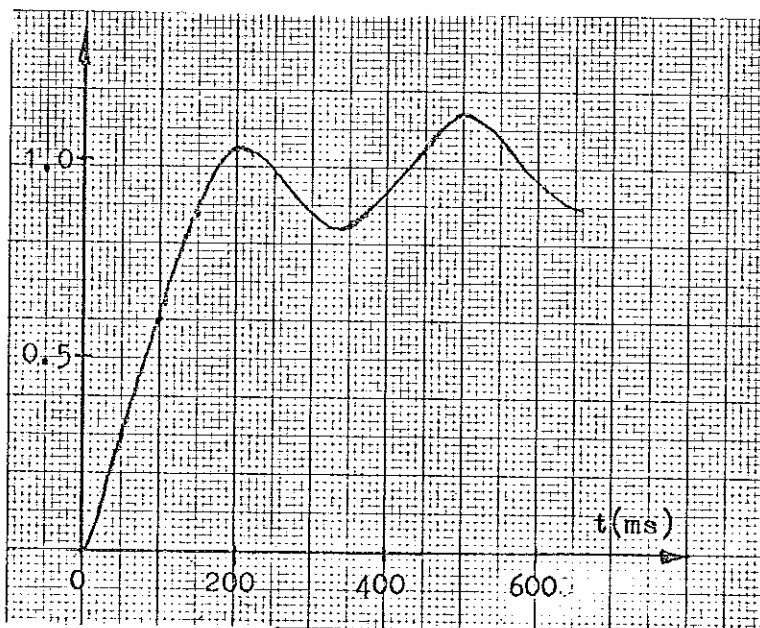


Fig 5.

För att kunna utnyttja dead-beat regulatorn måste man tydligen ha ett system som saknar friktion och andra olineariteter. Detta kan man också inse genom att betrakta följande. Om man samplar ofta på stegsvarets uppgång har regulatorn möjlighet att korrigera eventuella avvikelser från överföringsfunktionen. Detta är

omöjligt för dead-beat regulatorn som skall styra systemet till börvärdet på endast ett samplingsintervall.

Nackdelen med dead-beat är alltså att man måste känna systemets överföringsfunktion med stor noggrannhet. Om detta krav är uppfyllt är emellertid denna regulator med sin långsamma sampling helt överlägsen den proportionella. Däremot ger dead-beat regulatorn inte samma möjligheter att välja dämpning som metoden att återkoppla från tillstånd.